$\Rightarrow$ la corrente carica, che si accoppia al bosone W carico, ha una struttura V + A,

V $\rightarrow$ corrente vettoriale $\quad \bar{\psi}\gamma^\mu\psi \xmapsto{P} \eta^{\mu\mu}\bar{\psi}\gamma^\mu\psi$

A $\rightarrow$ corrente assiale $\quad \bar{\psi}\gamma^\mu\gamma^5\psi \xmapsto{P} -\eta^{\mu\mu}\bar{\psi}\gamma^\mu\gamma^5\psi$
(i.e. pseudo-vettore)

Guardando ora la parte neutra e sostituendo Z_μ e A_μ:

$$\mathcal{L}_{int} = -g_2\left(W_\mu^+ J_W^{-\mu} + W_\mu^- J_W^{+\mu}\right)$$
$$-g_2\left(\cos\theta_W Z_\mu + \sin\theta_W A_\mu\right) J_W^{3\mu}$$
$$-g_1\left(-\sin\theta_W Z_\mu + \cos\theta_W A_\mu\right)\left(J_{em}^\mu - J_W^{3\mu}\right)$$

$$= -g_2\left(W_\mu^+ J_W^{-\mu} + W_\mu^- J_W^{+\mu}\right)$$
$$-\frac{g_2}{\cos\theta_W} Z_\mu\left(J_W^{3\mu} - \sin\theta_W^2 J_{em}^\mu\right)$$
$$-g_1\cos\theta_W A_\mu J_{em}^\mu$$

$$\begin{cases} J_{em}^\mu = -\bar{e}\gamma^\mu e + \frac{2}{3}\bar{u}\gamma^\mu u - \frac{1}{3}\bar{d}\gamma^\mu d \\ J_W^{3\mu} = \frac{1}{2}\bar{\nu}_e\gamma^\mu\frac{1\!\!1+\gamma^5}{2}\nu_e - \frac{1}{2}\bar{e}\gamma^\mu\frac{1\!\!1+\gamma^5}{2}e \\ \qquad + \frac{1}{2}\bar{u}\gamma^\mu\frac{1\!\!1+\gamma^5}{2}u - \frac{1}{2}\bar{d}\gamma^\mu\frac{1\!\!1+\gamma^5}{2}d \end{cases}$$

$\Rightarrow$ la costante di accoppiamento elettromagnetica è:

$$e = g_1 \cos\theta_W = g_2 \sin\theta_W$$

Inoltre la corrente debole neutra che si accoppia a Z NON ha una struttura $V+A$ ma ha una struttura più complicata.

Mixing tra le generazioni

Finora nella descrizione degli accoppiamenti di Yukawa, e delle masse risultanti in seguito al fenomeno di Higgs, abbiamo assunto una sola generazione.

Quando le includiamo tutte e tre la struttura più generale possibile è:

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{\text{Higgs-fermioni}} = & -g_u^{\alpha\beta}\, \bar{q}_L'^{\alpha}\, \tilde{\Phi}\, u_R'^{\beta} \\ & -g_d^{\alpha\beta}\, \bar{q}_L'^{\alpha}\, \Phi\, d_R'^{\beta} \\ & \text{“}-g_\nu^{\alpha\beta}\, \bar{l}_L'^{\alpha}\, \tilde{\Phi}\, \nu_R'^{\beta}\text{”} \\ & -g_e^{\alpha\beta}\, \bar{l}_L'^{\alpha}\, \Phi\, e_R'^{\beta} \\ & + c.c.\end{aligned}$$

$\alpha, \beta = 1, 2, 3$ indici di generazione, e i $'$ sono per future comodità perchè faremo una rotazione.

Andando a sostituire $\Phi = \begin{pmatrix} 0 \\ v/\sqrt{2} \end{pmatrix}$ troviamo le masse:

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{mass-fermioni} = &- \bar{u}'^{\alpha}_L \, m'^{\alpha\beta}_u \, u'^{\beta}_R \\ &- \bar{d}'^{\alpha}_L \, m'^{\alpha\beta}_d \, d'^{\beta}_R \\ &\text{"}- \bar{\nu}'^{\alpha}_L \, m'^{\alpha\beta}_\nu \, \nu'^{\beta}_R\text{"} \\ &- \bar{e}'^{\alpha}_L \, m'^{\alpha\beta}_e \, e'^{\beta}_R \quad + \text{c.c.}\end{aligned}$$

A questo punto facciamo una rotazione per passare dagli "autostati di flavor" indicati col ' agli "autostati di massa" che sono le particelle fisiche con una massa definita:

$$\frac{v}{\sqrt{2}} g_{\star} \equiv m'_{\star} = S^{\star}_L \, m_{\star} \left(S^{\star}_R\right)^{\dagger}, \qquad \star = u, d, \nu, e$$

$$u_L = S^u_L \, u'_L \, , \quad u_R = S^u_R \, u_R \quad \text{e così via...}$$

$S_{L,R}$: matrici unitarie (per non cambiare il termine cinetico)

m : matrice diagonale, con autovalori reali ≥ 0

e.g. $$m_u = \begin{pmatrix} m_u & 0 & 0 \\ 0 & m_c & 0 \\ 0 & 0 & m_t \end{pmatrix}$$

Ora guardiamo le interazioni con i bosoni di gauge A_μ, Z_μ e $W_\mu^\pm$. Le correnti che abbiamo visto sono scritte con gli autostati di flavor:

$$J^\mu_{e.m.} = \frac{2}{3}\bar{u}'^\alpha \gamma^\mu u'^\alpha - \frac{1}{3}\bar{d}'^\alpha \gamma^\mu d'^\alpha - \bar{e}'^\alpha \gamma^\mu e'^\alpha$$

$$= \frac{2}{3}\bar{u}'^\alpha_L \gamma^\mu u'^\alpha_L + \frac{2}{3}\bar{u}'^\alpha_R \gamma^\mu u'_R + \dots$$

$$= \frac{2}{3}\bar{u}^\beta_L \underbrace{S_L^{u\dagger\,\beta\alpha} \gamma^\mu S_L^{u\alpha\gamma}}_{\delta^{\beta\gamma}} u^\gamma_L + \dots$$

stessa struttura nella corrente neutra che si accoppia a Z_μ

$\Rightarrow$ la rotazione agli autostati di massa è banale nelle correnti neutre, prendono la stessa forma nella nuova base.

Qualcosa di più interessante avviene nella corrente carica; consideriamo prima la parte con i quark:

$$J_W^{-\mu}\Big|_{quark} = \frac{1}{\sqrt{2}}\bar{u}'^\alpha_L \gamma^\mu d'^\alpha_L$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}}\bar{u}^\alpha_L \gamma^\mu d^\beta_L \underbrace{(S_L^{u\dagger} S_L^d)^{\alpha\beta}}_{\equiv V^{\alpha\beta}}$$

L'interazione con $W^{\pm}_\mu$ può cambiare flavor!
L'effetto è controllato dalla matrice unitaria:

V matrice di Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (CKM)

Nella parte leptonica: se ignoriamo le masse dei neutrini e non includiamo ν_R, allora siamo liberi di ridefinire ν_L come vogliamo con matrici unitarie.

$$J_W^{-\mu}\Big|_{\text{leptoni}} = \frac{1}{\sqrt{2}}\,\bar{\nu}'^{\alpha}_L \gamma^\mu e'^{\alpha}_L = \frac{1}{\sqrt{2}}\,\bar{\nu}^{\alpha}_L \gamma^\mu e^{\alpha}_L$$

$$\nu_L = S^e_L\, \nu_L'$$

$\Longrightarrow$ nessun mixing tra leptoni.

Se invece includiamo ν_R per tenere conto delle masse abbiamo un mixing del tutto analogo al caso dei quark, con la complicazione addizionale che l'invarianza di gauge permette anche una massa di Majorana: $\quad m_M^{\alpha\beta}\, \overline{\nu^c_R}^{\alpha}\, \nu_R^{\beta}$.

Se vuoi approfondire: Donoghue cap. VI.

Oltre al valore nel vuoto, dobbiamo considerare anche le fluttuazioni del campo di Higgs. Seguiamo Donoghue XV.

Un modo di scriverle potrebbe essere:
$$\Phi = \begin{pmatrix} 0 \\ v/\sqrt{2} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \delta\varphi^+ \\ \delta\varphi^0 \end{pmatrix}$$

$\delta\varphi^{+/0}$: 4 gradi di libertà reali

Questo modo di procedere però oscura quali gradi di libertà siano fisici e quali possano essere "riassorbiti" con una trasformazione di gauge (ovvero: trasferiti nei modi longitudinali dei bosoni massivi).

Una parametrizzazione più trasparente è:
$$\Phi = U^{-1}(\chi)\begin{pmatrix} 0 \\ (v + H)/\sqrt{2} \end{pmatrix}$$
$$U(\chi) = e^{i\chi^a \tau^a / v} \in SU(2)$$

Abbiamo comunque 4 campi reali: H^0, χ^a ma in questo modo è evidente che i χ possono essere riassorbiti in una trasformazione di gauge $SU(2)$:
$$\psi_L' = U(\chi)\psi_L$$
$$W_\mu' = U(\chi) W_\mu U(\chi)^{-1} + \frac{i}{g_2}\partial_\mu U(\chi)\, U(\chi)^{-1}$$

Rimaniamo con un <u>singolo bosone di Higgs</u>: H.

Sostituendo nella Lagrangiana troviamo il potenziale per H_0:

$$V(H_0) = \mu^2 H^2 + \lambda v H^3 + \frac{\lambda}{4} H^4 + \text{cost.}$$

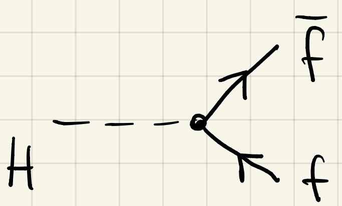
dove: $\lambda v^2 = \mu^2$

Siccome H ha termine cinetico normalizzato canonicamente: $\frac{1}{2} \partial_\mu H^2$

la massa entra come: $\frac{1}{2} M_H^2 H^2$, da cui:

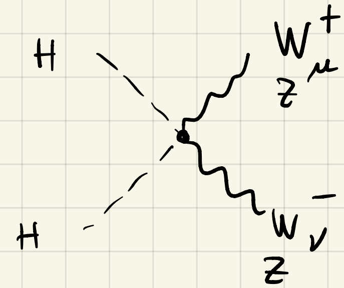
$$\boxed{M_H = \sqrt{2}\,\mu}$$

Inoltre vediamo che H ha self-interazioni cubiche e quartiche. <u>Vertici</u>:

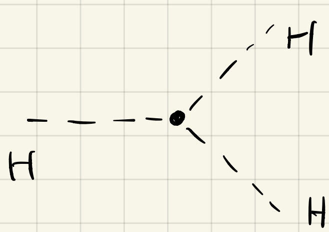


$$= -i g_f = -i \frac{m_f}{v}$$

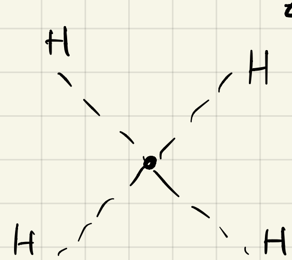
$$= -i \frac{2 M_{W,Z}^2}{v} \delta_{\mu\nu}$$



$$= -i \frac{2 M_{W,Z}^2}{v^2} \delta_{\mu\nu}$$



$$= -i \frac{3 M_H^2}{v}$$



$$= -i \frac{3 M_H^2}{v^2}$$