

**FONDAMENTI E APPLICAZIONI  
DI PROPULSIONE NAVALE**

**GIORGIO TRINCAS**

**Università degli Studi di Trieste**

**Dipartimento di Ingegneria e Architettura**

---

**SEZIONE DI INGEGNERIA NAVALE**

Ottobre 2021



# Indice

<b>1</b>	<b>Potenza propulsiva delle navi</b>	<b>1</b>
1.1	Sistemi propulsivi . . . . .	1
1.1.1	Propulsori navali . . . . .	2
1.1.2	Macchine marine . . . . .	3
1.2	Trasmissione della potenza . . . . .	4
1.2.1	Turbine . . . . .	5
1.2.2	Motori diesel . . . . .	5
1.3	Catena dei rendimenti . . . . .	8
<b>2</b>	<b>Geometria dell'elica</b>	<b>11</b>
2.1	Elementi fondamentali . . . . .	11
2.1.1	Definizione degli elementi di pala . . . . .	11
2.1.2	Spira dell'elica . . . . .	13
2.1.3	Passo dell'elica . . . . .	13
2.1.4	Descrizione del mozzo . . . . .	19
2.2	Definizione matematica della superficie di pala . . . . .	20
2.3	Disegno dell'elica . . . . .	24
<b>3</b>	<b>Teorie classiche dell'elica</b>	<b>29</b>
3.1	Evoluzione delle teorie dell'elica . . . . .	29
3.2	Teoria del regresso . . . . .	31
3.3	Teoria impulsiva assiale . . . . .	32
3.4	Teoria impulsiva assiale e tangenziale . . . . .	37
3.5	Applicazioni della teoria impulsiva assiale . . . . .	39
3.5.1	Elica intubata . . . . .	39
3.5.2	Propulsore a getto . . . . .	41
3.6	Teoria dell'elemento di pala . . . . .	42
3.7	Teoria impulsiva dell'elemento di pala . . . . .	46
3.8	Teoria dell'elica ideale e del propulsore ideale . . . . .	47
3.8.1	Elica ideale . . . . .	48
3.8.2	Propulsore ideale . . . . .	60
<b>4</b>	<b>Idrodinamica dei profili portanti</b>	<b>67</b>
4.1	Campi di flusso intorno a profili portanti . . . . .	68
4.2	Proprietà aerodinamiche . . . . .	69
4.2.1	Geometria dei profili portanti . . . . .	70
4.2.2	Profili NACA . . . . .	72

4.2.3	Grandezze aerodinamiche . . . . .	75
4.2.4	Stima della portanza e della resistenza . . . . .	82
4.2.5	Effetto persiana sui profili . . . . .	83
4.3	Flussi vorticosi . . . . .	84
4.3.1	Flusso di velocità, circolazione, vorticità . . . . .	85
4.3.2	Campo di vorticità e teoremi di Helmholtz . . . . .	86
4.3.3	Strato vorticoso . . . . .	89
4.3.4	Teoria della circolazione: legge di Kutta–Žoukovsky . . . . .	91
4.3.5	Vortice iniziale . . . . .	94
4.3.6	Velocità indotte da un sistema di vortici . . . . .	96
4.4	Teoria dei profili alari sottili . . . . .	100
4.4.1	Intensità dei vortici . . . . .	100
4.4.2	Coefficienti aerodinamici . . . . .	104
4.4.3	Linee mediane NACA Serie-a . . . . .	109
4.5	Metodo delle trasformazioni conformi . . . . .	112
4.5.1	Storia . . . . .	113
4.5.2	Flusso potenziale intorno ad un circolo . . . . .	114
4.5.3	Generalizzazione della trasformazione conforme . . . . .	116
4.5.4	Funzione di Rrasformazione di Kármán–Trefftz . . . . .	118
4.5.5	Condizione di Kutta . . . . .	120
4.5.6	Metodo di Theodorsen . . . . .	123
4.6	Distribuzione di pressione . . . . .	127
4.6.1	Coefficiente di pressione . . . . .	127
4.6.2	Distribuzione sui profili NACA . . . . .	128
4.6.3	Validazione dei risultati . . . . .	131
4.6.4	Applicazione ingegneristica ai profili NACA . . . . .	132
4.6.5	Caratteristiche idrodinamiche in fluido reale . . . . .	133
4.6.6	Indice di cavitazione in fluido perfetto . . . . .	134
4.7	Effetti viscosi . . . . .	136
4.7.1	Strato limite bidimensionale . . . . .	137
4.7.2	Fattori di correzione . . . . .	149
4.8	Teoria della pala di allungamento finito . . . . .	155
4.8.1	Formazione dei vortici liberi . . . . .	156
4.8.2	Sistema vortioso di un’elica . . . . .	157
4.8.3	Effetto tridimensionale . . . . .	161
4.8.4	Distribuzione ellittica della portanza . . . . .	164
4.8.5	Resistenza totale . . . . .	166
<b>5</b>	<b>Elica isolata</b> . . . . .	<b>169</b>
5.1	Caratteristiche cinematiche . . . . .	170
5.2	Caratteristiche dinamiche . . . . .	171
5.2.1	Rendimento dell’elica isolata . . . . .	172
5.2.2	Diagramma di funzionamento . . . . .	174
5.3	Criteri di similitudine . . . . .	176
5.3.1	Similitudine in fluido ideale . . . . .	178
5.3.2	Similitudine in fluido reale . . . . .	179
5.4	Metodo sperimentale . . . . .	181
5.4.1	Prove sperimentali . . . . .	182

5.4.2	Effetto della cavitazione . . . . .	184
5.4.3	Effetti scala . . . . .	185
5.5	Serie sistematiche . . . . .	191
5.5.1	Serie B . . . . .	192
5.5.2	Serie Gawn . . . . .	196
5.5.3	Serie AU . . . . .	197
5.5.4	Serie KCA . . . . .	198
5.5.5	Serie Ma . . . . .	199
5.5.6	Serie Newton–Rader . . . . .	200
5.5.7	Serie KA . . . . .	201
5.5.8	Serie KV . . . . .	203
5.5.9	Serie Gutsche–Schröder . . . . .	203
5.5.10	Serie JD–CPP . . . . .	204
5.5.11	Serie TTRI . . . . .	204
5.5.12	Serie KCD . . . . .	205
5.5.13	Serie Meridian . . . . .	205
5.5.14	Serie CRP–MARIN . . . . .	205
5.5.15	Serie Rolla . . . . .	206
5.6	Carico dell’elica . . . . .	208
5.7	Diagrammi di progetto . . . . .	210
5.7.1	Diagrammi di Taylor . . . . .	210
5.7.2	Diagrammi di Pappalardo . . . . .	215
5.7.3	Diagrammi logaritmici . . . . .	224
5.7.4	Diagramma di van Manen . . . . .	228
5.8	Modi di funzionamento . . . . .	229
5.8.1	Le quattro fasi di funzionamento . . . . .	229
5.8.2	Rappresentazione dei modi di lavoro . . . . .	231
5.8.3	Effetto della profondità limitata . . . . .	235
5.9	Tiro a punto fisso . . . . .	235
5.9.1	Valori del tiro . . . . .	236
5.9.2	Elica in rimorchio . . . . .	237
5.9.3	Linee guida progettuali . . . . .	238
<b>6</b>	<b>Propulsori navali</b> . . . . .	<b>241</b>
6.1	Eliche convenzionali . . . . .	243
6.1.1	Eliche a passo fisso . . . . .	244
6.1.2	Eliche a passo variabile . . . . .	247
6.1.3	Eliche intubate . . . . .	256
6.1.4	Eliche ad elevato numero di giri . . . . .	263
6.2	Eliche non–convenzionali . . . . .	264
6.2.1	Eliche controrotanti . . . . .	265
6.2.2	Eliche interferenti . . . . .	272
6.2.3	Eliche in tandem . . . . .	275
6.2.4	Eliche con alette . . . . .	275
6.2.5	Eliche con anello . . . . .	278
6.2.6	Spintori trasversali . . . . .	279
6.2.7	Eliche supercavitanti . . . . .	283
6.2.8	Eliche ventilate . . . . .	286

6.3	Propulsori direzionali . . . . .	290
6.3.1	Caratteristiche idrodinamiche . . . . .	290
6.3.2	Spinta effettiva . . . . .	291
6.3.3	Densità massima di spinta . . . . .	292
6.3.4	Manovrabilità . . . . .	293
6.3.5	Eliche con trasmissione a ‘Z’ . . . . .	294
6.3.6	Spintori azimutali . . . . .	295
6.3.7	Pump–Jets . . . . .	299
6.3.8	Principio operativo . . . . .	299
6.4	Propulsori cicloidali . . . . .	300
6.4.1	Teoria elementare del funzionamento . . . . .	302
6.4.2	Forze di pala . . . . .	303
6.4.3	Cinematica del propulsore cicloidale . . . . .	305
6.4.4	Dinamica del propulsore cicloidale . . . . .	307
6.4.5	Comportamento cavitativo . . . . .	311
6.5	Propulsori con gondola azimutale . . . . .	311
6.5.1	L’Azipod . . . . .	311
6.5.2	Propulsore Schöttel–Siemens . . . . .	321
6.5.3	Sistema CRP–Azipod . . . . .	323
6.5.4	Valutazioni economiche . . . . .	328
6.5.5	Pod a reazione . . . . .	330
6.5.6	Progetto di navi con gondole azimutali . . . . .	331
6.6	Sistemi propulsivi per il risparmio energetico . . . . .	332
6.6.1	Metodi per il recupero energetico . . . . .	335
6.6.2	Sistemi per il risparmio energetico . . . . .	337
6.6.3	Sistemi per il recupero dell’energia rotazionale . . . . .	341
<b>7</b>	<b>Robustezza delle eliche</b> . . . . .	<b>353</b>
7.1	Metodo di Taylor . . . . .	355
7.1.1	Carico idrodinamico . . . . .	358
7.1.2	Carico meccanico . . . . .	361
7.1.3	Modulo di resistenza . . . . .	366
7.1.4	Tensioni di trazione e compressione . . . . .	370
7.1.5	Tensioni a fatica . . . . .	372
7.1.6	Vantaggi e limiti del metodo . . . . .	376
7.2	Metodo di Burrill . . . . .	379
7.3	Metodi numerici . . . . .	380
7.3.1	Metodo della parete sottile . . . . .	381
7.3.2	Metodi agli elementi finiti . . . . .	388
7.4	Problematiche progettuali . . . . .	393
7.4.1	Eliche speciali . . . . .	394
7.4.2	Tensioni in manovra . . . . .	397
7.4.3	Tensioni sul raccordo alla radice . . . . .	398
7.4.4	Tensioni residue di pala . . . . .	398
7.4.5	Tensioni ammissibili ed analisi a fatica . . . . .	400
7.5	Peso ed inerzia dell’elica . . . . .	405
7.5.1	Formule esatte . . . . .	405
7.5.2	Formule empiriche . . . . .	407

7.6	Regolamenti . . . . .	408
7.6.1	Disegni e specifiche . . . . .	408
7.6.2	Materiali . . . . .	409
7.6.3	Spessori minimi di pala . . . . .	410
7.6.4	Rinforzi per navigazione tra i ghiacci . . . . .	414
7.7	Obiettivi progettuali . . . . .	418
<b>8</b>	<b>Interazione Elica–Carena</b>	<b>421</b>
8.1	Come approcciare la complessità dell’interazione . . . . .	423
8.2	Scia nominale . . . . .	424
8.2.1	Definizione del campo di scia . . . . .	424
8.2.2	Rappresentazione della scia . . . . .	428
8.2.3	Componenti fisiche della scia . . . . .	433
8.3	Analisi armonica della scia . . . . .	437
8.4	Stima euristica della frazione di scia . . . . .	442
8.4.1	Scia media . . . . .	442
8.4.2	Parametri globali del campo di scia . . . . .	452
8.4.3	Scia in basso fondale . . . . .	454
8.5	Criteri di scia . . . . .	457
8.5.1	Criteri di scia massima . . . . .	458
8.5.2	Criteri di scia con cavitazione . . . . .	459
8.5.3	Scia nominale e carico dell’elica . . . . .	463
8.6	Forme di carena e distribuzione di scia . . . . .	463
8.6.1	Scia e forme di poppa semplificate . . . . .	464
8.6.2	Navi monoelica . . . . .	465
8.6.3	Navi bielica . . . . .	470
8.6.4	Variabili progettuali che influenzano la distribuzione di scia . . . . .	472
8.7	Rilievo sperimentale del campo di scia . . . . .	478
8.8	Modellazione teorica del campo di scia . . . . .	480
8.8.1	Struttura del flusso a poppa . . . . .	481
8.8.2	Metodi di calcolo . . . . .	485
8.9	Effetto scala sulla scia . . . . .	487
8.9.1	Scia media volumetrica . . . . .	488
8.9.2	Distribuzione di scia . . . . .	491
8.9.3	Metodo di Raestad . . . . .	493
8.10	Metodo di Hoekstra . . . . .	493
8.10.1	Principi base . . . . .	493
8.10.2	Modello matematico . . . . .	496
8.10.3	Coefficienti di contrazione . . . . .	498
8.11	Effetto scala in basso fondale . . . . .	502
8.12	Scia effettiva . . . . .	504
8.12.1	Confronto tra scia nominale e scia effettiva . . . . .	505
8.12.2	Previsione della velocità effettiva . . . . .	507
8.12.3	Modello teorico per l’interazione tra elica e strato limite . . . . .	511
8.13	Fattore di deduzione di spinta . . . . .	519
8.13.1	Componenti del fattore di deduzione di spinta . . . . .	520
8.13.2	Stima euristica del fattore di deduzione di spinta . . . . .	523
8.14	Rendimento relativo rotativo . . . . .	526

8.14.1	Determinazione teorica . . . . .	526
8.14.2	Stima euristica . . . . .	527
8.15	Metodi sperimentali . . . . .	528
8.15.1	Campo di scia nominale . . . . .	528
8.15.2	Determinazione dei fattori propulsivi . . . . .	529
8.15.3	Fattori propulsivi in fondale molto basso . . . . .	534
<b>9</b>	<b>Cavitazione</b>	<b>541</b>
9.1	Cenni storici . . . . .	542
9.2	Principi fisici della cavitazione . . . . .	544
9.3	Meccanismo della cavitazione su un profilo alare . . . . .	551
9.4	Tipi di Cavitazione . . . . .	556
9.4.1	Effetti della Cavitazione . . . . .	563
9.4.2	Prevenione della Cavitazione . . . . .	565
9.5	Modellazione della cavitazione . . . . .	566
9.5.1	Cavità stazionaria . . . . .	566
9.5.2	Cavità non-stazionaria . . . . .	571
9.5.3	Volume e posizione d’innescò della cavità . . . . .	577
9.6	Innesco della cavitazione . . . . .	581
9.6.1	Nuclei . . . . .	581
9.6.2	Strato limite sulle pale dei modelli . . . . .	585
9.6.3	Effetti viscosi . . . . .	587
9.6.4	Effetti della distribuzione di pressione . . . . .	592
9.6.5	Calcolo dell’innescò della cavitazione . . . . .	595
9.6.6	Innesco su profili NACA . . . . .	599
9.7	Estensione della cavitazione . . . . .	600
9.8	Danni prodotti dalla cavitazione . . . . .	606
9.9	Problematiche progettuali . . . . .	613
9.9.1	Indice di cavitazione . . . . .	614
9.9.2	Criteri di cavitazione . . . . .	616
9.9.3	Effetti della distribuzione di velocità . . . . .	624
9.9.4	Diagrammi di innescò della cavitazione . . . . .	625
9.9.5	Modi di controllo e riduzione della cavitazione . . . . .	630
9.9.6	Progetto di eliche cavitanti . . . . .	632
9.9.7	Eliche in flusso inclinato . . . . .	634
9.10	Metodi sperimentali . . . . .	640
9.10.1	Evoluzione storica . . . . .	641
9.10.2	Legge di similitudine . . . . .	642
9.10.3	Effetti scala . . . . .	646
9.10.4	Apparati sperimentali . . . . .	649
9.10.5	Inseminazione dei nuclei . . . . .	656
<b>10</b>	<b>Rumore</b>	<b>661</b>
10.1	Acustica e navi . . . . .	662
10.2	Fisica del suono . . . . .	663
10.2.1	Livelli sonori . . . . .	665
10.2.2	Misura del rumore . . . . .	667
10.2.3	Decibel A . . . . .	667



10.2.4	Spettri e larghezze di banda . . . . .	669
10.3	Rumore a bordo delle navi . . . . .	676
10.3.1	Rumore ambientale . . . . .	678
10.3.2	Rumore dell'elica . . . . .	679
10.4	Natura del rumore dell'elica . . . . .	680
10.4.1	Elica non-cavitante . . . . .	682
10.4.2	Elica cavitante . . . . .	684
10.4.3	Relazione tra tipo di cavitazione e livello del rumore . . . . .	687
10.4.4	Modellazione dei vortici d'apice . . . . .	688
10.5	Previsione del rumore di cavitazione . . . . .	691
10.5.1	Metodi sperimentali . . . . .	692
10.5.2	Metodi empirici . . . . .	693
10.5.3	Misure al vero . . . . .	694
10.6	Scalaggio del rumore di cavitazione . . . . .	695
10.6.1	Metodo generale . . . . .	696
10.6.2	Metodo ITTC . . . . .	699
10.7	Rumore dei propulsori trasversali . . . . .	700
10.8	Modi di riduzione del rumore subacqueo . . . . .	701
10.8.1	Tipologie di navi e di propulsori . . . . .	702
10.8.2	Influenza del campo di scia . . . . .	703
10.8.3	Influenza delle caratteristiche dell'elica . . . . .	703
10.8.4	Mezzi esterni . . . . .	704
10.9	Livelli di rumore nel progetto della nave . . . . .	705
10.9.1	Trasmissione del rumore interno . . . . .	705
10.9.2	Livelli di rumore massimi ammissibili . . . . .	709
10.9.3	Sorgenti di rumore . . . . .	710
10.9.4	Campo di rumore irradiato . . . . .	712
10.10	Previsione dei livelli di rumore . . . . .	713
10.10.1	Stima dei livelli di rumore da dati sperimentali . . . . .	713
10.10.2	Procedura per la stima dei livelli di rumore in decibel . . . . .	713
10.10.3	Attenuazione del rumore . . . . .	716
10.10.4	Procedure per la stima dei livelli di rumore in banda di ottava . . . . .	718
10.11	Controllo progettuale del rumore . . . . .	724
10.12	Sviluppi normativi . . . . .	727
10.12.1	Rumore interno . . . . .	727
10.12.2	Rumore aereo . . . . .	729
10.12.3	Rumore subacqueo . . . . .	730
10.12.4	Classe Comfort . . . . .	731
10.13	Rumore nelle navi oceanografiche . . . . .	732
10.14	Rumore nei pescherecci da ricerca . . . . .	734
10.14.1	Raccomandazioni ICES . . . . .	736
10.14.2	Misure progettuali per ridurre il rumore subacqueo . . . . .	738
<b>11</b>	<b>Forze vibratorie indotte dall'elica</b>	<b>743</b>
11.1	Excursus storico . . . . .	744
11.2	Vibrazioni delle navi . . . . .	745
11.3	L'elica come sorgente di eccitazione . . . . .	750
11.4	Forze sulla linea d'assi . . . . .	752

11.5	Teoria di Murray . . . . .	756
11.5.1	Analisi della scia nominale . . . . .	757
11.5.2	Distribuzione non-stazionaria di portanza lungo la corda . . . . .	758
11.5.3	Ampiezze delle armoniche . . . . .	759
11.5.4	Forze non-stazionarie dell'elica . . . . .	760
11.6	Teoria di Lewis . . . . .	763
11.6.1	Forze verticali ed orizzontali . . . . .	766
11.6.2	Influenza dello 'skew' dell'elica sulle forze orizzontale e verticale . . . . .	769
11.6.3	Spinta sull'elemento di pala . . . . .	770
11.6.4	Momento torcente sull'elemento di pala . . . . .	771
11.6.5	Rapporto tra armoniche di scia e forze di eccitazione . . . . .	773
11.7	Forze di superficie . . . . .	775
11.7.1	Metodo di calcolo approssimato . . . . .	776
11.7.2	Raccomandazioni per ridurre le vibrazioni . . . . .	780
11.8	Pressioni indotte dall'elica sullo scafo . . . . .	782
11.8.1	Aspetti fisici . . . . .	783
11.8.2	Forze di pressione . . . . .	784
11.9	Entità delle forze di eccitazione indotte dall'elica . . . . .	788
11.10	Esame delle pressioni indotte nel processo progettuale . . . . .	790
11.10.1	Progetto concettuale . . . . .	791
11.10.2	Progetto preliminare . . . . .	792
11.10.3	Progetto finale . . . . .	796
11.10.4	Condizioni non-contrattuali . . . . .	798
11.11	Stima della pressione indotta . . . . .	799
11.11.1	Metodi empirici . . . . .	799
11.11.2	Metodi sperimentali . . . . .	805
11.11.3	Metodi teorici . . . . .	806
11.12	Criteri di pressione . . . . .	807
11.13	Procedura per la progettazione preliminare . . . . .	811
11.14	Minimizzazione dell'eccitazione delle vibrazioni . . . . .	813



# Capitolo 1

## Potenza propulsiva delle navi

Una delle voci più importanti nella progettazione delle navi è la domanda di potenza. Quando siano state scelte le caratteristiche geometriche della carena, occorre determinare la quantità di potenza motore che consenta alla nave di rispettare i requisiti operativi e contrattuali in termini di velocità, sia alle prove in mare che in servizio. La conoscenza della potenza necessaria consente ai progettisti di scegliere il sistema propulsivo, di determinare il volume delle casse per i combustibili e di affinare la stima del centro di gravità della nave. Il sistema propulsivo consiste di vari elementi, tra i quali i primari sono il motore principale ed il propulsore.

Le componenti principali da considerare nella determinazione della potenza propulsive della nave includono la resistenza al moto, il rendimento dell'elica isolata ed i coefficienti dell'interazione tra carena e propulsore.

Le previsioni di potenza sono effettuabili:alternativamente o come combinazionee di:

- utilizzo di formule di regressione deivate da dati di prove al vero e su modelli per quanto riguarda la resistenza e di diagrammi di progetto derivate serie sistematiche per la scelta dell'elica;
- esperimenti su modelli fisici di resistenza e autopropulsione da estrapolare al vero;
- utilizzo di codici di fluidinamica computazionale.

### 1.1 Sistemi propulsivi

Per effettuare le previsioni di potenza propulsive occorre conoscere le caratteristiche delle prestazioni del sistema propulsivo adottao, in quanto da queste dipende l'efficienza complessiva del sistema propulsivo.

### 1.1.1 Propulsori navali

Ogni corpo in moto in un fluido è soggetto ad una forza che si oppone al moto, ossia ad una resistenza all'avanzamento per superare la quale occorre produrre una forza che lo mantenga in moto. Questa forza propulsiva si chiama spinta; lo studio idrodinamico dei dispositivi capaci di produrla (*propulsori*) dà luogo a quella branca della teoria della nave detta *propulsione*.

Numerose sono state le soluzioni tecniche e tecnologiche volte a sviluppare meccanismi propulsivi per navi ed imbarcazioni. Le più antiche sono i remi e le vele. Fino ai primi anni del XIX secolo il vento fu la forza più utilizzata per muovere le navi di superficie; la velocità delle navi dipendeva fondamentalmente dal vento. Inoltre, poiché le navi erano costruite in legno, le limitazioni strutturali spinsero i costruttori a ritenere assolutamente primari i requisiti strutturali, mentre gli aspetti idrodinamici erano considerati marginalmente. Nel frattempo, si sviluppava la propulsione a getto che ebbe origine nel 1661, quando Toogood e Hayes svilupparono un sistema impulsivo basato su una specie di bomba che evacuava acqua a poppavia, utilizzando la forza di reazione come spinta del veicolo marino.

Alla fine del XVIII secolo l'apparizione della macchina a vapore come fonte di potenza motrice diede luogo allo sviluppo di propulsori che esercitavano l'azione di spinta mediante un movimento rotatorio. Così, per molti anni le *ruote a pale*, sistemate lateralmente sulle fiancate o sulle poppe delle navi, furono il mezzo propulsivo più in voga. Il rendimento di questi propulsori era ragionevolmente elevato, ma una serie di inconvenienti, come la loro bassa velocità di rotazione, le loro scadenti prestazioni in mare mosso, e le differenti altezze di sistemazione da predisporre per diverse immersioni della nave, diedero luogo al loro progressivo abbandono dopo mezzo secolo di esistenza. Comunque, con l'avvento della propulsione a vapore gli ingegneri navali compresero che la velocità di una nave non era più dipendente in assoluto dal vento.

Nella seconda metà del XIX secolo iniziarono le ricerche volte a sviluppare i metodi analitici e sperimentali per la determinazione della potenza necessaria a fare avanzare una nave alla velocità desiderata. Prove al vero e nelle prime vasche navali fecero capire che la potenza richiesta per fare avanzare la nave attraverso l'acqua era legata direttamente all'entità della resistenza che una nave deve superare per raggiungere la velocità richiesta.

Nei primi decenni del XIX secolo cominciarono ad apparire *propulsori ad elica*, che sostituirono rapidamente le ruote a pale come modo primario della propulsione navale. L'aspetto delle prime eliche, compresa quella di Ressel, provata e brevettata a Trieste nel 1812, e la cui unica pala riproduceva il contorno di una superficie elicoidale, ricorda assai poco quelle delle eliche attuali. L'idea di Ressel fu ripresa nel 1836 dall'inglese Smith il quale, sulla base di esperienze dirette, comprese i vantaggi derivanti dalla riduzione della superficie dell'elicoide. I vantaggi dell'elica rispetto alla ruota a pale si rivelarono molteplici: era poco sensibile alle differenze di immersione della nave purchè il suo diametro fosse scelto adeguatamente; la sua sistemazione a poppa la proteggeva dai danni causati dal mare e/o da collisioni; il suo ingombro era minore, in quanto non aumentava la larghezza effettiva della nave; poteva ruotare a velocità medio-basse garantendo un buon rendimento e permettendo l'utilizzo di macchine marine più leggere e meno ingombranti; era poco sensibile all'azione del mare mosso; consentiva una migliore governabilità della nave.

Seguendo una lenta evoluzione, sempre dovuta ad un adeguamento a soluzioni idrodinamiche e strutturali sempre più complesse, il propulsore ad elica fu accettato universalmente dopo la metà del XIX secolo. Nel 1880 Thornycroft fu il primo a costruire un'elica il cui aspetto è del tutto simile a quello delle eliche attuali. Le eliche divennero, e sono ancora oggi, il propulsore marino più comune. Ancora oggi, a parte il *propulsore a getto* (idrogetto) adatto per velocità molto elevate, non esistono alternative praticabili.

Nell'arco di oltre un secolo sono state sviluppate e costruite eliche di varia tipologia, tra le quali hanno avuto grande importanza le eliche intubate. Sulla base di alcune applicazioni si comprese come fosse vantaggioso fare funzionare l'elica all'interno di un mantello, in quanto quest'ultimo poteva fornire una spinta addizionale senza ulteriore somministrazione di energia. Pescherecci, rimorchiatori e, in generale, navi che richiedono spinte elevate a basse velocità (navi offshore, supply vessels) sono le navi più indicate per l'applicazione delle eliche intubate.

### 1.1.2 Macchine marine

La potenza necessaria a garantire il funzionamento dell'insieme delle installazioni sulle navi comprende fondamentalmente la potenza motrice fornita al propulsore e la potenza richiesta dai diversi apparati di bordo (impianto di generazione e distribuzione di energia elettrica, impianto di condizionamento, telecomunicazioni, sistema di navigazione, ecc.). La potenza motrice è quasi sempre preponderante (tranne che in certe navi offshore), mentre le apparecchiature e le installazioni diverse dal propulsore richiedono complessivamente soltanto una quota parte della potenza totale, che può essere comunque significativa come nel caso delle navi da crociera e delle navi ro-ro/pax. Benché la loro trattazione riguardi altre branche dell'ingegneria, qui viene dato un breve sommario dei diversi tipi di macchine marine storicamente impiegati per azionare i sistemi propulsivi delle navi. Qui viene considerato solamente il caso della propulsione meccanica, nel cui ambito le macchine marine sono identificabili come macchine trasformatrici.

La *macchina alternativa* fu il pioniere della propulsione meccanica. Le caratteristiche positive di questa macchina consistevano nell'elevata flessibilità in qualunque condizione di carico, la facilità di invertire il verso di rotazione, il numero di giri relativamente basso e perfettamente compatibile con quelli tipici dell'elica navale. Le sue limitazioni principali derivavano dal peso e dall'ingombro assai elevati, da una bassa potenza unitaria per cilindro e, soprattutto, da un elevato consumo specifico di combustibile. La macchina alternativa, che era utilizzata da almeno il 50% del tonnellaggio della flotta mercantile mondiale ancora alla fine degli anni '40, è oggi del tutto scomparsa.

La *turbina a vapore* fu utilizzata per la prima volta nel 1894 da Parsons sulla nave "Turbinia", un cacciatorpediniere famoso per la sua velocità. Essa produce un movimento di rotazione diretto (senza necessità di convertire il modo di moto come accadeva nella macchina alternativa), e può raggiungere elevati valori di potenza con un consumo specifico economicamente accettabile. Presenta comunque alcuni pesanti inconvenienti: non è reversibile e presenta una velocità di rotazione assai elevata. Questi limiti impongono la sistemazione di un riduttore, con conseguenti perdite di energia, nonché l'installazione di un'altra turbina con verso di rotazione opposto (turbina di marcia indietro). Quando si richiedono grandi potenze, come spesso accade

nelle grandi navi militari, possono essere sistemate contemporaneamente una turbina principale ed una turbina di crociera, garantendo un rendimento propulsivo totale elevato anche a regimi di velocità assai differenti.

Il *motore diesel* (motore a combustione interna con ciclo termodinamico diesel) è senza dubbio la macchina marina attualmente più utilizzata. È reversibile, occupa relativamente poco spazio, ed oggi è prodotta per un vasto intervallo di potenze. Ha un consumo specifico assai inferiore a quello della turbina a vapore, ma è alquanto più pesante. In base alla velocità di rotazione, si possono distinguere motori diesel veloci ( $1000 < \text{RPM} < 2000$ ), semiveloci ( $300 < \text{RPM} < 800$ , generalmente a 4 tempi) e lenti ( $60 < \text{RPM} < 180$ , quasi universalmente a 2 tempi). I motori veloci e la maggior parte di quelli semiveloci vanno accoppiati ad un riduttore ad ingranaggi per potere utilizzare eliche che ruotino a giri non troppo elevati. I motori lenti possono essere accoppiati direttamente al propulsore, con un rendimento totale assai elevato del sistema propulsivo. Piccoli motori ancora più veloci ( $2000 < \text{RPM} < 2400$ ) sono spesso utilizzati sulle piccole imbarcazioni.

Infine, va menzionata la *turbina a gas* che può produrre grandi potenze con pesi ed ingombri assai ridotti; è caratterizzata da un numero ridotto di ausiliari, nonché da rapidità di avviamento e di variazione di andatura. Gli svantaggi fondamentali consistono nel costo notevole, nell'elevato consumo specifico di combustibile, in un basso rendimento, e nella necessità di installare riduttori. Il suo utilizzo è diffuso soprattutto nelle navi militari per le quali il consumo di combustibile non è considerato un fattore primario, mentre lo sono il peso e l'ingombro. La sua prima applicazione sperimentale su navi mercantili risale al 1956, mentre la sua diffusione commerciale data a partire dal 1970/71 su navi ro-ro e navi portacontainers. Oggi trovano applicazione su navi veloci (traghetti) non convenzionali, spesso accoppiate ad idrogetti, nelle quali è difficile conciliare per l'apparato motore le esigenze di grande potenza e piccolo peso. Esistono molte realizzazioni di impianti misti, nei quali la turbina a gas è utilizzata per le velocità di punta, mentre i diesel veloci o medio-veloci vengono adoperati per le andature di crociera.

## 1.2 Trasmissione della potenza

Nello studio della propulsione navale si utilizzano ripetutamente i termini *potenza* e *rendimento*, che sono fattori essenziali nel progetto idrodinamico della nave e nella sua valutazione economica, specie per quanto riguarda i costi operativi. Essi sono legati alle relazioni idrodinamiche che si instaurano tra la spinta sviluppata  $T$ , il momento torcente  $Q$  assorbito dal propulsore, e le componenti di velocità del flusso. Il termine *potenza dell'apparato propulsivo* designa la potenza massima che può essere sviluppata sulla linea d'asse.

Dal punto di vista dell'efficienza, la qualità del sistema propulsivo, inteso come sistema elica-motore, è esprimibile attraverso il concetto di *rendimento propulsivo totale*, definito come

$$\eta_{OA} = \frac{P_E}{P_{\text{eng}}}$$

dove  $P_E$  è la cosiddetta potenza effettiva della nave, mentre  $P_{\text{eng}}$  è, per la maggior parte delle

navi, la potenza dell'apparato motore, che converte energia termica in energia rotazionale. Per alcune navi, il cui numero va crescendo negli anni, il motore principale può essere un grande motore elettrico. La velocità all'uscita del motore principale è spesso molto elevata (parecchie migliaia di giri al minuto per una turbina a gas alla massima potenza), e comunque, tranne che nelle grandi navi lente, superiore alla velocità di rotazione delle eliche, per cui deve essere opportunamente ridotta.

Purtroppo, la potenza dell'apparato motore viene definita in maniera differente in base al tipo di macchina marina utilizzata. Il concetto di rendimento propulsivo totale perde quindi gran parte della sua applicabilità come indice di efficienza dal punto di vista ingegneristico. I rendimenti propulsivi sono espressi in funzione delle caratteristiche del propulsore dietro carena.

### 1.2.1 Turbine

Nel caso della turbina la potenza dell'apparato motore viene espressa come *potenza asse*

$$P_S = 2\pi n \cdot M \quad (1.1)$$

dove  $M$  è il momento torcente trasferito alla linea d'asse dell'apparato motore ed  $n$  è la velocità unitaria di rotazione. Le perdite meccaniche dovute al riduttore, alla linea d'asse ed al reggispinta sono conglobate in  $P_S$ , in quanto le case produttrici forniscono sempre un pacchetto completo del sistema.

### 1.2.2 Motori diesel

Per le macchine marine a combustione interna si utilizza il concetto di *potenza indicata*

$$P_I = p_{mi} \cdot V \cdot Z \cdot n \quad (1.2)$$

dove  $p_{mi}$  = pressione media indicata nel cilindro, rilevabile dal diagramma di pressione nel cilindro;

$V$  = cilindrata unitaria, che dipende dall'alesaggio del cilindro e dalla corsa del pistone;

$Z$  = numero di cilindri;

$n$  = numero di cicli utili al secondo.

All'uscita del motore si ha la *potenza al freno* definita come

$$P_B = 2\pi n \cdot Q_{eng} \quad (1.3)$$

dove  $Q_{eng}$  è il momento torcente misurato al freno, ossia sulla flangia di accoppiamento all'uscita del motore, durante le prove al banco, ed  $n$  è la velocità unitaria di rotazione.

Il legame tra potenza indicata e potenza al freno è dato da

$$P_B = P_I \cdot \eta_M$$



dove  $\eta_M$  è il *rendimento meccanico* del motore, che include le perdite per attrito nei cilindri, nelle teste e nei piedi di biella, nelle guide delle manovelle, nonché la quantità di potenza assorbita dagli ausiliari trascinati direttamente dal motore stesso.

Torna utile richiamare il processo di trasmissione della potenza motore fino all'elica che opera in acqua dietro la carena. La Figura 1.1 mostra uno schema semplificato della catena di trasmissione delle potenze.

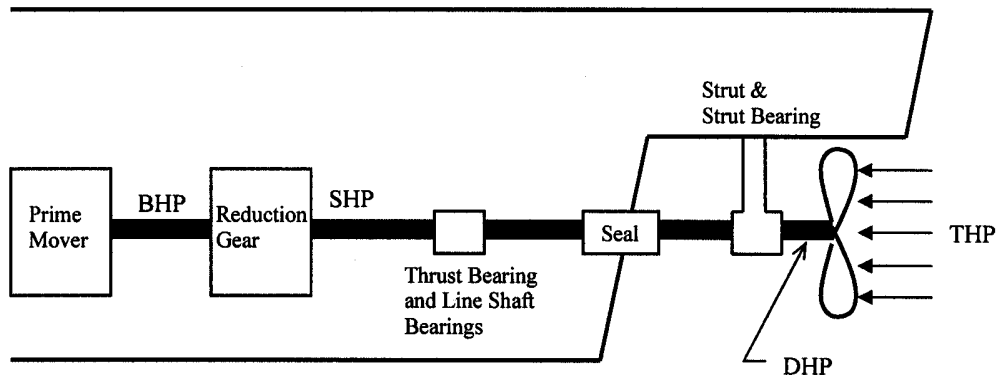


Figura 1.1. Treno di trasmissione delle potenze

### Potenza asse

La potenza misurata sul reggispinta è la *potenza asse*, trasmessa all'elica attraverso la linea d'assi; essa è legata alla potenza al freno dalla relazione

$$P_S = P_B \cdot \eta_m \quad (1.4)$$

dove  $\eta_m$  è il rendimento meccanico del riduttore (se installato) e di parte della linea d'assi, che include le perdite negli ingranaggi del riduttore, nei cuscinetti di appoggio della linea d'assi e nel reggispinta.

### Potenza sviluppata

La *potenza sviluppata* all'elica  $P_D$ , ossia quella trasmessa direttamente dalla linea d'assi al mozzo. È leggermente inferiore a quella misurata dal torsionometro a causa delle perdite che si hanno sul cuscinetto reggispinta e sui cuscinetti della linea d'assi, posizionati tra questo ed il torsionometro. Tali perdite ammontano di solito al 2-4%. Non è misurabile esattamente, in quanto presupporrebbe un torsionometro all'esterno dello scafo. Viene espressa come

$$P_D = 2\pi n \cdot Q \quad (1.5)$$

dove  $Q$  è il momento torcente assorbito dall'elica.

Il cuscinetto reggispinta assorbe la spinta assiale dell'elica prodotta dalla rotazione dell'asse dell'elica e trasmette la forza lineare della spinta alla nave. I cuscinetti della linea d'assi sono usati per sostenere il peso della linea d'assi stessa tra il riduttore (o il motore) e lo stern tube che, insieme alla guarnizione di tenuta, non consente all'acqua del mare di penetrare. Le perdite nella linea di trasmissione sono dovute soprattutto all'attrito e si manifestano nel riscaldamento dei vari cuscinetti.

### Potenza di spinta

Se  $P_D$  esprime la potenza assorbita dal propulsore, la *potenza di spinta*  $P_T$  esprime il lavoro utile prodotto dall'elica nel generare la spinta  $T$ . In altri termini, la potenza di spinta è il lavoro prodotto dall'elica che avanza nel fluido alla velocità di traslazione  $V_A$ , detta *velocità di avanzo*, la quale è la velocità assiale media effettiva, che congloba le velocità indotte assiali, con la quale il fluido affluisce all'elica. Viene formulata come

$$P_T = T \cdot V_A \quad (1.6)$$

L'elica è il componente meno efficiente nella catena di trasmissione della potenza.

### Potenza effettiva

Tutte le potenze definite finora ( $P_B$ ,  $P_S$ ,  $P_D$ ,  $P_T$ ) possono essere misurate fisicamente sulla nave anche se non sono di alcuna utilità nella fase iniziale del progetto della carena di una nave. La potenza motore al freno e la potenza asse sono quantità che sono definite ed acquisite dal produttore del motore. Parimenti, l'entità della spinta che un'elica può produrre è il risultato di analisi e di calcoli che presuppongono la determinazione di quanta resistenza la spinta dell'elica deve superare. Allo scopo è tradizionalmente utilizzato il concetto di *potenza effettiva*, anche se sarebbe meglio definirla *potenza di rimorchio*, che è semplicemente la potenza richiesta per muovere la nave ad una voluta velocità in assenza dell'azione dell'elica. Tale concetto è quello utilizzato nello studio della resistenza al moto, determinabile per via empirico-statistica, numerica o sperimentale su modelli. Conoscendo la resistenza totale, la potenza effettiva necessaria per rimorchiare la nave alla velocità  $V$  è determinata mediante l'equazione

$$P_E = R_T \cdot V \quad (1.7)$$

dove  $R_T$  è la resistenza totale all'avanzamento.

La determinazione della potenza effettiva implica la stima della resistenza totale della nave consistente della:

- resistenza della carena nuda;
- resistenza delle appendici (linee d'assi esposte e braccioli in navi bielica, timoni, alette antirollio, ecc.);
- resistenza d'aria dovuta all'opera morta e alle sovrastrutture;
- resistenza aggiunta in mare mosso;
- resistenza aggiunta per fouling sulla care e sull'elica.

### 1.3 Catena dei rendimenti

Una volta determinata la potenza effettiva, occorre correlarla alle potenze prodotte dalla catena di trasmissione descritta in precedenza. Si può costruire così la *catena dei rendimenti*. La Figura 1.2 mostra un diagramma a blocchi delle varie componenti della catena dei rendimenti, associate al treno di trasmissione delle potenze, che può facilitare l'organizzazione della determinazione della potenza al freno o della potenza asse.

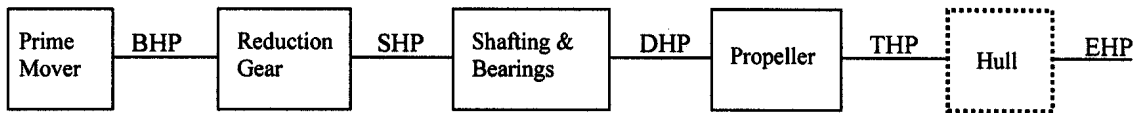


Figura 1.2. Diagramma a blocchi della catena di trasmissione delle potenze

#### Rendimento di carena

Si definisce *rendimento di carena*  $\eta_H$  il rapporto tra la potenza richiesta per rimorchiare la nave e la potenza prodotta dall'elica, come

$$\eta_H = \frac{P_E}{P_T} = \frac{R_T/T}{V_A/V} = \frac{1-t}{1-w} \quad (1.8)$$

dove  $t$  = fattore di deduzione di spinta

$w$  = frazione di scia media assiale

#### Rendimento dell'elica dietro carena

Il rapporto  $\eta_B$  tra il lavoro utile svolto dall'elica e la potenza fornita all'elica viene detto *rendimento dell'elica dietro carena*; è pari a

$$\eta_B = \frac{P_T}{P_D} = \eta_0 \cdot \eta_R \quad (1.9)$$

dove  $\eta_0$  = rendimento dell'elica isolata, ossia operante in un flusso omogeneo;

$\eta_R$  = rendimento relativo rotativo, dato dal rapporto tra il momento torcente assorbito dall'elica e quello sviluppato all'asse.

#### Rendimento propulsivo totale

Anziché dedurre separatamente l'effetto del rendimento di ogni componente nella catena di trasmissione delle potenze, spesso si combinano i rendimenti separati in un unico rendimento detto *rendimento propulsivo totale* o *coefficiente propulsivo*, che è definito come

$$\eta_P = \frac{P_E}{P_S} = \frac{P_E}{P_T} \cdot \frac{P_T}{P_D} \cdot \frac{P_D}{P_S}$$

ed è esprimibile, quindi, attraverso la cosiddetta *catena dei rendimenti* come

$$\eta_P = \eta_H \cdot \eta_B \cdot \eta_S \quad (1.10)$$

La conoscenza di questo rendimento consente di determinare direttamente la potenza asse da installare sulla nave, lasciando al costruttore del motore la responsabilità del dichiarato rendimento meccanico tra motore e reggispinta. I valori usuali del coefficiente propulsivo variano dal 45% al 75%, dipendendo dal numero di propulsori e dalle forme di carena.

### **Rendimento quasi-propulsivo**

Come detto, il rendimento propulsivo totale è di scarso utilizzo pratico dal punto di vista dell'ingegnere navale, dal momento che non dipende da chi si occupa di idrodinamica il valore di  $\eta_S$ . Si preferisce perciò limitarsi allo studio dell'interazione elica-carena ed utilizzare il *rendimento quasi-propulsivo*  $\eta_D$ , che tiene conto dei soli elementi idrodinamici, in quanto risulta essere indipendente dal tipo di macchina motrice utilizzata. Esso vale

$$\eta_D = \eta_H \cdot \eta_0 \cdot \eta_R \quad (1.11)$$

Il rendimento quasi-propulsivo dipende fundamentalmente dal rendimento del propulsore, ma soprattutto per le navi dalle forme piene dipende alquanto anche dall'interazione tra elica e carena *rendimento di carena* e, in minore misura, dal cosiddetto *rendimento relativo rotativo*.

Dal punto di vista contrattuale ha rilevanza la *potenza MCR* ('maximum continuous rating'), che rappresenta la potenza sviluppata sulla flangia di accoppiamento del motore e che la nave non deve superare durante la maggior parte del suo ciclo di vita operativo. Normalmente coincide con la potenza contrattuale.

Dal punto di vista progettuale ed operativo si fa riferimento alla *potenza CSR* ('continuous service rating'), che rappresenta la potenza alla quale il motore principale della nave opererà durante il servizio nell'arco del suo ciclo di vita. Viene spesso espressa come percentuale della potenza *MCR*.



## Capitolo 2

# Geometria dell'elica

### 2.1 Elementi fondamentali

Le eliche navali sono strutture dalla geometria complessa costituite da un certo numero di pale, in genere tre o quattro, talvolta due, o più raramente sei o sette, fissate simmetricamente ad un *mozzo* che, a sua volta, viene infilato e inchiodato su un albero, detto *albero portaelica*, posto in rotazione dal motore principale della nave. Le pale possono essere fissate al mozzo (eliche a pale fisse) o ruotare intorno al mozzo (eliche a pale orientabili o a passo variabile). Poichè le pale sono eguali tra loro, il problema della loro descrizione si riduce a quello della definizione geometrica di un'unica pala e del mozzo, poichè le altre pale vengono ottenute semplicemente ruotando di  $n \cdot 360^\circ / Z$  la pala di riferimento, ( $n = 1, 2, \dots, Z - 1$ ), dove  $Z$  è il numero di pale. Il disegno dell'elica è generalmente costituito dal mozzo, da una pala (definita dal suo contorno, dalla generatrice, da un certo numero di spire direttrici e da un ugual numero di sezioni cilindriche e coassiali) e, infine, da altri elementi costruttivi che servono a definire meglio la forma dell'elica stessa.

#### 2.1.1 Definizione degli elementi di pala

Le pale sono gli elementi dell'elica dai quali dipende principalmente il valore del suo rendimento. In Figura 2.1 viene riportato il modello topografico di una pala il cui sistema di riferimento ha coordinate cilindriche  $E(x, r, \theta)$ , dove l'asse  $x$  coincide con l'asse dell'elica. La *pala* di un'elica (**1**) è generalmente una superficie portante di apertura finita e di piccolo spessore relativo, fissata rigidamente al mozzo (**2**), che serve appunto da accoppiamento delle pale. Alcuni termini utilizzati per definire alcuni elementi geometrici di un'elica sono derivati ipotizzando di osservare l'elica da poppa.

Le pale sono il risultato dell'accoppiamento di due superfici curve. Di queste, la superficie vista da poppa è detta *faccia* (**3**), mentre quella opposta è detta *dorso* (**4**). La linea di intersezione tra queste due superfici è detta *profilo di pala* (**5**). La forma del dorso, considerata rispetto alla geometria della faccia, determina la legge di distribuzione degli spessori, i quali devono

garantire la robustezza necessaria della pala ed un suo accettabile comportamento rispetto alla cavitazione. Ogni punto della faccia e del dorso è definito dalle sue coordinate cilindriche  $(x, r, \theta)$ . Durante il normale moto di avanzamento della nave nel senso della marcia avanti, sulla faccia si forma una sovrappressione, mentre sul dorso si genera una depressione.

Il *diametro* dell'elica  $D$  è il diametro del circolo circoscritto (6) all'elica stessa e tangente ai punti estremi delle pale, detti *apici* di pala. Il raggio dell'elica  $R$  è ovviamente quello di detto circolo.

La zona di pala collegata al mozzo è detta *radice di pala* (7). La distanza dalla radice all'apice, misurata lungo il raggio, è la *lunghezza di pala*  $l = R - r_h$ , dove  $r_h$  è il *raggio del mozzo*. La curva avviata che collega la pala al mozzo è detta *raccordo della radice*.

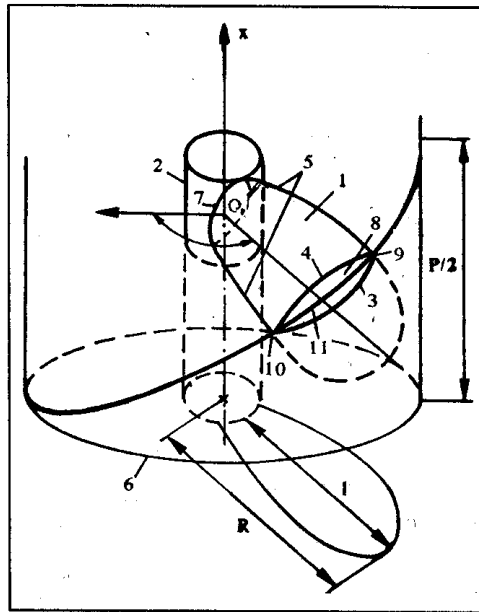


Figura 2.1. Elementi geometrici fondamentali

Intersecando la pala dell'elica con un cilindro coassiale si ottiene una *sezione di pala* (8). È compito del progettista dell'elica scegliere le forme più opportune delle sezioni di pala in base al tipo di elica, al suo carico idrodinamico ed alla sua funzione di servizio.

Una caratteristica importante dell'elica, che determina tra l'altro la sua geometria, è la *direzione di rotazione*. Un'elica viene detta *destrorsa* o *sinistrorsa* quando un osservatore, posto a poppavia della nave, la vede ruotare, per generare la spinta in marcia avanti, rispettivamente secondo il verso orario o antiorario. Se si osserva l'asse  $x$  da poppa verso prora, per un'elica destrorsa il bordo di destra è posizionato più avanti del bordo di sinistra. Il bordo di destra, che incontra per primo il flusso, è detto *bordo di ingresso* (9), mentre l'altro è il *bordo di uscita* (10).

I profili delle sezioni possono avere forme differenti, di solito schematizzabili in tre gruppi: *ogivali*, *alari* e *cuneiformi*. Il segmento rettilineo, che unisce i punti estremi del profilo, è detto *corda* della sezione (11). La lunghezza della sezione,  $c$ , misurata lungo la corda, è detta *lunghezza di corda* al raggio considerato. La dimensione massima, misurata lungo la perpendicolare alla corda,  $t$ , denota lo *spessore massimo* della sezione allo stesso raggio. La

forma del profilo della stessa sezione è caratterizzabile mediante il suo *spessore relativo*  $t/c$ , che normalmente varia nell'intervallo  $0.02 \div 0.2$ .

### 2.1.2 Spira dell'elica

La faccia, o lato in pressione, nella sua forma più semplice è assimilabile ad una superficie elicoidale, che può essere definita come la superficie generata da una curva piana che ruota, a velocità costante, intorno ad una linea retta, e che si muove simultaneamente di moto traslatorio lungo questa retta (Fig. 2.2). L'intersezione di un cilindro, coassiale con la direttrice, con l'elicoide dà origine ad una linea elicoidale detta *spira*.

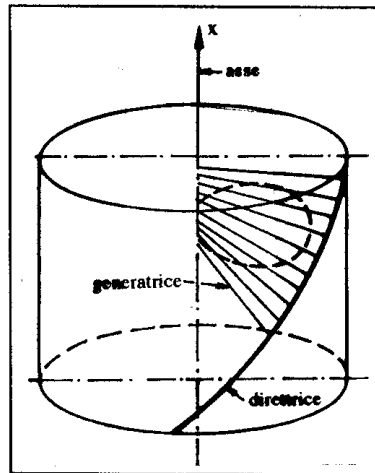


Figura 2.2. Generazione di una spira

Qualunque sia la forma della superficie di pala, le spire vengono denominate *direttrici* e la curva, intersezione di tale superficie con il piano radiale, normale al piano di posa della pala sul mozzo, viene denominata *generatrice*. Tale denominazione, adoperata perchè un elicoide a passo radialmente uniforme può essere generato da una linea che ruota intorno ad un asse e nello stesso tempo si sposta lungo di esso, viene utilizzata anche per gli elicoidi a passo variabile. In questo caso è però necessario supporre sia che la generatrice, scorrendo lungo l'asse e girandovi attorno, formi con l'asse stesso un angolo variabile con una certa legge di continuità, sia che la stessa generatrice si deformi, se la variazione del passo nel senso radiale segue sempre la stessa legge.

Qualora la generatrice non sia perpendicolare all'asse dell'elica, si avrà un'elica con una certa inclinazione della generatrice rispetto all'asse di pala; la distanza, al raggio considerato, della generatrice dall'asse di pala viene detta *rake*.

### 2.1.3 Passo dell'elica

Il *passo*  $P$  della spira dell'elica è la distanza assiale, detta anche avanzo, percorsa lungo l'asse da un suo punto in un giro attorno all'asse stesso. Il suo sviluppo nel piano non è una retta



ma una curva, la cui traccia dipende dalla legge che regola il movimento del punto descrivente. Se, anzichè una curva piana, si considera un segmento rettilineo perpendicolare allo stesso asse, la superficie elicoidale descritta da questo segmento di retta è detta *elicoide regolare*, e la distribuzione di passo risulta essere lineare. Sviluppando sul piano tale spira, essa risulta rettilinea ed è rappresentata in Figura 2.3 dall'ipotenusa del triangolo rettangolo  $ABC$ , del quale il cateto di base è lo sviluppo della circonferenza avente per raggio la distanza  $r$  della sezione dall'asse  $x$ , mentre l'altro cateto rappresenta il passo costante  $P$ . La geometria di pala è quindi caratterizzata ad ogni raggio  $r$  dall'*angolo di passo*  $\phi$ , detto anche angolo di calettamento della spira

$$\phi = \tan^{-1} \left( \frac{P}{2\pi r} \right) \quad (2.1)$$

che si ottiene rettificando la spira in un piano. Se si ipotizza che il passo  $P$  sia radialmente costante, la formula (2.1) evidenzia che l'angolo di passo diminuisce dal mozzo all'apice, dando luogo a quell'appiattimento visivo che si palesa man mano che dal mozzo ci si avvicina all'apice. Di solito si assume come passo caratteristico (*passo costruttivo*) quello al raggio dimensionale  $\bar{r} = 0.7$ . La dimensione longitudinale massima di pala, misurata in direzione assiale, vale  $h$ .

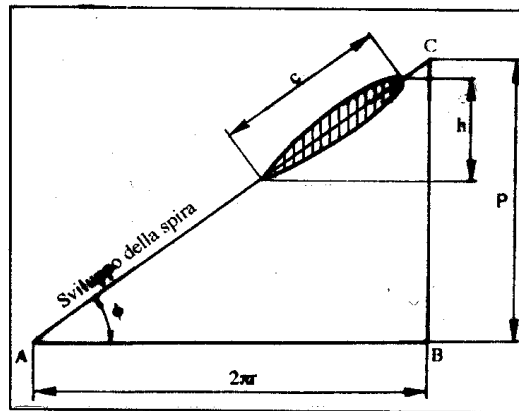


Figura 2.3. Rettifica di una spira

La distribuzione del passo può assumere le forme più varie, e dipende dal progettista trovare quella migliore per ogni situazione di carico dell'elica. La superficie elicoidale è detta a passo costante se tutte le spire della faccia della pala sono regolari ed hanno lo stesso passo. In pratica esistono eliche a passo costante lungo un certo raggio ma variabile da raggio a raggio, oppure eliche a passo variabile lungo lo stesso raggio e da raggio a raggio, o ancora eliche le cui spire sono regolari, ma dove per tutti i punti della pala giacenti sopra un piano radiale le tangenti trigonometriche degli sviluppi in piano delle spire sono inversamente proporzionali ai raggi dei rispettivi cilindri ( $2\pi r \cdot \tan \phi = 2\pi r' \cdot \tan \phi'$ ). Si avranno allora rispettivamente: (a) eliche a *passo costante*; (b) eliche a *passo circonferenzialmente costante e radialmente variabile*; (c) eliche a *passo circonferenzialmente variabile e radialmente uniforme*; (d) eliche a *passo variabile da punto a punto*. La Figura 2.4 permette di confrontare le sezioni cilindriche di una superficie elicoidale regolare con passo costante con quella di una superficie a passo radialmente variabile.

Quando le pale di un'elica sono a passo radialmente variabile, si considera come passo dell'elica il *passo medio*  $P_m$  dato dalla relazione

$$P_m = \frac{\int_A P dA}{\int_A dA} \quad (2.2)$$

dove  $dA$  è la superficie elementare della faccia di una pala che al generico raggio  $r$  ha passo  $P$ . In pratica, per ottenere il passo medio di un'elica a passo variabile, si determina la media aritmetica dei valori del passo, misurati su un certo numero di raggi uniformemente distribuiti sulla superficie di pala.

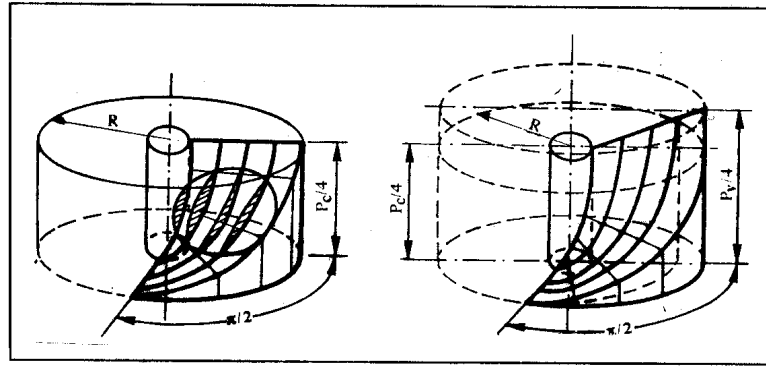


Figura 2.4. Sviluppo piano di sezioni cilindriche

### Frazione di passo

Il rapporto tra il passo costruttivo ed il diametro dell'elica è detto *rapporto di passo costruttivo* o più semplicemente *rapporto passo-diametro*  $P/D$ . La quantità  $P/2\pi$  viene detta *passo ridotto*. Se si considera ancora una volta una spirale a passo costante sviluppata nel piano (Fig. 2.3), viene definita *frazione parziale di passo*  $f_P$  relativa alla spirale considerata il rapporto

$$f_P = \frac{h}{P} = \frac{l_p}{2\pi r}$$

che dipende dall'estensione del tratto di spirale utilizzato da una delle pale dell'elica, e dove  $l_p$  è la proiezione sul piano trasversale del tratto di spirale avvolta sul cilindro di raggio  $r$ . Estendendo tale concetto a tutta la pala mediante incrementi elementari  $dr$  del raggio della spirale, integrando dal raggio del mozzo  $r_h$  all'apice di pala  $R$  si può ricavare

$$f_P = \frac{\int_{r_h}^R l_p dr}{\int_{r_h}^R 2\pi r dr}$$

dove il numeratore ed il denominatore rappresentano rispettivamente l'area proiettata di pala e l'area della corona circoscritta alle pale dell'elica; quest'ultima area è determinabile analiticamente come

$$A_c = 2\pi \int_{r_h}^R r dr = \pi(R^2 - r_h^2)$$

Si può perciò definire la frazione parziale di passo anche come rapporto tra la superficie proiettata di una pala e quella della corona circolare circoscritta. Il prodotto  $Zh/P$ , ottenuto moltiplicando la frazione parziale di passo per il numero  $Z$  delle pale costituenti l'elica, prende il nome di *frazione totale di passo*.

### Rapporti tra le dimensioni principali dell'elica

In pratica, l'elica viene sempre definita mediante le sue dimensioni più caratterizzanti. Poiché il diametro  $D$  è senza dubbio la dimensione più importante, si è soliti riferire a questa grandezza tutte le altre dimensioni lineari dell'elica. Le aree vengono rapportate all'area  $A_0$  del disco-elica che, come è noto, è l'area del circolo virtuale individuato dagli apici delle pale di un'elica di diametro  $D$ , pari a  $A_0 = \pi D^2/4$ .

I rapporti più utilizzati per caratterizzare un'elica sono:

- il rapporto passo-diametro  $P/D$ ;
- il rapporto di spessore di pala  $t_i/D$  (Fig. 2.5), dove  $t_i$  è lo spessore ideale della pala sull'asse dell'elica;
- il rapporto d'inclinazione di pala longitudinale a (*rake*), pari al rapporto  $\overline{OC}/D$ ;
- il rapporto  $d_h/D$  tra il diametro medio del mozzo ed il diametro dell'elica.

L'area della proiezione delle pale dell'elica nella direzione di un piano normale all'asse del propulsore viene detta *area proiettata*  $A_P$ . Fino ad alcuni decenni fa veniva utilizzata, di solito, come grandezza caratteristica della superficie dell'elica il rapporto  $A_P/A_0$ .

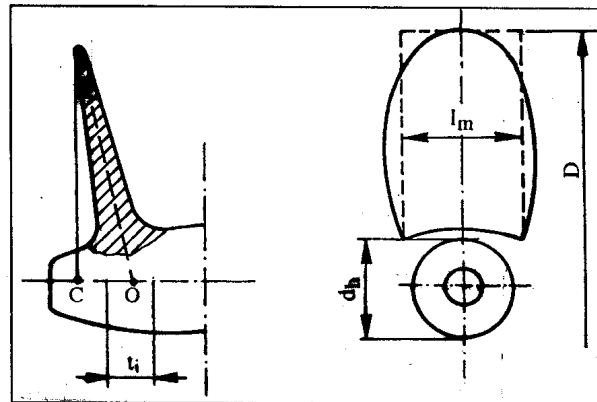


Figura 2.5. Rapporti caratteristici di pala

Abbattendo sul piano perpendicolare all'asse dell'elica ogni sezione circonferenziale delle pale, dove per ogni sezione al raggio  $\bar{r}$  l'eventuale 'angolo di rake' può essere differente, si ottiene l'*area sviluppata*  $A_D$ , che approssimativamente è pari al prodotto dell'area racchiusa dal profilo

sviluppato di pala per il numero di pale. Più precisamente, il profilo sviluppato viene costruito distribuendo, ad ogni raggio  $r$ , la lunghezza di corda lungo un arco il cui raggio di curvatura  $\rho$  è uguale al raggio di curvatura della linea elicoidale, dato da

$$\rho = \frac{r}{\cos^2 \phi}$$

dove  $\phi$  è l'angolo di passo a quel raggio. La linea elicoidale sul cilindro circoscritto viene sostituita da un'ellisse il cui raggio di curvatura nel punto del profilo è  $\rho$ .

L'area della superficie proiettata può essere calcolata approssimativamente quando sia nota l'area sviluppata; fra le formulazioni che legano queste due aree si possono ricordare la nota relazione di Taylor

$$\frac{A_P}{A_D} = 1.067 - 0.229 \frac{P}{D}$$

e la più precisa formula dovuta a Di Bella

$$\frac{A_P}{A_D} = \frac{\sqrt{\left(\frac{P}{D}\right)^2 + \pi^2} - \sqrt{\left(\frac{P}{D}\right)^2 + \pi^2 \left(\frac{d_h}{D}\right)^2}}{\pi \left(1 - \frac{d_h}{D}\right)}$$

Poiché questa superficie non può essere sviluppata su una superficie piana senza distorsioni, si può rettificare ogni sezione circonferenziale intorno alla tangente nel punto di contatto con la generatrice base; si ottiene così l'area espansa  $A_E$  che è oggi, tra le diverse definizioni di area, quella di normale utilizzo. Unendo mediante curve interpolanti i luoghi geometrici dei bordi di ingresso e di uscita, si ricava il contorno dell'area espansa dell'elica che normalmente viene interrotto alla sezione  $\bar{r} = 0.2$ , se il raggio del mozzo è prossimo a questa sezione. La larghezza dell'area espansa ad ogni raggio è pari alla lunghezza rettificata della corda della sezione corrispondente. La superficie di quest'area per la pala di un'elica può essere determinata mediante la formula

$$\frac{A_E}{Z} = \int_{r_h}^R c(r) dr$$

dove  $c(r)$  è la lunghezza di corda di pala alla sezione di raggio  $r$ . L'area totale di pala di un'elica con numero di pale  $Z$  è pari ad  $A_E$ . Il rapporto di quest'area rispetto all'area del disco-elica è detto rapporto di area espansa dell'elica

$$\frac{A_E}{A_0} = \frac{4Z}{\pi D^2} \int_{r_h}^R c(r) dr \quad (2.3)$$

Per un'elica navale il rapporto  $A_E/A_0$  può variare tra 0.35 e 2.0.

Soprattutto nell'utilizzo di serie sistematiche di eliche cavitanti torna utile la relazione tra l'area sviluppata e l'area disco, esprimibile come

$$\frac{A_D}{A_0} = \quad (2.4)$$

### Larghezza media di pala

Per convenzione, si definisce *larghezza media di pala*  $l_m$  la base del rettangolo che ha come area quella sviluppata di pala e per altezza il raggio dell'elica cui è stato sottratto il raggio del mozzo (Fig. 2.5); la si ricava come

$$l_m = \frac{A_D}{R - r_h}$$

Si definisce *rapporto di larghezza media di pala* ('mean width ratio') il rapporto tra la larghezza media di pala ed il diametro dell'elica

$$mwr = \frac{l_m}{D}$$

### Forme di pala

Le forme più usuali delle pale di un'elica navale sono quelle:

- con i profili dei bordi di entrata e di uscita simmetrici rispetto all'asse di pala (Fig. 2.6a)
- a profilo asimmetrico rispetto all'asse di pala (Fig. 2.6b)
- a profilo asimmetrico e con 'skew' (Fig. 2.6c)

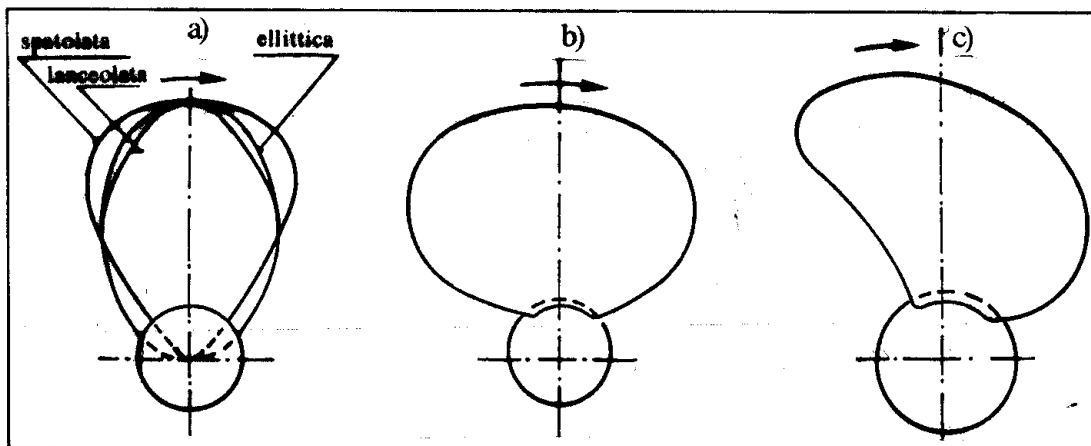


Figura 2.6. Diverse forme di profili di pala

Tra i profili simmetrici si distinguono la forma *ellittica*, il cui contorno appartiene all'ellisse avente per asse maggiore il raggio dell'elica; la forma *lanceolata*, il cui contorno, dal mezzo all'apice, è interno a quello ellittico; la forma *spatolata*, il cui contorno è alquanto allargato verso l'apice.

Lo *skew* è lo spostamento di ogni sezione di pala lungo la linea elicoidale, misurata dalla generatrice al punto di riferimento della sezione. Uno 'skew' positivo è orientato in verso opposto a quello di rotazione dell'elica che produce un moto di avanzamento della nave.

## Bordi di pala

In passato i bordi di ingresso e di uscita delle eliche terminavano con cerchi di raggi approssimativamente uguali ad ogni sezione radiale. Da tempo vengono utilizzati diffusamente alcuni *profili NACA* standard, i cui bordi di entrata e di uscita hanno raggi di curvatura ben definiti. I diametri sui bordi di uscita  $\phi_{te}$  vengono definiti in percentuale del massimo spessore della sezione, come riportato in Tabella 2.1.

r/R	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	0.95
$\frac{100 \phi_{te}}{t}$	6.4	6.5	6.6	6.7	6.8	6.9	7.0	11.1	15.7

Tabella 2.1. Raggi ai bordi di uscita

Mentre il bordo di uscita esercita una debole influenza sulle prestazioni dell'elica, questo non avviene per il bordo di entrata, la cui influenza sul comportamento idrodinamico e strutturale dell'elica è notevole. Studi realizzati dalla *NACA* hanno mostrato che il raggio di curvatura più adeguato per il bordo di ingresso  $\phi_{le}$  deve soddisfare la relazione

$$\frac{\phi_{le}}{t} = \frac{t}{2c}$$

dove  $t$  e  $c$  sono ancora, rispettivamente, lo spessore massimo e la lunghezza di corda al raggio considerato.

### 2.1.4 Descrizione del mozzo

Il mozzo dell'elica è soggetto ad esigenze di diversa natura (idrodinamiche, strutturali, meccaniche) che richiedono scelte di compromesso nella sua progettazione. Il mozzo dell'elica ha generalmente un profilo cilindrico o conico, con diametro che va da  $0.15D$  a  $0.25D$ . È forato per adattarlo alla rastremazione dell'albero porta-elica, al quale viene fissato mediante una o più chiavette ed un dado che viene ricoperto da un cappellozzo, la cui sezione è scelta in modo tale che costituisca con il mozzo un corpo affusolato. Il diametro medio del mozzo varia normalmente tra 1.8 e 2.2 volte il diametro dell'asse porta-elica; di solito l'apertura interna ha una conicità di 1:15, che corrisponde alla conicità del terminale dell'albero. Il meccanismo interno al mozzo deve garantire una pressione adeguata tra l'elica e la linea d'asse. Il mozzo deve avere uno sviluppo sufficiente a garantire una sistemazione adeguata per tutte le pale dell'elica.

Se la luce tra il mozzo dell'elica ed il timone di una nave mono-elica è così piccola da non consentire la sistemazione del cappellozzo, viene fissata una parte affusolata che si sposa con il mozzo, sulla zona fissa del timone (timone di Oertz) o sul timone stesso (timone Simplex). A seconda del modo di fissaggio delle pale al mozzo, le eliche sono suddivisibili in due gruppi: eliche a passo fisso (*FPP*) ed eliche a passo variabile (*CPP*), nel qual caso la struttura del mozzo è significativamente più complessa. Le eliche a passo fisso vengono in genere fuse con il mozzo (Fig. 2.7), o fuse separatamente e poi unite al mozzo con una flangia (eliche con *pale riportate*). Le seconde hanno il vantaggio che le pale danneggiate possono essere sostituite facilmente e che possono essere effettuate piccole correzioni del passo ruotando le pale sul mozzo. I loro svantaggi rispetto alle prime sono un maggiore costo iniziale, un peso maggiore

ed un rendimento leggermente inferiore per il fatto che il mozzo avrà un diametro maggiore. L'unione di ciascuna pala con il mozzo deve essere eseguita con almeno sei prigionieri per pala. I prigionieri devono essere in acciaio (al nichel) per le pale di ghisa o di acciaio, di ottone ad alta resistenza per le pale di bronzo, e devono essere muniti di adeguati dispositivi di bloccaggio.

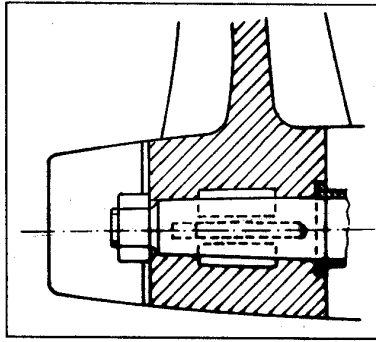


Figura 2.7. Mozzo di un'elica a passo fisso

Le zone di raccordo delle pale con il mozzo devono essere tali da evitare la sovrapposizione di due pale contigue. Allo scopo di evitare la concentrazione degli sforzi, i Registri di Classifica impongono che l'intersezione delle pale con il mozzo venga realizzata con un raccordo graduale. I raggi di raccordo sono maggiori nella zona di massimo spessore, e variano normalmente tra  $0.035D$  e  $0.042D$  andando dalla faccia verso il dorso di pala. Molti costruttori utilizzano la tecnica del 'tree trunk filletting', che consiste nel disegnare le zone di raccordo delle pale con il mozzo con un certo carattere progressivo. Con questa tecnica viene ridotto sensibilmente il peso del mozzo con conseguenti vantaggi idrodinamici.

## 2.2 Definizione matematica della superficie di pala

I requisiti di elevata precisione nella produzione delle eliche porta alla necessità di una descrizione dettagliata della loro geometria. Poichè oggi è diffuso l'utilizzo di macchine a controllo numerico, per la loro costruzione conviene descrivere la geometria della pala mediante una rappresentazione matematica.

Come verrà illustrato in dettaglio, il *modello matematico* della pala di un'elica è del tutto determinato mediante dieci elementi geometrici base adimensionali, ai quali vanno aggiunti il numero di pale  $Z$ , il diametro dell'elica  $D$  e quello del mozzo  $d_h$ . Di questi dieci elementi, due possono essere funzioni di una o due variabili, mentre otto sono funzioni di una sola variabile. Gli elementi geometrici fondamentali derivano dai calcoli di progetto. Ogni pala viene descritta rispetto ad un sistema di riferimento in cui uno degli assi, l'*asse di pala*, è perpendicolare all'asse dell'elica. Tutti gli assi di pala, posizionati simmetricamente nel piano del disco-elica, ossia ad intervalli angolari equivalenti, si incontrano in un punto che è il centro del disco-elica. Una delle pale ed il suo asse sono assunti come riferimento, ovvero come pala zero.

Nel sistema di coordinate cilindriche  $E(x, r, \theta)$  coassiale all'elica, con l'origine posta nel centro del disco-elica (Fig. 2.8), l'asse  $x$  è diretto lungo l'asse dell'elica, che coincide con la direzione

del moto di avanzamento della nave, ossia dalla faccia verso il dorso di pala. L'angolo  $\theta$  viene misurato nel disco-elica a partire dall'asse della pala di riferimento, in senso antiorario dal bordo di ingresso verso il bordo di uscita per un'elica destrorsa, guardando nella direzione positiva dell'asse  $x$ . In questo sistema di coordinate, l'equazione di una linea elicoidale regolare al raggio  $r$  ha la forma

$$x - x_R = \frac{P}{2\pi} \cdot \theta \quad (2.5)$$

dove  $P$  è il passo della linea elicoidale e  $x_R$  è l'ascissa, nel sistema di coordinate cilindriche, del punto di intersezione di questa linea con il piano che contiene l'asse  $x$  e l'asse di pala.

È conveniente introdurre il sistema di coordinate curvilinee locale  $F(\xi, \eta)$ , fisso sulla sezione cilindrica di pala al raggio considerato (Fig. 2.8), con l'origine  $O_S$  situata sul centro della corda della sezione. La coordinata  $\xi$  del sistema  $F$  con origine nel punto  $O_S$  è diretta lungo la linea elicoidale, coincidente con la corda, in direzione del bordo di ingresso. La coordinata  $\eta$  è perpendicolare alla corda nel piano sul quale viene espansa la sezione corrispondente, ed è orientata verso il dorso dell'elica.

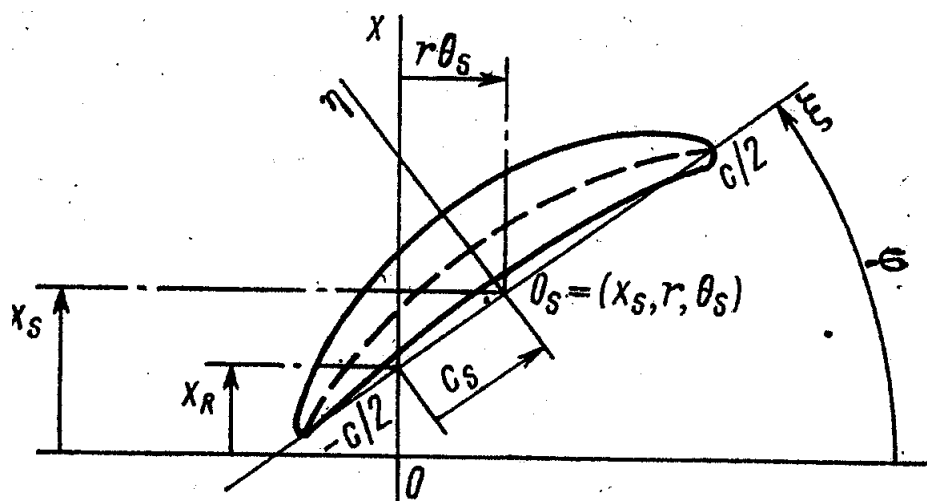


Figura 2.8. Sistema di coordinate locali

La posizione di ogni punto della linea elicoidale può essere caratterizzata da una coordinata curvilinea  $\xi$  eguale, in valore assoluto, alla lunghezza di quel tratto della linea elicoidale compreso tra l'origine  $O_S$  delle coordinate  $\xi$  ed il punto considerato. Si indichi con  $c_S$  la lunghezza della linea elicoidale compresa tra  $O_S$  ed il punto di ascissa  $x_R$  nel sistema  $E$ . Se risulta essere  $c_S = 0$  (non esiste 'skew'), allora l'origine delle  $\xi$  coincide con il punto di intersezione della linea elicoidale considerata con la superficie passante per l'asse delle  $x$  e l'asse di pala. Se ambedue i valori di  $c_S$  e  $x_R$  sono nulli (non si ha neppure 'rake' dell'elica), l'origine delle coordinate  $\xi$  coincide con il punto d'intersezione della linea elicoidale considerata con l'asse di pala.

La posizione spaziale della sezione considerata è determinata completamente dai quattro parametri  $r$ ,  $P$ ,  $c_S$  e  $x_R$ , che rappresentano rispettivamente il raggio del cilindro intersecante, il passo della sezione, lo 'skew' e l'inclinazione della generatrice dell'elica ('rake'). Il passaggio



dal sistema di coordinate locali  $F$  al sistema cilindrico  $E$  è ottenibile mediante le relazioni

$$x = x_R + (c_S + \xi) \sin \varphi + \eta \cos \varphi \quad (2.6)$$

$$\theta = \frac{1}{r} [(c_S + \xi) \cos \varphi - \eta \sin \varphi] \quad (2.7)$$

dove l'angolo di passo  $\varphi$  è dato dalla formula (2.1). Nel piano della superficie espansa, il suddetto 'skew' di una sezione ad un certo raggio caratterizza lo spostamento del centro della corda dalla proiezione dell'asse dell'elica su questa superficie. Esso è considerato positivo se il centro della corda della sezione è traslato dal piano passante per l'asse delle  $x$  e per l'asse della pala di riferimento nella direzione positiva dell'asse  $\xi$ , ossia verso il bordo di entrata (Fig. 2.8).

Oltre che dalla distanza lineare  $c_S$ , lo 'skew' è caratterizzato dall'*angolo di skew*  $\theta_S$ , ossia dalla coordinata angolare del punto medio di corda nel sistema  $E$  di coordinate cilindriche; l'angolo  $\theta_S$ , in base alle equazioni (2.6) e (2.7), è legato all'angolo di passo  $\varphi$  ed allo 'skew'  $c_S$  dalla formula

$$\theta_S = \frac{c_S \cdot \cos \varphi}{r} \quad (2.8)$$

Il suddetto 'rake'  $x_R$  caratterizza lo spostamento delle corde delle sezioni rispetto all'asse  $x$ . Il valore del 'rake' totale  $x_S$  di una sezione, ossia l'ascissa del punto medio di corda nel sistema  $E$  di coordinate cilindriche, che caratterizza la distanza longitudinale del punto medio della corda dal piano del disco-elica, in base all'equazione (2.6) è legato all'angolo di passo  $\varphi$ , allo 'skew'  $c_S$  ed al 'rake'  $x_R$  dalla relazione

$$x_S = x_R + c_S \cdot \sin \varphi \quad (2.9)$$

La posizione del punto medio di corda è del tutto determinato nel sistema  $E$  di coordinate cilindriche dal raggio  $r$ , dal 'rake' totale  $x_S$  e dall'angolo di 'skew'  $\theta_S$  (Fig. 2.8). Nel sistema  $F$  di coordinate locali, che diviene rettangolare sul piano nel quale viene espansa la corrispondente coordinata cilindrica, la sezione considerata può essere data dall'equazione del suo profilo

$$\eta^\pm = \eta^\pm(\xi) \quad (2.10)$$

dove  $\eta^+$  ed  $\eta^-$  sono rispettivamente le ordinate della faccia e del dorso. Lo spessore locale della sezione di pala è definito come funzione  $\eta_t(\xi)$ , pari alla distanza tra la faccia ed il dorso misurata lungo la normale alla corda, ossia

$$\eta_t(\xi) = \eta^+(\xi) - \eta^-(\xi) \quad (2.11)$$

Il massimo della funzione  $\eta_t(\xi)$  è indicato con  $t$ , ed il valore  $\xi$ , per il quale si ottiene quel massimo, è indicato con  $\xi_{tm}$ . Il termine  $t$  è detto *spessore massimo* della sezione, mentre il suo rapporto rispetto alla corda,  $t/c$ , è detto *spessore massimo relativo* di corda. La *funzione di distribuzione di spessore* o funzione di spessore relativo è assunta nella forma  $F_t(\tilde{\xi}) = \eta_t(\tilde{\xi})/t$ , dove  $\tilde{\xi}$  è l'ascissa adimensionale, ottenuta dalla grandezza dimensionale dividendola per  $c/2$ .

Le ordinate della linea mediana sono determinate come semisomma delle ordinate della faccia e del dorso, ossia

$$\eta_c(\xi) = \frac{1}{2} [\eta^+(\xi) + \eta^-(\xi)] \quad (2.12)$$

Il massimo della funzione  $\eta_c(\xi)$  è indicato con  $f_m$ , mentre il valore di  $\xi$  per il quale si raggiunge questo massimo, è indicato con  $\xi_{f_m}$ . Il valore di  $f_m$  è detto *freccia massima*, mentre il rapporto  $\delta_m = f_m/c$  è detto *freccia relativa*. La funzione di distribuzione della freccia è descritta come  $F_c(\tilde{\xi}) = \eta_c/f_m$ . Tenendo conto di queste notazioni, la formula (2.10) può essere esplicitata come

$$\eta^\pm(\xi) = f_m F_c(\tilde{\xi}) \pm \frac{t}{2} F_t(\tilde{\xi}) \quad (2.13)$$

Per risolvere il problema di approssimare la superficie di pala dell'elica possono essere applicati due approcci. Il primo approssima ogni sezione di pala mediante le equazioni scritte con riferimento al sistema  $E$  di coordinate cilindriche; il secondo si basa su un'approssimazione diretta basata su equazioni parametriche scritte nel sistema di coordinate cartesiane. Nel secondo caso, il numero di operazioni necessarie per il calcolo delle coordinate della superficie di pala è parecchie volte inferiore, per cui tale approccio viene applicato nella fase di preparazione e di controllo dei programmi all'elaboratore che comandano le macchine fresatrici a controllo numerico.

L'approssimazione elemento per elemento viene utilizzata nelle fasi veramente iniziali del progetto, poichè tale approccio consente di effettuare rapide variazioni. In questo caso le formule base delle equazioni della superficie di pala sono ricavate sostituendo la formula (2.12) nelle equazioni (2.6) e (2.7), includendo la formula (2.1), e dividendo tutte le dimensioni lineari per il raggio dell'elica; si ottiene

$$\begin{aligned} \varphi &= \arctan \left[ \bar{P}(\bar{r})/2\pi \right] \\ \bar{x}^\pm &= \bar{x}_R + (\bar{c}_S + 0.5 \bar{c} \tilde{\xi}) \sin \varphi + (\bar{f}_m F_c \pm 0.5 \bar{t} F_t) \cos \varphi \\ \bar{\theta}^\pm &= (1/\bar{r}) \left[ (\bar{c}_S + 0.5 \bar{c} \tilde{\xi}) \cos \varphi - (\bar{f}_m F_c \pm 0.5 \bar{t} F_t) \sin \varphi \right] \\ F_t(\tilde{\xi}) &= F_{tm}(\tilde{\xi}_t) \\ F_c(\tilde{\xi}) &= F_{cm}(\tilde{\xi}_c) \end{aligned} \quad (2.14)$$

$$\begin{aligned} \tilde{\xi}_t &= \mp 1 \pm (1 \pm \tilde{\xi}) / (1 \pm \tilde{\xi}_{tm}) & \text{per } \tilde{\xi} - \tilde{\xi}_{tm} & \begin{cases} \leq 0 \\ > 0 \end{cases} \\ \tilde{\xi}_c &= \mp 1 \pm (1 \pm \tilde{\xi}) / (1 \pm \tilde{\xi}_{cm}) & \text{per } \tilde{\xi} - \tilde{\xi}_{cm} & \begin{cases} \leq 0 \\ > 0 \end{cases} \end{aligned}$$

dove i segni "–" e "∼" sui simboli denotano i termini adimensionali, ottenuti dividendo il termine considerato rispettivamente per  $R$  e per  $c/2$ ;  $\tilde{\xi}_t$  e  $\tilde{\xi}_c$  sono le nuove variabili indipendenti, che consentono di utilizzare le suddette funzioni normalizzate di distribuzione dello spessore

$F_t(\xi)$  e delle ordinate della linea mediana  $F_c(\xi)$ , le quali dipendono dai valori e dalla posizione dei massimi delle funzioni iniziali  $F_{tm}(\tilde{\xi}_t)$  e  $F_{cm}(\tilde{\xi}_c)$  caratterizzanti la forma della sezione;  $x^\pm$  e  $\theta^\pm$  sono le coordinate del dorso e della faccia del profilo al raggio  $r$  nel sistema  $E$  di coordinate cilindriche.

Queste equazioni includono le due variabili indipendenti  $\bar{r}$  e  $\tilde{\xi}$ , ed i dieci parametri adimensionali detti *elementi geometrici base*:  $F_{tm}$ ,  $F_{cm}$ ,  $\bar{c}$ ,  $\bar{c}_S$ ,  $\bar{x}_R$ ,  $\bar{t}$ ,  $\bar{f}_m$ ,  $\bar{P}$ ,  $\tilde{\xi}_{tm}$ ,  $\tilde{\xi}_{cm}$ . I primi due parametri possono dipendere sia da  $\bar{r}$  che da  $\tilde{\xi}$ , mentre tutti i restanti dipendono solamente da  $\bar{r}$ . Qualora  $F_{tm}$  e  $F_{cm}$  dipendano solamente da  $\tilde{\xi}$ , e non da  $\bar{r}$ , le leggi di normalizzazione della distribuzione degli spessori locali e della distribuzione delle coordinate delle linee mediane sono le stesse per tutti i raggi della pala.

I dati iniziali necessari alla rappresentazione matematica dell'elica vengono dati per le dieci funzioni in forma tabulare, corrispondenti ai suddetti elementi geometrici base ed a quelli ricavati durante i calcoli di progetto dell'elica. Di solito vengono scelte dieci sezioni [ $\bar{r} = 0.2 \div 0.9$  ( $\Delta\bar{r} = 0.1$ ); 0.95; 0.975] lungo la pala e sedici punti per la corda di ogni sezione [ $\tilde{\xi} = -0.95; -0.90; -0.85; -0.80 \div 0.80$  ( $\Delta\tilde{\xi} = 0.20$ ); 0.85; 0.90; 0.95; 0.975]. Il programma all'elaboratore deve permettere di effettuare elemento per elemento l'avviamento e l'interpolazione delle funzioni menzionate mediante l'ausilio di splines. Successivamente sarà possibile determinare le coordinate di ogni punto della superficie di pala mediante l'uso delle formule (2.15). L'avviamento è un'operazione assolutamente necessaria, perché va garantito il lisciamiento richiesto della superficie di pala. Quando necessario, la descrizione matematica dell'elica può essere variata elemento per elemento, cambiando solamente una delle dieci funzioni; ad esempio, si può variare la distribuzione di passo  $P(\bar{r})$ , come è avvenuto di solito quando sono state sviluppate serie sistematiche di eliche.

## 2.3 Disegno dell'elica

Il metodo di rappresentazione dell'elica navale è di solito basato su quelli proposti a suo tempo da Holst e Riddle. I dati geometrici fondamentali dai quali partire sono assegnati normalmente in forma adimensionale. Il lavoro iniziale consiste nel trasformare i dati geometrici di base dell'elica in una serie di dimensioni utili al disegno, il quale consiste di quattro parti: (a) vista longitudinale dell'elica; (b) vista trasversale dell'elica; (c) profilo dell'area espansa con il dettaglio di alcune sezioni; (d) vista in pianta. Viene riportata anche la distribuzione del passo, se questo non è uniforme. Ciò che viene rappresentato di una pala di elica navale è la faccia attiva.

Il disegno dell'elica, detto *piano sagomatore* e riportato in Figura 2.9, comprende i seguenti elementi principali: vista di fianco della pala proiettata (1); sezione relativa di pala lungo la linea di massimo spessore (2); profilo globale di pala (3); profilo dell'area proiettata (4); profilo dell'area sviluppata (5); profilo dell'area espansa (6), linea di massimo spessore (7), sezioni di pala (8). La scala del disegno è scelta tra le seguenti: 1:1, 1:2, 1:2.5, 1:4, 1:5, 1:10. Nell'esempio utilizzato il passo è costante lungo i raggi esterni della pala, mentre si riduce verso la radice, come accade per una delle serie di eliche a quattro pale, più frequentemente utilizzate nel progetto iniziale di navi mercantili.

Il *profilo dell'area espansa di pala* e la *linea di massimo spessore* sono costruite nel modo seguente. Sulla destra del disegno viene tracciato un asse verticale, sul quale viene segnato il punto estremo dell'asse di pala e vengono tracciati i raggi di discretizzazione, sui quali sono riportate tre distanze nel sistema di coordinate curvilinee  $F$  a partire dall'asse: l'ascissa  $\xi_{le}$  del bordo d'ingresso, l'ascissa  $\xi_{te}$  del bordo di uscita e l'ascissa  $\xi_{tm}$  della linea di massimo spessore, calcolate rispettivamente secondo le formule

$$\xi_{le} = \bar{c}_S R + 0.5 \bar{c} R \quad ; \quad \xi_{te} = \bar{c}_S R - 0.5 \bar{c} R \quad ; \quad \xi_{tm} = \tilde{\xi}_{tm} \cdot 0.5 \bar{c} R \quad (2.15)$$

I punti ottenuti sono uniti con linee avviate, ottenendo così il disegno del profilo di pala espansa. Il profilo dell'area espansa di pala è spesso rappresentato insieme alle sezioni cilindriche. La sezione ad un certo raggio, note le funzioni  $F_c$ ,  $F_t$ , ed i parametri  $f_m$  e  $t$ , viene costruita dopo avere calcolato le ordinate secondo la formula (2.13). Lo spessore e le ordinate sono riportati perpendicolarmente alla corda. Per ottenere un disegno corretto delle sezioni intorno ai bordi di ingresso e di uscita, occorre utilizzare i valori standard dei raggi di curvatura dei cerchi ai bordi. Quando il disegno viene effettuato all'elaboratore sulla base della rappresentazione matematica della superficie di pala, i raggi di curvatura non vengono inputati, poichè sono determinati nel processo di avviamento ed approssimazione delle funzioni  $F_t$  dipendenti da  $\tilde{\xi}$ . Ad ogni raggio la funzione  $F_t$  dovrà perciò essere tabulata per i suddetti sedici punti della corda.

L'*area sviluppata* di pala (Fig. 2.9b), ossia la sua proiezione sul piano del disco-elica, viene costruita nel modo seguente. Dal punto  $O_1$ , corrispondente all'asse dell'elica del profilo espanso, lungo la linea orizzontale corrispondente, viene riportato il valore  $P(r)/2\pi$ , per convenzione in direzione opposta al senso di rotazione dell'elica, ossia a sinistra per le eliche destrorse, e viceversa. Se il passo dell'elica è variabile in direzione radiale, tale costruzione va effettuata per ogni sezione di discretizzazione. Dal punto  $P_1$ , ottenuto in questo modo, viene tracciata una retta passante per il punto di intersezione  $C_1$  dell'asse dell'elica con la corda della sezione considerata. Nella zona del bordo di entrata, vengono disegnate due linee tangenti al profilo di pala, una parallela e l'altra perpendicolare alla retta  $P_1C_1$ . Il tratto di retta, indicata con  $h_1$  in Figura 2.9b, è la distanza assiale dal punto di tangenza al piano del disco-elica, mentre  $l_1$  è la distanza dal punto di tangenza all'asse di pala sulla proiezione normale misurata lungo l'arco di cerchio che, a sua volta, è la proiezione della corda della sezione considerata sul piano del disco-elica. Ciò deriva dalla similitudine tra il triangolo del passo ed il triangolo rettangolo di cateti  $h_1$  ed  $l_1$ . In maniera analoga si ricavano le distanze  $h_2$  ed  $l_2$  per il bordo di uscita della sezione considerata. Per ricavare il disegno di pala nella sua proiezione normale, viene tracciato dal punto  $O$ , origine dell'asse dell'elica, un arco circolare di raggio pari a quello della sezione considerata. Se si indica con  $C$  il punto di intersezione dell'asse di pala con il raggio considerato, si ricava il punto  $B'$  imponendo che la lunghezza dell'arco  $CB'$  sia uguale al valore  $l_1$  ricavato in precedenza. La posizione precisa del punto sull'arco considerato può essere ricavato con un metodo grafico, se è  $A_E/A_0 < 0.7$ , o, qualunque sia il valore di  $A_E/A_0$ , con un metodo grafico-analitico. Il *metodo grafico* richiede che lungo la linea orizzontale passante per  $C$  venga tracciato un segmento pari a  $l_1/4$ . Dal punto così ricavato, e considerato come un centro, viene disegnato un arco di raggio  $3l_1/4$ , così che il punto di intersezione tra questo arco e l'arco di base corrispondente alla corda della sezione fornisce il punto cercato  $B'$ . Il *metodo grafico-analitico* richiede che venga tracciata dal punto  $O$  una retta inclinata di un angolo pari

a  $57.3l_1/\bar{r}$  gradi rispetto all'asse di pala. Il punto di intersezione di questa retta e dell'arco di base fornisce il punto cercato  $B'$ . Per un'elica destrorsa questo punto corrisponde al bordo di entrata. Il punto  $A'$ , corrispondente al bordo di uscita per un'elica destrorsa, può essere ricavato in maniera analoga. I punti ottenuti in questo modo a diversi raggi sono uniti con una curva avviata, ottenendo così il disegno del profilo dell'area sviluppata di pala. Va osservato che i punti corrispondenti dell'area sviluppata e quelli del profilo dell'area espansa giacciono su diversi livelli orizzontali del disegno.

Il profilo dell'*area proiettata* viene ottenuto congiungendo i punti  $A$  e  $B$  ricavati dai corrispondenti punti  $A'$  e  $B'$  ad ogni raggio. Per ottenere il punto  $B'$  è sufficiente tracciare la retta orizzontale passante per  $B$  e tracciare dal punto  $P$  equivalente al punto  $P'_1$  della Figura 2.9c, la normale che individua sull'asse di pala il punto  $O$ . L'arco di cerchio di raggio  $O'C$  interseca l'orizzontale per  $B'$  nel punto voluto  $B$ , che è il bordo di ingresso del profilo di area proiettata al raggio considerato.

La *proiezione longitudinale di pala* (Fig. 2.9a), ossia la proiezione su un piano passante attraverso l'asse dell'elica e l'asse della pala, viene costruita nel modo seguente. Sul lato sinistro del disegno viene tracciata la retta verticale coincidente con l'asse reale della pala. La posizione dell'asse dell'elica  $O_2$  è segnata sullo stesso livello orizzontale, come è stato fatto per la proiezione normale. Volendo ora costruire il punto  $B_2$  sulla vista laterale, dal punto  $C$  viene tracciata una linea ausiliaria orizzontale fino a farla intersecare con l'asse di pala nella vista di fianco nel punto  $C_3$  e con la *generatrice di pala* nel punto  $C_2$ . L'angolo tra la generatrice e l'asse dell'elica è detto 'angolo di rake'; esso può variare tra  $0^\circ$  e  $15^\circ$ .

Dal punto  $C_2$  sulla generatrice viene disegnato, lungo la linea orizzontale, un segmento di lunghezza  $h_2$ , ottenendo il punto  $D$ , la cui perpendicolare individua sulla retta congiungente  $A$  con  $A'$  il punto  $A_2$ , che corrisponde al punto del profilo longitudinale di pala, ossia alla posizione più elevata della sezione nella proiezione sulla vista longitudinale durante la rotazione dell'elica. Analogamente viene ricavato il punto  $B_2$ , intersecando la retta verticale tracciata dal punto  $G$ , distante  $h_1$  da  $C_2$ , con la linea ausiliaria orizzontale disegnata passante per il punto  $B'$ . Unendo con una curva avviata i punti ottenuti in questo modo per tutte le sezioni considerate, viene determinato infine il profilo proiettato di pala nella vista laterale. I punti del profilo di pala, che restano al di fuori della vista laterale di pala, sono uniti con linee tratteggiate e rappresentano il profilo totale di pala. Per disegnare la sezione di pala virtuale lungo la linea di massimo spessore, vengono disegnati sulla destra, per ogni sezione, dalla linea generatrice i valori dello spessore massimo. I punti ottenuti sono uniti con una curva avviata; viene ombreggiata la zona ottenuta tra questa linea e la generatrice di pala. Lo spessore massimo all'apice di pala non è nullo, ma viene regolato dai Registri di Classifica, così come gli spessori a diversi raggi. Di norma, non viene disegnata la linea di intersezione della superficie di pala con il mozzo. La transizione alla radice di pala è disegnata solamente lungo la linea dei massimi spessori.

Molte volte gli sviluppi delle sezioni cilindriche vengono riportati sul *piano orizzontale*, quando l'elica deve essere preparata, dopo una fusione grossolana, mediante una macchina sagomatrice, come avviene per i modelli di eliche da provare nelle vasche sperimentali e nelle gallerie di cavitazione. In questo caso, il disegno, oltre a dare la vera proiezione delle spire, rappresenta anche la proiezione orizzontale dello sviluppo della pala.

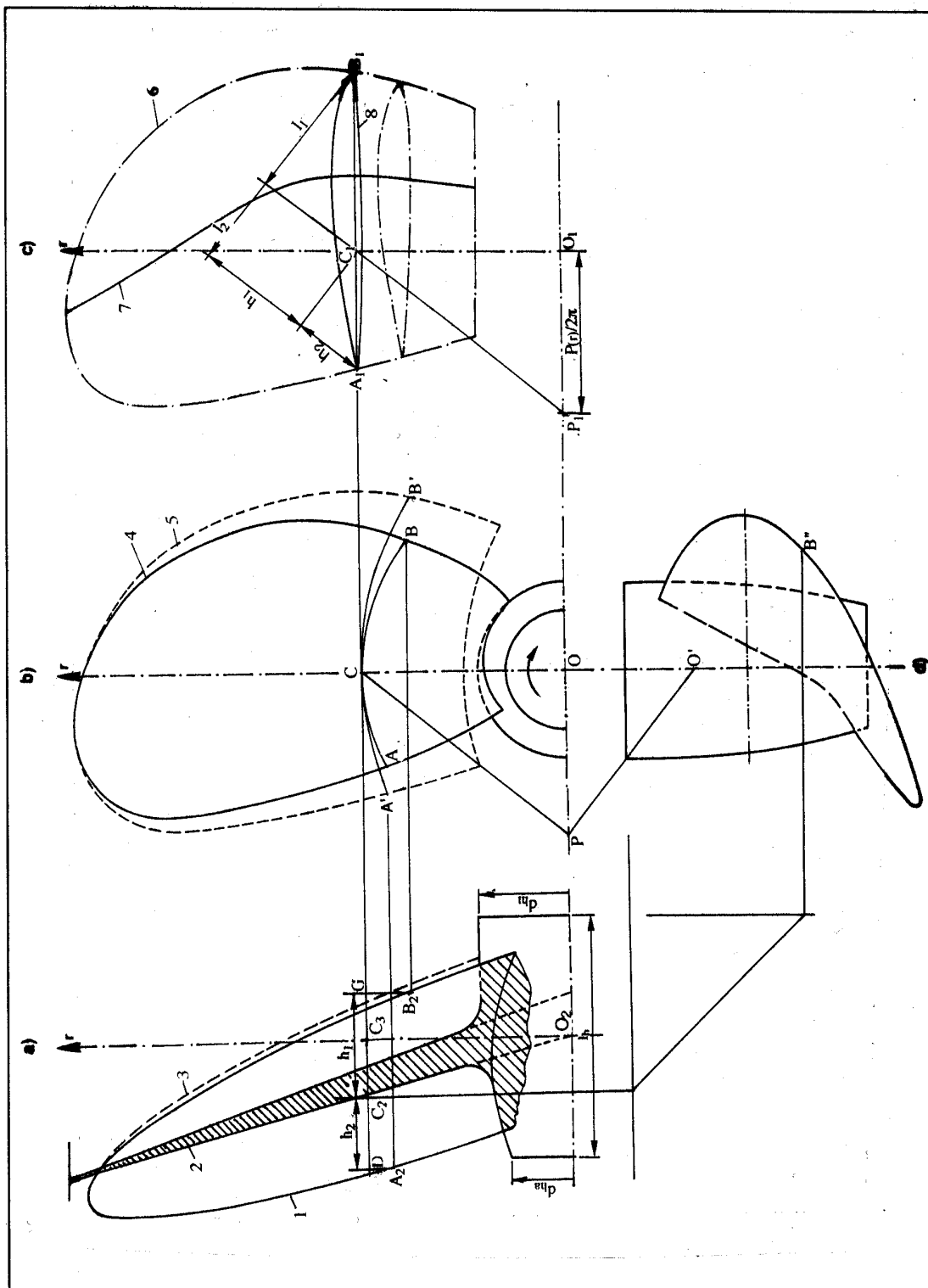


Figura 2.9. Piano sagomatore dell'elica

Negli ultimi decenni, hanno trovato vasta applicazione le eliche con elevato 'skew'. Se la generatrice fosse mantenuta rettilinea, come avviene di solito per pale simmetriche o leggermente asimmetriche, l'apice di pala presenterebbe la indesiderata forma 'a cucchiaio'. Allo scopo di ridurre tale conformazione, è possibile variare lo 'skew' delle sezioni più esterne e delle sezioni alla radice, rispettivamente riducendo ed aumentando  $x_R$ . In tal modo la generatrice di pala assume una forma curvilinea, per cui risulta accresciuto l'ingombro globale della pala in senso assiale. Per ridurre tale ingombro per un'elica con elevato 'skew', è possibile progettare la forma delle pale in modo tale che i centri di tutte le corde siano sistemate entro il disco-elica. A partire da questa condizione, lo 'skew' di ogni sezione può essere ricavato da  $x_R = |-c_S \cdot \sin \varphi|$ .

## Capitolo 3

# Teorie classiche dell'elica

Sotto il nome di teorie dell'elica sono riuniti gli sviluppi teorici di diversi *modelli matematici* che descrivono il meccanismo d'interazione tra l'elica ed il fluido circostante. Vengono qui presentate le *teorie classiche* allo scopo di fornirne i fondamenti ed in quanto costituiscono la base per la comprensione delle *teorie vorticali*. Tra l'altro, le teorie classiche forniscono uno strumento valido per capire il modo di funzionamento dell'elica navale senza dovere ricorrere a formulazioni matematiche complesse.

### 3.1 Evoluzione delle teorie dell'elica

Fra i mezzi propulsivi meccanici l'elica è quella che ha trovato maggiore utilizzo in campo navale. La spiegazione del modo in cui un'elica agisce ha seguito storicamente due linee di pensiero indipendenti, riassumibili in due teorie principali: la *teoria impulsiva* e la *teoria dell'elemento di pala*, che vanno fatte precedere dalla *teoria del regresso*, la quale spiega l'azione dell'elica in maniera elementare mediante il semplice, ma fuorviante principio della vite e della madre vite. La successiva teoria vorticale, la quale presuppone che la portanza di un profilo sia dovuta alla circolazione che si instaura intorno al suo perimetro, può essere considerata come un'estensione della teoria impulsiva combinata con la teoria dell'elemento di pala.

La *teoria impulsiva* fu enunciata per la prima volta da Rankine (1865), estesa da Greenhili (1888) e completata da R.E. Froude (1889, 1892). Essa spiega la generazione della spinta sulla base della variazione della quantità di moto prodotta dal generico propulsore nel fluido circostante. Basata su principi fisici corretti, tale teoria consente di derivare alcune informazioni del tutto generali circa il rendimento ideale dell'elica ed il campo di velocità media intorno all'elica. Purtroppo, poiché non considera le caratteristiche geometriche del propulsore, schematizzato semplicemente come un *disco attuatore* il cui unico scopo è quello di trasmettere energia al fluido, tale teoria non fornisce alcuna indicazione utile sulla geometria dell'elica necessaria a produrre la spinta richiesta. La prima formulazione della teoria non includeva l'effetto della rotazione che il propulsore imprime al fluido; tale effetto fu introdotto da Betz (1919).

La *teoria dell'elemento di pala* permette di calcolare le forze di portanza e di resistenza agenti su un numero discreto di sezioni di pala, e ricava la spinta integrando la distribuzione di queste



forze lungo il raggio di pala dell'elica. Sebbene tale teoria fosse stata introdotta da W. Froude fin dal 1878, il suo sviluppo è dovuto a Drzewiecki (1920), il quale nel suo libro 'Teoria Generale dell'Elica', ne fornì l'esposizione più completa. Essa permette di derivare le forze sviluppate su una pala in base alle caratteristiche aerodinamiche delle sezioni di pala. Il limite maggiore di questa teoria deriva dalla modalità di calcolo delle caratteristiche degli elementi costituenti le pale. Non vengono presi in considerazione né gli aspetti relativi all'influenza della curvatura di ogni elemento di pala sulle forze e sui momenti che lì si sviluppano, né gli effetti prodotti dall'interferenza tra le pale, né l'influenza delle velocità indotte.

D'altra parte, queste due teorie risultavano inconciliabili per alcuni aspetti, tra i quali la definizione del rendimento. Secondo la teoria impulsiva il rendimento dell'elica ha un limite superiore che varia con il carico; la teoria dell'elemento di pala è capace di prevedere gli effetti di variazione di forma dell'elica, ma ammette che il rendimento possa essere unitario. La spiegazione di queste differenze non fu chiara finché Betz e Prandtl non applicarono il teorema della circolazione di Kutta-Žoukovsky, individuando l'*interrelazione tra la variazione della quantità di moto nel fluido e le forze agenti sugli elementi di pala*. Questo nuovo modo di modellare fisicamente il fenomeno fu affrontato per la prima volta da Lanchester nel 1907. Egli comprese che le pale sviluppano vortici liberi, generando in tal modo le *velocità indotte*, per le quali purtroppo si tardò molto a trovare una soluzione matematica che permettesse di calcolarle. Durante i primi decenni del XX secolo i metodi progettuali si basavano su una combinazione delle due teorie suddette.

Il primo modello matematico di funzionamento di un'elica secondo la teoria della circolazione, e più precisamente secondo la *teoria della linea portante*, fu proposto da Prandtl nel 1918. Il flusso dietro l'elica fu modellato come quello prodotto da 'fogli' di vortici rigidi uscenti dalla pala con velocità assiale costante. Nell'anno successivo Betz determinò la condizione di minima perdita di energia (*elica ottimale*) che, pur trascurando la viscosità, consentiva di ottenere la migliore distribuzione di spinta sulla pala nell'ipotesi che il numero di pale fosse infinito. In appendice al suo famoso lavoro, Prandtl sviluppò un metodo di calcolo della distribuzione di circolazione, che venne sottoposta ad ulteriore correzione, in quanto basata su una teoria bidimensionale, e che teneva conto del numero finito di pale. Una soluzione più esatta fu fornita nel 1929 da Goldstein, il quale determinò il campo delle velocità indotte dall'elica integrando l'equazione di Laplace. Per potere utilizzare la teoria della linea portante nel progetto dell'elica, introdusse i cosiddetti *fattori di Goldstein*, i quali definiscono la relazione tra la distribuzione di circolazione di un'elica con un numero finito e quella con un numero infinito di pale. Valori più esatti di tali fattori furono forniti in seguito da Tachmindji e Milan (1950). A quel punto, l'utilizzo della teoria trovò applicazione nel progetto di eliche con distribuzione ottimale di circolazione e velocità uniforme del flusso. Poco dopo Lerbs (1942) pubblicò un metodo progettuale per le eliche navali ancora basato sulla teoria vorticale, ma applicabile anche ai casi nei quali la distribuzione di circolazione fosse arbitraria ed il flusso incidente fosse variabile, ossia al caso di un'elica adattata ad un campo di scia non omogeneo. Propose tra l'altro un differente metodo di calcolo delle velocità indotte, la cui formulazione fu derivata dalla legge di Biot-Savart utilizzando i *fattori di induzione* di Strecheletzky (1950).

La teoria della linea portante, che modella la pala con una linea in cui la circolazione varia lungo il raggio, non include l'influenza della terza dimensione, ossia la lunghezza delle corde delle sezioni. Per superare questa difficoltà fu formulata una teoria più adeguata, ossia la *teoria della superficie portante*. Prima dell'avvento dei computers, l'utilizzo di questa teoria nel progetto di eliche era praticamente impossibile a causa della enorme mole di calcoli necessari. I primi ad utilizzarla furono Ludwig e Ginzler (1944), che pubblicarono i valori dei fattori di correzione, per effetto di superficie portante, prodotti dalla curvatura delle sezioni. Poiché le eliche progettate mediante la teoria della linea portante producevano una spinta insufficiente, Lerbs comprese che era necessario correggerne il passo per tenere conto dell'effetto della tridimensionalità della superficie di pala.

Lo sviluppo della teoria della superficie portante ha seguito dopo il 1950 due filoni. Nel primo, la distribuzione di *circolazione* lungo la corda di un profilo portante è ricavata a partire dalla determinazione dell'intensità dei *vortici concatenati* allocati in punti differenti del profilo. Le linee dei vortici concatenati formano un 'foglio' dal quale si diffondono i *vortici liberi*: i metodi di Gullioton, Strečelezky, Kerwin ed English appartengono a questo gruppo. Il secondo approccio parte da una distribuzione continua dei vortici concatenati rappresentabile analiticamente: i lavori, tra gli altri, di Ludwig e Ginzler, Pien, Sparenberg e Yamazaki utilizzano questa modellazione.

## 3.2 Teoria del regresso

È logico pensare che l'idea madre delle eliche attuali sia stata quella di sviluppare una vite che avanzasse nell'acqua somministrando una certa spinta grazie al momento torcente ricevuto da una qualche energia motrice. Le prime eliche, a partire da quella di Ressel, avevano la forma di una vite. La faccia attiva assomigliava quasi sempre ad una superficie elicoidale, mentre il dorso aveva il solo scopo di fornire una resistenza meccanica adeguata.

È noto che un corpo immerso trascina nel suo moto una certa quantità di fluido circostante (strato limite). Questo fa sì che a poppa la scia segue la nave con una velocità diversa dalla velocità nave, detta velocità di scia  $V_w = V \cdot w$ . Il propulsore lavora perciò in un campo di velocità variabili il cui valore medio, detto *velocità d'avanzo*  $V_A$  dell'elica, è di norma inferiore alla velocità nave  $V$ . Il legame tra queste due velocità viene definito introducendo il coefficiente  $w$ , detto *frazione di scia*, mediante la relazione

$$V_A = V - V_w = V(1 - w)$$

La composizione delle velocità assiali, illustrata in Figura 3.1, mostra, tra l'altro, le relazioni tra le suddette velocità.

Se l'elica agisce in un fluido a riposo ruotando con velocità unitaria  $n$ , dovrebbe avanzare con una velocità assiale  $nP$  come una vite nella madre vite, dove  $P$  è il passo effettivo dell'elica, mentre la velocità apparente rispetto ad un osservatore fisso a terra risulta essere  $V$ . Questa differenza nel moto di avanzamento è detta regresso.

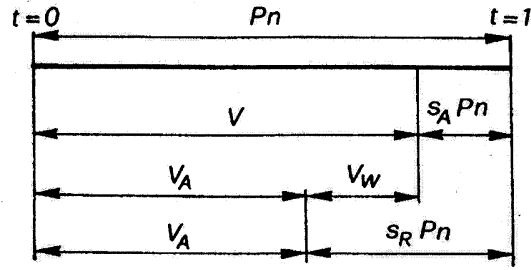


Figura 3.1. Relazioni tra velocità assiali

Si produce pertanto un *regresso apparente*  $s_A$  definito mediante l'espressione

$$s_A = \frac{nP - V}{nP} = 1 - \frac{V}{nP} \quad (3.1)$$

Tenendo conto che la velocità relativa del fluido rispetto al disco-elica è  $V_A$ , si definisce il *regresso reale*  $s_R$  come

$$s_R = \frac{nP - V_A}{nP} = 1 - \frac{V_A}{nP} \quad (3.2)$$

Si ha, quindi, una velocità di regresso  $nP - V_A$ , con conseguente accelerazione retrograda impartita al fluido, la quale genera una spinta  $T$ . Ne consegue che il lavoro utile realizzato dal propulsore è  $T \cdot V_A$ , mentre il lavoro speso vale  $T \cdot nP$ . Il *rendimento* del propulsore è pertanto esprimibile come

$$\eta = \frac{T \cdot V_A}{T \cdot nP} = \frac{V_A}{nP} = 1 - s_R \quad (3.3)$$

Ne deriva che il rendimento del propulsore aumenta man mano che diminuisce il regresso reale. In particolare, assume il valore  $\eta = 0$  per  $s_R = 1$ , ossia quando è  $V_A = 0$  (elica a punto fisso). Assume il valore  $\eta = 1$  per  $s_R = 0$ , ossia per  $nP - V_A = 0$  (elica che avanzerebbe come una vite nella madre vite); in questo caso, se venissero trascurate le forze di attrito, l'elica sarebbe un perfetto trasformatore di energia meccanica.

### 3.3 Teoria impulsiva assiale

In generale tutti i dispositivi utilizzati per fare avanzare le navi ottengono la spinta necessaria accelerando il fluido nel quale operano. Sono assimilabili a macchine a reazione che, investite dal fluido ad una certa velocità, lo accelerano a poppavia.

La *teoria impulsiva*, detta anche teoria della variazione della quantità di moto, è utilizzata per descrivere l'azione di un'elica 'ideale'. In tale teoria, introdotta da Rankine e da R.E. Froude, l'elica fisica è sostituita da un disco permeabile (*disco attuatore*), la cui unica caratteristica geometrica è l'area del disco  $A_0$  (trascurando, quindi, il passo, il numero di pale, il numero di giri, ecc.). Il disco attuatore causa un brusco salto uniforme di pressione,  $\Delta p$ , al fluido che lo attraversa, incrementandone la quantità di moto. È ignorato il meccanismo fisico grazie al

quale si ha il salto di pressione. Il fluido accelera e, per effetto di reazione, conformemente alle leggi di moto della meccanica newtoniana, si genera una forza di *spinta* che l'elica trasmette alla nave.

Nella sua forma più semplice, la teoria della quantità di moto applicata ad un'elica si basa sulle ipotesi seguenti:

- il fluido è non-viscoso, stazionario ed incompressibile (fluido ideale), per cui non esistono perdite di energia dovute a resistenza viscosa;
- il dominio di fluido che agisce sull'elica è costituito da un tubo di flusso circolare coassiale con il disco attuatore; la sua area trasversale è assai maggiore dell'area del disco-elica; a valle dell'elica (*slipstream*), il tubo di flusso viene accelerato e contratto;
- l'elica è rappresentata mediante un disco attuatore, situato perpendicolarmente al tubo di flusso, che impartisce al fluido che lo attraversa un'accelerazione uniforme, così che anche la spinta generata è uniformemente distribuita sul disco senza causare rotazione nel tubo di flusso;
- a sufficiente distanza dietro e davanti al disco, la pressione in qualunque sezione è uguale a quella del flusso indisturbato.

È comprensibile che sia difficile immaginare il disco attuatore come rappresentativo di un'elica vera. Comunque, si vedrà che dal punto di vista del rendimento il disco attuatore è realmente il limite, in un fluido ideale, di un'elica con un numero infinito di pale, e velocità di rotazione infinita.

Il punto di partenza di tutta la trattazione è l'equazione del moto longitudinale, derivabile effettuando il bilanciamento della quantità di moto. Si consideri il disco-elica stazionario di area  $A_0$  immerso in un flusso uniforme entro un volume di controllo (Fig. 3.2), che si estende dalla sezione di area  $A_A$ , dove il fluido ha velocità uniforme  $V_A$  alla sezione  $A_S$ , dove la velocità è  $V_S$ , a valle del disco attuatore che ha area  $A_0$ .

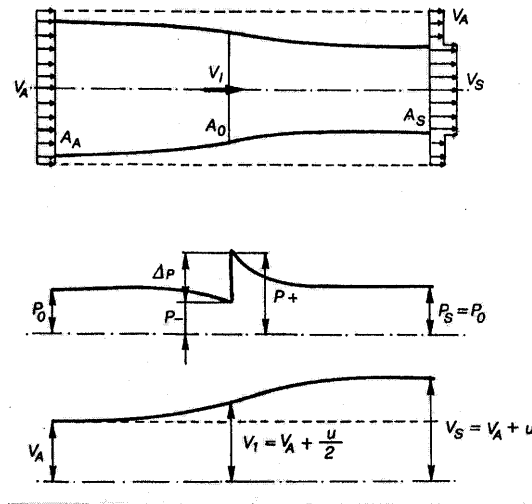


Figura 3.2. Modello del disco attuatore

La teoria si basa sulle ipotesi seguenti:

- l'area della sezione trasversale del tubo di flusso diminuisce con continuità lungo il volume di controllo;
- la velocità del flusso cresce dalla velocità d'avanzo  $V_A$  alla velocità  $V_S$  all'uscita del volume di controllo;
- la pressione diminuisce al crescere della velocità del fluido fino al propulsore, il quale causa un aumento di pressione che poi decresce fino ad un valore eguale a quello del flusso iniziale indisturbato;
- il disco attuatore ha un numero infinito di pale, ognuna di allungamento infinito.

Tenendo conto che la portata di fluido attraverso le facce della superficie di controllo è

$$Q = A_A V_A - (A_A - A_S) V_A - A_S V_S = A_S (V_A - V_S) \quad (3.4)$$

il trasporto della quantità di moto, in direzione dell'asse, attraverso il tubo di flusso è pari a  $\rho Q V_A$ , dove  $\rho$  è la densità del fluido.

Si ottiene pertanto che la quantità di moto che affluisce al disco nell'unità di tempo è

$$M_+ = \rho A_A V_A^2 + \rho A_S V_A (V_S - V_A)$$

mentre quella che ne esce è

$$M_- = \rho (A_A - A_S) V_A^2 + \rho A_S V_S^2$$

Ne deriva che la variazione della quantità di moto attraverso il disco-elica è pari a

$$\Delta M = M_- - M_+ = \rho A_S V_S^2 - \rho A_A V_A^2$$

Poiché, in base alla legge di Newton, la spinta  $T$  prodotta dal disco attuatore è pari alla variazione della quantità di moto del fluido nell'unità di tempo, ossia al prodotto della portata di flusso per la variazione di velocità, essa è esprimibile come

$$T = \Delta M = \rho A_0 V_1 (V_S - V_A) \quad (3.5)$$

in quanto, per il principio di conservazione, sono uguali i flussi di massa

$$\rho A_A V_A = \rho A_0 V_1 = \rho A_S V_S \quad (3.6)$$

La spinta del propulsore è funzione, quindi, della massa di fluido che attraversa il propulsore nell'unità di tempo e dell'incremento di velocità assiale del fluido prodotto a sufficiente distanza dietro l'elica. Va ribadito che questa variazione di velocità verso poppa può avvenire solamente se il tubo di flusso si contrae materialmente mentre attraversa il disco, ossia se è  $A_S < A_0 < A_A$ .

Poiché il disco attuatore genera una discontinuità nella distribuzione delle pressioni entro il fluido, la spinta dell'elica, ovvero la forza esercitata dall'elica sul fluido o forza di reazione, può essere espressa anche come

$$T = \int_{A_0} \Delta p \cdot dA_0$$

dove  $\Delta p$  è l'incremento totale di pressione tra le sezione d'ingresso e d'uscita del disco attuatore.

Per potere semplificare la trattazione matematica, si suppone che la variazione di pressione sia distribuita uniformemente sul disco attuatore, per cui si può scrivere

$$T = \Delta p \cdot A_0 \quad (3.7)$$

Definendo come *velocità indotta assiale* la velocità addizionale impartita al fluido dal disco attuatore, parallela all'asse dell'elica e positiva verso valle, e pari a

$$u_A = V_S - V_A \quad (3.8)$$

utilizzando il teorema di Bernoulli è possibile ricavare una relazione tra velocità d'avanzo, velocità sul piano del disco-elica e velocità indotta assiale, nonché formulare la spinta in funzione di queste velocità.

La legge di Bernoulli applicata tra due sezioni, delle quali una sia situata all'ingresso del tubo di flusso ed una immediatamente davanti al disco, fornisce

$$p_o + \frac{1}{2} \rho V_A^2 = p' + \frac{1}{2} \rho V^2 \quad (3.9)$$

dove  $p_o$  è la pressione statica sulla frontiera del tubo di flusso.

Se si applica la stessa legge tra altre due sezioni, una immediatamente dietro il disco dove si è già prodotto l'incremento di pressione  $\Delta p$ , e l'altra all'uscita del tubo di flusso, si ricava

$$p'' + \frac{1}{2} \rho V^2 = p_o + \frac{1}{2} \rho V_S^2 \quad (3.10)$$

Combinando le equazioni (3.9) e (3.10) si ottiene la relazione

$$\Delta p = p'' - p' = \frac{1}{2} \rho (V_S^2 - V_A^2) \quad (3.11)$$

che, sostituita nella formula (3.7), permette di ricavare la spinta totale sul disco attuatore come

$$T = \frac{1}{2} \rho A_0 (V_S^2 - V_A^2) \quad (3.12)$$

Eguagliando questo valore della spinta con quello dato dalla (3.5) si ottiene infine

$$V_1 = \frac{V_A + V_S}{2} \quad (3.13)$$

Questa formula stabilisce che la velocità assiale che attraversa il disco è pari alla media aritmetica di quelle esistenti in due punti situati a sufficiente distanza, uno all'infinito a monte e l'altro all'infinito a valle, entro il flusso d'acqua accelerato dal disco. Questa è senza dubbio una delle conclusioni più interessanti derivabili da questa teoria. In altri termini, si può affermare che metà dell'incremento di velocità del fluido attraverso il disco è ottenuta prima che il fluido raggiunga il disco, per effetto della diminuzione di pressione.

Il semplice disco attuatore è l'elica più ideale che si possa immaginare, così che il suo rendimento, detto *rendimento ideale*, e definito come rapporto tra la potenza utile  $P_T$  e la potenza assorbita  $P_D$ , rappresenta il limite superiore ottenibile teoricamente.

La potenza utile è la potenza spesa nel produrre una forza utile  $T$  alla velocità  $V_A$ . La potenza assorbita, trascurando gli effetti viscosi, è pari alla somma della potenza utile e delle perdite per energia cinetica nella scia, dovuta alla generazione della velocità indotta per effetto della formazione della spinta; è esprimibile come

$$P_D = T \cdot V_1 = T \cdot V_A + \frac{1}{2} \rho A_S V_S (V_S - V_A)^2$$

Alternativamente, la potenza assorbita può essere espressa mediante la sua eguaglianza con l'incremento di energia cinetica nel flusso a valle del disco come

$$P_D = \frac{1}{2} \rho A_S V_S (V_S^2 - V_A^2)$$

che, come è facilmente verificabile, è consistente con l'equazione precedente.

Il *rendimento ideale* di un'elica è il rapporto tra il lavoro utile prodotto dall'elica ed il lavoro speso dall'elica nel fluido; in base alle ipotesi assunte, può essere definito come

$$\eta_i = \frac{P_T}{P_D} = \frac{T \cdot V_A}{T \cdot V_1} = \frac{V_A}{\frac{V_A + V_S}{2}} = \frac{2}{1 + \frac{V_S}{V_A}} = \frac{V_A}{V_A + \frac{u_A}{2}} \quad (3.14)$$

dove l'ultimo passaggio è stato reso possibile grazie all'importante risultato che la perturbazione di velocità  $u_A$  a valle del disco attuatore è indipendente dal raggio  $r$  essendo  $\Delta p$  costante sul disco stesso.

Se si adimensionalizza la spinta rapportandola al prodotto della pressione dinamica per l'area del disco-elica, si introduce il concetto di *coefficiente di carico di spinta* come

$$C_T = \frac{T}{\frac{1}{2} \rho A_0 V_A^2} = \frac{\frac{1}{2} \rho A_0 (V_S^2 - V_A^2)}{\frac{1}{2} \rho A_0 V_A^2} = \frac{V_S^2 - V_A^2}{V_A^2} = \frac{u_A}{V_A} \left( 2 + \frac{u_A}{V_A} \right) \quad (3.15)$$

risolvendo rispetto al rapporto  $u_A/V_A$ , si ricava la relazione tra velocità indotta assiale e carico di spinta come

$$\frac{u_A}{V_A} = -1 + \sqrt{1 + C_T}$$

che, sostituita nella relazione (3.14), consente di ottenere, infine, il *rendimento ideale in funzione del coefficiente di carico* come

$$\eta_i = \frac{2}{1 + \sqrt{1 + C_T}} \quad (3.16)$$

La formula (3.16) è esatta, sebbene la semplice analisi basata sul bilanciamento dell'energia e della quantità di moto non consenta di quantificare il complesso flusso locale intorno al disco attuatore. È di grande importanza, in quanto fornisce il *limite superiore* del rendimento delle eliche reali. Risulta evidente che il rendimento ideale ha un limite superiore dipendente dal carico del propulsore. Se  $C_T$  è piccolo, e quindi lo è anche la velocità indotta rispetto alla velocità  $V_A$ , si è in presenza di un'elica leggermente caricata, mentre si passa ad eliche moderatamente e pesantemente caricate al crescere del coefficiente di carico di spinta.

Quanto detto indica che, per un valore determinato della spinta e per una certa velocità d'avanzo, si ottiene un rendimento tanto maggiore quanto minore è la velocità indotta; il che non è sempre valido nella realtà, dal momento che in questa teoria non si è tenuto conto di molti altri fattori.

L'equazione del rendimento ideale dell'elica è basata sull'ipotesi che il flusso che attraversa il disco-elica sia senza attrito e irrotazionale. Ma a causa della viscosità del fluido, delle perdite rotazionali e di altre perdite, il rendimento di un'elica reale è approssimativamente dal 17% al 20% minore del rendimento ideale.

### 3.4 Teoria impulsiva assiale e tangenziale

Per potere generalizzare il concetto di disco attuatore in maniera da giustificare l'esistenza di velocità tangenziali nel fluido, occorre supporre che il disco, oltre ad indurre una variazione di pressione  $\Delta p$ , sia capace di produrre una variazione del momento della quantità di moto nel fluido che lo attraversa. Si avrà in tal modo la forma idealizzata dell'elica, che verrà ripresa più compiutamente trattando diffusamente la teoria dell'elica ideale.

Si faccia riferimento allo stesso tubo di flusso considerato nella teoria impulsiva assiale. Sia  $I_0$  il momento d'inerzia della massa di fluido  $\rho A_0 V_1$  che attraversa il disco nell'unità di tempo, e si supponga che l'elica ruoti con velocità angolare uniforme  $\omega$ . Si ipotizzi, inoltre, che il disco attuatore avanzi entro il fluido alla velocità  $V_1$ , esercitandovi una spinta  $T$  ed un momento  $Q_1$ , che costituisce una parte del momento torcente assorbito  $Q$ . Poiché il fluido è ideale, non può esistere alcun'altra azione tangenziale sul fluido tranne quella generata dalla superficie di discontinuità costituita dal disco attuatore.

Il teorema della variazione del momento della quantità di moto permette di stabilire la parte  $Q_1$  del momento torcente  $Q$  che si trasmette al fluido come momento angolare

$$Q_1 = I_S \omega_S \quad (3.17)$$

dove  $I_S$  è il momento d'inerzia della massa di fluido  $\rho A_S V_S$  nella sezione di uscita del tubo di flusso e  $\omega_S$  è l'incremento di velocità angolare del fluido nella stessa sezione; si ipotizza, inoltre, che la velocità angolare del fluido sia nulla all'infinito a monte.

Se il propulsore ruota con velocità angolare  $\omega$  esercitando sul fluido un momento torcente  $Q$ , assorbe un'energia pari a  $Q\omega$ . In base al principio di conservazione dell'energia, questo lavoro motore deve essere pari alla somma del lavoro utile e di tutte le perdite causate dalla dissipazione dell'energia cinetica di rotazione nel fluido, per cui si può scrivere

$$Q\omega = T \cdot V_A + Q_1 \omega_T = T \cdot V_A + I_S \omega_S \omega_T \quad (3.18)$$

dove il termine  $\omega_T$  indica l'incremento di velocità angolare del fluido quando questo attraversa il disco attuatore.



Per calcolarlo è sufficiente applicare il principio di conservazione del momento della quantità di moto entro il tubo di flusso, ottenendo

$$I_S \omega_S = I_0 \omega_T \implies \omega_T = \omega_S \frac{I_S}{I_0} \quad (3.19)$$

dove i momenti d'inerzia  $I_0$  e  $I_S$  sono determinabili facilmente conoscendo  $A_0$  e  $A_S$ . Poiché le sezioni del tubo di flusso variano poco tra il piano del disco-elica ed un piano immediatamente a poppavia di questo, nell'attraversare il disco la velocità angolare del fluido passa bruscamente dal valore nullo ( $\omega_A = 0$ ) al valore quasi massimo  $\omega_T$  sulla faccia.

Sostituendo l'equazione (3.19) nella (3.18) si ricava la relazione

$$Q \omega = T \cdot V_A + I_0 \omega_T^2$$

dalla quale si deduce la *velocità angolare indotta* come

$$\omega_T = \sqrt{\frac{Q \omega - T \cdot V_A}{I_0}} \quad (3.20)$$

Il *rendimento ideale* dell'elica ideale che avanza a velocità  $V_A$  e ruota con velocità angolare  $\omega$  vale quindi

$$\eta_i = \frac{T \cdot V_A}{Q \omega} = \frac{V_A}{V_A + u_A/2} \cdot \frac{\omega - \omega_T}{\omega} \quad (3.21)$$

Dall'equazione (3.21) si può dedurre che per effetto della velocità angolare indotta nel fluido entro il tubo di flusso a valle dell'elica si ha perdita per energia rotazionale; in altri termini, a causa del cosiddetto rendimento periferico, si ha un'ulteriore perdita di rendimento, per cui l'*elica ideale* ha un rendimento inferiore a quello del disco attuatore.

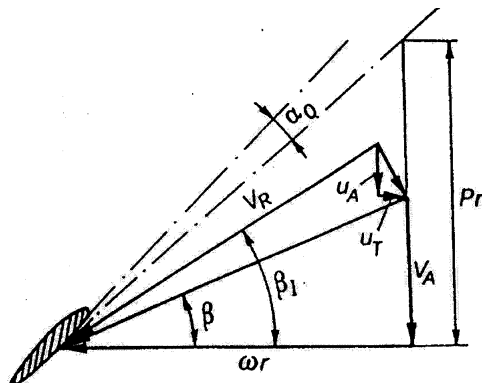


Figura 3.3. Triangolo di velocità

Il triangolo di velocità ad un generico raggio  $r$  di pala è quello riportato in Figura 3.3, nel quale anziché le velocità angolari vengono riportate le velocità lineari  $\omega r$  e  $u_T = \omega_T \cdot r$ . La formula del rendimento ideale può essere scritta allora come

$$\eta_i = \frac{V_A}{\omega r} \cdot \frac{\omega r - u_T}{V_A + u_A/2} \quad (3.22)$$

## 3.5 Applicazioni della teoria impulsiva assiale

L'utilità della teoria impulsiva è notevole poiché permette di spiegare il principio di funzionamento di diversi tipi di propulsore, quali, ad esempio, l'elica intubata ed il propulsore a getto, che sono di grande interesse pratico nella propulsione navale. Va sottolineato che questa teoria è corretta solamente per propulsori moderatamente caricati.

### 3.5.1 Elica intubata

L'elica intubata consiste in un'elica racchiusa da un mantello, la cui sezione longitudinale ha la forma di un profilo alare. Il mantello è più spesso accelerante; talvolta decelerante.

In un sistema elica–mantello l'elica modifica drasticamente il campo di pressione che agisce sul mantello accelerante, al punto da far sì che il mantello generi una spinta positiva in direzione del moto. Anche allo scopo di evitare le complessità delle non-linearità dovute all'interazione tra elica e mantello, risulta particolarmente produttivo ricorrere alla classica teoria impulsiva.

Il sistema elica–mantello viene considerato come un disco attuatore, per cui i fondamenti teorici sono del tutto analoghi a quelli di un'elica libera. Purché il tubo di flusso incidente sia coassiale con l'elica ed il mantello, la spinta totale prodotta dal sistema elica–mantello viene data dalla variazione della quantità di moto della massa totale del fluido che lo attraversa. Nonostante sia ottenibile dalla formula (3.5), è più conveniente esprimere la spinta in funzione dei parametri della sezione di uscita del classico tubo di flusso come

$$T = \rho A_S V_S (V_S - V_A) \quad (3.23)$$

Da un punto di vista fisico, il valore della spinta prodotta dall'elica è data dal prodotto tra l'area del disco e l'incremento di pressione fornito al fluido. In questo caso, tuttavia, tale valore non sarà uguale a quello dato dalla formula (3.5), poiché la variazione della quantità di moto viene ora prodotta dall'azione combinata del disco attuatore e del mantello. Indicando con  $T_p$  la spinta del disco attuatore e con  $T_d$  quella del mantello, che viene supposta indipendente dalla sua forma, la spinta totale del sistema elica–mantello è il risultato della loro somma

$$T = T_p + T_d \quad (3.24)$$

che, applicando la legge di Bernoulli come nel caso del solo disco attuatore, è pari a

$$T_p = \Delta p \cdot A_0 = \frac{1}{2} \rho A_0 (V_S^2 - V_A^2) \quad (3.25)$$

Se si definisce il coefficiente  $\tau$  come rapporto tra la spinta del disco attuatore e la spinta totale dell'elica intubata

$$\tau = \frac{T_p}{T} = \frac{\frac{1}{2} \rho A_0 (V_S^2 - V_A^2)}{\rho A_S V_S (V_S - V_A)} = \frac{A_0 (V_S + V_A)}{2 A_S V_S} \quad (3.26)$$

e se si suppone che la luce tra il disco ed il mantello sia trascurabile, per il principio di conservazione di massa vale ancora

$$A_S V_S = A_0 V_1$$

per cui l'equazione (3.26) si trasforma nella relazione

$$\tau = \frac{V_S + V_A}{2V_1} \quad (3.27)$$

Per un *mantello accelerante* (Fig. 3.4a), all'uscita il tubo di flusso è normalmente cilindrico per cui è  $A_0 = A_S$  e  $V_1 = V_S$ , per cui risulta essere

$$V_1 > \frac{V_S + V_A}{2} \implies \tau < 1$$

Se il coefficiente di carico  $C_T$  mantiene la definizione data nel caso del disco attuatore, in base alla relazione (3.26) la sua espressione è derivabile come

$$C_T = \frac{T}{\frac{1}{2}\rho A_0 V_A^2} = \frac{T_p}{\frac{1}{2}\rho A_0 V_A^2 \tau} \quad (3.28)$$

Tale relazione permette di dedurre come, nel caso di un mantello accelerante, per uno stesso valore  $C_T$  del sistema propulsivo, quello proprio dell'elica considerata isolatamente entro il mantello è minore e, di conseguenza, il rendimento dell'elica stessa risulta maggiore. Allo stesso tempo, a parità di diametro diminuisce la velocità indotta assiale e, quindi, diminuiscono le perdite dovute all'incremento di velocità.

Per un *mantello decelerante* (Fig. 3.4b) risulta essere  $\tau > 1$  dal momento che è

$$V_1 < \frac{V_S + V_A}{2}$$

ed il rendimento dell'elica intubata, considerata isolatamente entro il mantello, risulta minore di quello dell'elica libera equivalente.

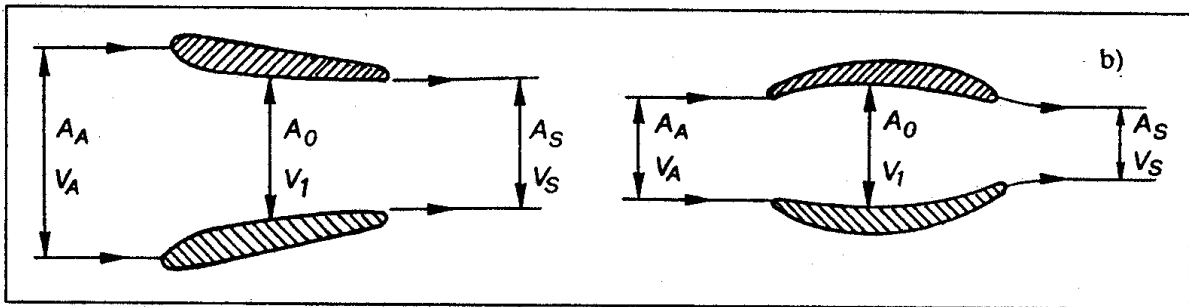


Figura 3.4. Tipi di mantello per eliche intubate

Poiché il rendimento del sistema propulsivo (elica + mantello) è dato da

$$\eta_i = \frac{P_T}{P_D} = \frac{V_A}{V_A + u_A/2} \quad (3.29)$$

eguagliando i valori di  $T_p$  derivabili dalle equazioni (3.26) e (3.28) si ricava il valore della velocità indotta assiale come

$$u_A = V_A (\sqrt{1 + \tau C_T} - 1)$$

per cui, in base alla relazione (3.14), il rendimento ideale dell'elica intubata vale

$$\eta_i = \frac{2}{1 + \sqrt{1 + \tau C_T}} \quad (3.30)$$

L'utilizzo del mantello accelerante è consigliabile quando l'elica sia molto caricata e/o quando il diametro del propulsore sia limitato per ragioni di spazio e/o di bassa immersione nave. I suoi vantaggi scemano quando l'elica è moderatamente caricata, ossia quando la velocità nave tende a divenire elevata, in quanto la resistenza propria del mantello risulta essere spesso maggiore dell'aumento di spinta che è in grado di produrre.

Il mantello decelerante, che serve ad aumentare la pressione statica sul propulsore, produce una spinta negativa, ha lo scopo primario di ritardare l'innesco della cavitazione. Fu utilizzato in qualche nave militare e su qualche nave speciale, allo scopo di ridurre il livello di rumore.

### 3.5.2 Propulsore a getto

Per concludere l'esame delle applicazioni della teoria impulsiva assiale, viene esaminato il propulsore a reazione per eccellenza, ossia il *propulsore a getto*. A partire dai primi anni '90. il suo utilizzo si è esteso notevolmente nelle applicazioni su navi ed imbarcazioni ad alta velocità, soprattutto quando tenderebbero a manifestarsi effetti indesiderati - soprattutto di natura cavitativa - tanto sulle eliche quanto sugli alberi portaelica e su altre appendici.

La Figura 3.5 mostra lo schema di un propulsore di questo tipo, nel quale l'acqua viene aspirata dall'esterno da una pompa assiale mossa direttamente dal motore principale, per poi essere accelerata e scaricata a poppavia come un getto a velocità più elevata. La strozzatura sul mantello di sbocco trasforma l'eccesso di energia di pressione del fluido in ulteriore energia cinetica.

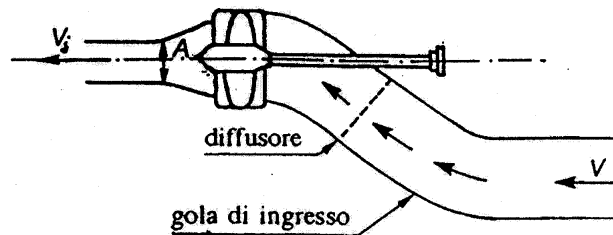


Figura 3.5. Schema del propulsore a getto

Un processo identico a quello descritto per il disco attuatore nella teoria impulsiva assiale porta alla generazione di una spinta  $T$ , prodotta dalla variazione della quantità di moto nell'unità di tempo, pari a

$$T = \rho AV_j (V_j - V) \quad (3.31)$$

dove  $A$  e  $V_j$  sono la sezione e la velocità del getto all'uscita del mantello di sbocco, e dove  $V$  è la velocità del fluido all'ingresso del propulsore a getto, assunta pari, il che è quasi esatto, alla velocità nave. La spinta sviluppata può essere determinata non appena si misura la massa del flusso  $m = \rho AV_j$ . Poiché il lavoro utile vale

$$P_T = T \cdot V_A = \rho V_j AV (V_j - V)$$

assumendo  $V_A = V$ , mentre le perdite per energia cinetica nella scia sono esprimibili come

$$\Delta P_D = \frac{1}{2} \rho V_j A (V_j - V)^2$$

il rendimento ideale sarà dato da

$$\eta_i = \frac{P_T}{P_T + \Delta P_D} = \frac{2V}{V_j + V} = \frac{V}{V + \frac{u_A}{2}} \quad (3.32)$$

che è esattamente lo stesso di quello di un disco attuatore. Il rendimento tende all'unità quando la velocità del getto si avvicina alla velocità nave, ma allo stesso tempo, come indica l'equazione (3.32), la spinta tenderebbe ad annullarsi - vedi equazione (3.31) - a meno di non avere un'area del mantello di sbocco enormemente grande.

Si è supposto, semplificando, che la conformazione del condotto faciliti l'accesso del fluido in modo che arrivi alla girante della pompa con una velocità  $V$  pari a quella della nave. È perciò estremamente importante ottimizzare nel propulsore a getto la geometria del canale diffusore attraverso il quale il flusso arriva alla pompa.

Viceversa, se il condotto diffusore, come fu analizzato da Barnaby, fosse verticale così che il fluido arriverebbe alla pompa con velocità relativa nulla, la pompa dovrebbe fornire tutta l'accelerazione al fluido per farlo muovere dalla velocità nulla alla velocità  $V_j$ , e dovrebbe trasferire al propulsore a getto tutta l'energia cinetica addizionale necessaria, pari a  $\frac{1}{2} \rho AV_j V^2$ , per cui il rendimento ideale risulterebbe pari a

$$\eta_i = \frac{\rho V_j AV (V_j - V)}{\frac{1}{2} \rho V_j AV_j^2} = \frac{2V}{V_j} \left( 1 - \frac{V}{V_j} \right) \quad (3.33)$$

che risulta avere un valore massimo  $\eta_i = 0.5$  quando è  $V_j = 2V$ .

### 3.6 Teoria dell'elemento di pala

Come è risaputo, la teoria impulsiva spiega molto chiaramente il principio di funzionamento di un propulsore, ma non è sufficiente nel processo di progettazione dell'elica poiché non fornisce

alcuna indicazione circa la geometria da dare alle pale per produrre la spinta attesa. Gli sviluppi successivi di questa teoria, che ne ampliarono l'ambito introducendo la rotazione trasmessa al fluido, non aggiunsero niente di importante al riguardo, in quanto non contemplavano, comunque, gli effetti della forma geometrica del propulsore. Inoltre, nella teoria impulsiva sono ignorate le perdite dovute alla resistenza del profilo

La *teoria dell'elemento di pala* lega la geometria delle sezioni di pala dell'elica alle forze idrodinamiche generate dalla loro interazione con il flusso incidente. L'elica è considerata nella sua configurazione effettiva, costituita da un certo numero di pale, che a loro volta possono essere suddivise in segmenti elementari di corone circolari di spessore  $dr$ , ognuno situato a distanza  $r$  dall'asse (Fig. 3.6).

Lo sviluppo di ogni elemento coincide con la distanza elicoidale tra il bordo di ingresso ed il bordo di uscita, corrispondenti all'intersezione della pala del propulsore con un cilindro di raggio  $r$ . Qualunque sia la forma dell'elemento di pala (profilo alare, profilo ogivale, ecc.), la sua corda, di lunghezza  $c$ , è inclinata di un angolo  $\varphi$  rispetto al piano di rotazione del propulsore.

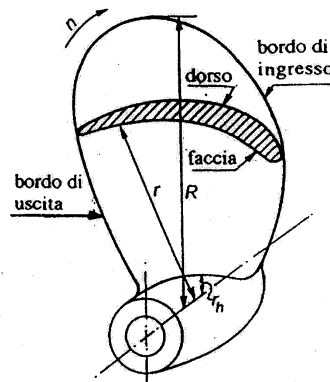


Figura 3.6. Schema di una sezione di pala

La base della teoria dell'elemento di pala consiste nel supporre che ogni elemento di pala agisca come se fosse un profilo alare, indipendente dagli elementi contigui. Le forze idrodinamiche, portanza e resistenza, agenti su ogni elemento di pala possono essere stimate a partire dalle caratteristiche di forma della sezione corrispondente e dalla velocità risultante del fluido che investe il profilo. Queste forze possono essere scomposte nella spinta  $T$  in direzione poppa-prua e nella forza tangenziale che dà luogo al momento torcente  $Q$  nel piano di rotazione dell'elica.

Oltre alla velocità assiale  $V_A$  ed alla velocità tangenziale  $\omega r = 2\pi n r$ , dove  $\omega$  è la velocità angolare ed  $n$  è il numero di giri al secondo, il fluido acquista una certa *velocità indotta*, variabile sezione per sezione, per effetto dell'azione del propulsore, il quale, come è stato spiegato trattando la teoria impulsiva, è un meccanismo di reazione. La velocità indotta ha tre componenti: assiale  $u_A$ , tangenziale  $u_T$  e radiale  $u_R$ . Quest'ultima componente, che rappresenta la contrazione della vena fluida causata dal propulsore a poppavia dello stesso, viene normalmente trascurata quando l'elica è leggermente o moderatamente caricata. Si suppone che le velocità indotte producano una variazione nel campo di scia che si genera nell'interazione elica-carena. Ne deriva (Fig. 3.7) che la velocità di avanzo locale diventa pari a  $V_A + u_A$  e che la velocità tangenziale locale risulta essere  $\omega r - u_T$ . L'angolo  $\alpha_i$  è l'angolo di attacco effettivo o *angolo*

*d'incidenza*, ossia l'angolo d'attacco relativo alla linea del passo che tiene conto della presenza delle velocità indotte.

Per ricavare le velocità indotte, occorre ricorrere alla teoria impulsiva, supponendo che metà dell'incremento finale di velocità, sia assiale che rotazionale, sia ottenuto poco prima che il flusso raggiunga il disco-elica. Vengono trascurate sia le perdite sugli apici di pala dovute ai vortici di estremità, sia le perdite causate dall'interferenza tra una pala e la successiva (effetto cascata), la quale è notevole in prossimità del mozzo.

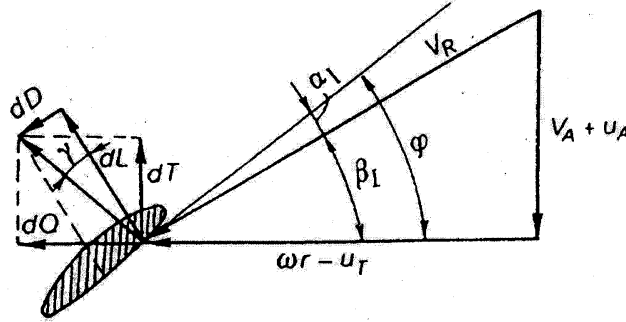


Figura 3.7. Triangolo di velocità su una sezione cilindrica

Come è noto, a causa dell'azione del flusso incidente, l'elemento di pala sarà sottoposto alle forze idrodinamiche elementari di *portanza*  $dL$  e di *resistenza*  $dD$ , le quali agiscono rispettivamente in direzione normale e parallela a quella della velocità risultante del flusso incidente (Fig. 3.7). Se le forze elementari di pala vengono proiettate nelle direzioni assiale e tangenziale, si ricavano la forza di spinta  $dT$  e la forza tangenziale dell'elemento di pala che dà luogo al momento elementare  $dQ$ , esprimibili rispettivamente come

$$dT = dL \cos \beta_i - dD \sin \beta_i \quad (3.34)$$

$$dQ = (dL \sin \beta_i + dD \cos \beta_i) \cdot r \quad (3.35)$$

dove  $\beta_i$  è l'angolo di passo idrodinamico (Fig. 3.7).

Il rendimento dell'elemento di pala situato ad una distanza  $r$  dall'asse dell'elica è dato da

$$d\eta = \frac{dT \cdot V_A}{2\pi n dQ} \quad (3.36)$$

dove i valori  $V_A$ ,  $dT$  e  $dQ$  sono quelli relativi alla sezione considerata.

Per determinare la spinta totale  $T$  ed il momento torcente totale  $Q$  dell'elica, vanno integrati radialmente i contributi individuali di tutti gli elementi nei quali è stata discretizzata la pala; si ha

$$T = Z \int_{r_h}^R dT dr = Z \int_{r_h}^R (dL \cos \beta_i - dD \sin \beta_i) dr \quad (3.37)$$

$$Q = Z \int_{r_h}^R dQ dr = Z \int_{r_h}^R (dL \sin \beta_i + dD \cos \beta_i) r dr \quad (3.38)$$

dove  $Z$  è il numero di pale,  $R$  è il raggio dell'elica ed  $r_h$  è il raggio del mozzo.

Infine, dopo avere effettuato le integrazioni suddette, il rendimento dell'elica viene ottenuto come usuale rapporto tra il lavoro utile e la potenza assorbita dall'elica

$$\eta = \frac{T \cdot V_A}{2\pi n Q} \quad (3.39)$$

Le grandezze  $dL$  e  $dD$  possono essere ricavate in funzione dell'angolo d'incidenza al quale la sezione opera, a partire da prove aerodinamiche in galleria del vento su sezioni geometricamente simili. Normalmente i valori  $dL$  e  $dD$  sono rappresentati in funzione dell'angolo d'incidenza  $\alpha$  sotto forma di coefficienti adimensionali, definiti *coefficiente di portanza*  $C_L$  e *coefficiente di resistenza*  $C_D$ , espressi rispettivamente come

$$C_L = \frac{dL}{\frac{1}{2}\rho V_R^2 \cdot c \, dr} \quad ; \quad C_D = \frac{dD}{\frac{1}{2}\rho V_R^2 \cdot c \, dr}$$

dove  $\rho$  è la densità del fluido,  $V_R$  è il modulo della velocità del flusso incidente e  $c \, dr$  è l'area dell'elemento di pala.

Si è soliti rappresentare il rapporto tra resistenza e portanza elementari come

$$\frac{C_D}{C_L} = \frac{dD}{dL} = \tan \gamma \quad (3.40)$$

Utilizzando l'equazione (3.34), la *spinta elementare* su un elemento di pala può essere espressa mediante la relazione

$$dT = dL \left( \cos \beta_i - \frac{dD}{dL} \sin \beta_i \right) = \frac{dL}{\cos \gamma} (\cos \beta_i \cos \gamma - \sin \beta_i \sin \gamma) = dL \frac{\cos(\beta_i + \gamma)}{\cos \gamma}$$

Analogamente si ricava il momento elementare come

$$dQ = dL \frac{\sin(\beta_i + \gamma)}{\sin \gamma} \cdot r$$

Sostituendo i valori della portanza e della resistenza elementari nelle equazioni (3.34)-(3.36) si ricava infine

$$dT = \frac{1}{2}\rho C_L V_R^2 \cdot c \, dr \frac{\cos(\beta_i + \gamma)}{\cos \gamma} \quad (3.41)$$

$$dQ = \frac{1}{2}\rho C_L V_R^2 \cdot c \cdot r \, dr \frac{\sin(\beta_i + \gamma)}{\sin \gamma} \quad (3.42)$$

$$\eta = \frac{V_A \cos(\beta_i + \gamma)}{\omega r \sin(\beta_i + \gamma)} = \frac{\tan \beta}{\tan(\beta_i + \gamma)} \quad (3.43)$$

dove  $\beta$  è l'angolo di passo costruttivo.

Si può concludere, quindi, che il rendimento dell'elemento di pala è funzione delle sue caratteristiche aerodinamiche e di quelle idrodinamiche del flusso incidente.



### 3.7 Teoria impulsiva dell'elemento di pala

La *teoria impulsiva dell'elemento di pala* è uno degli approcci storicamente più utilizzati per il calcolo delle velocità indotte. È una estensione della teoria impulsiva del disco attuatore, proposta per la prima volta da Rankine e da Froude alla fine del XIX secolo. Generalmente attribuita a Betz e Glauert (1935), la teoria impulsiva dell'elemento di pala ha origine, in effetti, dall'accoppiamento di due diverse teorie: la teoria dell'elemento di pala e la teoria impulsiva.

La teoria dell'elemento di pala è basata sull'ipotesi che le pale possano essere suddivise in piccoli elementi che agiscono indipendentemente dagli elementi contigui, per cui operano aerodinamicamente come profili alari bidimensionali le cui forze aerodinamiche sono calcolate in base alle condizioni del flusso locale. Queste forze elementari sono integrate radialmente lungo la pala per calcolare le forze ed i momenti totali agenti sull'elica. L'altra metà della teoria impulsiva dell'elemento di pala, ossia la teoria impulsiva, ipotizza che la perdita di pressione, ovvero la variazione di quantità di moto, nel piano del disco-elica sia causata dal lavoro sugli elementi di pala sviluppato dal flusso del fluido che lo attraversa. Utilizzando la teoria della variazione della quantità di moto, si possono calcolare le velocità indotte a partire dalla quantità di moto perduta nel flusso in direzione assiale e tangenziale. Queste velocità indotte influenzano il flusso incidente il disco attuatore e, quindi, le forze calcolate mediante la teoria dell'elemento di pala. La procedura di utilizzo richiede un processo iterativo che determina sempre più correttamente le forze aerodinamiche, una volta note le velocità indotte in prossimità dell'elica.

In pratica, la teoria impulsiva dell'elemento di pala è implementata suddividendo le pale dell'elica in molti piccoli elementi. Quando questi elementi ruotano nel piano del disco-elica, tracciano zone anulari intorno ad ognuna delle quali ha luogo l'equilibrio della quantità di moto. Queste zone anulari si trovano proprio dove le velocità indotte dalla scia variano la velocità del flusso locale sul piano del disco-elica.

Anche a causa della sua semplicità e delle ipotesi sottese, la teoria impulsiva dell'elemento di pala presenta alcuni limiti. Una prima ipotesi semplificativa è che i calcoli sono statici: il campo di flusso intorno all'elemento di pala è sempre in equilibrio ed accelera istantaneamente quando lo attraversa. Un altro limite di questa teoria deriva dalla teoria stessa dell'elemento di pala, la quale è basata sull'ipotesi che le forze agenti sull'elemento di pala siano sostanzialmente bidimensionali. Ciò significa trascurare il flusso in direzione radiale, ossia assumere che non esista in tale direzione una seppur minima variazione di pressione. La teoria è perciò inadeguatamente accurata per eliche pesantemente caricate con elevati gradienti di pressione lungo il raggio del disco-elica.

Altri limiti derivano dal fatto che questa teoria non è in grado di modellare l'influenza dei vortici del mozzo e dell'apice di pala, anche se successive correzioni aerodinamiche hanno fornito alcuni metodi per modellare questi effetti. Nonostante questi limiti, la teoria impulsiva dell'elemento di pala è stata utilizzata diffusamente come un modello affidabile per il calcolo delle velocità indotte e delle forze elementari sulle pale di un'elica.

### 3.8 Teoria dell’elica ideale e del propulsore ideale

Il calcolo delle caratteristiche idrodinamiche dell’elica richiede la determinazione preliminare degli angoli di passo idrodinamico  $\beta_i$  e degli angoli d’incidenza  $\alpha_i$ , per il calcolo dei quali occorre conoscere i valori delle velocità indotte. La determinazione di queste velocità deve essere effettuata prima della creazione di un modello matematico dell’elica, che legghi il valore delle velocità indotte alle forze aerodinamiche prodotte. Il modello più semplice può essere creato in base alla cosiddetta *teoria delle linee di corrente*.

Un propulsore idraulico isolato, di qualsiasi tipo e struttura, durante la sua azione produce una corrente, o *scia*, in direzione opposta al moto traslatorio, con velocità  $V_A$ . Sebbene in condizioni reali l’energia cinetica della massa fluida, che comprende la scia, vada gradualmente dissipandosi, nello studio dell’azione dell’elica, considerando il fluido ideale, conviene supporre che la scia sia infinita. Con tale schematizzazione si può dimostrare che il valore della forza di spinta del propulsore  $T_E$  è uguale alla variazione della quantità di moto nell’unità di tempo della massa fluida entro la scia. Si può verificare, inoltre, che le perdite di potenza  $\Delta P_D$  sono quantitativamente pari all’incremento di energia cinetica del fluido entro la scia, sempre nell’unità di tempo. In tal modo, la creazione della spinta del propulsore idraulico è sempre legata alla formazione della scia, a causa della quale si perde parte della potenza. La potenza totale  $P_D$  assorbita dal propulsore è uguale, quindi, alla somma della potenza utile  $T_E \cdot V_A$  sviluppata dal propulsore e delle perdite suddette  $\Delta P_D$ . Il *rendimento ideale* del sistema idraulico può essere definito, quindi, come

$$\eta_i = \frac{T_E \cdot V_A}{P_D} = \frac{T_E \cdot V_A}{T_E \cdot V_A + \Delta P_D} = \frac{1}{1 + \frac{\Delta P_D}{T_E \cdot V_A}} \quad (3.44)$$

Se il propulsore non è isolato, il valore della forza di rimorchio è ottenuto come somma della forza agente proprio sul propulsore, detta forza di spinta  $T$ , e delle forze agenti su altri corpi presenti nel fluido. Qui si considera un propulsore isolato per cui, a causa dell’assenza di altri corpi e delle forze associate, la forza di rimorchio è uguale alla spinta

$$T_E = T \quad (3.45)$$

Se si applicano le ipotesi insite nella teoria delle linee di corrente, possono essere generati due modelli matematici: l’*elica ideale* ed il *propulsore ideale*. L’elica ideale è il modello matematico valido quando le perdite di potenza sono associate alla creazione delle velocità indotte assiali e tangenziali. Se si trascurano le velocità indotte tangenziali, si ottiene il modello matematico detto propulsore ideale. Questo modello è adatto non solo per l’esame del funzionamento dell’elica, ma anche per qualsiasi altro tipo di propulsore idraulico. Se in questo modello le velocità indotte sono considerate di piccola entità rispetto alla velocità  $V_A$  del moto traslatorio e se vengono conservati soltanto i termini di ordine inferiore quando si derivano le velocità indotte, allora si parla di modello di *elica leggermente caricata*. Questo modello descrive in pratica, in maniera soddisfacente, un propulsore ideale per modi di carico leggero, allorché la spinta sviluppata è piccola rispetto al termine  $\frac{1}{2}\rho V_A^2 \cdot A_o$ , dove  $\rho$  è la densità di massa del fluido ed  $A_o$  è l’area della sezione idraulica del propulsore. Se nel modello considerato le

equazioni conservano i termini di ordine superiore, allora si ha a che fare con il modello di *elica moderatamente caricata*. Il campo di applicazione pratica di questo modello è leggermente più ampio di quello valido per un'elica leggermente caricata. Se non si fa alcuna ipotesi circa l'ordine di grandezza delle velocità indotte, allora il modello è quello di un'elica *pesantemente caricata*. Quest'ultimo modello è applicabile in tutto il campo di funzionamento di un'elica, dal modo di tiro a punto fisso al modo di funzionamento a spinta nulla.

### 3.8.1 Elica ideale

Assegnati il diametro  $D$ , la spinta  $T$ , la velocità di rotazione  $\omega$ , la velocità d'avanzo  $V_A$  e la densità di massa del fluido  $\rho$ , il modello matematico dell'elica isolata permette di calcolare con una certa precisione il rendimento ed i valori medi circonferenziali delle velocità indotte assiali e tangenziali sul disco di un'elica ottimale, ossia di un'elica con il massimo rendimento fra tutte quelle deducibili in base all'insieme dei parametri assegnati. In conformità al modello matematico adottato, si suppone che il propulsore operi in un fluido ideale ed incompressibile, e che il flusso incidente sia potenziale al di fuori della scia dell'elica. Finché in questo modello non siano considerati il numero di pale e la dimensione longitudinale dell'elica, la zona occupata dal propulsore viene assunta come un disco piano e sottile di raggio  $R$  pari alla metà del diametro dell'elica (*disco attuatore*). Il centro del disco è l'origine di un sistema di coordinate cilindriche  $E^*(O, x^*, r, \theta)$ , dove l'asse  $x^*$  è diretto perpendicolarmente al disco attuatore ed in verso opposto alla direzione di avanzo. Sebbene l'elica ruoti, è conveniente considerare il sistema di coordinate  $E^*$  come non-ruotante intorno all'asse  $x^*$ , ma dotato solamente di moto traslatorio solidale all'elica, proprio in direzione di quest'asse, con velocità  $V_A$ . Allora il vettore della *velocità indotta*  $\vec{u}$  è legato in ogni punto al vettore della velocità di traslazione  $-V_A \vec{i}_x$  ed al vettore della velocità relativa  $\vec{V}_R$  nello stesso punto dalla relazione

$$\vec{u} = \vec{V}_R - V_A \vec{i}_x \quad (3.46)$$

dove  $\vec{i}_x$  è il versore corrispondente nel sistema di coordinate  $E^*$ .

La *velocità indotta* è la velocità misurata nel sistema di coordinate assolute, ossia in un sistema nel quale il fluido indisturbato è a riposo all'infinito a monte dell'elica. Ne consegue un'importante ipotesi della teoria: il modulo del vettore della velocità indotta, assai lontano dal disco-elica ed all'esterno della scia che si forma dietro il disco lungo l'asse  $x^*$  fino all'infinito, tende a zero non più lentamente di  $1/a^3$ , dove  $a$  è la distanza tra il centro del disco-elica ed il punto considerato. Nel sistema di coordinate assolute  $E^*$  si assume che il moto del fluido sia stazionario, ossia che la velocità indotta, la velocità di traslazione e la velocità relativa, non varino nel tempo.

Si ipotizza che la scia consista solamente di quelle particelle di fluido che sono passate attraverso il disco-elica. Questo è il motivo per cui la scia viene rappresentata come assial-simmetrica, semi-infinita e coassiale con il dominio dell'elica limitato dal disco-elica e dalla superficie del tubo di corrente, ossia dalla superficie non attraversata dal fluido, dato che il vettore della velocità relativa è tangente a questa superficie in tutti i suoi punti (Fig. 3.8). Si ipotizza che il campo di velocità e la pressione siano continui in tutto il dominio considerato, tranne

che sul disco-elica e sui bordi della scia. Sul disco-elica compaiono il salto di *velocità indotta tangenziale*  $u_\theta$  e di pressione  $\Delta p$ , mentre la *velocità indotta assiale*  $u_x$  cresce gradualmente durante il passaggio attraverso il disco. Dal momento che si sta considerando il caso di elica leggermente caricata, si suppone che le componenti tridimensionali della velocità indotta siano piccoli valori del primo ordine rispetto a  $V_A$ .

L'esame del funzionamento dell'elica ideale viene effettuato considerando innanzi tutto l'elemento anulare formato da due circonferenze di raggio  $r$  ed  $r + dr$  sul disco-elica. Poiché il flusso è stazionario, per cui le traiettorie delle particelle fluide coincidono con le linee di corrente, la massa di fluido  $dm$ , che nell'unità di tempo fluisce attraverso questo elemento, non fuoriesce dal tubo di corrente ad anello, limitato dalle due superfici di corrente che attraversano la superficie del disco lungo le circonferenze di raggi  $r$  ed  $r + dr$  (Fig. 3.8).

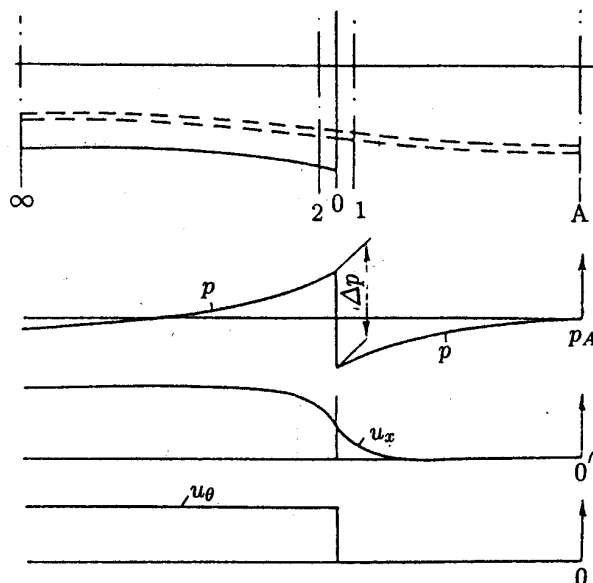


Figura 3.8. Schema di moto del fluido su un'elica ideale

Nell'analisi sono utilizzate le seguenti notazioni:  $p_A$ ,  $V_A$  sono rispettivamente la pressione e la velocità d'avanzo, diretta lungo l'asse  $x^*$ , nella sezione A-A posizionata all'infinito a monte del disco-elica;  $u_{x_0}$ ,  $u_{\theta_0}$ : componenti assiale e tangenziale della velocità indotta sui punti della sezione 0-0, coincidente con il disco-elica;  $u_{\theta_1}$ ,  $u_{\theta_2}$ ,  $p_1$ ,  $p_2$ : componenti tangenziali della velocità indotta e pressione sui punti delle sezioni 1-1 e 2-2 poste immediatamente a monte ed a valle del disco-elica;  $p_\infty$ ,  $u_{x_\infty}$ ,  $u_{\theta_\infty}$ : pressione e componenti assiale e tangenziale della velocità indotta nei punti della sezione  $\infty$ - $\infty$  posta all'infinito a valle del disco-elica;  $dA$ ,  $dA_0$ ,  $dA_\infty$  sono rispettivamente le aree delle sezioni trasversali del tubo di flusso all'infinito a monte del disco-elica, sul disco-elica ed a valle del disco-elica. A causa della simmetria, tutti i termini suddetti dipendono solamente dalla posizione radiale nel tubo di flusso considerato, che nella sezione 0-0 è caratterizzato dal valore  $r$ , e nella sezione  $\infty$ - $\infty$  dal valore  $r_\infty$ . In base alle ipotesi accettate, la pressione nella sezione  $\infty$ - $\infty$  fuori dalla scia è uguale a  $p_A$ , ossia  $p_\infty = p_A$ .

Dalla legge di conservazione di massa deriva che attraverso le sezioni trasversali del tubo di flusso considerato, in un intervallo di tempo unitario, fluisce sempre la stessa massa di fluido  $dm$ , ossia

$$dm = \rho V_A dA = \rho (V_A + u_{x_o}) dA_o = \rho (V_A + u_{x_\infty}) dA_\infty \quad (3.47)$$

Nel caso di *elica leggermente caricata*, quando le velocità indotte sono piccoli valori del primo ordine, in prima approssimazione è  $dA_o \simeq dA_\infty$ ; ossia, il tubo di flusso e la scia rappresentano superfici cilindriche di raggio costante lungo l'asse, per cui vale l'identità

$$r_\infty = r$$

Come risultato della potenza sviluppata, sul disco-elica compare un salto di pressione pari a  $\Delta p = p_2 - p_1$ . Moltiplicando questa variazione di pressione per l'area  $dA_o$ , è possibile ricavare la spinta dell'elemento anulare come

$$dT = \Delta p \cdot dA_o \quad (3.48)$$

Per un'elica reale, tutta la potenza sviluppata all'elica è assorbita per superare il momento torcente prodotto dalle forze che si manifestano sulle pale dell'elica. Questo momento ha valore pari a quello del momento agente sul fluido, ma di segno opposto. Questo è il motivo per cui la potenza  $dP_D$ , sviluppata sull'elemento dell'anello, dovrebbe essere uguale al lavoro ottenibile come prodotto del momento torcente elementare  $dQ$ , agente sul fluido che passa attraverso quell'elemento, e della velocità angolare di rotazione dell'elica  $\omega = 2\pi n$ ; risulta quindi

$$dP_D = \omega dQ \quad (3.49)$$

Poiché si ipotizza che il flusso sia assial-simmetrico e che sia potenziale fuori dalla scia, è possibile affermare che davanti al disco-elica la componente tangenziale è nulla, ossia che è  $u_{\theta_1} = 0$ . sul disco-elica. Come risultato dell'azione del momento torcente suddetto  $dQ$ , compare un salto della componente tangenziale; ossia, il flusso è deviato nel piano di rotazione dell'elica, ma con verso opposto. In tal modo, sulla sezione 2-2, immediatamente a valle del disco-elica, la componente tangenziale della velocità indotta  $u_{\theta_2}$  non è più nulla, ed è univocamente determinata dal momento torcente  $dQ$ . In base alla teoria impulsiva tangenziale si può allora scrivere

$$dQ = r u_{\theta_2} dm \quad (3.50)$$

Per determinare la potenza elementare  $dP_D$  sviluppata sull'elemento anulare considerato, si può partire dal fatto che questa potenza è consumata per accrescere l'energia cinetica e potenziale del fluido durante il suo passaggio attraverso il disco-elica. Attraverso la sezione 1-1, posta immediatamente davanti al disco, nell'unità di tempo l'energia cinetica è pari a  $0.5[(V_A + u_{x_1})^2 + u_{r_1}^2] dm$ , mentre l'energia potenziale è pari a  $p_1 dm/\rho$ . Attraverso la sezione 2-2, posta immediatamente dietro il disco-elica, nell'unità di tempo viene persa, attraverso il volume considerato, un'energia cinetica pari a  $0.5[(V_A + u_{x_2})^2 + u_{\theta_2}^2 + u_{r_2}^2] dm$  ed una energia potenziale pari a  $p_2 dm/\rho$ . Non esiste alcun passaggio di fluido attraverso le pareti laterali del tubo di

flusso, così che non avviene alcuno scambio di energia. Ora, a partire dalla considerazione che è  $\Delta p = p_2 - p_1$  e che le componenti delle velocità indotte sono uniformi, così che risulta essere  $u_{x_1} = u_{x_0} = u_{x_2}$  e  $u_{r_1} = u_{r_0} = u_{r_2}$ , è possibile formulare per la potenza elementare come

$$dP_D = \left( \frac{u_{\theta_2}^2}{2} + \frac{\Delta p}{\rho} \right) dm \quad (3.51)$$

Sostituendo le formule (3.51) e (3.50) nella relazione (3.49), è semplice ricavare la relazione tra la variazione di pressione  $\Delta p$  e la variazione della componente tangenziale della velocità indotta sul disco-elica come

$$\Delta p = \rho u_{\theta_2} \left( \omega r - \frac{u_{\theta_2}}{2} \right) \quad (3.52)$$

o, in prima approssimazione, come

$$\Delta p = \rho \omega r u_{\theta_2} \quad (3.53)$$

Finché entro la scia del propulsore isolato non esistono altri corpi, per cui non esiste alcuna forza d'interazione con il fluido, in base alla teoria impulsiva la quantità di moto rimane costante nella scia dalla sezione 2-2 alla sezione  $\infty$ - $\infty$  dietro il disco-elica; si ha perciò

$$r u_{\theta_2} dm = r_{\infty} u_{\theta_{\infty}} dm \quad (3.54)$$

### Elica ideale leggermente caricata

Di qui, tenendo conto che nel caso di elica ideale leggermente caricata è  $r_{\infty} = r$ , in prima approssimazione vale la seguente identità

$$u_{\theta_{\infty}} = u_{\theta_2} \quad (3.55)$$

Nella teoria in esame si assume che la componente tangenziale della velocità indotta sul disco-elica sia uguale alla metà del suo valore nella sezione 2-2; ossia, tenendo conto dell'identità (3.55), si suppone che valga la relazione

$$u_{\theta_0} = \frac{u_{\theta_{\infty}}}{2} \quad (3.56)$$

La presenza della componente tangenziale della velocità indotta all'infinito a valle del flusso fa sì che sul volume di fluido  $2\pi r_{\infty} dr_{\infty} dx$  agisca la forza centrifuga  $dF = \rho (2\pi r_{\infty} dr_{\infty} dx) u_{\theta_{\infty}}^2 / r_{\infty}$ . A causa del carattere stazionario del flusso, questa forza deve essere in equilibrio con quella prodotta dal corrispondente gradiente di pressione pari a  $dF = 2\pi r_{\infty} dx dp$ . Imponendo l'eguaglianza di queste due forze elementari si ricava

$$\frac{dp}{dr_{\infty}} = \frac{\rho u_{\theta_{\infty}}^2}{r_{\infty}} \quad (3.57)$$

Ne consegue che integrando lungo il raggio, dalla superficie esterna della scia, dove in base alle ipotesi effettuate la pressione è pari a  $p_A$ , fino al tubo di corrente considerato, ossia fino a  $r_\infty$ , è possibile ricavare la formula

$$p_\infty(r_\infty) - p_A = \rho \int_{R_\infty}^{r_\infty} \left( \frac{u_{\theta_\infty}^2}{r_\infty} \right) dr_\infty \quad \text{per } 0 < r_\infty < R_\infty \quad (3.58)$$

Da questa formula segue che, nel caso di elica leggermente caricata, la differenza di pressione  $p_\infty - p_A$  è un piccolo valore del secondo ordine, che cresce verso l'asse dell'elica. Inoltre, si dovrebbe supporre che per piccoli valori di  $r$  la funzione  $u_{\theta_\infty}(r)$  possa essere rappresentata nella forma  $kr$ , dove  $k$  è un piccolo valore del primo ordine, indipendente da  $r$ .

### Elica ideale moderatamente caricata

Finora non è stato considerato l'effetto della componente assiale  $u_{x_o}$  della velocità indotta sul disco-elica. Tenendo conto del fatto che sul disco-elica avviene un salto di pressione e, quindi, un assorbimento di potenza, è necessario suddividere la linea di corrente in due zone, rispettivamente avanti e dietro il disco-elica. Applicando separatamente l'equazione di Bernoulli nella zona tra le sezioni A-A ed 1-1, e nella zona tra le sezioni 2-2 e  $\infty-\infty$ , è possibile scrivere le due equazioni

$$p_A + \rho V_A^2/2 = p_1 + \frac{1}{2}\rho [(V_A + u_{x_1})^2 + u_{r_1}^2] \quad (3.59)$$

$$p_2 + \frac{1}{2}\rho [(V_A + u_{x_2})^2 + u_{\theta_2}^2 + u_{r_2}^2] = p_\infty + \frac{1}{2}\rho [(V_A + u_{x_\infty})^2 + u_{\theta_\infty}^2] \quad (3.60)$$

Nel derivare queste due equazioni, si è ipotizzato che nella sezione A-A le velocità indotte siano nulle, che nella sezione 1-1 sia  $u_{\theta_1} = 0$  e che in quella  $\infty-\infty$  sia  $u_{r_\infty} = 0$ . Sommando le due equazioni e osservando che è  $\Delta p = p_2 - p_1$ ,  $u_{x_2} = u_{x_1}$ ,  $u_{r_2} = u_{r_1}$ , dopo semplici trasformazioni è possibile ricavare un'espressione esatta del salto di pressione per valori fino al secondo ordine

$$\Delta p = \rho u_{x_\infty} \left( V_A + \frac{u_{x_\infty}}{2} \right) + p_\infty - p_A \quad (3.61)$$

che, in prima approssimazione, conservando i soli termini del primo ordine, può essere riscritta come

$$\Delta p = \rho V_A u_{x_\infty} \quad (3.62)$$

Nel ricavare la formula (3.61) sono stati conservati i termini del secondo ordine, perché sono tutti necessari per la determinazione delle perdite di potenza del secondo ordine.

Nel caso di elica moderatamente caricata, trascurando i termini del secondo ordine nelle formule (3.59) e (3.60), e ricordando che è  $u_{x_1} = u_{x_o} = u_{x_2}$ , si ricavano le relazioni

$$p_1 - p_A = -\rho V_A u_{x_o} \quad (3.63)$$

$$p_2 - p_A = \rho V_A u_{x_\infty} - \rho V_A u_{x_o} \quad (3.64)$$

Da queste formule è possibile stabilire che se è  $u_{x\infty} > u_{xo} > 0$ , il salto di pressione sul disco-elica  $\Delta p = p_2 - p_1 = p_2 - p_A - (p_1 - p_A)$  è dovuto parzialmente alla caduta di pressione davanti al disco, essendo  $p_1 < p_A$ , ed in parte all’aumento di pressione dietro il disco-elica, poiché è  $p_2 > p_A$ . Nella teoria in esame si ipotizza che i salti di pressione parziali siano pari a

$$p_1 - p_A = -\frac{\Delta p}{2} \quad \text{e} \quad p_2 - p_A = \frac{\Delta p}{2}$$

### Teorema di Froude–Finsterwalder

Ognuna di queste due espressioni, dopo avervi sostituito la (3.62) e la (3.63), o alternativamente la (3.64), fornisce la relazione

$$u_{xo} = \frac{u_{x\infty}}{2} \tag{3.65}$$

Questo risultato è detto ipotesi o *teorema di Froude–Finsterwalder in forma differenziale*; tale teorema consente di affermare che *la velocità del flusso attraverso il disco è pari alla semisomma della velocità all’infinito a valle e sul disco-elica*; ossia

$$\bar{V}_S = V_A + u_{xo} = V_A + \frac{u_{x\infty}}{2} = \frac{V_A + (V_A + u_{x\infty})}{2} \tag{3.66}$$

### Condizione ottimale

Tra le componenti assiale e tangenziale della velocità indotta sul disco-elica e le componenti all’infinito a valle esiste una relazione, detta *condizione normale*, ricavabile direttamente dall’eguaglianza dei salti di pressione formulati mediante le relazioni (3.53) e (3.62), relative al salto di pressione, come

$$\rho \omega r u_{\theta_2} = \rho V_A u_{x\infty} \tag{3.67}$$

Utilizzando le relazioni (3.55), (3.56) e (3.65), dalla formula (3.67) si può esprimere la condizione normale come

$$\frac{u_{\theta\infty}}{u_{x\infty}} = \frac{u_{\theta o}}{u_{xo}} = \frac{V_A}{\omega r} = \tan \beta \tag{3.68}$$

In base a questa condizione, sempre trascurando la componente radiale, il vettore della velocità indotta nei punti all’infinito a valle e sul disco-elica è perpendicolare alla traiettoria dell’elemento di pala considerato, generata dal moto traslatorio dell’elica di velocità  $V_A$  e da quello rotatorio di velocità  $\omega$ .

Utilizzando il teorema di Froude–Finsterwalder (3.65), dalla formula (3.61) per il salto di pressione  $\Delta p$  è possibile ricavare, infine, la relazione

$$\Delta p = 2\rho u_{xo} (V_A + u_{xo}) + p_\infty - p_A \tag{3.69}$$



che dopo la sostituzione nella formula (3.48) consente di esprimere la spinta elementare come

$$dT = 2\rho u_{x_o} (V_A + u_{x_o}) dA_o + (p_\infty - p_A) dA_o \quad (3.70)$$

ovvero, in prima approssimazione

$$dT = 2\rho V_A u_{x_o} dA_o \quad (3.71)$$

Per determinare la potenza elementare sviluppata, occorre sostituire la formula (3.69) nella (3.51); operando alcune trasformazioni che tengano conto delle relazioni (3.55), (3.56) e (3.47), si produce, infine, la relazione

$$dP_D = \left[ 2u_{\theta_o}^2 + 2u_{x_o} (V_A + u_{x_o}) + \frac{p_\infty - p_A}{\rho} \right] \cdot \rho (V_A + u_{x_o}) dA_o \quad (3.72)$$

In base alle formule (3.70) e (3.72), e tenendo conto delle relazioni (3.44) e (3.46) è possibile ricavare il valore delle perdite di potenza per l'elemento anulare considerato come

$$d(\Delta P_D) = dP_D - V_A \cdot dT = 2\rho V_A (u_{\theta_o}^2 + u_{x_o}^2) dA_o \quad (3.73)$$

Nel ricavare la formula (3.73), sono stati trascurati i termini di terzo ordine, mentre sono stati conservati tutti i termini del secondo ordine, anche se di piccola entità, in quanto, nel caso di elica moderatamente caricata, il rapporto  $d(\Delta P_D)/dA_o$  è un piccolo valore del secondo ordine.

Utilizzando la condizione normale (3.68), si può eliminare dalla formula (3.73) una delle velocità indotte. Ad esempio, escludendo  $u_{\theta_o}$  è facile ricavare la relazione

$$d(\Delta P_D) = (2\rho V_A u_{x_o}^2 / \cos^2 \beta) dA_o \quad (3.74)$$

### Rendimento ideale

Integrando le formule (3.71) e (3.74) su tutta la superficie del disco  $A_o$ , è facile ricavare la spinta e la perdita di potenza di un'elica ideale leggermente caricata, date rispettivamente dalle formule

$$T = 2\rho V_A \int_{A_o} u_{x_o}(\bar{r}) dA_o \quad (3.75)$$

$$\Delta P_D = 2\rho V_A \int_{A_o} \frac{u_{x_o}^2(\bar{r})}{\cos^2 \beta} dA_o \quad (3.76)$$

In queste due formule la distribuzione della velocità indotta assiale lungo il disco-elica è variabile, in quanto  $u_{x_o}$  è funzione del raggio, mentre tutti gli altri termini sono costanti, compreso l'angolo d'avanzo  $\beta$ , determinabile grazie alla ben nota relazione

$$\beta = \tan^{-1} \frac{V_A}{\omega r} = \tan^{-1} \frac{V_A}{\omega \bar{r} R} \quad (3.77)$$

dove  $\bar{r} = r/R$  è il raggio adimensionale.

La *condizione ottimale* che assicura le minime perdite di potenza, il che corrisponde ad ottenere il massimo rendimento per un assegnato valore della spinta, può essere scritta nella forma

$$\frac{u_{x_o}(\bar{r})}{\cos^2 \beta} = c \quad , \quad \bar{r} \in [0, 1] \quad (3.78)$$

I valori di  $\rho$ ,  $V_A$ ,  $\omega$ ,  $R$  e  $T$ , sono considerati assegnati. In altri termini, sono considerati dati due parametri in forma adimensionale, ossia il *coefficiente d'avanzo ridotto*

$$\lambda_t = \frac{V_A}{\omega r} = \frac{J}{\pi} \quad (3.79)$$

ed il coefficiente di carico di spinta

$$C_T = \frac{T}{\frac{1}{2}\rho V_A^2 A_o} \quad (3.80)$$

La costante  $c$  della formula (3.78) deve essere ricavata, in ogni caso concreto, a partire dalla condizione che sia assicurata la spinta desiderata o, in forma adimensionale, il valore voluto del coefficiente di carico di spinta.

Per provare che la relazione (3.78) fornisca realmente le minime perdite di energia, si dovrebbe verificare che il valore dell'integrale  $\Delta P_D$ , calcolato mediante la formula (3.76) in funzione della generica variabile  $u_{x_o}$ , sia più elevato del valore  $\Delta P_D^0$  dello stesso integrale ottenuto in funzione della variabile  $u_{x_o}$  che soddisfa la condizione ottimale (3.78), assumendo che si producano spinte uguali nelle due condizioni considerate.

Utilizzando le relazioni (3.76) e (3.78) si può ricavare la formula

$$\Delta P_D - \Delta P_D^0 = 2\rho V_A \int_{A_o} \frac{u_{x_o}^2 - c^2 \cdot \cos^4 \beta}{\cos^2 \beta} dA_o \quad (3.81)$$

Aggiungendo e sottraendo dal lato destro dell'equazione precedente il termine

$$2\rho V_A \int_{A_o} \frac{-2u_{x_o} \cdot c \cos^2 \beta + c^2 \cos^4 \beta}{\cos^2 \beta} dA_o$$

dopo avere effettuato le dovute trasformazioni, tenendo conto delle relazioni (3.75) e (3.78), si può ricavare la relazione

$$\Delta P_D - \Delta P_D^0 = 2\rho V_A \int_{A_o} \frac{(u_{x_o} - c \cos^2 \beta)^2}{\cos^2 \beta} dA_o + 2c(T - T^\circ) \quad (3.82)$$

dove  $T^\circ$  è il valore dell'integrale (3.75) calcolato in funzione della costante  $c \cdot \cos^2 \beta$ , mentre l'integrale  $T$  è calcolato in funzione della variabile aleatoria  $u_{x_o}$ . In tal modo, qualora risulti essere  $T - T^\circ = 0$ , si può affermare che la relazione

$$\Delta P_D - \Delta P_D^0 > 0 \quad (3.83)$$

è valida quando la variabile  $u_{x_o}(r)$  non sia uguale a  $c \cdot \cos^2 \beta$ , il che era ciò che si voleva dimostrare.

Allo scopo di determinare la costante  $c$  nella condizione ottimale (3.78), questa condizione viene esplicitata rispetto a  $u_{x_o}$  e sostituita nella relazione (3.75); successivamente, introducendo il coefficiente d'avanzo nelle relazioni (3.77) e (3.79), si può integrare l'espressione ottenuta sull'intero disco-elica, sostituendo  $dA_o$  con  $2\pi r dr$ ; in tal modo si ricava la formula

$$T = 4\pi\rho V_A c \int_0^R \cos^2 \beta \cdot r dr = 4\pi\rho V_A c R^2 \int_0^1 \frac{\bar{r}^3}{\bar{r}^2 + \lambda_t^2} d\bar{r} = 2\pi\rho V_A c R^2 \left[ 1 + \lambda_t^2 \log \left( \frac{\lambda_t^2}{1 + \lambda_t^2} \right) \right] \quad (3.84)$$

Dopo avere diviso ambedue i termini dell'equazione (3.84) per  $\pi\rho V_A^2 R^2/2$ , si ricava la formula del *coefficiente di carico di spinta*

$$C_T = \frac{4c}{V_A} \left[ 1 + \lambda_t^2 \cdot \log \left( \frac{\lambda_t^2}{1 + \lambda_t^2} \right) \right] \quad (3.85)$$

Ne consegue che nella condizione ottimale il rapporto  $c/V_A$  dipende solamente da  $C_T$  e  $\lambda_t$ , come è evidente dalla relazione

$$\frac{c}{V_A} = \frac{\frac{C_T}{4}}{1 + \lambda_t^2 \cdot \log \left( \frac{\lambda_t^2}{1 + \lambda_t^2} \right)} \quad (3.86)$$

A questo punto, sostituendo la condizione ottimale (3.78) nell'espressione per le perdite di potenza (3.76), e tenendo conto della formula (3.84), si ottiene l'espressione

$$\Delta P_D = 4\pi\rho V_A c^2 R^2 \int_0^1 \cos^2 \beta \cdot \bar{r} d\bar{r} = cT \quad (3.87)$$

Introducendo la formula (3.87) nella relazione (3.44), tenendo conto che è  $T = T_E$  nel caso di elica isolata, per il rendimento ideale è possibile ricavare la formula

$$\eta_i = \frac{1}{1 + \frac{c}{V_A}} \quad (3.88)$$

dalla quale, considerando la relazione (3.86), si ottiene l'espressione

$$\frac{1}{\eta_i} = 1 + \frac{\frac{C_T}{4}}{1 + \lambda_t^2 \log \left( \frac{\lambda_t^2}{1 + \lambda_t^2} \right)} \quad (3.89)$$

Si può osservare che il valore inverso del *rendimento dell'elica ideale leggermente caricata* è funzione lineare di  $C_T$  e funzione monotóna del coefficiente d'avanzo  $\lambda_t$ . Ciò significa che per valori positivi di  $C_T$  e  $\lambda_t$ , l'incremento del carico idrodinamico porta sempre ad una diminuzione

del rendimento dell’elica ideale leggermente caricata. Se nella relazione (3.89) si sostituisce l’espressione  $C_T = 8K_T/(\pi^2\lambda_t^2)$  si può dimostrare che mantenendo  $K_T$  costante, all’aumentare di  $\lambda_t$  il rendimento del propulsore considerato cresce in maniera monotóna. Poiché non sono state considerate le perdite viscosse, le conclusioni suddette sono validate dai dati sperimentali solamente in una certa zona di funzionamento.

### Perdite rotazionali

Servendosi del modello matematico sviluppato, è facile stabilire quale parte delle perdite sono legate alle *perdite rotazionali nella scia*, dovute alla creazione della componente tangenziale delle velocità indotte. Se si denota questa parte delle perdite di potenza come  $\Delta P_{D\theta}$ , in base alla relazione (3.73), dopo avere integrato sul disco-elica si ricava

$$\begin{aligned} \Delta P_{D\theta} &= 2\rho V_A \int_{A_o} u_{\theta_o}^2 dA_o = 4\pi\rho V_A c^2 R^2 \int_0^1 \sin^2\beta \cdot \cos^2\beta \cdot \bar{r} d\bar{r} = \\ &4\pi\rho V_A c^2 R^2 \int_0^1 \frac{\lambda_t^2 \bar{r}^3}{(\bar{r}^2 + \lambda_t^2)^2} d\bar{r} = \\ &2\pi\rho V_A c^2 R^2 \lambda_t^2 \left[ \log\left(\frac{1 + \lambda_t^2}{\lambda_t^2}\right) - \frac{1}{1 + \lambda_t^2} \right] \end{aligned} \quad (3.90)$$

Il rapporto tra le perdite di potenza rotazionali e quelle totali, che includono anche le perdite assiali, in base alle relazioni (3.91), (3.87) e (3.84) è esprimibile come

$$\frac{\Delta P_{D\theta}}{\Delta P_D} = -\frac{\lambda + \lambda_t^2 \log \lambda}{1 + \lambda_t^2 \log \lambda} \quad (3.91)$$

dove

$$\lambda = \frac{\lambda_t^2}{1 + \lambda_t^2}$$

Questo rapporto, come si può desumere dalla Tabella 3.1, aumenta in modo monotóno al crescere di  $\lambda_t$ , e non dipende dal coefficiente di carico  $C_T$ . Nei casi limite, ossia per  $\lambda_t = 0$  e  $\lambda_t = \infty$ , la percentuale delle perdite rotazionali è rispettivamente pari allo 0% ed al 100% del totale. Ciò si spiega se si considera che, essendo  $\tan \beta = \lambda_t/\bar{r}$ , dalla condizione normale (3.68) deriva immediatamente che è  $u_{\theta_\infty} \equiv 0$  per  $\lambda_t = 0$ , e  $u_{x_\infty} \equiv 0$  per  $\lambda_t = \infty$ , ossia non esistono perdite rotazionali nel primo caso, e non esistono perdite assiali nell’altro. Nei casi concreti, ossia per  $0 \leq \lambda_t \leq 0.5$ , le perdite rotazionali non ammontano a piú di un terzo del totale.

$\lambda_t$	0	0.2500	0.3300	0.5000	1.0000	$\infty$
$\Delta P_{D\theta}/\Delta P_D$	0	0.1437	0.2094	0.3386	0.6296	1

Tabella 3.1. Rapporti  $\Delta P_{D\theta}/\Delta P_D$  in funzione di  $\lambda_t$

I risultati ottenuti consentono, una volta assegnati  $C_T$  e  $\lambda_t$ , di ricavare la distribuzione delle velocità indotte sul disco-elica. Infatti, in base alle formule (3.86), (3.78) e (3.68), è possibile ricavare  $c/V_A$ ,  $u_{x_o}(\bar{r})/V_A$  e  $u_{\theta_o}(\bar{r})/V_A$ .

La Figura 3.9 mostra i risultati dei calcoli corrispondenti effettuati per  $C_T = 1$  e  $\lambda_t = 0.2$ . Risulta evidente, in base alle formule (3.62) e (3.65), che le velocità indotte assiali ed il salto di pressione sul disco-elica non sono costanti e variano dal valore nullo sull'asse (centro del disco) fino ad un valore limite alla periferia del disco.

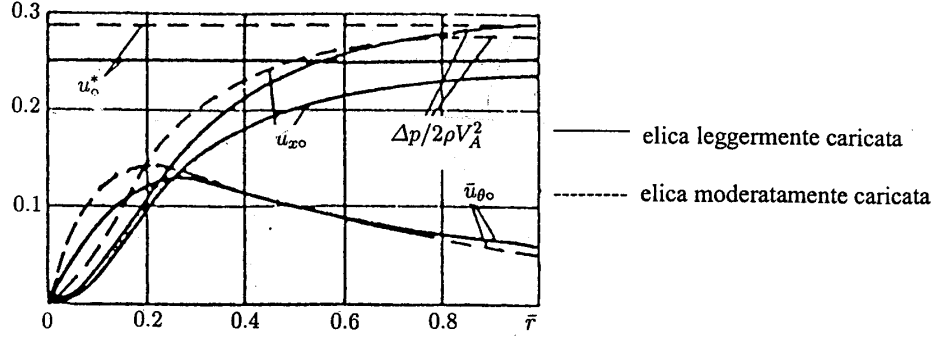


Figura 3.9. Distribuzione radiale del salto di pressione e delle velocità indotte

### Formule sintetizzanti la teoria dell'elica ideale

Utilizzando il *coefficiente d'avanzo induttivo*

$$\lambda_i = \bar{r} \tan \beta_i \quad (3.92)$$

ed in base al diagramma di velocità in Figura 3.10, si può osservare che per un'elica ideale ottimale leggermente caricata è  $\lambda_i = \text{cost.}$ ; ossia, che è costante il passo idrodinamico ( $\pi \lambda_i = \text{cost.}$ ). Ciò accade perché il termine  $u_{x_o} / \cos^2 \beta$  è costante - formula (3.78) - ed ha una semplice interpretazione geometrica (Fig. 3.10). La grandezza  $u_o^*$  ( $u_o^* = c$ ) è detta *velocità indotta*. La proprietà suddetta consente di scrivere l'insieme delle *formule della teoria dell'elica ideale leggermente caricata*, utilizzando le due costanti  $\lambda_t$  e  $\lambda_i$ ; ossia

$$\lambda_i - \lambda_t = \bar{r} \tan \beta_i - \bar{r} \tan \beta = \frac{c}{\omega R} = \frac{c \cdot \lambda_t}{V_A} \quad (3.93)$$

$$\frac{\lambda_t}{\lambda_i} = \frac{\bar{r} \tan \beta}{\bar{r} \tan \beta_i} = \frac{\tan \beta}{\tan \beta_i} = \frac{\lambda_t}{\lambda_t + \lambda_t (c/V_A)} = \frac{1}{1 + c/V_A} = \eta_i \quad (3.94)$$

$$\frac{u_{x_o}}{V_A} = \frac{c \cdot \bar{r}^2}{\lambda_t^2 + \bar{r}^2} \quad (3.95)$$

$$\frac{u_{\theta_o}}{V_A} = \frac{c \lambda_t \bar{r}}{\lambda_t^2 + \bar{r}^2} \quad (3.96)$$

$$\frac{\Delta p}{\frac{1}{2} \rho V_A^2} = \frac{u_{x_o}}{V_A} = \frac{c \cdot \bar{r}^2}{\lambda_t^2 + \bar{r}^2} \quad (3.97)$$

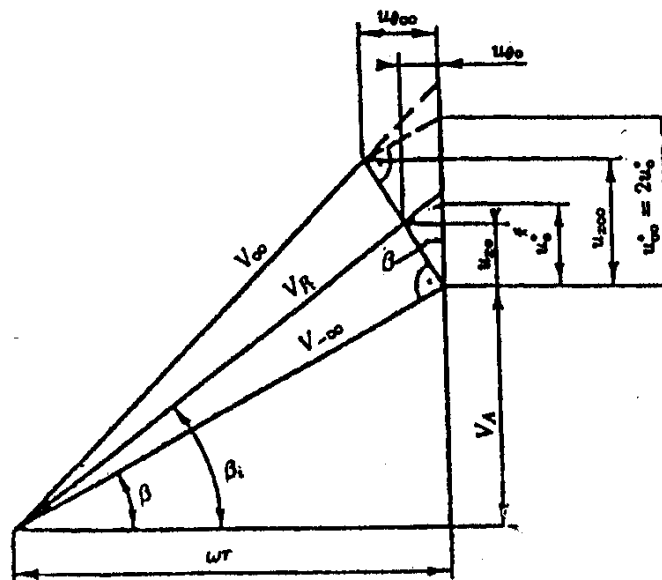


Figura 3.10. Diagrammi di velocità di elica ideale leggermente caricata

La teoria dell'elica ideale ottimale leggermente caricata fu sintetizzata da Glauert per il modo di *carico moderato*. Tale sintesi non è del tutto consistente perché in tale teoria sono mantenuti costanti alcuni dei piccoli termini di secondo ordine, mentre altri sono esclusi; ad esempio,  $p_\infty - p_A$ . Alcune delle formule progettuali per carico moderato coincidono con quelle per carico leggero, ossia la (3.93) e la (3.94); altre abbisognano di scambiare  $\lambda_t$  con  $\lambda_i$ , ossia le formule (3.95) e (3.96); mentre altre sono differenti: ad esempio, la formula (3.86).

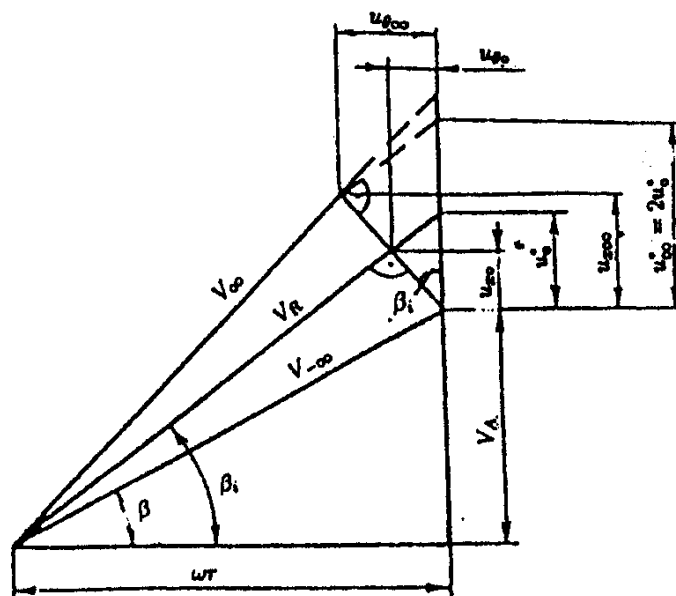


Figura 3.11. Diagrammi di velocità di elica ideale moderatamente caricata

Dal confronto dei diagrammi di velocità risulta evidente che nel caso di elica moderatamente (Fig. 3.10) caricata la condizione normale varia rispetto al caso di elica leggermente caricata (Fig. 3.11). Infatti, il vettore della velocità indotta in un punto del disco-elica, trascurando la componente radiale, è perpendicolare alla direzione del vettore della velocità risultante. La velocità risultante è caratterizzata dall'angolo  $\beta_i$ ; in questo caso viene soddisfatta esattamente la condizione  $\lambda_i = \text{cost}$ .

### 3.8.2 Propulsore ideale

Come risulta dalla relazione (3.70), per formulare la spinta è sufficiente conoscere le sole velocità indotte assiali, per cui, volendo semplificare ulteriormente la teoria, si può trascurare la velocità indotta tangenziale e passare all'esame di un modello matematico più semplice, noto come *teoria del propulsore ideale*. In questa teoria sono assunte note la densità del fluido  $\rho$ , la velocità d'avanzo del propulsore  $V_A$ , la spinta  $T$  o la resistenza effettiva  $T_E$ , e l'area della sezione idraulica  $A_o$ . Per quanto, a differenza della teoria dell'elica ideale, non sia considerata la rotazione del propulsore, in questa teoria il disco del propulsore può presentare una forma qualsiasi, non obbligatoriamente circolare: tutte le caratteristiche del propulsore ottimale ideale isolato dipendono solamente da un unico parametro definito univocamente, che è il coefficiente di carico di spinta  $C_T$ .

Nel caso di propulsore leggermente caricato, la teoria del propulsore ideale giunge alle stesse conclusioni della teoria dell'elica isolata leggermente caricata. Infatti, se in questa teoria si assegna un valore non nullo a  $V_A$  e se si ipotizza che la velocità angolare  $\omega$  tenda all'infinito, si può assumere che siano:  $V_A \neq 0$ ,  $\omega = \infty$ ,  $\lambda_i = 0$ ,  $\beta = 0$ ,  $u_{\theta_o} = u_{\theta_\infty}$ . Introducendo questi valori nelle formule (3.78) e (3.86) relative alla condizione ottimale per il propulsore ideale ottimale leggermente caricato, si può scrivere la *condizione ottimale* come

$$\frac{u_{x_o}}{V_A} = \frac{C_T}{4} \quad (3.98)$$

mentre il salto di pressione in base alla relazione (3.97) sarà pari a

$$\Delta p = \frac{1}{2} \rho V_A^2 C_T \quad (3.99)$$

Da questi rapporti risulta evidente che per il propulsore ideale ottimale leggermente caricato la velocità indotta assiale, così come il salto di pressione, sono costanti sul disco-elica. Introducendo nella formula (3.89)  $\lambda_t \rightarrow 0$ , è possibile ricavare il *rendimento del propulsore ideale ottimale leggermente caricato* precisamente come

$$\eta_i = \frac{1}{1 + \frac{C_T}{4}} \quad (3.100)$$

Il valore limite superiore del rendimento è ottenibile correttamente solamente per bassi valori di  $C_T$ , ossia per  $C_T \rightarrow 0$ . Potere effettuare stime ancora corrette per qualsiasi valore di  $C_T$  è di

grande interesse pratico. Allo scopo è necessario ricavare l'espressione della forza di rimorchio e delle perdite di potenza nella forma più generale.

Applicando la legge della variazione della quantità di moto ad un volume fluido finito, limitato da due sezioni A-A e  $\infty-\infty$  (Fig. 3.8), è possibile stabilire quanto segue. Attraverso la sezione A-A, sistemata all'infinito a monte del propulsore, nell'unità di tempo penetra una quantità di fluido  $V_A dm$ , ed attraverso la sezione  $\infty-\infty$ , posta all'infinito a valle del propulsore, nell'unità di tempo passa una quantità di fluido pari a  $(V_A + u_{x_\infty}) dm$ . Attraverso le superfici laterali del tubo di flusso considerato non esiste trasferimento di massa del fluido e, quindi, nessun trasferimento di variazione di quantità di moto. In tal modo, all'interno del volume considerato la variazione della quantità di moto nell'unità di tempo è pari a  $u_{x_\infty} dm$ . Inoltre, in base alla legge della conservazione della quantità di moto, è necessario considerare anche la proiezione sull'asse  $x^*$  dell'integrale delle forze di pressione agenti sulla superficie chiusa che racchiude il volume considerato. Poiché la proiezione della pressione costante è nulla, è ininfluente se anziché la pressione  $p$  si considera la differenza  $(p_\infty - p_A)$ . In tal modo, la proiezione delle forze di pressione può essere scritta come  $(p_\infty - p_A) dA_\infty + dI$ , dove  $dI$  è l'integrale corrispondente lungo le superfici laterali del tubo di flusso considerato. Ora, considerando che la forza agente sul fluido, sviluppata dall'elemento anulare considerato, è uguale e di direzione opposta alla forza di rimorchio elementare  $dT_E$ , si ricava

$$dT_E = u_{x_\infty} dm + (p_\infty - p_A) dA_\infty + dI \quad (3.101)$$

Il fatto che, in base alla relazione suddetta, il propulsore ideale abbia velocità indotta tangenziale nulla comporta che, in base alla formula (3.58) sia nulla la differenza di pressione  $p_\infty - p_A$ ; ciò significa che, a causa dell'assenza di forze centrifughe, la pressione nella scia all'infinito risulta essere costante ed uguale alla pressione nel fluido indisturbato. Inoltre, sebbene per ogni tubo di flusso non sia  $dI = 0$ , si può dimostrare che il valore dell'integrale è uguale a zero: ossia, è nulla la proiezione assiale dell'integrale delle forze di pressione che agiscono all'infinito in ambedue le direzioni della superficie delle linee di flusso, adiacente al contorno esterno del disco del propulsore. Ciò deriva dal fatto che, integrando la formula (3.101) su tutta la superficie della sezione trasversale  $\infty-\infty$ , posta all'infinito entro la scia, e considerando che in base alla formula (3.47) è  $dm = \rho (V_A + u_{x_\infty}) dA_\infty$ , si può derivare per la *forza di rimorchio elementare* la formula

$$T_E = \rho \int_{A_\infty} u_{x_\infty} (V_A + u_{x_\infty}) dA_\infty \quad (3.102)$$

Svolgendo considerazioni simili, a partire dalla relazione (3.51), tenendo conto che è  $p_\infty - p_A = 0$ , sulla base del bilancio energetico per il tubo di flusso elementare considerato, è possibile scrivere per la *potenza elementare* la formula

$$dP_D = \rho u_{x_\infty} \left( V_A + \frac{u_{x_\infty}}{2} \right) \cdot (V_A + u_{x_\infty}) dA_\infty \quad (3.103)$$

che coincide con la formulazione che si otterrebbe sostituendo la relazione (3.62) nella (3.51) dopo avere trascurato per il propulsore ideale i termini nulli.



Integrando la relazione (3.103) sulla sezione trasversale  $\infty\text{-}\infty$  e sottraendo la potenza utile  $V_A \cdot T_E$  calcolata servendosi della formula (3.62), per le *perdite di potenza* si può ricavare la formula

$$\Delta P_D = \rho \int_{A_\infty} (V_A + u_{x_\infty}) \cdot \frac{u_{x_\infty}^2}{2} dA_\infty \quad (3.104)$$

### Condizione ideale

Le formule (3.102) e (3.104) sono valide per qualunque carico idrodinamico, compreso il modo a velocità nulla, ossia quando è  $V_A = 0$ . Esse sono utilizzabili quando sia nota la distribuzione della velocità indotta assiale sulla sezione considerata nella scia all'infinito a valle. Per un *propulsore ideale di carico arbitrario*, assegnati  $\rho$ ,  $V_A$ ,  $T$  e  $A_\infty$ , si hanno perdite di potenza minime; ossia, si ottiene il massimo rendimento quando le velocità indotte assiali sono costanti sulla sezione trasversale della scia all'infinito - in tal caso si assume che siano soddisfatte le condizioni (3.109) - per cui la *condizione ottimale* è data da

$$u_{x_\infty} = c_\infty \quad \text{su } A_\infty \quad (3.105)$$

Per dimostrarlo, si sottrae da  $\Delta P_D$ , valore corrispondente al propulsore ideale arbitrario,  $\Delta P_D^0$ , valore che corrisponde alla condizione ideale  $u_{x_\infty} = c_\infty$ , derivando la relazione

$$\Delta P_D - \Delta P_D^0 = \frac{1}{2} \rho \int_{A_\infty} (V_A u_{x_\infty}^2 + u_{x_\infty}^3 - V_A c_\infty^2 - c_\infty^3) dA_\infty \quad (3.106)$$

dalla quale si deriva l'espressione

$$\begin{aligned} \Delta P_D - \Delta P_D^0 &= \frac{1}{2} \rho \int_{A_\infty} \left\{ (u_{x_\infty} - c_\infty)^2 \left[ u_{x_\infty} + \frac{(V_A + c_\infty)^2}{V_A + 2c_\infty} \right] \right\} dA_\infty + \\ &\quad \left[ \frac{c_\infty (V_A + 3c_\infty/2)}{V_A + 2c_\infty} \right] \cdot (T - T^0) \end{aligned} \quad (3.107)$$

A partire dalla relazione (3.107), tenendo conto del fatto che è  $T = T^0$ , in quanto sono messi a confronto propulsori ideali che hanno spinte uguali, si può concludere che la disequazione

$$\Delta P_D - \Delta P_D^0 > 0 \quad (3.108)$$

è valida in tutti i casi nei quali il valore assegnato  $u_{x_\infty}$  differisce dal valore costante corrispondente alla condizione ottimale (3.68) e se sono valide simultaneamente le seguenti condizioni

$$V_A \geq 0 ; \quad u_{x_\infty} > -\frac{V_A}{2} ; \quad c_\infty > -\frac{V_A}{2} \quad (3.109)$$

che assicurano un integrando positivo nella formula (3.107).

### Formula di Rankine

Sostituendo la condizione di normalità (3.105) nella formula (3.102) relativa alla forza di rimorchio ed integrando - tenendo conto del fatto che l'integrando è una funzione costante - per il propulsore ideale si può ricavare la formula

$$T_E = \rho c_\infty (V_A + c_\infty) A_\infty \quad (3.110)$$

In maniera similare, utilizzando la formula (3.104), per le perdite di potenza si può ricavare la relazione

$$\Delta P_D = \frac{1}{2} \rho c_\infty^2 (V_A + c_\infty) A_\infty = \frac{1}{2} c_\infty T_E \quad (3.111)$$

Sostituendo le espressioni ricavate nella relazione (3.44), si può stabilire che il rendimento del propulsore ideale ottimale è determinato dalla *formula di Rankine*

$$\eta_i = \frac{1}{1 + \frac{c_\infty}{2V_A}} \quad (3.112)$$

Questa formula è valida non solo per un propulsore ideale isolato, ma anche per un propulsore ideale dietro carena. In tal caso, la formula (3.112) non fornisce il rendimento del propulsore isolato, ma il rendimento quasi-propulsivo. Secondo la formula di Rankine, l'aumento della velocità indotta assiale nella scia all'infinito porta sempre ad una riduzione del rendimento del propulsore. La formula (3.110) indica che per ottenere la forza di rimorchio effettiva cercata, per una assegnata velocità d'avanzo  $V_A$ , conviene aumentare l'area della sezione trasversale  $A_\infty$ . Comunque, tale conclusione è valida solo quando l'influenza delle forze viscosse non è significativa.

### Formula di Lavrentiev

In base alla legge di conservazione di massa (3.47) si può ottenere la relazione

$$\bar{V}_S A_o = (V_A + u_\infty) A_\infty \quad (3.113)$$

dove  $\bar{V}_S$  è la velocità media del flusso, ossia la componente assiale media della velocità relativa sul disco-elica. Sostituendo la relazione (3.113) nella (3.110), per la spinta effettiva si può ricavare la formula

$$T_E = \rho u_\infty \bar{V}_S A_o \quad (3.114)$$

Considerando il *coefficiente di carico della forza di rimorchio*

$$C_{TE} = \frac{T_E}{\frac{1}{2} \rho V_A^2 A_o} \quad (3.115)$$

la formula (3.114) può essere trasformata nella relazione

$$\frac{u_\infty}{V_A} = \frac{C_{TE} \cdot V_A}{2\bar{V}_S} \quad (3.116)$$

Sostituendo il valore di  $c_\infty$  nella formula di Rankine (3.112), si ottiene la *formula di Lavrentiev*

$$\eta_i = \frac{1}{1 + \frac{C_{TE} \cdot V_A}{4\bar{V}_S}} \quad (3.117)$$

### Formula di Večinkin

Per un propulsore ideale isolato è valida la formula di Froude–Finsterwalder nella sua forma integrale

$$\bar{V}_S = V_A + \frac{u_\infty}{2} \quad (3.118)$$

per cui la definizione di tale teorema rimane valida solamente per la velocità media. Se il termine di sinistra dell'identità (3.45) viene calcolato mediante la formula (3.114), e se nel termine di destra si introduce nella spinta  $T$  il valore calcolato per un propulsore ideale ottimale, in base alle relazioni (3.61), (3.48) e (3.105) si ottiene

$$\rho u_\infty \bar{V}_S A_o = \rho u_\infty \left( V_A + \frac{u_\infty}{2} \right) A_o \quad (3.119)$$

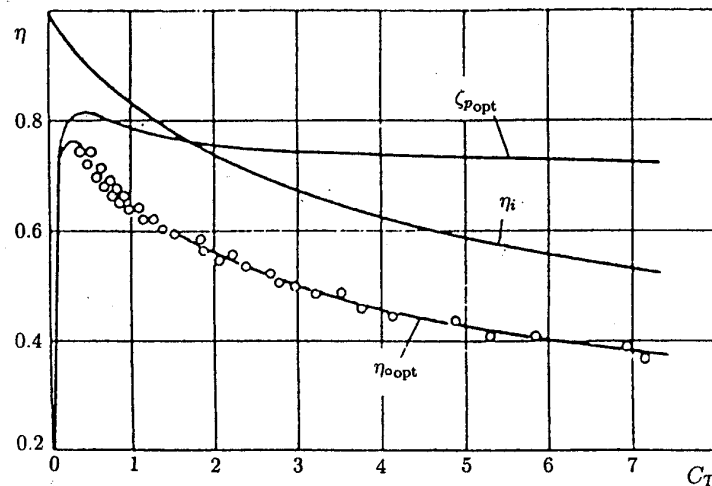


Figura 3.12. Dipendenza del coefficiente di qualità dal coefficiente di carico di spinta

Per un propulsore isolato è  $C_{TE} = C_T$ , per cui sostituendo nella relazione (3.116) il valore di  $\bar{V}_S$  ricavato con la formula (3.118) e  $C_{TE}$  con  $C_T$ , si può ottenere un'equazione quadratica in  $u_\infty/V_A$ , risolvendo la quale è semplice ricavare la formula

$$\frac{u_\infty}{V_A} = \sqrt{1 + C_T} - 1 \quad (3.120)$$

Il segno della radice di questa formula viene assunto tenendo conto delle condizioni (3.109), per cui la teoria considerata risulta valida solamente per  $C_T > -3/4$ . Sostituendo la relazione (3.120) nella formula di Rankine (3.112), è possibile ottenere la *formula di Večinkin* per il calcolo del *rendimento ideale di un propulsore isolato ed ottimale*

$$\eta_i = \frac{2}{1 + \sqrt{1 + C_T}} \quad (3.121)$$

In base a questa formula il rendimento del propulsore considerato dipende solamente dal coefficiente di carico di spinta  $C_T$  e cresce in modo monotono al diminuire di  $C_T$  (Fig. 3.12).

### Coefficiente di qualità

Il rendimento ideale deve essere interpretato, quindi, come un irraggiungibile rendimento irrealisticamente elevato, ma che torna utile per confrontare due tipi di eliche, comparando i loro rendimenti rispetto al rendimento ideale. Questo confronto può essere effettuato mediante la Figura 3.13 dove il rendimento ideale è stato diagrammato per un vasto intervallo di valori del coefficiente di carico di spinta insieme ai rendimenti di numerosi propulsori per varie classi di navi.

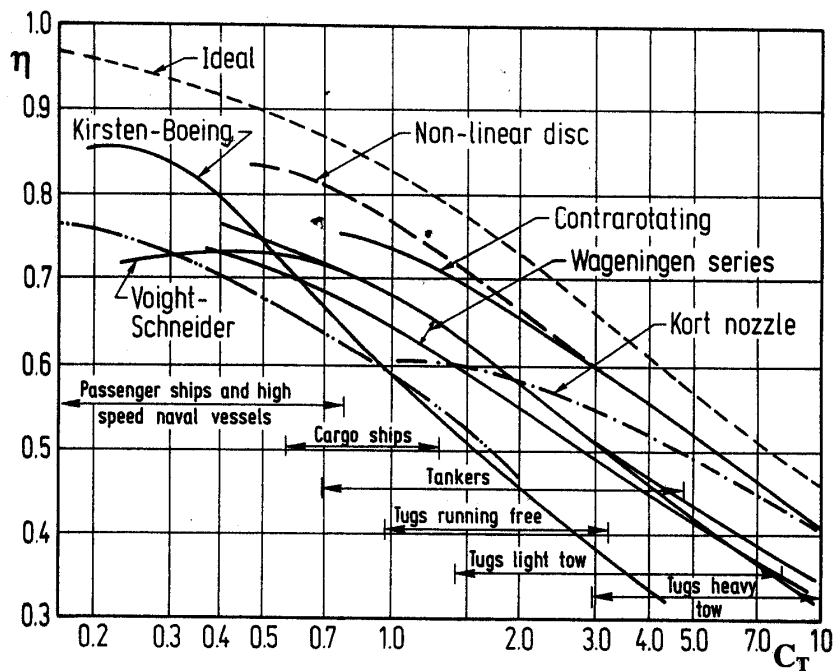


Figura 3.13. Rendimenti di differenti propulsori e coefficienti di carico per diverse classi di navi

Per confrontare, nella condizione  $V_A \neq 0$ , un propulsore reale con il corrispondente propulsore ideale, si introduce il *coefficiente di qualità*  $\zeta_{p_{opt}}$  del propulsore, definito dal rapporto tra il rendimento  $\eta_i$  di un propulsore ideale isolato ed il rendimento ottimale  $\eta_{o_{opt}}$  del propulsore reale. Se si combinano le relazioni (3.120) e (3.56), si può ricavare la contrazione massima del tubo di flusso come

$$\left(\frac{D_\infty}{D}\right)^2 = \frac{1 + \sqrt{1 + C_T}}{2\sqrt{1 + C_T}} \quad (3.122)$$

In Figura 3.12 queste tre grandezze sono rappresentate in funzione del coefficiente di carico. Il coefficiente di qualità deve essere minore dell'unità, poiché il propulsore reale presenta sempre perdite non considerate nel modello del propulsore ideale. La zona compresa tra le curve relative ai due rendimenti  $\eta_i$  e  $\eta_{o_{opt}}$  caratterizza l'integrale delle perdite di energia.

Si possono distinguere due zone: nella prima ( $0 < C_T < C_{T_o}$ , dove  $C_{T_o} = 0.30 \div 0.35$  è il coefficiente di carico corrispondente al rendimento massimo dell'elica reale) il carattere delle variazioni dei rendimenti delle due eliche sono qualitativamente differenti; nella seconda ( $C_T > C_{T_o}$ ) l'andamento dei due rendimenti è simile. In pratica, per tutte le eliche con  $C_T < 0.30$  il coefficiente di qualità è pari a  $0.80 \div 0.85$ .

### Modo a velocità nulla

Nel modo a velocità nulla, ossia quando è  $V_A = 0$ , il rendimento di ogni propulsore è nullo in base alla formula (3.44), dal momento che la potenza utile sviluppata dall'elica è nulla. Le formule progettuali della teoria del propulsore ideale ottimale per questo modo operativo hanno forma dimensionale, poiché in questo caso per ottenere le velocità adimensionali non è necessario dividerle per  $V_A$ ; esse sono

$$\begin{aligned} u_{x_\infty} = c_\infty \quad ; \quad c_\infty &= \sqrt{\frac{T}{\frac{1}{2}\rho A_o}} \\ \Delta p &= \frac{1}{2}\rho c_\infty^2 \quad ; \quad \frac{A_o}{A_\infty} = 2 \\ C_T &= \infty \quad ; \quad \frac{T}{\Delta P_D} = \frac{2}{c_\infty} \end{aligned} \quad (3.123)$$

Si dovrebbe considerare il fatto che secondo la formula (3.109) il propulsore ideale suddetto è ottimale nel modo di velocità nulla, ossia sviluppa il valore massimo di  $T/\Delta P_D$ , per valori assegnati di  $\rho$ ,  $T$  e  $A_\infty$ , solo quando le velocità assiali all'infinito entro la scia sono positive in tutti i punti della sezione trasversale.

## Capitolo 4

# Idrodinamica dei profili portanti

Prima di procedere allo studio del funzionamento di un'elica navale ed alle sue applicazioni progettuali, è necessario conoscere gli elementi fondamentali dell'aerodinamica e dell'idromeccanica delle superfici portanti. Nei veicoli marini ed aeronautici, nelle costruzioni meccaniche ed in molti altri prodotti della tecnica, viene utilizzata la forza portante aerodinamica che si produce per effetto del moto delle *ali* o superfici portanti. La differenza tra *portanza idrodinamica* e *portanza aerodinamica* deriva dall'assenza o marginalità della compressibilità.

Nelle navi e nei veicoli marini, le superfici portanti sono impiegate nelle pale delle eliche, nei timoni, nei pattini degli aliscafi, nelle chiglie e nelle vele delle imbarcazioni a vela, nelle superfici di controllo, ecc. Le superfici portanti utilizzate in acqua producono *portanza* in maniera almeno simile a quello delle ali in aria; tuttavia, le caratteristiche di portanza in acqua possono essere differenti o limitate dalla cavitazione e dalla ventilazione. Nel caso di un propulsore, il suo comportamento dipende fondamentalmente dalla sua geometria e, quindi, dai tipi di profili bidimensionali che costituiscono le sue pale.

All'inizio del XX secolo, la domanda di ali efficienti per i primi aeroplani e la mancanza di una teoria consistente delle superfici portanti portò a sottoporre a prove sperimentali un grande numero di profili alari, quali quelli delle serie di Eiffel e della RAF, con forme geometriche rese sempre più efficienti sulla base di metodi empirici derivati dall'analisi dei risultati sperimentali stessi. Molte forme delle sezioni di pala delle eliche navali sono basate ancora oggi su profili sviluppati originariamente per le ali delle aeromobili. Ambedue operano in base alle stesse leggi fisiche, per cui nel progetto e nell'analisi delle eliche marine sono utilizzati estensivamente dati aerodinamici, derivati fondamentalmente da misure sperimentali di forze e di pressioni.

Nei primi decenni del XX secolo, contestualmente alle analisi sperimentali, fu sviluppata la *teoria dei profili portanti* il cui scopo fondamentale consiste nella determinazione delle velocità da questi indotte nel campo fluido, nonché nello studio della relazione tra queste velocità e la circolazione prodotta dai profili stessi. La determinazione delle *velocità indotte* e, quindi, la possibilità di calcolare le forze dell'elica, presuppone la conoscenza della *dinamica dei profili portanti*.

## 4.1 Campi di flusso intorno a profili portanti

Lo studio dell'idrodinamica delle eliche navali presuppone lo studio del flusso intorno a profili alari bidimensionali. I flussi intorno alle eliche navali, alle chiglie delle barche a vela, alle ali di un aliscafo, a qualunque superficie di controllo, sono inerentemente tridimensionali, per cui è importante rilevare che un flusso bidimensionale è una idealizzazione della realtà. Tra l'altro, è pressoché impossibile creare un flusso veramente bidimensionale in una galleria del vento o in una galleria di cavitazione. Anche quando il modello di un profilo portante fosse posizionato perfettamente tra le pareti di una galleria di prova, l'interazione tra gli strati limite delle pareti della galleria e del profilo portante potrebbe generare tridimensionalità che 'sporcano' la desiderata bidimensionalità del campo di flusso. Affidabili misure sperimentali su profili alari bidimensionali richiedono perciò una grande attenzione allo scopo di minimizzare, fino ad evitarli, indesiderati effetti tridimensionali.

Ovviamente, i flussi bidimensionali possono essere modellati teoricamente e sono molto più semplici da trattare dei flussi tridimensionali. Inoltre, il meccanismo fondamentale per creare portanza, così come molti metodi per progettare forme ottimali di profili portanti, è basato su teorie e concetti bidimensionali. I metodi progettuali per le ali delle aeromobili, per le eliche navali, e per qualunque superficie portante, utilizzano pesantemente dati aerodinamici di serie di profili alari bidimensionali. È importante tenere a mente, comunque, che non si può semplicemente assemblare un'ala o un'elica tridimensionale sommando strisce costituite da sezioni alari bidimensionali e pensare di ottenere risultati accurati.

Esistono molti metodi per valutare il flusso intorno a profili alari, ed è importante stabilirne i vantaggi e gli svantaggi; i modi finora sviluppati sono classificabili in tre gruppi:

- metodi analitici o numerici;
- metodi a potenziale (flusso ideale), metodi in flusso viscoso o metodi che accoppiano lo strato limite al flusso potenziale;
- metodi esatti, linearizzati o parzialmente linearizzati.

Purtroppo, non sono realizzabili tutte le combinazioni di questi tre modi; ad esempio, i flussi del tutto viscosi possono essere risolti solamente per via numerica. Converrà studiare inizialmente il *metodo delle trasformazioni conformi*, che può essere facilmente identificato come *analitico, non-viscoso ed esatto*. Si può esaminare successivamente la *teoria lineare non-viscosa*, che può essere *analitica o numerica*. Le caratteristiche principali di questo metodo possono essere estese ai flussi tridimensionali grazie ad opportune correzioni. Seguono i *metodi a pannelli*, che possono essere classificati come *numerici, non-viscosi, esatti*. Possono essere trattati, quindi, *i metodi ibridi che accoppiano lo strato limite al flusso potenziale*, caratterizzabili come *metodi numerici, esatti*; in realtà, la teoria dello strato limite implica ipotesi di linearizzazione per cui lo strato limite è assunto sottile, anche se nessun metodo ibrido ipotizza che il profilo alare sia sottile. Infine, vanno considerati i metodi numerici *RANS (Reynolds Averaged Navier-Stokes)*: sebbene la geometria del profilo portante sia esatta, i modelli di turbolenza impiegati sono approssimazioni spesso inadeguate a descrivere la reale fisica del flusso.

## 4.2 Proprietà aerodinamiche

Una superficie portante è in genere un corpo affusolato che, muovendosi nel fluido circostante che lo investe con un piccolo angolo d'incidenza, genera una forza idromeccanica di portanza in direzione pressoché perpendicolare al suo moto di avanzamento. Una superficie portante è caratterizzata da un certo numero di caratteristiche geometriche, che ne determinano la forma: tra queste, le sue sezioni trasversali, la *superficie piana*  $S$  della sua proiezione in pianta, e l'apertura alare o *allungamento*  $b$ , che è l'estensione materiale della superficie portante in direzione perpendicolare alla velocità del flusso indisturbato. L'apertura alare è caratterizzata dal suo allungamento relativo o *rapporto di allungamento*, quantità adimensionale definita per un'ala piana dal rapporto  $AR = b^2/S$ .

Il rapporto di allungamento è una misura importante della tridimensionalità della superficie portante. In base al valore di  $AR$ , si possono distinguere superfici portanti di allungamento finito e superfici portanti di piccolo allungamento ( $AR < 2$ ). Negli sviluppi teorici si suppone che le superfici portanti abbiano allungamento infinito. Una superficie portante con un elevato rapporto di allungamento ha le estremità tra loro più distanti rispetto ad un'ala di eguale superficie ma con basso rapporto di allungamento, presentando perciò una minore riduzione della portanza ed un minore incremento della resistenza, per effetto della minore vorticità prodotta sulle estremità. Per determinarne le caratteristiche aerodinamiche di un'ala, ci si può limitare allo studio del *flusso bidimensionale* intorno al *profilo* ottenuto intersecando l'ala con un piano perpendicolare alla sua apertura; ossia, esaminando le caratteristiche del flusso bidimensionale attorno al profilo alare.

Il graduale sviluppo della teoria dei profili alari permise di isolare il problema della sezione alare dagli effetti dell'allungamento della superficie portante, consentendo un approccio sperimentale più sistematico. Cronologicamente, la prima serie sistematica di *profili portanti* fu quella costituita dai cosiddetti profili di Žoukovsky, il quale fondò il metodo matematico per generare la loro forma, prevedendone nel contempo la circolazione. Decine di queste sezioni teoriche, che costituirono lo sviluppo dei tipi moderni di profili alari, furono provate a cavallo della prima guerra mondiale nella galleria del vento di Göttingen per valori del numero di Reynolds pari a  $4 \cdot 10^5$ , con rapporto di spessore massimo ( $t_m/c$ ) tra il 6% ed il 36%, e con rapporto di curvatura massimo della linea mediana ( $f_m/c$ ) fino al 20%. Il bordo di uscita di queste sezioni era molto sottile, il bordo di ingresso era arrotondato, e lo spessore massimo si trovava in prossimità del 25% della lunghezza di corda dal bordo di ingresso. Fino alla seconda guerra mondiale, la maggior parte dei profili portanti fu derivata in base ai risultati ottenuti a Göttingen. Fu così possibile determinare l'influenza di diverse geometrie di profili alari sulle caratteristiche aerodinamiche di un'elica.

A meno di diverse precisazioni, i profili portanti di un'elica navale sono sezioni di pala ottenute per intersezione con un cilindro, il cui asse coincide con l'asse di rotazione dell'elica. Sebbene le caratteristiche di una sezione bidimensionale non sembrino corrispondere esattamente a quelle che questa presenta quando viene a costituire una sezione di pala, in quanto il flusso intorno ad un'elica è tridimensionale, è utile conoscerle per derivare i criteri da applicare nella scelta



dei profili. Le caratteristiche idrodinamiche di un profilo portante, quali la portanza ed il momento di beccheggio, dipendono dalla sua geometria, dalla posizione dello spessore massimo, dalla curvatura massima della linea mediana, nonché dal suo attrito superficiale e dal numero di Reynolds.

Affinché si generi portanza, la faccia del profilo è inclinata rispetto al flusso incidente di un certo *angolo d'incidenza*, costringendo così un certo volume di fluido a spostarsi, intorno al bordo di ingresso, dalla faccia verso il dorso. Un profilo portante può essere visto come un dispositivo che costringe il tubo di flusso affluente a deformarsi verso l'alto, anche se questa modellazione non è certamente giustificabile da un punto di vista teorico. In tutta la trattazione si ipotizza che gli effetti viscosi siano limitati ad uno strato limite sottile lungo la superficie portante, per cui vengono inizialmente trascurati. La modellazione matematica della teoria dei profili portanti è, quindi, basata sulla sola *teoria potenziale*.

#### 4.2.1 Geometria dei profili portanti

Esiste una varietà enorme di profili portanti che sono stati e possono essere progettati e sperimentati, e che costituiscono le cosiddette famiglie o *serie di profili*, a parametri geometrici variabili (profili NACA, profili cavitanti, profili supercavitanti). Tuttavia, solo un numero limitato di profili, appartenenti a poche serie, ha trovato applicazione in campo navale.

In base alle caratteristiche idrodinamiche richieste nelle costruzioni navali, nel campo delle eliche subcavitanti si utilizzano profili alari (Fig. 4.1a), oppure profili lenticolari (Fig. 4.1b) utilizzati anche per eliche subcavitanti ad elevate velocità, i quali hanno bordi di ingresso e di uscita aguzzi, mentre nel caso di eliche supercavitanti (Fig. 4.1c) sono preferiti profili cuneiformi con il bordo di ingresso acuminato e bordo di uscita tronco.

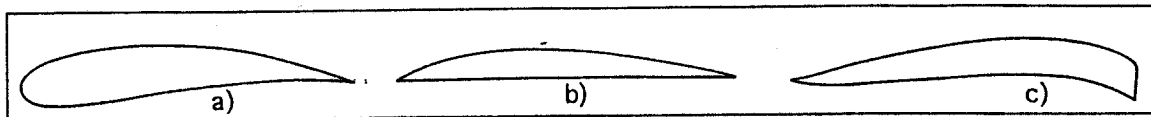


Figura 4.1. Profili portanti

I *profili alari* sono a forma di goccia, generalmente sottili, con faccia concava, e con bordi d'ingresso e d'uscita arrotondati. In Figura 4.2 sono illustrati i parametri geometrici principali: la linea naso-coda, ossia il segmento rettilineo tratteggiato che unisce il punto di massima curvatura sul bordo d'ingresso al bordo di uscita e la cui lunghezza è la corda  $c$ ; l'inarcamento massimo  $f_m$  della linea mediana, la quale è il luogo geometrico dei punti equidistanti dalla faccia e dal dorso, misurati perpendicolarmente alla sezione stessa; lo spessore massimo  $t_m$  e la distribuzione di spessore lungo la corda.

Il passo di una sezione alare viene definito mediante la linea di riferimento del passo, la quale è tangente alla faccia della sezione e parallela alla linea di corda. Le estremità del profilo, dette bordo di ingresso e bordo di uscita, sono arrotondate e spesso sopraelevate rispetto alla linea del passo. Lo spessore massimo di un profilo alare non si trova quasi mai al centro della sezione,

ma verso il bordo di ingresso. Le estremità sono più basse della linea di riferimento del passo. Il raggio del bordo di entrata e l'angolo di tangenza del bordo di uscita costituiscono parametri secondari. Ogni sezione di pala può essere definita completamente fornendo l'entità dei singoli parametri in funzione della loro posizione relativa lungo la corda.

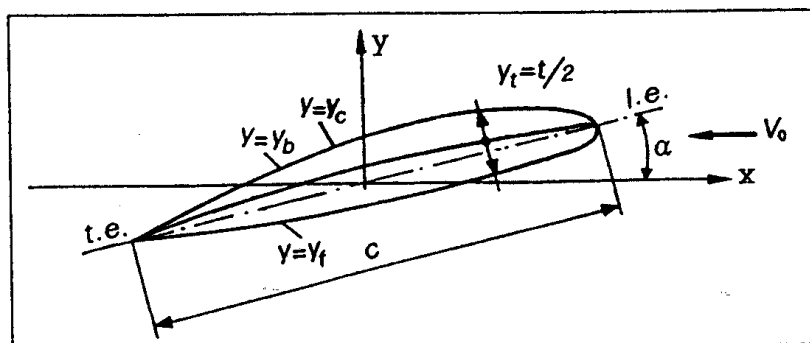


Figura 4.2. Illustrazione delle notazioni di un profilo alare

I *profili lenticolari* sono sezioni portanti con la faccia piana ed il dorso costituito da un segmento di circonferenza, di ellisse, o di parabola. La corda è rettilinea, e coincide sia con la faccia che con la linea del passo di riferimento; lo spessore massimo è situato a metà del profilo; le estremità della sezione, teoricamente a bordi vivi, sono di solito arrotondate in un'elica navale. Questi profili sono simmetrici rispetto ad una perpendicolare alla faccia passante per il centro della corda. Sono utilizzati, anche per le eliche di alcune serie sistematiche, nelle sezioni più esterne, in modo da mantenere sul dorso una distribuzione di pressione quanto più possibile uniforme per diminuire il rischio di cavitazione. Trascurando alcuni termini di secondo ordine della funzione che fornisce il coefficiente di portanza rispetto all'angolo d'incidenza, si può verificare che la pendenza della curva di portanza di un profilo lenticolare risulta ridotta rispetto a quella di un profilo alare convenzionale, soprattutto a causa del più accentuato fenomeno di separazione sui punti di stagnazione<sup>1</sup>.

I *profili cuneiformi*, dei quali i più noti sono i profili di Tulin, sono utilizzati per valori sufficientemente bassi del numero di cavitazione, pressoché pari a metà di quello di innesco, quando lo strato cavitativo sul dorso delle sezioni si estende al di là del bordo di uscita. Questi tipi di profili trovano applicazione nelle eliche degli scafi plananti e degli aliscafi, per velocità operative superiori ai 40 nodi.

In generale, nei calcoli aerodinamici si è soliti separare il profilo portante in una linea mediana di spessore nullo ed in una distribuzione simmetrica di spessore. La prima fornisce il maggiore contributo alla portanza ed una certa resistenza prodotta necessariamente nella generazione della portanza, la cosiddetta *resistenza indotta*, mentre la seconda determina sostanzialmente la resistenza del profilo.

<sup>1</sup>Nel flusso di un fluido incompressibile, l'incremento di pressione nel punto di stagnazione è la *pressione dinamica*  $q = 0.5\rho V^2$ . A dispetto del nome, questa pressione è sostanzialmente un differenziale di pressione statica; ossia, è la differenza tra quella di un punto di stagnazione, dove la velocità è nulla, e quella della pressione dell'ambiente

### 4.2.2 Profili NACA

Tra le due guerre mondiali, negli USA vennero sviluppate dalla NACA (National Advisory Committee for Aeronautics of America) parecchie serie di profili alari, ottenute variando sistematicamente la loro geometria. Questi profili presentavano bassi valori di resistenza. La loro linea mediana fu scelta in modo da ottenere una distribuzione di pressione lungo la corda che permettesse di ritardare l'insorgere della cavitazione. Le ricerche della NACA furono ulteriormente sistematizzate separando gli effetti della distribuzione di spessore da quelli dovuti alla curvatura della linea mediana. Gli esperimenti vennero effettuati a numeri di Reynolds assai elevati.

Tra le prime serie di profili, quella NACA a 4 cifre fu ricavata, a partire dal 1932, senza una solida base teorica, al solo scopo di approssimare i profili efficienti dell'epoca (Clark-Y). Sebbene siano attualmente poco utilizzati per il progetto delle ali, i profili della serie a 4 cifre senza linea mediana sono ancora adoperati per le superfici di coda di aeromobili subsonici. Verso il 1935 la NACA sviluppò la serie a 5 cifre, caratterizzata, rispetto alla serie precedente, dallo spostamento verso il bordo d'ingresso della posizione di massima curvatura, allo scopo di aumentare la portanza massima ottenibile.

Con l'avvento di velocità più elevate divenne necessaria variare la posizione del massimo spessore, portandolo tra il 40% ed il 50% della lunghezza di corda, riducendo così lo spessore intorno al bordo d'ingresso, nella cosiddetta serie a 6 cifre. Questa serie preservava la distribuzione di spessore della serie-4, presentava una linea mediana perfettamente rettilinea a partire dal 20% della corda, ed annullava il momento di beccheggio. Detti anche *profili laminari*, sono risultati essere i più adatti nelle applicazioni navali. Si ottenne così il vantaggio di conservare il flusso laminare su una percentuale della lunghezza di corda maggiore delle precedenti, aumentando il coefficiente di portanza e riducendo la resistenza dei profili.

Come detto, i profili NACA vengono individuati mediante una sigla cifrata. Ad esempio, la sigla 66<sub>3</sub> – 212 per uno dei profili NACA a 6 cifre va letta come segue: la prima cifra '6' indica il numero della serie; la seconda cifra '6' indica la distanza dal bordo di ingresso, normalizzata rispetto alla lunghezza di corda, del punto di minima pressione ( $x/c = 0.6$ ) della sezione simmetrica di base con portanza nulla; il pedice '3' designa l'intervallo del coefficiente di portanza ( $-0.3 \leq C_L \leq 0.3$ ) entro il quale esistono su ambedue le superfici della sezione gradienti favorevoli di pressione; la cifra '2', successiva al tratteggio, fornisce il coefficiente di portanza ( $C_L = 0.2$ ) per il quale si ha il coefficiente di resistenza minimo; gli ultimi due caratteri '12' indicano il rapporto di spessore massimo ( $t_m/c = 0.12$ ). Va detto che le cifre che definiscono un profilo hanno un valore puramente indicativo; le caratteristiche effettive devono essere ricavate che dai relativi diagrammi, grafici e tabelle della serie, reperibili in Abbott e Doenhoff (1959).

Le sezioni di tutti i profili alari sono ottenibili sovrapponendo una distribuzione di semispessori simmetrici  $y_t$  perpendicolarmente alla linea mediana (Fig. 4.3), che a sua volta è definita mediante le ordinate  $y_c$  distribuite perpendicolarmente alla linea di corda. Le coordinate adimensionali di un punto della linea mediana e la sua pendenza nello stesso punto sono designate

rispettivamente come  $x_c$ ,  $y_c$  e  $\theta = \arctan(df/dx)$ , dove  $f$  è la curvatura della linea mediana in quel punto.

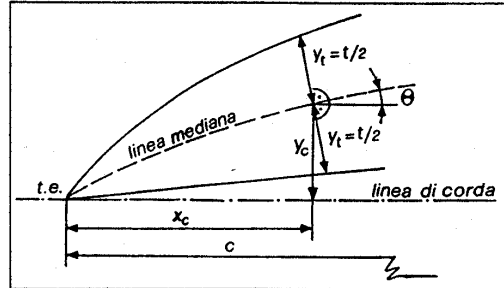


Figura 4.3. Costruzione di un profilo alare

Se  $x_b$  e  $y_b$  rappresentano le coordinate di un punto sul dorso del profilo, ad ogni posizione  $x_c$  di corda le coordinate del dorso sono date da

$$\left. \begin{aligned} x_b &= x_c - y_t \sin \theta \\ y_b &= y_c + y_t \cos \theta \end{aligned} \right\}$$

mentre quelle di un punto qualsiasi della faccia valgono

$$\left. \begin{aligned} x_f &= x_c + y_t \sin \theta \\ y_f &= y_c - y_t \cos \theta \end{aligned} \right\}$$

Nelle eliche navali, i profili base più utilizzati sono il NACA 16 ed il NACA 66 mod, di qui in avanti indicato come NACA 66\*; più raramente il NACA 66, a causa della eccessiva sottigliezza del bordo di uscita. Questi profili presentano una bassa resistenza, o meglio una *bassa impedenza*, ossia un basso rapporto tra resistenza e portanza.

Le rispettive distribuzioni di spessore lungo la corda, espresse come percentuale dello spessore massimo  $t_m$ , sono riportate in Tabella 4.1. Il profilo NACA 66\* fu sviluppato da Brockett (1966) che, pur senza causare apprezzabili variazioni dal punto di vista idrodinamico, ispessì le zone di estremità per evitare le frequenti rotture dei profili originali NACA 66.

La quantità  $f_m/c$  è detta *rapporto di curvatura*; analogamente il rapporto  $t_m/c$  è detto *rapporto di spessore*. È stata pratica comune sviluppare profili alari scalando linearmente la generica linea mediana e le forme simmetriche di spessore ai loro valori desiderati, e combinandole mediante le equazioni suddette per ottenere la geometria della superficie del profilo.

I profili della serie a 6 caratteri sono associati ad una linea mediana. La NACA sviluppò negli anni '30 e '40 alcune linee mediane che producessero una distribuzione di pressione tale da ritardare l'innescio della cavitazione. Molte sono definite mediante un indice  $a$ , che indica, a partire dal bordo di ingresso, la percentuale di corda  $c$  sulla quale la pressione è costante, per poi decrescere linearmente lungo il segmento  $c(1-a)$  fino ad annullarsi sul bordo di uscita. Le linee mediane più utilizzate nelle applicazioni navali sono la  $a=0.8$ , la  $a=1$ , e la NACA 65.

Profili	NACA 16	NACA 66	NACA 66*
$x/c$ (%)	$y_t/t_m$	$y_t/t_m$	$y_t/t_m$
0.00	0.0000	0.0000	0.0000
2.50	0.1504	0.1530	0.1466
5.00	0.2091	0.2095	0.2066
10.0	0.2881	0.2920	0.2920
15.0	0.3445	0.3530	0.3521
20.0	0.3887	0.4002	0.4000
30.0	0.4514	0.4637	0.4637
40.0	0.4879	0.4952	0.4952
50.0	0.5000	0.5000	0.4962
60.0	0.4862	0.4692	0.4653
70.0	0.4391	0.3860	0.4035
80.0	0.3499	0.2572	0.3110
90.0	0.2098	0.1108	0.1877
95.0	0.1179	0.0437	0.1143
100.0	0.0100	0.0000	0.0333

Tabella 4.1. Geometria tabulare degli spessori di profili base NACA

La Tabella 4.2 ne riporta la distribuzione della curvatura come percentuale dell'inarcamento massimo. Si può osservare che queste linee mediane sono simmetriche rispetto alla mezzeria. Entrambe presentano la cosiddetta distribuzione di pressione 'a tetto' che ha la forma generale riportata in Figura 4.4. Viceversa, la distribuzione del carico è ellittica lungo la corda per la linea mediana NACA 65.

Linee mediane	a = 0.8	a = 1.0	NACA 65
$x/c$ (%)	$y_c/f_m$	$y_c/f_m$	$y_c/f_m$
0.00	0.000	0.000	0.000
2.50	0.169	0.159	0.098
5.00	0.286	0.271	0.190
10.0	0.468	0.448	0.360
15.0	0.610	0.588	0.510
20.0	0.721	0.705	0.640
30.0	0.882	0.865	0.840
40.0	0.970	0.962	0.960
50.0	1.000	1.000	1.000
60.0	0.970	0.962	0.960
70.0	0.882	0.865	0.840
80.0	0.721	0.705	0.640
90.0	0.468	0.448	0.360
95.0	0.286	0.271	0.190
100.	0.000	0.000	0.000

Tabella 4.2. Ordinate di linee mediane NACA

I metodi per combinare le distribuzioni di spessore e delle linee mediane sono sufficientemente flessibili da consentire qualsiasi soluzione, permettendo di approssimare una considerevole varietà di distribuzioni di pressione senza dovere derivare, all'occorrenza, nuove sezioni.

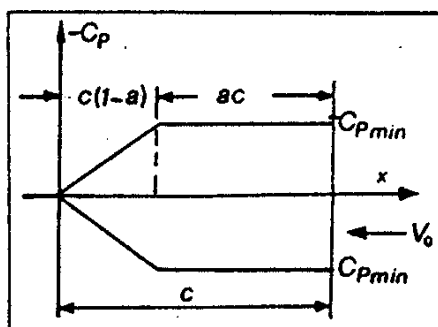


Figura 4.4. Distribuzione di pressione 'a tetto'

Una caratteristica geometrica importante di un profilo alare è il *raggio del bordo di ingresso*  $\rho_{le}$ , determinabile mediante la relazione

$$\rho_{le} = 0.4889 \left( \frac{t_m}{c} \right)^2$$

che mostra come il raggio del bordo d'ingresso dipende dal quadrato dello spessore del profilo. Nelle tabelle NACA il suo valore è riportato esplicitamente.

Una certa attenzione va dedicata anche ai dettagli della geometria del bordo d'uscita. Come si vedrà trattando la condizione di Kutta, la soluzione unica per il flusso intorno ad un profilo portante operante in un fluido ideale richiede che il bordo d'uscita sia a cuspide. Ma questioni pratiche di natura strutturale e costruttiva rendono impraticabili bordi d'uscita aguzzi. Talvolta i profili sono costruiti con i bordi d'uscita quadrati, ma relativamente sottili, sebbene qualche volta siano arrotondati. Nel caso dei profili portanti delle eliche navali spesso nasce un ulteriore problema pratico: si può avere una diffusione vorticoso dai bordi d'ingresso non sottili o arrotondati a frequenze che coincidono con i modi vibratorii della zona del bordo d'uscita della pala. Quando ciò accade, si genera un rumore forte a causa del quale si parla di *elica cantante*. Questo problema può essere risolto modificando la geometria del bordo d'uscita in modo tale da forzare la separazione del flusso sul dorso leggermente a monte del bordo d'uscita.

### 4.2.3 Grandezze aerodinamiche

Prima di discutere le basi teoriche che servono di supporto all'analisi ed al progetto delle eliche navali, è opportuno esaminare le caratteristiche aerodinamiche dei profili alari, dal momento che la loro determinazione ne costituisce il presupposto.

Dalle origini del loro sviluppo, l'obiettivo è sempre stato quello di ottenere una *portanza massima* associata ad una *resistenza minima*. Lastre piane inclinate di un piccolo angolo rispetto alla direzione della corrente indisturbata non risultarono del tutto inadeguate allo scopo, come Junkers dimostrò nel 1917 costruendo i primi aerei metallici. All'epoca, la questione fondamentale era quella di ottenere incrementi significativi delle forze portanti; negli anni '30 gli sviluppi si orientarono anche verso il raggiungimento di una velocità più elevata delle aeromobili, e di conseguenza verso una riduzione della resistenza delle superfici portanti.

Un profilo alare genera portanza in quanto fa variare la velocità, e quindi la pressione, del fluido che passa al di sopra del dorso ed al di sotto della faccia. L'angolo d'incidenza e/o la curvatura della linea mediana fanno sì che il fluido viaggi sul dorso più velocemente che sotto la faccia. In base all'equazione di Bernoulli, le velocità più elevate producono pressioni inferiori a quella ambiente, così che il dorso del profilo tende ad essere spinto verso l'alto, mentre la faccia tende ad essere spinta verso l'alto dalle pressioni maggiori di quella ambiente. La Figura 4.5 mostra una distribuzione tipica di pressione sulla faccia e sul dorso di un profilo portante.

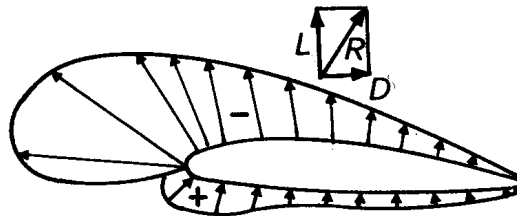


Figura 4.5. Distribuzione qualitativa della pressione su un profilo alare

Si osservi che, in prima approssimazione, il dorso contribuisce per circa due terzi alla portanza totale prodotta dal profilo alare.

### Portanza e resistenza

Nel caso di un corpo immerso in una corrente fluida, la forza idrodinamica  $R$  può essere scomposta in due componenti, una parallela e l'altra perpendicolare alla direzione del flusso indisturbato (Fig. 4.6), definite rispettivamente *resistenza*  $D$  e *portanza*  $L$ .

Conformemente alle formule generali delle forze idrodinamiche definite nella teoria della similitudine, e seguendo la pratica aeronautica, le forze di portanza e di resistenza possono essere rappresentate dalle relazioni

$$L = C_L \cdot \frac{\rho V_o^2}{2} S \quad (4.1)$$

$$D = C_D \cdot \frac{\rho V_o^2}{2} S \quad (4.2)$$

dove  $\rho$  è la massa specifica del fluido,  $V_o$  è la velocità del profilo, ovvero la velocità del flusso indisturbato intorno al profilo,  $S$  è la superficie del profilo, mentre i coefficienti adimensionali  $C_L$  e  $C_D$  sono rispettivamente il *coefficiente di portanza* ed il *coefficiente di resistenza* del profilo portante.

La forza idrodinamica  $R$  può essere scomposta in due componenti dirette lungo direzioni fisse sul profilo: la forza normale  $R_n$  e la forza tangenziale  $R_t$  rispetto alla corda del profilo, ottenibili mediante le relazioni

$$\left. \begin{aligned} R_n &= C_n \cdot \frac{\rho V_o^2}{2} S \\ R_t &= C_t \cdot \frac{\rho V_o^2}{2} S \end{aligned} \right\}$$

In base alla Figura 4.6 è relativamente semplice determinare il legame tra le componenti  $L$ ,  $D$  e  $R_n$ ,  $R_t$ , come

$$\left. \begin{aligned} R_t &= D \cos \alpha - L \sin \alpha \\ R_n &= D \sin \alpha + L \cos \alpha \end{aligned} \right\}$$

dove in  $R_t$  le due componenti sono di entità simile, mentre in  $R_n$  il primo termine è molto piccolo.

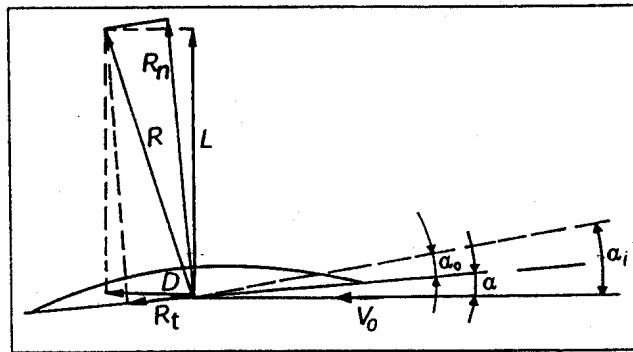


Figura 4.6. Forze agenti su un profilo alare

Relazioni analoghe esistono tra i coefficienti di queste forze

$$\left. \begin{aligned} C_t &= C_D \cos \alpha - C_L \sin \alpha \\ C_n &= C_D \sin \alpha + C_L \cos \alpha \end{aligned} \right\}$$

Per piccoli angoli d'incidenza, quando si può ipotizzare che sia  $\sin \alpha = \alpha$  e  $\cos \alpha = 1$ , si possono utilizzare le relazioni semplificate

$$\left. \begin{aligned} C_t &= C_D - C_L \cdot \alpha \\ C_n &= C_L \end{aligned} \right\}$$

tenendo conto che generalmente il coefficiente  $C_D$  è piccolo, per cui si può trascurare il prodotto  $C_D \cdot \alpha$ .

Per valutare l'efficienza idrodinamica dei profili portanti, si ricorre al concetto di *qualità idrodinamica* data, per ogni angolo di incidenza, dal rapporto tra portanza e resistenza

$$K = \frac{L}{D} = \frac{C_L}{C_D} \quad (4.3)$$



Questo rapporto cresce da zero per portanza nulla fino ad un valore massimo, cui corrisponde una debole resistenza, per poi decrescere rapidamente al crescere dell'angolo d'incidenza.

### Centro di pressione

Un altro elemento caratterizzante le proprietà aerodinamiche di un profilo alare è la diversa posizione assunta dal centro di applicazione della forza idrodinamica  $R$  a diversi angoli d'incidenza. Tale posizione è data dalla distanza  $x_{cp}$  dal bordo d'ingresso del punto di intersezione della retta d'azione della forza  $R$  con la linea di corda del profilo. Poiché la *posizione del centro di pressione*, qualora espressa in funzione dell'angolo d'incidenza  $\alpha$ , fornirebbe una rappresentazione inadeguata dal punto di vista matematico, soprattutto per effettuare interpolazioni, è meglio ricorrere, in quanto ha un andamento continuo, al momento  $M_{le}$  della forza risultante, applicata sul centro di pressione, rispetto all'asse tangente al bordo di ingresso del profilo. Questo momento tende a far variare l'angolo d'incidenza del profilo, per cui viene detto *momento di beccheggio*; esso dipende solamente dalla forma del profilo e dalla distribuzione di curvatura della linea mediana.

È convenzione diffusa che siano considerati positivi quei momenti aerodinamici che tendono a ruotare il bordo di ingresso in modo che cresca l'angolo d'incidenza (bordo di ingresso spostato verso l'alto). In base alle formule generali della teoria della similitudine, analogamente alla portanza ed alla resistenza di un profilo, il momento di beccheggio può essere espresso come

$$M_{le} = C_M \cdot \frac{\rho V_o^2}{2} S c \quad (4.4)$$

essendo  $C_M$  il *coefficiente adimensionale del momento* dato da

$$C_M = C_L \cdot \frac{x_{cp}}{c} \quad (4.5)$$

dove, così come per il coefficiente di portanza, la *distanza relativa*  $x_{cp}/c$  del centro di pressione dipende unicamente dal valore dell'angolo d'incidenza  $\alpha$ . Per piccoli valori di  $\alpha$ , il coefficiente di momento viene misurato generalmente rispetto al punto che si trova al 25% della lunghezza di corda, ossia rispetto al fuoco del profilo alare, che corrisponde al *centro aerodinamico* nelle ipotesi della teoria dei profili alari sottili; ossia

$$C_M = -0.25 C_L$$

dove il segno '-' indica che la portanza porterebbe il profilo alare a 'beccheggiare' verso il basso, intorno al bordo d'ingresso. Il centro di pressione dei profili alari è di solito leggermente arretrato rispetto al centro aerodinamico di una quantità pari a  $p_{min} 0,01 C_L$ .

Nel caso di profili alari simmetrici tra faccia e dorso, il centro di pressione è situato esattamente ad un quarto della lunghezza di corda dal bordo di ingresso. In un profilo lenticolare con angolo d'incidenza nullo,  $x_{cp}$  si trova a metà della lunghezza di corda. Così come le altre caratteristiche aerodinamiche, anche il momento di beccheggio rispetto al quarto di corda non

viene per niente influenzato dal numero di Reynolds nell'intervallo di prestazioni non stallanti, all'interno del quale è pressoché costante. I momenti agenti sul profilo alare possono essere facilmente trasferiti in altri punti della sezione di pala: più comunemente sul bordo di ingresso o, nel caso di elica a passo variabile, sull'asse di rotazione di pala.

Con riferimento al caso semplificato in Figura 4.7, si può derivare il momento sul bordo d'ingresso come

$$M_{le} = M_{c/4} - L \cdot \frac{c}{4} = -L \cdot x_{cp} \quad (4.6)$$

Se i momenti fossero considerati rispetto al centro di pressione, l'effetto integrato dei carichi distribuiti sarebbe nullo. Il centro di pressione non ha una posizione fissa, ma si sposta al variare di  $C_L$ , ossia al variare dell'angolo d'incidenza. Se la portanza fosse nulla, l'equazione (4.6) produrrebbe  $x_{cp} \rightarrow \infty$ , il che, come detto, tende a ridurre la sua utilità come parametro significativo.

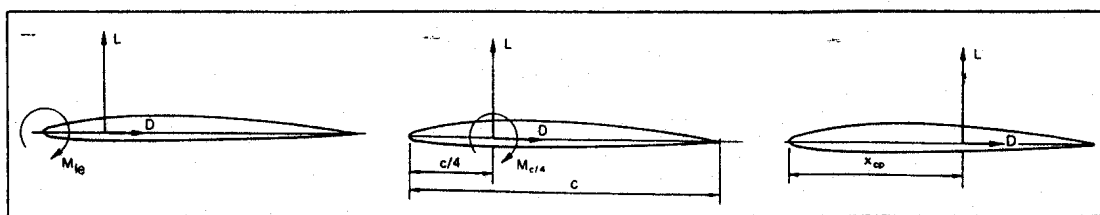


Figura 4.7. Forze e momenti su un profilo alare

### Diagrammi aerodinamici

Per un profilo assegnato i coefficienti  $C_L$ ,  $C_D$  e  $C_M$  sono funzioni dell'angolo d'incidenza  $\alpha$ , e dipendono dai criteri di similitudine dinamica, ossia dai numeri di Reynolds, Froude e Strouhal, dal numero di cavitazione, nonché dalle condizioni di moto del profilo (in flusso illimitato, in prossimità di una superficie solida, ecc.). In base alle equazioni (4.1), (4.2) e (4.4), i coefficienti di portanza, di resistenza e di momento sono dati rispettivamente dalle relazioni

$$C_L = \frac{L}{\frac{1}{2}\rho V_o^2 S} \quad ; \quad C_D = \frac{D}{\frac{1}{2}\rho V_o^2 S} \quad ; \quad C_M = \frac{M}{\frac{1}{2}\rho V_o^2 S l} \quad (4.7)$$

dove  $l$  è una lunghezza di riferimento che può essere assunta pari alla lunghezza di corda del profilo.

In Figura 4.8 sono riportate, in funzione dell'angolo d'incidenza, le grandezze aerodinamiche più significative di un profilo portante. Dall'esame delle curve del diagramma si può dedurre che:

- Per piccoli angoli d'incidenza  $\alpha$ , il coefficiente di portanza  $C_L$  è una sua funzione lineare.
- Per valori elevati di  $\alpha$ , il coefficiente di portanza dalla teoria lineare fino ad avere separazione nel flusso e crollo della spinta, per poi decrescere rapidamente quando si raggiunge il cosiddetto *angolo di stallo*  $\alpha_{cr}$ , cui corrisponde la massima portanza.

- La portanza nulla non si verifica per angolo d'incidenza nullo, ma per un piccolo angolo negativo  $\alpha_o$ , detto *angolo di portanza nulla*. È così possibile tracciare la *linea di portanza nulla* che forma un angolo  $\alpha_o$  con la linea del passo; quando il flusso è incidente lungo questa linea, non si produce alcuna forza portante sul profilo. Se l'angolo d'incidenza è misurato con riferimento a questa linea, l'angolo tra il vettore di velocità di afflusso e la linea di portanza nulla è detto *angolo d'incidenza idrodinamico*  $\alpha_i = \alpha_o + \alpha$ . Una vecchia regola pratica è quella per cui l'angolo d'incidenza negativo per portanza nulla, espresso in gradi, eguaglia il rapporto  $f_m/c$  del profilo.
- Il coefficiente di resistenza rimane piccolo, e più o meno costante, per piccoli angoli d'incidenza; quando il coefficiente di portanza inizia a decadere, esso aumenta rapidamente.
- Il rapporto tra portanza e resistenza, ossia la qualità idrodinamica, presenta il valore massimo ad un angolo d'incidenza relativamente basso.

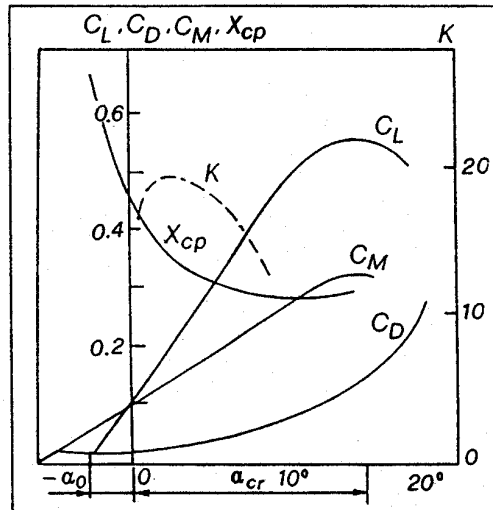


Figura 4.8. Caratteristiche aerodinamiche di un profilo alare

La resistenza viscosa del profilo alare dipende principalmente dal numero di Reynolds  $Rn$ . In termini adimensionali, il coefficiente di resistenza  $C_D$  del profilo della sezione è costituito dalla somma dei coefficienti di resistenza di attrito  $C_{Df}$  e di resistenza di pressione viscosa  $C_{Dp}$ . Esiste, nel caso di un'ala e, quindi, per la pala di un'elica, una terza componente di resistenza  $C_{Di}$ , dovuta alla velocità indotta che ha origine dal sistema vorticoso libero che si stacca dalla pala. Ne consegue che il coefficiente di resistenza totale di un profilo portante è dato dall'equazione

$$C_D = C_{Df} + C_{Dp} + C_{Di} \quad (4.8)$$

Tale coefficiente presenta il valore minimo,  $C_{Dmin}$ , ad un basso valore del coefficiente di portanza; la forma della sua distribuzione è pressoché parabolica per angoli d'incidenza inferiori all'*angolo di stallo*.

La curva del coefficiente di portanza presenta il valore massimo  $C_{Lmax}$  all'angolo d'incidenza,  $\alpha_{cr}$ , detto *angolo critico*. Per valori maggiori di questo angolo, si sviluppa il fenomeno della separazione dello strato limite sul dorso del profilo: il flusso regolare intorno al dorso risulta perturbato fino a produrre un sistema vorticoso nella scia dietro il profilo stesso (Fig. 4.9).

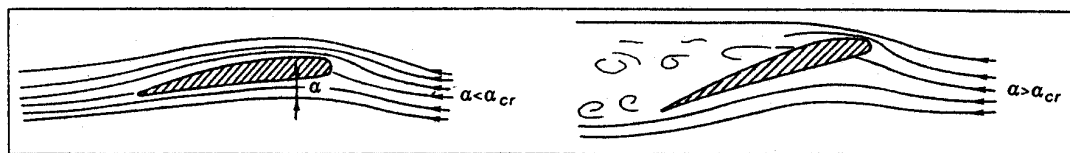


Figura 4.9. Influenza dell'angolo critico sulle caratteristiche del flusso

Si può osservare che, mentre la pendenza della curva di portanza non è influenzata dal numero di Reynolds, il valore del coefficiente di portanza massimo  $C_{Lmax}$  dipende da  $Rn$ . Per angoli d'incidenza superiori all'angolo critico, avviene una diminuzione rapida di  $C_L$  e, di conseguenza, della portanza del profilo, accompagnata da una crescita sensibile di  $C_D$ , ossia da una riduzione brusca della qualità idrodinamica  $K$  del profilo stesso.

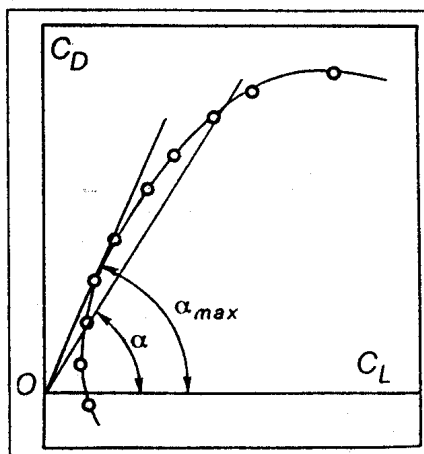


Figura 4.10. Diagramma polare di un profilo portante

Una rappresentazione grafica delle caratteristiche aerodinamiche di un profilo alare può essere ottenuta riportando i risultati sperimentali in diagrammi aventi in ascissa i valori del coefficiente di portanza (o meglio, un suo multiplo) ed in ordinata quelli del coefficiente di resistenza. Si ottiene così la *curva polare* del profilo (Fig. 4.10), che segue approssimativamente una legge parabolica. Su diversi punti della curva polare vengono riportati spesso gli angoli d'incidenza corrispondenti ad ogni combinazione dei valori  $C_L$  e  $C_D$  caratteristici per quel profilo.

La tangente dell'angolo di inclinazione  $\alpha$  della retta polare rispetto all'asse delle ascisse, se la scala utilizzata per  $C_L$  e  $C_D$  è la stessa, rappresenta la qualità aerodinamica del profilo. Esiste un angolo d'incidenza per il quale è massimo il rapporto tra portanza e resistenza; tale angolo può essere ricavato tracciando la tangente alla curva polare per l'origine ed individuando così il valore  $\alpha = \alpha_{max}$  cui corrisponde  $K = K_{max}$  (impedenza minima).

#### 4.2.4 Stima della portanza e della resistenza

Il coefficiente di portanza  $C_l$  di un profilo alare investito da un fluido ideale con un angolo d'incidenza  $\alpha$  (Fig. 4.11a) è dato dalla formula

$$C_l = C_{lf} + C_{l\alpha}$$

dove  $C_{lf}$  è il coefficiente della quota di portanza prodotta dalla curvatura della linea mediana, mentre  $C_{l\alpha}$  è quello della parte di portanza prodotta dall'angolo d'incidenza.

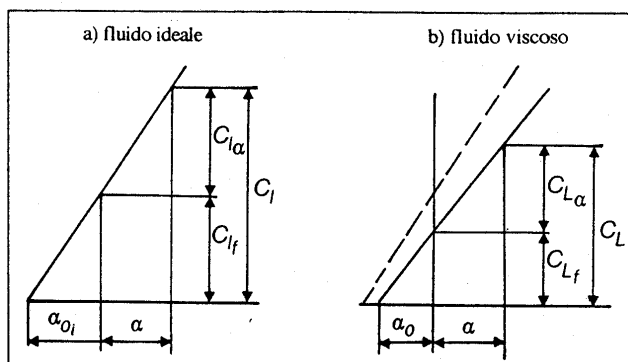


Figura 4.11. Coefficiente di portanza in fluido ideale e viscoso

Il coefficiente di portanza  $C_{lf}$  dipende dal tipo di linea mediana, dal rapporto di curvatura  $f_m/c$  e dal rapporto di spessore  $t_m/c$  della sezione. Per i profili alari di spessore ridotto e con linea mediana assegnata, tipici fra quelli utilizzati nelle eliche navali, il coefficiente  $C_{lf}$  è proporzionale a  $f_m/c$ . Allo stesso modo, per bassi valori dell'angolo d'incidenza il coefficiente  $C_{l\alpha}$  è proporzionale all'angolo d'incidenza stesso, con un fattore di proporzionalità pari a 0.1097. Ne consegue che il coefficiente di portanza in fluido ideale può essere formulato come

$$C_l = C_f \frac{f_m}{c} + 0.1097\alpha \quad (4.9)$$

Poiché la pendenza della curva di portanza è pari a 0.1097 per grado, si può scrivere

$$C_{lf} = 0.1097 \alpha_{0i}$$

con  $\alpha_{0i}$  angolo di portanza nulla in fluido ideale, si può riformulare il coefficiente di portanza in fluido ideale come

$$C_l = 0.1097(\alpha_{0i} + \alpha) \quad (4.10)$$

In fluido reale (Fig. 4.11b), si può derivare una relazione simile

$$C_L = C_{Lf} + C_{L\alpha} \quad (4.11)$$

Le componenti del coefficiente di portanza in fluido viscoso possono essere dedotte dai corrispondenti coefficienti in fluido ideale, applicando opportuni fattori di correzione per viscosità.

Si possono così derivare le relazioni

$$\left. \begin{aligned} C_{L_f} &= \mu_f C_{l_f} \\ C_{L_\alpha} &= \mu_s C_{l_\alpha} \end{aligned} \right\}$$

dove i fattori  $\mu$ , che variano in funzione dell'angolo d'incidenza, sono le correzioni, inferiori all'unità, da apportare alla pendenza della curva di portanza in fluido ideale.

Si può riscrivere la relazione (4.11) come

$$C_L = \mu_f C_f \frac{f_m}{c} + 0.1097 \mu_s \alpha \quad (4.12)$$

Per determinare  $C_L$  è necessario conoscere il fattore  $\mu_f C_f$ , che può essere determinato mediante prove in galleria del vento per diversi profili portanti.

Qualora non siano disponibili dati sperimentali, si può calcolare il coefficiente di portanza combinando le equazioni (4.10) e (4.12), ottenendo

$$C_L = 0.1097 \mu_f \alpha_{o_i} + 0.1097 \mu_s \alpha$$

ed utilizzando la definizione di angolo di portanza nulla che in fluido reale diviene

$$\alpha_o = \mu_\alpha \alpha_{o_i}$$

si ricava infine (Fig. 4.11b)

$$C_L = 0.1097 \mu_s (\alpha_o + \alpha) \quad (4.13)$$

È necessario conoscere le caratteristiche di resistenza dei profili alari per potere calcolare la spinta ed il momento torcente dell'elica. Una stima accurata del *coefficiente di resistenza*  $C_D$  è tuttavia meno essenziale di quanto lo sia quella relativa al coefficiente di portanza. In prima approssimazione, per profili poco conosciuti si applica il valore  $C_D = 0.008$ . Dati dettagliati per questo coefficiente, relativamente ai profili NACA, sono reperibili in Abbott e Doenhoff (1959).

#### 4.2.5 Effetto persiana sui profili

L'elica, anziché come insieme di profili alari presi isolatamente, va considerata come un insieme di profili alari in cascata. Con questo termine si intende una serie di profili alari - le pale nel caso dell'elica - che operano a sufficiente vicinanza gli uni con gli altri, così da influenzare reciprocamente le proprie caratteristiche. Non esiste alcun modello teorico che sappia descrivere adeguatamente le variazioni delle caratteristiche idrodinamiche di un profilo per effetto dei profili adiacenti. Possono essere date teoricamente solamente previsioni qualitative, mentre i valori quantitativi possono essere dedotti quasi esclusivamente mediante misure sperimentali.

L'effetto persiana sulle caratteristiche delle prestazioni di un singolo profilo alare è mostrato in Figura 4.12. Rispetto al caso di profilo alare isolato, il cui angolo di portanza nulla è  $\alpha_{o_s}$ ,

per i profili in cascata risultano ridotti sia l'angolo di portanza nulla  $\alpha_{0c}$  che la pendenza della portanza  $dC_L/d\alpha$ . Come prevedibile, il coefficiente di resistenza della sezione tende ad aumentare in quanto è influenzato dalla vicinanza delle altre pale.

Come verrà illustrato più precisamente nella trattazione della teoria vorticale dell'elica, l'effetto mutuo del numero limitato di pale (*effetto persiana*) viene considerato praticamente applicando ai risultati teorici, ottenibili per l'elica con numero infinito di pale e senza il mozzo, un'opportuna correzione alla condizione cinematica dell'elica (Goldstein, 1929), espressa in funzione del numero di pale e del raggio adimensionale del mozzo.

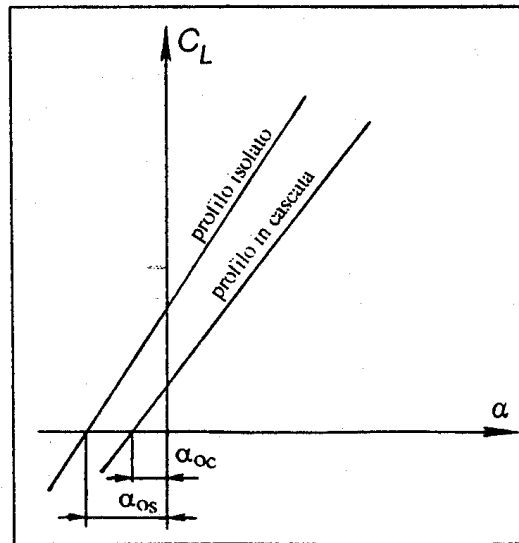


Figura 4.12. Effetto persiana sulla portanza di un profilo alare

### 4.3 Flussi vorticosi

Come è noto, quando si discute della resistenza, ovvero della forza prodotta dal moto di un corpo attraverso una massa di fluido, è naturale pensare che questa forza agisca in modo tale da opporsi al moto di avanzamento del corpo. Tuttavia, esiste un certo numero di casi importanti nei quali, oltre questa forza, la reazione completa del fluido rispetto al corpo presenta una componente in direzione pressoché perpendicolare a quella del moto. Questo avviene quando il corpo è una superficie portante posizionata asimmetricamente rispetto al flusso incidente. L'asimmetria può essere dovuta al fatto che il flusso investe tale superficie con un certo angolo d'incidenza o perché le sue sezioni presentano un certo incurvamento. Quali esempi di corpi che producono ambedue queste componenti di forza si possono citare cilindri e sfere rotanti, i rotor di una turbina, le vele di un'imbarcazione, le eliche di una nave o di un aereo, i mantelli di eliche intubate. Tutti questi corpi sono riducibili alla composizione di profili portanti bidimensionali operanti in fluido ideale.

Per potere studiare il flusso intorno ad un profilo alare, è opportuno derivare preliminarmente le leggi di moto di un flusso teorico intorno ad un cilindro circolare con circolazione, in quanto può essere trasformato nel flusso intorno ad un profilo portante equivalente, ossia che abbia la stessa circolazione e, quindi, la stessa portanza. Allo scopo vengono forniti in questa sezione, in maniera sintetica, i concetti fondamentali, le definizioni e le *leggi dei flussi vorticosi*. In generale, per flusso vorticoso si intende il moto rotatorio assunto dal fluido attorno ad un asse normale al piano del moto.

### 4.3.1 Flusso di velocità, circolazione, vorticità

Il *flusso di velocità* attraverso una superficie  $S$  è definito come l'integrale di superficie

$$\int_S \vec{V} \cdot \vec{n} dS = \int_S V_n dS = \int_S V_x dy dz + V_y dz dx + V_z dx dy \quad (4.14)$$

Ovviamente il flusso esprime il volume di fluido che passa nell'unità di tempo attraverso la superficie  $S$ , supposta fissa; per un'assegnata superficie  $S$  il volume di fluido che abbandona la superficie è assunto positivo, mentre il volume in ingresso è ipotizzato negativo.

La *divergenza della velocità* in un punto del campo è detta flusso per unità di volume attraverso la superficie chiusa di un volume infinitesimo  $\tau$  che circonda il punto dato; è formulata come

$$\text{div } \vec{V} = \lim_{\tau \rightarrow 0} \int_S \frac{\vec{V} \cdot \vec{n} dS}{\tau} = \frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} + \frac{\partial V_z}{\partial z} \quad (4.15)$$

Dalla definizione discende che la divergenza della velocità esprime il tasso di dilatazione del fluido nella zona del punto di interesse.

In base al *teorema di Gauss*, ovvero in base alla proprietà della divergenza della velocità, si può esprimere il flusso attraverso una superficie chiusa in termini di integrale di volume della divergenza della velocità, preso sull'intero volume contenuto entro  $S$

$$\int_S \vec{V} \cdot \vec{n} dS = \int_\tau \text{div } \vec{V} d\tau \quad (4.16)$$

Se la divergenza della velocità è nulla in tutti i punti di un campo, il campo di velocità è detto *solenoidale* o *tubolare*; conseguentemente il campo di velocità di un fluido incompressibile sarà solenoidale.

La *circolazione di velocità* costituisce la base teorica per il calcolo della portanza e della resistenza indotta dalla portanza stessa. Nella forma più generale, la circolazione di velocità rappresenta l'integrale di linea antiorario intorno ad un'arbitraria curva chiusa  $L$ , attraversato dalle linee di corrente, del prodotto scalare del vettore velocità  $\vec{V}$  per il differenziale del raggio vettore  $d\vec{r}$  in un punto del contorno (Fig. 4.13); ossia

$$\Gamma = \oint_L \vec{V} \cdot d\vec{r} = \oint_L V_t dl = \oint_L V \cos(\vec{V}, d\vec{r}) dl \quad (4.17)$$



dove  $dl$  è il differenziale di un arco del contorno e  $V_t$  è la proiezione della velocità sulla tangente al contorno.

Il valore di  $\Gamma$  denota algebricamente la somma dell'intensità di tutti gli elementi vorticosi contenuti entro la curva chiusa. L'esistenza della circolazione presuppone la presenza di vortici.

Dallo studio delle proprietà cinematiche dei moti irrotazionali, Kelvin derivò *il teorema sulla conservazione della circolazione*, che afferma che in un fluido ideale sul quale agiscono forze conservative, quali la gravità, la circolazione è costante nel tempo intorno ad ogni contorno materiale chiuso che si muove con il fluido. La spiegazione fisica è che nel fluido non agisce alcuno sforzo di taglio, per cui è impossibile variare la velocità di rotazione delle particelle fluide. Ragion per cui, ogni moto vorticoso che abbia inizio da uno stato di riposo rimarrà *irrotazionale* nel dominio di interesse in tutti gli istanti successivi, tranne che sul punto dove si innesca la vorticità. Il teorema di Kelvin è importante in quanto contribuisce a spiegare la generazione della circolazione intorno ad un profilo alare.

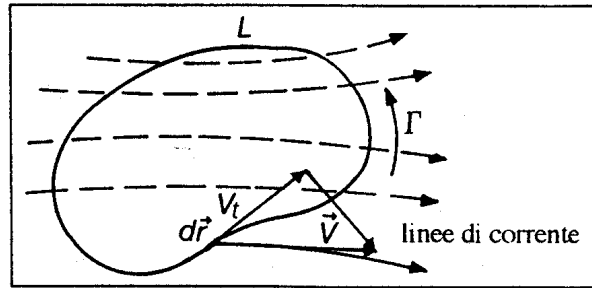


Figura 4.13. Definizione della circolazione

Lo stato di moto di un fluido è detto *rotazionale* se esistono domini sui punti dei quali il vettore vorticità è diverso da zero. Se si introduce la notazione  $\text{rot } \vec{V} = \vec{\Omega}$ , la *vorticità della velocità* è il vettore  $\vec{\Omega}$  definito dalle proiezioni

$$\Omega_x = \frac{\partial V_z}{\partial y} - \frac{\partial V_y}{\partial z}, \quad \Omega_y = \frac{\partial V_x}{\partial z} - \frac{\partial V_z}{\partial x}, \quad \Omega_z = \frac{\partial V_y}{\partial x} - \frac{\partial V_x}{\partial y} \quad (4.18)$$

In base al *teorema di Stokes*, la circolazione lungo un contorno chiuso è uguale al flusso di vorticità attraverso qualunque superficie che racchiuda il contorno considerato; ossia

$$\Gamma = \oint_L \vec{V} \cdot d\vec{r} = \iint_S \text{rot } \vec{V} \cdot \vec{n} dS \quad (4.19)$$

### 4.3.2 Campo di vorticità e teoremi di Helmholtz

Se si ipotizza che i punti sui quali il vettore  $\vec{\Omega}$  è diverso da zero riempiano un qualche dominio in maniera continua, si può esaminare un nuovo campo vettoriale, il *campo di vorticità*, in maniera simile a quanto svolto per il campo di velocità.

Questo campo vorticoso è soleinodale, per cui in ogni punto di questo campo la divergenza del vortice è uguale a zero

$$\operatorname{div} \vec{\Omega} = 0 \quad (4.20)$$

ovvero

$$\frac{\partial \Omega_x}{\partial x} + \frac{\partial \Omega_y}{\partial y} + \frac{\partial \Omega_z}{\partial z} = 0$$

Segue dalla relazione (4.20), in base al teorema di Gauss, che il flusso vorticoso attraverso una superficie chiusa arbitraria è uguale a zero

$$\int_S \Omega_n dS = 0 \quad (4.21)$$

Se nel campo di vorticità si costruiscono linee vettoriali le cui tangenti coincidono con le direzioni del vettore vorticità, queste linee sono dette *linee vorticosi*.

In generale, una sola linea vorticosi passa attraverso ciascun punto del campo, la cui equazione differenziale è

$$\frac{dx}{\Omega_x} = \frac{dy}{\Omega_y} = \frac{dz}{\Omega_z} \quad (4.22)$$

Se si sceglie un piccolo contorno chiuso immerso nel campo di vorticità e si fa passare attraverso ogni punto di questo contorno una linea vorticosi, si ottiene una superficie tubolare detta *tubo vorticoso* (Fig. 4.14).

Applicando l'equazione (4.21) alla superficie chiusa, formata dal tubo vorticoso e da due generiche sezioni trasversali di aree  $\sigma_1$  e  $\sigma_2$ , trascurando le piccole quantità di ordine superiore, si ottiene la relazione

$$\Omega_1 \sigma_1 = \Omega_2 \sigma_2 \quad (4.23)$$

in quanto per l'area elementare  $\sigma_1$  è  $\Omega_n = \Omega_1$ , e per l'area  $\sigma_2$  è  $\Omega_n = \Omega_2$ , mentre sulla superficie laterale del tubo è  $\Omega_n = 0$ . Il prodotto tra l'entità del vortice e l'area della sezione trasversale,  $\gamma = \Omega \sigma$ , è detto *intensità del tubo vorticoso*, oppure, più semplicemente, intensità vorticosi. La relazione (4.23) mostra che l'intensità vorticosi rimane costante lungo tutto il tubo vorticoso.

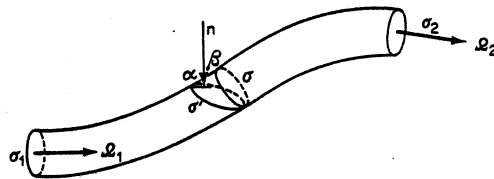


Figura 4.14. Tubo vorticoso

Se a questo punto si decompone l'intero campo vorticoso in tubi vorticosi di intensità definita, ovvero di intensità unitaria, si può concludere che un tubo vorticoso non può né avere origine né terminare entro un fluido, in quanto la relazione (4.23) mostra che il numero di tubi che

entrano in una superficie chiusa arbitraria è uguale al numero di tubi che escono dalla stessa superficie. I tubi vorticosi possono avere origine o terminare sul confine del fluido, o possono chiudersi su se stessi formando una superficie toroidale.

L'intensità di un tubo vorticoso è legato in maniera molto semplice alla circolazione della velocità  $\Gamma$  lungo una curva chiusa arbitraria che si trova sulla superficie del tubo e che lo racchiude. Infatti, prendendo per semplicità una sezione piana del tubo ed applicando il teorema di Stokes si ricava

$$\Gamma = \oint_L V_x dx + V_y dy + V_z dz = \Omega_n \sigma' = \Omega \sigma' \cdot \cos(n, \Omega) = \Omega \sigma \quad (4.24)$$

dove  $\sigma'$  è l'area della sezione trasversale  $\alpha$  e  $\sigma$  è l'area della sezione trasversale  $\beta$ .

La trattazione sui moti vorticosi e l'analisi delle proprietà dei vortici tridimensionali, dove generalmente il termine *vorticità* viene associato all'intensità del vettore vorticità  $\vec{\gamma} = \nabla \times \vec{V}$ , è reperibile nei testi classici di meccanica dei fluidi. I concetti di *linea vorticoso*, ossia di una curva sempre tangente al vettore  $\vec{\gamma}$ , e diretta come l'asse di istantanea rotazione, quello di *tubo vorticoso* che costituisce il luogo delle linee vorticoso che passano per tutti i punti di una linea chiusa, quello di *filetto* o *filamento vorticoso* quando il tubo vorticoso ha sezione trasversale infinitesima, nonché quello di *strato vorticoso*, sono fondamentali per comprendere molti modelli matematici utilizzati per descrivere l'azione dell'elica. Tutti questi elementi vorticosi costituiscono *singolarità idrodinamiche*, nel senso che il flusso è irrotazionale in tutto il campo fluido, tranne che sulla linea, sulla curva o sul tubo di flusso dove si trova il vortice.

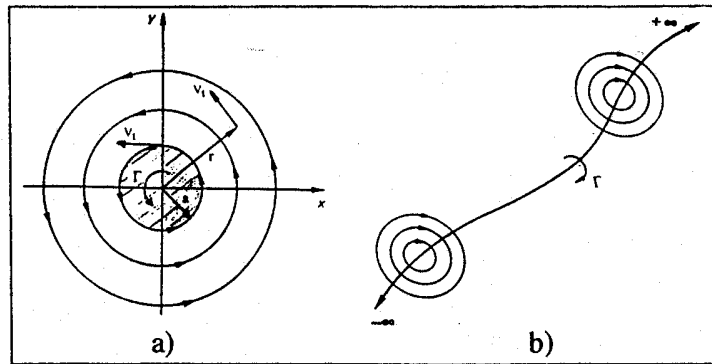


Figura 4.15. Vortice circolare e filamento vorticoso

Un *vortice circolare* può essere derivato a partire da un tubo vorticoso cilindrico, la cui sezione sia un circolo di raggio  $a$ , e dove le linee di corrente sono cerchi concentrici rispetto all'asse del moto, che per convenzione ruotano nello stesso verso della circolazione che le genera (Fig. 4.15a). Se si suppone, qualunque sia il raggio  $a$ , che la vorticità all'interno del circolo sia costante, la velocità del flusso in ogni punto del circolo sarà tangente ad esso, in quanto un'eventuale componente radiale produrrebbe un trasporto di massa attraverso il circolo; ciò presupporrebbe che il suo centro sia una sorgente o un pozzo. Analogamente, la velocità in qualunque punto del campo esterno al circolo è ancora tangente alla circonferenza circoscritta di raggio  $r$ .

Tale flusso è detto *flusso vorticoso*, e l'asse intorno al quale le particelle del fluido si muovono in un flusso tridimensionale è detto *filamento vorticoso*. Il filamento vorticoso può essere assunto come un vortice di intensità costante  $\Gamma$  lungo l'intera lunghezza della curva che ne descrive il percorso nello spazio tridimensionale (Fig. 4.15b). Costituisce, quindi, una *singolarità idrodinamica* situata lungo una curva isolata nello spazio, che presenta le stesse proprietà locali di un vortice puntiforme bidimensionale, potendo essere considerato come la degenerazione del tubo vorticoso cilindrico suddetto. Come detto, nella teoria dei flussi vorticosi si ipotizza che il flusso sia irrotazionale ( $\text{rot } \vec{V} = 0$ ) e che il campo vettoriale sia solenoidale ( $\text{div } \vec{\Omega} = 0$ ) in tutto il dominio fluido, tranne che nella curva sulla quale è situata la singolarità idrodinamica. In tale ipotesi, ricorrendo al teorema di Stokes, si può dimostrare che la circolazione della velocità attorno ad un filamento o ad un tubo vorticoso è costante per tutta la sua lunghezza, ed è uguale al flusso del vettore vorticità attraverso una superficie chiusa qualunque.

Più in generale, Helmholtz (1858) stabilì i principi base circa il comportamento dei vortici, noti come *teoremi di Helmholtz* per i vortici. Tali teoremi sono particolarmente importanti poiché descrivono le principali proprietà geometriche e cinematiche che governano la formazione e la struttura dei modelli vorticosi:

1. *Teorema sulla conservazione delle linee vorticosi.* In un fluido ideale, soggetto all'azione di forze di massa potenziali, i filamenti o i tubi vorticosi sono costituiti sempre dalle stesse particelle. Ne consegue che, nel caso di moto stazionario, un filamento vorticoso libero nel fluido è sempre linea di corrente. Come corollario di questo teorema, si può dimostrare che un filamento vorticoso o, in generale, un tubo vorticoso, non possono esaurirsi improvvisamente nel fluido, ma devono estendersi indefinitamente fino alla frontiera del dominio; oppure devono formare un percorso chiuso entro il fluido stesso, a meno che non venga introdotta la viscosità per dissipare la vorticità.
2. *Teorema sulla conservazione dell'intensità dei tubi vorticosi.* In un fluido ideale soggetto all'azione di forze di massa potenziali e dove la sua densità è funzione della pressione, l'intensità di qualunque tubo vorticoso rimane costante nel tempo.

### 4.3.3 Strato vorticoso

Per spiegare una serie di fenomeni che avvengono nella realtà, si può introdurre in idrodinamica la nozione di superfici di discontinuità, ossia di superfici sulle quali qualche elemento fisico, in primis la velocità, subisce una brusca discontinuità. Una superficie di discontinuità è individuabile lungo i bordi di un corpo quando separa la regione nella quale ha luogo una variazione di flusso dalla regione nella quale si ipotizza che la velocità sia nulla.

Si può dimostrare che la superficie di discontinuità delle velocità tangenziali su un corpo può essere considerata come il caso limite di uno strato vorticoso; ossia lo strato, riempito di vortici, tra due superfici vicine. In questo strato avvengono continue ma brusche variazioni di velocità.

Sebbene siano stati formulati per filamenti vorticosi rettilinei, i teoremi di Helmholtz valgono anche per filamenti vorticosi curvilinei che possono essere gli elementi costituenti sia uno strato vorticoso piano (Fig. 4.16a) che uno strato vorticoso elicoidale (Fig. 4.16c).

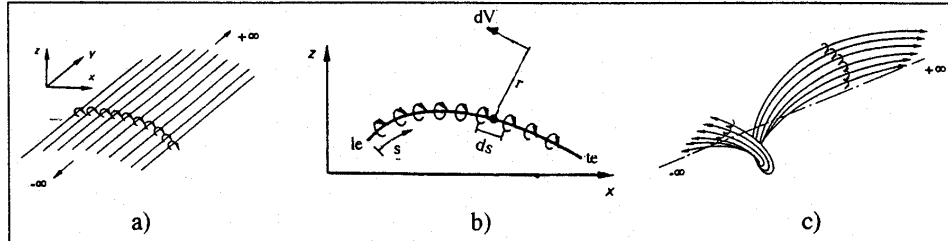


Figura 4.16. Strato vorticoso piano ed elicoidale

Il concetto di *strato vorticoso* è funzionale all'analisi delle proprietà dei profili portanti, trovando così molte applicazioni nella teoria dell'elica e delle appendici poppiere per il risparmio energetico a bordo delle navi. Infatti, un profilo alare può essere modellato mediante uno strato vorticoso di intensità  $\gamma(s)$  variabile, riducendo la sezione portante ad una linea di corrente chiusa ed immersa in un flusso con incognita vorticità variabile da determinare (Fig. 4.17).

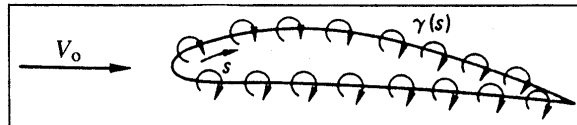


Figura 4.17. Modellazione di un profilo alare

Il concetto di *strato vorticoso piano* può essere introdotto intersecando lo strato piano con una curva piana che simula la linea mediana di un profilo alare (Fig. 4.16b), la quale può essere modellata mediante un sistema di vortici rettilinei equidistanti. Se  $\Gamma$  è la somma delle intensità  $\gamma$  dei vortici elementari, si è liberi di aumentare il numero di questi vortici, con una conseguente riduzione dell'intensità di ciascuno, ma imponendo che l'intensità totale dello strato vorticoso rimanga costante. Al limite, con una discretizzazione molto fine, si può arrivare ad una distribuzione continua di vortici nella quale ogni filamento vorticoso di intensità infinitesima  $d\Gamma$  sia distribuito su una lunghezza infinitesima  $ds$ .

Il rapporto  $d\Gamma/ds$ , variabile da un punto all'altro del profilo, viene assunto come misura dell'intensità  $\gamma(s)$  dello strato vorticoso in una sua porzione infinitesimale (Fig. 4.17). Tale porzione può quindi essere considerata come un vortice di intensità elementare a partire dal quale è possibile calcolare la velocità in qualsiasi punto nell'intorno dello strato.

In un punto generico  $P$  del campo la velocità elementare  $dV$ , perpendicolare alla distanza  $r$  dal vortice elementare dello strato, è determinabile mediante la formula

$$d\vec{v} = \frac{\gamma ds}{2\pi r} \quad (4.25)$$

Conseguentemente, la velocità totale sullo stesso punto  $P$  è la somma di tutte le velocità elementari indotte in quel punto da tutti i vortici allocati sulle sezioni infinitesime dal bordo di

ingresso al bordo di uscita.

Dualmente, poiché la vorticità è data da  $\gamma = d\Gamma/ds$ , la circolazione  $\Gamma$  intorno allo strato vorticoso è uguale alla somma delle intensità di tutti i vortici elementari tra il bordo di ingresso ed il bordo di uscita, per cui la si ricava come

$$\Gamma = \int_{le}^{te} \gamma ds \quad (4.26)$$

Nello strato vorticoso esiste una discontinuità tra le componenti tangenziali di velocità del flusso che lo attraversa. Dette  $u_u$  e  $u_l$  le componenti di velocità parallele allo strato, che si presentano rispettivamente immediatamente al di sopra ed al di sotto dello stesso, la circolazione  $d\Gamma$  attorno all'elemento  $ds$  è determinabile mediante la relazione

$$d\Gamma = (u_u - u_l) ds$$

Di conseguenza, il salto locale della velocità tangenziale attorno allo strato vorticoso è uguale alla vorticità locale dello strato, ossia

$$\gamma(s) = u_u - u_l \quad (4.27)$$

Tale modellazione ha anche un significato fisico. Lo strato limite sottile, che viene a formarsi sulla superficie del profilo portante, costituisce una zona di elevata viscosità nella quale gli elevati gradienti di velocità producono una rilevante distribuzione di vorticità. Ne deriva che *sostituire il profilo alare con uno strato di vortici può essere visto come uno dei modi di modellare gli effetti viscosi in un flusso di corrente ideale*. Questa fu l'idea geniale di Prandtl che in tal modo, nei primi anni del XX secolo, recuperò la teoria potenziale abbandonata dai tempi di d'Alembert, sebbene sia stato necessario attendere la comparsa dei computers per applicare fattualmente i concetti che stavano dietro questa ed altre modellazioni.

#### 4.3.4 Teoria della circolazione: legge di Kutta–Žoukovsky

La teoria della circolazione o teoria vorticale fornisce una spiegazione dell'idrodinamica dell'azione dell'elica più soddisfacente delle teorie impulsive e della teoria dell'elemento di pala. La portanza prodotta da ogni pala di elica è spiegata in termini di circolazione intorno ad essa in maniera analoga alla portanza prodotta dall'ala di un'aeromobile, come descritto qui di seguito.

Nelle teorie vorticali, uno dei problemi più semplici di moto piano è quello del moto di un cilindro circolare in un fluido illimitato. La circolazione può essere compresa al meglio considerando un cilindro circolare.

Magnus (1852) fu il primo a dimostrare che su un cilindro circolare immerso in un flusso uniforme di un fluido ideale si sviluppa una variazione di velocità non appena venga fatto ruotare intorno al proprio asse e nel contempo venga investito perpendicolarmente da una corrente uniforme. Al crescere della velocità di rotazione del cilindro, la pressione diminuisce

sul lato del cilindro dove si combinano il flusso indisturbato ed il flusso messo in moto dalla rotazione. La riduzione di pressione genera una forza normale al flusso, detta portanza, che, in base al teorema di Bernoulli, cresce ulteriormente quando aumenta la velocità del flusso. Questo fenomeno è il cosiddetto *effetto Magnus*, in base al quale ogni corpo ruotante che simultaneamente avanzi in un fluido genera portanza. L'entità della portanza può essere stimata abbastanza semplicemente se si ipotizza che il cilindro sia infinitamente lungo in direzione del suo asse, così da potere considerare il flusso bidimensionale.

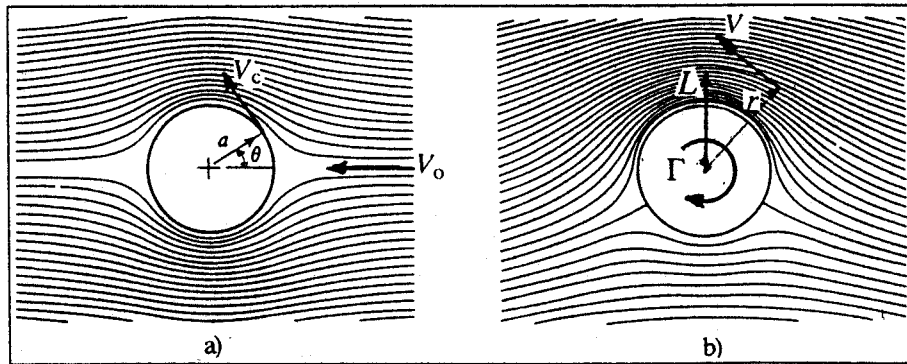


Figura 4.18. Flusso intorno ad un cilindro circolare

È noto dall'idromeccanica che un flusso uniforme di un fluido ideale, il quale investe perpendicolarmente un cilindro circolare immobile di raggio  $a$ , dà luogo ad un campo di flusso quale quello rappresentato in Figura 4.18a, dove le linee di corrente sono simmetriche rispetto al piano orizzontale passante per l'asse del cilindro, a causa della simmetria della velocità e della distribuzione di pressione intorno alla sezione del cilindro. Sempre dall'idromeccanica si può dedurre che la velocità, necessariamente tangenziale, in ogni punto di coordinate polari  $(a, \theta)$  della superficie del cilindro, è esprimibile come

$$V_c = 2 V_0 \sin \theta \quad (4.28)$$

Tale velocità è nulla sui punti di stagnazione corrispondenti a  $\theta = 0$  e  $\theta = \pi$ , ed ha un valore massimo per  $\theta = \pi/2$  e  $\theta = 3\pi/2$ .

Se si suppone che lo stesso cilindro ruoti intorno al suo asse in una massa di fluido a riposo, si genera un flusso vorticoso sovrapposto al flusso uniforme. Si genera una asimmetria nel flusso, con la velocità risultante che cresce e con la pressione che diminuisce su un lato del cilindro, mentre sull'altro lato avviene l'opposto. Ciò determina la forza di portanza normale alla direzione del flusso uniforme (Fig. 4.18b). Trascurando l'effetto della viscosità, si può derivare che la velocità, ancora tangenziale, prodotta nel fluido dalla rotazione del cilindro in un punto distante radialmente  $r$  dal centro del cilindro stesso, e, quindi, di coordinate polari  $(r, \theta)$ , è ottenibile come

$$V_t = \frac{\Gamma}{2\pi r} \quad (4.29)$$

L'effetto totale prodotto nel fluido da un cilindro ruotante in una corrente può perciò essere ottenuto sovrapponendo i due flussi suddetti. Il flusso che investe un profilo alara può essere considerato, quindi, composto da un flusso uniforme di velocità  $V_0$  e di un flusso vorticoso di circolazione  $\Gamma$  la asimmetria risultante nel flusso permette al profilo alare di generare portanza. La velocità del fluido in un qualunque punto del campo è quindi la somma dei valori dati dalle espressioni (4.28) e (4.29); ossia

$$V = 2V_0 \sin \theta + \frac{\Gamma}{2\pi r} \quad (4.30)$$

Ovviamente, si produce un incremento di velocità sulla parte superiore del cilindro ed un decremento su quella inferiore. In virtù del teorema di Bernoulli, questa variazione di velocità si traduce in una variazione, di segno contrario, della distribuzione di pressione: si creano una zona di depressione al di sopra del cilindro ed una zona di sovrappressione al di sotto.

Utilizzando la relazione (4.83), ed introducendo il rapporto, derivabile dall'equazione (4.30), tra i valori della velocità locale e quella del flusso indisturbato, si può ricavare la distribuzione della pressione su qualsiasi punto della superficie del cilindro come

$$p(\theta) = p_0 + \frac{\rho V_0^2}{2} \left[ 1 - \left( 2 \sin \theta + \frac{\Gamma}{2\pi r V_0} \right)^2 \right] \quad (4.31)$$

Questa relazione può essere utilizzata per calcolare la forza agente sul cilindro per unità di lunghezza. Scomponendo tale vettore bidimensionale nelle due componenti orizzontale e verticale, si possono determinare la resistenza e la portanza sulla sezione circolare del cilindro.

La resistenza  $D$ , che è l'integrale di superficie, per unità di lunghezza delle generatrici del cilindro, delle componenti orizzontali della forza di pressione risulta essere nullo

$$D = - \int_0^{2\pi} p(\theta) \cos \theta \cdot a \, d\theta = 0$$

Infatti, poiché l'integrale della funzione  $\cos \theta$  moltiplicata per qualunque potenza di  $\sin \theta$  su tutto l'angolo giro è identicamente nullo, si ottiene il risultato, apparentemente sorprendente, che per un cilindro con circolazione la resistenza è nulla. Questo è un caso particolare del *paradosso di d'Alembert*, in base al quale in un fluido ideale la resistenza di qualunque corpo immerso in una corrente uniforme, qualunque ne sia la forma, è nulla. D'Alembert pubblicò questo risultato nel 1752, evidenziando che non aveva alcuna rispondenza fattuale con le situazioni dei flussi in fluido reale. Tale paradosso fece sì che tutta la teoria potenziale venisse rifiutata fino al 1914, quando Prandtl evidenziò per primo il vantaggio di utilizzarla, se combinata con la teoria dello strato limite, per modellare uno strato vorticoso.

L'integrale delle componenti verticali della forza di pressione produce sul cilindro una forza verticale, detta *portanza*, pari a

$$L = - \int_0^{2\pi} p(\theta) \sin \theta \cdot a \, d\theta = - \int_0^{2\pi} \frac{\rho V_0 \Gamma}{\pi a} \sin^2 \theta \cdot a \, d\theta$$



Lo sviluppo del primo integrale porta ad una serie di termini, dei quali quelli indipendenti dalla coordinata polare  $\theta$  non producono alcun contributo alla portanza, quello in  $\sin^3 \theta$  produce un integrale nullo essendo una funzione dispari, mentre il solo termine contenente  $\sin^2 \theta$  sopravvive all'integrazione nell'angolo giro, per cui se è  $V_o > 0$  e  $\Gamma > 0$ , si produce una forza di portanza (per unità di lunghezza) diretta *perpendicolarmente* al flusso incidente di velocità  $V_o$  e pari a

$$L = -\rho V_o \Gamma \quad (4.32)$$

Sebbene sia stata ricavata per la sezione di un cilindro circolare, si può facilmente dimostrare che tale relazione è valida indipendentemente dalla forma della sezione, in quanto la circolazione  $\Gamma$  rimane la stessa intorno a qualunque contorno chiuso che circondi il cilindro, finché si mantengono le ipotesi che il flusso sia bidimensionale e che il fluido sia incompressibile. Ovviamente, intorno a corpi con sezioni non circolari, la circolazione  $\Gamma$  non è dovuta al movimento rotatorio del corpo intorno al suo asse, ma piuttosto alla asimmetria tra la faccia e il dorso. Comunque, la portanza su un profilo alare asimmetrico è ancora uguale a  $\rho V_o \Gamma$ .

La formula (4.32) è nota come *legge di Kutta-Žoukovsky*<sup>2</sup> (1948), che costituisce il fondamento della moderna teoria dei profili alari. Questo teorema afferma che per ogni corpo portante bidimensionale, che si muova con velocità costante in un fluido ideale ed illimitato, la forza di pressione dinamica è diretta perpendicolarmente al vettore velocità incidente ed è uguale al prodotto della densità del fluido, della velocità del corpo e della circolazione intorno al corpo. Inoltre, indica che in una corrente uniforme la forza di portanza dovuta alla circolazione è indipendente dal raggio della sezione del cilindro. In effetti, l'entità della forza di pressione su un qualsiasi profilo con circolazione immerso in una corrente uniforme non viene influenzata dalla forma dello stesso, sebbene si possa produrre un momento di beccheggio che tende a fare ruotare il cilindro lateralmente verso la corrente.

#### 4.3.5 Vortice iniziale

Si consideri un profilo alare a riposo come mostrato in Figura 4.19a, con circolazione ovviamente nulla. Non appena il profilo alare inizia a muoversi il flusso di corrente appare simile a quello schematizzato in Figura 4.19b con i punti di stagnazione che si trovano sulla faccia e sul dorso. Si può osservare sperimentalmente che sul bordo di uscita si instaurano elevati gradienti di velocità, i quali producono una notevole vorticità: il flusso non riesce più ad essere aderente al bordo di uscita e si forma uno strato vorticoso che si muove verso valle. Questo strato sottile di intensa vorticità diviene rapidamente instabile, si separa, e tende perciò ad avvolgersi producendo un vortice puntiforme, il cosiddetto *vortice iniziale* (Fig. 4.19c). Dopo pochi istanti, il flusso si stabilizza intorno al profilo alare abbandonando gradualmente il bordo di uscita in direzione parallela alla linea di corda. A questo punto la portanza è completamente sviluppata e la vorticità sul bordo d'uscita tende a diminuire fino a svanire, come si può verificare non

<sup>2</sup>Il segno negativo nell'equazione (4.32) è una conseguenza dell'aver scelto la direzione positiva di  $x$  orientata addietro e di avere utilizzato un sistema destrorso per  $\Gamma$  positivo

appena si imponga la condizione di Kutta. Si può concludere che il vortice iniziale si forma durante il processo di generazione della portanza e che continua a muoversi in modo stazionario verso valle ad una certa distanza dal profilo alare, finché la portanza è del tutto sviluppata, con una intensità di circolazione uguale ed opposta a quella del vortice iniziale.

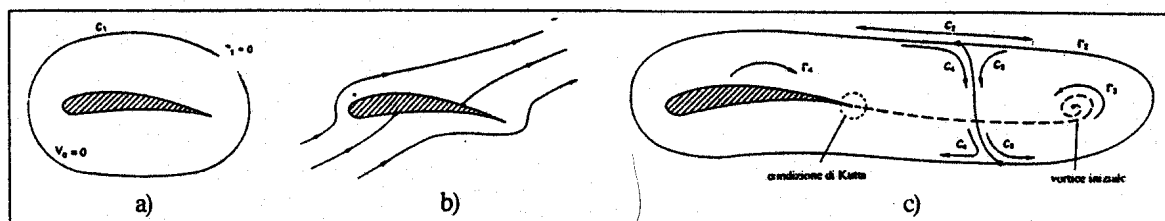


Figura 4.19. Formazione del vortice iniziale e sviluppo della portanza

Questa rappresentazione degli stadi transitori nello sviluppo della circolazione può essere descritta matematicamente. In base al teorema di Kelvin, la variazione della circolazione nel tempo è nulla, sia quando il profilo alare è a riposo, sia quando avanza con moto stazionario dopo essere stato accelerato, purché venga introdotto un contorno sufficientemente esteso da racchiudere gli stessi elementi fluidi. Per le curve  $C_1$  (Fig. 4.19a) e  $C_2$  (Fig. 4.19c), che racchiudono gli stessi elementi fluidi in diversi istanti, poiché è  $\Gamma_1 = 0$  quando il profilo alare è a riposo, vale

$$\Gamma_2 = \Gamma_1 = 0$$

come conseguenza del teorema di Kelvin (Newman, 1977).

Se si suddivide la curva  $C_2$  in due zone, l'una racchiusa dalla curva  $C_3$  che contiene il vortice iniziale e l'altra dalla curva  $C_4$  che racchiude il profilo alare, la somma delle circolazioni  $\Gamma_3$  e  $\Gamma_4$  intorno a questi contorni deve essere tale da risultare

$$\Gamma_3 + \Gamma_4 = \Gamma_2$$

Ma poiché è  $\Gamma_2 = 0$ , risulta essere

$$\Gamma_4 = -\Gamma_3$$

il che dimostra che *la circolazione intorno ad un profilo alare è uguale ed opposta a quella del vortice iniziale* che si stacca dal bordo di uscita.

Riassumendo, si può osservare che non appena il profilo alare si muove sul bordo di uscita si generano elevati gradienti di velocità che portano, in questa zona, ad un'intensa vorticità che si arrotola a valle del profilo stesso fino a formare il vortice iniziale. Poiché è associato ad una circolazione antioraria, questo vortice induce una circolazione oraria intorno al profilo alare. Questo sistema di vortici cresce inizialmente finché il vortice attorno al profilo alare raggiunge l'intensità adeguata a soddisfare la condizione di Kutta. Poiché ciò che interessa è in sostanza il fenomeno stazionario dei profili portanti, il vortice iniziale può essere trascurato in quanto è situato infinitamente a valle e viene ben presto dissipato dalla diffusione viscosa. Queste condizioni sono state verificate sperimentalmente mediante studi di visualizzazione del flusso.

### 4.3.6 Velocità indotte da un sistema di vortici

Nello studio dei moti vorticosi di un fluido il problema diretto consiste nella determinazione, a partire da considerazioni teoriche e/o da risultati sperimentali, delle caratteristiche delle formazioni vorticosi che compaiono nel flusso attorno ad un profilo portante in movimento. Più precisamente, il problema chiave è la determinazione delle *velocità indotte* dal sistema di vortici nel dominio del campo fluido considerato.

Allo scopo di fornire la rappresentazione fisica desiderata, *i modelli matematici che simulano l'azione dell'elica sono basati su sistemi di vortici*. La velocità totale indotta in un punto qualunque del campo fluido da tali sistemi di filamenti, tubi o strati vorticosi, che vogliono rappresentare l'azione di pala, viene ottenuta applicando il *principio di sovrapposizione degli effetti*. È sufficiente, quindi, potere determinare le velocità indotte da ogni singolo elemento vorticoso.

Come primo passo nella soluzione del problema della superficie portante, occorre essere in grado di calcolare il campo di velocità indotto da strati vorticosi tridimensionali. Poiché questi strati possono essere pensati come costituiti da linee vorticosi elementari, inizialmente si possono determinare i loro campi di velocità individuali e ricavare successivamente la velocità indotta dall'intero strato vorticoso mediante integrazione. L'espressione che fornisce la velocità indotta da un'arbitraria linea vorticoso tridimensionale è nota come *legge di Biot–Savart*. Questa legge è un risultato generale della teoria potenziale ed è in grado di descrivere sia i campi elettromagnetici, sia i campi di flusso dei fluidi ideali ed incompressibili. Fu derivata da Biot–Savart studiando il campo magnetico indotto da una corrente circolante in un conduttore curvilineo. In idromeccanica una derivazione più sistematica, in termini di distribuzione tridimensionale arbitraria di vorticità, riducibile in ultima analisi ad un filamento vorticoso, è illustrata da Batchelor (1967). Un'analisi complessiva dei campi di velocità indotti da vortici tridimensionali è reperibile in Brard (1972).

In termini generali, la legge di Biot–Savart consente di determinare la velocità indotta da un filamento vorticoso di circolazione  $\Gamma$  in un punto del campo distante  $\vec{r}$  dall'elemento differenziale di lunghezza  $d\vec{l}$  del tubo vorticoso. In notazione vettoriale, il valore della velocità indotta, derivata a partire dall'equazione di Poisson<sup>3</sup>, può essere rappresentata mediante la relazione puramente geometrica

$$\vec{u} = -\frac{\Gamma}{4\pi} \oint_L \frac{\vec{r} \times d\vec{l}}{r^3} = -\frac{\Gamma}{4\pi} \oint_L \frac{\vec{r}^o \times \vec{l}^o}{r^2} dl \quad (4.33)$$

dove  $\vec{r}^o$  ed  $\vec{l}^o$  sono rispettivamente i versori del raggio vettore  $\vec{r}$  e dell'elemento differenziale  $d\vec{l}$  di integrazione lungo l'asse  $L$  del filamento (Fig. 4.20). Il suddetto integrale generale definisce un campo di velocità che è irrotazionale e senza divergenza, tranne che sul filamento o sul tubo vorticoso.

---

<sup>3</sup>L'equazione di Poisson è l'equazione di Laplace non-omogenea del tipo  $\nabla^2 \varphi = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_2^2} + \dots + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_n^2}$

Poiché la velocità elementare  $d\vec{u}$ , indotta dal segmento  $d\vec{l}$  del filetto vorticoso, è data da

$$d\vec{u} = -\frac{\Gamma}{4\pi} \cdot \frac{\vec{r}^\circ \times \vec{l}^\circ}{r^2} dl$$

il modulo  $du$  risulta essere pari a

$$du = \frac{\Gamma}{4\pi} \cdot \frac{\sin \alpha}{r^2} dl \quad (4.34)$$

essendo  $\alpha$  l'angolo formato dalla direzione del raggio vettore  $\vec{r}$  con la tangente all'asse del tubo vorticoso.

La formula di Biot-Savart ha un carattere puramente cinematico, per cui è valida sia in fluido viscoso che in fluido ideale. Per illustrare l'importanza della legge di Biot-Savart, vengono riportati due casi che trovano applicazione diretta nella teoria dell'elica in quanto servono a rappresentare sistemi di vortici liberi che si staccano dall'elica: il primo è un vortice rettilineo di lunghezza seminfinita; il secondo è un vortice elicoidale regolare ancora di lunghezza seminfinita.

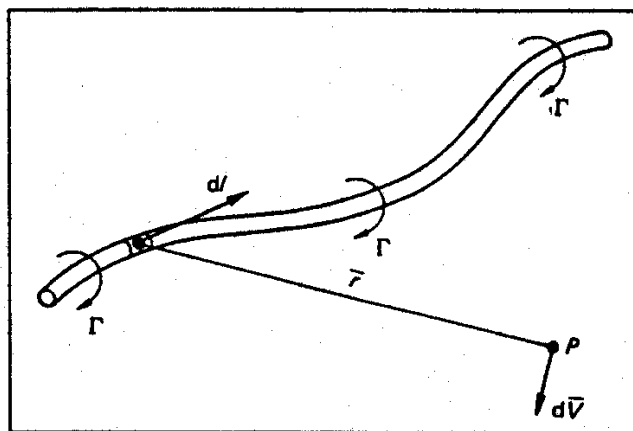


Figura 4.20. Schema per il calcolo della velocità indotta

Andrebbero effettuati alcuni commenti circa i limiti dell'integrale nella legge di Biot-Savart. In base al teorema di Kelvin, una linea vorticoso deve avere intensità costante e non può terminare entro il fluido; ragion per cui se si vuole risolvere veramente il campo di velocità di un vortice concentrato, l'integrale deve essere svolto lungo un percorso chiuso. Comunque, trattando dello strato vorticoso questo è stato considerato come combinazione di singoli filamenti vorticosi che rappresentano la vorticità concatenata e la vorticità libera. In questo caso, le intensità dei filamenti vorticosi variano lungo la loro lunghezza, purché la variazione della vorticità concatenata e di quella libera sia sempre tale da soddisfare il teorema di Kelvin. La velocità indotta da una componente della distribuzione vorticoso può essere ottenuta ancora dalla legge di Biot-Savart, ma l'intensità del vortice nell'equazione (4.33) dovrà essere portata sotto il segno d'integrale ed il contorno dell'integrazione non sarà necessariamente chiuso.

### Velocità indotta da un sistema vorticoso rettilineo

Nel primo caso di determinazione della velocità indotta, si consideri il sistema dato in Figura 4.21. La velocità indotta dal segmento finito  $AB$  del vortice in un punto distante  $r$  da  $dl$ , viene ottenuta a partire dall'equazione (4.34) integrando nel senso degli angoli crescenti come

$$u = -\frac{\Gamma}{4\pi} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \frac{\sin \alpha}{r^2} dl \quad (4.35)$$

e, poiché è  $r d\alpha = dl \cdot \sin \alpha$  e  $h = r \cdot \sin \alpha$ , risulta essere

$$u = -\frac{\Gamma}{4\pi h} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \sin \alpha d\alpha = -\frac{\Gamma}{4\pi h} (\cos \alpha_2 + \cos \alpha_1) \quad (4.36)$$

dove la direzione di  $u$  è perpendicolare al piano orizzontale, in accordo con la definizione di prodotto vettoriale.

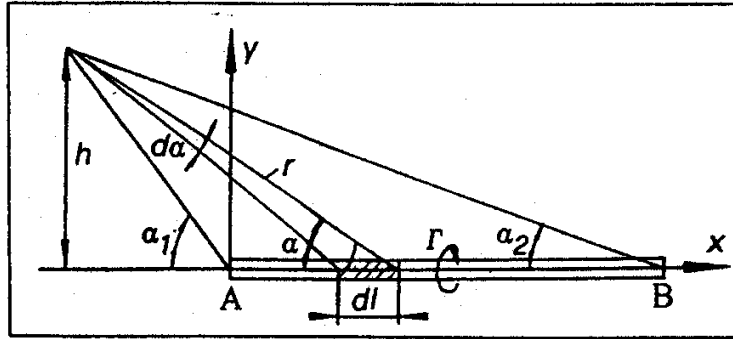


Figura 4.21. Schema di vortice rettilineo seminfinito

Nel caso di filamento vorticoso chiuso, si può stabilire un'analogia elettrodinamica. Infatti, se invece del filamento vorticoso si considera un conduttore elettrico lineare attraverso il quale fluisce la corrente con un'intensità proporzionale a  $\Gamma$ , l'entità della forza indotta esercitata dall'elemento di questo conduttore su un polo magnetico è determinato esattamente dalla formula (4.35), a meno di una costante moltiplicativa che dipende dalla scelta delle unità di misura.

### Velocità indotta da vortici elicoidali

Nel caso della velocità indotta da un vortice elicoidale regolare, l'analisi risulta essere leggermente più complessa, sebbene sia concettualmente del tutto analoga. Si consideri il caso in cui un filetto vorticoso elicoidale abbia inizio sul disco-elica e si estenda all'infinito con raggio  $r$  ed angolo di passo  $\beta$  costanti (Fig. 4.22).

Dall'equazione (4.33) si può ricavare la velocità elementare indotta dall'elemento differenziale  $d\vec{s}$  di circolazione  $\Gamma$  nel punto  $P$  come

$$d\vec{u} = -\frac{\Gamma}{4\pi} \frac{d\vec{s} \times d\vec{r}}{d^3} \quad (4.37)$$

dove la distanza vettoriale  $\vec{d}$  può essere derivata mediante l'espressione

$$\vec{d} = d_x \vec{i} + d_y \vec{j} + d_z \vec{k} = -r \sin(\theta + \phi) \vec{i} - (y + y_o) \vec{j} + [r_o - r \cos(\theta + \phi)] \vec{k}$$

Poiché l'elemento differenziale della lunghezza dell'arco del filamento vorticoso elicoidale è definito vettorialmente come

$$d\vec{s}(\theta) = r \sin(\theta + \phi) \vec{i} + r\theta \tan \beta \vec{j} + r \cos(\theta + \phi) \vec{k}$$

mentre lo scalare  $r$  è dato da

$$r = \left[ (y + y_o)^2 + r^2 + r_o^2 - 2r_o r \cos(\theta + \phi) \right]^{3/2}$$

le componenti cartesiane  $u_x$ ,  $u_y$  e  $u_z$  della velocità indotta al raggio  $r_o$  da un vortice elicoidale di intensità unitaria diffuso al raggio  $r$  possono essere espresse in forma integrale utilizzando ancora la legge di Biot–Savart come

$$\left. \begin{aligned} u_x &= \frac{r\Gamma}{4\pi} \int_0^\infty \frac{\tan \beta [r \cos(\theta + \phi)] - (y + y_o) \sin(\theta + \phi)}{[(y + y_o)^2 + r^2 + r_o^2 - 2r_o r \cos(\theta + \phi)]^{3/2}} d\theta \\ u_y &= \frac{r\Gamma}{4\pi} \int_0^\infty \frac{r - r_o \cos(\theta + \phi)}{[(y + y_o)^2 + r^2 + r_o^2 - 2r_o r \cos(\theta + \phi)]^{3/2}} d\theta \\ u_z &= \frac{r\Gamma}{4\pi} \int_0^\infty \frac{r \tan \beta \sin(\theta + \phi) - (y + y_o) \cos(\theta + \phi)}{[(y + y_o)^2 + r^2 + r_o^2 - 2r_o r \cos(\theta + \phi)]^{3/2}} d\theta \end{aligned} \right\} \quad (4.38)$$

dove  $\beta$  è l'angolo di passo dell'elicoide al raggio  $r$ .

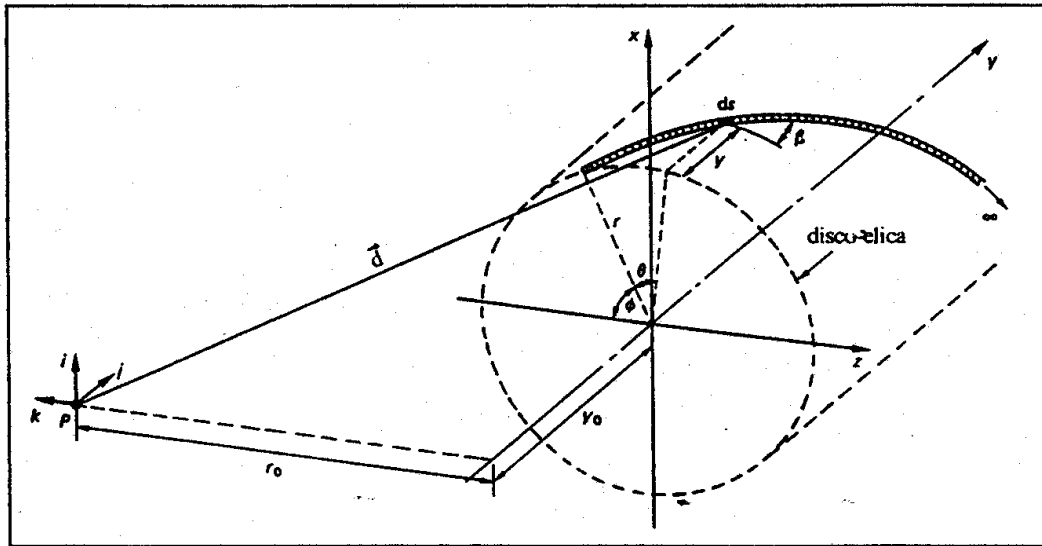


Figura 4.22. Caso di vortice elicoidale regolare

La variabile d'integrazione  $\theta$  è la coordinata angolare di un generico punto sull'elicoide diffuso dalla pala di riferimento.

## Commenti

L'approccio utilizzato in questi due casi può essere esteso ai sistemi vorticosi a ferro di cavallo, ai sistemi elicoidali irregolari dove variano sia il passo che il raggio, e ad altri sistemi più complessi come richiesto dalle moderne tecniche di modellazione.

Comunque, le equazioni (4.38) non possono essere valutate analiticamente, per cui si deve ricorrere a qualche forma di soluzione numerica. D'altra parte, se i limiti d'integrazione fossero variati da  $(0, \infty)$  a  $(-\infty, \infty)$ , le equazioni (4.38) rappresenterebbero le componenti della velocità indotta lungo una linea radiale da un vortice elicoidale che si estende all'infinito in ambedue le direzioni. Il che sarebbe equivalente alla velocità indotta all'infinito a valle dai vortici liberi diffusi dalla linea portante originale. Poiché gli integrandi nelle equazioni (4.38) sono pari rispetto alla variabile d'integrazione  $\theta$ , le velocità indotte all'infinito a valle sono doppie rispetto ai loro valori sulla linea portante.

È comunque importante, quando si applicano queste tecniche di modellazione dei flussi vorticosi per il calcolo delle velocità indotte in vari punti del campo, tenere a mente che esse sono semplicemente strumenti idrodinamici concettuali utili a sintetizzare i flussi più complessi di natura potenziale. Sono perciò un mezzo conveniente per risolvere l'equazione di Laplace, che è l'equazione che governa questi tipi di flussi ideali.

## 4.4 Teoria dei profili alari sottili

Spesso è necessario calcolare il flusso intorno ad un profilo il cui contorno è assegnato, ma che non coincide con la geometria dei profili teorici conosciuti. In questi casi, la *teoria dei profili alari sottili*, che considera il profilo alare rappresentabile mediante la sola linea mediana, consente di stabilire formule generali, sia pure approssimate, con le quali, data l'equazione o la geometria del profilo, si possono calcolare caratteristiche aerodinamiche quali la portanza, la posizione del centro di pressione, la distribuzione del carico e l'angolo d'incidenza ideale. La teoria dei profili alari sottili è applicabile ad un'ampia varietà di profili alari, molti dei quali trovano applicazione nel progetto e nell'analisi dell'elica navale. Infatti, se si considera un profilo alare sottile in cui faccia e dorso siano molto vicini, è lecito modellarlo con una distribuzione di vorticit 'a posta lungo la linea mediana.

### 4.4.1 Intensità dei vortici

Si consideri il flusso di un fluido con velocità indisturbata  $V_\infty$  intorno ad un profilo sottile debolmente incurvato. Dato il piccolo spessore di questo profilo, la sua azione sul flusso può essere supposta equivalente all'azione dell'inarcamento che rappresenta la linea mediana del profilo (Fig. 4.23). Affinchè la linea mediana sia linea di corrente nel campo fluido, occorre che la componente della velocità totale ad essa normale sia nulla lungo tutta la sua lunghezza.

Ciò comporta che sia

$$V_n + u_n(s) = 0 \quad (4.39)$$

dove  $V_n$  è la componente della velocità del flusso indisturbato normale alla linea mediana, mentre  $u_n$  è la velocità indotta dallo strato vorticoso posto ad una certa distanza  $x$  dal bordo d'ingresso intorno alla linea mediana.

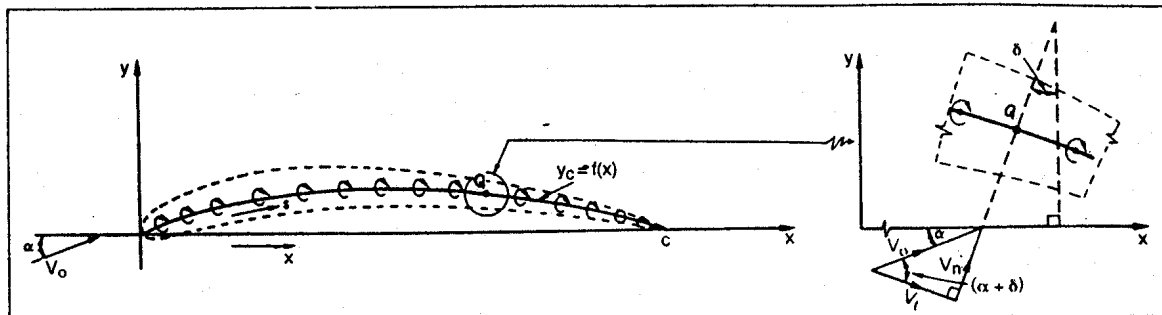


Figura 4.23. Modellazione di un profilo alare sottile

Se si considerano separatamente le componenti dell'equazione (4.39), dal dettaglio ingrandito in Figura 4.23, dove è  $\delta = \tan^{-1}(-dy_c/dx)$ , risulta evidente che in ogni punto  $Q$  lungo la linea mediana vale l'equazione

$$V_n = V_0 \sin \left[ \alpha + \tan^{-1} \left( -\frac{dy_c}{dx} \right) \right]$$

Per piccoli valori dell'angolo d'incidenza  $\alpha$  e della pendenza della linea mediana  $dy_c/dx$ , come impongono le assunzioni della teoria stazionaria dell'elica e della teoria dei profili alari sottili, vale la semplificazione generale che le funzioni trigonometriche di un angolo si confondano con l'angolo stesso, per cui l'equazione precedente può essere scritta come

$$V_n = V_0 \left[ \alpha - \frac{dy_c}{dx} \right] \quad (4.40)$$

Si consideri ora il secondo termine nell'equazione (4.39), che rappresenta la velocità indotta dallo strato vorticoso. Poichè la pendenza  $dy_c/dx$  è piccola, si può ipotizzare che sia piccolo anche il rapporto tra freccia dell'inarcamento e lunghezza di corda. Ciò consente di introdurre l'ipotesi ulteriore che la velocità normale alla corda sia approssimativamente quella presente sul punto corrispondente della linea mediana e di potere considerare la distribuzione di vorticità lungo la linea mediana rappresentabile mediante un'identica distribuzione lungo la corda senza incorrere in inaccurately significative. Inoltre, è implicito in questa ipotesi che la distanza  $s$  lungo la linea mediana approssimi la distanza  $x$  lungo la corda della sezione.

Per ricavare, quindi, un'espressione utile alla determinazione di  $u_n(s)$ , si consideri la Figura 4.24, che incorpora queste ultime ipotesi semplificative. Si isoli un piccolo segmento dello strato vorticoso  $dx$  posto alla stazione  $x_0$ ; la velocità  $u_n$  da esso indotta nel punto  $x$  dello strato è pari a quella di un vortice rettilineo infinitesimale di circolazione  $d\Gamma = -\gamma dx$ .



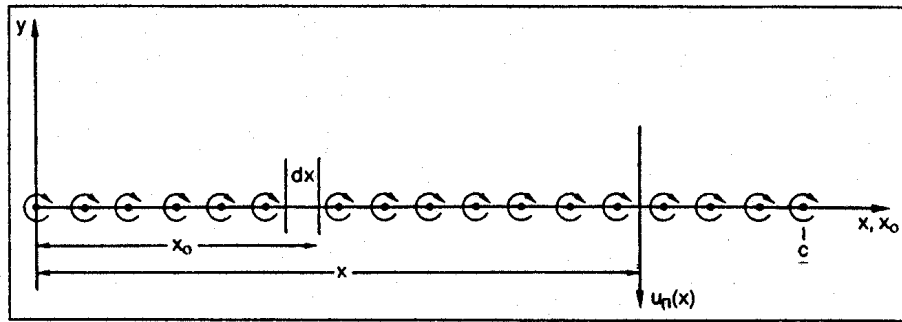


Figura 4.24. Calcolo della velocità indotta lungo la corda

L'espressione della componente della velocità normale alla corda  $du_n(x)$ , indotta dall'elemento di vorticità la cui intensità è  $\gamma(x)$ , può essere derivata in base all'equazione (4.25) come

$$du_n(x) = -\frac{\gamma(x)}{2\pi(x_o - x)} dx$$

La componente verticale della velocità indotta totale  $u_n(x)$ , risultante da tutti i contributi di vorticità lungo la corda del profilo alare, è data dall'integrale di Cauchy

$$u_n(x) = -\frac{1}{2\pi} \int_o^c \frac{\gamma(x)}{x_o - x} dx$$

Di conseguenza, sostituendo questa relazione e l'espressione (4.40) nell'equazione (4.39), si ricava l'equazione fondamentale della teoria dei profili alari sottili

$$\frac{1}{2\pi} \int_o^c \frac{\gamma(x)}{x_o - x} dx = V_o \left( \alpha - \frac{dy_c}{dx} \right) \quad (4.41)$$

che va risolta imponendo a  $\gamma(x)$  la condizione di Kutta, ossia  $\gamma(c) = 0$  in base all'equazione (4.74).

Quella ottenuta è un'equazione integrale del primo tipo, dove la funzione incognita è la distribuzione dell'intensità del vortice  $\gamma(x)$ , mentre si suppongono noti l'angolo d'incidenza ed il profilo della linea mediana.

Allo scopo di ricavare una soluzione al problema generale di un profilo alare con curvatura, è opportuno scegliere una distribuzione 'cosinusoidale' di singolarità lungo la corda ad eguali intervalli di  $\theta$ , introducendo la trasformazione di variabili

$$x = \frac{c}{2} (1 - \cos \theta) \quad (0 \leq \theta \leq \pi)$$

per cui è  $dx = \frac{c}{2} \sin \theta d\theta$ , nonché la trasformazione

$$x_o = \frac{c}{2} (1 - \cos \theta_o)$$

ottenendo in tal modo un maggiore infittimento della distribuzione dei punti di calcolo, e quindi dei vortici elementari, intorno ai bordi di ingresso e di uscita della sezione.

Questa trasformazione è analoga al cambio di variabili introdotta da Glauert (1947), tranne il fatto che la coordinata  $x$  è stata spostata di  $c/2$  per posizionare il bordo d'ingresso a  $x = 0$ .

Di conseguenza, in virtù di queste trasformazioni trigonometriche, l'equazione (4.41) può essere riscritta nella forma

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^\pi \frac{\gamma(\theta) \sin \theta}{\cos \theta - \cos \theta_0} d\theta = V_\infty \left( \alpha - \frac{dy_c}{dx} \right) \quad (4.42)$$

dove il limite dell'integrazione  $\theta = 0$  corrisponde al bordo d'ingresso ( $x = 0$ ) e quello  $\theta = \pi$  al bordo d'uscita ( $x = c$ ), come può essere dedotto dalle trasformazioni suddette.

La soluzione dell'equazione (4.42), che assimila l'inarcamento della linea mediana ad una linea di corrente del flusso incidente, fu proposta da Glauert, che ipotizzò di approssimare l'intensità della circolazione incognita mediante uno sviluppo in serie di Fourier, dove la serie fu scelta in modo che ogni termine dovesse soddisfare la condizione di Kutta sul bordo d'uscita  $\{\gamma(\pi) = 0\}$ . La serie ha la forma seguente

$$\gamma(\theta) = -2V_\infty \left[ A_0 \left( \frac{1 + \cos \theta}{\sin \theta} \right) + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin n\theta \right] \quad (4.43)$$

Poiché sul bordo d'ingresso svaniscono anche i termini in seno, questi non possono essere in grado di generare una velocità infinita che potrebbe presentarsi proprio lì. Il primo termine nella serie è stato incluso, quindi, per ovviare a questo comportamento singolare sul bordo d'ingresso. Questo primo termine è in effetti la soluzione per una lastra piana con angolo d'incidenza unitario ottenuto dalla trasformazione di Žoukovsky dopo avere introdotto l'approssimazione che sia  $\sin \alpha = \alpha$ .

Si può dimostrare che i coefficienti della serie di Fourier  $A_0$  e  $A_n$  sono dipendenti dalla variazione della pendenza della linea mediana e dall'angolo d'incidenza del flusso. Sostituendo l'equazione (4.43) nella (4.42), dopo avere effettuato alcune semplici trasformazioni algebriche sfruttando le proprietà di ortogonalità dei coefficienti di Fourier, si ricavano le espressioni

$$\left. \begin{aligned} A_0 &= \alpha - \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \left( \frac{dy_c}{dx} \right) d\theta_0 \\ &\cdot \\ A_n &= \frac{2}{\pi} \int_0^\pi \left( \frac{dy_c}{dx} \right) \cos n\theta_0 d\theta_0 \end{aligned} \right\} \quad (4.44)$$

I dettagli di queste trasformazioni sono reperibili in ogni testo classico di aerodinamica. Il primo termine dell'equazione (4.43) è proporzionale alla distribuzione di carico di una lastra piana e ne rappresenta esattamente la vorticità se è  $A_0 = \alpha$ ; gli altri termini svaniscono sul bordo di ingresso. Questa serie di Fourier fornisce una rappresentazione adeguata di ogni ragionevole distribuzione di vorticità sui bordi di ingresso e di uscita; ne deriva che l'equazione (4.43) può essere utilizzata per rappresentare qualsiasi distribuzione realistica di vorticità, in quanto la singolarità sul bordo d'ingresso viene assorbita nel primo termine.

Si osservi che solamente il coefficiente  $A_o$  dipende dall'angolo d'incidenza. Quando questo svanisce, si ottiene un importante risultato dalla prima delle equazioni (4.44); si ha

$$\alpha_i = \frac{1}{\pi} \int_o^\pi \left( \frac{dy_c}{dx} \right) d\theta_o \quad (4.45)$$

che è noto come *angolo d'incidenza ideale*, particolarmente importante nel progetto delle sezioni delle ali portanti e delle eliche, in quanto è legato all'innescò della cavitazione sul bordo d'ingresso. Per ogni forma di linea mediana esiste un angolo d'incidenza per il quale la velocità è finita sul bordo d'ingresso. Dalla simmetria dell'equazione (4.45) si può desumere che l'angolo d'incidenza ideale è nullo per qualsiasi linea mediana che sia simmetrica rispetto a metà lunghezza di corda.

Riassumendo, le equazioni (4.39) e (4.43) consentono di definire, per un certo angolo d'incidenza, l'intensità dello strato vorticoso distribuito su un profilo del quale si conosca la geometria della linea mediana, purché si imponga la condizione di Kutta sul bordo di uscita. Le ipotesi sottese a questa trattazione teorica sono che:

- i profili alari siano bidimensionali ed operino isolatamente;
- i rapporti  $t_m/c$  e  $f_m/c$  siano piccoli;
- l'angolo d'incidenza sia piccolo.

Le ultime due condizioni sono di solito rispettate nelle eliche reali; certamente lo sono nelle sezioni esterne di pala. Comunque, poiché il rapporto di allungamento della pala di un'elica navale è piccolo e poiché le pale operano in cascata, la prima condizione non è mai soddisfatta, per cui vanno introdotte, come si vedrà più avanti, opportune correzioni. Tenendo conto di queste osservazioni, l'equazione (4.43) potrebbe essere sviluppata ulteriormente mediante la teoria della superficie portante, in modo da ottenere relazioni che forniscano caratteristiche aerodinamiche più accurate per i reali profili alari delle eliche navali.

Una volta definito lo sviluppo in serie per la circolazione  $\gamma(x)$  di ogni singolo vortice, si può calcolare la forza di portanza totale sul profilo alare in base alla legge di Kutta-Žukovsky come

$$\begin{aligned} L &= -\rho V \Gamma = -\rho V \int_{-c/2}^{c/2} \gamma(x) dx = \\ &= 2\rho V^2 \int_0^\pi \left[ A_o \left( \frac{1 + \cos \theta}{\sin \theta} \right) + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin n\theta \right] \frac{dx}{d\theta} d\theta \end{aligned} \quad (4.46)$$

#### 4.4.2 Coefficienti aerodinamici

In base all'equazione (4.26), nell'ipotesi di profilo alare sottile, la circolazione intorno alla linea mediana rettificata è data da

$$\Gamma = \int_o^c \gamma(x) dx$$

la quale, utilizzando la nota trasformazione  $x = (c/2) \cdot (1 - \cos \theta)$  introdotta precedentemente, diviene

$$\Gamma = \frac{c}{2} \int_0^\pi \gamma(\theta) \sin \theta d\theta \quad (4.47)$$

A partire da quest'ultima relazione, l'equazione (4.43) può essere riscritta nella forma

$$\Gamma = c V_o \left[ A_o \int_0^\pi (1 + \cos \theta) d\theta + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \int_0^\pi \sin \theta \cdot \sin n\theta d\theta \right]$$

che, facendo riferimento a qualsiasi tabella di integrali standard (Korn e Korn, 1968) e troncando lo sviluppo in serie al primo termine, si riduce alla formula

$$\Gamma = c V_o \left[ \pi A_o + \frac{\pi}{2} A_1 \right] \quad (4.48)$$

### Portanza

Combinando la prima delle equazioni (4.7) con l'equazione (4.32), il coefficiente di portanza di un profilo alare di spessore unitario può essere derivato in funzione della circolazione totale attorno ad esso, mediante l'equazione

$$C_L = -\frac{2\Gamma}{c V_o}$$

la quale, introdotta nell'equazione (4.48), fornisce la formula

$$C_L = 2\pi A_o + \pi A_1 \quad (4.49)$$

Conseguentemente, inserendovi i termini della serie di Fourier dati dalle equazioni (4.44), è possibile derivare la relazione generale che fornisce il *coefficiente di portanza di un profilo alare sottile* con allungamento unitario come

$$C_L = 2\pi \left\{ \alpha + \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \frac{dy_c}{dx} (\cos \theta_o - 1) d\theta_o \right\} \quad (4.50)$$

L'equazione (4.50) può essere considerata come un'equazione lineare in  $\alpha$  ed in  $c$  una volta che sia nota la geometria della linea mediana, come si desume più chiaramente separandone i termini come segue

$$C_L = 2\pi\alpha + 2 \int_0^\pi \left( \frac{dy_c}{dx} \right) (\cos \theta_o - 1) d\theta_o$$

Il primo addendo fornisce il coefficiente di portanza dovuto alla pendenza della linea mediana, mentre il secondo fornisce il valore del coefficiente di portanza ad angolo d'incidenza nullo.

Dalla stessa equazione si può ricavare il *gradiente della portanza* come

$$\frac{dC_L}{d\alpha} = 2\pi \quad (4.51)$$

La Figura 4.25 mostra l'andamento del coefficiente di portanza, ottenuto teoricamente, di un profilo alare sottile, messo a confronto con l'andamento sperimentale per lo stesso profilo alare considerato sia isolatamente, sia in cascata. Si osservi che il valore della effettiva pendenza della portanza è generalmente minore di  $2\pi$ .

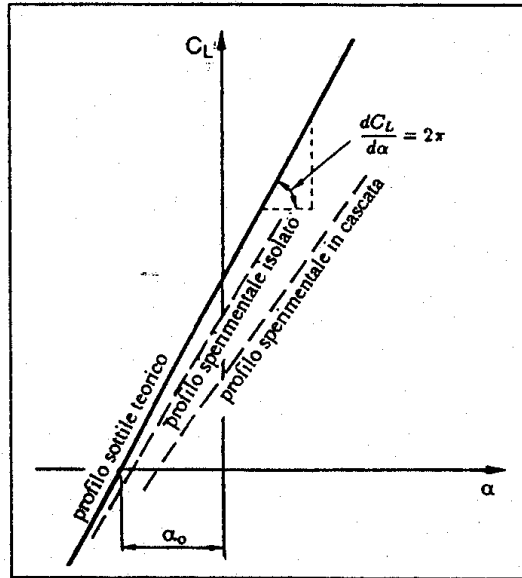


Figura 4.25. Portanza teorica e sperimentale di un profilo alare sottile

In base all'equazione (4.50), l'angolo teorico di portanza nulla  $\alpha_0$  può essere derivato come

$$\alpha_0 = -\frac{1}{\pi} \int_0^\pi \left( \frac{dy_c}{dx} \right) (\cos \theta_0 - 1) d\theta_0 \quad (4.52)$$

Va rilevato, infine, che i risultati sperimentali, i quali forniscono l'angolo di portanza nulla per profili alari singoli o in cascata, sono minori di quelli derivati mediante la teoria dei profili alari sottili.

### Momento di beccheggio

La teoria dei profili alari sottili consente di determinare anche il momento di beccheggio di un profilo portante. In base alla Figura 4.26, si evince che il momento idrodinamico di beccheggio di un profilo alare con allungamento unitario è dato da

$$M_{le} = \int_0^c dL \cdot x = \rho V_0 \int_0^c \gamma(x) \cdot x dx$$

Questa relazione, facendo ricorso alla distribuzione di vorticità data dall'equazione (4.43), previa ulteriore utilizzazione della trasformazione  $x = (c/2)(1 - \cos \theta)$ , fornisce l'equazione

$$M_{le} = -\frac{\rho V_0^2 c^2}{2} \left[ \int_0^\pi A_0 (1 - \cos^2 \theta) d\theta + \int_0^\pi \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin \theta \sin n\theta d\theta - \int_0^\pi \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin \theta \cos \theta \sin n\theta d\theta \right]$$

che viene risolta in maniera analoga a quella utilizzata precedentemente per ricavare il coefficiente di portanza.

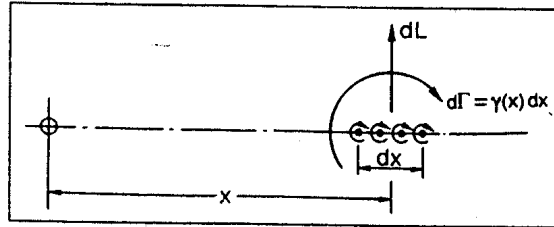


Figura 4.26. Momento di beccheggio sul bordo di ingresso

Utilizzando la definizione di coefficiente di momento introdotta con la terza delle equazioni (4.7) e risolvendo gli integrali, il coefficiente del momento di beccheggio intorno al bordo d'ingresso del profilo alare viene espresso come

$$C_{Mle} = -\frac{\pi}{2} \left[ A_0 + A_1 - \frac{A_2}{2} \right]$$

ovvero, esplicitando i termini  $A_0$  e  $A_1$  in funzione di  $C_L$  mediante l'equazione (4.49), si ricava

$$C_{Mle} = - \left[ \frac{C_L}{4} + \frac{\pi}{4} (A_1 - A_2) \right] \quad (4.53)$$

Poiché esprimendo l'equazione (4.6) rispetto ai coefficienti corrispondenti risulta essere

$$C_{Mle} = C_{Mc/4} - \frac{C_L}{4}$$

dall'equazione (4.53) si ricava infine

$$C_{Mc/4} = \frac{\pi}{4} [A_2 - A_1] \quad (4.54)$$

In base alla teoria dei profili alari sottili risulta evidente che *il centro aerodinamico si trova ad un quarto di corda*, in quanto il momento di beccheggio in questo punto dipende solamente dall'inarcamento della linea mediana, ed è indipendente dal coefficiente di portanza.

### Applicazioni a profili alari arbitrari

Le equazioni (4.50)÷(4.54) sono i risultati più rilevanti della teoria dei profili alari sottili, che risultano utili per derivare numerose caratteristiche idrodinamiche dell'elica navale soprattutto nella fase concettuale del progetto. La determinazione della curva teorica di pendenza della portanza non presenta alcun problema, poiché l'equazione (4.51) è un risultato generale indipendente dalla geometria del profilo alare; ma così non è per le altre equazioni, poiché gli integrali riportati non sono in grado di riprodurre correttamente il fenomeno fisico nelle zone dei bordi di ingresso e di uscita.

Per superare questi problemi sono state sviluppate negli anni varie procedure numeriche. Per quanto riguarda la determinazione dell'*angolo di portanza nulla*, Burrill (1957) sviluppò un metodo tabulare basato sull'equazione di regressione

$$\alpha_o = \frac{1}{c} \sum_{n=1}^{19} f_n(x_n) \cdot y_c(x_n) \quad (4.55)$$

$n$	$x_n$	$f_n$ (Burrill)	$f_n$ (Hawdon)
1	0.05	5.04	5.04
2	0.10	3.38	3.38
3	0.15	3.01	3.00
4	0.20	2.87	2.85
5	0.25	2.81	2.81
6	0.30	2.84	2.84
7	0.35	2.92	2.94
8	0.40	3.09	3.10
9	0.45	3.32	3.33
10	0.50	3.64	3.65
11	0.55	4.07	4.07
12	0.60	4.64	4.65
13	0.65	5.44	5.46
14	0.70	6.65	6.63
15	0.75	8.59	8.43
16	0.80	11.40	11.40
17	0.85	17.05	17.02
18	0.90	35.40	-22.82
19	0.95	186.20	310.72

Tabella 4.3. Moltiplicatori per l'angolo di portanza nulla

Hawdon (1972) ricavò nuovi fattori moltiplicativi per ridurre le inaccuranze suddette, utilizzando una relazione del secondo ordine, derivata dall'analisi dei risultati di prove sistematiche, e linee mediane varianti tra una forma parabolica ed una forma simmetrica ad 'S'. La loro applicazione ha dimostrato che l'angolo di portanza nulla così determinato è in grado di avvicinarsi entro lo 0.5% ai risultati ottenibili numericamente mediante la teoria dei profili alari sottili.

I fattori moltiplicativi  $f_n$ , forniti dai due autori, sono dati in Tabella 4.3. Quelli proposti da Burrill producono risultati sufficientemente accurati per la maggior parte delle forme convenzionali di profili alari; comunque, sono imprecisi quando si tratti di profili ad 'S', usati spesso nelle eliche a pale orientabili in posizioni di passo off-design.

Un metodo approssimato concettualmente simile ai precedenti fu sviluppato da Pankhurst (1944) per il *coefficiente del momento di beccheggio*, dato dalla relazione

$$C_{M_{c/4}} = \frac{1}{c} \sum_{n=1}^{14} B_n(x_n) [y_b(x_n) + y_f(x_n)] \quad (4.56)$$

dove  $y_b$  e  $y_f$  sono rispettivamente le ordinate del dorso e della faccia del profilo alare alle ascisse adimensionali di corda  $x_n$ , mentre i coefficienti  $B_n$  sono dati in Tabella 4.4.

$n$	$x_n$	$B_n$
1	0.000	-0.119
2	0.025	-0.156
3	0.050	-0.104
4	0.100	-0.124
5	0.200	-0.074
6	0.300	-0.009
7	0.400	0.045
8	0.500	0.101
9	0.600	0.170
10	0.700	0.273
11	0.800	0.477
12	0.900	0.786
13	0.950	3.026
14	1.000	-4.289

Tabella 4.4. Moltiplicatori per il coefficiente del momento di beccheggio

### 4.4.3 Linee mediane NACA Serie-a

Dal punto di vista della cavitazione, la linea mediana ideale è quella che produce una differenza di pressione costante tra faccia e dorso lungo la corda, generando così una portanza costante con una riduzione minima di pressione locale. Poiché il salto di pressione locale è direttamente proporzionale all'intensità del vortice concatenato, una tale linea mediana ha una circolazione costante lungo la corda. Purtroppo, questo tipo di linea mediana non offre un'efficienza aerodinamica quale ci si aspetterebbe, in quanto la brusca variazione di circolazione sul bordo d'uscita causa un gradiente di pressione inverso che produce separazione nello strato limite. Bisogna essere, quindi, meno pretenziosi ed accettare una distribuzione di carico sul profilo che sia costante fino ad una certa percentuale della lunghezza di corda, consentendo alla circolazione di decrescere linearmente fino ad annullarsi sul bordo d'uscita.

La NACA sviluppò nel 1939 una serie di linee mediane che rispettano questo concetto. Tale serie è nota come *Serie-a*, dove il parametro  $a$  denota la frazione di corda lungo la quale la circolazione, e quindi la differenza di pressione, è costante. Per questa serie lo scopo originale della NACA fu quello di produrre profili alari con flusso laminare per massimizzare l'efficienza aerodinamica. Solo successivamente queste linee mediane furono utilizzate nelle applicazioni navali per ritardare l'insorgere della cavitazione.

In linea di principio, queste forme di linee mediane potrebbero essere derivate dalle formule sviluppate nella teoria dei profili alari sottili espandendo la desiderata distribuzione di circolazione in una serie in seno. Tuttavia, l'approssimazione dello sviluppo in serie in seno converge molto lentamente richiedendo un grande numero di termini. Per questa famiglia di linee mediane è meglio, quindi, derivare la forma direttamente.



Qui la formulazione viene derivata per la linea mediana  $a = 1.0$ , in quanto si ha a disposizione, grazie all'equazione (4.41) l'espressione per la velocità indotta da una distribuzione costante di intensità di vortici. Il caso generale implica la combinazione di una distribuzione di vortici costante e di una linearmente variabile. Sarà fornito il solo risultato finale.

Se si pone  $x_o = 0$  nell'equazione (4.41) e se si sposta l'origine in modo che il profilo vari da 0 a  $c$  anziché da  $-c/2$  a  $c/2$  allo scopo di rispettare la convenzione originale della NACA, si ricava

$$u_n(x) = -\frac{\gamma}{2\pi} [\log(1 - x/c) - \log(x/c)] \quad (4.57)$$

È noto che la circolazione totale  $\Gamma$  è legata al coefficiente di portanza dalla relazione

$$C_L = -\frac{2\Gamma}{cV_o}$$

e poiché nel caso particolare di intensità uniforme del vortice concatenato lungo la corda si ha

$$\Gamma = \gamma c$$

risulta essere

$$\frac{\gamma}{V_o} = -\frac{C_L}{2}$$

Sostituendo l'intensità del vortice  $\gamma$  così definito nell'equazione (4.57), per la linea mediana  $a = 1.0$  la velocità indotta normale adimensionale è derivabile come

$$\frac{u_n(x)}{V_o} = \frac{C_L}{4\pi} [\log(1 - x/c) - \log(x/c)] \quad (4.58)$$

L'imposizione della condizione al contorno linearizzata sulla linea mediana

$$\frac{dy_c}{dx} = -\frac{u_n(x)}{V_o}$$

combinata con la relazione (4.58) consente di derivare l'equazione della distribuzione della linea mediana  $a = 1.0$  come

$$\frac{y_c}{c} = -\int_0^x \frac{u_n(x)}{cV_o} dx = -\frac{C_L}{4\pi} [(1 - x/c) \cdot \log(1 - x/c) + (x/c) \cdot \log(x/c)] \quad (4.59)$$

L'equazione (4.59) permette di determinare, per una richiesta portanza, la freccia massima adimensionale a metà corda, ossia  $f_m = y_c$  per  $x = c/2$ ; si ricava

$$\frac{f_m}{c} = -\frac{C_L}{4\pi} [1/2 \log(1/2) + 1/2 \log(1/2)]$$

Si osservi che la pendenza della linea mediana è logaritmicamente infinita sui bordi di ingresso e di uscita, il che era prevedibile in quanto le velocità indotte verticali sono lì infinite in base all'equazione (4.58). Ovviamente questa soluzione non ha alcun riscontro fisico, per cui

va trattata con le pinze. Come indicato in precedenza, mantenere uniforme l'intensità dello strato vorticoso fino al bordo d'uscita viola certamente la condizione di Kutta con conseguente separazione del flusso.

Le equazioni corrispondenti per la forma della serie generale delle linee mediane sono assai più complicate, per cui non verranno derivate. La distribuzione della pendenza delle linee mediane NACA è esprimibile mediante una funzione del tipo  $y_c/c = f(C_l, a, h)$ , assai complessa da risolvere algebricamente (Breslin e Andersen, 1994). Infatti, per la suddetta funzione non è possibile derivare un'espressione analitica, in quanto il calcolo della posizione della freccia massima mediante l'annullamento della derivata  $d(y_c/c)/dx$  implica la risoluzione di un'equazione trascendente. È più conveniente ricorrere ad una procedura iterativa condotta per diversi valori di  $a$ . Comunque, sono ancora di forma logaritmica come segue

$$\frac{y_c(x)}{c} = -\frac{C_L}{2\pi(a+1)} \left\{ \frac{1}{1-a} \left[ \frac{1}{2}(a-x/c)^2 \cdot \log|a-x/c| - \frac{1}{2}(1-x/c)^2 \cdot \log(1-x/c) + \frac{1}{4}(1-x/c)^2 - \frac{1}{4}(a-x/c)^2 \right] - x/c \cdot \log(x/c) + g - h \cdot x/c \right\}$$

dove

$$g = -\frac{1}{1-a} \left[ a^2 \left( \frac{1}{2} \log a - \frac{1}{4} \right) + \frac{1}{4} \right] \quad \text{e} \quad h = \frac{1}{1-a} \left[ \frac{1}{2}(1-a)^2 \log(1-a) - \frac{1}{4}(1-a)^2 \right] + g$$

Tranne che per la linea mediana NACA  $a = 1.0$ , la serie di linee mediane non è simmetrica rispetto a metà corda. Gli angoli d'incidenza ideali sono perciò diversi da zero, e possono essere ricavati mediante la seguente equazione

$$\alpha_i = -\frac{1}{\pi} \int_0^\pi \frac{dy_c}{dx} dx = -\frac{C_L \cdot h}{2\pi(a+1)} \quad (4.60)$$

In Figura 4.27, insieme al valore del coefficiente di pressione, sono mostrate le ordinate adimensionali della linea mediana NACA  $a = 0.8$ .

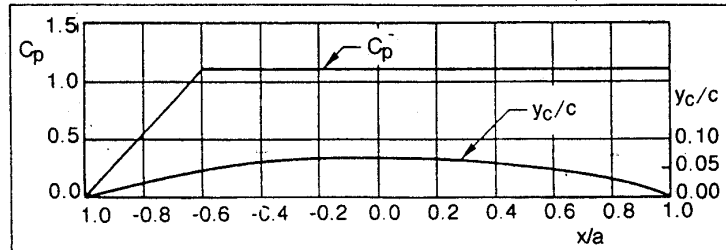


Figura 4.27. Distribuzione di curvatura e pressione per NACA -  $a = 0.8$

Si può ricavare la relazione tra l'ordinata della freccia massima, che si trova a  $0.52c$  dal bordo di ingresso, ed il coefficiente di portanza in fluido ideale come

$$\frac{f_m}{c} = 0.068 C_l \quad (4.61)$$

La Figura 4.28 riporta le curve della distribuzione delle linee mediane per la famiglia avente pressione ‘a tetto’ per tutto l’intervallo dei valori  $a$ .

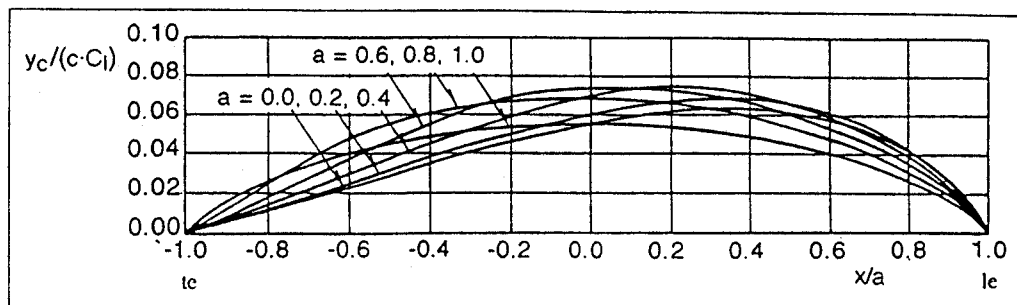


Figura 4.28. Linee mediane per distribuzione di pressione ‘a tetto’

## 4.5 Metodo delle trasformazioni conformi

Per ottenere una stima accurata della effettiva distribuzione di pressione su profili bidimensionali di forma e spessore qualsiasi sono disponibili due approcci: (i) risolvere le equazioni di Navier–Stokes che governano il flusso viscoso, ricorrendo in prima istanza alle equazioni dello strato limite; (ii) utilizzare una teoria potenziale con modifiche empiriche per approssimare gli effetti viscosi del fluido reale.

Il primo approccio può essere semplificato risolvendo le equazioni dello strato limite per una superficie curva bidimensionale, ma tale semplificazione è del tutto teorica ed il compito rimane di formidabile difficoltà nelle applicazioni. Inoltre, questo metodo non è mai arrivato ad essere sufficientemente sviluppato per fornire risultati accurati a meno che non siano noti i dati sperimentali delle caratteristiche dello strato limite.

La seconda possibilità è basata sulla teoria potenziale che comporta uno sviluppo più semplice e tempi di calcolo più brevi. Generalmente questo metodo fa uso dei valori della portanza determinata sperimentalmente o teoricamente per profili alari convenzionali.

La determinazione del flusso in un fluido ideale intorno ad un cilindro circolare, con o senza circolazione, può essere considerata sostanzialmente un esercizio accademico, in quanto è ben noto dalle osservazioni sperimentali che tale modellazione è solo grossolanamente rappresentativa di un fluido reale. Tuttavia, tale approccio risulta essere molto utile quale primo passo per ricavare il flusso intorno a profili alari di spessore finito ai quali la teoria basata sul fluido ideale può essere applicata con buoni risultati, purché vengano introdotte le opportune limitazioni.

### 4.5.1 Storia

Lo sviluppo della teoria dei profili alari ebbe inizio nei primi anni del XX secolo, molto prima della comparsa del computer.. Ricavare una soluzione accurata per il flusso, anche se bidimensionale, intorno ad una forma complessa come un profilo portante, anche se bidimensionale, costituì un compito formidabile. Fortunatamente era nota una tecnica analitica, nota come *metodo delle trasformazioni conformi*, che costituì lo strumento per determinare il flusso ideale *esatto* intorno ad una classe limitata di forme di profili alari. Questa tecnica fu applicata per primo da Žoukovsky nel 1914, e l'insieme delle geometrie di profili alari create mediante la funzione di trasformazione da lui sviluppata porta il suo nome. Una funzione di trasformazione conforme più generale, che include quella di Žoukovsky come caso particolare, fu introdotta successivamente da Kármán e Trefftz (1927).

Il calcolo del flusso e, quindi, della distribuzione di pressione intorno ad un *profilo alare di spessore finito in flusso potenziale* fu reso possibile grazie alla teoria sviluppata da Theodorsen & Garrick (1933), anch'essa basata sul metodo delle *trasformazioni conformi*, volta ad ottenere la funzione di trasformazione conforme per un profilo portante di forma arbitraria. Svilupparono in serie la funzione di trasformazione ricavando una soluzione numerica per un numero finito di termini della serie. L'estensiva applicazione del metodo di Theodorsen costituì la base per lo sviluppo di una estesa serie sistematica di profili alari pubblicata dalla NACA nei tardi anni '30 e negli anni '40.

All'epoca i risultati furono ottenuti combinando calcoli analitici e grafici, tutti risolti manualmente. Con l'avvento del computer, Brockett (1966) implementò una versione migliorata del metodo di Theodorsen, evidenziando le inaccurately esistenti nella geometria tabulare e nelle distribuzioni di pressione per alcuni dati storici NACA. La distribuzione della forma di spessore modificata NACA-66 di Brockett fu sviluppata in quel contesto e da allora è stata utilizzata estensivamente per le sezioni delle pale delle eliche navali. Il lavoro di Brockett portò al disegno di diagrammi progettuali per i profili alari, utilizzati ancora oggi.

A metà degli anni '70 le tecniche delle trasformazioni conformi furono abbandonate a favore dei *metodi a pannelli* per tre ragioni: (a) i metodi delle trasformazioni conformi non possono essere estesi a flussi tridimensionali, mentre lo possono essere i metodi a pannelli; (b) anche se ambedue i metodi implicano approssimazioni numeriche quando sono applicati a profili di geometria assegnata, l'implementazione ed il test di convergenza sono più semplici per un metodo a pannelli; (c) i metodi a pannelli sono adatti ad inglobare gli effetti viscosi dello strato limite.

La base teorica del metodo delle trasformazioni conformi è reperibile in parecchi testi di analisi matematica superiore (Hildebrand, 1987) per cui ne verranno qui sviluppati solamente gli aspetti essenziali. Si inizierà con la soluzione nota di un problema semplice quale quello del flusso di una corrente uniforme intorno ad un circolo. Il circolo sarà poi 'trasformato' in una qualche geometria che assomigli ad un profilo portante, e, quindi, seguendo attentamente le regole di trasformazione, il flusso intorno al circolo sarà trasformato in maniera tale da rappresentare la soluzione corretta per il profilo portante trasformato.

### 4.5.2 Flusso potenziale intorno ad un circolo

Come detto, il caso più semplice concerne il flusso intorno ad un circolo. È noto che in un flusso ideale bidimensionale la sovrapposizione di una corrente libera uniforme e di un dipolo (il cui asse sia orientato in opposizione alla direzione della corrente libera) risulterà in una linea di corrente divisoria la cui forma è circolare. È noto altresì che questa non è la soluzione più generale al problema, poiché in aggiunta si può sovrapporre il flusso creato da un vortice puntiforme di intensità arbitraria collocato al centro del circolo. Di conseguenza, la soluzione non è unica; ma questo problema sarà affrontato più avanti quando si esaminerà il flusso risultante intorno ad un profilo portante.

Per facilitare il successivo processo di trasformazione, viene derivata la soluzione per un circolo di raggio  $r_c$  il cui centro è situato su un punto arbitrario  $(x_c, y_c)$  nel piano  $x$ - $y$ , come mostrato in Figura 4.29. In questo caso specifico il centro del circolo ha coordinate  $(x = -0.3, y = 0.4)$ , il circolo passa per  $x = a = 1.0$ , e l'angolo d'incidenza del flusso è 10 gradi. Si impone che il circolo intersechi l'asse  $x$  positivo nel punto  $x = a$ , così che il raggio del circolo deve essere

$$r_c = \sqrt{(x_c - a)^2 + y_c^2}$$

Si vedrà più avanti che per ottenere forme di profili alari fisicamente plausibili il punto  $x = -a$  deve trovarsi all'interno del circolo o sulla sua circonferenza, il che richiede che sia  $x_c \leq 0$ . Infine, si assume che la corrente libera uniforme abbia velocità  $V$  e sia inclinata di un angolo  $\alpha$  rispetto all'asse  $x$ .

Con queste assunzioni nel punto generico di coordinate  $(x, y)$  le componenti di velocità  $(u, v)$  nelle direzioni  $x$  e  $y$  valgono rispettivamente

$$\left. \begin{aligned} u(x, y) &= V \cos \alpha - V \left(\frac{r_c}{r}\right)^2 \cos(2\theta - \alpha) - \frac{\Gamma}{2\pi r} \sin \theta \\ v(x, y) &= V \sin \alpha - V \left(\frac{r_c}{r}\right)^2 \sin(2\theta - \alpha) + \frac{\Gamma}{2\pi r} \cos \theta \end{aligned} \right\} \quad (4.62)$$

dove  $r$  e  $\theta$  sono le coordinate polari con origine nel *centro del circolo*, così che le coordinate cartesiane  $(x, y)$  del punto sono

$$\left. \begin{aligned} x &= x_c + r \cos \theta \\ y &= y_c + r \sin \theta \end{aligned} \right\}$$

Si tenga presente che si sta operando con un sistema di coordinate destrorso, così che gli angoli positivi e le velocità tangenziali positive hanno verso antiorario. Un vortice di intensità positiva,  $\Gamma$ , induce perciò una velocità che va in direzione *negativa*  $x$  sull'apice del circolo ed in direzione *positiva*  $x$  sul fondo.

La Figura 4.29 mostra il risultato nel caso speciale in cui la circolazione è nulla. La configurazione del flusso risultante è chiaramente simmetrica intorno ad un asse inclinato dell'angolo d'incidenza.

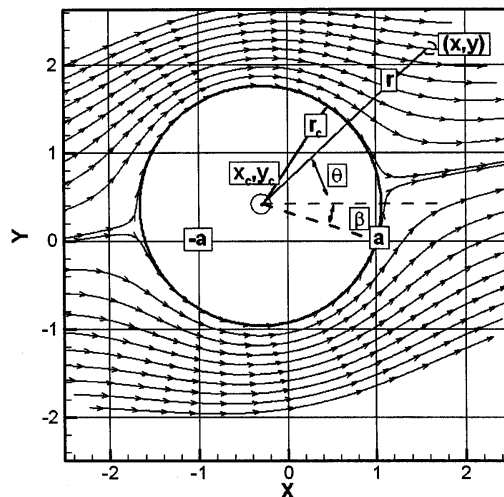


Figura 4.29. Flusso intorno ad un cilindro senza circolazione

Se, invece, ci fosse circolazione, il flusso non sarebbe più simmetrico ed i due punti di stagnazione si sposterebbero verso il basso. Le coordinate angolari dei punti di stagnazione sul circolo possono essere ottenute direttamente dalle equazioni (4.62) imponendo che sia  $r = r_c$  e risolvendo rispetto alla componente tangenziale della velocità

$$u_t = v \cos \theta - u \sin \theta = -2V \cdot \sin(\theta - \alpha) + \frac{\Gamma}{2\pi r_c} \quad (4.63)$$

Se nell'equazione (4.63) si pone  $u_t = 0$  e se si indicano le coordinate angolari dei punti di stagnazione come  $\theta_s$ , si ricava

$$\sin(\theta_s - \alpha) = \frac{\Gamma}{4\pi r_c V} \quad (4.64)$$

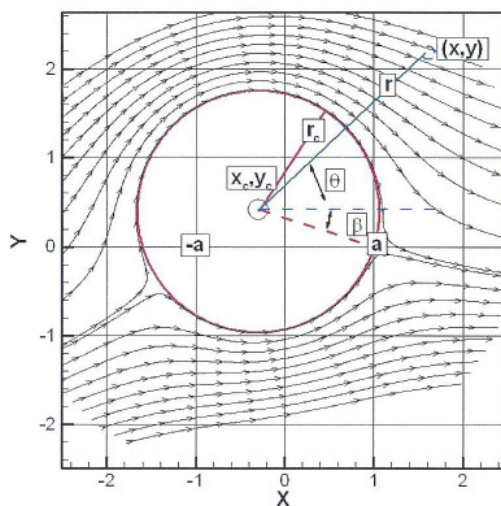


Figura 4.30. Flusso intorno ad un cilindro con circolazione

Nell'esempio riportato in Figura 4.30, sostituendo nell'equazione (4.64)  $r_c = \sqrt{1.3^2 + 0.4^2} = 1.3602$ ,  $\Gamma = -7.778695$ ,  $V = 1.0$  e  $\alpha = 10^\circ$  gradi, si ottiene

$$\sin(\theta_s - \alpha) = -0.4551 \quad \Rightarrow \quad \theta_s = 17,07 \text{ gradi}$$

In questo caso particolare, si può osservare che  $\Gamma$  è stato scelto correttamente in modo da muovere il punto di stagnazione addietro esattamente sul punto  $a$  dell'asse  $x$ , in quanto è  $\theta_s = \beta$ , dove è

$$\beta = \arcsin \frac{y_c}{r_c} \quad (4.65)$$

### 4.5.3 Generalizzazione della trasformazione conforme

La trasformazione conforme è una tecnica utile per risolvere i problemi di un fluido ideale bidimensionale grazie all'analogia tra le proprietà di una funzione analitica di una variabile complessa e le equazioni che governano il moto di un fluido. Per applicare la tecnica delle trasformazioni conformi, occorre disporre dell'apparato matematico costituito dalle *funzioni di variabili complesse*.

È noto che il flusso bidimensionale di un fluido ideale può essere rappresentato da una funzione scalare  $\phi(x, y)$  nota come *velocità potenziale*, oppure da una funzione scalare  $\psi(x, y)$  nota come *funzione di corrente*. È altresì noto che le linee equipotenziali e le linee di corrente di un campo di flusso si intersecano perpendicolarmente, potendo così dividerlo in un grande numero di piccoli rettangoli.

Per essere rappresentative del flusso di un fluido ideale, ambedue le funzioni suddette devono soddisfare l'equazione di Laplace. Le velocità possono essere ottenute dall'una o dall'altra delle due funzioni come segue

$$\left. \begin{aligned} u &= \frac{\partial \phi}{\partial x} = \frac{\partial \psi}{\partial y} \\ v &= \frac{\partial \phi}{\partial y} = -\frac{\partial \psi}{\partial x} \end{aligned} \right\} \quad (4.66)$$

Si supponga ora che le coordinate fisiche  $(x, y)$  del flusso del fluido siano le parti reale ed immaginaria di una variabile complessa  $z = x + iy$ . Si può costruire un *potenziale complesso*  $\Phi(z)$  associando la parte reale al potenziale di velocità e la parte immaginaria alla funzione di corrente come

$$\Phi(z) = \phi(x, y) + i\psi(x, y) \quad (4.67)$$

Poichè le parti reale ed immaginaria di  $\Phi$  soddisfano ognuna l'equazione di Laplace,  $\Phi$  è una funzione analitica. Inoltre, la derivata di  $\Phi$  ha la conveniente proprietà di essere il coniugato della velocità reale del fluido,  $u + iv$ .

Un modo semplice per dimostrarlo è quello di calcolare  $d\Phi/dz$  considerando l'incremento  $dz$  in direzione  $x$ , ossia come

$$\frac{d\Phi}{dz} = \frac{\partial\Phi}{\partial x} = \frac{\partial\phi}{\partial x} + i\frac{\partial\psi}{\partial x} = u - iv \quad (4.68)$$

dove il termine  $(u - iv)$  deriva direttamente dalle equazioni (4.66). Per inciso, si ottiene lo stesso risultato considerando l'incremento  $dz$  in direzione  $iy$ ; il che è ovvio in quanto la funzione  $\Phi$  è analitica, per cui la sua derivata deve essere unica.

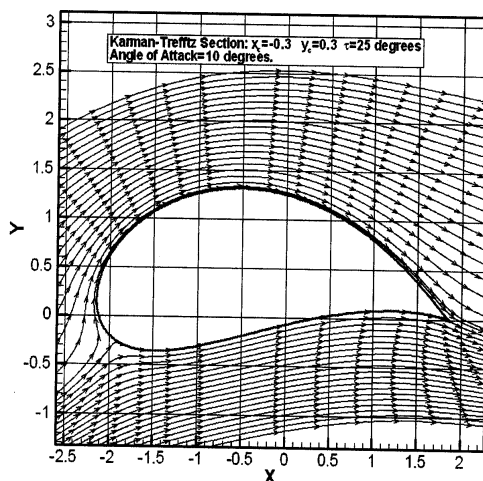


Figura 4.31. Flusso intorno ad un profilo Kármán-Trefftz

Si introduca ora la *funzione di trasformazione conforme*  $\zeta(z)$ , con una parte reale  $\xi$  ed una parte immaginaria  $\eta$ . Il piano  $z$  ed il piano  $\zeta$  possono essere interpretati graficamente come due *piani di trasformazione* differenti. Ad esempio, se il piano  $z$  rappresenta il flusso intorno ad un circolo, come mostrato in Figura 4.29, ogni coppia di coordinate  $(x, y)$  sulla superficie del circolo, oppure su qualunque linea di corrente, sarà trasformata in un punto corrispondente  $(\xi, \eta)$  nel piano  $\zeta$ , la cui posizione dipende dalla particolare funzione di trasformazione  $\zeta(z)$ . Questo tipo di trasformazione è visibile in Figura 4.30, dove il profilo di Kármán-Trefftz, con un angolo sul bordo d'uscita di 25 gradi, è stato ottenuto dalla trasformazione di un circolo.

Mentre è facile constatare che il circolo è stato trasformato in un profilo portante, come verificare che le velocità e le linee di corrente del campo fluido nel piano  $\zeta$  sono corrette? La risposta sta nel fatto che, se la funzione  $\Phi(z)$  e la funzione di trasformazione  $\zeta(z)$  sono ambedue funzioni analitiche, lo è anche la funzione  $\Phi(\zeta)$ . Questa funzione rappresenta, quindi, un flusso bidimensionale correttamente, anche se può non rappresentare necessariamente ciò che si vuole. Comunque, se la linea di corrente divisoria produce una forma accettabile, l'unica proprietà del flusso da verificare è se a grande distanza dal profilo il flusso tende a divenire o meno una corrente uniforme di velocità  $V$  con angolo d'incidenza  $\alpha$ . Questo requisito è soddisfatto se la funzione di trasformazione è costruita in modo tale che al limite sia  $\zeta = z$  quando  $z$  tende all'infinito.



Infine, la velocità complessa nel piano  $\zeta$  può essere ottenuta a partire dalla velocità complessa nel piano  $z$ ; ossia

$$|u - iv|_{\zeta} = \frac{d\Phi}{d\zeta} = \frac{\frac{d\Phi}{dz}}{\frac{d\zeta}{dz}} = \frac{|u - iv|_z}{\frac{d\zeta}{dz}} \quad (4.69)$$

Anche se è stato introdotto il concetto del potenziale complesso  $\Phi$ , in effetti non occorre averlo a disposizione. In base all'equazione (4.69), ciò che occorre per ricavare il campo di velocità intorno al profilo è la velocità su ogni punto intorno al circolo e la derivata della funzione di trasformazione. Ed ovviamente occorre conoscere la funzione di trasformazione stessa per trovare la posizione del punto effettivo nel piano  $\zeta$  in corrispondenza della velocità considerata.

#### 4.5.4 Funzione di Trasformazione di Kármán–Treffitz

La funzione di trasformazione di Kármán–Treffitz trasforma un punto  $z$  in un punto  $\zeta$  utilizzando la relazione

$$\zeta = \frac{\lambda a [(z + a)^\lambda + (z - a)^\lambda]}{(z + a)^\lambda - (z - a)^\lambda} \quad (4.70)$$

dove  $\lambda$  e  $a$  sono costanti reali assegnate, il cui ruolo sarà chiarito in seguito.

La derivata della funzione di trasformazione, necessaria per trasformare le velocità dal piano  $z$  al piano  $\zeta$  può essere ottenuta direttamente dall'equazione (4.70) come

$$\frac{d\zeta}{dz} = 4\lambda^2 a^2 \frac{[(z + a)^{\lambda-1} \cdot (z - a)^{\lambda-1}]}{[(z + a)^\lambda - (z - a)^\lambda]^2} \quad (4.71)$$

L'esame dell'equazione (4.70) consente di verificare che per  $\lambda = 1$  la funzione di trasformazione si riduce a  $\zeta = z$ , così da avere una fotocopia esatta del flusso originale. Si osservi anche che, quando è  $z = \pm a$  risulta essere  $\zeta = \pm \lambda a$ . Poiché si vuole allungare il circolo verso la forma di un profilo, ne deriva che valori utili di  $\lambda$  saranno sempre maggiori di 1.

Infine, esaminando ancora l'equazione (4.71), la derivata della funzione di trasformazione è nulla per  $z = \pm a$ , che sono detti *punti critici* nella funzione di trasformazione. L'angolo del bordo d'uscita dipende dal modo con il quale la derivata  $d\zeta/dz$  si avvicina a zero. Senza dimostrarlo, l'angolo  $\tau$  del bordo d'uscita (in gradi) e l'esponente  $\lambda$  nella funzione di trasformazione sono legati dalla relazione

$$\lambda = 2 - \frac{\tau}{180} \quad \Rightarrow \quad \tau = 180(2 - \lambda) \quad (4.72)$$

così che l'angolo del bordo d'uscita corrispondente a  $\lambda = 1.86111$  è 25 gradi, che è il valore specificato per il profilo mostrato in Figura 4.31.

Si osservi che se nell'equazione (4.72) è  $\lambda = 2$  l'angolo risultante è nullo, ossia, si avrà un bordo d'uscita a cuspidi. In questo caso, la funzione di trasformazione dell'equazione (4.70) si riduce ad una forma assai più semplice, che può essere riconosciuta come la più familiare trasformazione di Žoukovsky (1935)

$$\zeta = z + \frac{a^2}{z} \quad (4.73)$$

Infine, se è  $\lambda = 1$ , l'angolo del bordo d'uscita è  $180^\circ$ ; in altre parole, l'angolo a cuspidi svanisce. Si può concludere che il possibile intervallo di  $\lambda$  oscilla tra 1 e 2. In realtà, tenuto conto che praticamente i profili portanti hanno angoli d'uscita che sono generalmente minori di  $30^\circ$ , l'intervallo corrispondente di  $\lambda$  varia da 1.8 a 2.0.

Se il circolo passa esternamente a  $z = -a$ , non esiste alcun bordo d'ingresso a cuspidi. Al contrario, si può costruire un profilo con bordi d'ingresso e d'uscita aguzzi posizionando il centro del circolo sull'asse immaginario, così che un circolo che passa per  $z = -a$  passerà anche per  $z = a$ , come mostrato in Figura 4.32 dove, come prevedibile, si ha bassa pressione sul dorso (verde) ed alta pressione sulla faccia (blu). Si può dimostrare che in questo caso la faccia ed il dorso consistono di archi circolari. Nel caso limite con piccolo spessore e piccola curvatura, la faccia ed il dorso diventano archi parabolici.

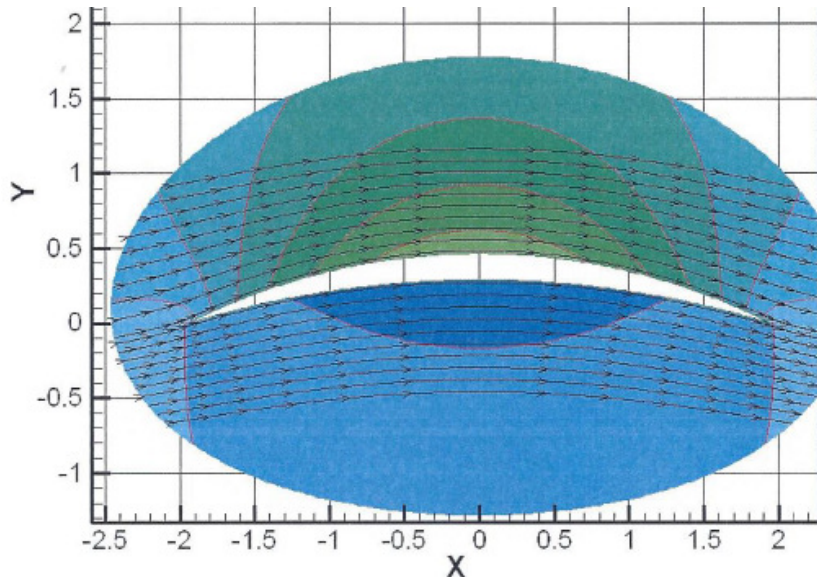


Figura 4.32. Flusso intorno ad un profilo parabolico ( $\alpha = 0$ )

La Figura 4.33 mostra la stessa sezione, ma ad un angolo d'incidenza di  $10^\circ$ . L'immagine del flusso non è più simmetrica, ma presenta elevate velocità e, quindi, basse pressioni (rosso) intorno al bordo d'ingresso.

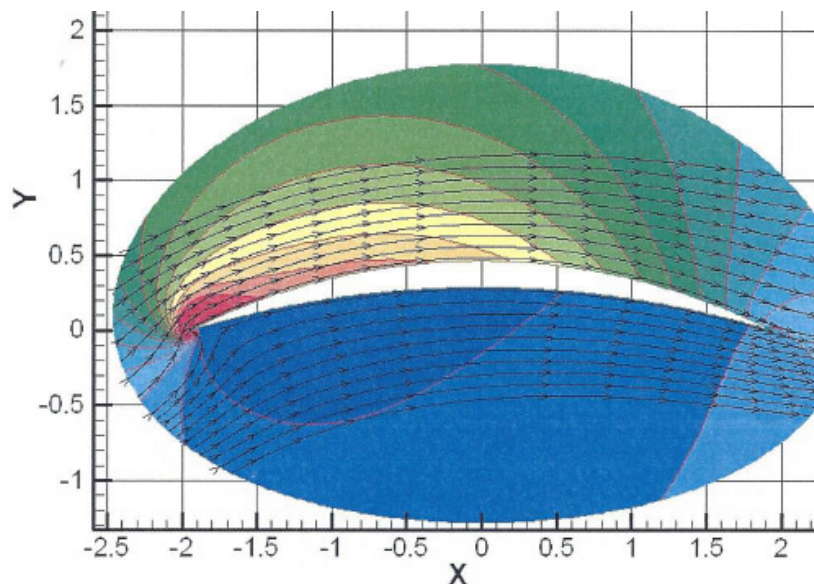


Figura 4.33. Flusso intorno ad un profilo parabolico ( $\alpha = 10$ )

#### 4.5.5 Condizione di Kutta

Da quanto si è detto finora, il problema di conoscere la portanza di un profilo alare, investito con un certo angolo d'incidenza da una corrente uniforme, si riduce alla necessità di determinare la circolazione che si produce intorno ad esso. Come è noto dallo studio dell'azione di un flusso potenziale su un cilindro, esiste un numero infinito di soluzioni che forniscono valori arbitrari della circolazione  $\Gamma$ , anche quando la forma del profilo e l'angolo d'incidenza siano specificati. Una situazione simile si presenta quando si ricerchi la soluzione teorica per un profilo alare in flusso potenziale.

#### Ipotesi

La Figura 4.34 mostra tre 'soluzioni' matematicamente possibili quando si voglia simulare correttamente il comportamento del flusso intorno al bordo di uscita di un profilo alare. Nel caso a), che rappresenta una circolazione di intensità troppo bassa, il punto di stagnazione si trova sul dorso verso il bordo di uscita; nel caso b), il punto di stagnazione si trova sulla faccia; nel caso c) i flussi superiore ed inferiore abbandonano dolcemente il bordo di uscita.

In termini generali, la condizione fisica per cui la velocità sul bordo di uscita di un profilo portante deve essere finita è nota come *condizione di Kutta*, sebbene si possa dare credito a chi sostiene che la determinazione fisicamente corretta della circolazione sia dovuta ad altri due scienziati russi, Žoukovsky (1948) e Čaplygin (1948).

Tutte le teorie a potenziale dei profili alari applicano la condizione di Kutta, che può essere formulata più precisamente come segue:

1. se l'angolo d'incidenza non è troppo elevato, il valore della circolazione  $\Gamma$  intorno ad un profilo alare è tale che il flusso abbandona gradualmente il bordo di uscita;
2. se l'angolo formato dalle superfici superiore ed inferiore del profilo alare è finito, ossia diverso da zero, il bordo di uscita è un punto di stagnazione nel quale la velocità è nulla;
3. se il bordo di uscita è a cuspide, ossia se l'angolo tra le due superfici è nullo, le velocità con le quali il flusso abbandona la faccia ed il dorso del profilo sono non nulle ed uguali in intensità e direzione.

L'applicazione della condizione di Kutta ad un profilo alare bidimensionale comporta complicazioni numeriche non banali. E una certa difficoltà di natura numerica sussiste anche per risolvere il problema di una lastra piana che può essere considerata come il profilo alare più semplice, in quanto non ha né forma né spessore. Il problema può essere affrontato utilizzando l'approccio dello strato vorticoso.

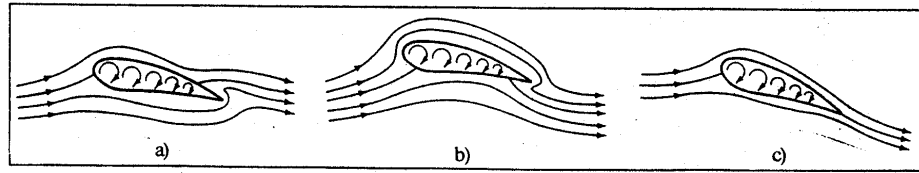


Figura 4.34. Simulazione matematica della condizione di Kutta

Allo scopo, la Figura 4.35 mostra una lastra piana di lunghezza  $c$  modellata mediante uno strato vorticoso di intensità variabile  $\gamma(x)$ . Volendo la portanza orientata verso l'alto, occorre imporre che la circolazione positiva sia orientata in senso orario. Come noto, esiste un salto di velocità tangenziale attraverso lo strato, di entità pari all'intensità locale di vorticità per cui, in base al legame (??), è  $u_u - u_l = \gamma(x)$ . Se si trascura la corrente indisturbata, lo strato deve perciò creare un flusso verso destra con variazione di velocità pari a  $\delta u \approx \gamma/2$  sulla superficie superiore ed un flusso verso sinistra con variazione di velocità eguale ed opposta sulla superficie inferiore.

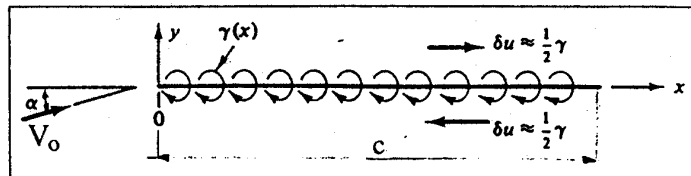


Figura 4.35. Modellazione mediante uno strato vorticoso

Ma in base alla condizione di Kutta, la differenza di velocità deve svanire sul bordo di uscita per mantenere l'abbandono della lastra, da parte del flusso, dolce e parallelo alla stessa; ne consegue che sul bordo d'uscita di uno strato vorticoso occorre imporre che sia

$$\gamma(c) = \gamma_{te} = 0 \tag{4.74}$$

## Soluzioni

L'equazione (4.62) mostra che la soluzione per il flusso potenziale intorno ad un circolo non è unica, ma contiene un valore arbitrario della circolazione  $\Gamma$ . Se si fosse interessati solamente a questo flusso particolare, sarebbe logico concludere, in base alla simmetria, che l'unico razionale valore fisico per la circolazione dovrebbe essere pari a zero. D'altra parte, se il cilindro ruotasse intorno al suo asse, si dovrebbe prevedere che le forze viscosive agenti in fluido reale inducano una circolazione nel verso della rotazione: il che accade effettivamente nel caso di assi esposti dell'elica che siano inclinati rispetto al flusso incidente. In questo caso, sarà presente una forza trasversale detta *effetto Magnus*.

La Figura 4.36 mostra il flusso locale in prossimità del bordo d'uscita del profilo Karman-Trefftz mostrato in Figura 4.29. La figura a sinistra mostra l'andamento del flusso quando si assume nulla la circolazione intorno al circolo. Nella figura a destra si evidenzia il flusso nel caso in cui sia imposta la circolazione che produca un punto di stagnazione nel punto  $a$  sull'asse  $x$ , come mostrato in Figura 4.31. Nel primo caso, si ha un flusso intorno ad una cuspidi che in base all'equazione (4.69) risulterà in una velocità infinita in quel punto dal momento che è  $d\zeta/dz = 0$ . D'altra parte, il flusso nella figura a destra sembra abbandonare il bordo d'uscita dolcemente. Se si esamina nuovamente l'equazione (4.69), si può notare che l'espressione della velocità è indeterminata, in quanto sia il numeratore che il denominatore si annullano per  $z = a$ . Si può dimostrare mediante un'espansione locale del numeratore e del denominatore nell'intorno di  $z = a$  che questo punto diviene effettivamente un punto di separazione purché l'angolo al bordo d'uscita sia  $\tau > 0$ . Se il bordo d'uscita è a cuspidi ( $\tau = 0$ ), la velocità è finita, con un valore uguale alla componente del flusso incidente che è tangente alla direzione del bordo d'uscita.

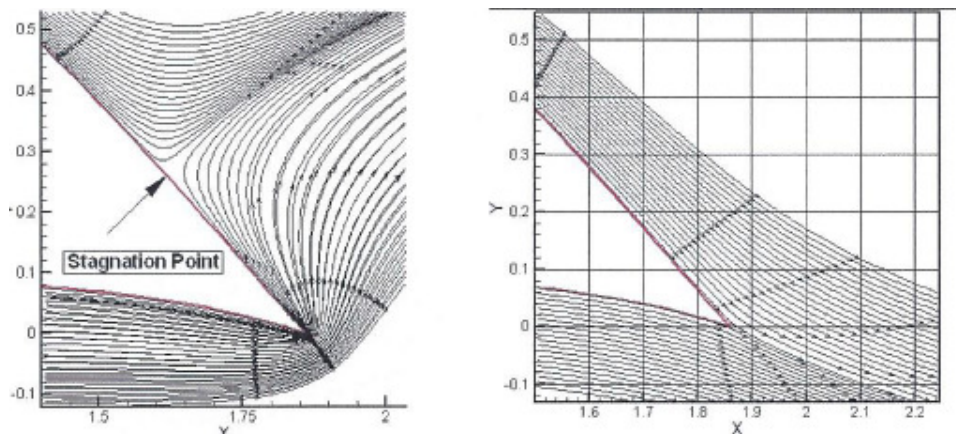


Figura 4.36. Flusso intorno al bordo d'uscita

L'ipotesi di Kutta fu che in fluido reale lo schema di flusso mostrato a sinistra in Figura 4.36 è fisicamente impossibile e che la circolazione si adatterebbe fino al punto che il flusso abbandoni il bordo d'uscita dolcemente. La sua conclusione era basata, almeno in parte, su un esperimento molto semplice ma intelligente, condotto da Prandtl a Göttingen nel 1910. Il flusso intorno ad

un profilo alare parzialmente emergente dalla superficie libera fu fotografato, come mostrato in Figura 4.37. La fotografia mostra chiaramente la formazione di un vortice sul bordo d'uscita che si diffonde successivamente nel flusso. Poiché il teorema di Kelvin afferma che la circolazione totale deve rimanere invariata, intorno al profilo alare si deve sviluppare un vortice di uguale intensità ma di verso di rotazione opposto. Ragion per cui l'adattamento della circolazione non è arbitrario ma è direttamente correlato alla formazione iniziale di un vortice in prossimità dell'affilato bordo d'uscita. Mentre questo processo è innescato dalla viscosità del fluido, una volta che il vortice si diffonde, il flusso intorno al profilo alare si comporta come se fosse essenzialmente non viscoso.

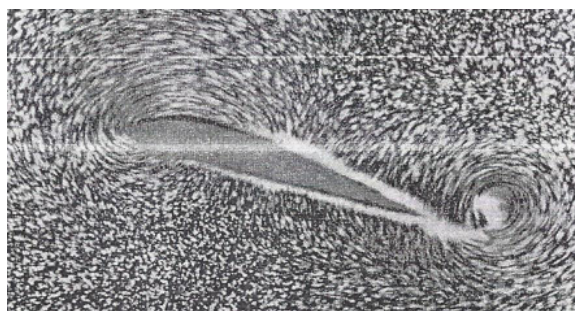


Figura 4.37. Visualizzazione del flusso con lo sviluppo del vortice iniziale

Questa impostazione per fissare la circolazione è nota come *condizione di Kutta*, ed è applicata universalmente quando la teoria del flusso potenziale è utilizzata per risolvere problemi di portanza sia bidimensionali che tridimensionali. È importante tenere conto, comunque, che la condizione di Kutta è un'idealizzazione di un problema estremamente complesso in fluido reale. Funziona bene nella maggior parte dei casi, ma non è una soluzione esatta del problema, come si vedrà più avanti.

#### 4.5.6 Metodo di Theodorsen

Le funzioni di trasformazione conforme in forma chiusa, quale quella di Karman–Trefftz, sono ovviamente limitate ai tipi di forme di profili alari che queste funzioni producono. Nonostante lo sviluppo di ulteriori estensioni della funzione di trasformazione conforme di Karman–Trefftz, questo approccio fu abbandonato all'inizio degli anni '30, quando Theodorsen (1931) pubblicò i fondamenti del suo metodo in base al quale si potrebbe *partire* dalla geometria del profilo portante e sviluppare la funzione di trasformazione che lo trasformerebbe all'indietro nel circolo equivalente, sezione di un cilindro circolare retto, intorno al quale sia noto il flusso potenziale.

Theodorsen comprese che la forma (curvatura, spessore e posizione della zona di massimo spessore) della maggior parte dei profili alari poteva essere ottenuta spostando il centro del cerchio di raggio  $a$  rispetto agli assi della trasformazione, per la costruzione dei quali esistono eleganti costruzioni geometriche quale quella in Figura 4.38.

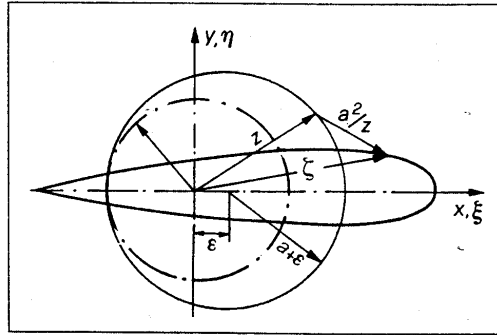


Figura 4.38. Trasformazione conforme di un circolo in un profilo alare simmetrico

Allo scopo sviluppò una procedura rapidamente convergente in grado di determinare la distribuzione di velocità del flusso intorno ad un profilo alare di Žoukovsky a partire dalla distribuzione di velocità intorno ad un circolo, che sia la trasformazione conforme del profilo suddetto.

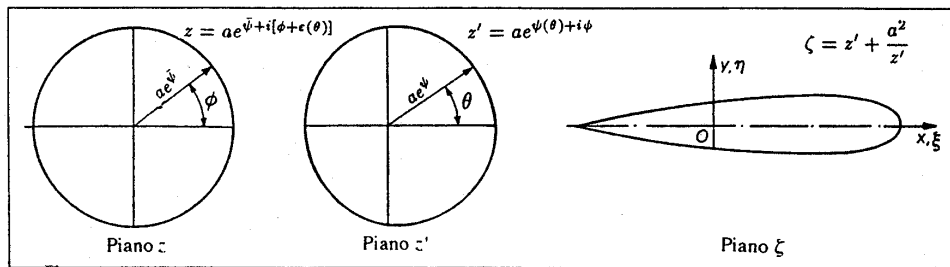


Figura 4.39. Trasformazioni conformi per il calcolo della distribuzione di pressione

Tale procedura (Fig. 4.39) è suddivisibile in tre fasi:

1. derivazione delle relazioni tra il flusso nel piano fisico del profilo alare (piano  $\zeta$ ) e quello nel piano del pseudo-circolo (piano  $z'$ );
2. derivazione delle relazioni tra il flusso nel piano  $z'$  e quello nel piano  $z$  del circolo effettivo;
3. combinazione delle due fasi precedenti per ricavare l'espressione finale della distribuzione di velocità nel piano  $\zeta$  in funzione delle coordinate del profilo alare.

A causa delle complicazioni numeriche legate al calcolo dell'integrale di Poisson per la funzione coniugata, questa procedura fu utilizzata raramente. Per superare queste difficoltà, furono sviluppate procedure approssimate del tutto adeguate allo scopo. Una di queste procedure è la terza approssimazione di Goldstein (1948) alla teoria di Theodorsen.

Questa approssimazione assume che quando il profilo nel piano  $\zeta$  viene trasformato utilizzando la funzione di trasformazione di Žoukovsky

$$\zeta = z' + \frac{a^2}{z'} \quad (4.75)$$

la figura risultante nel piano  $z'$  differisce di poco da un circolo esatto.

Questo pseudo-circolo può essere descritto dalla funzione

$$z' = a e^{\psi(\theta)+i\phi} \quad (4.76)$$

dove  $\phi$  e  $\theta$  sono rispettivamente le coordinate angolari delle variabili complesse  $z$  e  $z'$ ,  $\psi$  è l'esponente del termine  $a e^{\bar{\psi}}$  che rappresenta il raggio vettore di  $z'$ , e  $\bar{\psi}$  è il valore medio di  $\psi$ . Il pseudo-circolo può essere trasformato in un circolo effettivo nel piano  $z$  mediante la funzione

$$z = a e^{\bar{\psi}+i[\phi+\varepsilon(\theta)]} \quad (4.77)$$

tale che nell'equazione risultante per la distribuzione di velocità, le potenze di  $\varepsilon(\theta)$  e di  $\psi(\theta)$  possano essere trascurate.

L'equazione finale che esprime la distribuzione di velocità sul profilo alare può essere derivata in base alla trattazione di Abbott e von Doenhoff (1959). Se  $\varepsilon$  è la distanza del centro del circolo dal centro del pseudo-circolo ed  $\alpha$  è l'angolo d'incidenza del profilo, la distribuzione risultante di velocità è derivabile come

$$\frac{V}{V_0} = \frac{[\sin(\alpha + \phi) + \sin(\alpha + \varepsilon(\phi))] [1 + (d\varepsilon/d\phi)] e^{\bar{\psi}}}{\sqrt{(\sinh^2\psi + \sin^2\phi) \cdot [1 + (d\psi/d\phi)^2]}} \quad (4.78)$$

dove  $\phi$  e  $\psi$  sono la parte reale ed immaginaria della funzione complessa  $w = \phi + i\psi$  che descrive il flusso bidimensionale, mentre  $V$  è la velocità locale in un punto del contorno del profilo.

L'equazione (4.78) consente di calcolare la velocità in qualsiasi punto del profilo alare e, quindi, di conoscere la distribuzione di pressione ricorrendo semplicemente al teorema di Bernoulli. La procedura di calcolo procede secondo i seguenti passi:

1. Le coordinate  $(x,y)$  del profilo alare vengono espresse rispetto ad una linea che unisce il bordo di uscita con il punto che si trova a metà tra il bordo di ingresso della sezione ed il suo centro di curvatura. Le coordinate di questi punti valgono rispettivamente  $(-2a, 0)$  e  $(2a, 0)$ ; per convenienza si assume  $a = 1$ .
2. Le coordinate parametriche del profilo  $(\phi, \psi)$  sono derivabili dalle equazioni (4.76) e (4.77) mediante le relazioni fornite da Goldstein

$$\left. \begin{aligned} 2 \sin^2\phi &= p + \sqrt{p^2 + \left(\frac{y}{a}\right)^2} \\ 2 \sin^2\psi &= -p + \sqrt{p^2 + \left(\frac{y}{a}\right)^2} \\ p &= 1 - \left(\frac{x}{2a}\right)^2 - \left(\frac{y}{2a}\right)^2 \end{aligned} \right\} \quad (4.79)$$

Tali relazioni possono essere ridotte alle equazioni

$$\left. \begin{aligned} \cos\phi &= 1 - \frac{2x}{c} \\ \psi(\phi) &= \frac{2y}{c \sin\phi} \end{aligned} \right\} \quad (4.80)$$



nelle quali per  $\sin \phi = 0$ , ossia sul bordo di ingresso e sul bordo di uscita, i valori di  $\psi(\phi)$  sono determinati come

$$\left. \begin{aligned} \psi_{le} &= \sqrt{2\rho_{le}/c} \\ \psi_{te} &= \sqrt{2\rho_{te}/c} \end{aligned} \right\} \quad (4.81)$$

essendo  $\rho_{le}$  e  $\rho_{te}$  rispettivamente i raggi di curvatura sul bordo di ingresso e sul bordo di uscita.

3. Si determina quindi il valore medio della funzione  $\psi$ , pari a

$$\bar{\psi} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \psi(\theta) d\theta$$

che, insieme alla funzione coniugata  $\varepsilon(\phi)$  di  $\psi(\phi)$ , determina la trasformazione finale nel circolo effettivo.

4. La funzione coniugata  $\varepsilon(\phi)$ , data dall'integrale di Poisson, può essere valutata numericamente, in prima approssimazione, per i  $2N$  valori equispaziati di  $\phi$ , mediante la relazione data da Watson (1945)

$$\varepsilon(\phi_m) = -\frac{1}{N} \sum_{k=1}^{N-1} (\psi_{m+k} - \psi_{m-k}) \cot\left(\frac{k\pi}{2N}\right) \quad \text{con } k \text{ dispari}$$

Normalmente si assume  $N = 20$ , ossia si scelgono 40 punti sul profilo. Si osservi che per derivare i valori di  $\psi$  dai valori equidistanziati  $\phi_m = m\pi/N$ , con  $m = 0, 1, 2, \dots, 2N - 1$ , si deve ricorrere ad una procedura di interpolazione, in quanto le coordinate del profilo sono di solito assegnate in funzione delle ascisse come percentuali di corda. Risultati più accurati sono ottenibili se le coordinate del profilo vengono preventivamente trasformate in valori funzione di  $\phi$  e  $\psi$ .

5. Infine, si possono determinare i valori delle derivate  $(d\varepsilon/d\phi)$  e  $(d\psi/d\phi)$  dalla pendenza locale delle curve di  $\varepsilon$  e di  $\psi$  rispetto a  $\phi$ , calcolando, quindi, l'equazione (4.78) rispetto a  $V/V_o$ , e ricavando finalmente il coefficiente di pressione in base al teorema di Bernoulli.

Nella maggior parte dei casi, la prima approssimazione rispetto ad  $\varepsilon$  risulta essere sufficientemente accurata; diversamente, si può effettuare una seconda iterazione diagrammando  $\psi$  rispetto a  $\phi + \varepsilon$ , e reiterando i calcoli per determinare la funzione  $\bar{\psi}$ .

Imponendo la condizione di Kutta, si può ricavare il valore della circolazione sul bordo di uscita come

$$\Gamma = 4\pi(r + \varepsilon) \cdot V_o \sin \alpha$$

Ne deriva che il coefficiente di portanza, essendo la corda della sezione pari a  $4a$  e la portanza pari a  $\rho V_o \Gamma$ , risulta essere

$$C_L = 2\pi \left(1 + \frac{\varepsilon}{r}\right) \sin \alpha \quad (4.82)$$

In questa espressione per il calcolo del coefficiente di portanza, lo spostamento adimensionale orizzontale  $\varepsilon/r$  definisce il rapporto  $t_m/c$ . Nel caso limite in cui  $\varepsilon/r$  tenda a zero, per piccoli angoli d'incidenza la pendenza della curva di portanza diviene pari a  $dC_L/d\alpha = 2\pi$  per radiante. Calcoli dettagliati hanno mostrato che il rapporto di spessore di un profilo alare di spessore finito è pressoché uguale a  $t_m/c = (3\sqrt{3}/4) \cdot (\varepsilon/r)$ . Per profili alari con spessore massimo relativo  $t_m/c = 0.12$  la pendenza teorica della curva di portanza è di quasi 9% maggiore del valore corrispondente per profili alari sottili.

## 4.6 Distribuzione di pressione

Conoscere la distribuzione di pressione sulla faccia e sul dorso di un profilo alare è rilevante per determinare le forze di portanza e di resistenza, l'innescò della cavitazione, nonché nello studio dell'evoluzione e dell'influenza dello strato limite sullo sviluppo della cavitazione. Conoscere il campo di pressione in prossimità del profilo alare è importante anche nello studio dell'interazione tra più profili alari e dell'interazione tra profili alati e corpi contigui.

### 4.6.1 Coefficiente di pressione

In un fluido ideale, la relazione che lega la pressione statica locale e la velocità su un punto qualsiasi della faccia o del dorso del profilo di pala ( $p, V$ ) con la pressione e la velocità ( $p_o, V_o$ ) del flusso indisturbato a monte del profilo può essere ottenuta dall'equazione di Bernoulli, come

$$p + \frac{1}{2}\rho V^2 = p_o + \frac{1}{2}\rho V_o^2$$

dove  $V$  è il valore della velocità totale del fluido nel punto in esame, pari a

$$V = \sqrt{u^2 + v^2}$$

essendo  $(u, v)$  le componenti della velocità del fluido ottenute dall'equazione (4.69).

Elaborando questa eguaglianza ed introducendo la *pressione dinamica*<sup>4</sup>  $q = \frac{1}{2}\rho V_o^2$ , in un punto qualunque del flusso indisturbato si ottiene il *coefficiente di pressione* come

$$C_P = \frac{\Delta p}{q} = \frac{p - p_o}{q} = 1 - \left(\frac{V}{V_o}\right)^2 \quad (4.83)$$

Si osservi che in un punto di stagnazione è  $V = 0$ , per cui il coefficiente di pressione diviene  $C_P = 1$ . Un coefficiente di pressione nullo indica che la velocità locale è pari alla velocità della corrente libera  $V$ , mentre un coefficiente di pressione negativo corrisponde ad una velocità locale superiore a quella della corrente libera.

<sup>4</sup>È così detta in quanto dimensionalmente è l'equivalente di una pressione dinamica

Mentre questa è una convenzione accettata universalmente, nella definizione del coefficiente di pressione, molti autori preferiscono diagrammare il *negativo* del coefficiente di pressione. In tal caso, un punto di stagnazione sarà riportato in un diagramma della distribuzione di pressione sul profilo alare con un valore  $-C_P = -1$ .

Quando un profilo opera all'angolo d'incidenza ideale (*shock-free entry*), il punto di stagnazione si trova esattamente sul bordo d'ingresso dove il flusso si divide uniformemente. Una sezione di pala che operi nella *condizione d'incidenza ideale* presenta una distribuzione di pressione quasi uniforme, con buone prestazioni in condizioni di cavitazione.

Per le linee mediane NACA caratterizzate dall'indice  $a$ , la pressione minima può essere ottenuta come

$$C_{pmin} = -\frac{C_l}{1+a} \quad (4.84)$$

che per la linea mediana  $a = 0.8$  è pari a  $C_{pmin} = -0.556 C_l$ .

#### 4.6.2 Distribuzione sui profili NACA

Il calcolo della distribuzione di pressione viscosa intorno ad un profilo alare di spessore finito richiede procedure particolarmente complesse, che comportano l'utilizzo di metodi rigorosi quali quello delle trasformazioni conformi. Le difficoltà numeriche connesse a questi metodi ne hanno precluso a lungo l'applicazione sia nella fase progettuale che nell'analisi del funzionamento dell'elica, a favore di metodi approssimati. A causa delle difficoltà e della scarsa capacità di calcolo, si determinò storicamente la necessità di sviluppare un metodo semplice che combinasse la teoria dei profili alari sottili e la teoria dei profili di spessore finito. Allen (1939) utilizzò i risultati di entrambe le teorie sviluppando un metodo che utilizzava le caratteristiche, calcolate preventivamente, di un numero limitato di linee mediane e di distribuzioni di spessore standard, le quali possono essere combinate a formare una grande varietà di profili alari. Nel caso dei profili NACA, si possono calcolare in maniera approssimata le curve di distribuzione della velocità e, quindi, della distribuzione di pressione lungo la corda con un grado di accuratezza sufficiente agli scopi progettuali.

In base alla teoria dei profili alari sottili, si può dimostrare che la *distribuzione di carico* su un profilo alare può essere considerata come la risultante di:

- una distribuzione base funzione dell'angolo d'incidenza ideale;
- una distribuzione addizionale, proporzionale all'angolo d'incidenza misurato rispetto all'angolo d'incidenza ideale.

La prima distribuzione di carico è funzione della sola forma del profilo, oppure, nel caso in cui la sezione venga ridotta alla sola linea mediana, è funzione della sola distribuzione di curvatura. L'integrazione di tale distribuzione di carico lungo la corda fornisce un coefficiente di portanza che, per piccoli angoli d'incidenza, è sostanzialmente pari al *coefficiente di portanza progettuale*.

La distribuzione addizionale è il risultato della variazione dell'angolo d'incidenza rispetto a quello ideale; il relativo coefficiente di portanza è detto *coefficiente di portanza addizionale*. Teoricamente non genera alcun momento addizionale intorno al quarto di corda del profilo alare; in pratica, si presenta un piccolo effetto di beccheggio poiché il centro aerodinamico in flusso viscoso si trova di solito leggermente arretrato rispetto al quarto di corda.

Alle distribuzioni di pressione associate con queste due distribuzioni di carico, proprie dei profili alari sottili, ne va aggiunta una terza, che viene associata alla distribuzione di spessore con angolo d'incidenza nullo e che può essere calcolata con i metodi delle trasformazioni conformi.

Ne risulta che la distribuzione di velocità risultante sulla superficie del profilo alare può essere ottenuta sommando gli *effetti di tre variazioni di velocità* separate e, in prima approssimazione, indipendenti. Gli incrementi specifici sono quindi:

1. un incremento di velocità, descritto dal fattore  $k_t$ , associato alla forma del profilo simmetrico di base con angolo d'incidenza nullo;
2. una variazione di velocità sulla linea mediana, descritta dal fattore  $k_f$ , corrispondente alla distribuzione di carico al suo angolo d'incidenza ideale;
3. una variazione di velocità, descritta dal fattore  $k_\alpha$ , corrispondente alla distribuzione di carico addizionale associato all'angolo d'incidenza al quale opera il profilo simmetrico.

Per gli usuali profili e linee mediane, e per una estesa gamma di spessori relativi  $t_m/c$ , la NACA fornì, a diverse ascisse di corda, gli incrementi teorici di velocità esprimibili come

1.  $\Delta V_t = k_t \cdot V_o$ , che è funzione del tipo e dello spessore di base del profilo;
2.  $\Delta V_f = k_f \cdot f_m/c \cdot V_o$ , che dipende dal tipo di linea mediana e dal suo angolo d'incidenza ideale, ed è direttamente proporzionale all'inarcamento massimo normalizzato  $f_m/c$  della linea mediana;
3.  $\Delta V_\alpha = k_\alpha \cdot C_{L\alpha} \cdot V_o$ , che è funzione del tipo e dello spessore del profilo e direttamente proporzionale, per ogni spessore, al coefficiente di portanza  $C_{L\alpha}$  ottenuto mediante incidenza.

Corrispondentemente, le ordinate delle curve di distribuzione di pressione sul profilo vengono ottenute dalla relazione (4.83) elevando al quadrato la distribuzione di velocità risultante ad un particolare angolo d'incidenza come

$$C_p(x/c, \alpha) = 1 - \left( \frac{V}{V_o} \right)^2 = 1 - \left( \frac{\Delta V_t}{V_o} \pm \frac{\Delta V_f}{V_o} \pm \frac{\Delta V_\alpha}{V_o} \right)^2$$

ottenendo infine

$$\left. \begin{aligned} \left( \frac{\Delta p}{q} \right)_b &= 1 - \left( \frac{\Delta V_t}{V_o} + \frac{\Delta V_f}{V_o} + \frac{\Delta V_\alpha}{V_o} \right)^2 \\ \left( \frac{\Delta p}{q} \right)_f &= 1 - \left( \frac{\Delta V_t}{V_o} - \frac{\Delta V_f}{V_o} - \frac{\Delta V_\alpha}{V_o} \right)^2 \end{aligned} \right\}$$

Questa procedura è illustrata in Figura 4.40.

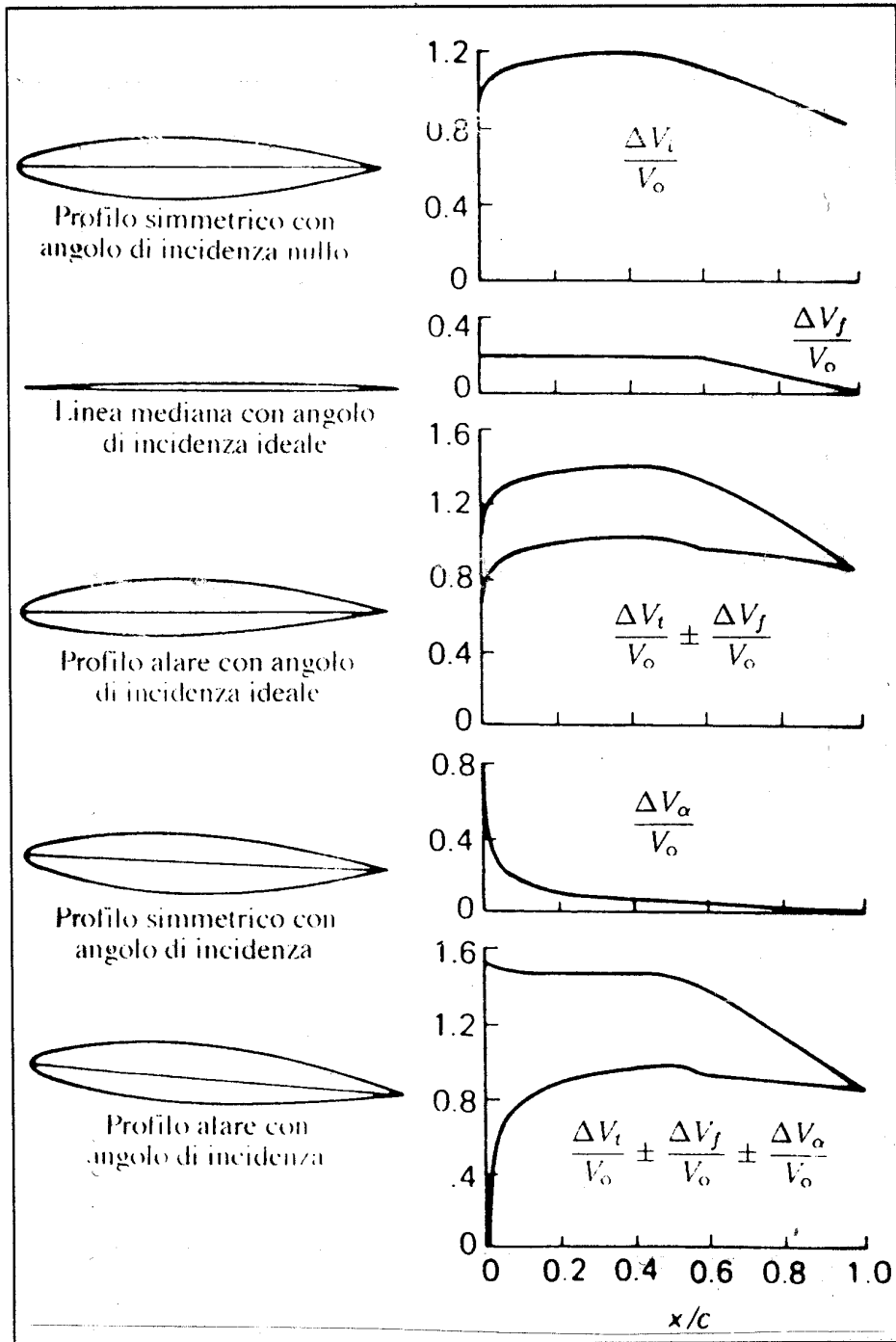


Figura 4.40. Sintesi della distribuzione di velocità

Se si integra la funzione  $\{(\Delta p/q)_b - (\Delta p/q)_f\}$  lungo la corda, si ricava il coefficiente di portanza in fluido ideale come

$$C_l = \int_0^c \left[ \left( \frac{\Delta V_t}{V_o} + \frac{\Delta V_f}{V_o} + \frac{\Delta V_\alpha}{V_o} \right)^2 - \left( \frac{\Delta V_t}{V_o} - \frac{\Delta V_f}{V_o} - \frac{\Delta V_\alpha}{V_o} \right)^2 \right] dc = 4 \int_0^c \left[ \frac{\Delta V_t}{V_o} \left( \frac{\Delta V_f}{V_o} + \frac{\Delta V_\alpha}{V_o} \right) \right] dc$$

La Tabella 4.5 mostra i valori della distribuzione lungo la corda delle componenti di velocità per il profilo NACA 16-006 e la linea mediana modificata NACA -  $a = 0.8$ .

NACA 16-006					a = 0.8	
$x/c$ (%)	$y_c/c$ (%)	$\Delta V_\alpha/V_o$	$\Delta V_t/V_o$	$\Delta V_f/V_o$	$y_c/c$ (%)	$\Delta V_f/V_o$
0.00	0.000	0.000	0.000	5.471	0.000	0.000
1.25	0.646	1.050	1.029	1.376	0.603	0.273
2.50	0.903	1.085	1.042	0.980	1.055	0.273
5.00	1.255	1.097	1.047	0.689	1.803	0.273
7.50	1.516	1.105	1.051	0.557	2.432	0.273
10.00	1.729	1.108	1.053	0.476	2.981	0.273
15.00	2.067	1.112	1.055	0.379	3.903	0.274
20.00	2.332	1.116	1.057	0.319	4.651	0.274
30.00	2.709	1.123	1.060	0.244	5.742	0.274
40.00	2.927	1.132	1.064	0.196	6.394	0.275
50.00	3.000	1.137	1.066	0.160	6.651	0.276
60.00	2.917	1.141	1.068	0.130	6.508	0.276
70.00	2.635	1.132	1.064	0.104	5.913	0.277
80.00	2.099	1.104	1.051	0.077	4.673	0.278
90.00	1.259	1.035	1.017	0.049	2.452	0.147
95.00	0.707	0.962	0.981	0.032	1.226	0.092
100.00	0.060	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
$\rho_{te} = 0.00176 \cdot c$		$C_{l_s} = 1.0$	$\alpha_i = 1.40^\circ$	$C_{mc/4} = -0.219$		

Tabella 4.5. Ordinate ed incrementi specifici di velocità

### 4.6.3 Validazione dei risultati

Sebbene il metodo di sovrapposizione delle velocità non sia giustificabile teoricamente in maniera rigorosa, alla luce dei risultati ottenuti è stato ritenuto adeguato per molte applicazioni ingegneristiche.

Infatti, anche i risultati della prima approssimazione sono in buon accordo con i dati sperimentali e sono adeguati quanto meno a livello di scelta e di analisi iniziale dei profili alari. Un confronto tra la distribuzione teorica ottenuta in prima approssimazione e la distribuzione sperimentale è mostrato in Figura 4.41 per il profilo NACA 66-215, con  $C_l = 0.23$

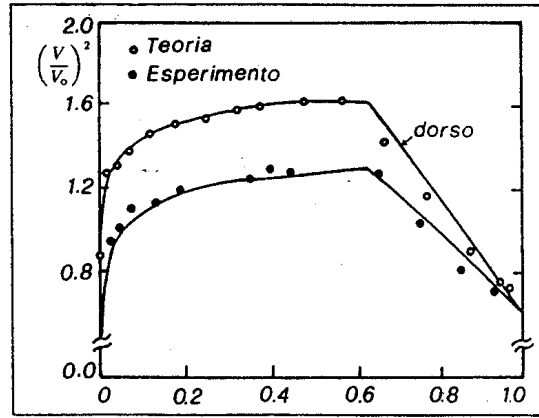


Figura 4.41. Distribuzioni di velocità

Le discrepanze riscontrabili, derivanti dal fatto che la teoria è basata su un flusso potenziale, sono imputabili alla presenza dello strato limite. Questi effetti sono comunque piccoli nel campo dei coefficienti di portanza per i quali lo strato limite è sottile ed il coefficiente di resistenza è basso.

#### 4.6.4 Applicazione ingegneristica ai profili NACA

Applicando il teorema di Bernoulli tra due punti simmetrici  $Q$  e  $Q'$  sul dorso e sulla faccia del profilo (Fig. 4.42), ai quali corrispondono le pressioni  $p_b$  e  $p_f$ , si ricava il coefficiente di pressione adimensionale

$$C_p = \frac{p_b - p_f}{\frac{1}{2}\rho V_0^2} = 4(1 + k_t) \cdot \left( k_f \frac{f_m}{c} + k_\alpha C_{L\alpha} \right) \quad (4.85)$$

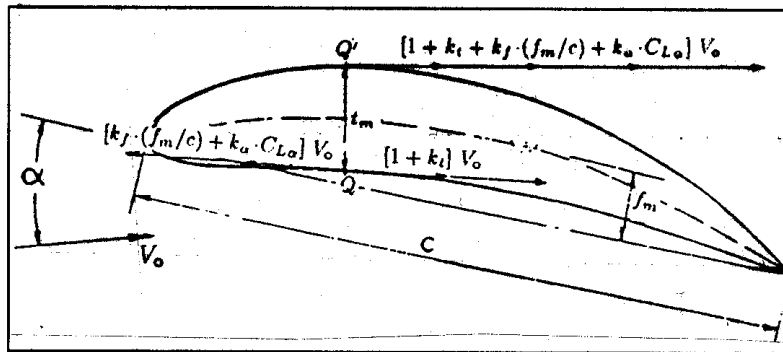


Figura 4.42. Incrementi locali di velocità

L'integrazione dell'equazione (4.85) su tutta la lunghezza di corda consente di ricavare il coefficiente di portanza come

$$C_L = \frac{4}{c} \cdot \frac{f_m}{c} \int_0^c k_f \left[ 1 + \frac{\int_0^c (k_f \cdot k_t) dc}{\int_0^c k_f dc} \right] dc + \frac{4}{c} \cdot C_{L\alpha} \int_0^c (1 + k_t) k_\alpha dc \quad (4.86)$$

Questa relazione indica che il coefficiente di portanza è costituito da due contributi, dei quali il primo dipende dal tipo di linea mediana, dalla freccia massima dell'inarcamento  $f_m/c$ , dal tipo di profilo e dal suo spessore massimo  $t_m/c$ , mentre il secondo dipende dall'angolo d'incidenza e dallo spessore del profilo. Introducendo le posizioni

$$K_f = \frac{4}{c} \int_0^c k_f dc \quad ; \quad K_t = \left( \int_0^c k_f \cdot k_t dc \right) / \left( \int_0^c k_f dc \right)$$

il coefficiente di portanza dipendente dalla sola geometria del profilo risulta essere determinabile in forma sintetica, ma con buona accuratezza, come

$$C_{L_f} = K_f \cdot \frac{f_m}{c} \left( 1 + K_t \cdot \frac{t_m}{c} \right) \quad (4.87)$$

dove, per gli usuali profili alari utilizzati nelle eliche navali, i coefficienti  $K_f$  e  $K_t$  sono reperibili in Tabella 4.6.

$K_t$	a = 1.0	a = 0.8	NACA 65
NACA 16	0.725	0.880	0.770
NACA 66	0.650	0.820	0.700
NACA 66*	0.650	0.820	0.700
$K_f$	18.15	14.75	12.50

Tabella 4.6. Valori di  $K_t$  e  $K_f$

La NACA non ha fornito la dipendenza di  $k_\alpha$  dall'angolo d'incidenza  $\alpha$ , per cui non vi è modo di rendere esplicita la relazione  $C_{L_\alpha} = f(\alpha, t_m/c)$ . Tuttavia, per angoli d'incidenza minori di quello di stallo, il contributo al coefficiente di portanza dovuto all'angolo d'incidenza può essere determinato indipendentemente dallo spessore del profilo, calcolandolo con buona approssimazione mediante la relazione

$$C_{L_\alpha} \simeq C_{l_\alpha} = \left( \frac{dC_l}{d\alpha} \right) \alpha = 2\pi\alpha \quad (4.88)$$

#### 4.6.5 Caratteristiche idrodinamiche in fluido reale

Utilizzando i fattori di correzione  $\mu$  e  $\chi$ , che tengono conto dell'influenza dello spessore del profilo e della viscosità del fluido rispettivamente sul gradiente di portanza ( $dC_L/d\alpha$ ) e sull'angolo d'incidenza nullo, il coefficiente di portanza può essere definito come

$$C_L = 2\pi\mu (\alpha - 2\chi_i f_m/c) \quad (4.89)$$

In un fluido ideale, per i profili normalmente utilizzati nelle eliche navali valgono le relazioni

$$\mu_i = 1 + 0.87t_m/c \quad , \quad \chi_i = 1.015 \quad (4.90)$$



Per i profili con distribuzione di carico uniforme lungo la corda (NACA,  $a = 1.0$ ), i valori ottimali dell'angolo d'incidenza e dell'inarcamento massimo della linea mediana, dipendono dalla forma del profilo simmetrico ed in fluido ideale sono derivabili dalle relazioni

$$\alpha = 0 \quad , \quad f_m/c = 0.05515 C_L \quad (4.91)$$

Per profili con distribuzione di carico uniforme lungo l'80% della corda (NACA,  $a = 0.8$ ) valgono le relazioni

$$\alpha = 0.0269 C_L \quad , \quad f_m/c = 0.0679 C_L \quad (4.92)$$

Ancora per i profili NACA con distribuzione di carico  $a = 0.8$ , ma con distribuzione di spessore NACA-66, sulla base di calcoli sistematici Miškevič (1974) ha proposto per i suddetti coefficienti correttivi e per l'efficienza idrodinamica le formule seguenti

$$\left. \begin{aligned} \mu &= (1 + 0.87t_m/c) \cdot e^{-0.0691 + 12.46t_m/c - 0.1855 \ln Rn} \\ \chi &= 1.013 \left[ 1 + \frac{t_m/c(t_m/c - 0.05)}{(0.04664 \ln Rn - 0.4378)^2} \right] \\ K &= \frac{0.05808 (1 + 2.3 t_m/c)}{C_L \cdot Rn^{0.1458}} \end{aligned} \right\} \quad (4.93)$$

dove  $Rn = V_A \cdot c / \nu$  è il numero di Reynolds dell'elica al vero al raggio 0.7R.

Queste formule sono del tutto generali; infatti, sono valide non solo per il modo 'shock-free-entry', ma anche per valori dell'angolo d'incidenza vicino a quello ottimale, purché sia  $Rn > 10^5$ ;  $0 \leq t_m/c \leq 0.10$ ;  $0 \leq f_m/c \leq 0.03$ ;  $-0.1 \leq C_L \leq 0.3$ .

#### 4.6.6 Indice di cavitazione in fluido perfetto

Se si tiene conto delle notazioni in Figura 4.42, applicando il teorema di Bernoulli tra un punto indisturbato della vena fluida ed un punto del dorso del profilo, e tenendo presente che gli incrementi di velocità si sommano algebricamente, si ricava la seguente espressione generale che consente di determinare la depressione specifica in quel punto come

$$-\frac{\Delta p}{q} = \left( 1 + k_t + k_f \cdot \frac{f_m}{c} + k_\alpha \cdot C_{L\alpha} \right)^2 - 1$$

dalla quale, sostituendo a  $f_m/c$  il valore fornito dalla relazione (4.87), si ricava

$$-\frac{\Delta p}{q} = \left( 1 + k_t + \frac{k_f}{K_f} \cdot \frac{C_{Lf}}{1 + K_t \frac{f_m}{c}} + k_\alpha \cdot C_{L\alpha} \right)^2 - 1 \quad (4.94)$$

Per i consueti valori associati del coefficiente di portanza e degli spessori, quali sono quelli che interessano le sezioni delle eliche navali (per le quali è mediamente  $C_L \cdot c / t_m < 6$ ), qualora

si realizzi la portanza totalmente per curvatura, oppure con una quota del 90% ottenuta per curvatura e con una quota del 10% per angolo d'incidenza, il punto di massima depressione sul dorso, per i profili e le linee mediane di cui si è finora trattato, cade al 60% della lunghezza di corda. In questo punto, introducendo nell'equazione (4.94) i dati forniti dalla NACA, si possono calcolare le depressioni massime sul dorso per diverse combinazioni di profilo e linea mediana come riportato in Tabella 4.7.

Profilo NACA	Linea mediana	Depressione specifica sul dorso
NACA 16	a = 1.0	$-\frac{\Delta p}{q} = \left[ 1 + 1.132 \frac{t_m}{c} + 0.250 \frac{C_{Lf}}{1 + K_t \frac{t_m}{c}} + 0.130 C_{L\alpha} \right]^2 - 1$
NACA 16	a = 0.8	$-\frac{\Delta p}{q} = \left[ 1 + 1.132 \frac{t_m}{c} + 0.278 \frac{C_{Lf}}{1 + K_t \frac{t_m}{c}} + 0.130 C_{L\alpha} \right]^2 - 1$
NACA 16	NACA 65	$-\frac{\Delta p}{q} = \left[ 1 + 1.132 \frac{t_m}{c} + 0.310 \frac{C_{Lf}}{1 + K_t \frac{t_m}{c}} + 0.130 C_{L\alpha} \right]^2 - 1$
NACA 66	a = 1.0	$-\frac{\Delta p}{q} = \left[ 1 + 1.270 \frac{t_m}{c} + 0.250 \frac{C_{Lf}}{1 + K_t \frac{t_m}{c}} + 0.130 C_{L\alpha} \right]^2 - 1$
NACA 66	a = 0.8	$-\frac{\Delta p}{q} = \left[ 1 + 1.270 \frac{t_m}{c} + 0.278 \frac{C_{Lf}}{1 + K_t \frac{t_m}{c}} + 0.130 C_{L\alpha} \right]^2 - 1$
NACA 66	NACA 65	$-\frac{\Delta p}{q} = \left[ 1 + 1.270 \frac{t_m}{c} + 0.310 \frac{C_{Lf}}{1 + K_t \frac{t_m}{c}} + 0.130 C_{L\alpha} \right]^2 - 1$

Tabella 4.7. Valori della depressione specifica sul dorso

Le suddette relazioni rappresentano analiticamente, in maniera del tutto esatta, i valori dell'*indice di cavitazione*. Dalla loro analisi, risulta confermato che è conveniente realizzare una quota della portanza, intorno al 10%, mediante incidenza ed il resto mediante curvatura. Introducendo tali percentuali nelle formule suddette, ed eventualmente trascurando il termine  $K_t \cdot t_m / c$ , il che per rapporti di spessore inferiori al 5% comporta un'impresione trascurabile, le stesse si semplificano ulteriormente, come riportato in Tabella 4.8.

Tra l'altro, la formulazione analitica utilizzata offre il vantaggio, come può essere facilmente dimostrato, di consentire la determinazione diretta della lunghezza minima di corda per cui si ha l'innescio della cavitazione, senza pesanti procedimenti iterativi e senza dovere ricorrere ai *diagrammi di cavitazione*.

Profilo NACA	Linea mediana	Depressione specifica sul dorso
NACA 16	a = 1.0	$-\frac{\Delta p}{q} = \left[ 1 + 1.132 \frac{t_m}{c} + 0.291 C_L \right]^2 - 1$
NACA 16	a = 0.8	$-\frac{\Delta p}{q} = \left[ 1 + 1.132 \frac{t_m}{c} + 0.239 C_L \right]^2 - 1$
NACA 16	NACA 65	$-\frac{\Delta p}{q} = \left[ 1 + 1.132 \frac{t_m}{c} + 0.263 C_L \right]^2 - 1$
NACA 66	a = 1.0	$-\frac{\Delta p}{q} = \left[ 1 + 1.270 \frac{t_m}{c} + 0.291 C_L \right]^2 - 1$
NACA 66	a = 0.8	$-\frac{\Delta p}{q} = \left[ 1 + 1.270 \frac{t_m}{c} + 0.239 C_L \right]^2 - 1$
NACA 66	NACA 65	$-\frac{\Delta p}{q} = \left[ 1 + 1.270 \frac{t_m}{c} + 0.263 C_L \right]^2 - 1$

Tabella 4.8. Valori approssimati della depressione specifica sul dorso

## 4.7 Effetti viscosi

Nei flussi ad elevati numeri di Reynolds, e tali sono quelli relativi ad un'elica navale, le forze viscosi sono ben minori delle forze inerziali, tranne che in uno strato sottile che circonda le pale. Tutte le modellazioni dell'elica sono perciò basate sulla teoria del flusso potenziale in fluido perfetto, sebbene le caratteristiche di funzionamento così derivate mostrino, nell'intorno del coefficiente d'avanzo progettuale, una sensibile discrepanza rispetto a quelle ottenute dall'analisi di risultati sperimentali. Tali differenze vanno eliminate, o quanto meno ridotte, incorporando gli effetti delle forze viscosi nei risultati della teoria potenziale.

Allo scopo di migliorare l'accuratezza delle previsioni teoriche relative alle prestazioni dell'elica, è essenziale disporre di valori quanto più possibile accurati dei coefficienti di portanza e di resistenza per i profili alari che costituiscono le pale, in quanto le inaccuranze nei valori dell'angolo di passo idrodinamico e della distribuzione radiale del carico sono strettamente dipendenti dalle imprecisioni nei dati di portanza e resistenza dei profili. Nell'ipotesi di flusso potenziale, il calcolo della portanza può essere effettuato esattamente come proposto da Theodorsen (1931) e come riportato nella sezione precedente, in particolare per i profili NACA. Ma poiché l'influenza della viscosità produce sicuramente un incremento della resistenza ed una riduzione della portanza, talvolta fino al 30% dei valori determinati con la teoria a potenziale, occorre applicare una serie di correzioni ai loro valori, sia che questi siano determinati con teorie a potenziale, sia che vengano ricavati dalle forze misurate sistematicamente in galleria del vento ed in galleria di cavitazione.

In sintesi si tratta alternativamente di:

- introdurre la riduzione di portanza dovuta alla viscosità nei risultati della teoria potenziale in termini di riduzione percentuale della pendenza della curva di portanza bidimensionale e di riduzione dell'angolo effettivo di portanza nulla;
- considerare l'effetto della resistenza viscosa sulle pale dell'elica modellando il flusso viscoso sulla superficie di pala.

A suo tempo, le correzioni del coefficiente di resistenza per effetto della viscosità venivano introdotte in maniera globale a partire dai risultati di prove sperimentali condotte su modelli di profili alari standard. Tipici sono i *fattori di correzione* derivati da Burrill (1944) a partire da dati relativi a profili NACA bidimensionali ed a misure sperimentali a lui disponibili. Per il fattore di riduzione della pendenza della curva di portanza al crescere dello spessore della sezione di pala, in base a dati sperimentali Burrill derivò la formula

$$K_L = 0.947 - 9.76 (t_m/c)^3$$

Per ottenere l'effettiva pendenza della curva di portanza bidimensionale, tale fattore va moltiplicato per il valore teorico  $2\pi$  relativo ad una lastra piana. La formula suddetta fornisce una correzione accettabile, e solamente a valori supercritici del numero di Reynolds, per i profili la cui posizione di massimo spessore si trovi intorno al 30% della lunghezza di corda. Viceversa, fornisce risultati alquanto imprecisi per i profili NACA 63, 64, 65 e per distribuzioni di spessore della Serie 66. Analoghe valutazioni possono essere effettuate circa l'effetto della viscosità sull'angolo teorico di portanza nulla, per quanto riguarda il corrispondente fattore di correzione proposto ancora da Burrill (1944).

Per ricavare relazioni generali tra le forme dei profili e le caratteristiche di resistenza e di portanza, è perciò necessario ricavare correzioni più accurate estrapolando i dati disponibili, oppure derivandone sperimentalmente dei nuovi, ovvero utilizzando un differente approccio teorico. Tra queste opzioni, la prima può portare facilmente ad errori rilevanti soprattutto perché la maggior parte dei dati disponibili è limitata a profili con rapporti  $t_m/c$  non inferiori al 6%, mentre gli spessori di pala delle eliche navali nella zona dell'apice sono spesso assai più sottili. La seconda opzione è ovviamente fin troppo costosa. Ragion per cui non resta che la terza alternativa, per la quale un approccio corretto deve includere la conoscenza delle caratteristiche dello strato limite sul profilo portante.

#### 4.7.1 Strato limite bidimensionale

La viscosità si manifesta attraverso la formazione dello strato limite intorno alla pala, ossia in una zona nella quale la velocità del flusso varia trasversalmente dal valore nullo sulla superficie del profilo fino al valore  $V_0$  della corrente locale sul bordo esterno dello strato. Tale legge di variazione è descritta dal cosiddetto *profilo di velocità*, la cui legge di distribuzione trasversale è condizionata dallo spessore  $\delta$  dello strato limite (Fig. 4.43).

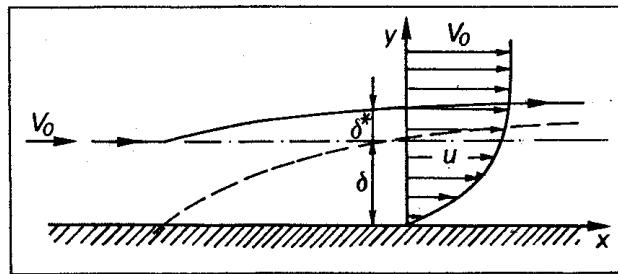


Figura 4.43. Profilo di velocità nello strato limite

Gli effetti viscosi su un profilo di pala sono riscontrabili nell'evoluzione della struttura dello strato limite, schematizzata in Figura 4.44.

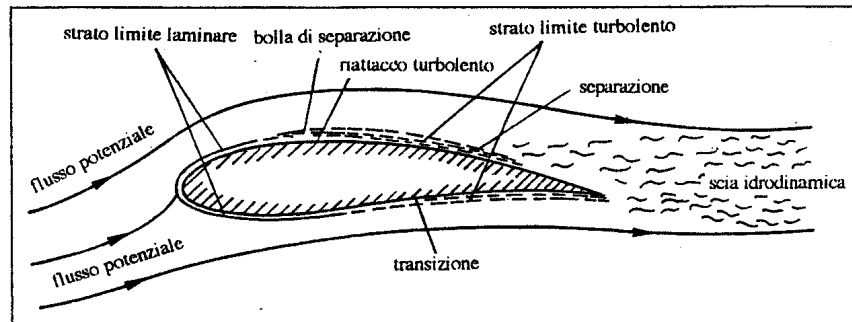


Figura 4.44. Struttura dello strato limite

La conoscenza delle caratteristiche dello strato limite intorno ad un profilo alare deve spiegare e consentire di prevedere:

- la resistenza viscosa;
- la separazione dello strato limite sia in regime laminare che in regime turbolento;
- la transizione dello strato limite da regime laminare a regime turbolento;
- l'innescò e l'eventuale riattacco della bolla di separazione;
- l'effetto di spostamento dello strato limite.

In generale, su un profilo alare lo sviluppo dello strato limite ha inizio sul bordo di ingresso, o più precisamente sul punto di stagnazione. Il flusso intorno alla sezione è laminare; successivamente subisce la transizione verso il regime turbolento, dove è presente un moto vorticoso non-stazionario molto violento, al quale segue o il riattacco del fluido dopo un'eventuale separazione o l'abbandono definitivo del profilo. Il tempo, e quindi la distanza lungo il profilo alla quale ha luogo la transizione, sono variabili che dipendono dalla velocità del flusso e dalla rugosità della superficie di pala. Il regime di transizione da flusso laminare a flusso turbolento ha luogo quando il numero di Reynolds  $Rn_\delta$  entro lo strato limite raggiunge un valore critico, al quale si manifesta una perdita di stabilità del flusso laminare. La posizione lungo il profilo alare alla quale si presenta la transizione per un tratto finito è di estrema importanza per controllare l'evoluzione dello strato limite.

La Figura 4.45 mostra la crescita tipica dello strato limite, rilevata sperimentalmente, dello spessore normalizzato rispetto alla lunghezza di corda,  $\delta/c$ , su un profilo alare simmetrico di lunghezza unitaria. Si può osservare che in questo caso lo spessore dello strato limite cresce rapidamente tra  $0.26c$  e  $0.32c$ , il che è un fenomeno tipico in presenza di un gradiente negativo di pressione, dovuto anche allo sviluppo del regime di transizione da flusso laminare a flusso turbolento.

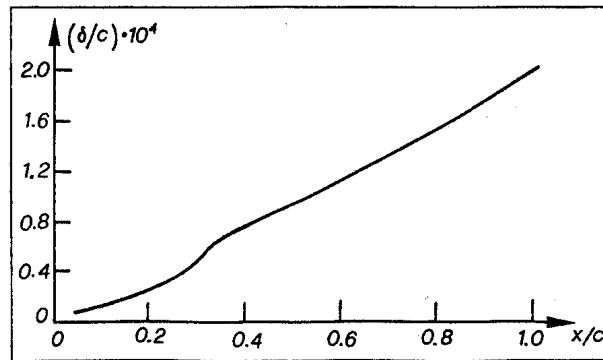


Figura 4.45. Ispessimento dello strato limite

### Equazioni dello strato limite

In un flusso viscoso intorno alla pala di un'elica, l'equilibrio della variazione della quantità di moto è descritto compiutamente dalle equazioni generali di Navier–Stokes, la cui completa risoluzione costituisce un problema estremamente complesso. Infatti, determinare il flusso reale intorno ad un'elica significa essere in grado di valutare il tensore degli sforzi di Reynolds sulla superficie di pala e lo sviluppo, ovvero la propagazione, del vortice di estremità, nonché lo strato viscoso diffuso dai vortici concatenati.

Negli anni sono state sviluppate diverse *tecniche alle differenze finite*, basate sull'ipotesi di strato limite sottile (Groves e Cheng, 1984), per calcolare l'ispessimento dello strato limite laminare e di quello turbolento sulla superficie di pala, nelle quali la pressione sul bordo esterno dello strato limite viene predeterminata sulla base del calcolo del flusso potenziale. Sono stati resi disponibili anche numerosi dati sperimentali (Jessup et al., 1984; Jessup, 1989) relativi ai profili di velocità ed alla distribuzione dell'intensità di turbolenza entro lo strato limite della pala di un'elica operante in flusso uniforme. La buona correlazione tra i risultati teorici ed i risultati sperimentali indica che i metodi numerici proposti sono assai promettenti per le applicazioni ingegneristiche nel progetto e nelle analisi delle eliche navali.

Viceversa, per la soluzione diretta del problema del flusso viscoso intorno ad un profilo alare, sono stati applicati con successo diversi metodi approssimati, tutti basati sulla *teoria dello strato limite*. Le equazioni fondamentali, che descrivono il flusso nello strato limite, possono essere derivate o dalle equazioni di Navier–Stokes o da considerazioni derivabili dall'equilibrio

della quantità di moto. Prandtl (1904) sviluppò per primo il concetto di strato limite, introducendo un importante legame tra la teoria del flusso potenziale e le equazioni del flusso viscoso. Poiché in fluido reale il flusso deve avere velocità nulla sulla superficie del profilo, esiste un brusco gradiente di velocità da questo valore nullo al valore della velocità del flusso potenziale, che genera forze di taglio sulla parete del profilo, le quali si estendono nello strato limite. La risultante di queste forze su un elemento fluido deve eguagliare la variazione nel tempo della sua quantità di moto. Poiché in prossimità del profilo alare le forze parallele alla parete sono molto maggiori di quelle normali alla stessa, Prandtl trascurò l'equilibrio della quantità di moto delle forze normali al profilo entro lo strato limite, e successivamente semplificò ulteriormente l'equazione della variazione della quantità di moto delle forze parallele al profilo eliminandovi il termine non-stazionario.

Per descrivere matematicamente l'andamento del flusso entro lo strato limite bidimensionale, si consideri un asse  $x$  lungo la linea mediana del profilo ed un asse  $y$  perpendicolare al primo. Se si segue il metodo di von Kármán (1927), il flusso nello strato limite è governato dall'equilibrio della variazione della quantità di moto in direzione  $x$  e dall'equazione di continuità; il che porta al sistema di equazioni

$$\left. \begin{aligned} u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} &= -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \tau}{\partial y} \\ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (4.95)$$

nelle quali  $u(x,y)$  e  $v(x,y)$  sono le componenti del vettore velocità entro lo strato limite,  $p$  è la pressione, e  $\tau$  è lo sforzo di taglio che, nel caso di flusso laminare vale

$$\tau = \frac{1}{Rn_x} \cdot \frac{\partial u}{\partial y} \quad (4.96)$$

dove  $Rn_x = V(x) \cdot x/\nu$  è il numero di Reynolds alla generica distanza  $x$  dal bordo di ingresso, essendo  $V(x)$  la velocità del flusso sulla frontiera esterna dello strato limite e  $\nu$  la viscosità cinematica del fluido.

La pressione  $p$ , che è una variabile incognita nelle equazioni di Navier–Stokes, viene ottenuta dal calcolo del flusso potenziale all'esterno dello strato limite. Essa è legata alla velocità del flusso potenziale  $V(x)$  dall'equazione di Bernoulli espressa in forma differenziale

$$-\frac{\partial p}{\partial x} = V \frac{\partial V}{\partial x} \quad (4.97)$$

L'interpretazione fisica della prima delle equazioni (4.95) mostra che il suo lato sinistro, che descrive l'accelerazione delle particelle fluide nel flusso intorno allo strato limite, può essere considerato come rappresentativo di una forza inerziale adimensionale. È evidente che il termine a destra contenente la pressione contribuisce a fornire un'accelerazione negativa se è  $\partial p/\partial x > 0$ . Infatti, un volume elementare di lunghezza  $dx$  presenta in tal caso una pressione più elevata alla sezione  $x + dx$  rispetto a quella in  $x$ , per cui è soggetto ad una forza di pressione orientata nella

direzione negativa delle  $x$  (Fig. 4.46). Il contrario avviene per  $\partial p/\partial x < 0$ . Il secondo termine a destra nella prima delle stesse equazioni (4.95) rappresenta la forza viscosa adimensionale, positiva se lo sforzo di taglio  $\tau$  cresce in direzione  $y$ , ossia se è  $\partial\tau/\partial y > 0$ .

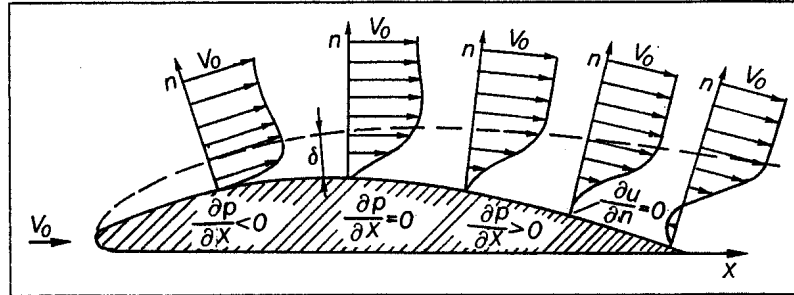


Figura 4.46. Sviluppo dello strato limite

Le variazioni di pressione, sia quella negativa che quella positiva, nel flusso intorno al profilo alare, influenzano sensibilmente i profili di velocità. Nella zona di flusso accelerato ( $\partial p/\partial x < 0$ ) si può osservare un profilo di velocità più pieno di quello senza variazione di pressione ( $\partial p/\partial x = 0$ ); il contrario avviene quando il flusso risulta rallentato ( $\partial p/\partial x > 0$ ). Questo fatto è illustrato in Figura 4.47, dove lo spessore dello strato limite e la distribuzione della velocità al suo interno sono adimensionalizzati.

Con gradienti di pressione positivi rilevanti, il profilo di velocità vicino alla parete tende ad assumere una forma a cuspide che corrisponde all'insorgenza dell'inversione del flusso locale, ossia al fenomeno di separazione dello strato limite.

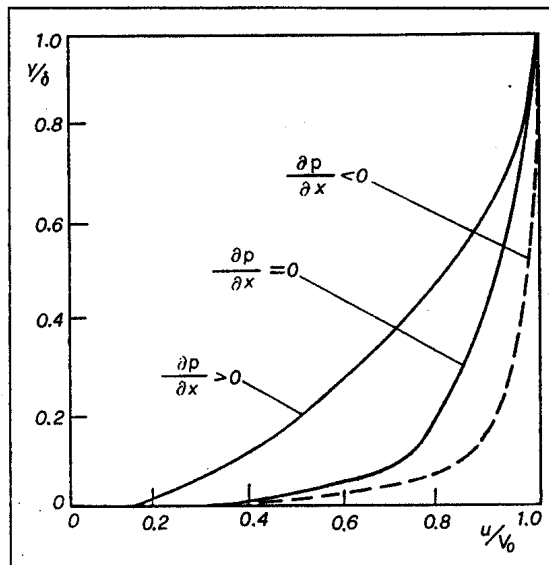


Figura 4.47. Profili di velocità in flusso turbolento



Sulla frontiera esterna dello strato limite, per  $y \rightarrow \delta$  risultano essere  $\partial u/\partial x \rightarrow 0$ ,  $\partial u/\partial y \rightarrow 0$  e  $u(x) \rightarrow V(x)$ , per cui l'equazione della variazione della quantità di moto tende a ridursi all'equazione di Bernoulli (4.97). D'altra parte sulla frontiera interna del profilo, per  $y \rightarrow 0$  le equazioni (4.95) e (4.96) producono la cosiddetta condizione a parete (*wall-boundary condition*)

$$\left(\frac{\partial \tau}{\partial y}\right)_{y=0} = \frac{1}{Rn_x} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right)_{y=0} = \frac{\partial p}{\partial x} + V_o \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)_{y=0}$$

Se si ipotizza che sia  $V_o = 0$ , sulla parete del profilo le forze di pressione e le forze viscosi si equilibrano reciprocamente. Entro lo strato limite, per  $\partial p/\partial x < 0$  (gradiente favorevole di pressione), ovvero per  $\partial V/\partial x > 0$  in base all'equazione (4.97), il profilo di velocità ha curvatura positiva sulla parete: le forze viscosi rallentano il flusso mentre le forze di pressione lo accelerano. Questa situazione è evidenziata sul lato sinistro della Figura 4.46, e può essere interpretata come se la parete rallentasse il flusso accelerato dalle forze di pressione. Sul lato destro della stessa figura viene evidenziato il caso opposto  $\partial p/\partial x > 0$ , per il quale la curvatura del profilo di velocità è negativa: le forze viscosi spingono il flusso in avanti mentre le forze di pressione lo rallentano.

In tal modo, lo strato limite nella zona della crescita di pressione (flusso rallentato) diviene turbolento assai più facilmente di quello che si trova nella zona della caduta di pressione (flusso accelerato). Ne deriva che la posizione di pressione minima esercita un'influenza decisiva sulla posizione del punto di transizione. In prima approssimazione, si può supporre che il punto di transizione sia situato leggermente più a valle rispetto al punto di pressione minima. Questo fatto serve da base fisica nel progetto di *profili alari laminari*, dove lo spessore massimo viene portato quanto più possibile verso il bordo di uscita, arretrando così il punto di pressione minima in modo da ottenere una riduzione della resistenza. Va osservato, comunque, che l'arretramento del punto di pressione minima è possibile solamente per un intervallo assai limitato di angoli d'incidenza.

Finora è stato considerato solamente lo strato limite laminare. Quando lo strato limite diviene turbolento, la prima delle equazioni (4.95) non è più valida in quanto non contiene i termini non-stazionari. È comunque possibile utilizzare quest'equazione per descrivere lo strato limite turbolento se si introducono le velocità medie nel tempo. Poiché si sviluppano sforzi di taglio addizionali, le cosiddette tensioni di Reynolds, invece di utilizzare l'equazione (4.96) andrebbero derivate altre equazioni altamente nonlineari, che includano tali tensioni. Ovviamente, la presenza delle tensioni di Reynolds fa crescere l'attrito e riduce il pericolo di separazione. È quindi molto importante conoscere dove e come si sviluppa la turbolenza nello strato limite. Talvolta la transizione verso il flusso turbolento avviene in uno strato limite che presenta separazione.

## Separazione

Nel flusso che circonda la superficie di un profilo alare, la pressione lungo lo strato limite decade longitudinalmente fino a potere provocare la *separazione dello strato limite*. Come si è visto, all'esterno dello strato limite la variazione di pressione avviene in accordo con la legge di Bernoulli. Ma vicino alla superficie, entro lo strato limite dove agiscono le forze viscosi, non può essere utilizzata una legge così semplice. In generale, i profili di velocità entro lo strato limite indicano che la perdita relativa di velocità è in qualche modo maggiore per le particelle di fluido più interne, vicino alla parete, che per quelle verso l'esterno dello strato, in quanto l'energia cinetica ridotta del fluido entro lo strato limite riduce la sua capacità di avanzare se il gradiente di pressione è positivo. Se la caduta di pressione è sufficientemente elevata, può accadere che porzioni di fluido entro lo strato limite possano invertire la loro direzione di moto rispetto alla direzione di provenienza del flusso. Quando avviene questa inversione di moto, si dice che si ha *separazione dello strato limite*.

Tale fenomeno accade nel generico punto  $x_s$ , quando è

$$\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)_{y=0} = 0$$

Finché il gradiente di pressione è negativo, i profili di velocità non presentano punti di inflessione. Al contrario, se il gradiente di pressione è positivo, i profili di velocità diventano aguzzi e presentano punti di inflessione. In altri termini, la diminuzione di pressione favorisce la stabilità del flusso, mentre l'aumento di pressione ne favorisce l'instabilità fino alla eventuale separazione. La lunghezza della zona di transizione tra il momento in cui lo strato limite si separa e quello in cui eventualmente si riattacca alla superficie del profilo diminuisce, a parità di angolo d'incidenza, al crescere del numero di Reynolds.

La separazione entro lo strato limite è un fenomeno che può presentarsi sia in regime di flusso laminare che in regime di flusso turbolento, indipendentemente dalla struttura del fluido esterno. Tuttavia, gli strati limite turbolenti sono molto più resistenti alla separazione rispetto agli strati laminari. Il punto di separazione in uno strato limite laminare è indipendente dal numero di Reynolds, mentre in uno strato limite turbolento la separazione verrà ritardata al crescere di  $Rn$ .

Sebbene in un gradiente favorevole (negativo) di pressione ( $\partial p/\partial x < 0$ ) non possa avvenire separazione, nel caso di flusso laminare la curvatura del dorso del profilo alare può essere sufficiente ad innescare la separazione laminare; in certe condizioni lo strato laminare separato può subire la transizione a flusso turbolento con il suo caratteristico, rapido ispessimento. La separazione può avvenire anche in regime di transizione, soprattutto se si instaura un forte gradiente di pressione sfavorevole ( $\partial p/\partial x > 0$ ). In molti casi si può osservare un riattacco turbolento dello strato limite dopo la separazione laminare. Questo fenomeno è stato illustrato in Figura 4.46.

Nel caso di regime turbolento, il flusso si separa dal dorso del profilo in presenza di un gradiente di pressione sfavorevole, ossia con la forza di pressione che cresce in grandezza nella direzione di avanzamento del moto. Quando il fluido vicino alla superficie del profilo si sposta

all'indietro a causa dell'azione delle forze viscosse, viene rallentato fino ad un punto dove varia direzione subendo un'inversione del moto. Il punto nel quale la velocità del flusso diviene nulla, a parte lo strato fluido immediatamente in contatto con la superficie e la cui velocità è nulla per definizione, è detto *punto di stagnazione*. La conseguenza sarà allora un flusso invertito vicino alla parete del profilo (Fig. 4.46).

Riassumendo, rispetto ad uno strato limite turbolento lo strato limite laminare si separa con un gradiente di pressione molto meno sfavorevole e può presentare una separazione molto anticipata in presenza dello stesso flusso potenziale.

### Bolla di separazione

A valle del punto di separazione, si forma uno strato non viscoso tra la scia ed il flusso potenziale, che è molto più instabile dello strato limite. La turbolenza si diffonde e lo spessore dello strato limite cresce ad un livello tale da far sì che il substrato più interno entri in contatto con il profilo alare, riattaccandosi come strato limite turbolento (Fig. 4.48). Ciò comporta la formazione di una *bolla di separazione laminare* che, a seconda della sua entità, avrà una maggiore o minore influenza sulla distribuzione di pressione ed, in generale, sulla dinamica dei profili alari. Tale fenomeno fu descritto e studiato per la prima volta da Schmitz (1942).

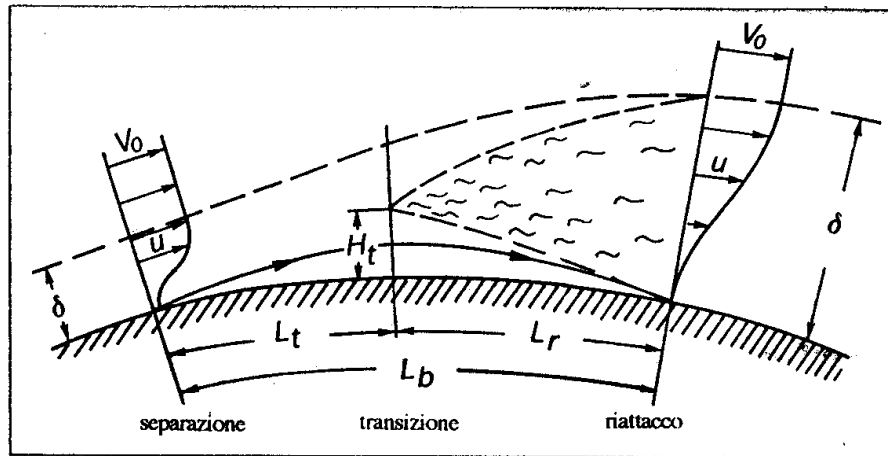


Figura 4.48. Bolla di separazione laminare

Lo spessore della bolla di separazione viene definito dalla distanza  $H_t$  tra la superficie del profilo ed il punto di inizio della transizione verso il regime turbolento (Fig. 4.48). Esso dipende dalla distanza di transizione  $L_t$ , che cresce al diminuire del numero di Reynolds e che è influenzata anche dal gradiente di pressione del flusso potenziale vicino alla zona di separazione.

Owen e Klanfer (1953) suggerirono un criterio in base al quale, se il numero di Reynolds basato sullo spessore di spostamento dello strato limite risulta essere  $Rn_\delta > 550$ , si forma una piccola bolla, di diametro pari a circa 1% della lunghezza di corda solamente, la quale ha un effetto trascurabile sulla distribuzione di pressione. Viceversa, per  $Rn_\delta < 400$  si forma una bolla

lunga, che può variare da pochi valori percentuali della lunghezza di corda fino a ricoprirla completamente.

### Metodi integrali

Alla luce di quanto detto finora, se si vogliono calcolare le tensioni di Reynolds che caratterizzano il flusso turbolento, occorre risolvere numericamente le equazioni (4.95) e (4.96). Ma i modelli matematici di turbolenza sono ancora fondamentalmente empirici e non adeguati per le applicazioni navali; si può tranquillamente affermare che non esiste alcun metodo che possa definirsi fisicamente corretto per la trattazione teorica dello strato limite turbolento ai numeri di Reynolds tipici delle eliche navali. A tutt'oggi, l'unica possibilità per giudicare i risultati teorici rimane il confronto con gli esperimenti che sono, comunque, abbastanza difficili da realizzare ed incerti da valutare.

Tra i metodi proposti per il calcolo teorico delle caratteristiche dello strato limite intorno ad un profilo alare, sono stati a lungo utilizzati i cosiddetti *metodi integrali* che riducono notevolmente la complessità del calcolo numerico. Naturalmente, questo approccio comporta inaccurately certe che, nel caso di strati limite laminari, possono essere ridotte al minimo, almeno per molte geometrie di profili alari, grazie al supporto di dati derivanti dall'analisi di misure sperimentali.

Nel caso di strati limite turbolenti, gli errori del metodo integrale, quando accoppiato a misure sperimentali, sono probabilmente inferiori, in ogni caso, alla inaccuratezza dovuta agli inadeguati modelli di turbolenza disponibili.

I metodi integrali ipotizzano che sia nota inizialmente una soluzione  $u(x,y)$ ,  $v(x,y)$  delle equazioni differenziali (4.95); si possono allora derivare, attivando una procedura iterativa, i tipici parametri integrali che danno luogo allo *spessore dello strato limite*:

- *spessore di spostamento*, è una misura che indica di quanto il flusso indisturbato è staccato dalla parete a causa delle ridotte velocità entro lo strato limite; in altri termini, descrive la deviazione delle linee di corrente dovuta alla viscosità rispetto alle linee di corrente in fluido ideale; è formulabile come

$$\delta(x) = \int_0^{\delta} \left[ 1 - \frac{u(x,y)}{V(x)} \right] dy$$

- *spessore per perdita di quantità di moto*, che caratterizza la perdita di quantità da parte dello strato limite lungo il suo sviluppo fino al punto considerato, necessaria a superare le forze di attrito entro lo strato limite; dato da

$$\delta^*(x) = \int_0^{\delta} \frac{u(x,y)}{V(x)} \cdot \left[ 1 - \frac{u(x,y)}{V(x)} \right] dy$$

- *spessore per perdita di energia*, che è legato alla dissipazione di energia nello strato limite.

Gli spessori integrali dei profili alari non sono mai stati determinati con esattezza. Per gli scopi ingegneristici risulta perciò utile ricorrere ancora una volta a metodi approssimati, distinguendo tra i possibili regimi di flusso entro lo strato limite.

**Strato limite laminare.** L'andamento dello strato limite laminare può essere stimato utilizzando la procedura proposta da van Oossanen (1974) per i profili alari più comunemente utilizzati nelle eliche navali. Le sue caratteristiche sono determinate utilizzando il metodo approssimato di Thwaites (1960), che presuppone la sola conoscenza della distribuzione di pressione sul bordo esterno dello strato limite del profilo bidimensionale. Lo spessore per perdita di impulso è ricavato mediante la seguente equazione ottenuta come risultato medio di un certo numero di soluzioni esatte

$$\frac{V_{x_s} \delta^{*2}}{\nu} = \frac{0.45}{V_{x_s}^5} \int_0^{x_s} V_{x_s}^5 ds \quad (4.98)$$

dove  $V_{x_s}$  è la velocità sulla frontiera esterna dello strato limite all'ascissa curvilinea  $x_s$  misurata dal punto di stagnazione,  $\delta^*$  è lo spessore per perdita di impulso alla stessa ascissa, e  $\nu$  è la viscosità cinematica.

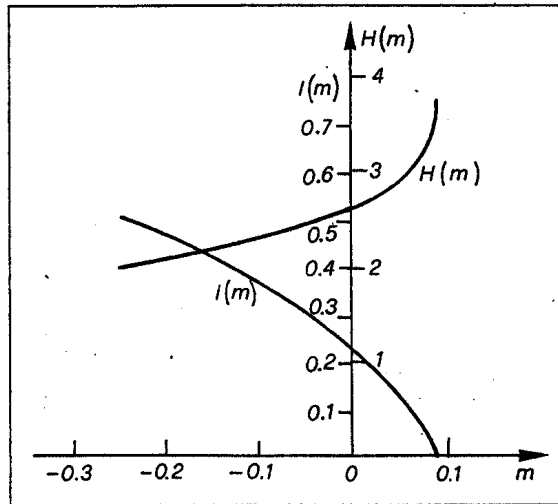


Figura 4.49. Parametri dello strato limite laminare

Dopo avere derivato lo spessore per perdita di impulso dall'equazione (4.98), si può calcolare un parametro  $m$  come

$$m = -\frac{dV_{x_s}}{dx_s} \cdot \frac{\delta^{*2}}{\nu} \quad (4.99)$$

Lo spessore di spostamento dello strato limite e la tensione di attrito superficiale possono essere determinati in base a questo parametro  $m$  mediante valori numerici che lo legano rispettivamente al parametro di forma  $H(m)$  ed alla funzione  $l(m)$ . Il parametro di forma  $H(m)$  e la tensione di taglio  $\tau_w$  sulla parete del profilo possono essere calcolati mediante le relazioni

$$\left. \begin{aligned} H(m) &= \frac{\delta}{\delta^*} \\ \frac{\tau_w}{\rho V_{x_s}^2} &= \frac{\nu \cdot l(m)}{V_{x_s} \delta^*} \end{aligned} \right\} \quad (4.100)$$

Le relazioni tra  $m$ ,  $H(m)$  ed  $l(m)$ , derivate da Curl e Skan (1957), sono deducibili dalle curve riportate in Figura 4.49. La separazione dello strato limite laminare avviene per  $m = 0.09$ , ossia quando è  $l(m) = 0$ .

**Regime di transizione.** Il cosiddetto strato limite di transizione è un regime più complesso di quello laminare. Per determinare quando avviene la transizione dallo strato limite laminare a quello turbolento, conviene utilizzare il metodo sviluppato da Michel (1953) e modificato successivamente da Smith (1956). Tale metodo è semplice ed abbastanza accurato quando le distribuzioni di pressione presentano un picco di minimo, mentre lo è meno per i profili con distribuzioni uniformi di pressione. In base alla correlazione sulla quale si basa il metodo di Michel–Smith, si prevede che la transizione da flusso laminare a flusso turbolento avvenga quando il numero di Reynolds  $Rn_{\delta^*}$  basato sullo spessore per perdita di impulso raggiunge il valore critico dato da

$$Rn_{\delta^*} = 1.174 Rn_{x_s}^{0.46} \quad (4.101)$$

essendo

$$Rn_{x_s} = \frac{V_o x_s}{\nu} \quad \text{e} \quad Rn_{\delta^*} = \frac{V_{x_s} \delta^*}{\nu}$$

dove  $V_o$  e  $V_{x_s}$  sono rispettivamente la velocità della corrente indisturbata e la velocità locale. Van Oossanen afferma che questo criterio per la determinazione del punto di transizione è del tutto valido nell'intervallo  $3 \times 10^5 \leq Rn_{x_s} \leq 2 \times 10^7$ , e che è comunque accettabile per valori di  $Rn_{x_s}$  compresi tra  $10^5$  e  $10^8$ .

Il valore critico di  $Rn_{\delta^*}$  dipende dal profilo della velocità locale  $u(x,y)$  ad una certa posizione  $x_s$ , come desumibile dalla teoria lineare della stabilità. Se il profilo  $u(x,y)$  ha un punto di inflessione, il che avviene sempre in presenza di un gradiente di pressione sfavorevole, il numero critico  $Rn_{\delta^*}$  è molto inferiore rispetto al caso in cui non esista inversione del moto. Ne consegue che la transizione verso uno strato limite turbolento è facilitato in quelle zone di flusso nelle quali esiste il rischio di separazione dello strato limite laminare. Va ricordato che i profili alari NACA della Serie-6 furono sviluppati in base ai risultati della teoria lineare della stabilità; ne venne ritardato il picco di depressione sul dorso cercando di mantenere il flusso laminare nella zona di gradiente di pressione favorevole.

**Strato limite turbolento.** I metodi di calcolo dello strato limite turbolento in presenza di una variazione di pressione longitudinale sono basati sull'utilizzazione dell'equazione integrale combinata con una legge parametrica di distribuzione delle velocità entro lo strato limite. Quando la pressione cresce in modo stazionario lungo il profilo a partire dal punto di origine dello strato limite turbolento, quest'ultimo può essere calcolato mediante il metodo semplice ed accurato proposto da Nash e Macdonald (1967). Questo metodo può essere applicato alla maggior parte dei profili alari di utilizzo navale per piccoli angoli d'incidenza, in quanto la parte decrescente del picco di depressione è spesso laminare. In questo caso, lo strato limite

turbolento viene caratterizzato da un particolare valore costante del parametro  $\Pi$  del gradiente di pressione e da un corrispondente valore costante del fattore di forma  $G$  lungo il corpo. Questi parametri sono definiti come

$$\left. \begin{aligned} \Pi &= \frac{\delta}{\tau_w} \cdot \frac{dp}{dx_s} = \text{cost.} \\ G &= \sqrt{\frac{\rho V_{x_s}^2}{\tau_w} \left(1 - \frac{1}{H}\right)} \end{aligned} \right\} \quad (4.102)$$

dove  $\delta$  è lo spessore di spostamento dello strato limite turbolento,  $dp/dx_s$  è il gradiente di pressione sul bordo esterno dello strato limite all'ascissa relativa al punto di separazione,  $H = \delta/\delta^*$ ; la velocità e le tensioni prodotte dalle forze idrodinamiche interne allo strato limite sono date dai loro valori medi nel tempo.

Nash dimostrò che, per gli strati limite turbolenti intorno a tutti i profili alari di applicazione navale, un buon adattamento ai dati sperimentali può essere descritto da un'unica funzione  $G(\Pi)$  definita mediante un'equazione di regressione di dati sperimentali come

$$G = 6.1\sqrt{\Pi + 1.81} - 1.7 \quad (4.103)$$

Per stabilire l'ispessimento dello strato limite turbolento lungo la superficie del profilo alare, è necessario integrare l'equazione integrale della variazione della quantità di moto

$$\frac{d}{dx_s}(\rho V_{x_s}^2 \delta^*) = \tau_w (1 + \Pi) \quad (4.104)$$

Questa equazione, che può essere scritta come

$$\frac{d\delta^*}{dx_s} = -(H + 2) \left( \frac{\delta^*}{V_{x_s}} \cdot \frac{dV_{x_s}}{dx_s} \right) + \frac{\tau_w}{\rho V_{x_s}^2} \quad (4.105)$$

in combinazione con la legge di attrito di Nash per fluidi incompressibili

$$\frac{\tau_w}{\rho V_{x_s}^2} = \left[ 2.471 \ln(Rn_{\delta^*} + 475 + 1.5G + \frac{1724}{G^2 + 200} - 16.87) \right]^{-2} \quad (4.106)$$

può essere utilizzata per calcolare, in maniera approssimata, l'ispessimento per perdita di impulso dello strato limite turbolento a partire dal punto di transizione come

$$\frac{d\delta^*}{dx_s} = [2.471 \ln Rn_{\delta^*} + 475]^{-2} - 3 \left( \frac{\delta^*}{V_{x_s}} \cdot \frac{dV_{x_s}}{dx_s} \right) + 120 \left( \frac{\delta^*}{V_{x_s}} \cdot \frac{dV_{x_s}}{dx_s} \right)^2 - 25000 \left( \frac{\delta^*}{V_{x_s}} \cdot \frac{dV_{x_s}}{dx_s} \right)^3 \quad (4.107)$$

In pratica, i calcoli sono effettuati ipotizzando che sussista continuità dello spessore per perdita di impulso sul punto di transizione per  $Rn_{\delta^*} > 320$ . Se questo non accade, lo spessore dello strato limite viene fatto crescere in modo che sia  $Rn_{\delta^*} = 320$ . Per innescare la procedura iterativa di calcolo sul punto di transizione, che concerne la determinazione di  $\delta^*$ ,  $\Pi$ ,  $G$ ,  $\tau_w$  ed  $H$  mediante le equazioni (4.102) e (4.103), si può assumere un valore iniziale pari a  $G = 6.5$ . In base a questo valore di  $G$ , si determinano le grandezze  $\tau_w$ ,  $H$  e  $\Pi$ , derivando, quindi, un

secondo valore di  $G$  ancora in base all'equazione (4.103). E così via iterando. Quando la procedura converge, il valore di  $d\delta^*/dx_s$  è calcolato mediante l'equazione (4.107).

Nei punti successivi del profilo alare, si può ripetere questa procedura ipotizzando che un primo valore di  $\delta^*$  sia ottenibile dalla relazione

$$\delta_i^* = \delta_{i-1}^* + \left( \frac{d\delta^*}{dx_s} \right)_{i-1} \Delta x_s$$

dove, come primo valore di  $G$ , può essere assunto il valore finale ottenuto sul punto precedente di calcolo. Ai passi successivi, la procedura iterativa prevede l'introduzione del gradiente  $d\delta^*/dx_s$ ; il valore dello spessore per perdita di impulso è derivata con il metodo alle differenze finite in base alla relazione

$$\delta_i^* = \delta_{i-1}^* + \left[ \frac{d\delta^*}{dx_{s_{i-1}}} + \frac{d\delta^*}{dx_{s_i}} \right] \frac{\Delta x_s}{2}$$

I punti di calcolo devono essere situati assai vicini l'uno all'altro. Se durante le iterazioni il valore di  $H$  risulta inferiore a -1.5, va imposto esattamente pari a -1.5.

La procedura risolutiva ipotizza un preciso equilibrio locale che corrisponde ad una esatta correlazione tra la traiettoria descritta dalla funzione  $G = G(\Pi)$  e l'equazione di regressione (4.103). La derivata  $d\delta^*/dx_s$  è una funzione pressoché lineare di  $-(\delta^*/V_{x_s})dV_{x_s}$  e, in un intervallo limitato del numero di Reynolds, l'effetto delle variazioni di  $Rn_{\delta^*}$  è approssimativamente indipendente dal gradiente di pressione. Si prevede la separazione turbolenta quando si verifica che sia

$$\frac{\tau_w}{\rho V_{x_s}} < 10^{-4} \quad (4.108)$$

### 4.7.2 Fattori di correzione

La presenza della viscosità, trattata mediante il metodo dello strato limite, comporta che nella determinazione delle caratteristiche idrodinamiche di un profilo alare debbano essere considerati:

- gli effetti dello spessore di spostamento dello strato limite sul coefficiente di portanza e sul coefficiente del momento di beccheggio;
- gli effetti dello spessore di spostamento dello strato limite sul coefficiente di resistenza;
- gli effetti della separazione sugli stessi coefficienti.

anche se va tenuto presente che in fluido reale la separazione dello strato limite ha un effetto molto maggiore dello spessore di spostamento dello strato limite.



### Effetti sulla portanza

Van Oossanen (1974) ha dimostrato che il valore dello spessore effettivo della scia  $t_w$  del profilo alare ha un effetto rilevante sulla pendenza della curva di portanza e sul fattore di correzione dell'angolo di portanza nulla. Derivò le seguenti formule relative a queste grandezze, che riproducono con buona accuratezza i risultati di prove in galleria del vento

$$\left. \begin{aligned} \frac{dC_L}{d\alpha_2} &= 7.462 - \sqrt{135.2 \frac{t_w}{c} - 2.899} \\ \frac{\alpha_{02}}{\alpha_{02p}} &= 6.0 - 5.0 \left[ \frac{y_{sb} + \delta_{sb}}{y_{sf} + \delta_{sf}} \right] && \text{per } (y_{sb} + \delta_{sb}) < (y_{sf} + \delta_{sf}) \\ \frac{\alpha_{02}}{\alpha_{02p}} &= 1.2 - 0.2 \left[ \frac{y_{sb} + \delta_{sb}}{y_{sf} + \delta_{sf}} \right] && \text{per } (y_{sb} + \delta_{sb}) \geq (y_{sf} + \delta_{sf}) \end{aligned} \right\} \quad (4.109)$$

dove  $\alpha_2$  è l'angolo d'incidenza bidimensionale,  $\alpha_{02}$  è l'angolo di portanza nulla bidimensionale, e  $\alpha_{02p}$  è l'angolo di portanza nulla bidimensionale secondo la teoria dei profili alari sottili.

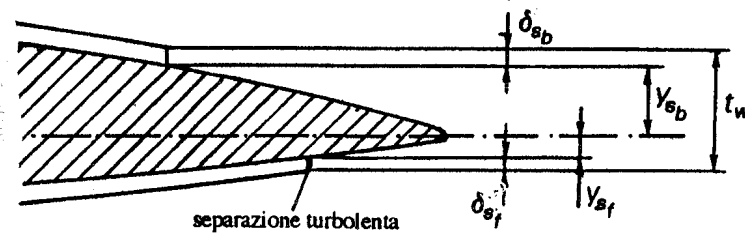


Figura 4.50. Spessore effettivo di scia

Lo spessore effettivo della scia è desumibile dalla Figura 4.50, ed è dato da

$$t_w = y_{sb} + \delta_{sb} + y_{sf} + \delta_{sf}$$

dove  $y_{sb}$  e  $y_{sf}$  sono le ordinate dei punti di separazione rispettivamente sul dorso e sulla faccia del profilo, mentre  $\delta_{sb}$  e  $\delta_{sf}$  sono gli spessori di spostamento dello strato limite turbolento sul dorso e sulla faccia nelle posizioni alle quali avviene la separazione turbolenta.

Le equazioni (4.109) forniscono risultati contrastanti rispetto alle formulazioni più semplici utilizzate da Burrill (1944). Queste ultime, basate sul rapporto tra spessore e lunghezza di corda della sezione, andrebbero utilizzate con una certa cautela in quanto non tengono conto del fatto che la pendenza della curva di portanza e l'angolo di portanza nulla vanno corretti per la presenza dello strato limite sul profilo alare. La formula di Burrill per il fattore di pendenza della curva di portanza va modificato come segue

$$K_L = 1.188 - \sqrt{3.425 \frac{t_w}{c} - 0.073}$$

Nel caso di un incremento dello spessore relativo delle sezioni di pala, si verifica un rischio maggiore di separazione sul dorso dei profili durante la transizione dallo strato limite laminare

a quello turbolento. Durante il regime di transizione hanno luogo variazioni qualitative della dipendenza del coefficiente di portanza dal numero di Reynolds.

La Figura 4.51 mostra i risultati di prove sperimentali su modello, condotte al KSRI, per due ali di apertura finita con profilo NACA-66 e linea mediana  $a = 0.8$ , aventi eguale rapporto di curvatura  $f_m/c$  e due differenti spessori relativi. Per l'ala più sottile ( $t_m/c = 0.09$ ) il coefficiente di portanza aumenta con legge monotona al crescere del numero di Reynolds prima di raggiungere la zona di valori costanti; la tendenza opposta è evidente per l'ala più spessa ( $t_m/c = 0.16$ ).

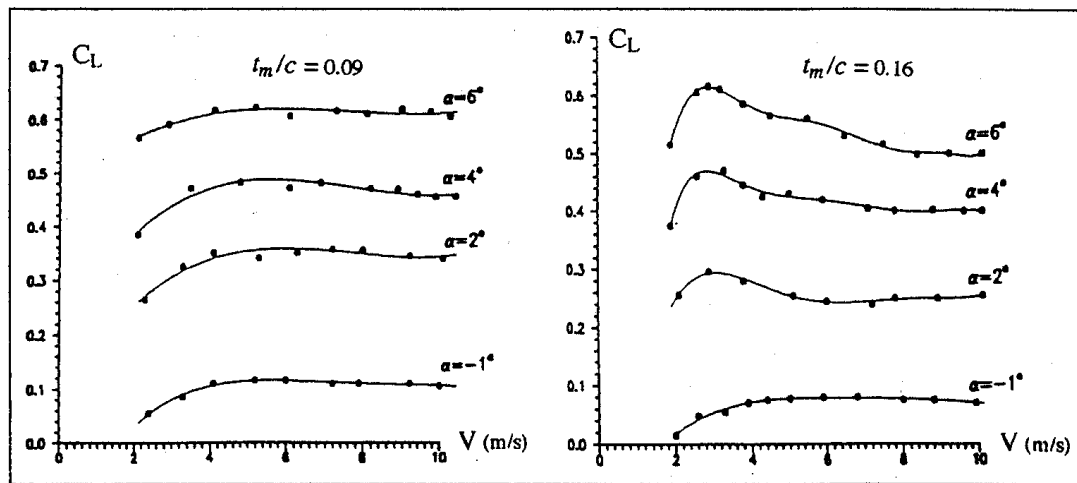


Figura 4.51. Effetto del numero di Reynolds sul coefficiente di portanza

### Effetti sulla resistenza

Nel progetto e nell'analisi dell'elica, il calcolo accurato del coefficiente di resistenza  $C_D$  dei profili alari è meno essenziale di quanto lo sia la determinazione, se possibile esatta, del coefficiente di portanza  $C_L$ . Questa priorità è imposta dal fatto che la determinazione degli angoli d'incidenza, delle velocità indotte e della distribuzione radiale della circolazione dipende dalla portanza e non dalla resistenza dei singoli profili di pala. Ma conoscere accuratamente le caratteristiche di resistenza delle sezioni di pala è assolutamente necessario per calcolare le forze idrodinamiche sulla pala, ed in particolare la forza di spinta ed il momento torcente, come risulta evidente esaminando le formule (3.37) e (3.38). Come è stato dimostrato da Cummings (1973), che calcolò le variazioni dei coefficienti di spinta e di momento torcente di un profilo, dovute ad una variazione del coefficiente di resistenza, per ottenere valori più accurati delle caratteristiche di funzionamento di un'elica navale, occorre potere disporre di valori sufficientemente accurati del coefficiente di resistenza dei profili.

Per il calcolo del coefficiente di resistenza bidimensionale è preferibile ricorrere ad un approccio più semplice al problema anziché utilizzare i metodi finora proposti (Squire & Young, 1938; Cebeci & Smith, 1972), basati sulla fisica fondamentale dello strato limite. Infatti, questi metodi

richiedono un calcolo affidabile sia del punto di transizione da flusso laminare a flusso turbolento, sia dello spessore di spostamento vicino al bordo di uscita del profilo, ed anche perché la determinazione degli effetti tridimensionali è possibile solamente per i cosiddetti effetti cascata.

Nel derivare la rappresentazione polinomiale delle caratteristiche di elica isolata delle eliche della ‘Serie-B’ di Wageningen, Oosterveld e van Oossanen (1973) utilizzarono il *metodo del profilo equivalente* sviluppato da Lerbs (1951). Tale metodo consiste nel sostituire l’elica con una delle sue sezioni di pala le cui caratteristiche di portanza e di resistenza sono desumibili direttamente dai coefficienti di spinta e di momento torcente dell’elica. Lerbs scelse come profilo equivalente la sezione di pala a  $\bar{r} = 0.75$ . Mediante questo metodo le caratteristiche di spinta e di momento torcente possono essere corrette, a diversi valori del coefficiente di avanzo  $J$ , in funzione del numero di Reynolds, a partire dalle caratteristiche note del profilo. Per la ‘Serie-B’ furono derivati migliaia di valori dei coefficienti di resistenza e di portanza, ognuno per una specifica combinazione tra numero di pale, rapporto di area espansa, rapporto passo-diametro ed angolo d’incidenza. I valori del coefficiente di resistenza mostrarono un significativo incremento nel valore minimo di  $C_D$  al di sotto di un valore specifico del rapporto di area espansa dato da

$$\frac{A_E/A_0}{Z} < \frac{2.75 + 1.943 P(\bar{r})/D}{17.785 + 13.515 P(\bar{r})/D}$$

Il valore minimo del coefficiente di resistenza di un profilo, ossia quello corrispondente all’angolo d’incidenza ideale, è formulato come somma di una parte bidimensionale (Hoerner, 1974) e di una correzione tridimensionale

$$C_{D_{min}} = 2 C_F \left[ 1 + 2 \left( \frac{t}{c} \right) + 60 \left( \frac{t}{c} \right)^4 \right] + C_{D_3} \quad (4.110)$$

essendo

$$C_F = \frac{0.075}{[\log Rn(\bar{r}) - 2]^2}$$

$$C_{D_3} = \left\{ (0.15)^2 - \frac{(A_E/A_0)^2}{Z} \right\} \left\{ 1.375 + 0.967 \left[ \frac{P(\bar{r})}{D} \right] \right\} -$$

$$\left\{ (0.15)^3 - \frac{(A_E/A_0)^3}{Z} \right\} \left\{ 5.928 + 4.505 \left[ \frac{P(\bar{r})}{D} \right] \right\}$$

e dove è  $Rn(\bar{r}) = V \cdot c(\bar{r})/\nu$ .

Il termine tridimensionale  $C_{D_3}$  dell’equazione (4.110) è nullo per  $(A_E/A_0)/Z < 0.15$ . Ad altri angoli d’incidenza, il coefficiente di resistenza viene ricavato a partire dal fatto che esso è minimo all’angolo d’incidenza ideale  $\alpha_i$ , per cui si ha

$$C_D = C_{D_{min}} + \int_{\alpha_i}^{\alpha} \frac{dC_D}{d\alpha} d\alpha \quad (4.111)$$

dove la derivata del coefficiente di resistenza rispetto all'angolo d'incidenza è esprimibile mediante una polinomiale, ottenuta mediante un'analisi di regressione multipla, come

$$\left(\frac{dC_D}{d\alpha}\right)^{(BS)} = \sum_i k_i \cdot Z^{a_i} \cdot \left(\frac{A_E}{A_0}\right)^{b_i} \cdot \left(\frac{P(\bar{r})}{D}\right)^{c_i} \cdot \alpha^{d_i} \quad (4.112)$$

dove  $(BS)$  indica che si tratta della 'Serie-B', e dove i coefficienti  $k_i$ ,  $a_i$ ,  $b_i$ ,  $c_i$ ,  $d_i$ , sono stati derivati da van Oossanen (1974).

Ipotizzando che l'espressione per il coefficiente di resistenza minimo dato dall'equazione (4.110) sia valida per tutte le sezioni di pala di qualunque elica, le correzioni da apportare alle espressioni della 'Serie-B' possono essere ricavate a partire dal fatto che per valori non ideali del coefficiente di portanza gli incrementi di resistenza dipendono fondamentalmente dalla resistenza indotta, che varia approssimativamente con il quadrato del coefficiente di portanza.

L'angolo d'incidenza ideale a  $\bar{r} = 0.75$  delle eliche della 'Serie-B' può essere ricavato annullando l'equazione (4.112) e risolvendo rispetto ad  $\alpha$ . A sua volta, a questo angolo, che può essere indicato con  $\alpha_i^{(BS)}$ , la pendenza della curva di portanza dell'elica della 'Serie-B' può essere derivata dalla polinomiale relativa al coefficiente di portanza. Questa polinomiale, ottenuta come la polinomiale (4.112), può essere formulata come

$$C_L^{(BS)} = \sum_i l_i \cdot Z^{e_i} \cdot \left(\frac{A_E}{A_0}\right)^{f_i} \cdot \left(\frac{P(\bar{r})}{D}\right)^{g_i} \cdot \alpha^{h_i} \quad (4.113)$$

dove i coefficienti  $l_i$ ,  $e_i$ ,  $f_i$ ,  $g_i$ ,  $h_i$ , sono stati forniti ancora una volta da van Oossanen (1974).

Si può ora ricavare l'incremento effettivo  $\Delta\alpha$  dell'angolo d'incidenza, che va aggiunto all'angolo d'incidenza ideale dell'elica corrispondente della 'Serie-B', per ottenere l'angolo d'incidenza effettivo al quale la resistenza indotta è rappresentativa per l'elica di interesse. Tale incremento dell'angolo d'incidenza è dato da

$$\Delta\alpha = \frac{C_L - C_{L_i}}{\left(\frac{dC_L}{d\alpha}\right)_{\alpha_i^{(BS)}}} \quad (4.114)$$

dove  $C_L$  è il coefficiente di portanza della sezione di pala in esame,  $C_{L_i}$  è lo stesso coefficiente all'angolo d'incidenza ideale per la stessa sezione, mentre al denominatore compare la pendenza della curva di portanza, ottenuta derivando l'equazione (4.113) all'angolo d'incidenza ideale dell'elica equivalente della 'Serie-B'.

Il metodo, quale è stato descritto finora, tiene conto fondamentalmente degli effetti delle differenze nello spessore della sezione di pala e del rapporto di allungamento effettivo. Un'ulteriore correzione è necessaria per tenere conto della differenza di curvatura della sezione di pala. Ciò è reso necessario dal fatto che il limite inferiore dell'integrale nell'equazione (4.111) ipotizza un angolo d'incidenza ideale eguale a quello della 'Serie-B' a  $\bar{r} = 0.75$ . Ne deriva che la correzione per curvatura consiste in una traslazione della curva  $dC_D/d\alpha$  in modo che il valore minimo di  $C_D$  risulti essere in corrispondenza dell'angolo d'incidenza della sezione di pala in esame.

Il valore finale del coefficiente di resistenza risulta formulato, quindi, come

$$C_D = C_{D_{min}} + \int_{\alpha_i^{(BS)}}^{\alpha_i^{(BS)} + \Delta\alpha} \frac{dC_D}{d\alpha} d\alpha \quad (4.115)$$

Ricapitolando, il calcolo del coefficiente di resistenza ad ogni raggio di pala di un'elica arbitraria, i cui parametri fondamentali rientrano nel vasto intervallo delle eliche della 'Serie-B', viene effettuato determinando innanzi tutto il coefficiente  $C_{D_{min}}$  in base all'equazione (4.110), quindi il valore appropriato di  $\Delta\alpha$  dalla relazione (4.114), ed infine integrando il valore di  $C_D$  dato dall'equazione (4.115). Tale procedura richiede il calcolo preventivo dei valori del coefficiente di portanza e dell'angolo d'incidenza ideale della sezione di pala, insieme all'angolo d'incidenza ideale e alla corrispondente pendenza della curva di portanza per l'elica corrispondente della 'Serie-B' a  $\bar{r} = 0.75$ .

### Resistenza viscosa

Lo strato limite bidimensionale fornisce un contributo a due distinte componenti della resistenza del profilo alare, che sono la resistenza di pressione  $D_p$  e la resistenza di attrito  $D_f$ . Ne consegue che la resistenza viscosa di un profilo alare bidimensionale è la risultante delle tensioni tangenziali,  $D_f$ , e della resistenza di forma del corpo,  $D_p$ ; essa è data da

$$D_v = D_f + D_p \quad (4.116)$$

La resistenza di pressione, detta anche resistenza di forma, è la componente della forza, misurata in direzione della resistenza, dovuta all'integrale della distribuzione di pressione sul profilo alare. Il suo valore è relativamente insignificante, il che permette di concludere che l'influenza dello strato limite sul fluido libero potenziale è praticamente trascurabile, in quanto la struttura di quest'ultimo differisce molto poco da quello che esiste intorno al profilo nel caso di fluido perfetto dove, in base al paradosso di d'Alembert, la resistenza di forma è nulla.

Lo sforzo di taglio sul profilo, calcolato mediante l'equazione (4.96) e proporzionale al gradiente di velocità sulla parete, è la causa della resistenza di attrito. Ovviamente, il flusso nello strato laminare contribuisce maggiormente alla resistenza di attrito nella zona dei gradienti di pressione favorevoli, e di meno intorno al punto di separazione. Se la separazione dello strato limite avviene poco avanti al punto di stagnazione, ovvero poco dopo il bordo di ingresso del profilo alare, si forma una scia di grande spessore e ne risulta una elevata resistenza di forma. Il coefficiente di resistenza diminuisce bruscamente quando il flusso laminare si trasforma in flusso turbolento entro lo strato limite. L'entità di tale riduzione è influenzata dal brusco spostamento verso il bordo di uscita del punto di separazione e dalla conseguente diminuzione della dimensione della zona di separazione dietro il profilo.

## 4.8 Teoria della pala di allungamento finito

Prandtl, riconosciuto universalmente come il padre dell'aerodinamica moderna, sviluppò presso il Kaiser Wilhelm Institute nel primo decennio del XX secolo la *teoria dell'ala finita* che ha portato alla teoria classica della *linea portante*. In base a questa teoria, quando un'ala portante, inclinata rispetto al flusso, ha un allungamento finito  $\lambda$ , si forma sul dorso una superficie di discontinuità che si avvolge sul bordo di uscita, dando luogo a vortici che si estendono nell'infinito a valle. Poiché ogni vortice deve essere ricostituito ad ogni istante, occorre spendere continuamente energia che non può che servire a superare una resistenza. Questa è la ragione per cui un'ala portante di allungamento finito è soggetta a resistenza anche in fluido ideale.

Munk, collega di Prandtl a Göttingen, fu il primo ad introdurre per questa resistenza il termine resistenza aggiunta, oggi detta più comunemente *resistenza indotta*. Sviluppò la teoria dei profili alari, che consentì di ottenere risultati eccezionali in un'ampia gamma di applicazioni subsoniche. La teoria venne estesa passando dal modello di una singola linea portante a quello che rappresenta la pala mediante un numero finito di vortici a ferro di cavallo, come schematizzato in Figura 4.52. In base a tale modellazione, il campo delle velocità indotte può essere calcolato a partire dal sistema di vortici che modellano la pala.

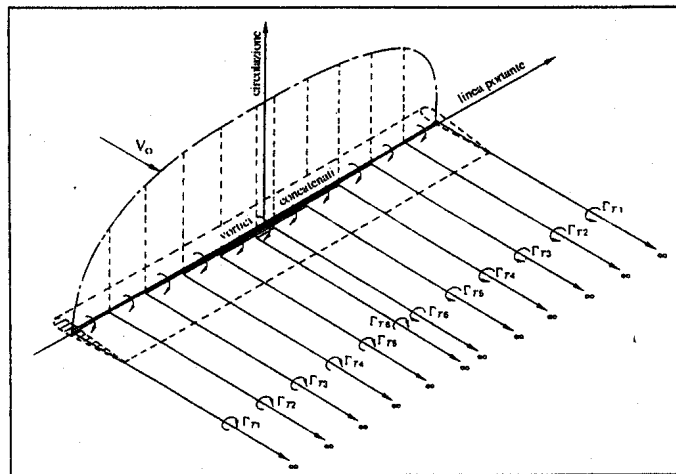


Figura 4.52. Sistema vorticoso di un'ala con circolazione variabile lungo la sua lunghezza

Come si può osservare, la circolazione in un'ala di allungamento finito decresce da un massimo a metà della lunghezza dell'ala fino ad annullarsi ai bordi dell'ala. Ciò è il risultato della suddetta modellazione di vortici, dove i vortici liberi (*trailing vortices*) sono diffusi non solamente dagli apici dell'ala ma da tutti quelli sui bordi di uscita delle sezioni dell'ala, formando uno strato vorticoso. L'intensità di un vortice libero diffuso da ogni elemento lungo il bordo di uscita è uguale alla variazione di circolazione attraverso quell'elemento.

Nonostante la completezza e l'eshaustività degli sviluppi teorici formulati da Prandtl, Munk ed altri scienziati negli anni '20, il pieno utilizzo delle moderne teorie vorticali prese piede,

specialmente in campo navale, solamente negli anni '50 e '60, grazie alla comparsa degli elaboratori digitali. I metodi teorici, sia quando siano applicati nel progetto di un'elica che quando vengano utilizzati per analizzarne le prestazioni, simulano il funzionamento della stessa mediante l'introduzione di un *modello matematico*. I modelli matematici utilizzati sono fondati sulle stesse basi teoriche sviluppate per il progetto di un'ala di aeromobile, per cui si può fare ricorso ai teoremi fondamentali dell'aerodinamica. Sebbene l'aerodinamica sia forse il campo di applicazione più vasto in quanto copre un ampio intervallo di velocità del flusso (subsonico, supersonico ed ipersonico), l'idrodinamica e l'aerodinamica in regime non-cavitante possono essere trattate identicamente, purchè in campo aeronautico il numero di Mach non superi un valore compreso tra 0.4 e 0.5, al di là del quale la compressibilità dell'aria inizia a divenire apprezzabile.

L'idea di sostituire la pala di allungamento finito con uno strato di vortici, oltre ad essere un conveniente mezzo matematico per modellarne l'azione, ha un preciso significato fisico. Lo strato limite sottile che si forma sulla superficie di pala è una zona assai viscosa nella quale gli elevati gradienti di velocità producono sostanziali incrementi di vorticità. Ne risulta una distribuzione di vorticità lungo la pala dovuta alla viscosità, per cui la *tecnica di sostituire la superficie di pala con strati vorticosi è un modo di modellare gli effetti viscosi in un fluido ideale*.

#### 4.8.1 Formazione dei vortici liberi

È noto che tra la faccia ed il dorso di una pala il flusso ha un andamento divergente. Le velocità sulla faccia e sul dorso possono essere suddivise in una componente lungo la direzione radiale ( $v$ ) ed in una componente assiale lungo la corda ( $u$ ). Sul bordo di uscita, dove le linee di corrente tendono a ricongiungersi, la differenza della componente di velocità in direzione radiale determina l'avvolgimento del fluido in un certo numero di piccoli vortici distribuiti lungo tutta la pala, come indicato in Figura 4.53.

È la differenza delle componenti di velocità radiale sulla faccia e sul dorso, rispettivamente  $v_f$  e  $v_b$ , che dà luogo alla vorticità diffusa schematizzata nel dettaglio della Figura 4.53.

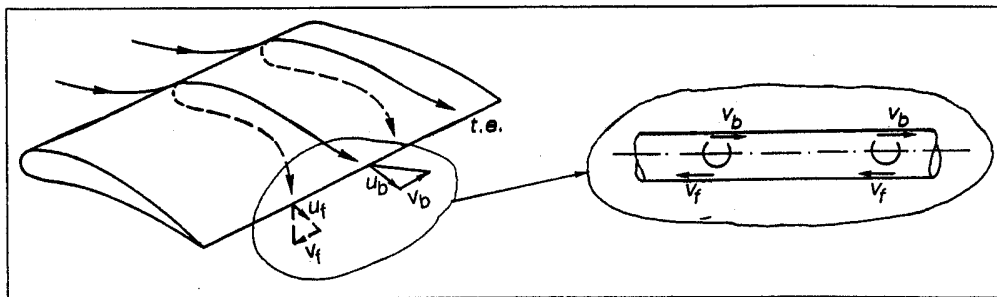


Figura 4.53. Formazione di vortici sul bordo di uscita

Sebbene la vorticità sia diffusa lungo l'intera lunghezza di pala, questi piccoli vortici si avvolgono in due grandi vortici verso l'interno delle ali o degli apici di pala lungo una certa distanza dal bordo di uscita come illustrato in Figura 4.55. In base al teorema di Helmholtz, l'intensità di questi due vortici sarà eguale all'intensità del vortice (linea portante) che modella la pala stessa; per soddisfare ancora i teoremi di Helmholtz, i due vortici di estremità si dirigono dietro la pala fino a raggiungere il proprio vortice iniziale (Fig. 4.19).

È interessante confrontare lo schema vorticoso sul bordo di uscita illustrato in Figura 4.55 con quello del modello classico di Prandtl (Fig. 4.52) che non considera l'avvolgimento dei vortici liberi. Sebbene quanto illustrato sia relativo ad un'ala di allungamento finito, è del tutto evidente che lo stesso meccanismo idrodinamico vale per le forme di pala di un'elica navale.

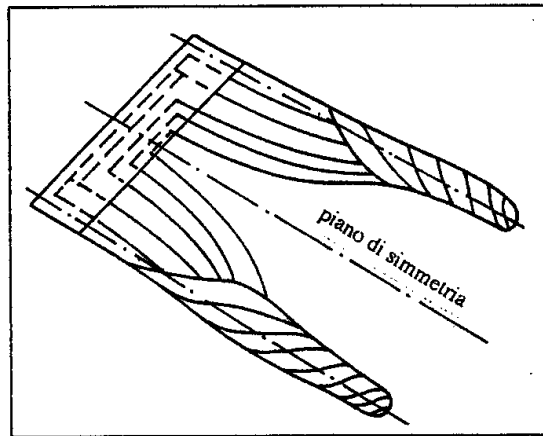


Figura 4.54. Avvolgimento dei vortici liberi

#### 4.8.2 Sistema vorticoso di un'elica

Il sistema vorticoso di un'elica è simile a quello di un'ala, come descritto in precedenza. Ogni pala dell'elica è rappresentata da un vortice concatenato o linea portante di intensità variabile lungo la lunghezza di pala e da uno strato vorticoso che si diffonde dal bordo di uscita della pala. Poiché l'elica ruota intorno al suo asse mentre simultaneamente avanza lungo lo stesso, questo strato vorticoso assume una forma elicoidale. Si formano tanti strati vorticosi quante sono le pale. Questi strati vorticosi producono le velocità indotte che sono perpendicolari agli strati vorticosi; le velocità indotte sulla pala sono pari alla metà delle velocità indotte assai a valle del piano del disco-elica.

Si consideri un'elica con numero di pale  $Z$  e diametro  $D$ , che avanza in un fluido ideale con velocità  $V_A$  e ruota con numero di giri  $n$ . Si assuma che ad un raggio  $r$  della pala la circolazione sia  $\Gamma$ , e che la velocità indotta assai a poppavia sia  $\bar{u}$  con componenti assiale e tangenziale  $u_a$  e  $u_t$ . Si può ricavare una relazione tra la circolazione  $\Gamma$  e la velocità indotta  $u_t$  effettuando l'integrale di linea lungo la curva chiusa definita dagli estremi di un cilindro di raggio  $r$  che si estende da alquanto a monte ad assai a valle dell'elica, e dove le sezioni circolari terminali



sono collegate da due linee rettilinee parallele molto vicine l'una all'altra, come mostrato in Figura ??.

Figura 4.55. Sistema vorticoso di un'elica

La velocità lungo il circolo assai a monte è nulla, mentre lungo il circolo assai a valle vale  $u_y$ . Gli integrali di linea lungo i due segmenti rettilinei paralleli si elidono a vicenda, così che la circolazione è ottenuta come

$$Z \Gamma = 2\pi r u_t \quad (4.117)$$

purchè si abbia un numero di pale  $Z$  che garantisca la costanza di  $u_t$  lungo il circolo assai a poppa.

Con riferimento al triangolo di velocità in Figura 5.1, la spinta ed il momento torcente ideali dovute ai profili alari al raggio  $r$ , le componenti delle forze assiali e tangenziali sono  $dT_i$  e  $dQ_i/r$ ,  $V_R$  è la velocità risultante,  $\alpha$  è l'angolo d'incidenza,  $\beta$  e  $\beta_I$  sono gli angoli di passo che rispettivamente escludono ed includono le velocità indotte.

### Rendimento ideale

La portanza su un elemento di pala di lunghezza  $dr$  al raggio  $r$  è ricavabile dal teorema di Kutta-Žoukovsky come

$$dL = \rho \Gamma V_R dr = \rho \frac{2\pi r u_t}{Z} V_R dr \quad (4.118)$$

dopo avere sostituito a  $\Gamma$  il valore dato dall'equazione (4.117).

Ancora dal triangolo di velocità si ottiene

$$\begin{aligned}dT_i &= dL \cos \beta_I \\dQ_i &= (dL \sin \beta_I) \cdot r\end{aligned}$$

così che, utilizzando l'equazione (4.118), si ricava

$$\begin{aligned}dT_i &= 2\pi\rho u_t V_R \cos \beta_I r dr \\dQ_i &= 2\pi\rho u_t V_R \sin \beta_I r dr\end{aligned}\tag{4.119}$$

Si ricava infine il *rendimento ideale della sezione di pala* al raggio  $r$  come

$$\eta_i = \frac{V_A \cdot dT_i}{2\pi n r \cdot dQ_i} = \frac{V_A}{2\pi n r} \cdot \frac{\cos \beta_I}{\sin \beta_I} = \frac{\tan \beta}{\tan \beta_I}\tag{4.120}$$

### Elica di massimo rendimento

Si può ora derivare la condizione di massimo rendimento di un'elica, ovvero la *condizione di minima perdita di energia* derivata da Betz (1927). Si supponga che esistano due raggi  $r_1$  e  $r_2$  nei quali i rendimenti dell'elemento di pala sono  $\eta_{i1}$  e  $\eta_{i2}$ , con  $\eta_{i1} > \eta_{i2}$ . È ora possibile modificare il progetto dell'elica variando, per esempio, la distribuzione radiale del passo, in maniera tale che il momento torcente sia incrementato di una piccola quantità al raggio  $r_1$  e sia ridotto della stessa quantità al raggio  $r_2$ . Comunque, poichè  $\eta_{i1}$  è maggiore di  $\eta_{i2}$ , l'incremento di spinta al raggio  $r_1$  sarà maggiore di quanto la spinta diminuisca al raggio  $r_2$ . Si avrà, quindi, un aumento netto della spinta totale  $T_i$  senza alcun incremento del momento torcente totale  $Q_i$ ; si otterrà un aumento del rendimento dell'elemento di pala. Questo processo di incremento del rendimento dell'elica può essere proseguito finchè esistano nell'elica due raggi dove i rendimenti dell'elemento di pala non sono eguali. Se i rendimenti degli elementi di pala in tutti i raggi dalla radice all'apice di pala sono eguali, il rendimento dell'elica non può essere accresciuto ulteriormente: si ottiene allora l'elica di massimo rendimento o di minima perdita di energia.

La condizione di minima perdita di energia è perciò che  $r_1$  sia indipendente da  $r$ ; ovvero, per tutti i raggi

$$\tan \beta_I = \frac{\tan \beta}{\eta_i} = \frac{1}{\eta_i} \cdot \frac{V_A}{2\pi n r}\tag{4.121}$$

Questa equazione implica che gli strati vorticosi diffusi dalle pale dell'elica hanno la forma di superfici elicoidali di passo costante  $V_A/(\eta_i n)$ .

### Diagramma di Kramer

Dal diagramma di velocità della sezione di pala in Figura 5.1 si può dimostrare che:

$$\begin{aligned}\frac{V_R}{V_A} &= \frac{\cos(\beta_I - \beta)}{\sin \beta} \\ \frac{\frac{1}{2}u_a}{V_A} &= \frac{\tan \beta_I - \tan \beta}{\tan \beta (1 + \tan^2 \beta_I)} \\ \frac{\frac{1}{2}u_t}{V_A} &= \frac{\tan \beta_I (\tan \beta_I - \tan \beta)}{\tan \beta (1 + \tan^2 \beta_I)}\end{aligned}\quad (4.122)$$

Il coefficiente di carico di spinta ideale è definito come

$$C_{TLi} = \frac{dT_i}{\frac{1}{2}\rho A_0 V_A^2}$$

Il coefficiente di carico di spinta ideale per un elemento di pala al raggio  $n$  è allora:

$$dC_{TLi} = \frac{dT_i}{\frac{1}{2}\rho \frac{\pi}{4} D^2 V_A^2} = \frac{2\pi \rho u_t V_R \cos \beta_I r dr}{\frac{\pi}{8} \rho D^2 V_A^2} = \frac{16u_t V_R \cos \beta_I r dr}{D^2 V_A^2} \quad (4.123)$$

Utilizzando le equazioni (4.121), (4.122) e (4.123), si può scrivere:

$$\frac{dC_{TLi}}{dr} = f(\lambda, \eta_i, r) \quad (4.124)$$

così che

$$C_{TLi} = \int f(\lambda, \eta_i, r) dr = F(\lambda, \eta_i)$$

dove è  $\lambda = V_A / \pi n D$ .

La funzione  $F(\lambda, \eta_i)$  fu calcolata da Kramer (1939) per diversi valori di  $Z$ , I suoi risultati furono forniti in forma di diagramma, ovviamente oggi riducibili matematicamente sotto forma di equazioni per una rapida applicazione al progetto dell'elica utilizzando la teoria della circolazione.

### Fattori di Goldstein

Nella determinazione della circolazione  $\Gamma$  intorno alla pala di un'elica al taggio  $r$  mediante l'equazione (4.117) si è ipotizzato che la velocità indotta tangenziale  $u_t$  è costante lungo il percorso circolare nel flusso assai a poppavia dell'elica, il che implica che l'elica abbia un numero infinito di pale.

L'effetto di un numero finito di pale fu calcolato da Goldstein (1929) per un'elica che abbia una distribuzione ottimale di circolazione, incorporando nell'equazione (4.117) e nelle susseguenti il *fattore di correzione di Goldstein*  $k$ . I fattori di Goldstein furono forniti in forma di diagrammi con  $k$  funzione di  $\tan \beta_I$  e del raggio adimensionale  $x = r/R$  per diversi valori di  $Z$ .

L'utilizzo dei fattori di Goldstein è valido solamente per eliche leggermente caricate, operanti in un campo uniforme di velocità e avente una distribuzione ottimale di circolazione. Quando queste condizioni non sono soddisfatte, è più corretto utilizzare i *fattori di induzione di Lerbs* (1953). Il vantaggio di una maggiore semplicità di utilizzo dei fattori di Goldstein rispetto ai fattori di Lerbs è stato colmato grazie alla formulazione matematica degli stessi che ne ha consentito la programmazione nei codici di calcolo.

Per potere utilizzare la teoria della circolazione nel progetto dell'elica, è necessario calcolare il coefficiente di portanza richiesto da ogni sezione di pala. Per definizione, il coefficiente di portanza per la sezione di pala al raggio  $r$  è dato da

$$C_L = \frac{dL}{\frac{1}{2}\rho c dr V_R^2}$$

Sostituendo a  $dL$  la formulazione data dall'equazione (4.117) e dopo avere incorporato i fattori di Goldstein, si ottiene

$$C_L = \frac{\rho \frac{2\pi r k u + t}{Z} V_R dr}{\frac{1}{2}\rho c dr V_R^2} = \frac{8\pi r k}{cZ} \cdot \frac{\frac{1}{2}u_t}{V_R}$$

ed infine si ricava l'equazione utile a determinare la geometria dettagliata delle sezioni di pala.

$$C_L \cdot \frac{c}{D} = \frac{4\pi}{Z} x k \sin \beta_I \tan(\beta_I - \beta) \quad (4.125)$$

dove  $c$  è la lunghezza di corda della sezione di pala al raggio  $r$  ( $x = r/R$ ) e sono state utilizzate le equazioni (4.122).

### 4.8.3 Effetto tridimensionale

Finora si è discusso di profili alari bidimensionali, ossia di profili di allungamento infinito. Ma le pale delle eliche navali e tutti i tipi di ali hanno in genere rapporti di allungamento  $AR$  piuttosto ridotti, per cui il flusso non può essere considerato bidimensionale essendo presente una componente importante lungo la direzione radiale. Questo fatto può essere apprezzato esaminando la Figura 4.56a e considerando il meccanismo che produce portanza. Il flusso radiale diretto verso l'apice di pala è originato dalla tendenza all'uguaglianza tra le pressioni sui due lati della pala stessa.

Sulla faccia della pala la pressione è più elevata che sul dorso, il che comporta una tendenza del flusso sulla faccia a 'scivolare' sul dorso muovendosi radialmente verso l'apice di pala con un'intensità che dipende dal differenziale di pressione, ossia dalla distribuzione di carico sulla pala. La tendenza del flusso a scivolare verso l'apice determina un moto vorticoso intorno allo stesso, con la conseguente creazione di un vortice libero (Fig. 4.56b).

Ne consegue che il flusso passa da un regime bidimensionale per un'ala di allungamento infinito ad uno tridimensionale su una pala di allungamento finito. Si forma contemporaneamente uno

*strato di vortici liberi* che abbandonano la pala sul bordo di uscita. A valle dell'elica, su questi vortici non agisce alcuna forza, al contrario di quanto avviene sui vortici concatenati, per cui le linee vorticoso di questo strato seguono le linee di corrente con forma generalmente elicoidale, deformandosi come le linee di corrente in direzione sia radiale che assiale.

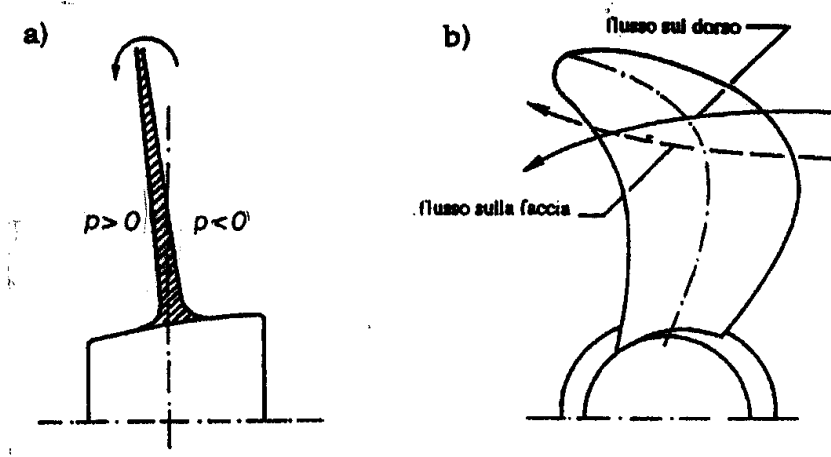


Figura 4.56. Flusso su una pala di allungamento finito

La generazione dei vortici sul bordo di uscita comporta una componente addizionale di velocità sulla sezione di pala, uscente perpendicolarmente dal lato della faccia; tale fenomeno è detto *downwash* (flusso deviato). Il termine 'downwash' dà conto del fatto che questa componente è orientata verso il basso, ossia in direzione opposta a quella della portanza. Nel caso dei due vortici che si staccano dagli apici dell'ala (mozzo ed apice della pala), la distribuzione del flusso deviato verso il basso,  $\omega(y)$  lungo la corda, è mostrata in Figura 4.57.

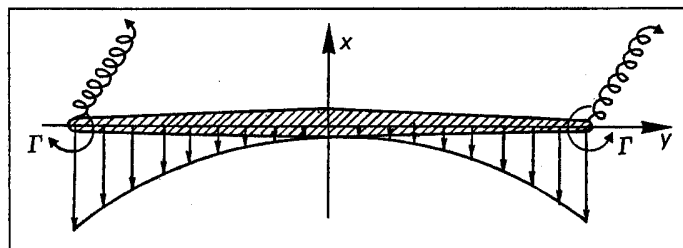


Figura 4.57. Distribuzione del flusso deviato per i vortici sugli apici di un'ala finita

La velocità del flusso deviato  $\omega(y)$ , combinata con la velocità del flusso incidente indisturbato  $V$ , produce su ogni sezione di pala una velocità locale che risulta inclinata rispetto alla velocità suddetta di un angolo  $\alpha_i$  (Fig. 4.58).

Poiché la velocità di 'downwash'  $\omega$  è diretta in direzione opposta alla portanza, la sezione di pala opera nel suo flusso deviato. La velocità apparente della corrente libera che investe il profilo alare viene perciò deviata dall'*angolo indotto*

$$\alpha_i = \arctan - \left( \frac{\omega}{V} \right) \simeq -\frac{\omega}{V}$$

dove l'approssimazione del piccolo angolo è giustificata in quanto per tipici profili alari è

$$|\omega| \ll V$$

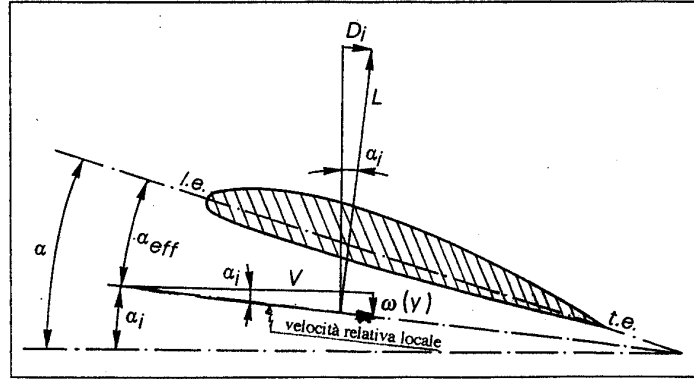


Figura 4.58. Effetto della pendenza del flusso deviato

L'angolo d'incidenza effettivo

$$\alpha_{\text{eff}} = \alpha - \alpha_i \quad (4.126)$$

è ridotto significativamente rispetto all'angolo geometrico d'incidenza  $\alpha$  mentre la velocità effettiva netta è quasi la stessa della velocità del flusso libero; ossia

$$V_{\text{eff}} = \sqrt{V^2 + \omega^2} \simeq V$$

Poiché è  $\alpha_{\text{eff}} < \alpha$ , la portanza generata dalla pala tridimensionale è minore di quella che si avrebbe se il downwash e, quindi, l'angolo indotto fossero assenti, come avviene nell'ipotesi di bidimensionalità. In pratica, ciò significa che, se la pala è considerata tridimensionale, occorre farla operare ad un maggiore angolo geometrico  $\alpha$  per mantenere la stessa portanza  $L$  prodotta da una pala bidimensionale.

Come mostra la Figura 4.58, lo scostamento angolare causato dalla velocità di downwash devia anche la portanza dello stesso angolo  $\alpha_i$ . La forza di interazione con il fluido prodotta dalla pala è

$$F = \rho V \Gamma$$

che può essere risolta nelle componenti di portanza e resistenza allineate con l'effettivo vettore di velocità della corrente libera  $\vec{V}$ . Con l'approssimazione del piccolo angolo si avrà

$$L = F \cos \alpha_i \simeq F = \rho V \Gamma$$

$$D_i = F \sin \alpha_i \simeq F \alpha_i = -\rho \omega \Gamma$$

Una conseguenza importante dello scostamento della forza di portanza è l'apparizione della *resistenza indotta*  $D_i$ , che costituisce una quota rilevante della resistenza totale di pala. È una sorta di *resistenza di pressione*, del tutto scorrelata dalle forze viscosse di taglio sulla superficie di pala. Ragion per cui una superficie portante tridimensionale ha una resistenza indotta non nulla anche in fluido ideale; in altri termini, non è soggetta al paradosso di d'Alembert.

#### 4.8.4 Distribuzione ellittica della portanza

La distribuzione ellittica della portanza è quella che nel caso di innesco della cavitazione produce la cavitazione a bolle che andrà assolutamente evitata.

##### Calcolo della portanza

Si consideri una distribuzione ellittica di circolazione su una pala di lunghezza radiale  $b$ , la quale ha il suo massimo  $\Gamma_o$  al centro della stessa ( $y = 0$ ), data da

$$\Gamma(y) = \Gamma_o \sqrt{1 - \left(\frac{2y}{b}\right)^2}$$

La portanza totale prodotta dalla pala è l'integrale della corrispondente distribuzione di portanza  $L'(y) = \rho V \Gamma(y)$

$$L = \int_{-b/2}^{b/2} L'(y) dy = \int_{-b/2}^{b/2} \rho V \Gamma_o \sqrt{1 - \left(\frac{2y}{b}\right)^2} dy = \frac{\pi}{4} \rho V \Gamma_o b \quad (4.127)$$

la cui soluzione è stata ottenuta sapendo che l'area sottesa da un'ellisse è  $\pi/4$  volte l'area del rettangolo circoscritto.

##### Calcolo del downwash

Il calcolo del 'downwash' richiede innanzi tutto la conoscenza dell'intensità dello strato vorticoso, che è data dal valore negativo della derivata della circolazione come

$$\gamma(y) = -\frac{d\Gamma}{dy} = \frac{4\Gamma_o}{b^2} \cdot \frac{y}{\sqrt{1 - (2y/b)^2}}$$

La velocità di 'downwash' in una generica posizione  $y_o$  vale

$$\omega(y_o) = \frac{1}{4\pi} \int_{-b/2}^{b/2} \frac{\gamma(y)}{y_o - y} dy$$

Analogamente a quanto effettuato nello sviluppo nella teoria dei profili alari sottili, il problema matematico viene semplificato notevolmente introducendo nel passaggio da coordinate cartesiane a coordinate cilindriche le posizioni trigonometriche

$$y_o = \frac{b}{2} \cos \theta_o \quad y = \frac{b}{2} \cos \theta \quad dy = -\frac{b}{2} \sin \theta d\theta$$

L'integrale della velocità di 'downwash' diviene allora

$$\omega(\theta_o) = -\frac{\Gamma_o}{2\pi b} \int_{\pi}^0 \frac{\cos \theta}{\cos \theta_o - \cos \theta} d\theta = \frac{\Gamma_o}{2\pi b} \int_0^{\pi} \frac{\cos \theta}{\cos \theta_o - \cos \theta} d\theta \quad (4.128)$$

Questo integrale può essere risolto utilizzando qualsiasi tabella di integrali standard (Korn e Korn, 1968) come

$$\int_0^\pi \frac{\cos \theta}{\cos \theta_o - \cos \theta} d\theta = \frac{\pi \sin n\theta_o}{\sin \theta_o}$$

per ogni  $\theta_o = 0 \dots \pi$  e per ogni intero  $n$ .

In questo caso è  $n = 1$ , per cui

$$\omega(\theta_o) = \frac{\Gamma_o}{2\pi b} \left( -\frac{\pi \sin \theta_o}{\sin \theta_o} \right) = \frac{\Gamma_o}{2b} \quad (4.129)$$

Si è ottenuto il risultato sorprendente che il 'downwash' è uniforme lungo tutto il profilo alare in presenza di una distribuzione ellittica. Si presenta un brusco 'upwash' appena oltre gli apici, che si esaurisce rapidamente con la distanza; tuttavia, questo fatto non ha alcun impatto sugli angoli d'incidenza del flusso che investe l'ala.

Riprendendo l'espressione (4.128) relativa alla portanza

$$\Gamma_o = \frac{4L}{\rho V b \pi}$$

è possibile eliminare  $\Gamma_o$  dalla equazione (4.129), ricavando per la velocità del flusso deviato la seguente espressione di utilizzo più pratico

$$\omega = -\frac{2L}{\rho V b^2 \pi} \quad (4.130)$$

### Angoli indotti

Poichè  $\omega$  è uniforme lungo l'ala, anche gli angoli indotti risultano costanti lungo la pala. Utilizzando le equazioni (4.129) e (4.130) si ricava

$$\alpha_i = -\frac{\omega}{V} = \frac{\Gamma_o}{2bV} = \frac{L}{\frac{1}{2}\rho V^2 b^2 \pi} \quad (4.131)$$

Se si utilizza la definizione del coefficiente di portanza

$$C_L = -\frac{L}{\frac{1}{2}\rho V^2 S}$$

si ottiene un'ulteriore espressione per l'angolo indotto

$$\alpha_i = \frac{SC_L}{b^2 \pi} = \frac{C_L}{\pi \mathcal{AR}} \quad (4.132)$$

dove  $\mathcal{AR}$  è ancora il rapporto di allungamento di pala.



### Calcolo della resistenza indotta

Poiché l'angolo indotto  $\alpha_i$  è costante lungo la pala nel caso di un carico ellittico, tutti i vettori di portanza lungo la pala sono deviati della stessa quantità, per cui è relativamente semplice il calcolo della resistenza indotta come

$$D_i = \int_{-b/2}^{b/2} L'(y) \alpha_i dy = \alpha_i \int_{-b/2}^{b/2} L'(y) dy = \alpha_i L$$

Sostituendo in questa espressione la relazione (4.131) si ottiene

$$D_i = \frac{(L/b)^2}{\frac{1}{2}\rho V^2 \pi} \quad (4.133)$$

Dividendo per  $1/2\rho V^2 S$  si ottiene la relazione adimensionale equivalente

$$C_{D_i} = \frac{C_L^2}{\pi AR}$$

Ambedue le formulazioni della resistenza indotta, sia la dimensionale che l'adimensionale, sono utili, che si tratti del progetto oppure dell'analisi di un'elica, rispettivamente..

### 4.8.5 Resistenza totale

La resistenza totale di una pala di allungamento finito include tre componenti distinte, differentemente dalle due componenti di una pala operante in flusso bidimensionale (allungamento infinito); in altri termini, la resistenza totale tridimensionale è la somma della resistenza d'attrito, della resistenza di pressione e della resistenza indotta; ovvero

$$D = D_f + D_p + D_i \quad (4.134)$$

ed in termini adimensionali

$$C_D = C_{D_f} + C_{D_p} + C_{D_i} = C_{D_v} + C_{D_i} \quad (4.135)$$

Il coefficiente di resistenza viscosa è la media pesata sulle corde dei  $c_d(y)$  locali

$$C_{D_v} = \frac{1}{S} \int_{-b/2}^{b/2} c_d(y) c(y) dy$$

dove  $c_d(y)$  è la resistenza viscosa del profilo alare bidimensionale, generalmente noto nella forma  $c_d = c_d(c_l; Rn)$  in base a dati sperimentali ricavati in galleria del vento, oppure in base a calcoli teorici.

In generale,  $c_d(y)$  varia lungo la pala, sebbene un'approssimazione molto frequente consista nell'assumere che sia costante e determinabile utilizzando il coefficiente di portanza  $C_L$  di tutta la pala, e che il numero di Reynolds sia basato sulla lunghezza media di corda; in sintesi

$$c_d \simeq c_d(C_L; Rn) \quad ; \quad Rn = \frac{V \cdot c}{\nu}$$

In questo caso è  $C_{D_v} = c_d$  che, combinato con la resistenza indotta, fornisce il coefficiente di resistenza totale, permette di esprimere il coefficiente di resistenza totale come segue

$$C_D(C_L; Rn) = c_D(C_L; Rn) + \frac{C_L^2}{\pi AR} \quad (4.136)$$

La Figura (4.59) mostra un tipico diagramma polare ( $C_D - C_L$ ) per un assegnato numero di Reynolds e due rapporti di allungamento  $AR = 20$  e  $AR = 10$ , insieme con la curva bidimensionale  $c_D(C_L)$ , che può essere vista come il caso limite  $AR = \infty$ . Si osservi che questa polare è relativa a tutta la pala piuttosto che ad una sua sezione bidimensionale.

Due aspetti sono immediatamente palesi:

1. Il massimo rapporto portanza-resistenza  $(C_L/C_D)_{\max}$ , indicato dalla pendenza della linea tangente, decresce considerevolmente quando diminuisce il rapporto di allungamento. Poiché il rapporto  $C_L/C_D$  è un parametro critico, ciò indica l'importanza del rapporto di allungamento.
2. Il valore del coefficiente di portanza al quale si raggiunge il massimo del rapporto  $(C_L/C_D)$  diminuisce al diminuire del rapporto di allungamento.

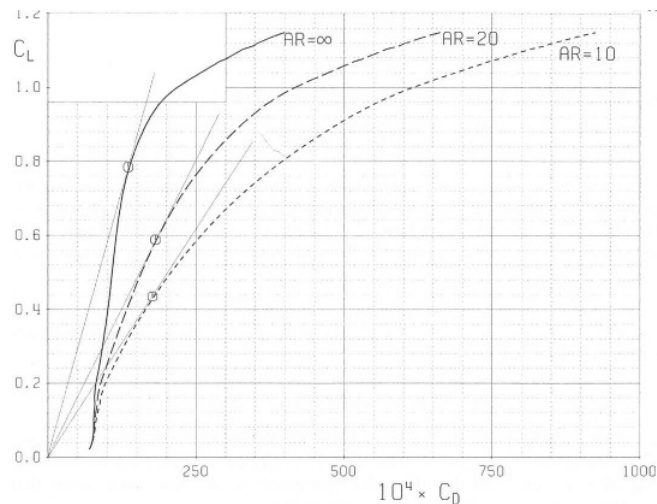


Figura 4.59. Relazione polare tra coefficiente di resistenza e coefficiente di portanza

## Capitolo 5

# Elica isolata

Le eliche sono progettate per fornire la spinta massima assorbendo il momento torcente minimo per un assegnato numero di giri ad una richiesta velocità nave. Questo processo è del tutto efficace per le navi che viaggiano ad una velocità relativamente costante. Esiste un valore del numero di giri al quale il motore consuma la minima quantità di combustibile. Esistono navi e/o loro profili operativi che obbligano a navigare a diverse velocità. Perciò, anche se l'elica di una nave è progettata per una certa condizione di velocità e di carica, è assai utile conoscere come l'elica si comporti in diverse condizioni operative, dette *off-design*. Si tratta, quindi, di conoscere come funzionino l'elica in diverse condizioni.

Allo scopo di descrivere al meglio le proprietà idrodinamiche di un'elica è opportuno distinguere tra caratteristiche dell'elica isolata e caratteristiche dell'elica dietro carena. Questo capitolo descrive le caratteristiche fondamentali, le prestazioni ed i rendimenti di un'elica isolata ('open-water propeller') ossia di un'elica che operi in un ambiente idrodinamicamente non disturbato, lontana da altri corpi ed ostacoli, senza subire l'influenza della carena, di timoni, di appendici, ecc.

La previsione delle caratteristiche intrinseche di un'elica isolata in termini di prestazioni può essere ottenuta mediante metodi analitici/numerici o mediante prove su modelli. Le forze ed i momenti in gioco sono derivati in condizioni operative di flusso uniforme. Per definizione, le caratteristiche di funzionamento dell'elica isolata, tranne quando operi in flusso inclinato, rappresentano *carichi stazionari*. Esse costituiscono i parametri base delle sue prestazioni, e sono propedeutiche allo studio dell'interazione tra elica e carena.

Sia che si abbia a che fare con un'elica in vera grandezza, sia che si studi un modello in scala, le grandezze in gioco sono:

- *caratteristiche geometriche*, ossia la geometria dell'elica e l'eventuale inclinazione del suo asse nel piano longitudinale e nel piano orizzontale rispetto alla direzione del moto;

- *caratteristiche cinematiche*, ossia la velocità d'avanzo e la velocità di rotazione dell'elica, nonché le grandezze adimensionali correlate a queste caratteristiche ed a quelle geometriche;
- *caratteristiche dinamiche*, le quali rappresentano le forze in gioco, delle quali, relativamente al problema propulsivo, è sufficiente considerare i valori medi nel giro della spinta trasmessa e del momento torcente assorbito.

## 5.1 Caratteristiche cinematiche

L'azione di un'elica nel fluido è determinata da due tipi di movimenti simultanei ed indipendenti: uno spostamento traslatorio lungo il suo asse con velocità d'avanzo  $V_A$ , ed una rotazione intorno allo stesso con velocità angolare  $\omega = 2\pi n$ , dove  $n$  è la velocità di rotazione [rps]. Se l'elica ruotasse in un mezzo solido, come una vite in una filettatura, in un singolo giro avanzerebbe di una distanza pari al passo geometrico  $P$ . Ma a causa della modificazione che il fluido subisce per effetto delle *velocità indotte* dall'elica, durante la rotazione nel fluido l'elica avanzerà di una distanza minore del passo  $P$ . Tali velocità producono un'accelerazione assiale del fluido dietro l'elica ed una prerotazione dello stesso fluido con conseguente riduzione della sua accelerazione trasversale. Le velocità indotte sono scomponibili in tre componenti: assiale  $u_a$ , rotazionale  $u_\theta$ , radiale  $u_r$ .

La distanza effettiva percorsa dall'elica in direzione assiale ad ogni giro, è detta *avanzo assoluto* o lineare  $h_P$ . Essa è legata alla velocità  $V_A$  ed al periodo  $T$ , ossia al tempo  $T = 1/n$  nel quale l'elica effettua un giro, dalla relazione  $h_P = V_A T = V_A/n$ . Si definisce *coefficiente d'avanzo relativo* il rapporto tra l'avanzo lineare ed il diametro dell'elica

$$J = \frac{h_P}{D} = \frac{V_A}{nD} \quad (5.1)$$

dove per l'elica isolata è  $V_S = V_A$ , dal momento che, per definizione, non esiste scia nell'analisi dell'elica isolata.

Questo valore rappresenta la *caratteristica cinematica adimensionale principale* delle eliche navali, in quanto determina il suo modo di funzionamento. L'avanzo relativo consente di definire con precisione l'*angolo di passo*  $\beta$  ad un certo raggio di pala, caratterizzante la direzione della velocità del flusso  $V$  rispetto all'elemento considerato, come

$$\tan \beta = \frac{V_A}{\omega r} = \frac{V_A}{\pi n \bar{r} D} = \frac{J}{\pi \bar{r}} \quad (5.2)$$

dove è  $\bar{r} = r/R$ .

In Figura 5.1 è illustrato il *diagramma di velocità* di un elemento di pala nel quale sono riportate anche le velocità indotte  $u_x = u_a/2$  e  $u_t = u_\theta/2$ .

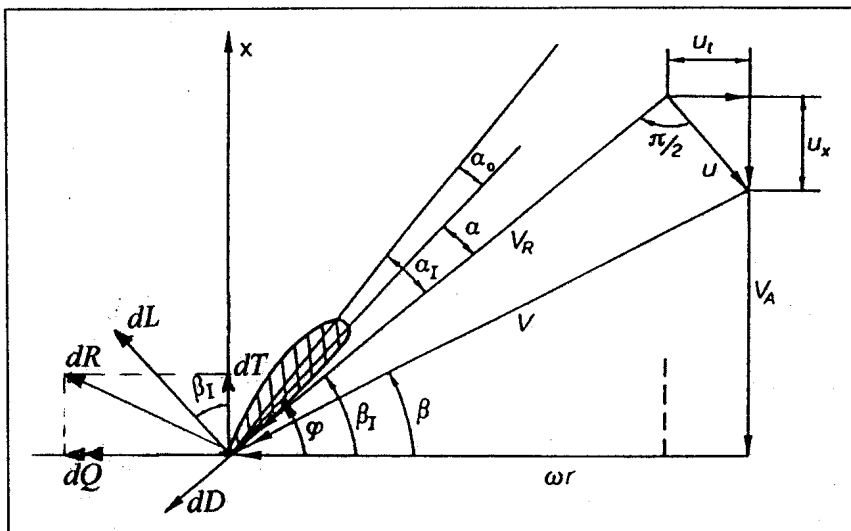


Figura 5.1. Diagramma delle velocità e delle forze su un elemento di pala

## 5.2 Caratteristiche dinamiche

Le forze agenti su un'elica navale, tra le quali la *spinta* ed il *momento torcente* necessario alla sua rotazione, possono essere calcolate come somma delle forze presenti su diversi elementi di pala, ossia su un numero discreto di sezioni formate dall'intersezione della pala con cilindri coassiali di diverso raggio. Il metodo di calcolo delle caratteristiche dinamiche delle sezioni, basato su tale principio, è noto come *teoria dell'elemento di pala*.

Si supponga che il flusso bidimensionale sull'elemento di pala sia stazionario, e che il fluido provenga dall'infinito a monte con velocità  $V_0$ . Si consideri il diagramma di velocità di una sezione di pala posta al raggio  $r$ . Con riferimento alla Figura 5.1, la velocità relativa del fluido rispetto all'elemento di pala è rappresentata dal vettore  $V_R$ , che è la risultante della velocità assiale  $V_A$  uguale ed opposta alla velocità di traslazione dell'elica, della velocità tangenziale  $\omega r$  uguale ed opposta alla velocità di rotazione dell'elemento di pala, della velocità indotta assiale  $u_x = u_a/2$ , il cui verso coincide con quello della velocità d'avanzo, e della velocità indotta tangenziale  $u_t = u_\theta/2$ , il cui verso è opposto a quello della componente rotazionale del flusso incidente. La componente radiale  $u_r$  della velocità indotta viene trascurata in questa modellazione.

Per quanto le velocità indotte siano generalmente variabili, i loro valori sul disco-elica verranno supposti stazionari ed indicati come valori medi  $\bar{u}_x$  e  $\bar{u}_t$ . Sebbene siano piccoli rispetto alla velocità d'avanzo ed alla velocità di rotazione dell'elica, i valori delle velocità indotte modificano sensibilmente le condizioni operative dell'elemento di pala considerato, in quanto determinano una riduzione dell'angolo d'incidenza con cui il fluido investe la sezione. La forza di interazione del flusso con l'elemento di pala è quella relativa alla velocità risultante del flusso, determinata

dalla relazione

$$V_R = \sqrt{(V_A + \bar{u}_x)^2 + (\omega r - \bar{u}_t)^2}$$

che forma con l'asse di portanza nulla, individuato dall'angolo  $\alpha_o$  rispetto alla linea di corda, l'angolo d'incidenza idrodinamico

$$\alpha_i = \varphi + \alpha_o - \beta_I \quad (5.3)$$

La direzione della velocità risultante rispetto al piano del disco-elica è perciò definita dall'angolo  $\beta_I$ , determinato al generico raggio  $r$  come

$$\tan \beta_I = \frac{V_A + \bar{u}_x}{\omega r - \bar{u}_t} \quad (5.4)$$

I valori del prodotto  $\pi r \tan \beta_I = \lambda_i$  e dell'angolo  $\beta_I$  sono detti rispettivamente *coefficiente d'avanzo induttivo* e angolo d'avanzo induttivo o *angolo di passo idrodinamico*. Si ipotizza che le forze agenti su una sezione di grande allungamento e quelle agenti su un profilo alare bidimensionale della stessa forma siano uguali quando il flusso agisce con lo stesso angolo d'incidenza.

### 5.2.1 Rendimento dell'elica isolata

Si consideri un elemento di pala di estensione  $dr$  come un profilo portante, la cui lunghezza di corda  $c$  sia eguale a quella dell'elemento espanso al raggio considerato. Su questo profilo, per effetto del flusso incidente, si generano le forze elementari di portanza  $dL$  e di resistenza  $dD$ , dovuta alle forze viscosse entro lo strato limite ed alla formazione di vortici. Proiettando queste forze idrodinamiche sull'asse dell'elica, si ottiene la forza di spinta  $dT$  per unità di lunghezza, sviluppata dall'elemento di pala, come

$$dT = dL \cos \beta_I - dD \sin \beta_I = dL \cos \beta_I (1 - \varepsilon \tan \beta_I) \quad (5.5)$$

dove  $\varepsilon = dD/dL$  esprime l'inverso dell'efficienza idrodinamica del profilo alare.

Proiettando le forze  $dL$  e  $dD$  sulla direzione della componente tangenziale della forza, e moltiplicando le rispettive componenti per il valore del raggio della sezione di pala, si ottiene il momento elementare della forza tangenziale rispetto all'asse dell'elica, che deve essere superato dalla coppia fornita dalla potenza motrice. Il momento torcente assorbito è esprimibile come

$$dQ = (dL \sin \beta_I + dD \cos \beta_I) \cdot r = dL \sin \beta_I (1 + \varepsilon \cot \beta_I) \cdot r \quad (5.6)$$

Dalle formule suddette si può dedurre che la spinta dell'elemento di pala è sviluppata come risultato della sua forza di portanza, mentre la resistenza del profilo riduce la spinta ed aumenta la componente tangenziale della forza e, di conseguenza, il momento torcente assorbito dall'elica.

Se, in base alle relazioni (4.3), le caratteristiche aerodinamiche del profilo alare sono espresse come

$$\left. \begin{aligned} dL &= \frac{1}{2}\rho V_R^2 C_L \cdot c \, dr \\ dD &= \frac{1}{2}\rho V_R^2 C_D \cdot c \, dr \end{aligned} \right\}$$

dove  $\rho$  è la densità dell'acqua, le relazioni (5.5) e (5.6) possono essere riformulate come

$$dT = \frac{1}{2}\rho C_L c V_R^2 \cos \beta_I (1 - \varepsilon \tan \beta_I) \, dr \quad (5.7)$$

$$dQ = \frac{1}{2}\rho C_L c V_R^2 \sin \beta_I (1 + \varepsilon \cot \beta_I) \cdot r \, dr \quad (5.8)$$

Per determinare la spinta ed il momento torcente di tutta la pala, le relazioni (5.7) e (5.8) vanno integrate lungo il raggio di pala; moltiplicando i rispettivi valori per il numero di pale  $Z$  si ricavano la spinta ed il momento torcente di tutta l'elica come

$$T = Z \int_{r_h}^R \frac{1}{2}\rho C_L c V_R^2 \cos \beta_I (1 - \varepsilon \tan \beta_I) \, dr \quad (5.9)$$

$$Q = Z \int_{r_h}^R \frac{1}{2}\rho C_L c V_R^2 \sin \beta_I (1 + \varepsilon \cot \beta_I) \cdot r \, dr \quad (5.10)$$

Se gli integrali vengono normalizzati rispetto al raggio  $R$  di pala, si ottengono le grandezze  $K_T$  e  $K_Q$ , dette rispettivamente *coefficiente di spinta* e *coefficiente di momento torcente*

$$K_T = \frac{T}{\rho n^2 D^4} = \frac{Z}{4} \int_{\bar{r}_h}^1 C_L \left( \frac{c}{D} \right) \left( \frac{V_R}{nD} \right)^2 \cos \beta_I (1 - \varepsilon \tan \beta_I) \, d\bar{r} \quad (5.11)$$

$$K_Q = \frac{Q}{\rho n^2 D^5} = \frac{Z}{8} \int_{\bar{r}_h}^1 C_L \left( \frac{c}{D} \right) \left( \frac{V_R}{nD} \right)^2 \sin \beta_I (1 + \varepsilon \cot \beta_I) \cdot \bar{r} \, d\bar{r} \quad (5.12)$$

dove  $\rho$  è la massa specifica del fluido nel quale l'elica agisce.

La potenza  $P_D$ , necessaria per sviluppare il momento torcente  $Q$  assorbito dall'elica che ruota ad una velocità unitaria  $n$ , può allora essere calcolata secondo la formula

$$P_D = 2\pi n Q = 2\pi \rho K_Q n^3 D^5 \quad (5.13)$$

Il *rendimento dell'elica isolata*, definito dal rapporto tra potenza utile e potenza assorbita, è calcolato in base alle relazioni (5.1), (5.11) e (5.13), e viene espresso dalla formula

$$\eta_o = \frac{T \cdot V_A}{P_D} = \frac{J}{2\pi} \cdot \frac{K_T}{K_Q} \quad (5.14)$$

L'impiego dei suddetti coefficienti presenta una notevole rilevanza in quanto, come verrà dimostrato, eliche geometricamente simili, funzionanti ad uguali valori dei coefficienti d'avanzo, presentano gli stessi valori dei coefficienti di spinta e di momento torcente e, quindi, di rendimento.

### 5.2.2 Diagramma di funzionamento

Le prestazioni di un'elica isolata possono essere espresse mediante quattro parametri:

- coefficiente d'avanzo  $J$ ;
- coefficiente di spinta  $K_T$ ;
- coefficiente di momento torcente  $K_Q$ ;
- rendimento  $\eta_0$ .

Viene esaminato, innanzi tutto, il più frequente modo di funzionamento dell'elica, quello nel cosiddetto primo quadrante ( $J \geq 0, n \geq 0$ ), ossia con l'elica operante in *marcia avanti*, in flusso assiale, rimandando alla Sezione 5.8 l'esame completo dei modi di lavoro dell'elica isolata.

I coefficienti di spinta e di momento torcente, espressi in funzione del coefficiente d'avanzo, insieme al rendimento, rappresentano compiutamente, come si vedrà nella Sezione 5.3, le caratteristiche di funzionamento dell'elica isolata. Il diagramma relativo, quale quello della Figura 5.2 per un'elica a passo fisso, è detto *caratteristica dell'elica isolata*. Di solito, a parità di  $J$ , i valori di  $K_Q$  sono poco più di un decimo dei valori di  $K_T$ , per cui conviene moltiplicare  $K_Q$  per dieci in modo da presentare tutte le curve in un unico diagramma.

In marcia avanti, l'elica si trova normalmente ad operare a regime tale che i suddetti coefficienti sono positivi ( $K_T > 0, K_Q > 0$ ). Possono tuttavia presentarsi situazioni limite, che vanno tenute in conto.

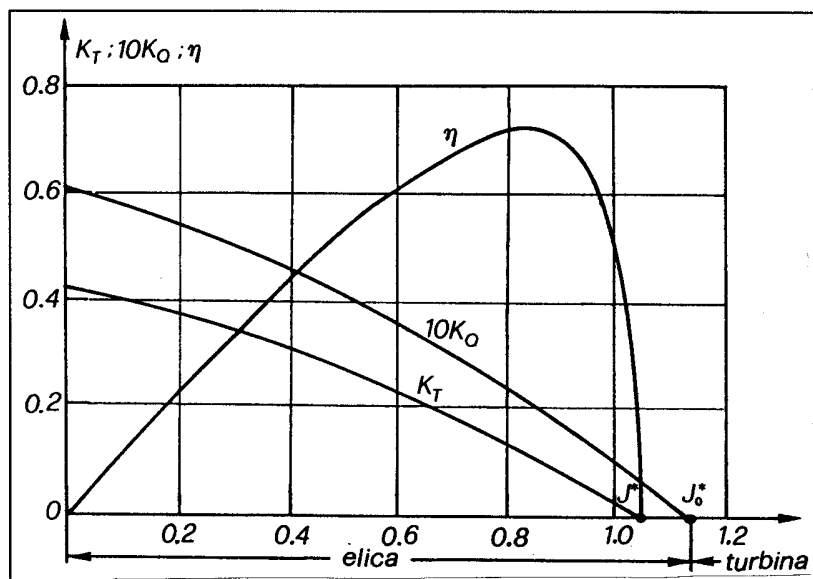


Figura 5.2. Diagramma di funzionamento di un'elica isolata

Il valore massimo di  $\eta_0$  corrisponde ad un rapporto di scivolamento effettivo tra il 10% ed il 20%; per valori di  $J$  maggiori di quello corrispondente al massimo di  $\eta_0$ , il valore di  $\eta_0$  si annulla bruscamente.



Quando non esiste alcun moto traslatorio, ossia quando l'elica ruota intorno al proprio asse senza avanzare ( $V_A = 0$ ) - (*modo a punto fisso*), il coefficiente d'avanzo è nullo, e sia la spinta che il momento torcente raggiungono il loro valore massimo. Corrispondentemente, il rendimento dell'elica è nullo in quanto questa, non avanzando, non produce alcun lavoro. Questa condizione statica corrisponde alla condizione del 100% dello 'scivolamento' (vedi Sezione 3.1). Per  $V_A = 0$  una sezione di pala dell'elica presenta il massimo angolo d'incidenza, che è uguale all'angolo di passo, come mostrato in Figura 5.3.

Al crescere di  $J$ , l'angolo d'avanzo idrodinamico  $\beta_I$  aumenta, il che porta ad una riduzione dell'angolo d'incidenza e, quindi, delle forze agenti sull'elemento di pala. I valori di  $K_T$  e  $K_Q$  diminuiscono fino ad un certo valore  $J^*$  del coefficiente d'avanzo al quale il coefficiente di spinta diviene nullo e, quindi, per il principio fondamentale della dinamica, l'elica non trasferisce al fluido alcuna quantità di moto. Il modo corrispondente è detto *modo a spinta nulla*, ed il valore di  $J^*$  rappresenta il coefficiente d'avanzo a spinta nulla. Il coefficiente  $K_Q$  conserva ancora un valore positivo; ossia, per  $T = 0$  è  $Q > 0$ . In questa condizione, la velocità risultante  $V_R$  è diretta lungo la linea di portanza nulla della sezione di pala; poichè non è sviluppata alcuna portanza, non esiste alcuna spinta. Anche in questo modo operativo il rendimento è nullo. Per un elemento di pala, nel modo a spinta nulla risulta essere

$$dT = dL \cos \beta_I - dD \sin \beta_I = 0 \quad \Rightarrow \quad \tan \beta_I = 1/\varepsilon$$

Questa condizione operativa dell'elica nota come condizione di 'messa in bandiera', che corrisponde alla condizione di 'scivolamento nullo', e poichè il rapporto di scivolamento effettivo è dato da

$$s_e = \frac{nP_e - V_A}{nP_e} = \frac{\frac{P_e}{D} - \frac{V_A}{nD}}{\frac{P_e}{D}}$$

Imponendo che sia  $s_e = 0$ , risulta che il valore di  $J$  per  $K_T = 0$  è numericamente uguale al rapporto di passo effettivo  $P_e$ .

La distanza assiale  $P^*$ , percorsa dall'elica in un giro nel modo a spinta nulla, è detta passo a spinta nulla o *passo idrodinamico*, cui corrisponde l'angolo di passo idrodinamico  $\beta_I$ . Il valore  $J^* = P^*/D$  è detto coefficiente d'avanzo a spinta nulla o rapporto di passo idrodinamico a spinta nulla. Di norma, il rapporto di passo per questo valore limite dell'elica propulsiva è quello massimo ottenibile.

Quando l'avanzo relativo cresce ulteriormente ( $J > J^*$ ), si raggiunge un modo di funzionamento nel quale anche la portanza diviene nulla; tale, quindi, da avere  $\alpha = \alpha_o$ . Il coefficiente d'avanzo  $J_o$  ed il rapporto passo-diametro  $P_o/D$  corrispondenti sono detti rispettivamente coefficiente d'avanzo con portanza nulla e rapporto di passo con portanza nulla. Va osservato che a raggi diversi il modo di portanza nulla viene ottenuto per valori diversi di  $J_o$ .

Un valore ancora maggiore del coefficiente d'avanzo, con  $J \rightarrow J_o^*$ , porta ad un'ulteriore riduzione del coefficiente del momento torcente sino ad ottenere  $K_Q = 0$ , mentre il coefficiente

di spinta  $K_T$  e l'angolo d'incidenza  $\alpha_i$  sono ormai negativi. Per un elemento di pala, nella condizione di momento torcente nullo, valgono le relazioni

$$dQ = dL \sin \beta_I + dD \cos \beta_I = 0 \quad \Rightarrow \quad \tan \beta_I = |\varepsilon|$$

Il rapporto di passo  $J_o^* = P_o^*/D$ , corrispondente al modo a momento torcente nullo, è detto rapporto di passo a momento torcente nullo, al quale risulta essere  $P_o^*/D > P^*/D > P/D$ . Quando è  $J > J_o^*$ ,  $K_Q$  diviene negativo, per cui l'elica crea un momento torcente diretto nella stessa direzione della rotazione dell'elica e lavora come una turbina.

Quanto detto circa i regimi di funzionamento può essere tradotto in termini di triangoli di velocità che esemplificano i modi di funzionamento estremo di interesse ingegneristico, ossia con l'elica a punto fisso (Fig. 5.3a) tipica di pescherecci e rimorchiatori nella fase iniziale istantanea di tiro, con l'elica a spinta nulla che cessa di essere una macchina operatrice (Fig. 5.3b) e con l'elica che inizia ad operare come macchina motrice (Fig. 5.3c).

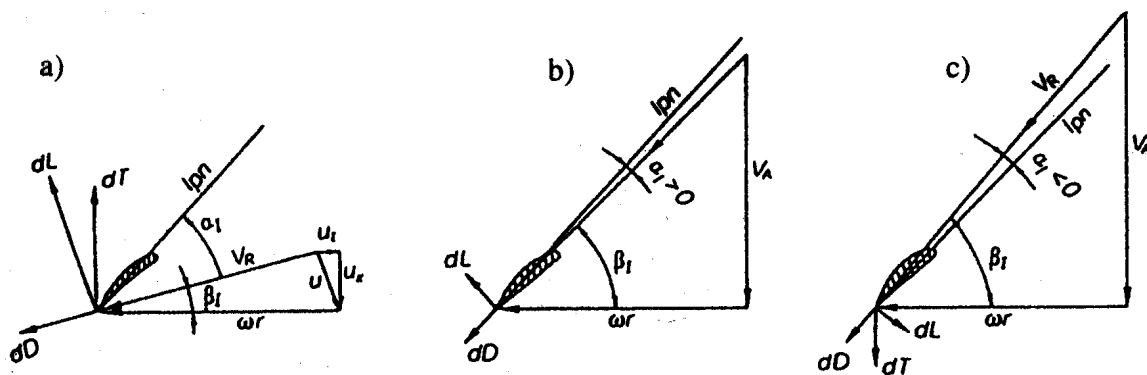


Figura 5.3. Regimi di funzionamento di un'elica

### 5.3 Criteri di similitudine

Le analisi sperimentali vengono effettuate su vasta scala nello studio sistematico delle eliche isolate ed andrebbero svolte sempre nella fase finale del progetto. Esse permettono, tra l'altro, di valutare i metodi teorici di progetto, di ottenere le curve di funzionamento dell'elica e di stabilire l'influenza delle caratteristiche geometriche sui singoli fattori idrodinamici. Le prove sistematiche di modelli di eliche isolate forniscono i dati iniziali per lo sviluppo di *diagrammi di progetto*, grazie ai quali è possibile progettare un'elica ed effettuare l'analisi relativa alle sue prestazioni.

I risultati delle prove su modello possono essere utilizzati per le eliche al vero se vengono rispettate le condizioni di totale *similitudine meccanica* tra l'elica ed il suo modello. Dal punto di vista teorico, è possibile realizzare la completa similitudine tra l'elica al vero ed il suo modello se vengono soddisfatte contemporaneamente le similitudini geometrica, cinematica e dinamica.

La *similitudine geometrica* richiede che tutte le dimensioni lineari corrispondenti dell'elica al vero e del suo modello siano tenute in un rapporto costante di scala. Tutte le caratteristiche geometriche adimensionali devono essere perciò uguali; anche il contorno di pala ed i profili delle sezioni devono essere analoghi. Il rapporto di scala deve valere anche per l'immersione dell'elica.

La *similitudine cinematica* tra il flusso del fluido intorno all'elica al vero e quello intorno al modello è soddisfatta se, per i punti corrispondenti di questi flussi, le velocità hanno le stesse direzioni e se i rapporti dei valori delle loro componenti sono costanti. Le velocità caratteristiche delle eliche sono la velocità del moto traslatorio  $V_A$  e la velocità periferica  $\pi n D$  all'apice di pala (o un valore proporzionale a questo).

Ciò significa che i campi di flusso intorno all'elica al vero ed all'elica modello sono geometricamente simili in quanto il rapporto delle componenti di velocità su punti corrispondenti sono uguali e, quindi, sono identiche le direzioni delle velocità risultanti in questi punti. Per l'elica isolata, le condizioni per la similitudine cinematica possono essere opportunamente espresse considerando le velocità d'avanzo e le velocità tangenziali all'apice di pala; si impongono le relazioni

$$\frac{V_{As}}{V_{Am}} = \frac{\pi n_s D_s}{\pi n_m D_m} \Rightarrow \frac{V_{As}}{\pi n_s D_s} = \frac{V_{Am}}{\pi n_m D_m} \quad (5.15)$$

in base alla quale la condizione che soddisfa la similitudine cinematica dei flussi corrisponde alla *eguaglianza dei coefficienti d'avanzo* dell'elica al vero e del suo modello geometricamente simile; in altri termini deve essere sempre

$$J_s = J_m$$

dove l'indice  $s$  è riferito ai valori al vero e l'indice  $m$  ai valori modello.

In base alla relazione (5.15) l'eguaglianza dei coefficienti d'avanzo relativo assicura a tutti i raggi l'eguaglianza degli angoli di passo  $\tan \beta = J/\pi \bar{r}$ , ossia direzioni eguali delle velocità incidenti  $\vec{V} = \vec{V}_A + \vec{\omega} r$  nei punti corrispondenti.

Una volta garantite le similitudini geometrica e cinematica, la *similitudine dinamica* viene assicurata in base alla legge di similitudine di Newton, la quale afferma che il rapporto tra le forze corrispondenti agenti su due corpi è costante ed uguale al cubo della scala, purché vengano rispettati i criteri di similitudine dai quali dipendono le forze di pala. La condizione per la similitudine dinamica, detta anche similitudine critica, è in carta misura più complicata, e richiede che i rapporti delle varie forze agenti sull'elica al vero siano uguali ai corrispondenti rapporti sull'elica modello. Questi criteri sono fondamentalmente quelli dell'eguaglianza

del numero di Eulero

$$Eu = \frac{p - p_o}{\frac{1}{2} \rho V^2} \quad ,$$

del numero di Froude

$$Fn = \frac{V}{\sqrt{gL}} \quad ,$$

del numero di Reynolds

$$Rn = \frac{VL}{\nu} \quad ,$$

del numero di Struhal

$$Sh = \frac{L}{VT} \quad ,$$

e del numero di Weber

$$Wn = \frac{V^2L}{k} \quad ,$$

dove  $k$  è la capillarità cinematica (tensione superficiale per unità di lunghezza / densità) del fluido.

Nei numeri idrodinamici suddetti,  $L$  è una dimensione lineare dell'elica, comunemente scelta tra il diametro dell'elica e la lunghezza di corda al raggio  $\bar{r} = 0.7$ , mentre  $T$  è il tempo.

Dalla costanza del rapporto tra le forze agenti sul modello e sull'elica al vero, deriva l'eguaglianza dei loro coefficienti adimensionali che, per eliche geometricamente simili, dipendono solamente dai criteri di similitudine. Va osservato che per flussi non cavitanti, purchè sia soddisfatta l'eguaglianza degli altri criteri, sono uguali anche i numeri di Eulero dell'elica al vero e del suo modello. L'eguaglianza dei numeri di Eulero esprime la coincidenza dei coefficienti di pressione nei punti corrispondenti del flusso; essa può essere vista come un soddisfacimento della legge newtoniana della similitudine tra le forze di pressione agenti sulle pale.

Se si assume come velocità caratteristica la velocità d'avanzo dell'elica  $V_A$ , come tempo caratteristico il periodo relativo ad un giro, pari a  $T = 1/n$ , e come dimensione lineare caratteristica il diametro dell'elica  $D$ , allora il numero di Struhal può essere espresso come

$$Sh = \frac{nD}{V_A} = \frac{1}{J}$$

ovvero

$$J = \frac{1}{Sh}$$

per cui l'espressione dell'avanzo relativo è una delle forme che può assumere il numero di Struhal dell'elica. Questa è la ragione per cui durante le prove sperimentali di eliche navali geometricamente e cinematicamente simili (senza cavitazione) è necessario e sufficiente assicurare solamente la similitudine dei criteri di Froude e di Reynolds.

### 5.3.1 Similitudine in fluido ideale

Per un'elica operante in un fluido ideale, poiché gli effetti rappresentati dai numeri di Reynolds non sono considerati, è possibile derivare la seguente espressione che fornisce il rapporto tra le spinte prodotte rispettivamente dall'elica al vero e dal suo modello

$$\frac{T_m}{T_s} = \frac{K_{Tm}}{K_{Ts}} \cdot \frac{\rho n_m^2 D_m^4}{\rho n_s^2 D_s^4} = \lambda^{-3}$$

dove  $\lambda = D_s/D_m$  è la scala della similitudine geometrica, ed essendo, come si dimostrerà più avanti imponendo la similitudine di Froude

$$\left(\frac{n_m}{n_s}\right)^2 = \lambda \quad \text{e} \quad \left(\frac{D_m}{D_s}\right)^4 = \lambda^{-4}$$

Se si assume  $D^2$  come area caratteristica,  $nD$  come velocità caratteristica, tenendo conto delle condizioni di similitudine geometrica e cinematica, si ottiene

$$K_{Tm} = K_{Ts} \tag{5.16}$$

Questa eguaglianza corrisponde alla conclusione generale della teoria della similitudine circa l'eguaglianza dei coefficienti adimensionali delle forze corrispondenti per sistemi dinamicamente simili. Analogamente si può ricavare per il momento torcente l'eguaglianza

$$K_{Qm} = K_{Qs} \tag{5.17}$$

Poiché, in base alla similitudine cinematica, deve essere  $J_m = J_s$ , introducendo nella relazione (5.14) le condizioni (5.16) e (5.17) risulta essere

$$\eta_{0m} = \eta_{0s}$$

In altri termini, l'eguaglianza dei coefficienti d'avanzo relativi, insieme all'eguaglianza dei coefficienti di spinta e di momento torcente, garantisce l'eguaglianza del rendimento di elica isolata, per eliche geometricamente simili in fluido ideale.

### 5.3.2 Similitudine in fluido reale

Quando si voglia considerare l'influenza delle condizioni reali sul funzionamento dell'elica isolata, occorrerebbe soddisfare i criteri di Froude e di Reynolds. Quando le forze gravitazionali assumono un ruolo predominante durante le prove sperimentali, è necessario soddisfare la legge di similitudine di Froude. Questa legge deve essere rispettata specialmente per valori ridotti del battente  $h_o$  sull'asse dell'elica, ovvero quando è  $h_o < D$ . La similitudine delle forze d'onda verrà assicurata se i numeri di Froude del modello  $Fn_m$  e dell'elica al vero  $Fn_s$  sono uguali, ossia

$$\frac{V_m}{\sqrt{gL_m}} = \frac{V_s}{\sqrt{gL_s}} \tag{5.18}$$

Se si assume che per le eliche sia  $V = V_A$  e  $L = D$ , si ottiene

$$\frac{V_{Am}}{\sqrt{gD_m}} = \frac{V_{As}}{\sqrt{gD_s}}$$

da cui

$$V_{Am} = \frac{V_{As}}{\sqrt{D_m/D_s}} = V_{As}/\sqrt{\lambda} \quad (5.19)$$

Questa eguaglianza soddisfa la condizione di similitudine cinematica per velocità corrispondenti e permette di fissare la velocità  $V_A$  di prova per il modello dell'elica.

Se come velocità caratteristica viene assunta la velocità tangenziale  $\pi nD$  all'apice di pala, allora in maniera simile alla relazione (5.18) si ricava

$$\frac{\pi n_m D_m}{\sqrt{gD_m}} = \frac{\pi n_s D_s}{\sqrt{gD_s}} \quad (5.20)$$

che consente di ottenere il seguente rapporto tra i numeri di giri unitari

$$n_m = n_s \sqrt{\frac{D_s}{D_m}} = n_s \sqrt{\lambda} = n_s \sqrt{\lambda} \quad (5.21)$$

Le forze viscosive agenti sulle superfici di pala dell'elica obbediscono alla legge di similitudine di Reynolds. In forma generale il numero di Reynolds relativo alle eliche navali può essere scritto come

$$Rn = \frac{V_r l_r}{\nu}$$

dove  $V_r$  ed  $l_r$  sono rispettivamente i valori caratteristici della velocità incidente e della dimensione lineare di pala ad un certo raggio  $r$ , e dove  $\nu$  è la viscosità cinematica del fluido. Di solito, vengono scelte come grandezze caratteristiche la velocità periferica  $\pi nD$  e la lunghezza media  $c$  della corda di pala, per cui il numero di Reynolds può essere definito come

$$Rn = \frac{\pi n D^2}{\nu} \cdot \frac{c}{D} \quad (5.22)$$

oppure, tenendo conto che, con buona approssimazione, si può scrivere

$$\frac{c}{D} = \frac{A_E}{A_0} \cdot \frac{\pi}{2Z}$$

il numero di Reynolds può essere formulato come

$$Rn \approx 5 \frac{n D^2}{\nu} \cdot \frac{A_E}{A_0} \cdot \frac{1}{Z} \quad (5.23)$$

Il criterio di eguaglianza del numero di Reynolds per il modello e per l'elica al vero porterebbe al seguente rapporto tra i loro numeri di giri

$$n_m = n_s \cdot \frac{\nu_m}{\nu_s} \cdot \lambda^2 \quad (5.24)$$

Se le prove su modelli di elica vengono condotte in fluidi simili ( $\nu_m \approx \nu_s$ ), è praticamente impossibile soddisfare la condizione (5.24) a causa di difficoltà tecniche insormontabili, in quanto l'elica dovrebbe avere una velocità di rotazione assai elevata per  $\lambda \gg 1$ . In tal caso, le forze sul modello risulterebbero uguali a quelle corrispondenti sull'elica al vero; ad esempio, per la spinta risulterebbe

$$T_m = K_T \cdot \rho n_m^2 D_m^4 = K_T \cdot \rho (n_s^2 \lambda^4) (D_s/\lambda)^4 = T_s$$

Ovviamente, l'impossibilità di operare in similitudine di Reynolds comporta che l'effetto scala influenzi i valori delle caratteristiche dinamiche al vero, quando queste siano derivate dai valori modello. L'effetto scala è dovuto principalmente alla presenza di un regime laminare del flusso intorno ad una zona delle pale dell'elica. Il regime laminare influenza soprattutto la componente del momento torcente dovuta alle forze di resistenza viscosa e meno la componente della spinta. L'esperienza decennale di prove sperimentali condotte su modelli di eliche mostra che l'effetto scala è trascurabile se le prove sono condotte in un campo del numero di Reynolds superiore al cosiddetto valore critico: al di sopra di tale valore critico la variazione del numero di Reynolds non influenza significativamente le caratteristiche dinamiche dell'elica. Nella pratica corrente, di solito si assume che sia  $Rn_{cr} = (3 \div 5) \times 10^5$ . Le dimensioni e la velocità di rotazione dell'elica devono essere scelte in modo tale che durante le prove il numero di Reynolds relativo al modello, determinato con la formula (5.23), sia maggiore del suo valore critico ( $Rn > Rn_{cr}$ ).

In tal modo, se sono soddisfatte le condizioni  $h_o > D$  e  $Rn > Rn_{cr}$ , i risultati delle prove su modello di elica isolata consentono di ottenere le caratteristiche dinamiche adimensionali  $K_T$ ,  $K_Q$  ed  $\eta_o$  come funzioni del solo rapporto d'avanzo relativo  $J$  di eliche geometricamente simili, per modi operativi tipici delle eliche subcavitanti. Per quanto detto relativamente alla similitudine in fluido ideale, si ipotizza che siano  $K_{Tm} = K_{Ts}$ ,  $K_{Qm} = K_{Qs}$ ,  $\eta_{om} = \eta_{os}$ , per  $J_m = J_s$ .

Comunque, nel caso di differenze significative tra i numeri di Reynolds dell'elica al vero e del suo modello, l'effetto scala può avere un'influenza notevole sulle curve di funzionamento, poiché sia la forza di portanza che, in particolare, la resistenza della sezione dipendono da  $Rn$ . Ciò comporta l'applicazione di metodi che tengano conto dell'effetto scala sulle caratteristiche idrodinamiche dell'elica.

## 5.4 Metodo sperimentale

Quando si effettuano prove sistematiche su eliche isolate, lo scopo principale è quello di creare una banca dati che aiuti il progettista a controllare in che modo i diversi parametri geometrici influenzano le prestazioni dell'elica, nonché a prevedere l'innesco e la forma della cavitazione sulle pale in varie condizioni operative. Un obiettivo secondario è quello di produrre diagrammi o nomogrammi progettuali, che aiutino a scegliere le dimensioni delle eliche reali più appropriate nelle applicazioni su navi al vero.

Si tratta, quindi, di fornire gli strumenti che consentano, fin dalla fase concettuale del progetto, di rispondere ai seguenti requisiti primari di un'elica navale:

- elevato rendimento al punto di funzionamento;
- sviluppo minimo della cavitazione;
- riduzione delle forze di vibrazione eccitate dall'elica;
- buone qualità di frenata;
- favorevole interazione con il timone per migliorare l'efficienza propulsiva e la manovrabilità.

Non tutti questi obiettivi sono perseguibili compiutamente mediante eliche di serie o approcci semplificati, soprattutto se si prescinde, come avviene per l'elica isolata, dalla distribuzione di scia. Ma in ogni caso, le caratteristiche geometriche, cinematiche e dinamiche dell'elica vanno individuate fin dalle fasi concettuali del processo progettuale. Di fatto, per quanto l'evoluzione delle teorie vorticali e lo sviluppo dei metodi numerici siano progrediti negli ultimi decenni, torna utile, ed è ancora necessario, ricorrere preliminarmente a dati di serie sistematiche o di 'eliche di stock', determinati sperimentalmente, per la scelta iniziale della coppia diametro - numero di giri.

#### 5.4.1 Prove sperimentali

L'obiettivo principale delle prove di un'elica isolata è la determinazione delle sue caratteristiche di funzionamento, ossia dei coefficienti dinamici  $K_T$  e  $K_Q$  e, quindi, del rendimento  $\eta_o$ , in funzione del modo operativo dell'elica definibile mediante il coefficiente d'avanzo  $J$ .

Le prove sono condotte di solito con il modello dell'elica connesso con un dinamometro fissato dentro un'attrezzatura speciale, costituita da una barchetta affusolata che un profilo verticale rende solidale al carro della vasca di rimorchio. La barchetta viene zavorrata in modo tale che l'elica sia completamente sommersa durante le prove (Fig. 5.4). L'albero dell'elica deve fuoriuscire dal tubo che lo collega alla barchetta ad una distanza tale che il modo di operare dell'elica non ne venga influenzato; ragion per cui, la sua lunghezza deve essere almeno pari a 2.0 ÷ 2.5 volte il diametro dell'elica. La prova deve soddisfare le condizioni di similitudine geometrica, cinematica e dinamica.

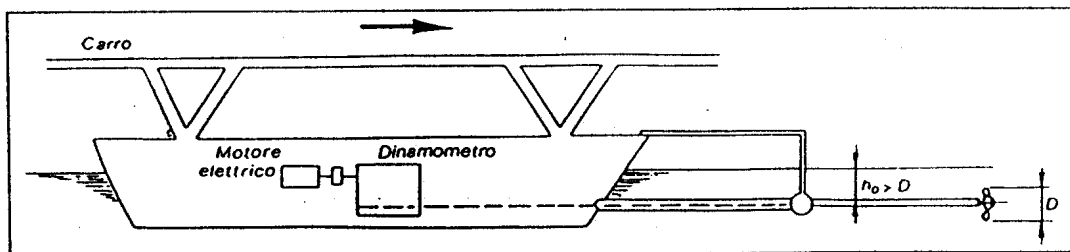


Figura 5.4. Attrezzature per le prove di elica isolata



Per evitare l'influenza della superficie libera sulle forze idrodinamiche, consentendo così di escludere il numero di Froude dai criteri di similitudine, l'immersione dell'asse dell'elica deve essere almeno pari a  $1.0 \div 1.5$  volte il suo diametro. In tali prove, il modello dell'elica è spinto, e non trascinato, dal carro, così che non si esercita, comunque, alcuna influenza da parte della scia. I parametri registrati sono misurati elettricamente, stante che l'acquisizione, la memorizzazione e l'elaborazione on-line delle informazioni sono completamente automatizzate durante l'esperimento.

Di regola, la spinta  $T$  ed il momento torcente  $Q$  dei modelli di elica isolata vengono misurati a valori costanti del numero di giri, garantendo che le prove siano effettuate nelle condizioni  $Rn > Rn_{cr}$ , dove  $Rn$  è calcolabile in prima approssimazione mediante l'equazione (5.23) e dove è  $Rn_{cr} \approx 3 \cdot 10^5$ , e variando la velocità d'avanzo dell'elica con un'opportuna regolazione della velocità del carro di rimorchio. Ciò consente di investigare tutto il campo del coefficiente d'avanzo relativo, ossia dal modo a velocità nulla ( $J = 0$ ,  $s = 100\%$ ), che rappresenta la condizione di 'elica a punto fisso', ai modi con spinta e momento torcente nulli. Con la stessa metodologia è possibile investigare anche gli altri modi di funzionamento, ossia la marcia indietro, l'accelerazione e la decelerazione.

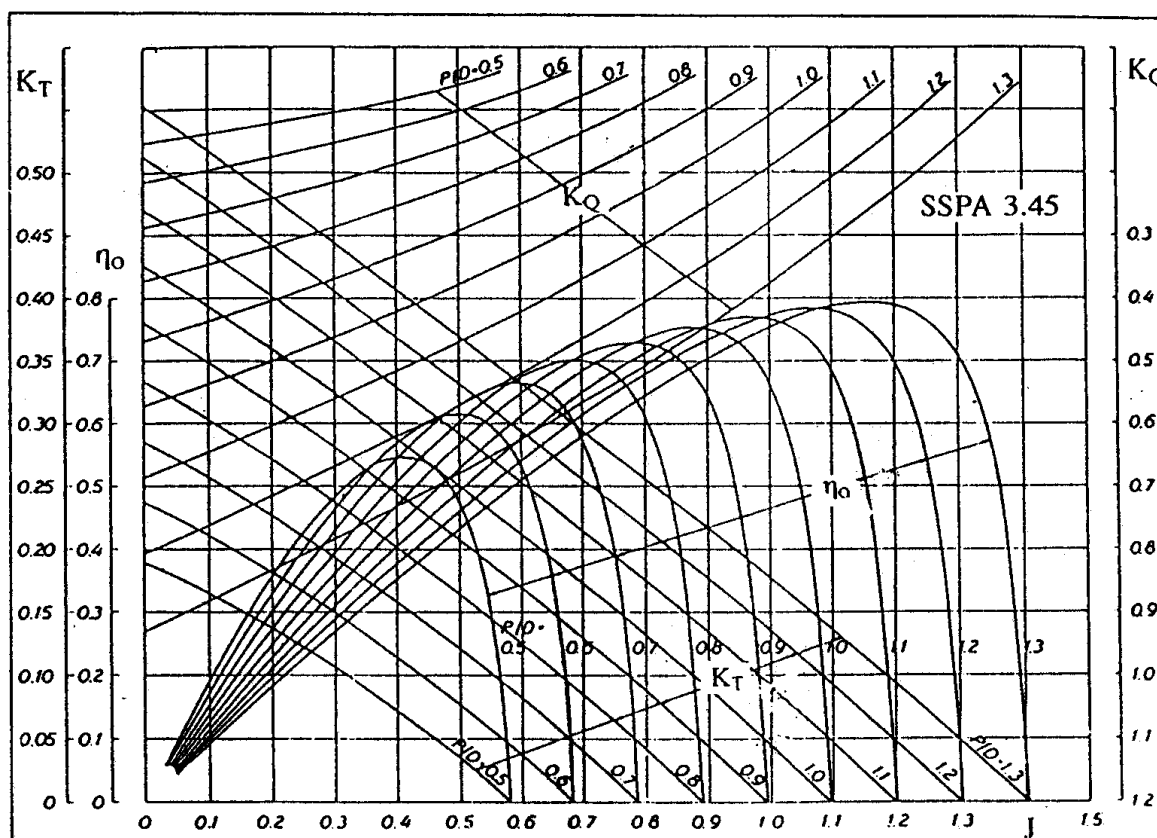


Figura 5.5. Diagramma di funzionamento di un'elica isolata

Si calcolano, quindi, le caratteristiche idrodinamiche dell'elica isolata, e si costruiscono le cosiddette *curve di funzionamento* o 'diagrammi di prove di elica isolata', nelle quali i coefficienti adimensionali di spinta e di momento torcente, ed il rendimento dell'elica sono rappresentati in funzione del coefficiente d'avanzo dell'elica. La Figura 5.5 illustra queste grandezze per il modo di funzionamento in marcia avanti. Per costruire i diagrammi di funzionamento delle eliche di una serie sistematica, per ogni gruppo si fa variare in maniera sistematica il rapporto  $P/D$ , mantenendo costanti gli altri parametri geometrici della serie, ossia il numero di pale ed il rapporto di area espansa.

La zona a sinistra del diagramma, rappresentativo delle caratteristiche dell'elica al variare del passo, è relativa alla condizione di funzionamento tipica delle eliche pesantemente caricate, mentre la zona a destra riguarda le situazioni operative delle eliche leggermente caricate. In quest'ultima zona, caratterizzata da rapporti di passo più elevati, il rendimento raggiunge un valore massimo più elevato, per poi decrescere rapidamente fino ad annullarsi, in quanto, a bassi valori del regresso, le forze di resistenza viscosa agenti sulle sezioni di pala predominano sulle forze di portanza.

L'utilizzo intelligente del diagramma di funzionamento di un'elica di serie consente di risolvere molti problemi sia progettuali, sia di analisi, di un'elica nella fase iniziale.

#### 5.4.2 Effetto della cavitazione

La cavitazione sulle eliche navali, che è un fenomeno bifase del flusso, verrà illustrata compiutamente nel Capitolo 9. Qui basti dire che la cavitazione si innesca quando la pressione del fluido intorno alla pala diviene così bassa che parte del fluido inizia a vaporizzare. È importante comprendere l'effetto che il suo sviluppo determina sulle caratteristiche di funzionamento dell'elica isolata.

Dal punto di vista dell'analisi generale, tale fenomeno viene identificato mediante l'*indice di cavitazione*  $\sigma_o$  della corrente libera, che può essere definito in varie maniere. Nel caso dell'elica isolata,  $\sigma_o$  è il rapporto tra la pressione statica e la pressione dinamica del flusso della corrente libera davanti all'elica, ossia

$$\sigma_o = \frac{p_o - p_v}{\frac{1}{2}\rho V_A^2}$$

dove  $p_o$  è la pressione statica assoluta sulla linea d'assi e  $p_v$  è la pressione di vapore alla temperatura ambiente.

Di conseguenza, in un flusso non-cavitante risulta essere  $(p_o - p_v) \gg \frac{1}{2}\rho V_A^2$ , per cui  $\sigma_o$  ha un valore elevato. Man mano che  $\sigma_o$  decresce, la cavitazione accentua i suoi effetti. La Figura 5.6 illustra l'effetto della cavitazione sui coefficienti dinamici  $K_T$  e  $K_Q$ . È del tutto evidente che livelli moderati di cavitazione non influenzano il rendimento dell'elica e che occorre un ammontare significativo di cavitazione perchè si verifichi il crollo della spinta prodotta e del momento torcente assorbito.

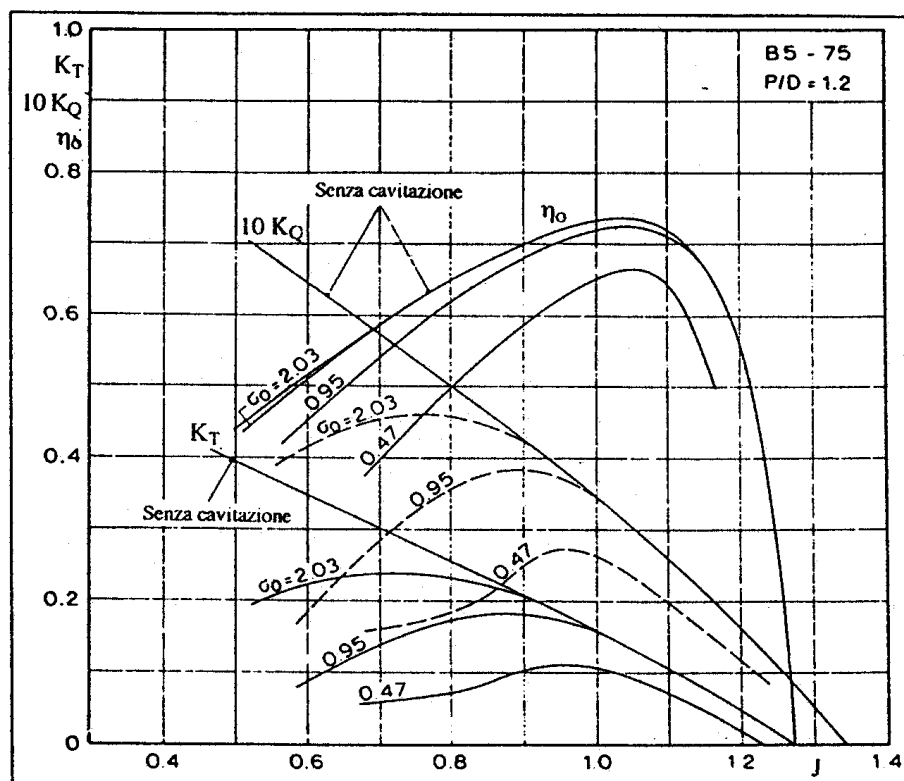


Figura 5.6. Caratteristiche di funzionamento a diversi indici di cavitazione

Va anticipato, infine, che i problemi indotti dalla cavitazione, quali vibrazioni sullo scafo ed erosione del materiale delle pale, non vanno associati all'estensione del fenomeno cavitativo, in quanto sono sufficienti piccoli livelli di cavitazione per innescarli.

### 5.4.3 Effetti scala

Le caratteristiche dell'elica isolata sono determinate in base ad esperimenti su modelli che ruotano ad elevata velocità, per i quali è sufficiente un diametro dell'ordine dei 200÷300 mm. È perciò lecito porsi la questione sul come la corrispondente riduzione di velocità di rotazione dell'elica ( $n_s = n_m/\sqrt{\lambda}$ , dove  $\lambda$  è ancora il fattore di scala) e l'aumento di diametro influenzino le caratteristiche di funzionamento dell'elica al vero. La Figura 5.7 mostra le conseguenze principali dell'effetto scala; dalle quali si desume che mentre i valori del coefficiente di spinta al vero rimangono quasi identici rispetto a quelli in scala modello, il coefficiente di momento torcente viene ridotto in misura significativa. L'effetto combinato di questi effetti è che il rendimento al vero sarà sempre superiore al rendimento in scala modello.

Gli effetti scala sono essenzialmente di natura viscosa, per cui hanno origine fondamentalmente nell'evoluzione dello strato limite, la cui storia dipende soprattutto dal numero di Reynolds locale. Mentre la maggior parte delle eliche al vero opera in flusso turbolento, nel modello

possono predominare le condizioni di flusso laminare su parti significative della pala. A causa della variazione del numero di Reynolds tra modello ed elica al vero, o tra un modello molto piccolo ed uno più grande, si determina una differente struttura dello strato limite del flusso sulle pale.

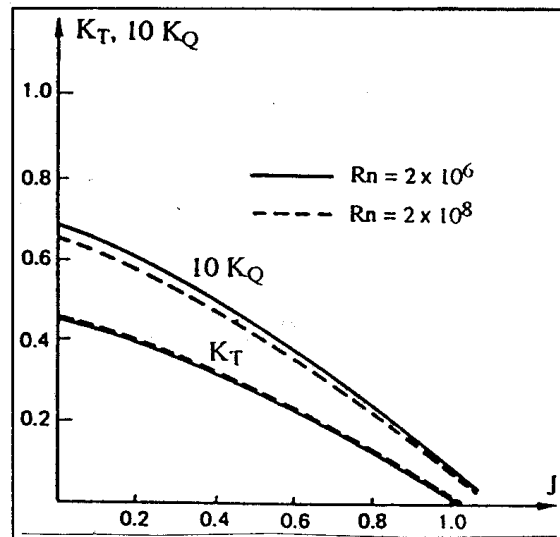


Figura 5.7. Variazioni di  $K_T$  e  $K_Q$  per effetto scala

Per quantificare l'effetto scala sulle caratteristiche di funzionamento di un'elica, si ricorre di solito a procedure analitiche. Non esiste un accordo diffuso su quale sia, tra le tante proposte negli anni, la procedura più affidabile e più accurata. In un'indagine condotta dall'ITTC'87 fu dimostrato che su un totale di ventidue vasche navali che risposero all'indagine, il 41% utilizzava la procedura ITTC'78, il 23% effettuava correzioni basate su fattori di correlazione derivati dall'esperienza, il 13% trattava navi con linee d'alberi e braccioli sospesi, un ulteriore 13% si era sforzato di scalare ogni coefficiente propulsivo, mentre il restante 10% aveva scalato i dati sperimentali di elica isolata utilizzando come punto di funzionamento quello corrispondente al valore stimato del coefficiente d'avanzo al vero. Manca, quindi, uno standard unico.

### Metodo ITTC

A tutt'oggi, lo strumento analitico più diffuso è il metodo di previsione dell'ITTC 1978, basato su una semplificazione della procedura del profilo equivalente di Lerbs. Il metodo consente di calcolare la variazione delle caratteristiche di funzionamento dell'elica al vero in funzione del numero di Reynolds.

Le caratteristiche di funzionamento dell'elica isolata al vero sono date da

$$\left. \begin{aligned} K_{T_s} &= K_{T_m} - \Delta K_T \\ K_{Q_s} &= K_{Q_m} - \Delta K_Q \end{aligned} \right\} \quad (5.25)$$

dove le correzioni per effetto scala  $\Delta K_T$  e  $\Delta K_Q$  sono calcolate come

$$\left. \begin{aligned} \Delta K_T &= -0.3 \cdot \Delta C_D \left( \frac{P}{D} \right) \cdot \left( \frac{c \cdot Z}{D} \right) \\ \Delta K_Q &= 0.25 \cdot \Delta C_D \left( \frac{c \cdot Z}{D} \right) \end{aligned} \right\}$$

Il termine  $\Delta C_D$  dà conto della variazione del coefficiente di resistenza causata dai differenti regimi di flusso sul modello e sull'elica al vero; formalmente viene definito come

$$\Delta C_D = C_{D_m} - C_{D_s}$$

dove

$$C_{D_m} = 2 \left( 1 + \frac{2t_m}{c} \right) \left[ \frac{0.044}{Rn_x^{1/6}} - \frac{5}{Rn_x^{2/3}} \right]$$

e

$$C_{D_s} = 2 \left( 1 + \frac{2t_m}{c} \right) \left[ 1.89 + 1.62 \log \left( \frac{c}{k_r} \right) \right]^{-2.5}$$

In queste relazioni tutti i valori geometrici ed il numero di Reynolds locale  $Rn_x$  sono relativi alla sezione di pala equivalente posta al raggio  $\bar{r} = 0.75$ , mentre la rugosità media di pala è assunta pari a  $k_r = 30 \cdot 10^{-6}$ . Il metodo ITTC ipotizza, quindi, che la superficie di pala al vero sia idraulicamente liscia, per cui nella procedura di scalaggio viene introdotto solamente l'effetto del numero di Reynolds sul coefficiente di resistenza.

Inoltre, il metodo ITTC non considera la variazione del coefficiente di portanza  $C_L$  nel passaggio da scala modello al vero.

### Metodo BSHC

Un approccio alternativo è stato proposto da Varsamov e Minčev (1983) del Bulgarian Ship Hydrodynamic Center (BSHC). La correzione per effetto scala viene introdotta direttamente nel computo del rendimento dell'elica isolata al vero mediante la relazione

$$\eta_{os} = \eta_{om} - F(J) \left[ \left( \frac{1}{Rn_m} \right)^{0.2} - \left( \frac{1}{Rn_s} \right)^{0.2} \right] \quad (5.26)$$

essendo

$$F(J) = \left( \frac{J}{J_o} \right)^\alpha$$

Dall'analisi della funzione  $F(J)$  in base ai dati sperimentali dell'elica isolata è stato dimostrato che  $J_o$  può essere assunto come il valore del coefficiente d'avanzo a spinta nulla. La funzione  $F(J)$  può essere determinata univocamente provando i modelli a differenti numeri di Reynolds ed analizzando i risultati secondo l'equazione (5.26); a quel punto si può applicare la stessa equazione (5.26) per ottenere il rendimento  $\eta_{os}$ .

### Metodo KSRC

Un altro approccio è stato proposto dal Krylov State Research Center (KSRC), in base al quale l'effetto scala è stimato utilizzando i calcoli delle caratteristiche di funzionamento in condizioni di elica isolata per eliche con caratteristiche geometriche simili alle 'Serie B' di Wageningen (Voitkounsky, 1985).

A partire dalla conoscenza delle relazioni

$$\left. \begin{aligned} 1 - \frac{K_T}{K_{T_i}} &= f(Rn, K_T) \\ 1 - \frac{\eta_o}{\eta_{o_i}} &= g(Rn, K_T) \end{aligned} \right\} \quad (5.27)$$

dove il suffisso  $i$  indica che si tratta dei valori di  $K_T$  ed  $\eta_o$  in fluido ideale, è possibile determinare le caratteristiche idrodinamiche dell'elica al numero di Reynolds nave  $Rn_s$  quando siano note le caratteristiche modello  $K_{T_m}$ ,  $K_{Q_m}$ ,  $j$  e  $Rn_m$ .

Inizialmente, in funzione delle grandezze  $K_{T_m}$  e  $Rn_m$  si determinano, grazie alle formule (5.27), i valori

$$\left(1 - \frac{K_T}{K_{T_i}}\right)_{Rn_m} \quad \text{e} \quad \left(1 - \frac{\eta_o}{\eta_{o_i}}\right)_{Rn_m}$$

e successivamente le caratteristiche dell'elica modello in fluido ideale

$$\frac{K_{T_m}}{K_{T_i}} = 1 - f(Rn_m, K_{T_m}) \quad \Rightarrow \quad K_{T_i} = \frac{K_{T_m}}{1 - f(Rn_m, K_{T_m})} = \frac{K_{T_m}}{1 - \left(1 - \frac{K_{T_m}}{K_{T_i}}\right)_{Rn_m}}$$

e

$$\frac{\eta_{o_m}}{\eta_{o_i}} = 1 - g(Rn_m, K_{T_m}) \quad \Rightarrow \quad \eta_{o_i} = \frac{\eta_{o_m}}{1 - g(Rn_m, K_{T_m})} = \frac{\eta_{o_m}}{1 - \left(1 - \frac{\eta_o}{\eta_{o_i}}\right)_{Rn_m}}$$

Per una valutazione pratica dell'effetto scala sulle caratteristiche idrodinamiche delle eliche navali possono essere utilizzati grafici quali quelli riportati in Figura 5.8, nei quali sono fornite, per la subserie B-4, le variazioni relative dei coefficienti di spinta  $(1 - K_T/K_{T_i})$  e di rendimento  $(1 - \eta_o/\eta_{o_i})$  in funzione del numero di Reynolds e del coefficiente di spinta  $K_T$ .

Tali diagrammi possono essere approssimati con le formule

$$1 - \frac{K_T}{K_{T_i}} = 0.7211 e^{-0.688K_T} \cdot Rn^{-0.160} \quad (5.28)$$

$$1 - \frac{\eta_o}{\eta_{o_i}} = 1.55 e^{-7K_T} \cdot Rn^{-0.102} \quad (5.29)$$

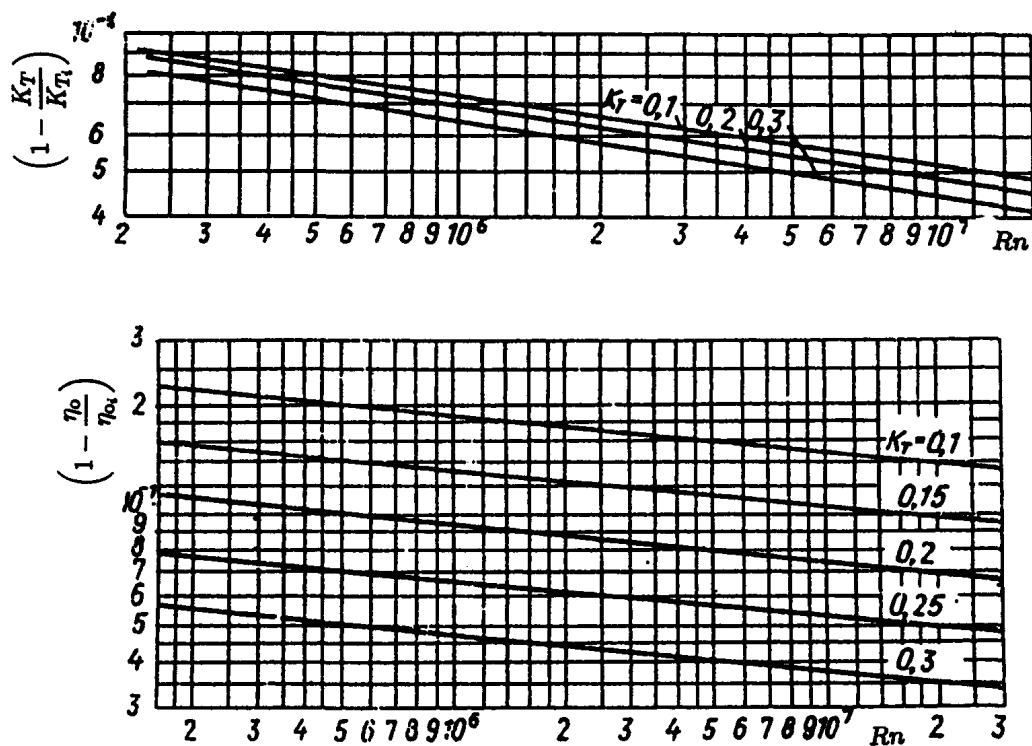


Figura 5.8. Dipendenza dei coefficienti di spinta e di rendimento dell'elica isolata dal numero di Reynolds e dal carico dell'elica

Le formule (5.28) e (5.29) ed i grafici relativi sono validi entri i seguenti campi di definizione delle variabili:  $0.05 \leq K_T \leq 0.35$ ,  $3 \cdot 10^5 \leq Rn \leq 3 \cdot 10^7$ ,  $0.55 \leq A_E/A_0 \leq 0.85$ .

Poichè, di solito, l'effetto scala sul coefficiente di spinta è piccolo, e lo stesso coefficiente al vero in fluido reale avrà un valore intermedio tra il valore modello e quello al vero in fluido ideale, si ipotizza che mediamente sia

$$K_{T_s} \approx \left( \frac{K_{T_m} + K_{T_i}}{2} \right)$$

Successivamente, in base alle grandezze  $K_{T_s}$  e  $Rn_s$  si determinano i valori

$$\left( 1 - \frac{K_T}{K_{T_i}} \right)_{Rn_s} \quad \text{e} \quad \left( 1 - \frac{\eta_o}{\eta_{o_i}} \right)_{Rn_s}$$

Infine, le caratteristiche al vero sono determinabili in funzione del numero di Reynolds al vero come

$$\left. \begin{aligned} K_{T_s} &= K_{T_i} \cdot \left[ 1 - \left( 1 - \frac{K_T}{K_{T_i}} \right)_{Rn_s} \right] \\ \eta_{o_s} &= \eta_{o_i} \cdot \left[ 1 - \left( 1 - \frac{\eta_o}{\eta_{o_i}} \right)_{Rn_s} \right] \\ K_{Q_s} &= \frac{J}{2\pi} \cdot \frac{K_{T_s}}{\eta_{o_s}} \end{aligned} \right\} \quad (5.30)$$

### Commenti

La differenza essenziale tra i metodi del BSHC e del KSRI da una parte, ed il metodo dell'ITTC dall'altra, consiste nel fatto che i primi ipotizzano che l'effetto scala sia funzione del numero di Reynolds e del carico sull'elica, mentre l'ITTC considera l'effetto del solo  $Rn$ .

È stato dimostrato che possono insorgere differenze notevoli tra i risultati delle diverse procedure di trasferimento. L'effettuazione delle correzioni per effetto scala sulle caratteristiche di funzionamento di un'elica isolata, a partire dai valori modello, non è una procedura elementare e molta attenzione andrebbe dedicata agli effetti della struttura del flusso all'interno dello strato limite ed alle variazioni dei coefficienti di resistenza e di portanza dei profili alari in dipendenza del regime di flusso.

I metodi suddetti sono stati concepiti per eliche libere. Ovviamente, sistemi compositi, quali le eliche intubate e le eliche controrotanti, presentano problemi di scalaggio del tutto particolari. Nel caso dell'elica intubata, rivestono particolare importanza le mutue interazioni tra elica, mantello e carena. Nel caso delle *vane wheels*, il sistema propulsivo risulta particolarmente sensibile agli effetti del numero di Reynolds in quanto sono basse, per l'elica in folle, sia le lunghezze di corda delle sezioni di pala che la velocità di rotazione, il che causa difficoltà nell'interpretare i dati sperimentali delle prove su modelli.



## 5.5 Serie sistematiche

Il progetto e l'analisi dell'elica navale costituiscono problemi a più variabili (diametro, giri, numero di pale, area di pala, passo, geometria delle sezioni di pala, rendimento, ecc.) che richiedono il soddisfacimento simultaneo di più obiettivi da sottoporre a vincoli multipli. Fin dagli anni '30 si comprese che, nelle fasi iniziali del progetto, la scelta corretta di un'elica sarebbe risultata semplificata se il progettista avesse potuto disporre non solo delle caratteristiche di funzionamento di un'elica, ma se avesse potuto ricorrere ai risultati relativi alle prestazioni di modelli di eliche definite in maniera sistematica. A questo scopo negli anni sono state sviluppate e sperimentate, in molti laboratori idrodinamici di tutto il mondo, molte serie sistematiche di eliche navali, a partire da quelle di Taylor (1933), di Troost (1938, 1940, 1951) e di Gawn (1952).

Il loro merito consiste nel fatto che, a partire dalle caratteristiche di elica isolata di un piccolo numero di eliche della serie, possono essere calcolate facilmente le prestazioni di qualsiasi elica che cada entro il dominio multidimensionale della serie.

Ogni serie include un certo numero di modelli di eliche (almeno 5 o 6) le cui variabili geometriche, quali il rapporto passo–diametro ed il numero di pale, sono state fatte variare mantenendo fissi gli altri parametri caratteristici, quali il diametro, il rapporto tra area espansa ed area disco, il profilo di pala, la forma delle sezioni di pala, lo spessore di pala ed il rapporto tra il diametro del mozzo ed il diametro dell'elica. Decenni di prove sperimentali hanno consentito di analizzare l'influenza dei diversi parametri geometrici delle eliche sulle caratteristiche di funzionamento delle stesse, così come di sviluppare diagrammi di progetto per la scelta migliore possibile del diametro e del numero di giri. I dati cinematici e dinamici delle serie sistematiche sono basati su prove sperimentali in vasche di rimorchio e/o in gallerie di cavitazione. Generalmente si è ipotizzato che le eliche operino in flusso uniforme.

Le eliche di serie oggi disponibili coprono in pratica tutto il campo dei possibili regimi idrodinamici, dal regime dislocante a quello planante. Sono disponibili molti diagrammi di funzionamento di eliche, che forniscono le informazioni relative in varie forme e modalità, ognuna più confacente allo specifico problema progettuale, evidenziando le caratteristiche di spinta e di momento torcente per diverse geometrie di pala e per diverse condizioni cinematiche di funzionamento.

I risultati sperimentali di molte serie sistematiche sono stati elaborati mediante l'applicazione di metodi d'analisi di regressione, allo scopo di sviluppare le equazioni rappresentative delle caratteristiche di funzionamento delle eliche isolate. Tali equazioni possono essere utilizzate direttamente per risolvere al computer problemi relativi sia al progetto che all'analisi delle eliche navali.

Quando si confrontano le serie pubblicate, si può osservare che esiste un campo di variabilità assai ampio circa le loro caratteristiche geometriche e gli effetti sulle loro prestazioni. La Tabella 5.1 sintetizza le caratteristiche di alcune tra le più importanti serie di eliche a passo fisso e non intubate (FPP), subcavitanti e transcavitanti, con l'unico scopo di fornire una prima linea guida per una scelta rapida della serie più opportuna nelle fasi iniziali del progetto. Per le serie

di eliche transcavitanti, supercavitanti e ventilate è riportato anche l'intervallo del numero di cavitazione  $\sigma_o$ , per valori discreti del quale sono stati pubblicati i diagrammi di funzionamento.

Serie	$A_E/A_0$	$P/D$	$Z$	$\sigma_o$
B–Wageningen	0.30 ÷ 1.05	0.40 ÷ 1.40	2,3,4,5,6,7	–
SSPA	0.75 ÷ 1.20	0.75 ÷ 1.20	3,5	–
Gawn	0.20 ÷ 1.10	0.40 ÷ 2.00	3	–
Newton–Rader	0.48 ÷ 0.95	1.04 ÷ 2.08	3	5.50 ÷ 0.25
Gawn–Burrill	0.51 ÷ 1.18	0.60 ÷ 2.00	3	6.30 ÷ 0.50
SK	0.65 ÷ 1.10	1.00 ÷ 2.20	3	1.30 ÷ 0.30
KSRI	0.80 ÷ 1.40	1.10 ÷ 1.55	5	2.00 ÷ 0.40
Rolla	0.80	0.90 ÷ 1.60	4	2.50 ÷ 0.20

Tabella 5.1. Caratteristiche geometriche di eliche di serie standard

Sebbene non sia possibile progettare un'elica adattata alla scia mediante l'utilizzo di serie sistematiche, i risultati ottenuti dai calcoli con eliche di serie servono a produrre dati essenziali (diametro e numero di giri) per il progetto, con i metodi della teoria vorticale, di un'elica da accoppiare ad una specifica configurazione di carena. Inoltre, anche quando il progetto dell'elica finale venga effettuato con codici sofisticati, le informazioni preliminari derivate da diagrammi o da polinomiali di regressione delle curve di funzionamento di eliche di serie possono essere molto utili sia per la scelta puntuale dell'apparato motore e dell'eventuale riduttore, sia per il progetto preliminare della linea d'assi, così come per il calcolo delle vibrazioni torsionali.

Al livello della fase concettuale del progetto di una nave, i risultati delle serie sistematiche possono essere utilizzati per fornire:

- i mezzi per definire la geometria di un'elica con una buona stima del suo rendimento, per qualunque combinazione dei parametri progettuali entro il campo della serie.
- una stima dell'effetto della variazione dei parametri progettuali sulle prestazioni e sul rendimento dell'elica, definendone successivamente le combinazioni ottimali.
- uno standard di prestazioni con le quali potere confrontare progetti singoli ottenuti con metodi teorici.

L'utilizzo delle serie sistematiche comporta la limitazione che, una volta scelta l'elica, devono essere mantenuti fissi il raggio del mozzo, il profilo di pala e le caratteristiche geometriche ed aerodinamiche delle sezioni di pala. Altre limitazioni delle serie sistematiche sono generalmente legate all'impossibilità per ogni serie di coprire qualsiasi condizione operativa imposta in sede progettuale.

### 5.5.1 Serie B

Tra le serie sistematiche, la 'Serie B' di Wageningen è la più utilizzata, in quanto è probabilmente la più estesa ed in quanto possiede rendimenti soddisfacenti e buone proprietà cavitative.

A partire dal lavoro di Baker & Riddle (1932, 1934), Troost (1938) sviluppò la ‘Serie A4.40’, caratterizzata da sottili apici di pala e da profili alari su tutte le sezioni di pala. Poiché tale serie aveva rendimenti sfavorevoli in presenza di cavitazione e forniva prestazioni inadeguate in marcia indietro, vennero progettate eliche con apici di pala più larghi, e con sezioni alari verso il mozzo e sezioni lenticolari verso gli apici (Troost, 1940). La serie originaria fu completata dallo stesso Troost (1951) alla fine degli anni '40 con le eliche da 2 a 5 pale aventi rapporti  $A_E/A_0 = 0.30 \div 0.70$ , per cui nel mondo navale fu nota per lungo tempo come ‘Serie di Troost’. Tali eliche furono designate come ‘Serie B’, sponsorizzate dalla United States Navy. Negli anni '50 e '60 la serie fu ampliata alla Vasca di Wageningen - l'attuale MARIN, allora nota come NSMB (Netherlands Ship Model Basin) - introducendo modelli con un maggiore numero di pale ( $Z = 6, 7$ ) ed ulteriori valori del rapporto  $A_E/A_0$ .

La Figura 5.9 mostra il profilo geometrico dei modelli della subserie a 4 pale, per diversi valori del rapporto  $A_E/A_0$ . Si osservi che le eliche di questa serie sono denotate con la sigla  $BZ.y$ , dove la lettera  $B$  individua la serie,  $Z$  è il numero di pale ed  $y$  indica il rapporto di area espansa.

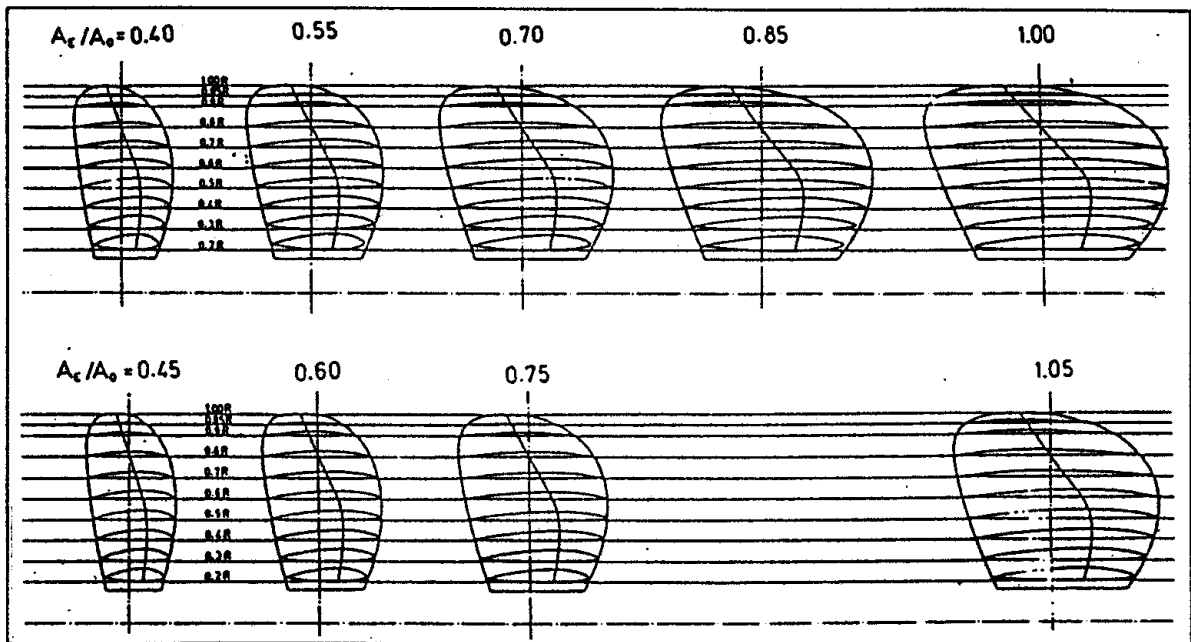


Figura 5.9. Profilo geometrico dei modelli delle subserie ‘B4’ e ‘B5’

La serie comprende complessivamente 120 modelli di eliche di 240 mm di diametro ed un'ampia gamma del numero di pale ( $Z = 2 \div 7$ ), del rapporto di area espansa ( $A_E/A_0 = 0.30 \div 1.05$ ) e del rapporto di passo costruttivo ( $P/D = 0.40 \div 1.40$ ). Tutte le eliche della serie hanno passo radialmente costante, tranne che per le eliche a quattro pale che presentano il passo ridotto del 20% alla radice di pala.

L'estensione della serie, in termini di relazione tra numero di pale e rapporti di area espansa, è riportata in Tabella 5.2, dove si può osservare che la serie comprende una ventina di subserie definite dai due parametri  $Z$  e  $A_E/A_0$ .

Dall'analisi dei risultati sperimentali apparve chiaro che esisteva una certa incongruenza nell'andamento dei diagrammi di funzionamento di parecchi modelli della serie, il che fu attribuito al diverso effetto scala subito dai vari modelli che erano stati costruiti con diametri differenti. Inoltre, i risultati erano stati ottenuti da prove condotte in differenti condizioni ed utilizzando diverse attrezzature sperimentali. Allo scopo di riportare tutte le caratteristiche di funzionamento alle stesse condizioni, furono applicate alcune correzioni ai risultati delle prove originarie che tenessero conto degli effetti tridimensionali (effetto cascata) e della differenza tra i numeri di Reynolds.

$Z$	$A_E/A_0$
2	0.30, 0.38
3	0.35, 0.50, 0.65, 0.80
4	0.40, 0.55, 0.70, 0.85, 1.00
5	0.45, 0.60, 0.75, 1.05
6	0.50, 0.65, 0.80
7	0.55, 0.70, 0.85

Tabella 5.2. Valori di  $A_E/A_0$  in funzione del numero di pale

La serie fu perciò riesaminata tenendo conto delle differenze nelle procedure di prova. I risultati di questo lavoro furono presentati da van Lammeren et al. (1969) sotto forma di diagrammi di funzionamento  $K_T = K_T(J)$ ,  $K_Q = K_Q(J)$ . Il lavoro di analisi e di affinamento dei dati svolto da Oosterveld (1971) consentì di effettuare analisi dettagliate di regressione sulle caratteristiche delle prestazioni fornite dalle eliche della serie. Per la seconda correzione fu utilizzato un numero di Reynolds di riferimento ( $Re = 2 \times 10^6$ ). Tutti i dati sperimentali furono rianalizzati, corretti e presentati da Oosterveld e van Oossanen (1974), i quali resero espliciti i risultati di questo lavoro rappresentando le caratteristiche di funzionamento di un'elica isolata della serie per il suddetto numero di Reynolds, sotto di forma di polinomiali del sesto ordine della forma:

$$\left. \begin{aligned} K_T &= \sum_{i=1}^{37} C_i J^{s_i} (P/D)^{t_i} (A_E/A_0)^{u_i} Z^{v_i} \\ K_Q &= \sum_{j=1}^{49} C_j J^{s_j} (P/D)^{t_j} (A_E/A_0)^{u_j} Z^{v_j} \end{aligned} \right\} \quad (5.31)$$

dove i valori dei coefficienti  $C$  e degli esponenti  $s, t, u, v$  sono reperibili nel lavoro suddetto.

Le equazioni (5.31) consentono di determinare le curve di funzionamento delle eliche isolate per valori discreti  $Z$ , e valori qualsiasi dei parametri della serie  $A_E/A_0$ ,  $P/D$  e  $J$ , entro i suddetti intervalli di area espansa e di rapporto di passo (Tab. 5.1).

La Figura 5.10 mostra diverse curve di funzionamento per le eliche della subserie con  $Z = 4$  ed  $A_E/A_0 = 0.55$ , le quali evidenziano l'influenza del passo costruttivo sui coefficienti di spinta e di momento torcente, nonché sul rendimento dell'elica isolata.

L'ulteriore elaborazione dei risultati di questa serie ha consentito il calcolo delle caratteristiche idrodinamiche delle eliche al vero che funzionano a numeri di Reynolds assai superiori a quelli relativi ai modelli sperimentali. Per effetto del minore spessore relativo dello strato limite, in un'elica al vero si hanno valori di  $K_T$  e  $K_Q$  rispettivamente superiori ed inferiori a quelli prodotti dalle equazioni (5.31).

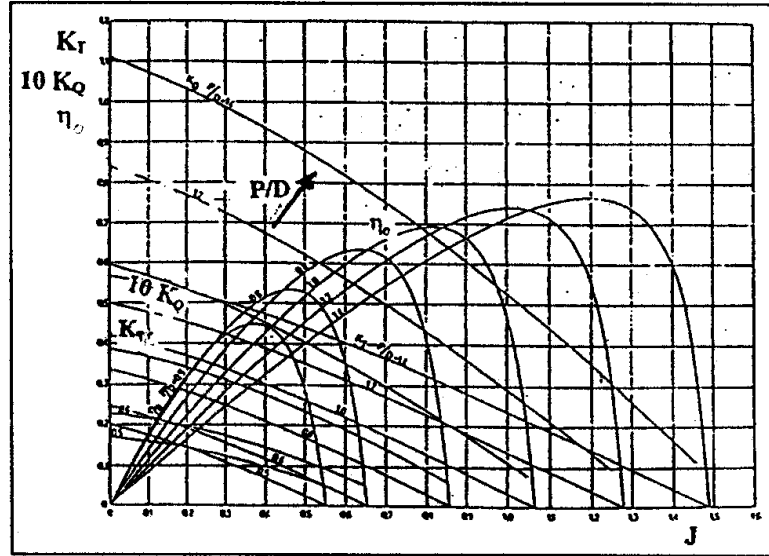


Figura 5.10. Curve di funzionamento della subserie B4.55

La correzione derivata da Oosterved e van Oossanen (1974) fa uso del metodo del *profilo equivalente*, sviluppato da Lerbs (1951), in base al quale si suppone che gli effetti del numero di Reynolds influenzino solamente il coefficiente di resistenza  $C_D$  della sezione di pala a  $0.75R$ . Per estendere i risultati sperimentali al calcolo delle caratteristiche di funzionamento di un'elica della 'Serie B' a numeri di Reynolds compresi nell'intervallo  $2 \times 10^6 \div 2 \times 10^9$ , i coefficienti di spinta e momento torcente furono espressi nella forma

$$\left. \begin{aligned} K_{T(Rn)} &= K_{T(Rn=2 \times 10^6)} + \Delta K_{T(Rn)} \\ K_{Q(Rn)} &= K_{Q(Rn=2 \times 10^6)} - \Delta K_{Q(Rn)} \end{aligned} \right\} \quad (5.32)$$

dove le correzioni  $\Delta K_T(J, P/D, A_E/A_0, Z, Rn, t/c)$  e  $\Delta K_Q(J, P/D, A_E/A_0, Z, Rn, t/c)$  sono fornite da ulteriori polinomiali che, ovviamente, sono funzione anche del numero di Reynolds e del rapporto di spessore massmo del profilo.

I valori  $\Delta K_T$  e  $\Delta K_Q$  furono ottenuti tenendo conto del fatto che il numero di Reynolds relativo all'elica al vero deve essere comprensivo dell'effetto del rapporto di spessore al vero  $(t/c)'$ , determinato in base a criteri di robustezza e cavitazione. Può accadere che sia  $(t/c)'_{0.75R} > (t/c)_{0.75R}$ , essendo quest'ultimo il valore per i modelli della 'Serie B', definito dalla relazione

$$(t/c)_{0.75R} = \frac{Z \cdot (0.0185 - 0.00125Z)}{2.073 A_E/A_0}$$

In tal caso, il numero di Reynolds al vero risulta derivabile dall'espressione:

$$Rn = \exp \left\{ 4.6052 + \left[ \frac{1 + 2 \left( \frac{t}{c} \right)'_{0.75R}}{1 + 2 \left( \frac{t}{c} \right)_{0.75R}} \right]^{0.5} \cdot (\ln Rn_{0.75R} - 4.6052) \right\}$$

dove  $Rn_{0.75R}$ , basato sul valore medio  $J = 1.0$  e sulla lunghezza di corda a  $0.75R$ , per tutti i modelli della serie vale

$$Rn_{0.75R} = 2 \times 10^6 \cdot \frac{A_E}{A_0} \cdot \frac{1}{Z}$$

Ciò ha consentito di traslare le curve sperimentali di resistenza  $C_D$  dei profili a  $0.75R$ , diagrammati in funzione dell'angolo d'incidenza, in modo che il coefficiente di resistenza  $C_{D_{min}}$  della sezione di pala equivalente coincida con il coefficiente di resistenza calcolato teoricamente in base alla formula di Hoerner (1975) come

$$C_{D_{min}} = 2C_F \cdot \left[ 1 + 2 \left( \frac{t}{c} \right)_{0.75R} + 60 \left( \frac{t}{c} \right)_{0.75R}^4 \right]$$

dove il coefficiente di resistenza d'attrito  $C_F$ , dipendente dal numero di Reynolds, può essere determinato secondo la linea ITTC.

Noti i coefficienti  $C_L$  e  $C_D$ , nonché l'angolo d'incidenza del profilo, furono dedotti i coefficienti corretti di spinta e di momento torcente, derivando, infine, le correzioni  $\Delta K_T$  e  $\Delta K_Q$ .

Fu introdotta successivamente una variante della serie, designata come 'Serie BB', in quanto si aveva la sensazione che verso l'apice le eliche della 'Serie B' avessero lunghezze di corda inadeguate. Di conseguenza, la 'Serie BB' presenta un nuovo profilo di pala con apici più larghi rispetto alla forma base. Tuttavia, questa serie, costituita da pochi modelli, non ha trovato utilizzo significativo.

### 5.5.2 Serie Gawn

La serie di eliche, i cui risultati furono presentati da Gawn (1952), comprende un insieme di trentasette eliche a tre pale che coprono un intervallo assai ampio dei rapporti di passo ( $P/D$  0.60-2.00) e di rapporti di area sviluppata ( $A_D/A_0 = 0.20-1.10$ ), sebbene i risultati siano utili a partire da  $A_E/A_0 > 0.65$  a causa del tipo di applicazione di queste eliche e del tipo di sezioni utilizzate (profili lenticolari).

Ogni modello della serie ha un diametro di 503 mm, per cui sono stati evitati molti problemi connessi agli effetti scala prodotti dai modelli di eliche con diametri inferiori (200÷300 mm). Tutte le eliche hanno sia il passo che il rapporto di spessore massimo radialmente costante ( $t_m/c = 0.06$ ), per cui la distribuzione radiale dello spessore è lineare, ed hanno raggio del mozzo fisso e pari a  $r_h = 0.2R$ . I profili della pala sviluppata hanno forma ellittica con i vertici dell'asse verticale posizionati sull'apice ed a  $0.1R$ . La Figura 5.11 mostra il profilo di pala delle eliche di questa serie, che fu provata nella Vasca di Haslar con regresso da zero al 100%.

Allo scopo, le prove furono condotte a velocità di rotazione varianti tra 250 e 500 giri al minuto, con i valori inferiori associati ai modelli con elevato regresso e grande rapporto di passo, per evitare sovraccarico al dinamometro e rischi di ventilazione. Di questa serie non sono note le caratteristiche di funzionamento in condizioni di cavitazione.

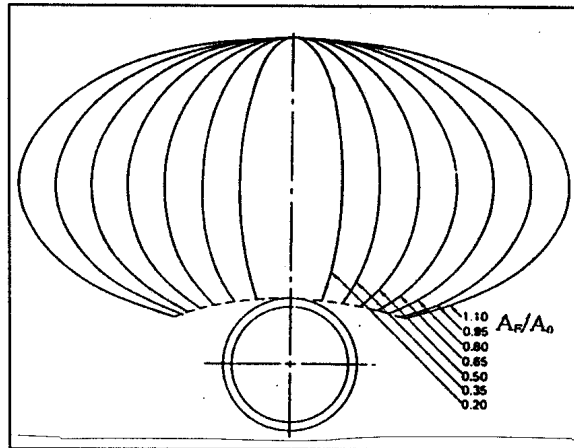


Figura 5.11. Profili di pala della ‘Serie Gawn’

A dispetto della geometria di pala in certa misura obsoleta, questa serie è stata progettata per coprire una zona di funzionamento importante per le eliche navali, corrispondente a quella delle carene semidislocanti. È ancora utilizzata nelle fasi iniziali del progetto di navi militari e di grandi imbarcazioni veloci, soprattutto in virtù dell’ampia latitudine dei valori di  $P/D$  e di  $A_E/A_0$ .

Blount e Hubble (1981) hanno sviluppato una serie di equazioni di regressione che forniscono le caratteristiche di funzionamento per le eliche della ‘Serie Gawn’. Si raccomanda di utilizzare tali equazioni per  $0.8 \leq P/D \leq 1.4$ , sebbene le stesse siano state definite per rapporti di passo estesi da 0.6 a 1.6. Ciò è dovuto al fatto che, inevitabilmente, le formulazioni derivate da analisi di regressione tendono a degradarsi verso i limiti esterni della popolazione del campione.

### 5.5.3 Serie AU

Questa serie, sviluppata in Giappone (Yazaki, 1962), è per molti versi complementare alla ‘Serie B’ di Wageningen in quanto ha i parametri geometrici fondamentali all’interno del campo di definizione della serie olandese, sebbene non abbia raggiunto una pari popolarità. Comprende sessantotto modelli di eliche con  $Z = 4 \div 7$ ,  $A_E/A_0 = 0.400 \div 0.758$ ,  $P/D = 0.4 \div 1.2$ , tutti con  $\bar{r}_h = 0.18$  e  $t_m/c = 0.05$ . Le pale delle eliche sono costituite dalle particolari sezioni AU, che danno il nome alla serie.

### 5.5.4 Serie KCA

La ‘Serie KCA’, nota anche come ‘Serie Gawn–Burrill’, è complementare alla ‘Serie Gawn’, in quanto consente di considerare gli effetti cavitativi sulle prestazioni di quest’ultima. Comprende trenta modelli, tutti a 3 pale, con rapporti di passo che vanno da 0.60 a 2.00 e rapporti d’area avilupata da 0.50 a 1.10. Tale serie copre, quindi, un intervallo di parametri geometrici simile a quello della ‘Serie Gawn’, con gli stessi estremi superiori di  $P/D$  e di  $A_E/A_0$ , ma con limiti inferiori leggermente più alti.

Le eliche della ‘Serie KCA’ hanno tutte passo radialmente costante, sezioni lenticolari nella zona superiore della pala, mentre nella zona inferiore la faccia piana risulta sollevata sui bordi d’ingresso e d’uscita (Fig. 5.12). Il profilo di pala è ellittico. Lo spessore massimo adimensionale della sezione di pala dell’elica madre è pari a  $t_m/c = 0.045$ . Il diametro del mozzo è pari a  $0.2D$ .

Tale serie fu provata nella galleria di cavitazione dell’Università di Newcastle–upon–Tyne a sei differenti valori del numero di cavitazione, definito rispetto alla velocità d’avanzo della corrente libera e pari a  $\sigma_o = 7.50, 5.30, 2.00, 1.50, 0.75, 0.50$ . La ‘Serie KCA’ consente di valutare fin dal progetto iniziale gli effetti delle prestazioni di un’elica in condizioni di cavitazione. Nonostante l’assenza di dati a bassi valori di  $J$ , dovuta ai limiti fisici della galleria di cavitazione utilizzata, la ‘Serie KCA’, se usata in combinazione con la ‘Serie Gawn’, consente di trattare un ampio spettro di situazioni propulsive di scafi veloci semidislocanti e semiplananti.

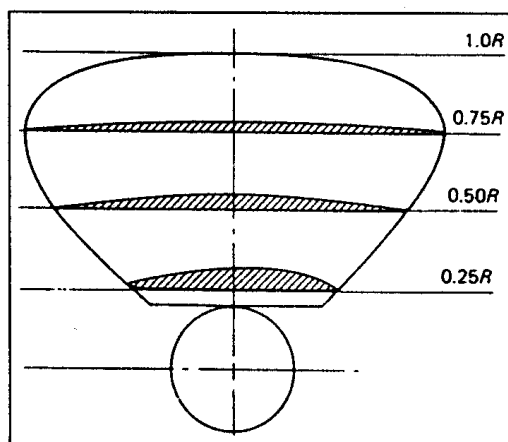


Figura 5.12. Profilo di pala della ‘Serie KCA’

Blount & Hubble (1981) furono i primi a fornire un’analisi matematica delle caratteristiche delle eliche di questa serie. Formularono, per le condizioni di elica isolata, polinomiali analoghe a quelle della ‘Serie B’ di Wageningen. Per le condizioni cavitative derivarono relazioni approssimate per i coefficienti di carico di spinta  $\tau_c$  e di momento torcente  $q_c$ . Dimostrarono, in base ai dati sperimentali, che  $\tau_c$  e  $q_c$  sono indipendenti dal numero di cavitazione quando questa è completa e che, nella zona di transizione (cavitazione parziale), dipendono linearmente dal numero di cavitazione. Su queste basi fu ottenuta una descrizione matematica delle caratteristiche di funzionamento della ‘Serie Gawn–Burrill’, semplicemente convertendo  $\tau_c$  e  $q_c$  in  $K_T$  e



$K_Q$ . Il confronto tra i valori derivati teoricamente ed i dati sperimentali mostrò che esistevano discrepanze rilevanti, specie a bassi valori del numero di cavitazione.

Yossifov et al. (1984) introdussero modifiche al lavoro di Blount & Hubble per incorporare correttamente le caratteristiche delle prestazioni di un-elica cavitante. Mediante un'analisi di regressione lineare multipla, descrissero le caratteristiche di funzionamento della serie nella forma

$$\left. \begin{aligned} K_T &= \sum_{i=1}^k A_i \left( \frac{J - 0.55}{1.65} \right)^{a_i} \cdot (G)^{b_i} \cdot \left( \frac{P}{D} - 1 \right)^{c_i} \cdot \left( \frac{A_E}{A_0} \right)^{d_i} \\ 10 K_Q &= \sum_{j=1}^k B_j \left( \frac{J - 0.55}{1.65} \right)^{l_j} \cdot (G)^{p_j} \cdot \left( \frac{P}{D} - 1 \right)^{q_j} \cdot \left( \frac{A_E}{A_0} \right)^{s_j} \end{aligned} \right\} \quad (5.33)$$

essendo

$$G = e \{ -0.3 | \ln(\sigma/2.5) |^3 \}$$

Le curve di funzionamento analitiche così derivabili riproducono abbastanza accuratamente le curve sperimentali.

### 5.5.5 Serie Ma

La ‘Serie Ma’, detta anche ‘Serie Lindgren’, fu sviluppata alla Vasca SSPA. È costituita da trentadue modelli di eliche a 3 e 5 pale, con  $P/D = 1.00 \div 1.45$  e  $A_E/A_0 = 0.75 \div 1.20$ . Tutte le eliche hanno passo radialmente costante con profili di pala quasi ellittici e sezioni di pala con dorso quasi circolare. Il diametro del mozzo è pari a  $0.19D$ , mentre lo spessore massimo varia tra le eliche della serie. Le caratteristiche geometriche fondamentali degli otto modelli della serie sono riassunte in Tabella 5.3.

$Z$	3	3	3	3	5	5	5	5
$P/D$	1.000	1.150	1.300	1.450	1.000	1.152	1.309	1.454
$A_E/A_0$	0.750	0.900	1.050	1.200	0.750	0.900	1.050	1.200
$t_m/c$	0.063	0.058	0.053	0.053	0.054	0.050	0.046	0.042

Tabella 5.3. Caratteristiche della ‘Serie Ma’

Le eliche di questa serie furono provate sia in vasca di rimorchio che in galleria di cavitazione, per cui forniscono un insieme di dati ragionevolmente completo per il progetto concettuale. I risultati sono presentati sia come curve di funzionamento che sotto forma di diagrammi progettuali. Sebbene la geometria della ‘Serie Ma’ sia datata, può essere considerata complementare alla ‘Serie Gawn’ ed alla ‘Serie KCA’ per il progetto di eliche di carene veloci.

### 5.5.6 Serie Newton-Rader

La ‘Serie Newton-Rader’ è stata largamente utilizzata nel progetto di eliche supercavitanti, ossia per i regimi di flusso nei quali è molto probabile che si sviluppi una cavitazione non trascurabile. È costituita da dodici modelli di eliche a 3 pale, concepite sostanzialmente per la propulsione di scafi plananti. La serie fu progettata per coprire l'intervallo  $P/D = 1.04 \div 2.08$ , con  $A_E/A_0 = 0.48, 0.71, 0.95$  (Newton & Rader, 1961).

Il modello madre della serie, che fu sviluppato per rispondere ad un problema progettuale reale, ha rapporto d'area espansa  $A_E/A_0 = 0.75$ , rapporto di passo radialmente costante pari a  $P/D = 1.25$ , ed una distribuzione di spessore nonlineare con  $t_m/c = 0.06$ . La forma della sezione di pala fu costruita sovrapponendo ad una linea mediana NACA  $a=1.0$  uno spessore quasi ellittico. La serie fu progettata in modo che tutte le eliche avessero la stessa distribuzione di curvatura del modello madre. Poiché all'epoca erano limitati i dati disponibili da esperienze al vero con eliche transcavitanti, risultò necessario modificare la geometria della sezione per evitare l'innesco della cavitazione; la modifica comportò il sollevamento del bordo di ingresso fino ad ottenere la geometria riportata in Figura 5.13.

Ogni modello della serie fu provato in galleria di cavitazione a nove diversi indici di cavitazione, pari a  $\sigma_o = 0.25, 0.30, 0.40, 0.50, 0.60, 0.75, 1.00, 2.50, 5.50$ . Durante le prove il numero di Reynolds, calcolato al raggio  $\bar{r} = 0.7$ , fu fatto variare da  $Rn = 7.1 \times 10^5$  per l'elica con la pala più stretta fino a  $Rn = 4.5 \times 10^6$  per l'elica con la pala più larga.

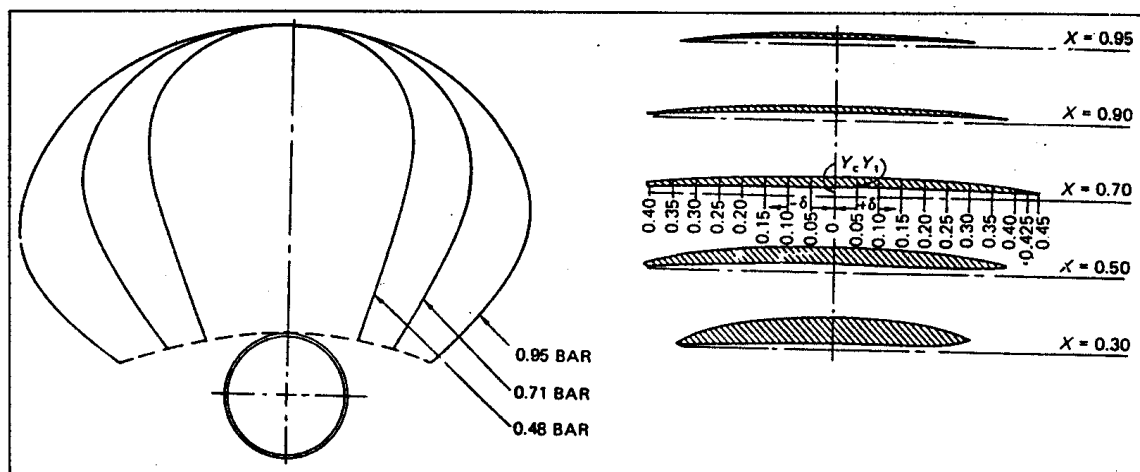


Figura 5.13. Profilo e sezioni di pala della ‘Serie Newton-Rader’

Kozhukarov & Zlatev (1982) presentarono le polinomiali di regressione per le eliche della ‘Serie Newton-Rader’. Tali equazioni hanno struttura equivalente a quelle sviluppate per le eliche della ‘Serie Gawn-Burrill’. Le condizioni di elica isolata in assenza di cavitazione sono state equiparate a quelle con  $\sigma = 2.50$ .

### 5.5.7 Serie KA

La ‘Serie KA’ di eliche intubate, con mantelli acceleranti, fu realizzata nella Vasca di Wageningen (Oosterveld, 1973). Le eliche di questa serie hanno rapporti  $A_E/A_0 = 0.55 \div 1.00$  ed un numero di pale pari a  $Z = 3, 4$ . Hanno apici di pala relativamente ampi, passo radialmente costante e sezioni di pala lenticolari. Le sezioni verso l’apice sono piuttosto lunghe per evitare danneggiamenti, specialmente durante la navigazione invernale in ghiaccio. I profili di area espansa dei modelli di queste eliche sono illustrati in Figura 5.14.

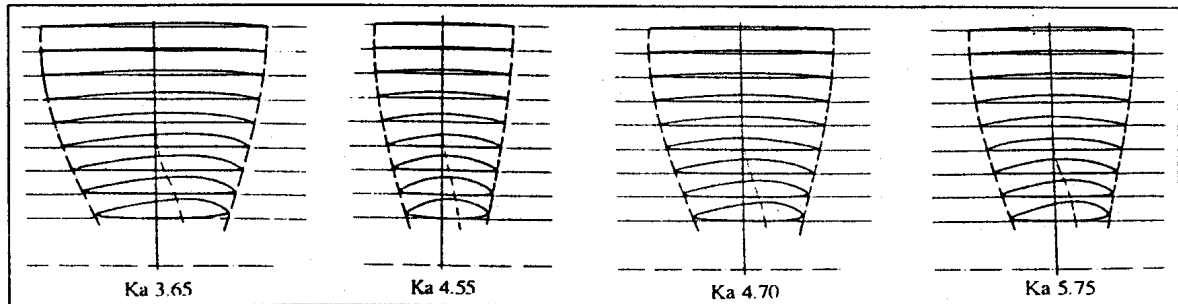


Figura 5.14. Profili di pala della ‘Serie KA’

Tra i numerosi mantelli acceleranti sperimentati, quelli di maggiore rendimento sono quelli designati come ‘19A’, ‘21’, ‘22’, ‘23’, ‘24’, che hanno lo stesso profilo longitudinale ma diversi rapporti lunghezza–diametro rispettivamente pari a  $L/D = 0.50, 0.70, 0.80, 0.90, 1.00$ . Per le operazioni in marcia indietro è preferibile il mantello ‘37’, che ha una forma quasi identica del profilo sul bordo d’ingresso e su quello d’uscita, e che presenta un rapporto  $L/D = 0.50$ . In generale, nella pratica della marina mercantile, i mantelli applicati più comunemente sono il ‘19A’ ed il ‘37’ (Fig. 5.15), in quanto sono facili da fabbricare avendo un lato della sezione longitudinale pressoché rettilineo, ed in quanto presentano favorevoli caratteristiche idrodinamiche.

Delle eliche della subserie KA4.70, intubate nei mantelli ‘19A’ e ‘37’, sono state effettuate misure di spinta e di momento torcente nei quattro quadranti di funzionamento.

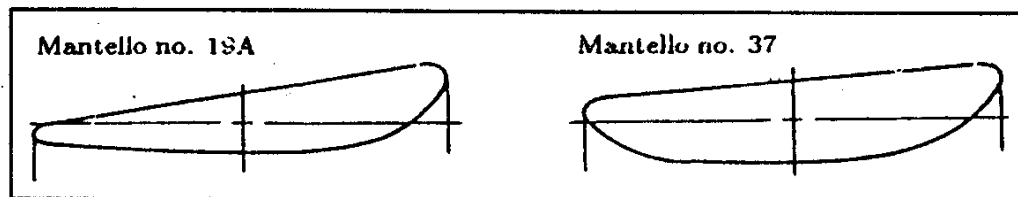


Figura 5.15. Profili delle sezioni dei mantelli ‘19A’ e ‘37’

I coefficienti  $K_T$ ,  $K_{T_d}$  e  $K_Q$ , dove  $K_{T_d}$  è il coefficiente di spinta aggiuntiva prodotta dal mantello, sono stati espressi da Oosterveld (1973), come risultato di un’analisi di regressione, mediante polinomiali nelle quali le sole variabili indipendenti sono il coefficiente d’avanzo  $J$  ed il rapporto di passo  $P/D$ .

Seguendo l'approccio di Sabit (1976), Yossifov et al. (1984) svilupparono, mediante un'analisi di regressione lineare multipla, le equazioni che forniscono le caratteristiche di rendimento ottimale dei valori di  $J$ ,  $P/D$ ,  $\eta_o$  e  $t_d$ , ottenuti sulla base di nuove prove condotte su ventotto modelli della serie, per valori predefiniti dei coefficienti progettuali di Pappel (vedi paragrafo 5.8.2).

Le equazioni hanno la seguente forma polinomiale

$$J, P/D, \eta_o, \tau = \sum_j b_{i,j} K_i^p \cdot (A_E/A_0)^q \quad (5.34)$$

dove

$b_{i,j}$  : coefficienti della regressione ( $i = 1,4$ )

$K_i$  : parametro progettuale di Pappel

$p, q$  : potenze delle variabili indipendenti

Nell'equazione (5.34) il termine  $\tau = T_d/T_p$  esprime il rapporto tra la spinta del mantello e la spinta dell'elica considerata isolata entro il mantello, essendo la spinta del sistema totale dell'elica intubata pari a  $T = T_p + T_d$ .

La Figura 5.16 mostra i valori dei rendimenti dell'elica libera B4.55 e dell'elica intubata in differenti mantelli ai regimi medio-bassi di funzionamento, ed in particolare ai bassi valori del coefficiente d'avanzo - si ricordi che è  $\delta = 1/J$ . Da questi diagrammi è del tutto evidente l'importanza di valutare l'influenza della geometria del mantello ( $\alpha_i, L/D, f/c, t/c$ ) sulla scelta del diametro ottimale.

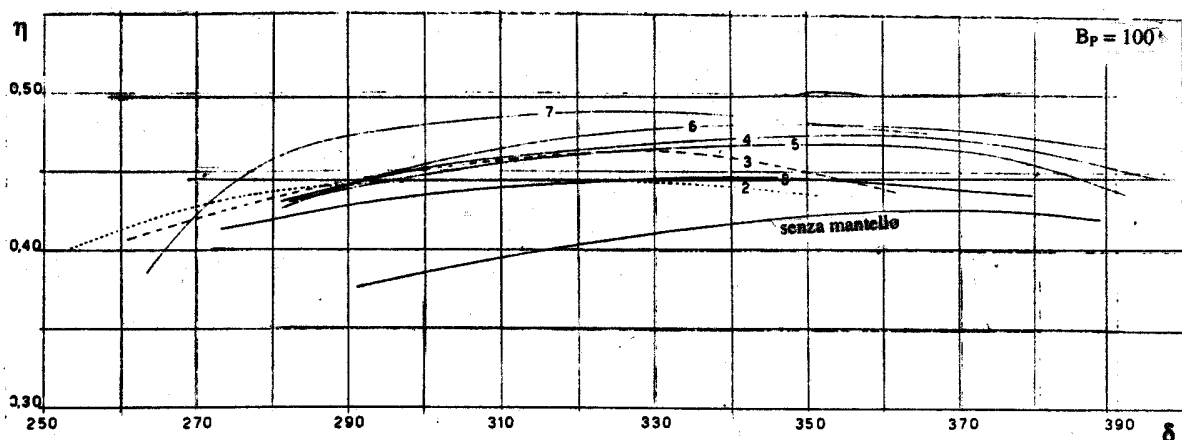


Figura 5.16. Confronto tra rendimenti di elica libera ed eliche intubate della Serie-B

Si può osservare anche che con un diametro limitato (valori inferiori di  $\delta$ ) il rendimento ottenibile è favorevolmente influenzato dall'introduzione di un mantello.

### 5.5.8 Serie KV

Sulla base dell'esperienza acquisita installando eliche della 'Serie KA' su rimorchiatori operanti sul Danubio, Vučinić–Superina (1968) sviluppò la 'Serie KV' in due varianti, una con passo fisso e l'altra con passo variabile. La geometria di pala, illustrata in Figura 5.17, risultò modificata soprattutto in base a considerazioni di robustezza, penalizzando in certa misura le notevoli prestazioni in cavitazione della serie originaria.

La serie è costituita da quattro modelli, tutti con  $Z = 3$  ed  $A_E/A_0 = 0.65$ , che si distinguono per i valori del rapporto passo–diametro pari a  $P/D = 0.6, 0.8, 1.0, 1.2$ . Allo scopo di velocizzare le decisioni nelle fasi iniziali del progetto dell'elica, anche per questa serie sono state formulate equazioni di regressione in una forma semplificata

$$K_T, K_{T_d}, K_Q = \sum C_{i,j} (P/D)^i \cdot (J)^j \quad (5.35)$$

essendo  $Z$  ed  $A_E/A_0$  parametri fissi.

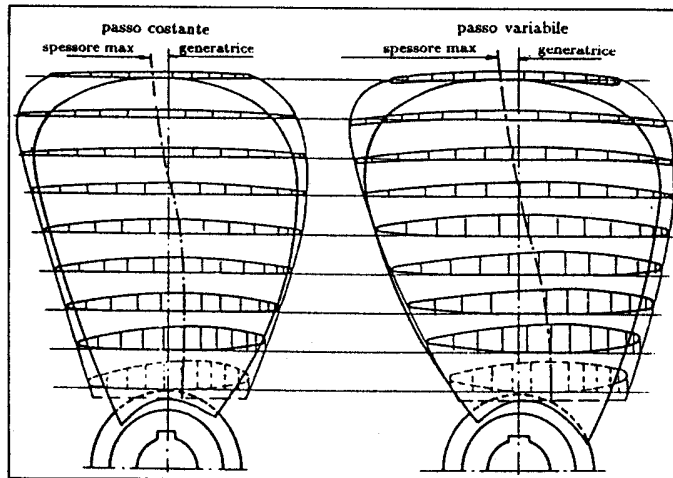


Figura 5.17. Diagrammi di funzionamento della serie KV

### 5.5.9 Serie Gutsche–Schröder

La serie di eliche Gutsche–Schröder (1963) a passo variabile comprende un insieme di cinque eliche a 3 pale. Le eliche furono progettate modificando la 'Serie Gawn', ossia riducendo a 0.05 il rapporto  $t_m/c$  ed accorciando le lunghezze di corda delle sezioni interne di pala in modo da consentire alle pale di potere ruotare completamente. Il raggio del mozzo fu aumentato a  $0.25D$  in modo da potervi installare il meccanismo di rotazione e d'inversione delle pale.

Tre dei modelli della serie avevano rapporto di passo progettuale  $P/D = 0.7$  e rapporti  $A_E/A_0 = 0.48, 0.62, 0.77$ . Gli altri due modelli avevano  $A_E/A_0 = 0.62$  e rispettivamente  $P/D = 0.5, 0.9$ . I tre modelli con  $P/D = 0.7$  furono provati, a velocità d'avanzo sia positiva che negativa, con rapporti di passo a  $0.7R$  pari a  $P/D = 1.50, 1.25, 1.00, 0.75, 0.50, 0, -0.50, -0.75, -1.00$ . Le

altre due eliche della serie furono provate in un intervallo più limitato del rapporto di passo, ossia per  $P/D = 1.00, 0.50, -0.50, -1.00$ .

### 5.5.10 Serie JD–CPP

Anche la ‘Serie JD–CPP’ (Chu et al., 1979) è una serie a passo variabile, costituita da quindici modelli di eliche a 3 pale. Le eliche furono suddivise in tre subserie, ognuna di cinque eliche, tutte aventi rapporti di area espansa rispettivamente pari a  $A_E/A_0 = 0.35, 0.50, 0.65$ , e rapporti di passo progettuali pari a  $P/D = 0.4, 0.5, 0.8, 1.0, 1.2$ . Tutte le eliche hanno un mozzo di diametro pari a  $0.28D$ . Come nel caso della ‘Serie Gutsche–Schroeder’, il rapporto di spessore massimo è pari a  $t_m/c = 0.05$ . La distribuzione di passo progettuale è costante dall’apice a  $0.6R$  per poi ridursi fino alla radice di pala.

La serie fu provata alla Shanghai Jiao Tong University, facendo variare il passo in un intervallo di  $50^\circ$  distribuito intorno alla posizione del passo progettuale. I risultati presentati per la serie in condizioni subcavitanti sono relativi ai coefficienti di spinta, di momento torcente idrodinamico e di momento torcente sul meccanismo di variazione del passo. Le condizioni sperimentali prevedevano coefficienti d’avanzo sia positivi che negativi. Sono stati forniti i coefficienti di regressione polinomiale per le equazioni relative alle caratteristiche di funzionamento.

### 5.5.11 Serie TTRI

La ‘Serie TTRI’ è una serie di eliche a passo variabile, sviluppata presso il Transportation Technical Research Institute di Tokyo (Tsuchida, 1975). È costituita da eliche a 3 pale con raggio adimensionale del mozzo pari a  $r_h/R = 0.34$ . Le sezioni di pala sono assai simili ai profili alari della ‘Serie B’. Esistono due subserie con rapporti di area espansa pari a 0.35 e 0.50, ognuno con quattro rapporti di passo pari a 0.4, 0.6, 0.8, 1.0.

Gli intervalli degli angoli di installazione  $\theta$  delle pale sul mozzo sono forniti in Tabella 5.4 in funzione del rapporto di passo iniziale.

$P/D$	0.4	0.6	0.8	1.0
$\theta$	$-25^\circ \div +20^\circ$	$-30^\circ \div +15^\circ$	$-35^\circ \div +10^\circ$	$-40^\circ \div +15^\circ$

Tabella 5.4. Angoli di installazione delle pale della Serie ‘TTRI’

Quando le pale vengono ruotate verso l’angolo negativo, la spinta ed il momento torcente delle eliche divengono gradualmente minori. La spinta diviene quasi nulla a velocità d’avanzo nulla quando gli angoli di pala sono pari a circa  $-10^\circ, -15^\circ, -20^\circ$  e  $-25^\circ$ , rispettivamente per le eliche con rapporti di passo iniziale pari a 0.4, 0.6, 0.8, 1.0.

### 5.5.12 Serie KCD

La ‘Serie KCD’ comprendeva originariamente una serie di modelli delle cui corrispondenti eliche al vero erano disponibili una serie di misure. Nacque così con lo scopo fondamentale di correlare i fenomeni osservati in galleria di cavitazione con i risultati specifici di navi al vero.

I primi tre modelli della serie, tutti con un rapporto di area espansa pari a 0.642, avevano rispettivamente 3, 4 e 5 pale; successivamente la Serie fu estesa a modelli con 6 pale. Furono provati nella galleria di cavitazione dell’Università di Newcastle-upon-Tyne a diversi indici di cavitazione, allo scopo di studiare le prestazioni dell’elica isolata in condizioni cavitative.

Dopo un decennio di prove su vari modelli, la serie crebbe fino a diciassette eliche (Burrill & Emerson, 1978). Sei di queste, compreso il modello madre, avevano  $Z = 4$ ,  $A_E/A_0 = 0.587$  e  $P/D = 0.6 \div 1.6$ . Queste eliche furono utilizzate per definire una serie di diagrammi di funzionamento  $K_T = f(J)$  e  $K_Q = g(J)$  e di diagrammi progettuali  $B_p - \delta$  agli indici di cavitazione  $\sigma_o = 2.0, 4.0, 6.0, 8.0$ . Le restanti eliche della serie furono utilizzate per esplorare gli effetti sulle prestazioni, in presenza di cavitazione, di variazioni geometriche quali uno ‘skew’ di moderata entità, una diversa distribuzione radiale del passo e differenti profili di pala. È stata resa così disponibile una quantità interessante di dati in condizioni di cavitazione, utili nella progettazione di eliche per navi mercantili.

### 5.5.13 Serie Meridian

La ‘Serie Meridian’, derivata dal progetto brevettato dalla Stone Manganese Marine Ltd, comprende quattro modelli madre aventi rapporto di area espansa  $A_E/A_0 = 0.45, 0.65, 0.85, 1.05$  (Emerson & Sinclair, 1978). Da ogni modello madre furono derivati altri cinque modelli con rapporto di passo pari a  $P/D = 0.4, 0.6, 0.8, 1.0, 1.2$ . Tutte le eliche avevano  $\bar{r}_h = 0.185$  e  $Z = 6$ . Poiché le eliche madri non sono geometricamente simili, l’interpolazione tra eliche con diversi rapporti  $A_E/A_0$  risulta assai più complicata rispetto ad una serie effettiva di ‘modelli geosim’. Anche questa serie fu provata a diversi indici di cavitazione e rappresentata sotto forma di diagrammi  $K_T$ ,  $K_Q$ , e di diagrammi di progetto  $B_p - \delta$  in condizioni di cavitazione.

### 5.5.14 Serie CRP–MARIN

Mediante la teoria della linea portante fu costruita a Wageningen una serie sistematica di eliche controrotanti (Oosterveld, 1971), consistenti di un’elica prodiera a 4 pale e di un’elica poppiera a 5 pale. Un problema tipico delle eliche controrotanti (CRP) è che i vortici di cavitazione sull’apice, generati dalle pale dell’elica prodiera, possono colpire le pale dell’elica poppiera causando inconvenienti di varia natura. In questa serie tale problema è stato evitato riducendo il diametro dell’elica poppiera sulla base della prevista contrazione del flusso dietro la prima elica nella condizione di progetto.

Le subserie delle eliche controrotanti furono progettate in maniera tale che una fosse rappresentativa delle applicazioni a navi cisterna ( $B_p = 45$ ) ed un’altra delle applicazioni a navi da

carico ( $B_p = 15$ ). Tre subserie aggiuntive completano la serie sistematica. I particolari delle caratteristiche delle CRP del MARIN sono date in Tabella 5.5.

Subserie	1		2		3		4		5	
	prora	poppa	prora	poppa	prora	poppa	prora	poppa	prora	poppa
$D_{aft}/D_{fwd}$	0.854		0.878		0.910		0.915		0.947	
$Z$	4	5	4	5	4	5	4	5	4	5
$(P/D)_{0.7R}$	0.627	0.957	0.779	1.034	0.931	1.110	1.083	1.196	1.235	1.306
$A_E/A_0$	0.432	0.507	0.432	0.515	0.432	0.523	0.432	0.531	0.432	0.539

Tabella 5.5. Particolari della serie di eliche controrotanti di Wageningen

Le prove sperimentali furono condotte per determinare le caratteristiche di elica isolata della serie, evidenziando, tra l'altro, i rapporti  $T_{aft}/T$  e  $Q_{aft}/Q$  tra i valori dell'elica poppiera e dell'elica CRP in funzione del coefficiente d'avanzo  $J$  (Fig. 5.18).

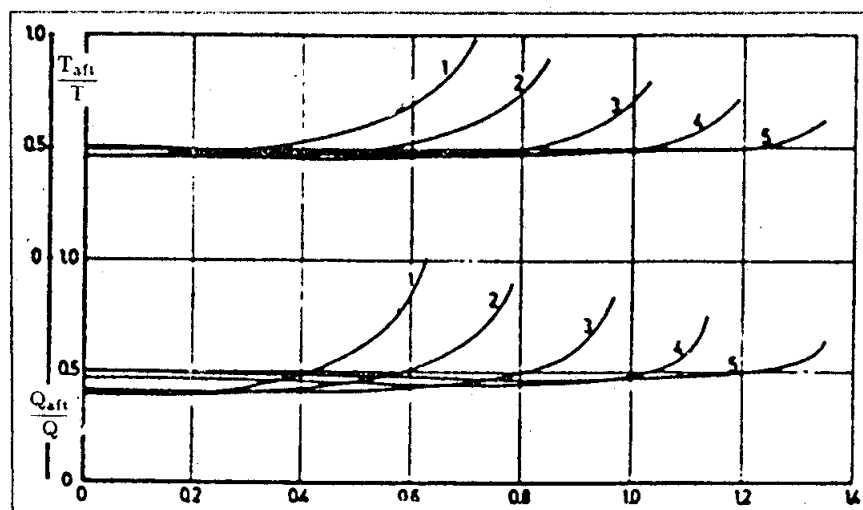


Figura 5.18. Risultati della 'Serie CRP-MARIN'

È stata sviluppata anche un'analisi di regressione per definire i coefficienti dei termini delle polinomiali mediante le quali rappresentare le caratteristiche di funzionamento.

### 5.5.15 Serie Rolla

Le eliche ventilate, note anche come *surface piercing propellers* (SPP), insieme alle eliche supercavitanti completamente immerse ed agli idrogetti sono gli unici propulsori che possono operare efficientemente a velocità molto elevate (per le SPP al di sopra dei 50 nodi). Il loro utilizzo ha lo scopo primario di ridurre il maggiore ostacolo all'operatività ad alte velocità, ossia la cavitazione, ventilando il dorso delle pale immerse, mentre il lato in pressione resta completamente bagnato.



La ‘Serie Rolla’, cosiddetta dal nome della società svizzera che l’ha progettata e sviluppata, è la più recente serie di eliche ventilate. È costituita da cinque eliche a 4 pale con rapporti di passo pari a  $P/D = 0.9, 1.1, 1.2, 1.4, 1.6$ . Tutti i modelli presentano rapporto di area espansa  $A_E/A_0 = 0.8$ . I modelli della serie insieme alla sezione di pala a  $\bar{r} = 0.7$  sono riportati in Figura 5.19. I rapporti di immersione ai quali i modelli sono stati sperimentati corrispondono ad  $h/D = 0.300, 0.474, 0.580$ , dove  $h$  è il battente idrostatico sull’apice di pala in posizione verticale, con inclinazioni corrispondenti della linea d’assi rispettivamente pari a  $4^\circ, 8^\circ$  e  $12^\circ$ . Gli indici di cavitazione corrispondono alla pressione atmosferica ed a  $\sigma = 0.5, 0.2$ .

Le applicazioni di queste eliche si sono rivelate possibili per un intervallo di velocità molto ampio ( $20 \leq V \leq 70$  kn). Il lavoro sperimentale, condotto da Rose & Kruppa (1991) presso l’Institut für Schiffs- und Meerestechnik of Technische Universität Berlin, ha evidenziato la rilevante entità delle forze di portanza prodotte dalle eliche della serie agli angoli medi ed alti d’inclinazione della linea d’assi, quando le eliche sono leggermente caricate. Ciò accade quando le eliche hanno diametri maggiori dei valori ottimali, o generalmente per rapporti di passo elevati. In questi casi le forze di portanza determinano una caduta dei rendimenti delle eliche, contrariamente a quanto accade nel caso delle eliche operanti in flusso assiale.

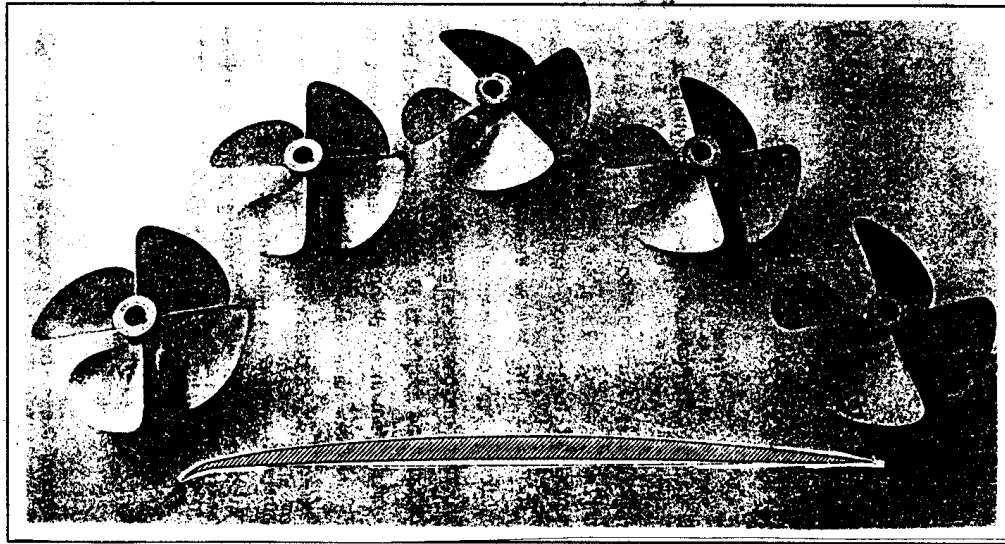


Figura 5.19. Modelli e sezione di pala della ‘Serie Rolla’

Radojčić & Matić hanno derivato, mediante un’analisi di regressione dei dati sperimentali, tre serie di polinomiali per i coefficienti di spinta e di momento torcente, espressi come

$$\left. \begin{aligned} K_T &= \sum C_T \cdot (h/D)^x \cdot (P/D)^y \cdot (J)^z \\ K_q &= \sum C_Q \cdot (h/D)^x \cdot (P/D)^y \cdot (J)^z \end{aligned} \right\}$$

ognuna per ciascun numero di cavitazione.

## 5.6 Carico dell'elica

La definizione di *carico dell'elica* può essere differenziata in base ai parametri utilizzati per la sua classificazione. Una vecchia suddivisione, basata sul rapporto di area espansa, individuava quattro tipologie in dipendenza del servizio (O'Brien, 1962):

- Eliche per servizio leggero: hanno bassi rapporti di area espansa, in genere  $A_E/A_0 < 0.45$ ; sono installate su navi di bassa potenza operanti a bassa velocità, quali, ad esempio, piccole navi da carico e navi di piccolo cabotaggio.
- Eliche per servizio moderato: l'area di pala è tale da avere  $0.45 < A_E/A_0 < 0.65$ ; si trovano su navi di media potenza operanti alle velocità medie commerciali, ossia su navi da carico, navi cisterna, pescherecci in trasferimento.
- Eliche per servizio pesante: generalmente risulta essere  $A_E/A_0 > 0.65$ , come accade per le navi di grande potenza operanti a velocità medio-alte o elevate, quali sono le navi militari, i vecchi transatlantici, le grandi navi da carico veloci.
- Eliche per servizio di rimorchio: sono simili alle eliche per servizio moderato, ma progettate per lo specifico scopo di tirare reti o di trainare parti di strutture offshore o altri veicoli marini (pescherecci a strascico, rimorchiatori).

Questa modalità di definizione del carico dell'elica torna utile nella scelta di base della serie sistematica quando si dà inizio al progetto dell'elica. Il parametro  $A_E/A_0$  è probabilmente il fattore guida primario nel decidere il tipo di elica di serie sul quale impostare il percorso progettuale.

Se si considera il carico dell'elica dal punto di vista della cavitazione, alla luce della suddetta classificazione il concetto di elica pesantemente caricata, ovvero di elica soggetta a cavitazione, risulta indipendente dalla velocità della nave; infatti, installerebbero eliche pesantemente caricate sia i rimorchiatori ed i pescherecci in tiro, sia i pattugliatori ed i monoscafi veloci. Ma va da sé che il problema della cavitazione cresce man mano che si passa da eliche per servizio leggero ad eliche per servizio pesante. Le prime possono risultare talmente insensibili al problema cavitativo da permettere di ridurre notevolmente il rapporto di area espansa; tuttavia, è sconsigliabile scendere a valori  $A_E/A_0 < 0.35$ , per non annullare tendenzialmente l'effetto frenante dell'elica quando venga invertito il suo senso di rotazione per arrestare la nave.

La percezione del carico di un'elica cambia notevolmente quando tale concetto è associato simultaneamente alla spinta da produrre ed al momento torcente da assorbire contestualmente. Ad esempio, l'elica di un peschereccio a strascico il cui carico di servizio è moderato secondo le precedenti definizioni, nella condizione di tiro risulta essere pesantemente caricata. L'analisi dimensionale relativa all'individuazione delle caratteristiche generali delle prestazioni di un'elica suggerisce di definire il carico dell'elica in base al carico di spinta e di momento torcente; in termini funzionali ciò viene espresso come

$$\left. \begin{aligned} T &= \rho V_A^2 D^2 \cdot \phi(J, Rn, \sigma_o) \\ Q &= \rho V_A^3 D^2 \cdot \varphi(J, Rn, \sigma_o) \end{aligned} \right\}$$

dove il numero di cavitazione, definito come  $\sigma_o = (p - p_v)/\frac{1}{2}\rho V^2$ , richiede per la velocità rappresentativa  $V$ , una definizione più puntuale, in quanto tale numero può essere riferito alla velocità d'avanzo della corrente libera oppure alla velocità risultante che include la velocità di rotazione dell'elica. Mentre nella maggior parte dei casi si ipotizza che sia  $V = V_A$ , nella condizione di tiro a punto fisso, quando fosse  $V_A = 0$ , in base a questa definizione si avrebbe indeterminazione, in quanto risulterebbe essere  $\sigma_o \rightarrow \infty$ .

Risulta perciò più conveniente ricorrere a forme alternative per definire il carico di spinta ed il carico di potenza; si introducono i rispettivi coefficienti definiti come segue

$$C_T = \frac{T}{\frac{1}{2}\rho A_0 V_A^2} \quad , \quad C_Q = \frac{Q}{\frac{1}{2}\rho A_0 V_A^3} \quad , \quad C_P = \frac{P_D}{\frac{1}{2}\rho A_0 V_A^3} \propto C_Q \quad (5.36)$$

Se, dati in input  $T$ ,  $V_A$  e  $D$ , si definisce il coefficiente specifico di spinta come

$$\frac{K_T}{J^2} = \frac{T n^2 D^2}{\rho n^2 D^4 V_A^2} = \frac{T}{\rho D^2 V_A^2}$$

e se parimenti si definisce il coefficiente specifico di momento torcente come  $K_Q/J^3$ , dalle equazioni (5.36) si può dedurre che questi coefficienti possono essere espressi in funzione dei più convenzionali coefficienti di spinta e di momento torcente. Si possono allora definire il *coefficiente di carico di spinta* ed il *coefficiente di carico del momento torcente* come segue

$$C_T = \frac{8}{\pi} \cdot \frac{K_T}{J^2} \quad , \quad C_Q = \frac{8}{\pi} \cdot \frac{K_Q}{J^3} \quad (5.37)$$

Le curve rappresentative dei coefficienti di carico, espressi in funzione del coefficiente d'avanzo, possono essere tracciate sul classico diagramma di funzionamento dell'elica isolata (Fig. 5.20).

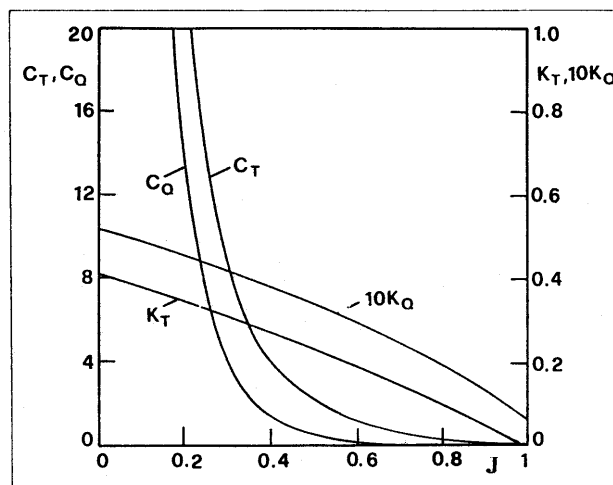


Figura 5.20. Coefficienti di carico dell'elica'

Si noti come bassi valori di  $J$ , tipici delle navi da lavoro, comportino alti coefficienti di carico. Altri coefficienti di carico, utilizzati in altre rappresentazioni, sono  $K_T/J^4$ ,  $K_Q/J^2$  e  $K_Q/J^5$ .

## 5.7 Diagrammi di progetto

Le caratteristiche di funzionamento delle eliche isolate sono state rappresentate nel tempo in diverse forme, tutte utili a diverso titolo, con i loro vantaggi e svantaggi. Tuttavia, tali rappresentazioni, utili per l'analisi di eliche esistenti, poco si prestano a livello progettuale, dove si tratta di scegliere, fin dalla fase concettuale, il diametro ed il numero di giri ottimali dell'elica. Sono sei le caratteristiche adimensionali dell'elica necessarie e sufficienti a definire i classici problemi progettuali, dove le variabili incognite sono alternativamente  $D$ ,  $N$  e  $V_A$ , ed i parametri noti sono la spinta  $T$  oppure la potenza al mozzo  $P_D$ . In altri termini, le combinazioni incognite sono le coppie  $T-N$ ,  $T-D$ ,  $T-V_A$ ,  $P_D-N$ ,  $P_D-D$  e  $P_D-V_A$ .

Per semplificare il problema progettuale sono stati perciò costruiti e proposti diversi tipi di diagrammi, più pratici, derivanti dalle trasformazioni dei diagrammi  $K_T - K_Q - J$ , i quali conglobano i risultati idrodinamici di prove su delle serie sistematiche con gli elementi fondamentali dell'interazione elica-carena-motore. Sono detti *diagrammi di progetto* proprio perché forniscono la possibilità di progettare eliche standard con una minima mole di calcoli. Quelli qui presentati sono relativi ad alcune serie sistematiche in assenza di cavitazione (eliche subcavitanti). Il loro utilizzo fornisce risultati utili e sufficientemente accurati a livello del progetto concettuale.

Ovviamente risultano differenze sostanziali tra le eliche progettate con un calcolo diretto basato sulla teoria vorticale e quelle progettate a partire dai diagrammi di serie sistematiche. E se nel caso di eliche moderatamente o pesantemente caricate, le eliche ottenute da un calcolo progettuale diretto possono fornire un rendimento superiore, questo accade più difficilmente nel caso di eliche leggermente caricate.

Nella pratica progettuale sono utilizzati vari tipi di diagrammi, riconducibili fondamentalmente a due classi, che rappresentano le caratteristiche delle prestazioni dell'elica in maniera differente, ossia i diagrammi  $B - \delta$  di Taylor ed i diagrammi  $K - J$  di Pappamel. I diagrammi di Taylor sono usati diffusamente da molti anni; essi sono compatti ma presentano lo svantaggio di potere progettare la cosiddetta *elica ottimale* solamente per un'unica combinazione tra il suo numero di giri ed il suo diametro. I diagrammi di Pappamel sono universali e forniscono l'opportunità di definire le caratteristiche dell'elica in maniera affidabile entro una latitudine più vasta di combinazioni tra i valori di  $D$  e di  $N$ ; in altri termini, sono più funzionali nelle fasi iniziali del progetto quando i dati di input sono assai incerti.

### 5.7.1 Diagrammi di Taylor

I coefficienti di carico furono trasformati da Taylor in forme differenti, i cosiddetti *diagrammi*  $B - \delta$ , per potere determinare alternativamente la potenza al mozzo e la potenza utile prodotta dall'elica. Ne esistono diverse varianti, introdotte negli anni da molti ricercatori per la presentazione dei dati di serie sistematiche standard.

I diagrammi  $B-\delta$  hanno una forma adatta a determinare il diametro ottimale (o il numero di giri ottimale) in modo che l'elica operi agli assegnati valori di potenza motore, velocità d'avanzo e numero di giri (diametro). Forniscono, inoltre, il rapporto di passo ed il rendimento dell'elica isolata. Essi consentono di risolvere sia il cosiddetto *problema del macchinista* sia il cosiddetto *problema del carenista*. Ogni presentazione ha i suoi vantaggi, ma in effetti ognuna va considerata complementare all'altra, in modo da evitare inutili interazioni.

**Diagramma  $B_p-\delta$**

Questo diagramma, proposto da Troost, è stato concepito per risolvere il problema progettuale noto come *marine engineering approach*, che consiste nel determinare il diametro ottimale dell'elica, conoscendo la potenza motore, la velocità di rotazione e la velocità d'avanzo dell'elica. Troost (1938) introdusse come variabili indipendenti il coefficiente  $B_p$ , utilizzato come base ed esprimibile in funzione di  $K_Q$  e  $J$ , ed un nuovo rapporto di velocità  $\delta$ , definiti rispettivamente come

$$\left. \begin{aligned} B_p &= \frac{N\sqrt{P}}{\sqrt{V_A^5}} = 33.08 \sqrt{\frac{K_Q}{J^5}} \\ \delta &= \frac{ND}{V_A} = \frac{101.33}{J} \end{aligned} \right\} \quad (5.38)$$

dove  $D$  è il diametro dell'elica in piedi,  $N$  è il numero di giri al minuto dell'elica,  $P$  è la potenza asse in cavalli inglesi, e  $V_A$  è la velocità d'avanzo dell'elica in nodi. I coefficienti  $B_P$  e  $\delta$  sono dimensionali; in particolare, il coefficiente  $B_P$  è riferito alla densità dell'acqua dolce.

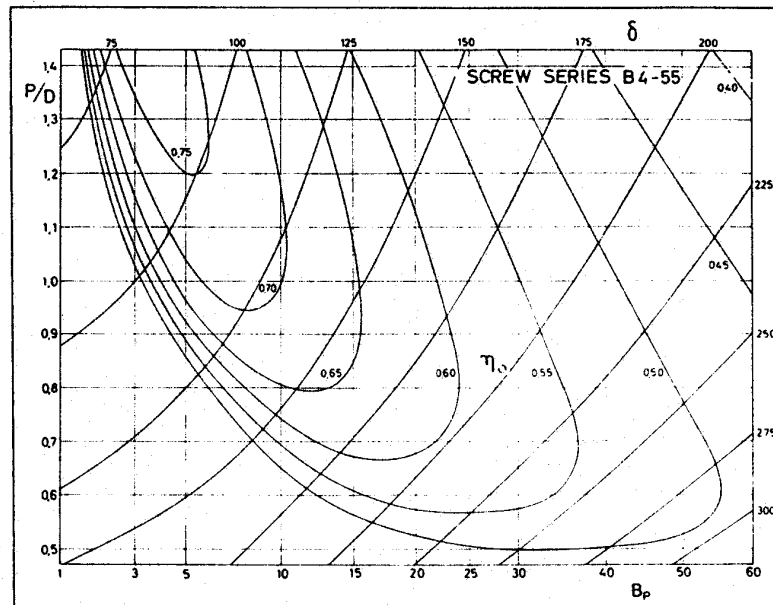


Figura 5.21. Diagramma  $B_P-\delta$

Un tipico diagramma progettuale  $B_p - \delta$  è illustrato in Figura 5.21 per l'elica di Wageningen B4.55, avente in ascissa il coefficiente  $B_p$  ed in ordinata il rapporto di passo  $P/D$ , e che comprende le curve a valori costanti di  $\delta$  e di  $\eta_o$ , nonché una curva che denota il luogo dei rendimenti massimi dell'elica isolata in corrispondenza dei diametri ottimali. Mediante tale diagramma è possibile scegliere i valori di  $\delta$  e di  $P/D$  che massimizzano il rendimento dell'elica isolata per un'assegnata condizione di potenza definita dal parametro  $B_p$ . Di qui è possibile derivare la geometria base dell'elica in termini del diametro  $D = \delta \cdot V_A / N$  e del rapporto di passo  $P/D$ .

Emerson e Sinclair (1978) hanno prodotto i diagrammi progettuali  $B_p - \delta$  per la 'Serie KCA', sia in presenza che in assenza di cavitazione, per  $A_E/A_0 = 1.25$  e  $P/D = 1.0$ .

Poiché i valori di  $B_p$  e di  $\delta$  dipendono dal sistema di misura utilizzato, è conveniente sostituire i coefficienti suddetti con variabili adimensionali quali

$$\left. \begin{aligned} C_1 \sqrt{B_p} &= \sqrt[4]{\frac{K_Q}{J^5}} \\ C_2 \delta &= \frac{1}{J} \end{aligned} \right\} \quad (5.39)$$

### Diagramma $B_{p'} - \delta$

Quando si vuole determinare la velocità di rotazione ottimale dell'elica, quando siano assegnati i valori della potenza asse, del diametro dell'elica e della sua velocità d'avanzo, si possono utilizzare i diagrammi  $B_{p'} - \delta$ , essendo  $B_{p'}$  definito come

$$B_{p'} = \frac{\sqrt{P}}{D \sqrt{V_A^3}} = 0.33 \sqrt{\frac{K_Q}{J^3}} \quad (5.40)$$

dove le variabili indipendenti  $D$ ,  $P$  e  $V_A$  conservano le precedenti definizioni e le stesse unità di misura.

### Diagramma $B_u - \delta$

Il diagramma  $B_u - \delta$ , concepito per risolvere il problema della scelta dell'elica ottimale utilizzando il *naval architect approach*, è concettualmente simile al diagramma  $B_p - \delta$ . Il coefficiente di potenza  $B_u$  è però legato alla potenza di spinta  $P_T = U = C \cdot V_A \cdot T$ , dove  $C$  è una costante che dipende dalle unità di misura adottate. Viene perciò utilizzato nelle prime fasi progettuali quando, anziché la potenza asse, sia nota la spinta  $T$  che l'elica deve sviluppare. Il coefficiente  $B_u$  è definito come

$$B_u = \frac{N \sqrt{U}}{\sqrt{V_A^5}} = C \frac{N \sqrt{T}}{V_A^2} \quad (5.41)$$

Il diagramma  $B_u - \delta$  può essere utilizzato in maniera simile al diagramma  $B_p - \delta$ . Il diametro ottimale dell'elica, determinato mediante il diagramma  $B_u - \delta$ , dovrebbe pertanto presentare lo stesso valore di quello calcolato con il diagramma  $B_p - \delta$ . Un'elica il cui diametro ottimale sia stato identificato mediante il diagramma  $B_u - \delta$  dovrebbe assorbire il momento torcente minimo corrispondente alla combinazione data, ed espressa dal valore  $B_u$ , tra potenza di spinta, velocità di rotazione e velocità d'avanzo dell'elica.

### Diagramma $\mu - \sigma$

Si può osservare che il diagramma  $B_p - \delta$  è limitato alla rappresentazione della sola velocità d'avanzo ( $V_A > 0$ ), mentre  $B_p \rightarrow \infty$  quando è  $V_A = 0$ . Questa limitazione è di particolare importanza per il progetto delle eliche di rimorchiatori, di pescherecci e di navi offshore, le quali impiegano buona parte del tempo operativo a velocità pressoché nulla nella condizione di tiro a punto fisso (bollard pull), assorbendo nel contempo la massima potenza. Per superare l'indeterminatezza prodotta dal diagramma  $B_p - \delta$  a velocità nulla della nave, è stato sviluppato il diagramma  $\mu - \sigma$ , del quale è fornito un esempio in Figura 5.22 per la subserie B3.65.

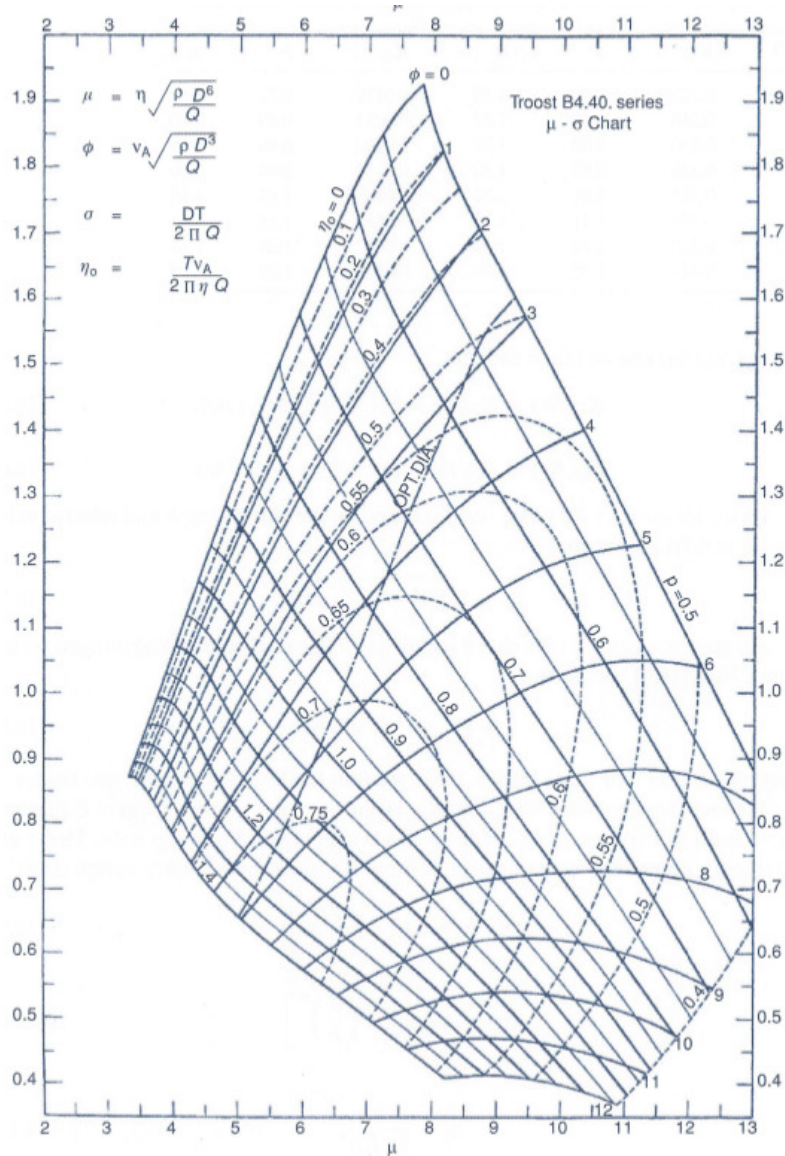
Per questo diagramma valgono le relazioni

$$\left. \begin{aligned} \mu &= n \sqrt{\frac{\rho D^5}{Q}} \\ \varphi &= V_A \sqrt{\frac{\rho D^3}{Q}} \\ \sigma &= \frac{T \cdot D}{2\pi Q} \end{aligned} \right\} \quad (5.42)$$

dove

- $D$  : diametro dell'elica (m),
- $Q$  : momento torcente sviluppato (kgf·m),
- $\rho$  : densità di massa dell'acqua ( $\text{kgs}^2\text{m}^{-4}$ ),
- $T$  : spinta dell'elica (kgf),
- $n$  : velocità di rotazione dell'elica (rps),
- $V_A$  : velocità d'avanzo della nave (kn),

e dove le coordinate  $\mu$  e  $\sigma$  sono adimensionali.

Figura 5.22. Diagramma  $\mu - \sigma$ 

Tali diagrammi rimuovono il problema che si presenta con i diagrammi  $B - \delta$  quando la velocità nave è nulla, in quanto la funzione  $\varphi \rightarrow 0$  per  $V_A \rightarrow 0$ . Di conseguenza, la curva del diagramma  $\mu - \sigma$ , definita da  $\varphi = 0$ , rappresenta per l'elica la condizione di tiro a punto fisso. Va sottolineato che la definizione di tiro a punto fisso non va confusa con quella di spinta dell'elica, in quanto il primo è il tiro che la nave può esercitare su un altro mezzo marino fermo attraverso una linea di tiro, mentre la seconda rappresenta la spinta idrodinamica prodotta dall'elica. Il tiro a punto fisso è sempre minore della spinta dell'elica di una quantità di complessa determinazione, che dipende dalle forme di carena, dalla distanza della nave da rimorchiare, dal fattore di deduzione di spinta a velocità nulla, ecc.



### Relazioni funzionali

Nel processo progettuale è spesso necessario scambiare variabili e parametri. Per facilitare tale processo vengono fornite le seguenti relazioni funzionali

$$K_Q = 2.4669 \times 10^4 \left( \frac{P_D}{N^3 D^5} \right) \quad (\text{in acqua di mare})$$

$$B_P = 23.77 \sqrt{\frac{\rho K_Q}{J^5}}$$

$$J = \frac{30.896 V_A}{ND} = \frac{101.33}{\delta}$$

$$\mu = \frac{1}{\sqrt{K_Q}} = 6.3668 \times 10^{-3} \sqrt{\frac{N^3 D^5}{P_D}} \quad (\text{in acqua di mare})$$

$$\varphi = \frac{J}{\sqrt{K_Q}} = J \cdot \mu$$

$$\sigma = \frac{\eta_o}{J} = \frac{\eta_o \cdot \mu}{\varphi} = \frac{1}{2\pi} \frac{K_T}{K_Q}$$

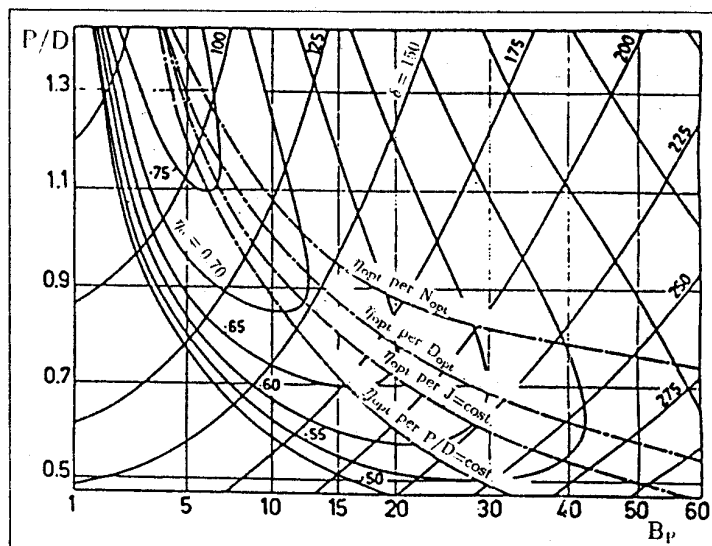
dove tutte le grandezze sono espresse in unità metriche, tranne la velocità d'avanzo dell'elica  $V_A$  che va definita in nodi.

#### 5.7.2 Diagrammi di Pappel

I diagrammi di Taylor, almeno nella forma usuale di presentazione, consentono di determinare alternativamente il diametro ottimale o l'elica ottimale. Raramente è reperibile un diagramma del tipo  $B_P - \delta$ , quale quello illustrato in Figura 5.23.

In tale diagramma le quattro curve di rendimento ottimale  $\eta_{opt}$ , dal basso in alto, sono relative a:

1. Rendimento ottimale a  $P/D$  costante. Questa curva passa attraverso i punti nei quali le tangenti alle curve di isorendimento ( $\eta_o = \text{cost.}$ ) sono orizzontali ( $P/D = \text{cost.}$ ). I valori  $\eta_{opt}$  corrispondono ai picchi delle curve  $\eta_{opt}$  nel diagramma  $K_T - K_Q - J$ .
2. Rendimento ottimale a  $J$  costante. Questa curva passa per i punti di tangenza tra le isocurve  $\delta = \text{cost.}$  ed  $\eta_o = \text{cost.}$  I valori ottimali  $\eta_{opt}$  coincidono con quelli sull'involuppo della curva dei rendimenti massimi nel diagramma  $K_T - K_Q - J$ .
3. Rendimento ottimale per il diametro  $D$  ottimale. Questa curva unisce i punti di tangenza tra le curve  $\eta_o = \text{cost.}$  e le loro tangenti verticali ( $B_P = \text{cost.}$ ).
4. Rendimento ottimale per il numero di giri  $N$  ottimale. Questa curva è il luogo dei punti di tangenza tra le curve di rendimento  $\eta_o = \text{cost.}$  e le curve per le quali  $P$ ,  $D$  e  $V_A$  presentano valori costanti.

Figura 5.23. Curve di rendimento ottimale nel diagramma  $B_P - \delta$ 

Queste curve possono essere costruite facilmente a partire da una certa coppia di valori  $B_P$  e  $\delta$ . Ad esempio, volendo individuare i punti sulla curva degli  $\eta_{opt}$  per  $D_{opt}$ , con riferimento ad un punto di funzionamento dell'elica  $J = V_A/nD$ , basta aumentare o ridurre la velocità di rotazione dell'elica del 10%, 20%, ..., 50%, ...; i valori di  $B_P$  e  $\delta$  risulteranno corrispondentemente accresciuti o ridotti delle stesse percentuali. Le curve tipiche degli  $\eta_{opt}$  vanno a coincidere in un punto del diagramma in alto a sinistra. Tale punto (ideale) corrisponde al valore massimo della curva involuppo delle curve dei rendimenti massimi nel diagramma di funzionamento dell'elica isolata. Se si potessero scegliere liberamente e simultaneamente  $D$  ed  $n$  per una assegnata coppia di valori di potenza al mozzo e di velocità d'avanzo, l'*elica ottimale* corrisponderebbe a questo punto. Tale situazione ideale produrrebbe, comunque, un diametro troppo grande o un numero di giri troppo piccolo rispetto a realistiche applicazioni ingegneristiche a bordo delle navi. L'esistenza di quattro curve per identificare il cosiddetto rendimento ottimale e l'impossibilità pratica di lavorare con un valore di  $B_P$  corrispondente al punto ideale dimostrano che l'*elica ottimale* non esiste. Ragion per cui è necessario ricorrere a procedure di selezione che permettano di definire l'*elica migliore possibile*, la quale, fissati il numero di pale ed il rapporto di area espansa, risulti essere il migliore compromesso nella scelta simultanea di  $D$  ed  $N$ .

Tuttavia, nella fase concettuale del progetto e/o non si dispone di procedure di ottimizzazione multicriteriale, conviene ricorrere ai *diagrammi di Pappamel*. Tali diagrammi sono equivalenti a quelli di Taylor, ma hanno il vantaggio di permettere sempre l'identificazione di una coppia  $D-N$  che garantisce certamente, se non l'ottimizzazione, quanto meno la correttezza delle scelte relative al diametro ed al numero di giri. La loro costruzione è ottenibile a partire dai diagrammi di funzionamento dell'elica isolata ottenuti da prove di serie sistematiche su modelli. A mo' di esempio, si consideri lo scheletro del diagramma di funzionamento di un'elica con valori fissati di  $Z$  ed  $A_E/A_0$ , dove sono riportate le curve del coefficiente di spinta e del rendimento per tre valori del rapporto passo-diametro (Fig. 5.24).

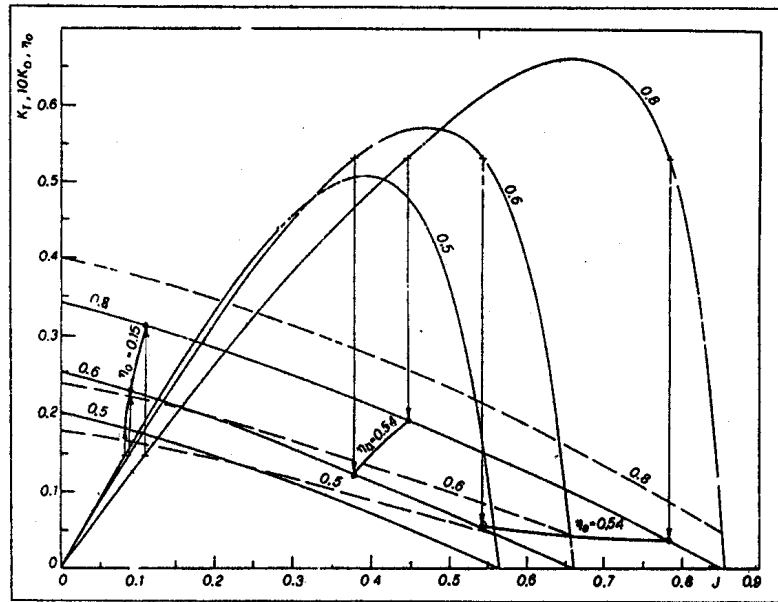


Figura 5.24. Costruzione del diagramma di Pappel

A partire dalle curve  $\eta_o$  caratterizzate da un certo valore di  $P/D$ , su ogni punto individuato per un assegnato valore del rendimento (nel caso specifico  $\eta_o = 0.15$  ed  $\eta_o = 0.54$ ), è stata tracciata una retta verticale che interseca la curva corrispondente del coefficiente di spinta  $K_T = K_T(J, P/D)$ . Unendo i punti, associati allo stesso valore di  $\eta_o$ , individuati sulle curve  $K_T$  è possibile tracciare le curve di isorendimento. Risulta ora evidente perché in precedenza i diagrammi di Pappel sono stati definiti come diagrammi  $K - J$ . Essi sono universali e rappresentano le caratteristiche dell'elica in funzione dei coefficienti adimensionali utilizzati comunemente ( $K_T$ ,  $K_Q$ , e  $J$ ) e del rendimento  $\eta_o$ .

Con questo tipo di diagramma è possibile progettare un'elica di serie, utilizzando il sistema di *coefficienti progettuali* definiti da Pappel come

$$\left. \begin{aligned} K_{DT} &= D \cdot V_A \sqrt{\frac{\rho}{T}} = \frac{J}{\sqrt{K_T}} && \Rightarrow n_{opt} \\ K_{NT} &= \frac{V_A}{\sqrt{n}} \cdot \sqrt[4]{\frac{\rho}{T}} = \frac{J}{\sqrt[4]{K_T}} && \Rightarrow D_{opt} \end{aligned} \right\} \quad (5.43)$$

$$\left. \begin{aligned} K_{DQ} &= D \cdot V_A \sqrt{\frac{\rho V_A}{P_D}} = \sqrt{\frac{J^3}{2\pi K_Q}} && \Rightarrow n_{opt} \\ K_{NQ} &= \frac{V_A}{\sqrt{n}} \cdot \sqrt[4]{\frac{\rho V_A}{P_D}} = \sqrt[4]{\frac{J^5}{2\pi K_Q}} && \Rightarrow D_{opt} \end{aligned} \right\} \quad (5.44)$$

dove le unità di misura sono quelle del sistema tecnico.

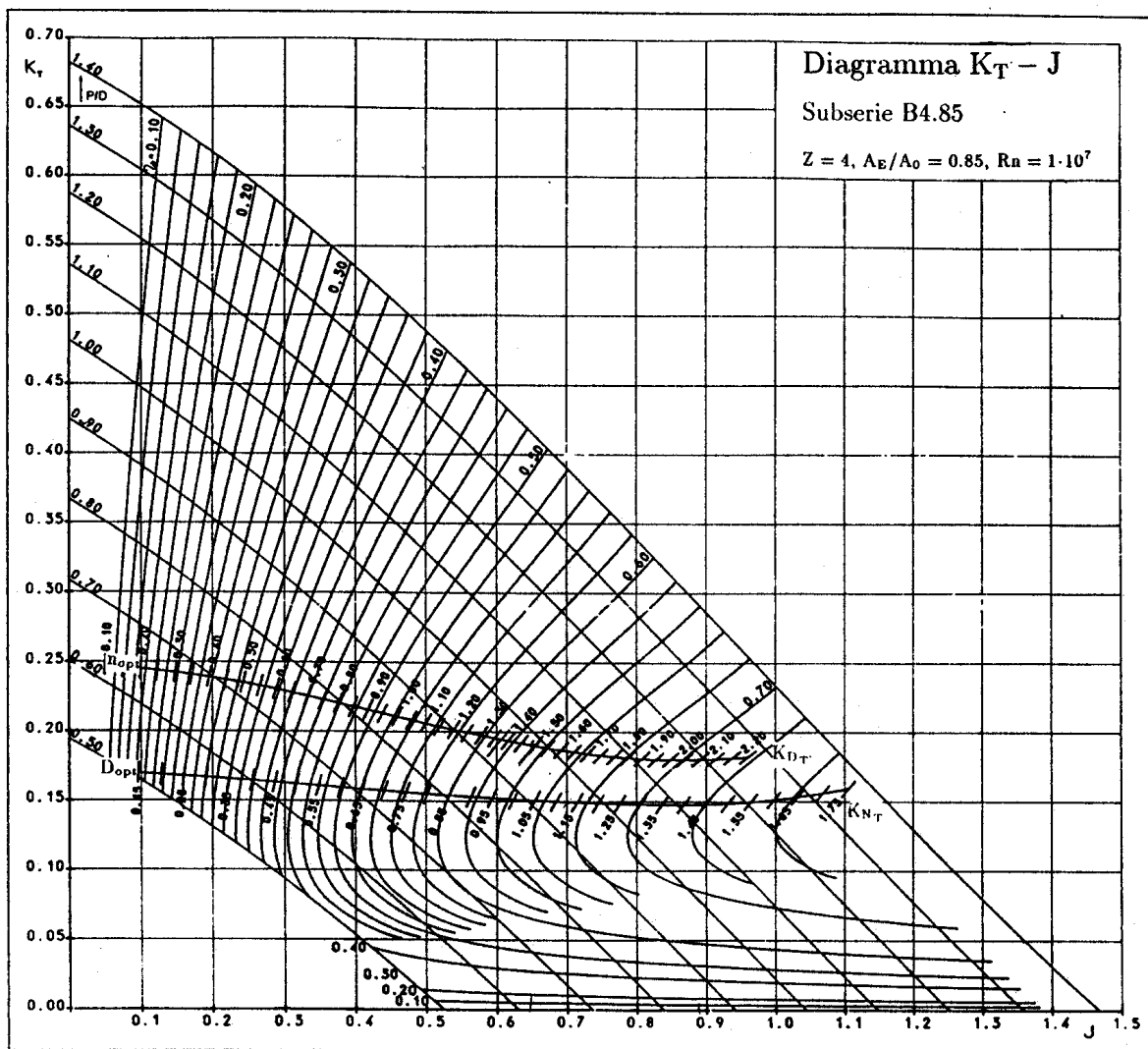


Figura 5.25. Diagramma del 'carenista' di Pampel

Quelli definiti dalle equazioni (5.43) e (5.44) sono i *coefficienti di progetto*. Essi formano le due classi dei diagrammi di Pampel, simili ai diagrammi di Steinen (1923), di Schönherr (1949) e di Danckwardt (1956). La prima, costituita dai coefficienti  $K_{DT}$  e  $K_{NT}$ , definiti dalle equazioni (5.43), consente di costruire il cosiddetto *diagramma del carenista*, mediante il quale si possono determinare le caratteristiche dell'elica e di selezionare il motore, una volta nota la spinta richiesta all'elica per superare la resistenza di carena. Espresso in coordinate  $K_T - J$ , esso rappresenta il ben noto approccio dell'ingegnere navale. Esso è dato nella forma presentata in Figura 5.25 relativamente ad un'elica della 'Serie B' di Wageningen.

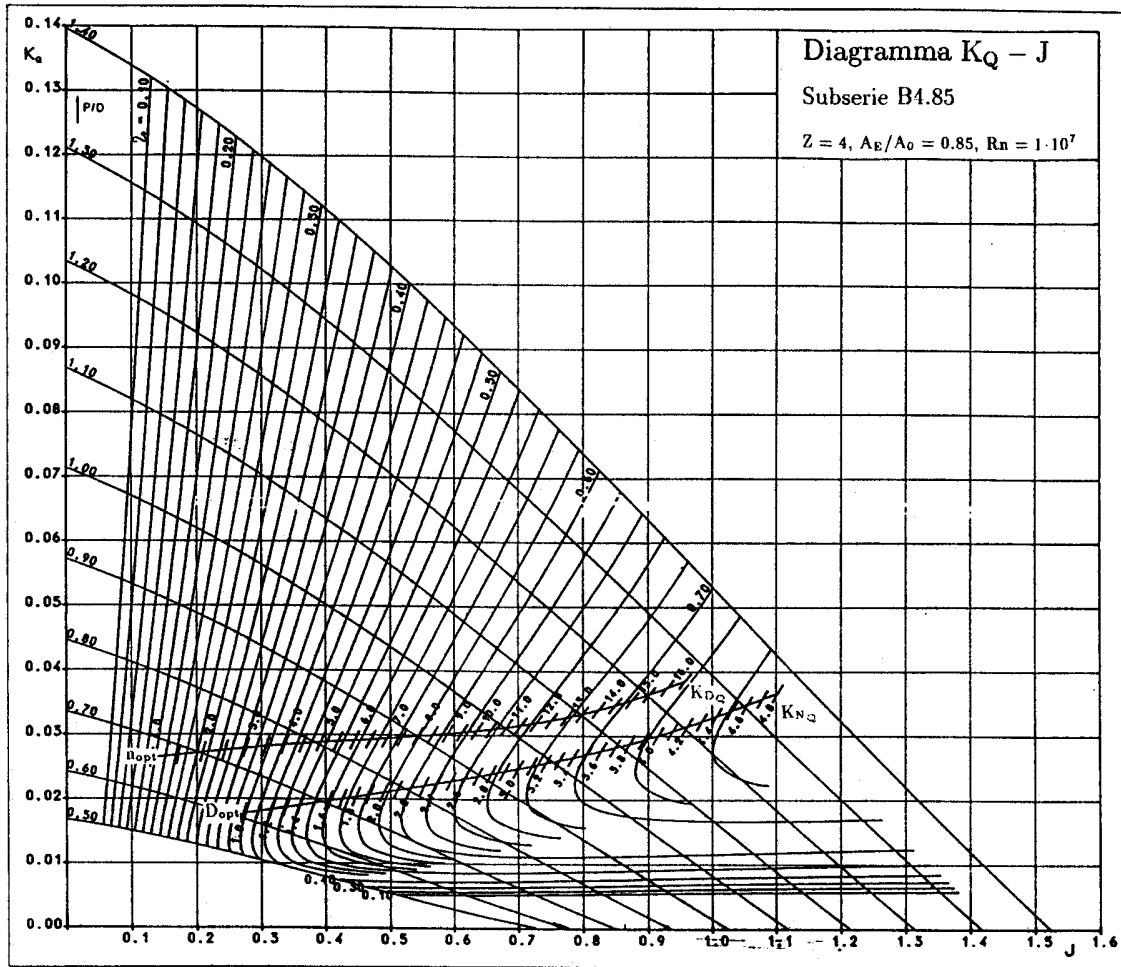


Figura 5.26. Diagramma del ‘macchinista’ di Pampel

La seconda classe, definita dalle equazioni (5.44), concerne il cosiddetto *diagramma del macchinista*, che consente di determinare gli elementi dell’elica, noto il momento torcente o la potenza sviluppata all’elica. Espresso in coordinate  $K_Q - J$ , corrisponde all’approccio dell’ingegnere meccanico. Per la stessa elica della ‘Serie B’ è dato in Figura 5.26.

Come si può osservare dalla Figura 5.25, le curve  $n_{opt}$  ed  $D_{opt}$  non coincidono per effetto della differenza sostanziale delle condizioni progettuali quando si debba determinare il numero di giri ottimale oppure il diametro ottimale. Volendo ottimizzare il diametro, si tratta in pratica di determinare il coefficiente di carico di spinta ottimale  $C_T$  corrispondente al massimo rendimento relativo. Quando si ottimizza il numero di giri, invece, il coefficiente  $C_T = T / \frac{1}{2} \rho A_0 V_A^2$  è assegnato. Al crescere del carico di spinta, se ne vengono valutati gli effetti sui due coefficienti progettuali  $K_{DT}$  e  $K_{NT}$ , il rendimento individuato sulla curva  $n_{opt}$  diminuisce maggiormente, anche se di poco, rispetto a quello indicato dalla curva  $D_{opt}$ . La regione del diagramma delimitata dalle due curve suddette individua il *dominio delle eliche ottimali*. Il diagramma contiene anche il punto che corrisponde al massimo assoluto del rendimento, che si trova laddove le curve

$n_{opt}$  e  $D_{opt}$  si incrociano. Come si è visto a proposito dei diagrammi di progetto di Taylor, tale rendimento è ideale in quanto è impossibile realizzare in pratica l’elica corrispondente, che dovrebbe avere un numero di giri molto basso ed un diametro molto elevato.

Le curve ottimali dei ‘diagrammi del macchinista’ di Pappel hanno un carattere simile, sebbene la suborizzontalità delle curve  $n_{opt}$  e  $D_{opt}$  sia meno marcata, rendendo meno ‘sicura’ la scelta della combinazione  $D - n$  ottimale.

La risoluzione dei due problemi progettuali fondamentali, ossia la determinazione del numero di giri ottimali per un assegnato diametro dell’elica e la determinazione del diametro ottimale per uno specifico valore del numero di giri, viene ottenuta rispettivamente mediante l’utilizzo delle curve di rendimento ottimale  $n_{opt}$  e  $D_{opt}$ . Praticamente tutti i classici problemi progettuali, connessi con la determinazione diretta dell’elica ottimale, possono essere risolti utilizzando questi diagrammi senza dovere effettuare inutili iterazioni, come mostrato in Tabella 5.6.

Dati di Input	Coefficiente progettuale	Dati di Output	Tipo di diagramma progettuale
$V_A, T, n$	$K_{N_T}$	$D_{opt}, \eta_o, P/D$	”Carenista” $K_T - J$
$V_A, T, D$	$K_{D_T}$	$n_{opt}, \eta_o, P/D$	
$V_A, T$	$K_{N_T}$	$D_{opt}, n_{opt}, \eta_o, P/D$	
$V_A, T, D, n$	$J, K_T$	$\eta_o, P/D$	
$V_A, P_D, n$	$K_{N_Q}$	$D_{opt}, \eta_o, P/D$	”Macchinista” $10 K_Q - J$
$V_A, P_D, D$	$K_{D_Q}$	$n_{opt}, \eta_o, P/D$	
$V_A, P_D$	$K_{N_Q}$	$D_{opt}, n_{opt}, \eta_o, P/D$	
$V_A, P_D, n, D$	$J, K_Q$	$\eta_o, P/D$	

Tabella 5.6. Schematizzazione dei problemi progettuali sulla base dei diagrammi di Pappel

Sui diagrammi  $K_T - J$  e  $K_Q - J$  di Pappel sono diagrammate le seguenti famiglie di curve:

- Curve dei coefficienti idrodinamici nelle due forme seguenti:

$$\{K_T, K_Q\} = f(J), \quad P/D = \text{cost.}$$

$$\{K_T, K_Q\} = g(J), \quad \eta_o = \text{cost.}$$

- Curve paraboliche ausiliarie:

– diagramma ‘ $K_T - J$ ’

$$K_T = J^2/K_{D_T}^2, \quad \text{per } K_{D_T} = \text{cost.}$$

$$K_T = J^4/K_{N_T}^4, \quad \text{per } K_{N_T} = \text{cost.}$$

– diagramma ‘ $K_Q - J$ ’

$$K_Q = 11.94 J^3/K_{D_Q}^2, \quad \text{per } K_{D_Q} = \text{cost.}$$

$$K_Q = 11.94 J^5/K_{D_Q}^4, \quad \text{per } K_{N_Q} = \text{cost.}$$

Per maggiore chiarezza e facilità d'uso dei diagrammi, le curve relative ai parametri progettuali di Pampel sono tracciate solamente come segmenti brevi intorno alle curve  $n_{opt}$  e  $D_{opt}$ .

- Curve  $n_{opt}$  e  $D_{opt}$ , definite dai punti appartenenti alle famiglie di curve suddette e determinate da una delle condizioni:
  - $\eta_o = \max$  per  $K_{D_T}, K_{N_T} = \text{cost.}$
  - $\eta_o = \max$  per  $K_{D_Q}, K_{N_Q} = \text{cost.}$

Fissati i valori degli altri parametri della serie, le informazioni contenute in queste curve possono essere presentate nella seguente forma parametrica:

- diagramma ‘ $K_T - J$ ’
 
$$J; P/D; \eta_o = \begin{cases} f(K_{N_T}) & \text{per } D_{opt} \\ g(K_{D_T}) & \text{per } n_{opt} \end{cases}$$
- diagramma ‘ $K_Q - J$ ’
 
$$J; P/D; \eta_o = \begin{cases} f(K_{N_Q}) & \text{per } D_{opt} \\ g(K_{D_Q}) & \text{per } n_{opt} \end{cases}$$

- In linea di principio, il problema della determinazione delle curve  $n_{opt}$  e  $D_{opt}$  nei diagrammi del carenista e del macchinista si riduce alla ricerca del massimo dell'espressione:

$$\eta_o = \max \left[ \frac{J}{2\pi} \cdot \frac{K_T(J, P/D)}{K_Q(J, P/D)} \right] \quad \text{con } K_P = \text{cost.} \text{ e } \{c_i\} = \text{cost.} \quad (5.45)$$

dove  $K_P = \{K_{N_T}|K_{D_T}|K_{N_Q}|K_{D_Q}\}$  è il corrispondente parametro progettuale di Pampel, mentre  $\{c_i\}, i = 1, \dots, n$  è un predeterminato insieme di valori relativi alla carena. I valori  $K_T$  e  $K_Q$  sono introdotti analiticamente come funzioni di  $J$  e  $P/D$ , nonché degli altri parametri della serie ( $A_E/A_0, Rn, Z$ , ecc.). Ad esempio, nel caso della ‘Serie B’ di Wageningen, vanno introdotte le relazioni

$$K_T, K_Q = P(J, P/D, A_E/A_0, Z, Rn)$$

dove  $P$  è un operatore polinomiale multidimensionale.

L'insieme dei valori di  $J, P/D$  ed  $\eta_o$  ottenuti risolvendo il problema dell'ottimizzazione descritto mediante l'espressione (5.45), insieme ai valori assegnati che definiscono il parametro progettuale, individuano numericamente la curva corrispondente  $n_{opt}$  o  $D_{opt}$ .

Va ribadito che il vantaggio principale dei diagrammi di Pampel consiste nell'identificazione rapida ed affidabile di un'elica di caratteristiche accettabili scegliendo simultaneamente  $D$  ed  $n$ . Uno svantaggio di questo approccio sembra essere la grande mole di lavoro necessario alla creazione dei diagrammi. Questo fatto, unitamente alla modalità manuale dell'utilizzo di tali diagrammi ed alle necessarie interpolazioni, facilita gli errori occasionali nella risoluzione pratica del progetto dell'elica ottimale. Tali inconvenienti possono essere evitati con l'uso alternativo di equazioni analitiche per la ricerca delle caratteristiche ottimali dell'elica.

In prima istanza, l'analisi dei diagrammi per  $Z = 3, 4, 5, 6$  e per  $A_E/A_0 = 0.50, 0.55, 0.60, 0.80$ , ha consentito di ottenere la seguente espressione per il rendimento di eliche con diametro ottimale

$$\eta_o = 1.876 - 1.235 C_T^{0.1} \quad (5.46)$$

valida per valori del coefficiente di carico di spinta, definito in base alla prima delle relazioni (5.36), compresi nell'intervallo  $0.4 < C_T < 7.0$ .

In maniera simile a quella adottata da Sabit (1976), Yossifov et al. (1981) svilupparono una procedura numerica per rappresentare analiticamente le curve ottimali di Pampel per le eliche a 4 pale. Qui vengono riportate le equazioni che consentono di derivare i parametri  $J$ ,  $P/D$  ed  $\eta_o$ , corrispondenti alle curve ottimali  $D_{opt}$  ed  $n_{opt}$ , in funzione dei coefficienti progettuali di Pampel, al variare di  $Rn$  e di  $A_E/A_0$ , per tutte le eliche della 'Serie B'. Le equazioni di regressione che definiscono le caratteristiche ottimali delle eliche sono del seguente tipo polinomiale

$$J, P/D, \eta_o = \sum_{i=0}^6 \sum_{j=0}^6 \sum_{k=0}^6 A_{i,j,k} (K_P)^i (\log Rn)^j (A_E/A_0)^k \quad (5.47)$$

dove  $A_{i,j,k}$  sono i coefficienti di regressione, mentre  $K_P$  sono i corrispondenti coefficienti progettuali di Pampel. Fissato il numero di pale  $Z$ , il numero degli insiemi di equazioni del tipo (5.47) è pari a quattro: due insiemi per le curve  $n_{opt}$  e  $D_{opt}$  per ogni classe dei diagrammi di Pampel. Poiché  $Z$  varia da 2 a 7, il numero totale di questi insiemi è ventiquattro. Yossifov et al. (1986) hanno fornito le quarantotto tabelle dei coefficienti e degli esponenti dell'equazione di regressione (5.47) che forniscono le eliche ottimali della 'Serie B'.

Quando i valori numerici delle caratteristiche ottimali  $J$ ,  $P/D$  ed  $\eta_o$  sono approssimati mediante l'equazione (5.47), vengono raggiunte deviazioni standard intorno allo 0.5%. Singoli casi di deviazioni maggiori, fino all'1.5%, esistono solamente per i risultati delle tre caratteristiche corrispondenti ai limiti superiori dei coefficienti progettuali di Pampel, che, tra l'altro, non sono di alcun interesse pratico.

Infine, il campo di validità delle equazioni polinomiali (5.47) è il seguente:

- numero di Reynolds:  $Rn = 1 \times 10^5 \div 1 \times 10^7$ .
- rapporto di area espansa secondo la tabella seguente

$Z$	2	3	4	5	6	7
$(A_E/A_0)_{\min}$	0.30	0.35	0.40	0.45	0.50	0.55
$(A_E/A_0)_{\max}$	0.38	0.80	1.00	1.05	0.80	0.85

- limiti inferiori dei coefficienti progettuali di Pampel:  $K_{D_T} = 0.1$ ,  $K_{N_T} = 0.4$ ,  $K_{D_Q} = 1.0$ ,  $K_{N_Q} = 1.0$ .
- limiti superiori come da Tabelle 5.7÷5.10.



$A_E/A_0$	0.40	0.55	0.70	0.85	1.00
$Rn = 1 \times 10^5$	1.65	1.70	1.65	1.50	1.30
$Rn = 5 \times 10^5$	1.75	1.90	1.85	1.75	1.55
$Rn = 1 \times 10^6$	1.85	1.95	1.95	1.85	1.70
$Rn = 5 \times 10^6$	1.95	2.20	2.20	2.10	2.05
$Rn = 1 \times 10^7$	2.05	2.25	2.30	2.25	2.20

Tabella 5.7. Valori limite superiori di  $K_{D_T}$

$A_E/A_0$	0.40	0.55	0.70	0.85	1.00
$Rn = 1 \times 10^5$	1.40	1.45	1.40	1.40	1.30
$Rn = 5 \times 10^5$	1.45	1.50	1.50	1.50	1.45
$Rn = 1 \times 10^6$	1.50	1.55	1.55	1.55	1.50
$Rn = 5 \times 10^6$	1.55	1.65	1.70	1.65	1.60
$Rn = 1 \times 10^7$	1.60	1.70	1.75	1.75	1.65

Tabella 5.8. Valori limite superiori di  $K_{N_T}$

Gli approcci di Taylor, Pappel, Steinen, Schönherr e Danckwardt, producono risultati praticamente uguali e possono essere estesi al progetto di eliche cavitanti, introducendo il numero di cavitazione come parametro addizionale.

I diagrammi di Pappel sono stati tradotti in equazioni di regressione anche per la ‘Serie BB’ di Wageningen a 4 pale, con rapporti di area espansa  $A_E/A_0 = 0.55 \div 0.85$ , intubata nel mantello ‘19A’, con differenti rapporti tra lunghezza e diametro del mantello, sulla base di un’analisi di regressione polinomiale lineare dell’insieme di valori calcolati preventivamente di  $J$ ,  $P/D$  ed  $\eta_o$  (Yosifov et al., 1984). Si possono determinare in questo modo i valori geometrici e cinematici dell’elica migliore possibile, compresi tra le curve di rendimento ottimale  $n_{opt}$  e  $D_{opt}$ .

Le equazioni di regressione che definiscono le caratteristiche ottimali delle eliche intubate sono

$$J, P/D, \eta_o = \sum_{i=0}^6 \sum_{j=0}^6 B_{i,j} (K_P)^i (A_E/A_0)^j \quad (5.48)$$

dove  $B_{i,j}$  sono i coefficienti di regressione, mentre  $K_P$  sono i corrispondenti coefficienti progettuali di Pappel, tutti tabulati per ognuno dei differenti rapporti  $L/D = 0.5, 0.6, 0.7, 0.8$ .

L’intera geometria dell’elica può essere ottimizzata più facilmente e rapidamente quando le caratteristiche delle eliche di serie sono disponibili in forma matematica. Procedure di ottimizzazione sono state proposte da Sabit (1976), Markussen (1977) e Triantafyllou (1979). Va sottolineato, comunque, che tali procedure non forniscono la soluzione completa al problema, in quanto sono basate sull’ottimizzazione delle sole caratteristiche dell’elica isolata, senza tenere conto della variazione dei fattori propulsivi in dipendenza del carico dell’elica.

$A_E/A_0$	0.40	0.55	0.70	0.85	1.00
$Rn = 1 \times 10^5$	11.5	12.0	11.0	10.0	8.0
$Rn = 5 \times 10^5$	12.5	13.5	13.0	12.0	10.5
$Rn = 1 \times 10^6$	13.0	14.0	14.0	13.0	11.5
$Rn = 5 \times 10^6$	14.0	16.0	16.0	15.0	14.5
$Rn = 1 \times 10^7$	15.0	17.0	17.0	16.5	16.0

Tabella 5.9. Valori limite superiori di  $K_{D_Q}$ 

$A_E/A_0$	0.40	0.55	0.70	0.85	1.00
$Rn = 1 \times 10^5$	3.70	3.80	3.80	3.60	3.40
$Rn = 5 \times 10^5$	3.90	4.10	4.10	4.00	3.80
$Rn = 1 \times 10^6$	4.00	4.20	4.30	4.20	4.00
$Rn = 5 \times 10^6$	4.30	4.60	4.60	4.60	4.40
$Rn = 1 \times 10^7$	4.40	4.70	4.80	4.80	4.60

Tabella 5.10. Valori limite superiori di  $K_{N_Q}$ 

### 5.7.3 Diagrammi logaritmici

Mediante i cosiddetti diagrammi logaritmici dell'elica possono venire concentrate all'estremo limite - in un foglio - tutte le informazioni utili al progetto propulsivo di una nave nella fase preliminare. Sembra che il metodo logaritmico di presentazione sia stato introdotto da Eiffel per le eliche di aeroplani, e più tardi adattato da Schmidt (1926) per le eliche navali. Di seguito viene descritta la costruzione e viene indicato il modo di utilizzo dei diagrammi logaritmici sviluppati alla Vasca di Lyngby da Prohaska (ISH, 1953–1954) sulla base di esperimenti condotti su eliche della 'Serie B' di Wageningen.

#### Costruzione

Sono utilizzate scale logaritmiche sia per l'asse delle ascisse che per l'asse delle ordinate, come illustrato in Figura 5.27a. L'ascissa rappresenta il valore del coefficiente d'avanzo dell'elica  $J = V_A/nD$ . In ordinata sono riportati i coefficienti di spinta  $K_T$  e di momento torcente  $K_Q$ .

In generale, poiché  $K_T$  è di un ordine di grandezza maggiore di  $K_Q$ , la curva del coefficiente del momento torcente è sistemata nella parte inferiore del diagramma (Fig. 5.27b), dove sono riportati i risultati di una prova di elica isolata di un'elica della 'Serie B'. Viene fornita anche la curva del rendimento dell'elica isolata

$$\eta_o = \frac{P_T}{P_D} = \frac{T \cdot V_A}{2\pi n Q} = \frac{J}{2\pi} \cdot \frac{K_T}{K_Q}$$

Essendo

$$\log \eta_o = \log \frac{J}{2\pi} + \log K_T - \log K_Q$$

la curva  $\eta_o$  può essere costruita per ogni valore di  $J$ , riportando verticalmente la distanza tra la curva  $K_T$  e la curva  $K_Q$ , ossia la differenza  $(\log K_T - \log K_Q)$  sul valore  $\log(J/2\pi)$ , che nel diagramma è la linea retta indicata con  $J/2\pi$ .

A questo punto, invece di riportare le curve  $\eta_o$ , i valori del rendimento dell'elica possono essere marcati direttamente sulle curve  $K_T$  e  $K_Q$ , come è stato effettuato in Figura 5.27c. Se si hanno a disposizione i risultati delle prove di elica isolata, può essere costruito il diagramma riportato in Figura 5.27d. Tale diagramma è utile se, per l'insieme delle eliche considerate, il rapporto  $A_E/A_0$ , il rapporto  $t/c$ , il rapporto  $d_h/D$ , l'abbattimento, il profilo di pala e le sezioni di pala sono identici, per cui il rapporto  $P/D$  rimane l'unica variabile indipendente. In tal modo è stato inserito l'insieme delle curve di isorendimento, dove ogni curva è relativa ad un valore del rapporto passo-diametro.

Come è stato detto precedentemente, i parametri dinamici dell'elica possono variare da caso a caso. È perciò essenziale avere un insieme di *coefficienti base* adatti a tutte le possibili combinazioni. Tale gruppo di coefficienti è costituito da

- coefficiente di carico di spinta

$$C_T = \frac{T}{\frac{1}{2}\rho V_A^2 \frac{\pi D^2}{4}} = \frac{8}{\pi} \cdot \frac{K_T}{J^2}$$

- primo coefficiente base

$$b_T = \frac{T n^2}{\rho V_A^4} = \frac{K_T}{J^4}$$

- secondo coefficiente base

$$b_Q = \frac{Q n^3}{\rho V_A^5} = \frac{K_Q}{J^5}$$

In forma logaritmica questi coefficienti possono essere espressi mediante le equazioni:

$$\log C_T = \log \frac{8}{\pi} + \log K_T - 2 \log J$$

$$\log b_T = \log K_T - 4 \log J$$

$$\log b_Q = \log K_Q - 5 \log J$$

Per valori fissi di  $C_T$ ,  $b_T$  e  $b_Q$ , tali equazioni descrivono linee rette con diverse pendenze, tratteggiate in Figura 5.27e. Se, ad esempio, si varia il valore di  $C_T$ , le nuove rette avranno la stessa pendenza della retta originaria. Lo stesso accade per  $b_T$  e  $b_Q$ . Le scale di  $C_T$ ,  $b_T$  e  $b_Q$  possono essere tracciate perpendicolarmente alle rette suddette. Per facilitare la lettura dei diagrammi, in Figura 5.27f sono state nascoste le rette  $C_T$ ,  $b_T$  e  $b_Q$ , mentre sono state lasciate le tre scale diagonali che vanno a sovrapporsi alle curve  $K_T$ ,  $K_Q$  ed  $\eta_o$ .

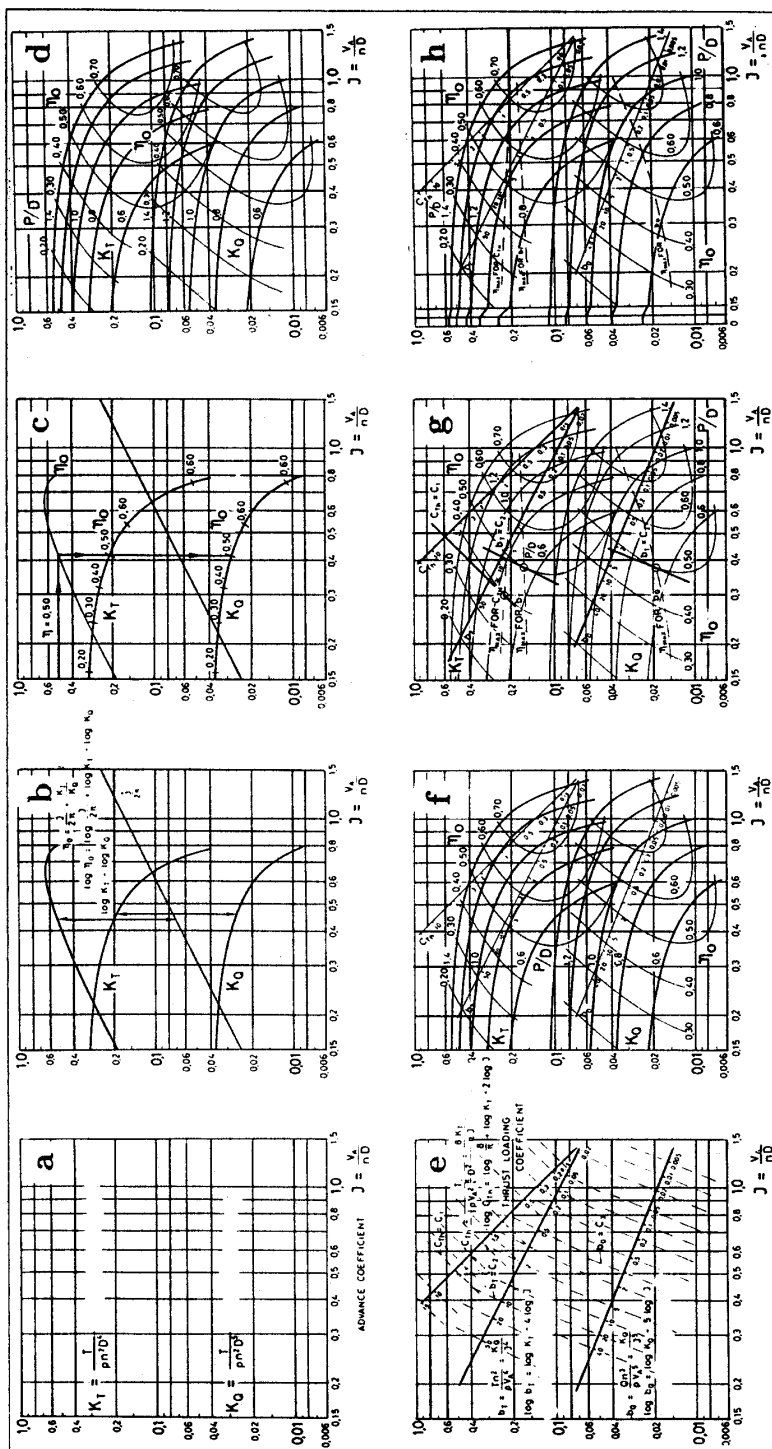


Figura 5.27. Costruzione del diagramma logaritmico dell'elica

## Utilizzo

Il diagramma logaritmico serve a risolvere gli stessi problemi progettuali affrontati in genere con i metodi che si appoggiano ai più classici diagrammi di progetto. Viene utilizzato come segue:

1. Nel caso in cui si debbano calcolare il *diametro ottimale* ed il rapporto di passo dell'elica, quando siano specificate la spinta  $T$  necessaria alla propulsione, la velocità di rotazione  $n$ , la velocità nave  $V$ , la velocità d'avanzo dell'elica  $V_A$ , e la densità di massa del fluido  $\rho$ , si può fare uso del primo coefficiente base  $b_T$  nella maniera seguente. Si calcola  $b_T$  e si traccia la corrispondente retta  $b_T$  sul diagramma. Si avrà il massimo rendimento là dove la retta  $b_T$  risulta tangente ad una curva  $\eta_o$ . Operando analogamente per altri valori di  $b_T$ , si determina una serie di punti che, uniti, permettono di tracciare la curva  $\eta_{max}$  associata al coefficiente di base  $b_T$  (Fig. 5.27g). In tal modo, per il valore progettuale di  $b_T$  può essere derivata la posizione del punto sulla curva  $\eta_{max}$ , ottenendo quindi  $J = V_A/nD$ , da cui si può determinare il diametro  $D$  e, per interpolazione, il rapporto  $P/D$ . Anche il rendimento dell'elica isolata può essere letto interpolando tra le curve  $\eta_o$ . Scendendo nel diagramma lungo la retta  $J = \text{cost.}$  fino alla curva  $K_Q$  corrispondente al rapporto  $P/D$ , si ricava il valore del coefficiente  $K_Q$ , e si può valutare, infine, la potenza necessaria alla propulsione come:

$$P_D = 2\pi n \cdot K_Q \cdot \rho n^2 D^5 = 2\pi n Q$$

2. Nel caso in cui siano assegnati il diametro  $D$  e la spinta  $T$  dell'elica, che ha velocità d'avanzo  $V_A$ , si può utilizzare il coefficiente di carico di spinta  $C_T$ . In maniera analoga al caso precedente, può essere costruita sul diagramma una curva luogo dei rendimenti massimi, corrispondenti al coefficiente di carico  $C_T$ , per la subserie di eliche nella quale varia solamente il rapporto di passo. Laddove la linea corrispondente ad un valore fisso di  $C_T$  attraversa questa curva  $\eta_{max}$ , si può leggere il coefficiente d'avanzo dell'elica  $J$  e ricavare, quindi, il *numero di giri ottimale*. Infine, la potenza può essere calcolata come sopra.
3. Nel caso in cui siano specificati la potenza disponibile  $P_D$ , il numero di giri  $n$  dell'elica, e la velocità nave  $V$ , si può fare uso del secondo coefficiente di base. La procedura è equivalente a quella utilizzata quando il parametro d'ingresso sia  $C_T$  o  $b_T$ . Si costruisce una curva luogo degli  $\eta_{max}$ , associata a  $b_Q$ , per determinare il *diametro ottimale*. Si osservi che la spinta dell'elica disponibile in questa condizione dovrebbe eguagliare la spinta richiesta per la propulsione della nave alla velocità  $V$ . Se questo non accade, la velocità nave e, quindi, la velocità d'avanzo  $V_A$ , devono essere variate. Intersecando la linea  $b_Q$  con la curva  $\eta_{max}$  si ottengono il coefficiente d'avanzo  $J$ , il diametro dell'elica  $D$  ed il rapporto  $P/D$ . In base ai valori noti di  $J$  e di  $P/D$ , si può ricavare il corrispondente valore di  $K_T$  ed ottenere la spinta sviluppata  $T_D = K_T \cdot \rho n^2 D^4$ , che deve eguagliare la spinta propulsiva richiesta  $T_R = R/(1 - t)$ , dove  $R$  è la resistenza della nave e  $t$  è il fattore di deduzione di spinta. Se è  $T_D > T_R$ , allora occorre aumentare  $V$ , e viceversa se è  $T_D < T_R$ . Successivamente occorre iterare il calcolo finché risulta essere  $T_D = T_R$ .

Il diagramma in Figura 5.27g rappresenta uno strumento pressoché pronto per un utilizzo progettuale, sebbene sia relativo ad un unico valore fisso del rapporto  $A_E/A_0$ . Si possono inserire nello stesso diagramma curve analoghe corrispondenti ad altri valori del rapporto di area espansa, come è stato fatto in Figura 5.27h.

Infine, sarebbe opportuno introdurre scale aggiuntive che mostrino i valori di  $K_T$  e  $K_Q$  per  $J = 0$ , utili soprattutto per progettare eliche di rimorchiatori, rompighiaccio, e navi da lavoro operanti a basse velocità.

#### 5.7.4 Diagramma di van Manen

Anche se non può essere considerato un vero e proprio diagramma progettuale, il diagramma di van Manen (1966), riportato in Figura 5.28, torna utile per identificare, per diversi tipi di navi, l'andamento del rendimento ottimale di differenti tipi di eliche, anche non convenzionali, in funzione del coefficiente  $B_p$ . Al crescere del valore di  $B_p$  si passa da eliche leggermente caricate (navi bieliche) sul lato sinistro del diagramma, ad eliche pesantemente caricate (rimorchiatori) sul lato destro del diagramma.

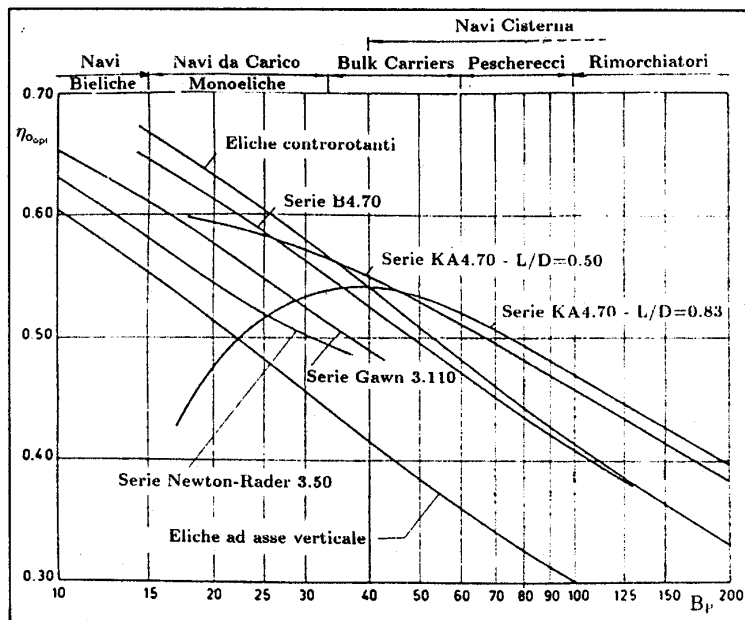


Figura 5.28. Confronto tra rendimenti ottimali di eliche non-convenzionali

In particolare, da questo diagramma si può dedurre che le eliche intubate sono preferibili per carichi pesanti, tipici delle condizioni propulsive dei pescherecci, dei rimorchiatori e delle navi cisterna. Quando è richiesta una forza di tiro molto elevata, è preferibile introdurre mantelli con un valore maggiore del rapporto tra lunghezza e diametro. Per navi veloci sono particolarmente raccomandate le eliche controrotanti.

## 5.8 Modi di funzionamento

Finora sono stati illustrati il modo di funzionamento e le prestazioni dell'elica in marcia avanti, ossia quando opera come macchina propulsiva con velocità d'avanzo e velocità di rotazione entrambe positive; questo è il modo operativo più frequente. Ma per studiare le operazioni di manovra o di marcia indietro delle navi, occorre conoscere le prestazioni dell'elica per altre combinazioni algebriche tra  $V_A$  ed  $n$ , potendo ambedue le grandezze cinematiche essere maggiori, uguali o minori di zero. In altri termini, si tratta di avere a disposizione i *diagrammi completi di funzionamento* dell'elica, che forniscano le sue curve caratteristiche in tutti i quadranti.

I diagrammi di funzionamento completi, nei quali il coefficiente di spinta  $K_T$  e quello di momento torcente  $K_Q$  vengono dati in funzione di valori sia positivi che negativi del coefficiente d'avanzo  $J$ , sono indispensabili quando si vogliono effettuare previsioni di accelerazione e decelerazione della nave. Naturalmente, questo tipo di diagrammi, detti *caratteristiche nei quattro quadranti*, descrive anche le condizioni nelle quali l'elica è assimilabile ad un mulinello, il che corrisponde alla situazione in cui l'elica è messa in rotazione dal flusso che l'attraversa senza che vi sia alcun assorbimento di potenza. Tale situazione può presentarsi quando la nave si muove per inerzia, quando è rimorchiata, o quando è mossa da altri mezzi di propulsione (vele, idrogetti, ecc.).

È disponibile una notevole mole di esperimenti relativi ai diversi modi di funzionamento dell'elica isolata. I risultati più conosciuti sono quelli di Nordstrom (1948), di Gutsche & Schröder (1963), di Meyne & Nolte (1964) e di van Manen & Oosterveld (1969). L'analisi dei loro risultati ha consentito di ottenere un quadro completo del comportamento di numerose eliche di serie sistematiche, o relative ad applicazioni isolate, in marcia avanti ed in marcia indietro, a diverse velocità nave ed a diversi numeri di giri.

### 5.8.1 Le quattro fasi di funzionamento

Nel caso di *elica a passo fisso* è possibile individuare quattro *modi operativi*, o fasi di funzionamento caratteristici dell'elica isolata, con riferimento ai valori assunti dall'*angolo d'avanzo*  $\beta$  definito come

$$\tan \beta = \frac{V_A}{0.7\pi n D}$$

Si conviene di assumere positivi il numero di giri e la velocità d'avanzo quando rappresentano rispettivamente il verso di rotazione del propulsore in marcia avanti ( $n > 0$ ) ed il moto d'avanzamento della carena in marcia avanti ( $V_A > 0$ ). Una sintesi della cinematica dell'elica nei quattro quadranti di lavoro, basata sull'angolo d'avanzo, è data in Tabella 5.11. Per convenzione, il verso positivo è quello antiorario.

Si possono pertanto individuare i quattro *quadranti di lavoro*, la cui notazione è riportata in Figura 5.29. La loro utilità è evidente soprattutto quando si affronta lo studio della manovrabilità, specialmente per quei tipi di navi ed imbarcazioni da lavoro che debbano compiere

frequentemente operazioni di manovra e/o per le quali è importante il funzionamento in marcia indietro (pescherecci, rimorchiatori, traghetti costieri, supply vessels, ecc.).

Quadrante	Angolo d'avanzo	Coefficiente d'avanzo	Avanzamento della carena	Rotazione dell'elica
I	$0^\circ < \beta \leq 90^\circ$	$J > 0$	$V_A > 0$	$n > 0$
II	$90^\circ < \beta \leq 180^\circ$	$J < 0$	$V_A > 0$	$n < 0$
III	$180^\circ < \beta \leq 270^\circ$	$J > 0$	$V_A < 0$	$n < 0$
IV	$270^\circ < \beta \leq 360^\circ$	$J < 0$	$V_A < 0$	$n > 0$

Tabella 5.11. Modi operativi di un'elica nei quattro quadranti

In tal modo, è possibile individuare due fasi di funzionamento dell'elica caratterizzate da valori positivi di  $J$ , e due fasi che presentano valori negativi di  $J$ . Le prime due fasi (I e III quadrante) sono relative a quei moti, di carattere stazionario o transitorio, nei quali la velocità di rotazione dell'elica è concorde con la direzione di avanzamento della carena, mentre le altre due (II e IV quadrante) sono relative a quei moti di carattere transitorio (nave in manovra) nei quali la velocità di rotazione dell'elica è discorde rispetto alla direzione di avanzamento della carena. In sintesi, si possono distinguere quattro modi fondamentali di funzionamento:

1. l'elica ruota nel verso della marcia avanti e la carena avanza in marcia avanti (I quadrante);
2. l'elica ruota nel verso della marcia indietro e la carena abbrivita in avanti (II quadrante);
3. l'elica ruota nel verso della marcia indietro e la carena arretra (III quadrante);
4. l'elica ruota nel verso della marcia avanti e la carena abbrivita indietro (IV quadrante).

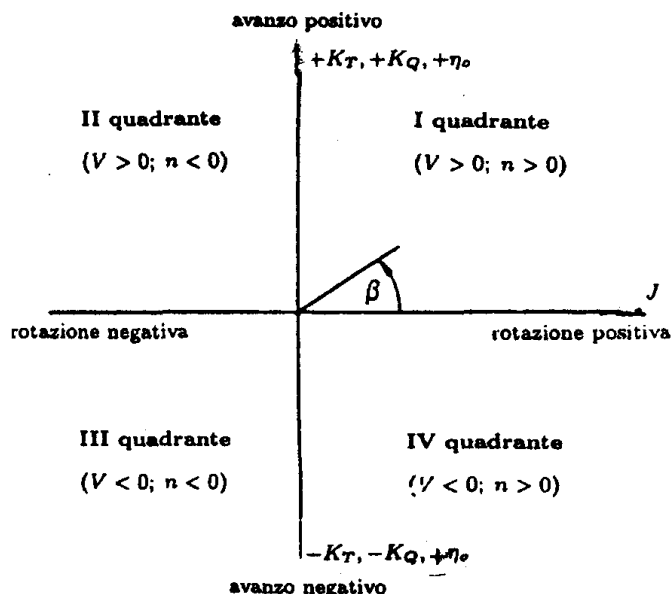


Figura 5.29. Notazioni nei quadranti di funzionamento



### 5.8.2 Rappresentazione dei modi di lavoro

#### Diagrammi di funzionamento

Le caratteristiche di funzionamento di un'elica isolata nei quattro quadranti possono essere rappresentate mediante una delle tre seguenti modalità, che fanno uso di diversi tipi di coefficienti adimensionali:

- coefficienti di spinta  $K_T$  e di momento torcente  $K_Q$  espressi in funzione di  $J$  (Fig. 5.30a):
- coefficienti di carico di spinta  $C_T$  e di momento torcente  $C_Q$ , così come definiti dalle relazioni (5.37), espressi in funzione dell'inverso del coefficiente d'avanzo (Fig. 5.30b).
- coefficienti di carico di spinta  $C_T^*$  e di momento torcente  $C_Q^*$ , diagrammati in funzione dell'angolo d'avanzo  $\beta$  (Fig. 5.31) e definiti come

$$\left. \begin{aligned} C_T^* &= \frac{8}{\pi} \cdot \frac{T}{\rho[V_A^2 + (0.7\pi nD)^2]D^2} \\ C_Q^* &= \frac{8}{\pi} \cdot \frac{Q}{\rho[V_A^2 + (0.7\pi nD)^2]D^3} \end{aligned} \right\} \quad (5.49)$$

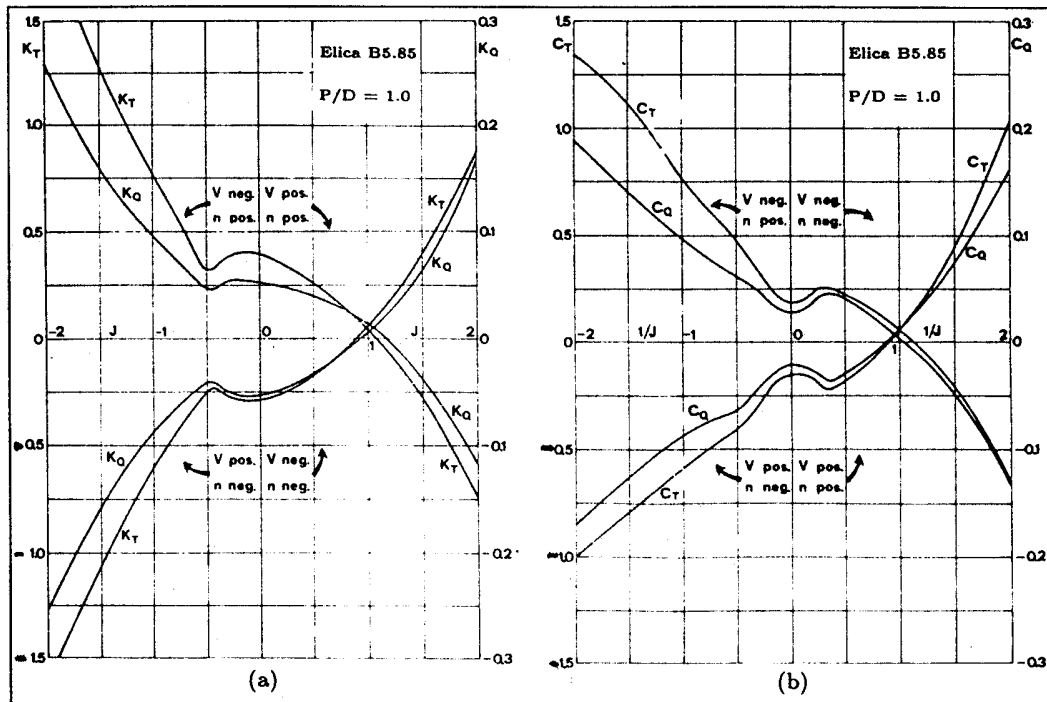


Figura 5.30. Diagrammi completi di funzionamento di elica isolata

Si noti come i coefficienti  $K_T$  e  $K_Q$  siano ben maggiori in condizioni di marcia indietro. Ciò si traduce in un potenziale sovradimensionamento della linea d'assi.

Purché sia disponibile un numero sufficiente di dati sperimentali da prove di elica isolata, è possibile definire una funzione periodica basata sull'angolo d'avanzo  $\beta$  che descriva le caratteristiche di spinta e di momento torcente dell'elica in ogni quadrante. Le corrispondenti curve rappresentative sono periodiche ad ogni giro di pala, per cui possono essere sviluppate in serie di Fourier. Van Lammeren et al. (1969) hanno suggerito una forma del tipo

$$\left. \begin{aligned} C_T^* &= \sum_{k=0}^{20} [A_{kT} \cos(k\beta) + B_{kT} \sin(k\beta)] \\ C_Q^* &= \sum_{k=0}^{20} [A_{kQ} \cos(k\beta) + B_{kQ} \sin(k\beta)] \end{aligned} \right\} \quad (5.50)$$

Ad esempio, per la subserie B4.70 questi coefficienti assumono la forma mostrata in Figura 5.31.

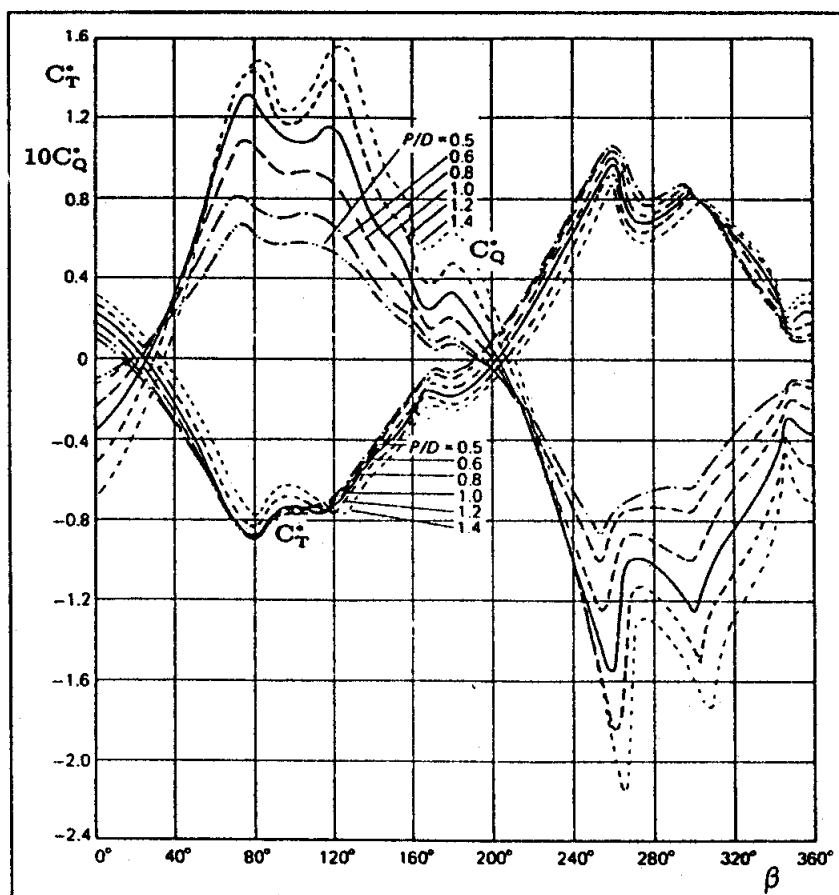


Figura 5.31. Diagrammi completi di funzionamento della subserie B4.70

È opportuno osservare che nello studio dei modi di lavoro l'ultimo tipo di rappresentazione è molto più flessibile, in quanto consente di definire qualunque condizione di lavoro dell'elica, a differenza delle prime due rappresentazioni, che cadono in difetto rispettivamente per  $n \rightarrow 0$

(il che accade per  $\beta = 90^\circ$  o per  $\beta = 270^\circ$ , per cui è  $J \rightarrow \infty$ ) e per  $V_A \rightarrow 0$ . Gli asterischi nelle equazioni (5.49) servono a distinguere questi coefficienti di carico da quelli definiti dalle equazioni (5.37).

### Caratteristiche ‘off-design’

Quando si valutano le caratteristiche ‘off-design’ dell’elica a partire dai risultati delle prove di elica isolata, è importante utilizzare i dati relativi ad un modello che abbia geometria simile all’elica in progetto. Dai dati della ‘Serie-B’ si desume che il rapporto di area espansa ha un effetto rilevante sull’entità di  $C_T^*$  e di  $C_Q^*$  nelle due zone dell’angolo d’avanzo corrispondenti a  $40^\circ < \beta < 140^\circ$  e  $230^\circ < \beta < 340^\circ$ . In queste zone l’entità di  $C_Q^*$ , in scala modello, può crescere fino a tre volte variando il rapporto di area espansa da 0.40 a 1.00 (Fig. 5.32).

Analogamente, l’effetto del rapporto di passo ha una notevole influenza su  $C_Q^*$  su quasi tutto l’intervallo di  $\beta$  (vedi Fig. 5.31). Il numero di pale è invece pressoché ininfluente.

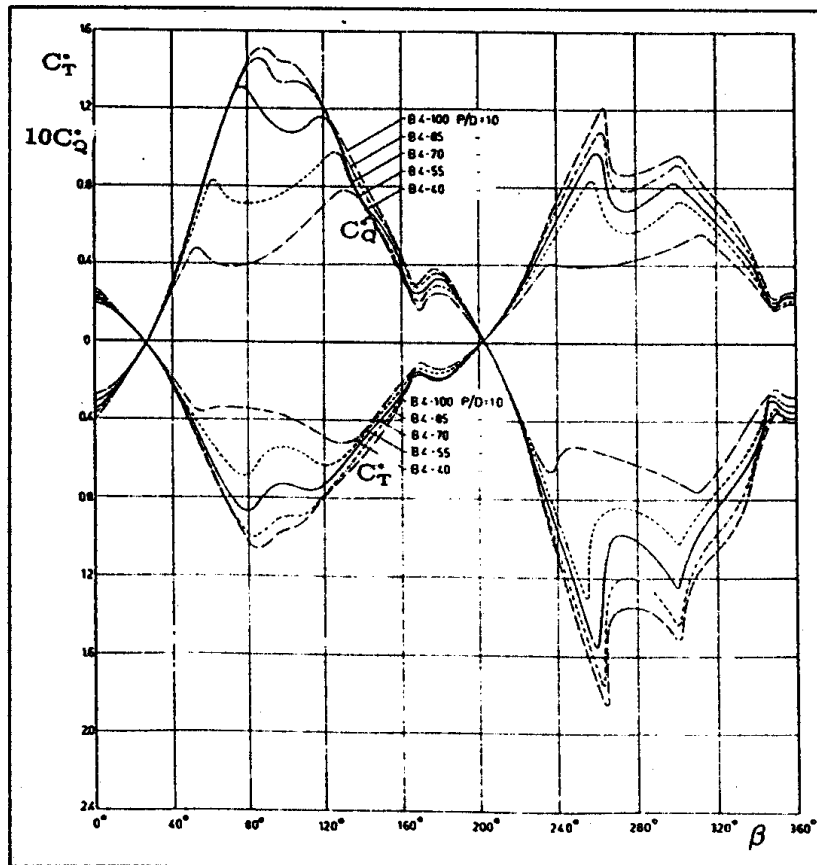


Figura 5.32. Diagrammi completi di funzionamento delle eliche B4 ( $P/D = 1.0$ )

### Eliche intubate

È stata sviluppata una rappresentazione in serie di Fourier per le *eliche intubate* della subSerie KA4.70 (Oosterveld, 1973), con mantelli ‘19A’ e ‘37’, che comprende anche il coefficiente di carico di spinta dovuto al mantello, che, in analogia con le relazioni (5.49), viene espresso come:

$$C_{T_d}^* = \frac{8}{\pi} \cdot \frac{T_d}{\rho[V_A^2 + (0.7\pi nD)^2]D^2}$$

dove  $T_d$  è il contributo del mantello alla spinta dell’elica isolata. I coefficienti di carico  $C_T^*$ ,  $C_Q^*$  e  $C_{T_d}^*$  sono ottenibili mediante rappresentazioni in serie di Fourier del tipo delle equazioni (5.50).

Come prevedibile, al variare di  $\beta$  l’elica intubata Ka 4.70 mostra un livello di dipendenza dai rapporti  $P/D$  ed  $A_E/A_0$  pressoché analogo a quello delle eliche libere; tuttavia il mantello è pressoché insensibile al rapporto  $P/D$ , tranne che nell’intervallo  $-20^\circ \leq \beta \leq 20^\circ$ .

### Eliche a passo variabile

Nel caso di *eliche a passo variabile*, il numero di quadranti si riduce a due dal momento che questo tipo di elica è unidirezionale rispetto alla velocità di rotazione. Utilizzando la suddivisione in quadranti utilizzata per le eliche a passo fisso, quelli d’interesse per le eliche a passo variabile sono il primo ed il quarto, in quanto l’angolo d’avanzo si trova nell’intervallo  $-90^\circ \leq \beta \leq 90^\circ$ . La quantità di dati, reperibili in letteratura, relativa a serie sistematiche di eliche a passo variabile è relativamente ristretta. Si può menzionare l’analisi di regressione sviluppata da Strom–Tejsen & Porter (1977), i quali derivarono per i coefficienti di carico della serie di eliche a passo variabile di Gutsche & Schröder (1963) equazioni della forma

$$C_T^* = \sum_{l=0}^L R_{l,2}(z) \sum_{m=0}^M P_{m,n}(y) \sum_{n=0}^N \{a_{l,m,n} \cos(n\beta) + b_{l,m,n} \sin(n\beta)\} \quad (5.51)$$

dove  $y = \{[P_{0.7R}/D]_{fpp} + 1.0\} / 0.25$

$$z = (A_D/A_0 - 0.50) / 0.15$$

e dove  $R_{l,2}(z)$  e  $P_{m,n}(y)$  sono polinomiali ortogonali definiti dalla relazione:

$$P_{m,n}(y) = \sum_{k=0}^m (-1)^k \binom{m}{k} \binom{m+k}{k} \frac{x^{(k)}}{n^{(k)}}$$

Secondo Carlton (1994), nella maggior parte delle applicazioni è sufficiente introdurre nell’equazione (5.51) i coefficienti di regressione  $a$  e  $b$  limitandoli a  $L = 2$ ,  $M = 4$  e  $N = 14$ .

### 5.8.3 Effetto della profondità limitata

Harvald (1976) ha fornito i risultati di uno studio sperimentale sistematico sulle prestazioni di un'elica isolata durante le operazioni di manovra a vari giri dell'elica stessa ed a differenti velocità nave in acque di profondità limitata. Le prove di rimorchio furono condotte per tutte le quattro possibili combinazioni di segno tra  $n$  e  $V$  a tre differenti profondità, e precisamente per  $h/D \approx \infty$ ,  $h/D = 2.93$  e  $h/D = 2.44$ , essendo  $h$  la profondità del fondale.

Per carichi normali dell'elica, sia le differenze tra i coefficienti  $K_T$ , sia quelle tra i coefficienti  $K_Q$ , sono risultate trascurabili al variare della profondità. Queste piccole differenze comportano, comunque, che l'elica isolata presenti rendimenti superiori in acque poco profonde rispetto ai valori derivati per profondità illimitata (Fig. 5.33).

In base a prove condotte in tutti i quadranti su un'elica sovraccaricata sia in in acque di profondità illimitata, sia in fondali poco profondi, è risultato che ai carichi estremi dell'elica esistono differenze sensibili nei valori delle curve  $K_T$  relative all'elica operante a diverse profondità. Lo stesso vale per le curve relative al coefficiente  $K_Q$ . Ma i valori dei rendimenti dell'elica isolata risultano poco sensibili al livello del fondale.

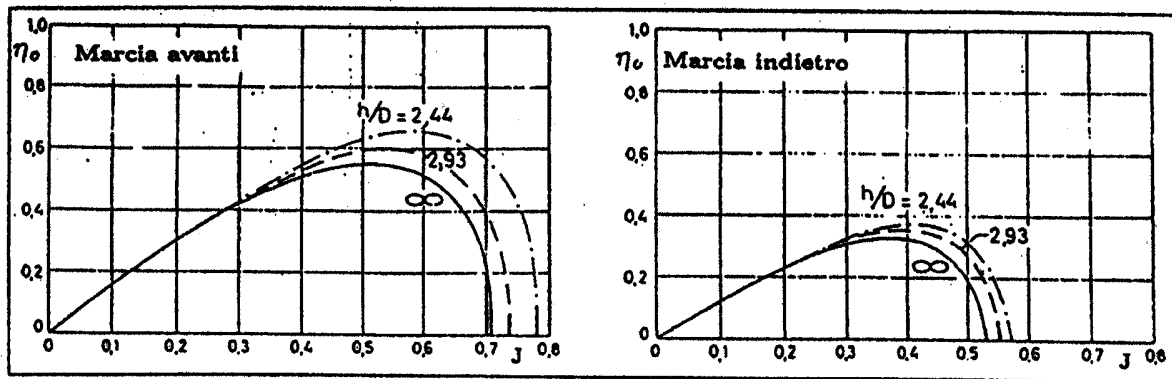


Figura 5.33. Diagrammi completi di funzionamento delle eliche B4 ( $P/D = 1.0$ )

## 5.9 Tiro a punto fisso

Il tiro a punto fisso (*bollard pull* - BP) è un termine utilizzato spesso per descrivere la capacità di tiro dei rimorchiatori. Più precisamente, il termine BP ha sviluppato tre diversi significati ed è importante progettualmente e commercialmente specificare a quale ci si riferisce:

- *bollard pull rating*: è una misura teorica;
- *bollard pull thrust*: rappresenta la spinta effettiva sviluppata dal propulsore;
- *bollard tow-pull*: la spinta utile di tiro.

### **Bollard pull rating**

Questa è la tradizionale misura di merito, derivabile da un calcolo teorico ed utilizzata per mettere a confronto la capacità di tiro dei rimorchiatori. È semplicemente la *spinta teorica* ottenibile a velocità d'avanzo nulla ed ai massimi giri del motore. Questa spinta non può essere raggiunta nella realtà operativa per due ragioni: le eliche accelerano il fluido, per cui non vedono mai l'acqua ferma; i motori non raggiungono mai i giri massimi alla velocità di rimorchio, in quanto in tiro le eliche sono sovraccaricate essendo il passo generalmente dimensionato per una velocità maggiore di quella di rimorchio. Il calcolo della spinta del 'bollard pull rating' è facile da realizzare: basta disporre del coefficiente di spinta  $K_T$  ad avanzo nullo e dei giri dell'elica.

### **Bollard pull thrust**

Questa grandezza è calcolata utilizzando la reale velocità del fluido, le stime dei coefficienti di interazione carena-propulsore (frazione di scia e fattore di deduzione di spinta), ed il vero numero di giri del motore in condizioni di equilibrio. Per la velocità del fluido si assume una velocità nominale nulla (ossia, 0.1 nodi) se si vuole calcolare la massima spinta statica, oppure la velocità reale in rimorchio (ad esempio, 3 nodi). Occorre disporre, quindi, dei coefficienti propulsivi a velocità nulla ed a velocità fino a 5-6 nodi, per cui si deve ricorrere a prove di autopropulsione accurate, soprattutto quando il veicolo marino debba operare in acque basse e/o a carico di spinta elevato.

Il calcolo del numero di giri di equilibrio richiede un processo iterativo per trovare il punto oltre il quale il motore non può far girare l'elica più velocemente; in altri termini, si tratta di individuare la condizione di equilibrio tra i momenti torcenti dell'elica e del motore. La forma della curva di potenza del motore influenza il calcolo: i motori con potenze elevate ai bassi giri possono fornire più momento torcente in rimorchio e, quindi, più giri e più spinta.

Va puntualizzato che la spinta nella condizione di tiro a punto fisso è la spinta sviluppata fruibile, ossia è la spinta dell'elica isolata ridotta per tenere conto del fattore di deduzione di spinta. Si può affermare che è la spinta che sarebbe misurata con una cella di carico durante una prova di tiro al vero.

### **Bollard tow-pull**

A velocità non nulla, una certa percentuale della spinta deve essere utilizzata per fare avanzare la nave. La determinazione della *spinta netta*  $T_{\text{net}}$  richiede la sottrazione della resistenza propria di carena dalla 'bollard pull thrust'. Quando le due curve si intersecano la nave si ferma.

#### **5.9.1 Valori del tiro**

I calcoli e le misure sperimentali hanno confermato che il tiro a punto fisso di un'elica intubata può crescere fino al 30% rispetto ad un'elica libera equivalente (Fig. 5.34).

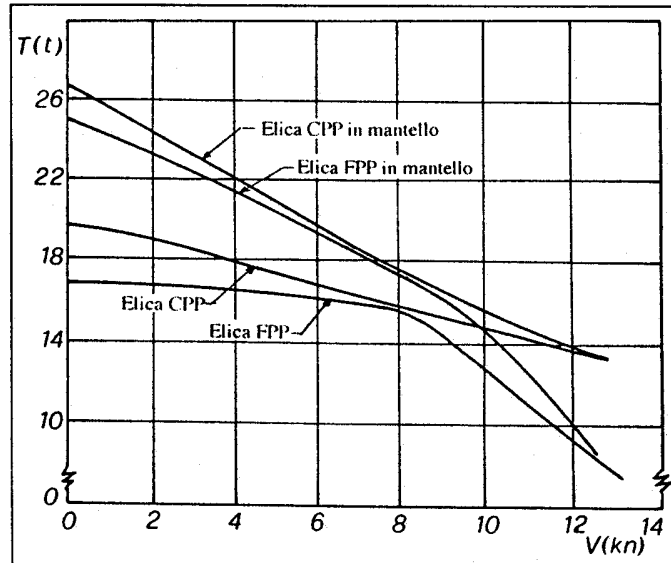


Figura 5.34. Forza di tiro per diversi tipi di eliche

Operazioni efficienti di tiro a punto fisso dovrebbero produrre i seguenti valori nominali di tiro a punto fisso in marcia avanti:

- eliche non-intubate      140 N/kW
- eliche intubate            180 N/kW

mentre in marcia indietro si possono ottenere i valori seguenti:

- eliche non-intubate      100–125 N/kW
- eliche intubate            125–135 N/kW

Questi ultimi valori valgono nell'ipotesi che il mantello sia progettato considerando le proprietà della spinta in marcia indietro. Se questo non avviene e, per esempio, il bordo d'uscita del mantello è aguzzo per ottimizzare le prestazioni in marcia avanti, il rapporto tra tiro a punto fisso in marcia indietro e quello in marcia avanti ammonta all'incirca a solo 60%.

## 5.9.2 Elica in rimorchio

### *Dimensionamento*

Il rapporto d'area espansa è determinato nel progetto iniziale in base a qualche criterio di cavitazione. Uno di questi, proposto da van Manen (1957), è formulato come

$$A_E/A_0 = 3.22 \frac{P_D}{nD^3 \cdot (p_a - p_v - 0.8\rho gR)}$$

dove  $p_a$  è la pressione atmosferica,  $p_v$  è la pressione di vapore e  $P_D$  è la potenza al mozzo.

Il tiro a punto fisso massimo possibile, assumendo il diametro massimo possibile, è dato dalla formula

$$BP = (1 - t_o) \cdot \left( \frac{\rho}{4\pi^2} \right)^{1/3} \cdot \frac{K_{T_o}}{K_{Q_o}^{2/3}} \cdot (P_{D_o} \eta_R D)^{2/3} \quad (5.52)$$

dove il pedice ‘o’ indica che le caratteristiche dinamiche dell’elica, così come il fattore di deduzione di spinta, sono relative alla condizione  $J = 0$ .

Di solito, la potenza disponibile al mozzo ed il numero di giri dell’elica sono assegnati, in quanto il motore ed il riduttore sono prestabiliti. Nel caso più generale, la formula (5.52) può essere riscritta, quindi, come

$$BP = (1 - t_o) \cdot \left( \frac{\rho}{16\pi^4} \right)^{1/3} \cdot \frac{K_{T_o}}{K_{Q_o}^{4/5}} \cdot (P_{D_o} \eta_R \sqrt{n_o})^{4/5} \quad (5.53)$$

Il rapporto passo–diametro deve essere scelto in modo che il rapporto  $K_{T_o}/K_{Q_o}^{4/5}$  sia massimo e deve essere verificato che il diametro dato da

$$D = \sqrt[5]{\frac{P_{D_o} \eta_R}{2\pi\rho n^3 \cdot K_Q}}$$

non sia maggiore di quello praticabile.

### 5.9.3 Linee guida progettuali

La scelta dell’elica ottimale per le navi che debbano ‘rimorchiare’ richiede un compromesso. La tentazione di scegliere l’elica per velocità nominale nulla (con un associato basso rapporto passo-diametro) fa correre il rischio di avere prestazioni negative. Infatti, con un’elica che abbia basso rapporto passo–diametro la nave paga un prezzo pesante nella condizione di trasferimento, poichè il limitatore non consente di superare il massimo numero di giri del motore. È probabile che si inneschi cavitazione sulla faccia ed isorgano vibrazioni indotte, in quanto le sezioni di pala vicine all’apice potrebbero operare ad un angolo di incidenza negativo quando l’elica ruota al massimo numero di giri.

In generale, l’elica dovrebbe essere scelta per una condizione intermedia tra la spinta richiesta alla velocità di rimorchio e quella richiesta alla velocità massima in trasferimento. Un miglioramento delle prestazioni in una delle due condizioni penalizza l’altra; infatti, un aumento del passo rende più efficiente il modo di trasferimento, mentre un passo ridotto fa crescere la spinta di rimorchio.

Alcune linee guida per la progettazione indicano che:

- le velocità di analisi sono 0-1 nodi per il ‘bollard pull rating’, 3-4 nodi per il rimorchio continuo;
- la velocità progettuale può essere il valore intermedio tra la velocità di rimorchio e quella di trasferimento;



- la potenza di calcolo dovrebbe essere 80%–90% di quella nominale al 100% dei giri nominali;
- per garantire la spinta ed il tiro di rimorchio, deve essere effettuata una ricerca dell'equilibrio del momento torcente in rimorchio; valutati i risultati, si possono modificare il diametro e/o il passo nella misura necessaria ad aumentare il tiro di rimorchio o la velocità di trasferimento, ricordando che l'ottimizzazione dell'uno penalizza l'altra, e viceversa;
- l'analisi va effettuata imponendo un criterio di cavitazione adeguato al tiro di rimorchio;
- buone prestazioni in tiro corrispondono generalmente ad eliche con  $P/D = 0.60$ .

Per le navi progettate per 'tirare' (rimorchiatori, anchor handling ships, navi posatubi, navi posacavi, ecc.) il valore del tiro a punto fisso statico, determinato da una prova al vero ed approvato da un Registro di Classifica prima della certificazione, è riportato nel 'record' della nave. Per i rimorchiatori e le navi da salvataggio/evacuazione esistono regole precise per la procedura della prova al vero di tiro a punto fisso.

## Capitolo 6

# Propulsori navali

Il processo decisionale relativo alla scelta dell'elica ottimale e del suo posizionamento corretto dietro la carena di una nave ha coinvolto generazioni di progettisti e di idrodinamici. Il risultato è stato un insieme ben noto di soluzioni semplici, standardizzate ed efficienti, che ha dominato per oltre un secolo i modi della propulsione navale, dove l'obiettivo fondamentale è quasi sempre stato la massimizzazione del rendimento propulsivo. Trascurando la possibilità offerta dalle ruote a pale e dalle vele, le uniche alternative pratiche oggi esistenti per produrre spinta in acqua sono le *eliche* e gli *idrogetti*. Ognuno di questi propulsori ha i suoi punti forti ed i suoi lati deboli. Generalmente, gli idrogetti hanno trovato applicazione soprattutto su scafi plananti e semiplananti al di sopra dei 30-35 nodi e si fanno preferire nell'intervallo 37-48 nodi. Le eliche sono applicate generalmente su navi dislocanti o semidislocanti più lente, anche se eliche non-convenzionali, quali le eliche supercavitanti e le eliche ventilate, sono state e sono installate su imbarcazioni assai veloci: le prime nel campo di velocità oggi coperto dagli idrogetti; le altre, insieme agli idrogetti ventilati, sono i propulsori con i migliori rendimenti al di sopra dei 50 nodi.

Per individuare il campo operativo preferenziale per questi due tipi di propulsori occorre richiamare i loro principi operativi base. L'elica opera in acqua all'esterno dello scafo e, al variare del suo numero di giri, varia la spinta prodotta e la velocità nave. L'elemento primario dell'idrogetto è una pompa a flusso assiale o flusso misto, ovviamente posizionato all'interno della carena; l'entità della spinta prodotta dall'idrogetto è indipendente dal numero di giri della pompa.

Le caratteristiche distintive di una nave propulsa ad elica sono un propulsore di grande diametro, una grande variazione della quantità di moto prodotta dal sistema propulsivo, una bassa velocità del flusso, e spesso un numero di giri relativamente basso, tranne nel caso di navi ed imbarcazioni veloci. Le eliche sono adatte a mantenere una velocità di carena relativamente costante anche quando la nave opera in ambienti meteo-marini severi. Al contrario, le caratteristiche distintive di uno scafo propulso da un idrogetto sono una pompa di piccolo diametro, una piccola variazione della quantità di moto, un'elevata velocità del flusso, ed un elevato numero

di giri della girante della pompa. Gli idrogetti sono molto più sensibili ai carichi idrodinamici prodotti dalle onde e dai venti: la spinta dell'idrogetto varia sensibilmente ed è difficile mantenere costante la velocità nave.

Oggi le navi presentano le tipologie più varie: navi veloci, catamarani, swath, trimarani, navi offshore, navi ro-ro, navi portacontainers, pescherecci, navi da crociera, ecc. Negli ultimi decenni le potenze installate a bordo sono cresciute enormemente, così che il carico idrodinamico sulle pale risulta spesso proibitivo. Il pericolo di innesco e sviluppo della cavitazione, con il conseguente rischio di vibrazioni indotte, è aumentato drammaticamente, per cui le navi moderne richiedono che l'elica sia il risultato progettuale di un giusto compromesso tra molteplici requisiti spesso conflittuali: elevato rendimento, rischio minimo di cavitazione, minimizzazione delle forze vibratorie generate dall'elica, buone capacità di decelerazione, interazione favorevole con il timone per migliorare la manovrabilità della nave, minima vulnerabilità, ridotti costi iniziali e di manutenzione.

L'azione fondamentale di un propulsore è lo sviluppo della spinta. Per potere produrre portanza, ogni sezione di pala è costretta a generare una velocità indotta nella sua scia. Il fatto che il propulsore disperda l'energia cinetica dell'acqua nella sua scia comporta che il rendimento di un propulsore non possa mai raggiungere un valore unitario. Il rendimento teorico più elevato possibile è raggiungibile quando si assume che non esista viscosità del fluido e che la scia dell'elica non presenti alcuna rotazione: esistono allora le sole componenti assiali di velocità e si ha a che fare con il concetto di propulsore ideale (vedi Capitolo 3). In questo caso ideale, l'energia perduta nella scia dipende solamente dal carico idrodinamico dell'elica, definibile mediante il cosiddetto *coefficiente di carico di spinta* come

$$C_T = \frac{T}{\frac{1}{2}\rho V_A^2 A_0}$$

dove  $T$  è la spinta dell'elica,  $\rho$  è la densità dell'acqua,  $V_A$  è la velocità d'avanzo dell'elica ed  $A_0$  è l'area del disco elica. Va evidenziato che il carico non viene espresso mediante la sola spinta per unità di superficie, in quanto una velocità elevata contribuisce realisticamente a ridurre il carico idrodinamico.

La relazione tra il rendimento ideale  $\eta_i$  di un'elica, basato sulla teoria impulsiva, ed il suo carico idrodinamico  $C_T$  è illustrato in Figura 6.1. La riduzione del rendimento al crescere del carico è dovuta alle perdite rotazionali, che generano variazioni circonferenziali della velocità del flusso incidente, ed alle perdite viscosive legate all'accresciuta resistenza dei profili di pala. Queste considerazioni valgono per qualunque tipo di propulsore, sia convenzionale, sia innovativo. Se si vogliono confrontare diversi tipi di propulsori, è importante quantificare e paragonare i tre fattori di perdita: la perdita di energia cinetica assiale, la perdita di energia cinetica rotazionale e le perdite viscosive. Un'ulteriore causa di perdite di energia, seppure di minore entità, è la disuniformità del flusso incidente.

Un *timone* posizionato dietro l'elica riduce le perdite rotazionali. Questa riduzione fa crescere il rendimento ideale dell'elica, anche se, a sua volta, il timone aumenta la resistenza totale del sistema nave contribuendovi con la propria resistenza d'attrito. L'interazione tra elica e timone

è generalmente inclusa nel rendimento di carena, in quanto nella prova di autopropulsione il timone è considerato parte integrante della carena ("appended hull").

La perdita di energia generata dall'azione dell'elica (vedi teoria impulsiva assiale e tangenziale) è ridotta grazie al fatto che la componente della velocità indotta ha verso opposto a quella dell'azione dell'elica. Il risultato è che una minore quantità d'energia viene abbandonata a poppavia nel fluido. Il cosiddetto *rendimento di carena* esprime la quantità di energia che, in generale, viene recuperata dalla scia viscosa della carena, per cui spesso risulta superiore all'unità. Una conseguenza negativa del posizionamento dell'elica dietro carena è che il campo di velocità incidente è alquanto disomogeneo. Questo fatto non pregiudica sensibilmente il rendimento, ma facilita l'innesco della *cavitazione*.

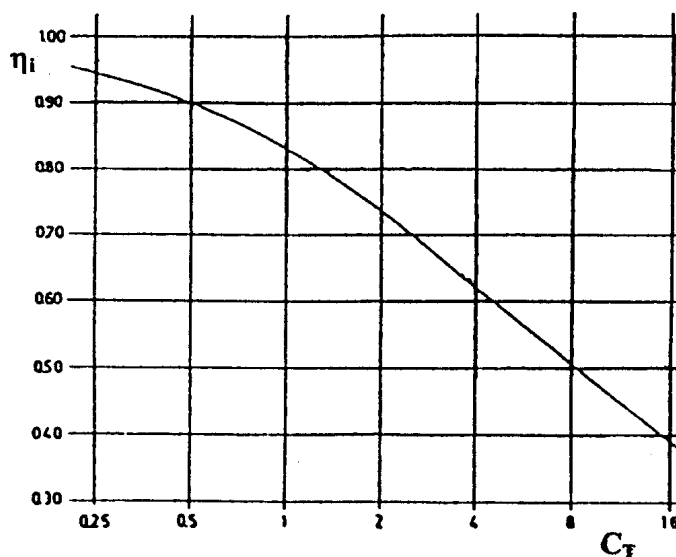


Figura 6.1. Rendimento ideale di un'elica

Occorre distinguere, comunque, tra eliche a passo fisso ed eliche a passo variabile, tra eliche intubate ed eliche libere, tra diversi regimi di funzionamento idrodinamico (subcavitante, transcavitante, cavitante e supercavitante), tra eliche convenzionali e configurazioni non-convenzionali, includendo tra queste diversi sistemi concepiti per il risparmio energetico.

## 6.1 Eliche convenzionali

Tra i vari modi della propulsione navale, se si fa riferimento alle caratteristiche principali ed al loro regime idrodinamico, le *eliche convenzionali* hanno dominato dagli anni '70 del XIX secolo, grazie ai vantaggi offerti dalle loro prestazioni.

In linea di principio, una trasmissione affidabile della potenza propulsiva alle eliche nelle condizioni di servizio deve conformarsi ai seguenti requisiti, del tutto soddisfatti dalle eliche convenzionali:

1. Dal punto di vista idrodinamico, a parità di resistenza nave e nell'intervallo di velocità d'interesse, si deve puntare ad installare la potenza propulsiva minore possibile. Nel linguaggio navale questo obiettivo è definito come *massimizzazione del rendimento propulsivo totale*. Il progetto delle eliche e delle linee d'assi deve far sì che nelle reali condizioni operative siano mantenuti sotto controllo i fenomeni cavitativi ed i connessi problemi vibratorii.
2. Dal punto di vista costruttivo, tutte le appendici, e non solo quelle che sostengono le linee d'assi, devono essere progettate e costruite in maniera tale da ridurre e, se possibile, evitare effetti deleteri sulla resistenza della nave e sul campo di scia.
3. Dal punto di vista meccanico, i cuscinetti che sostengono le linee d'assi devono essere semplici ed affidabili; si devono preferire linee d'assi corte per mantenere basse le perdite.

Nella maggior parte dei casi, la soluzione monoelica è la migliore dal punto di vista del rendimento propulsivo e dei costi di costruzione, anche se risulta più complesso conservare le prestazioni dell'elica a fronte dei rischi di presenza della cavitazione. Quando la potenza è troppo elevata per un'installazione monoelica, e/o per effetto della disomogeneità di scia, del tipo di nave e del diametro fortemente ridotto a causa della limitata immersione nave, è opportuno e talvolta necessario frazionare la potenza su due o più linee d'assi. Una configurazione bielica ha un rendimento di carena inferiore poiché le eliche operano all'esterno della zona dove la velocità di scia è più elevata. Normalmente il rendimento quasi-propulsivo di una nave bielica è inferiore a quello di una monoelica. Le eliche convenzionali, se progettate correttamente, offrono generalmente un rendimento che è dal 15% al 18% inferiore al rendimento ideale.

### 6.1.1 Eliche a passo fisso

Le *eliche a passo fisso* (FPP) - a pale fisse - sono il propulsore navale più diffuso, soprattutto in combinazione con il motore diesel, sulle navi monoelica, mentre non sono generalmente raccomandate per le navi bielica. Sono propulsori affidabili e facili da installare, e costituiscono la parte del sistema propulsivo probabilmente più economica e meno complessa dal punto di vista meccanico. Le eliche a passo fisso sono utilizzate pressoché esclusivamente su navi mercantili per il trasporto via mare. Negli ultimi dieci anni c'è stata una ripartizione tra i diversi tipi di nave come riportato nel diagramma in Figura 6.2.

Il momento torcente e la potenza assorbita da un'elica a passo fisso, di diametro assegnato, dipendono fondamentalmente dal suo numero di giri e dalla sua velocità d'avanzo. Fissati i parametri fondamentali dell'elica ( $D$ ,  $N$ ,  $P/D$ ), la potenza assorbita dipende dalla:

- condizione di caricazione della nave;
- resistenza aggiunta dovuta alle condizioni meteo-marine ed alla rugosità/fouling della carena;
- dal tipo di servizio (navigazione libera, tiro, rimorchio, navigazione in ghiaccio).

La potenza assorbita da un'elica a passo fisso è proporzionale al cubo del numero di giri nell'intervallo di velocità della nave dove la potenza è proporzionale al cubo della velocità stessa. Ne consegue che se  $P_1$  ed  $n_1$  sono i valori misurati/calcolati della potenza e dei giri dell'elica, quando il numero di giri diviene  $n_2$  la potenza assorbita dall'elica è calcolabile come

$$P_2 = P_1 \cdot \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^3$$

La maggior parte delle eliche a passo fisso sono eliche monoblocco, fuse in un pezzo unico e con le pale fissate rigidamente al mozzo. Sebbene la geometria di un'elica sia complessa, la sua costruzione è semplice, in quanto non presenta parti mobili. La manutenzione ed il logorio sono minimi. Questa semplicità applicativa, unita al suo rendimento mediamente elevato, è la ragione per cui l'elica a pale fisse non ha concorrenti in molte applicazioni navali.

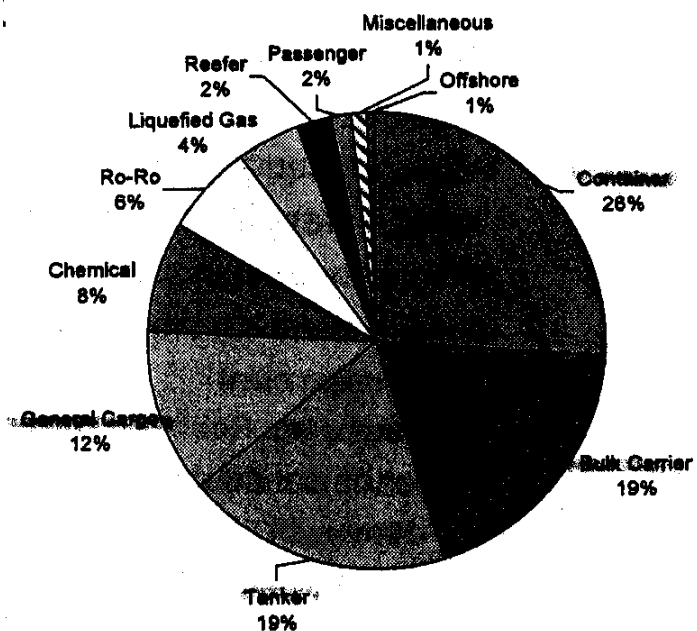


Figura 6.2. Distribuzione delle eliche a passo fisso per classi di navi

Negli ultimi decenni si è dovuta prestare un'attenzione sempre crescente alla riduzione delle eccitazioni vibratorie seguendo due linee principali di modifica della geometria di pala; ossia, la scelta di scaricare idrodinamicamente le pale verso l'apice e/o lo svirgolamento di pala (*skew*), per effetto del quale le sezioni di pala non sono più perpendicolari all'asse di pala nel piano del disco-elica, ma sono spostate in direzione opposta al verso di rotazione per adattarsi al campo di scia disomogeneo.

Lo scarico dell'apice è un mezzo efficace per ridurre le ampiezze dei modi di vibrazione indotti dalla cavitazione. Tuttavia, poiché la distribuzione radiale del carico idrodinamico non è più ottimale, si avrà una certa riduzione del rendimento propulsivo. Al contrario, la presenza dello 'skew' non comporta alcun decadimento del rendimento. Tuttavia, svirgolamenti eccessivi possono comportare deformazioni e tensioni di pala pericolose. Lo 'skew' è applicato per ridurre le

variazioni di carico quando le pale, nella loro rotazione, attraversano un picco di scia, tentando di ridurre così il rischio d'innescò della cavitazione. Gli effetti dello 'skew' nel ridurre le forze non-stazionarie dell'elica sono noti fin dalle origini della propulsione ad elica, ma è stato possibile quantificarli solamente quando lo sviluppo di computers veloci e potenti ha reso possibile l'applicazione della teoria vorticale al progetto delle eliche navali.

Le tipiche procedure progettuali prevedono l'utilizzo della teoria della *linea portante* basata sul metodo dei fattori di induzione per stabilire la distribuzione radiale della circolazione, seguita da calcoli basati sulla teoria della *superficie portante* per tenere conto correttamente della forma di pala nella determinazione della distribuzione finale del passo e della curvatura delle sezioni di pala. Le deformazioni e le tensioni di pala sono valutate utilizzando codici agli elementi finiti, variando i profili di pala ed il passo se necessario.

Anche il progetto di eliche con apice scarico è condotto utilizzando codici basati sulla teoria della linea portante con fattori di induzione, imponendo una assegnata distribuzione del carico anziché ricercare la massimizzazione del rendimento. Se lo scarico dell'apice di pala è combinato con l'introduzione di uno 'skew' elevato, i dettagli finali della geometria delle sezioni di pala devono essere determinati mediante l'applicazione della teoria della superficie portante.

In generale, un'elica a passo fisso è ottimizzata per un'unica condizione operativa, ossia alla velocità ed al numero di giri che corrispondono al cosiddetto *punto di funzionamento*. In quella condizione progettuale il rendimento è massimo, mentre in tutte le altre condizioni operative (*off-design*) il rendimento è decisamente inferiore.

Gli sviluppi futuri delle FPP sono legati fondamentalmente al controllo del loro comportamento cavitativo. È ancora difficile prevedere e/o ottimizzare mediante codici numerici il comportamento cavitativo in termini di erosione, fluttuazioni di pressione ed irradiazione del rumore.

I motori diesel generalmente utilizzati sono caratterizzati da un momento torcente massimo ammissibile quasi costante su un ampio intervallo di giri, così che la massima potenza disponibile è direttamente proporzionale al numero di giri. Ne consegue che se l'elica è progettata per assorbire la massima potenza al massimo numero di giri ad una particolare velocità d'avanzo, a velocità inferiori il numero di giri deve essere ridotto per evitare che venga superato il momento torcente massimo ammissibile, mentre a velocità più elevate il momento torcente sarà inferiore al massimo in quanto il numero di giri non può essere aumentato oltre il limite superiore.

Se una nave presenta almeno due velocità progettuali molto differenti, le FPP risultano inadeguate. Infatti, se l'elica è progettata per assorbire la potenza totale al valore limite del numero di giri a velocità assai bassa o nulla, come accade per i rimorchiatori ed i pescherecci in tiro, la spinta sarà assai alta, ma la potenza assorbita dall'elica diminuirà con continuità al crescere della velocità, per cui la velocità non riesce a crescere. Viceversa, se l'elica è progettata per assorbire tutta la potenza al massimo numero di giri ed alla velocità massima di progetto, a velocità inferiori il numero di giri deve essere ridotto con una proporzionale riduzione di potenza, per cui viene assorbita solo una piccola frazione della potenza massima, ad un numero di giri assai ridotto, a causa delle limitazioni del momento torcente massimo.

Queste eliche sono inadeguate nelle manovre a marcia indietro, dove l'inversione del verso di rotazione di un motore diesel (o di una turbina) non è un'operazione istantanea. Inoltre, esistono certe tipologie di navi, quali i pescherecci a strascico ed i rimorchiatori, nelle quali è conveniente (e necessario) potere utilizzare sempre la potenza totale disponibile del motore variando al minimo il numero di giri dell'elica.

### 6.1.2 Eliche a passo variabile

Quando l'elica deve fare avanzare navi o imbarcazioni che prevedono più condizioni operative significative, le eliche a passo fisso presentano limitazioni importanti. Infatti, nella propulsione navale il sistema costituito dal motore principale e dall'elica accoppiata presenta alcune caratteristiche (potenza, numero di giri), che dipendono strettamente dalle condizioni di utilizzo. In particolare, poiché il numero di giri dell'elica è sensibilmente proporzionale alla velocità nave, può accadere che, a basse velocità, le FPP generino problemi di malfunzionamento nei motori diesel.

Il tipo classico di elica che può risolvere i problemi suddetti è l'*elica a passo variabile* (CPP), che diviene *elica a pale orientabili* (Fig. 6.3) quando la rotazione delle pale del mozzo arriva a consentire l'inversione del moto.

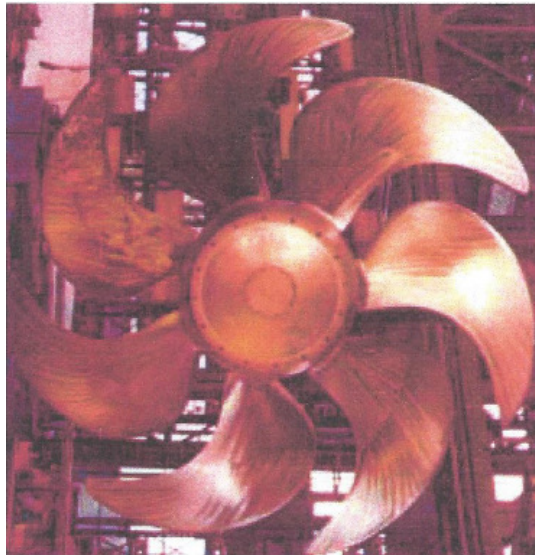


Figura 6.3. Elica a passo variabile con 'skew' elevato

Le eliche a passo variabile operano normalmente in combinazione con motori diesel a quattro tempi. Sono applicate per:

- migliorare la manovrabilità, specialmente per fermate rapide;
- migliorare il rendimento totale (possibilità di utilizzare un generatore asse);
- utilizzare più motori per asse.



Un'elica a passo variabile presenta pale mobili, ognuna delle quali può ruotare intorno ad un asse radiale, di solito perpendicolare all'asse dell'elica, grazie ad un meccanismo servoidraulico installato dentro il mozzo. Ovviamente, il mozzo di una CPP è notevolmente maggiore del mozzo di una FPP e, rispetto a questa, presenta un meccanismo più complesso e costoso. Le pale sono sospese alla radice in un disco circolare, detto *palma*, che è imbullonato su un altro disco circolare posto dentro il mozzo, il *portatore*, che può essere fatto ruotare, meccanicamente o idraulicamente, da un servomotore guidato dal ponte di comando. Le pale sono costruite separatamente e montate sul mozzo solo successivamente.

Un'elica a passo variabile crea problemi ulteriori alla geometria del mozzo, in quanto le pale dovrebbero raccordarsi dolcemente al mozzo in tutte le posizioni angolari di pala. Ciò richiede che la palma abbia una forma sferica, il che purtroppo non è sempre facile da realizzare, per cui si può avere una certa luce tra pala e mozzo.

Per potere alloggiare il meccanismo di rotazione delle pale all'interno del mozzo, è necessario imporre diametri del mozzo relativamente grandi ( $d_h/D = 0.27 \div 0.40$ ), se paragonati a quelle delle FPP ( $D_h/D \leq 0.20$ ); ciò comporta una riduzione del rendimento. Inoltre, risulta accresciuta la depressione alla radice di pala, il che facilita la probabilità d'innesco locale della cavitazione. Dal punto di vista della geometria di pala, poiché il rapporto  $r_h/R$  è maggiore per un'elica a passo variabile, il rapporto di area espansa di un'elica CPP è minore di quella di un'elica FPP a parità di indice di cavitazione, mentre la sezione a  $0.7R$  ha una lunghezza di corda maggiore (Fig. 6.4).

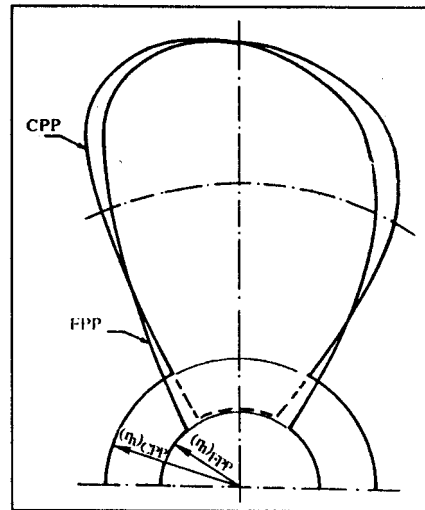


Figura 6.4. Profili di area espansa di eliche FFP e CPP

Un sistema propulsivo con elica a passo variabile consiste in sostanza di cinque parti (Fig. 6.5): l'elica con il suo meccanismo di rotazione delle pale entro il mozzo (1); la linea d'assi o, almeno, un asse portaelica cavo (2); il riduttore (3); il circuito idraulico che attiva il meccanismo di rotazione (4); il sistema di controllo remoto (5).

Il mozzo di un'elica a passo variabile comporta una riduzione dell'area di pala utile e, quindi, una piccola riduzione del rendimento,  $\Delta\eta$ . In prima approssimazione, il rendimento di un'elica a passo variabile va ridotto in termini percentuali rispetto ad un'elica a passo fisso avente  $d_h/D = 0.20$  in base alla relazione

$$\Delta\eta = \frac{1 + (D_h/D)^2}{0.96}$$

L'inversione della spinta viene realizzata cambiando del tutto l'orientamento del passo, mentre l'albero continua a ruotare a giri costanti nella stessa direzione. Questa possibilità riduce significativamente il tempo richiesto per variare la direzione della spinta rispetto alla configurazione motoristica che prevede un invertitore del moto ed elica a passo fisso. Le caratteristiche di manovrabilità di un'elica a passo variabile sono perciò migliori di quelle di un'elica a passo fisso; si ha, tra l'altro, una riduzione della lunghezza di arresto.

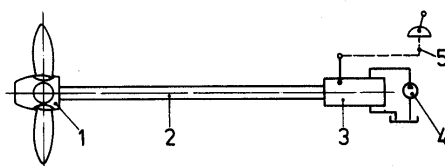


Figura 6.5. Parti principali di un sistema CPP

L'elica a passo variabile accresce la complessità del sistema propulsivo e comporta un maggiore costo iniziale, ma consente una variazione quasi infinita di velocità da un valore quasi nullo fino alla massima velocità nave. Il riduttore è più semplice poichè non è richiesto né un invertitore né un limitatore di velocità. Un sistema propulsivo con elica a passo variabile può contribuire ad un funzionamento complessivamente migliore per un sistema di posizionamento dinamico.

Le eliche CPP consentono di adeguare il passo a diverse condizioni di carico dell'elica, per cui sono particolarmente utili sui rimorchiatori ed i pescherecci a strascico. Sono utilizzate frequentemente quando la velocità di rotazione dell'albero deve essere costante per effetto dell'utilizzo di un generatore asse accoppiato al motore principale. La loro applicazione è imprescindibile quando l'elica è accoppiata, con o senza riduttore, ad un motore diesel medium-speed. La variazione della velocità nave viene allora realizzata mediante variazioni del passo anziché variazioni della velocità di rotazione dell'elica.

Riassumendo, le CPP possono essere utilizzate con successo nelle seguenti circostanze:

- quando siano richieste buone qualità di accelerazione, di arresto e di manovrabilità, oppure quando sia richiesta una spinta costante per diversi livelli di carico idrodinamico; questo è il caso dei rimorchiatori, dei pescherecci, delle navi antincendio, dei traghetti, delle ro-ro e delle navi rompighiaccio.
- quando il profilo operativo di una nave preveda velocità assai differenti; esempi tipici sono i rimorchiatori, le navi da crociera, i sottomarini a seconda che navighino in superficie o immersi, i pescherecci in navigazione da/per i campi di pesca e durante le attività di pesca.

- quando è richiesto di navigare a basse velocità, il che accade per tutte le navi che attraversino canali, chiuse, e per quelle navi che frequentemente operino all'interno dei porti.

Nelle eliche a passo variabile, l'angolo di passo introduce una terza dimensione nei diagrammi di funzionamento dell'elica, che comprendono ora una serie di curve  $K_T$  e  $K_Q$  espresse in funzione di  $J$ , ognuna relativa ad un angolo di passo, espresso come variazione angolare rispetto al rapporto  $P/D$  relativo al punto di funzionamento progettuale (Fig. 6.6).

Le eliche a passo variabile sono progettate con un passo di riferimento  $P/D$  corrispondente al punto operativo di massimo rendimento per l'utilizzazione prevista. Va osservato che, comunque, il rendimento in una condizione non corrispondente al punto propulsivo progettuale non sarà mai così elevato come quello di un'elica a pale fisse progettata per quella condizione. Questo è dovuto al fatto che la variazione di passo fa variare la distribuzione radiale del carico sulle pale dell'elica. Un aumento del passo sposta il carico idrodinamico verso i raggi esterni, mentre una riduzione del passo scarica l'apice di pala. Quando la distribuzione radiale del carico è ottimale nella condizione progettuale, la stessa distribuzione non sarà ottimale alle altre posizioni del passo.

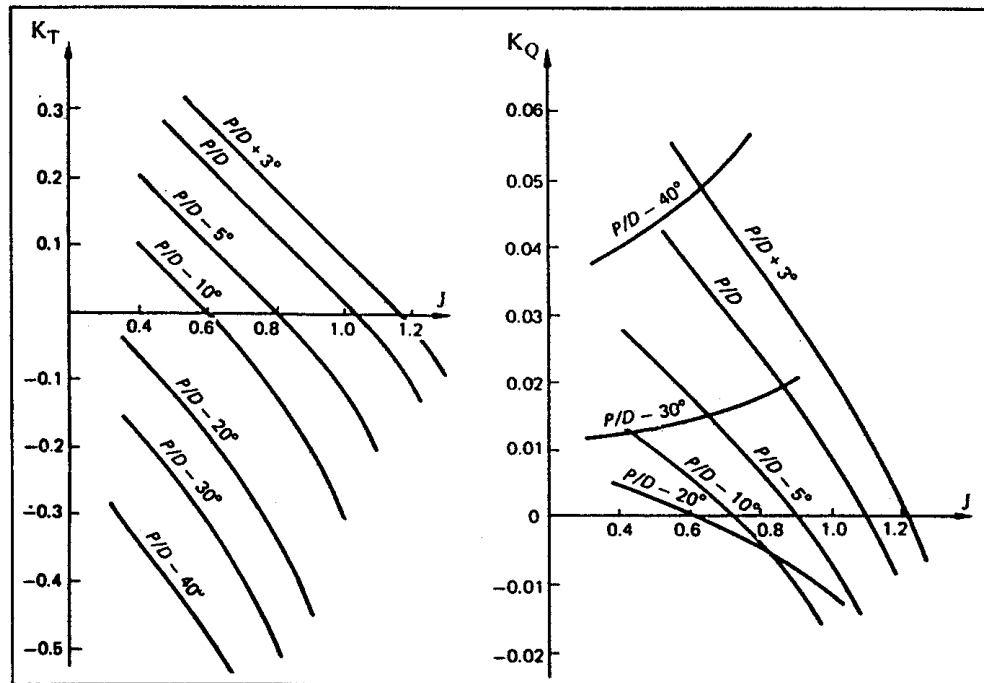


Figura 6.6. Curve caratteristiche di eliche CPP

L'adattamento del passo può ridurre il decadimento del rendimento quando l'elica opera in condizioni diverse (*off-design*) dal punto di funzionamento progettuale. Progettualmente per le CPP non si dovrebbero mai utilizzare i profili delle eliche a passo fisso per angoli di passo differenti del 5 ÷ 10% rispetto a quello progettuale, in quanto gli effetti di distorsione della sezione potrebbero influenzare notevolmente le caratteristiche delle prestazioni.

Il principio di comando dell'orientamento delle pale di un'elica CPP è illustrato in Figura 6.7, dove si può distinguere tra sistema ad asta di punteria (Fig. 6.7a) e sistema a pressione d'olio (Fig. 6.7b). Per variare il passo è necessario applicare un adeguato momento torcente. Quando manca la pressione dell'olio nel mozzo, per cautelarsi rispetto a guasti dell'impianto propulsivo, è necessario garantire che il *momento torcente sull'asse di pala* (spindle torque) dell'elica CPP porti il passo fino al suo massimo abbattendo così il carico sull'elica. D'altra parte, è importante cercare di minimizzare questo momento torcente, il che è realizzabile applicando alle pale uno 'skew bilanciato', in modo che la parte di pala più vicina al mozzo sia traslata in avanti verso la direzione di rotazione, mentre la parte più esterna è portata all'indietro.

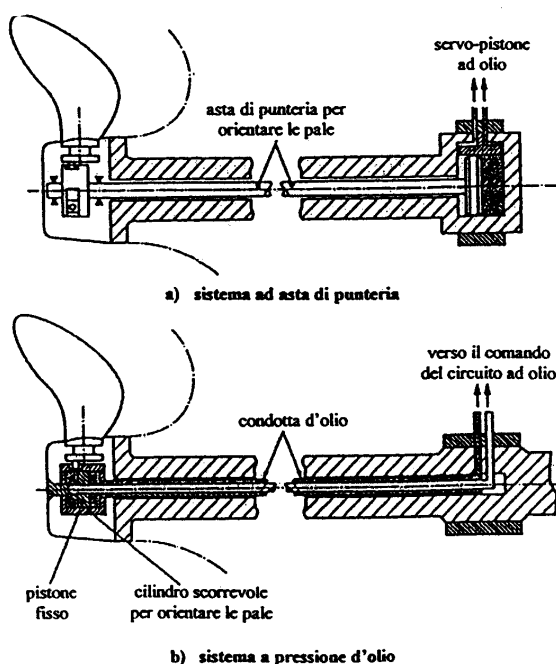


Figura 6.7. Meccanismo di funzionamento di un'elica a pale orientabili

Per avere un basso 'spindle torque' idrodinamico, sono stati effettuati molti tentativi di riduzione scegliendo adeguate sezioni di pala (piane verso la radice), una distribuzione di passo che decresce notevolmente verso la radice di pala, un 'rake' ed uno 'skew' adeguati. Tra questi possibili interventi solo l'applicazione di uno 'skew-back' non produce effetti collaterali. Le pale con sezioni lenticolari fanno crollare il rendimento fino al 15%, mentre il 'rake' aumenta le tensioni di pala e complica la costruzione del mozzo a causa delle superiori forze centrifughe, per cui si è costretti ad aumentare gli spessori con conseguente incremento del peso dell'elica.

In Figura 6.8 è riportata la curva caratteristica dello 'spindle torque' di pala in funzione del passo, assumendo costante il numero di giri dell'elica. In questi casi si ha lo 'spindle torque' massimo in corrispondenza del passo negativo limite, come indicato dalla linea tratteggiata in Figura 6.8, dove sono indicate anche le condizioni operative caratteristiche, le quali descrivono a sufficienza le possibili situazioni operative:

- 1 - punto a spinta nulla;
- 2 - condizione di tiro in marcia avanti;
- 3 - condizione di tiro in marcia indietro;
- 4 - navigazione libera in marcia avanti;
- 5 - navigazione libera in marcia indietro;

Sebbene siano immaginabili situazioni più severe quali, ad esempio, la manovra da marcia avanti a marcia indietro ed immediatamente di nuovo avanti, queste cinque condizioni possono descrivere a sufficienza le possibili situazioni effettive. L'insieme di queste situazioni descrive una situazione pessimistica, in quanto di solito non c'è alcun bisogno di passare attraverso il punto a passo nullo alla massima velocità di rotazione dell'elica. Infatti, anche una minima riduzione del numero di giri nel punto a passo nullo riduce considerevolmente lo 'spindle torque'.

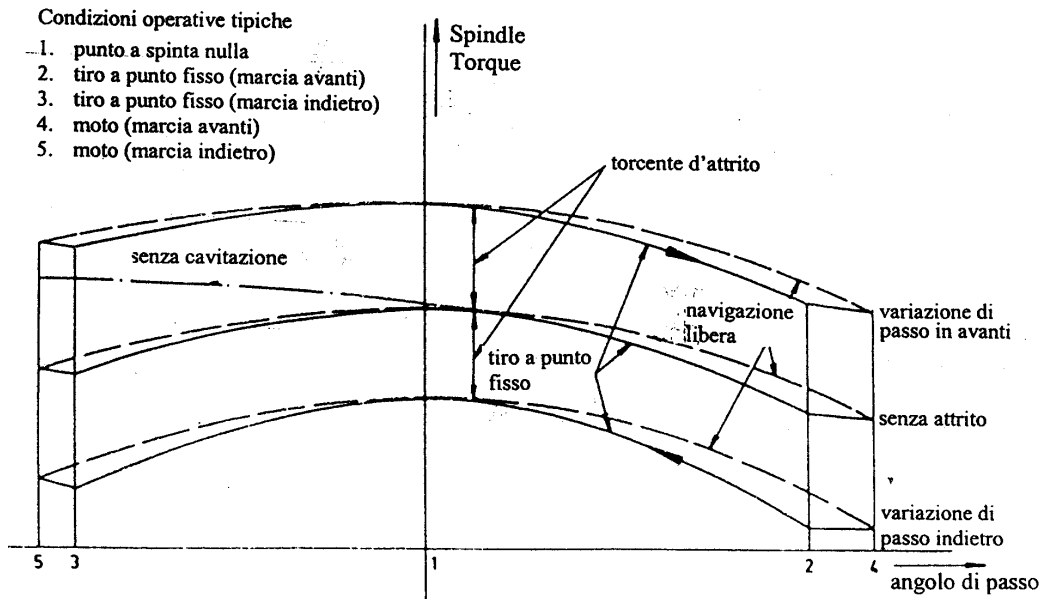


Figura 6.8. 'Spindle torque' di pala rispetto all'angolo di passo ( $n = \text{cost.}$ )

Quando si progetta il meccanismo di rotazione della pala, è imprescindibile conoscere l'entità dello 'spindle torque', che agisce sull'asse di collegamento della pala al mozzo e che richiede di essere bilanciato dal meccanismo del mozzo allo scopo di mantenere le pale al passo prescelto o, in alternativa, di essere superato quando si richiede una variazione del passo. Lo 'spindle torque'  $Q_S$  è funzione del coefficiente d'avanzo  $J$  e della variazione dell'angolo di passo  $\Delta\theta$  ed è costituito dalla somma delle seguenti tre componenti

$$Q_S(J, \Delta\theta) = Q_{SH}(J, \Delta\theta) + Q_{SC}(n, \Delta\theta) + Q_{SF}(J, \Delta\theta) \quad (6.1)$$

dove  $Q_{SH}$  è la componente idrodinamica dovuta al campo di pressione agente sulle superfici di pala,  $Q_{SC}$  è la componente centrifuga risultante dalla distribuzione di massa della pala,  $Q_{SF}$  è la componente di attrito risultante dal moto relativo delle superfici all'interno del mozzo.

Ovviamente la componente  $Q_{SC}$  dipende solamente dalla variazione angolare  $\Delta\theta$ , poiché la forza centrifuga è una proprietà esclusivamente meccanica della pala e, quindi, è indipendente dal coefficiente d'avanzo. L'ultima componente  $Q_{SF}$ , dovuta all'attrito, dipende solo in parte dall'azione idrodinamica, in quanto è influenzata soprattutto dalla geometria del meccanismo del mozzo e dalla distribuzione di massa della pala.

La Figura 6.9 mostra le caratteristiche idrodinamiche e centrifughe tipiche del momento torcente del mandrino, espresse mediante i coefficienti  $K_{Q_{SH}}$  e  $K_{Q_{SC}}$ , che assumono una forma simile al convenzionale coefficiente di momento torcente dell'elica, essendo definiti in funzione dei rispettivi momenti torcenti sull'asse di collegamento tra pala e mozzo come

$$K_{Q_{SH}} = \frac{Q_{SH}}{\rho_m n^2 D^5} \quad , \quad K_{Q_{SC}} = \frac{Q_{SC}}{\rho_m n^2 D^5} \quad (6.2)$$

dove  $\rho_m$  è la densità di massa del materiale di pala.

Poiché è auspicabile minimizzare la componente idrodinamica dello 'spindle torque', si devono scegliere:

- adeguate sezioni di pala;
- una distribuzione di passo decrescente verso la radice di pala;
- 'rake' e 'skew' adeguati.

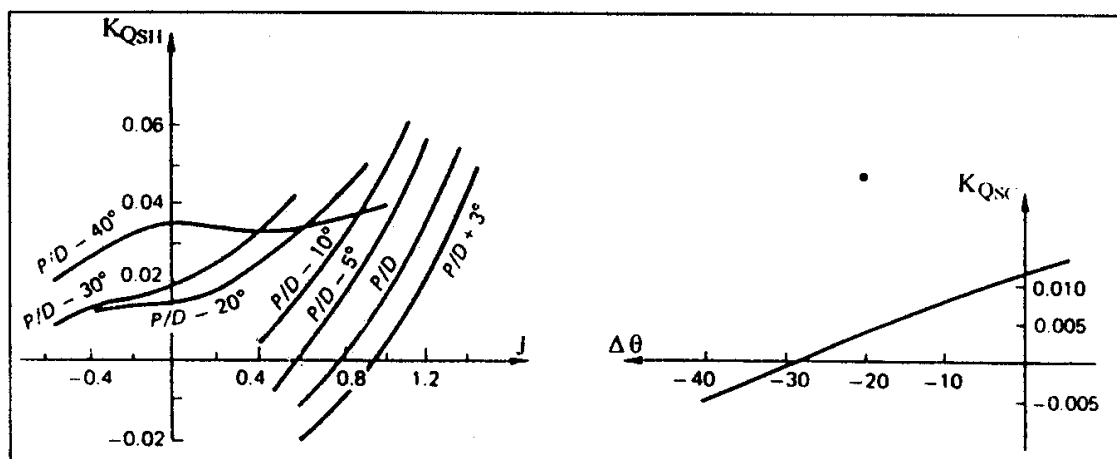


Figura 6.9. Curve caratteristiche del momento torcente sul mandrino

Per un'elica non-cavitante in flusso uniforme il calcolo di questa componente idrodinamica richiede l'utilizzo dei coefficienti di portanza e di resistenza di profili alari dei quali siano note le caratteristiche aerodinamiche; in prima approssimazione, si può trascurare l'effetto della resistenza viscosa sullo 'spindle torque'. Inoltre, devono essere noti la velocità media del flusso incidente, l'angolo d'incidenza a diverse sezioni di pala, e le caratteristiche geometriche di pala.

Il momento torcente sul mandrino assume normalmente il valore massimo a passo nullo e non è costante durante la rotazione di pala. Può determinare la dimensione del mozzo e influenzarne

la progettazione. È possibile minimizzare lo ‘spindle torque’ tra i punti 4 e 5 (Fig. 6.8) scegliendo uno ‘skew’ adeguato. In questo caso, si ha lo ‘spindle torque’ massimo nel punto a spinta nulla. Lo ‘skew’ e la posizione dell’asse di pala non influenzano l’entità dello ‘spindle torque’ nella posizione di spinta nulla grazie alla natura della associata distribuzione di pressione lungo la corda, mentre il ‘rake’ aumenta le tensioni sulle pale ed un sovradimensionamento del mozzo a causa delle forze centrifughe, il che comporta un aumento del peso dell’elica. La scelta dei profili alari è guidata dalla necessità di rispettare i criteri di cavitazione.

Una riduzione dello ‘spindle torque’ può essere ottenuta solamente in uno di questi due modi:

- riducendo la velocità di rotazione dell’elica in un dato intervallo di bassi valori del passo, diminuendo, quindi, le forze eccitanti;
- introducendo mezzi non convenzionali, quali flaps o meccanismi di ventilazione.

Un’elica a passo variabile potrebbe generare la spinta desiderata o assorbire la potenza assegnata con infinite combinazioni tra passo e velocità di rotazione dell’elica. Per questo motivo, in sede progettuale viene programmata una combinazione predefinita tra passo e numero di giri, controllando la potenza erogata dal ponte di comando.

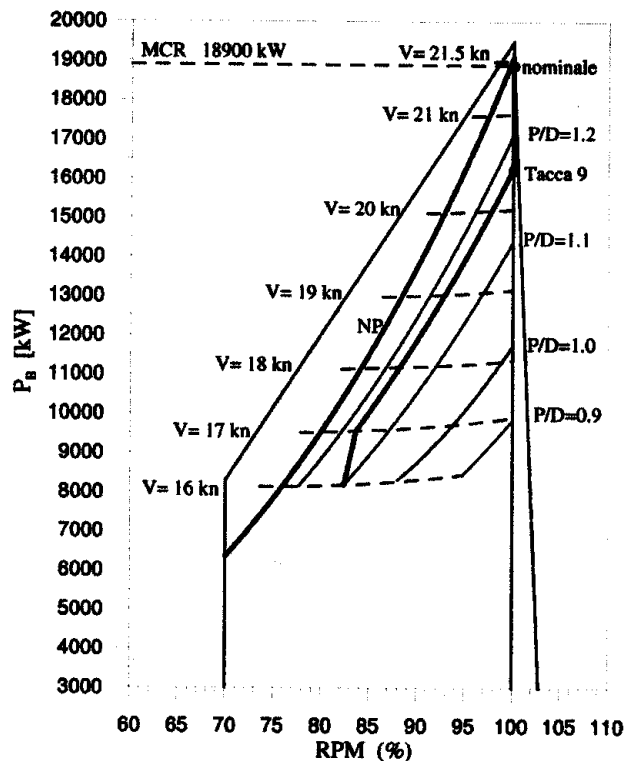


Figura 6.10. Curva combinata e layout del motore

Viene progettata, quindi, una *curva combinata* (Fig. 6.10), che è una combinazione prefissata tra velocità elica/motore e passo dell’elica, il cui scopo è raggiungere un’operatività ottimale per il sistema CPP. Essa deve tenere conto dei requisiti del motore, dello sviluppo della cavitazione dell’elica in varie condizioni e del profilo operativo della nave.

Un aumento del passo fa crescere l'estensione dell'eventuale cavitazione e gli impulsi di pressione indotta, mentre una sua riduzione comporta una diminuzione del rendimento. La velocità del motore ed il passo dell'elica sono controllati dal ponte di comando. A seconda dell'installazione possono essere disponibili numerose curve combinate prefissate per differenti situazioni operative (manovra, navigazione libera, ecc.).

Il progetto delle eliche CPP presenta alcune limitazioni. A spinta nulla, durante la fase d'inversione del passo, le pale devono passare una sopra l'altra, il che impone un limite all'area di pala, specialmente per quanto riguarda la lunghezza di corda delle sezioni di pala alla radice, mentre i requisiti di robustezza richiedono un certo spessore con conseguenti problemi di cavitazione (riduzione di pressione) alla radice di pala.

Riassumendo, tra i *vantaggi* delle eliche a passo variabile si possono annoverare:

- la possibilità di installare motori propulsivi unidirezionali a numero di giri costanti, con il vantaggio di potere muovere ausiliari (generatori–asse) direttamente dall'albero motore,
- l'assenza di problemi legati all'eccessiva velocità e ad esagerati momenti torcenti del motore;
- la maggiore flessibilità di controllo, che consente di ottenere, ad esempio, spinte elevate a basse velocità e migliori capacità di arresto;
- l'utilizzo di più di un motore per asse, come è stato realizzato in grandi navi ro-ro veloci, o frazionamento della potenza di un motore tra due assi, come è stato realizzato in alcune corvette ed in piccole fregate;
- la facilità di potere effettuare riparazioni, in quanto le pale sono smontabili;
- la possibilità di combinare turbine a gas e diesel di crociera, come è stato realizzato in molte navi militari e numerosi traghetti monoscafo veloci.

Alcuni *svantaggi* sono così riassumibili:

- l'area della superficie di pala e la robustezza di pala sono condizionate dalla necessità di assorbire tutta la potenza a più di una velocità operativa della nave;
- le pale contigue si sovrappongono parzialmente quando si trovano nella posizione di passo nullo, il che obbliga a limitare le lunghezze di corda nelle sezioni verso la radice di pala;
- scarsa spinta a marcia indietro, soprattutto in navi, quali rimorchiatori e rompighiaccio, che richiedono elevate prestazioni in tale modo di avanzamento;
- rendimento inferiore rispetto ad eliche equivalenti a pale fisse in marcia indietro.

Se si mettono a confronto le eliche a passo variabile con le eliche a passo fisso, si può affermare che dal punto di vista dei

- costi iniziali:
  - le FPP costano meno;
  - le CPP consentono di utilizzare 'sea margins' inferiori;



- l'applicazione di un generatore–asse, trascinato dal motore principale, è decisiva per orientare la scelta su un sistema propulsivo CPP; l'elettricità può essere generata con un'efficienza pari a quella del motore principale ed utilizzando combustibile pesante; si possono ottenere velocità variabili della nave a giri costanti dell'elica, come richiesto dal generatore;
- costi operativi:
  - il consumo di combustibile di una FPP è minore perché lavora a giri bassi;
  - i costi di manutenzione sono minori per un sistema FPP;
  - i costi di riparazione sono più elevati per un sistema FPP a causa delle inversioni del moto e delle possibili situazioni di sovraccarico;
  - è possibile un minore numero di riparazioni della carena con le CPP, grazie ad una migliore manovrabilità.

Sulle navi veloci la riduzione del passo, se si mantiene costante il numero di giri, può far sì che il momento torcente del motore diventi negativo. Questo è il cosiddetto effetto 'mulinello' che va assolutamente evitato per impedire danni al motore. La riduzione del passo dovrebbe essere bloccata finché la velocità della nave non venga ridotta.

### 6.1.3 Eliche intubate

Quando è richiesta una spinta elevata a basse velocità, ossia quando l'elica è molto caricata e/o quando il diametro dell'elica è soggetto a limitazioni insormontabili, e soprattutto nelle condizioni di tiro/rimorchio, l'installazione di un mantello intorno all'elica (Fig. 6.11) accresce il rendimento del propulsore totale.



Figura 6.11. Elica intubata in mantello Kort

Va tenuto presente, comunque, che il rendimento delle eliche intubate tende a risultare inferiore rispetto a quello delle eliche non-intubate in condizioni di trasferimento e/o di carico leggero.

Un'elica intubata nasce, quindi, come combinazione di un profilo alare anulare e di un'elica. Spesso i mantelli sono detti *mantelli Kort*, dal nome del loro inventore. La sezione meridiana del mantello è costituita da un profilo portante, la cui lunghezza di corda varia dall'ordine di grandezza del raggio a quello del diametro dell'elica, via via che cresce il carico idrodinamico. La forza assiale agente sull'elica differisce dalla spinta netta del sistema. Sul mantello può agire una forza positiva o negativa a seconda della forma del mantello e della condizione operativa. A causa dell'azione del mantello, la velocità sul piano del disco-elica può essere maggiore o minore della velocità sul disco-elica di un'elica convenzionale che abbia lo stesso diametro e la stessa velocità d'avanzo.

### Modo operativo

L'elica ed il mantello costituiscono un sistema integrato. La superficie interna del mantello riduce o persino elimina i vortici liberi sugli apici di pala. Il flusso che attraversa l'elica crea circolazione intorno al mantello, producendo così una spinta addizionale. Risultano ridotte le perdite all'uscita del sistema propulsivo, come si può desumere dalla contrazione del tubo di flusso a poppavia del sistema elica-mantello.

I mantelli di più diffusa applicazione navale, convergenti dall'ingresso all'uscita, accelerano il flusso nel piano del disco-elica (*mantelli acceleranti*), generando parte della spinta totale ed omogeneizzando il campo di scia che investe l'elica. Le eliche intubate con mantello accelerante sono usate estensivamente quando l'elica è pesantemente caricata. Il mantello accelerante offre un mezzo per incrementare il rendimento delle eliche pesantemente caricate.

Viceversa, certe forme di mantelli divergenti (*mantelli deceleranti*) possono far sì che il flusso decelerati, aumentando la pressione statica sull'elica, con una conseguente riduzione della cavitazione, ma con una contemporanea riduzione del rendimento dell'elica intubata.

Quando si desidera installare eliche intubate, occorre tenere presenti i seguenti aspetti:

- le forze agenti sul mantello sono causate dalla contrazione della scia dietro l'elica e dal carico dell'elica.
- il mantello e l'elica formano un sistema integrato, per cui si deve considerare l'influenza mutua tra mantello ed elica.

Il motivo per cui un mantello accelerante produce spinta può essere descritto qualitativamente. La Figura 6.12a mostra l'andamento delle linee di corrente che passano in vicinanza degli apici di pala di un'elica libera, cui si chiede di generare una spinta di notevole entità.

Se si installa intorno all'elica un mantello, le cui sezioni meridiane siano molto sottili, le cui corde siano la materializzazione delle linee di corrente, e la cui concavità sia diretta verso l'esterno, ogni elemento del profilo si comporta come l'ala di un aeromobile. La portanza elementare  $dL$  è perpendicolare alla corda del profilo (Fig. 6.12b), e la sua componente lungo l'asse dell'elica, diretta in avanti, genera una spinta aggiuntiva. Si osservi che le linee di corrente, tratteggiate in assenza del mantello, si contrano ulteriormente per effetto dell'azione del mantello stesso.

La sommatoria delle componenti assiali elementari, estesa a tutta circonferenza del mantello, costituisce la spinta  $T_d$  prodotta dal mantello. A causa della curvatura del mantello, la velocità del flusso si trova accelerata sul lato che racchiude l'elica, mentre risulta rallentata sul lato esterno del mantello.

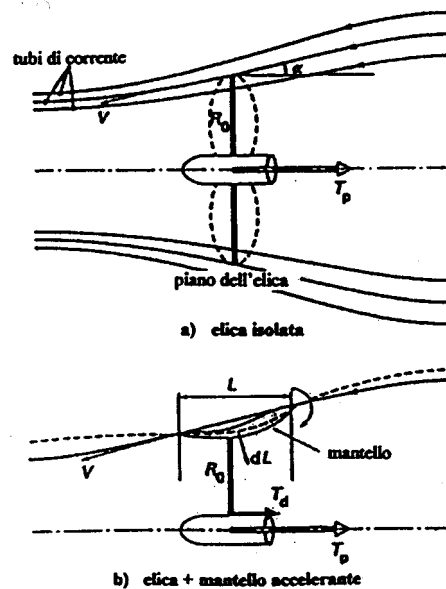


Figura 6.12. Principio di funzionamento di un mantello accelerante

Il rapporto tra la spinta prodotta dalla sola elica entro il mantello e la spinta prodotta dal sistema propulsivo complessivo è definito come

$$\tau = \frac{T_p}{T}$$

dove  $T_p$  è la spinta dell'elica.

È stato verificato che tale rapporto cresce all'aumentare del coefficiente di carico dell'elica intubata. Tale rapporto è pressoché indipendente dalla geometria dell'elica, mentre dipende in misura rilevante dalla forma e dalla geometria del mantello.

Quando il rapporto di contrazione (rapporto tra area d'ingresso ed area d'uscita) del mantello cresce, aumenta anche il contributo relativo del mantello alla spinta totale. La Figura 6.13 mostra che quando è  $\tau < 1$ , ossia quando il mantello è accelerante e contribuisce a fornire parte della spinta totale, il rendimento ideale dell'elica intubata è più elevato di quello dell'elica libera equivalente.

Mentre sono ancora validi gli aspetti generali esposti per le eliche non intubate, sia per FPP, sia per le CPP, il vantaggio principale delle eliche intubate consiste nella spinta aggiuntiva fornita alla nave soprattutto alle basse velocità. La spinta totale dell'elica intubata è la somma della spinta prodotta dall'elica libera e della spinta prodotta dal mantello, la quale congloba tutti gli effetti di interazione tra elica e mantello.

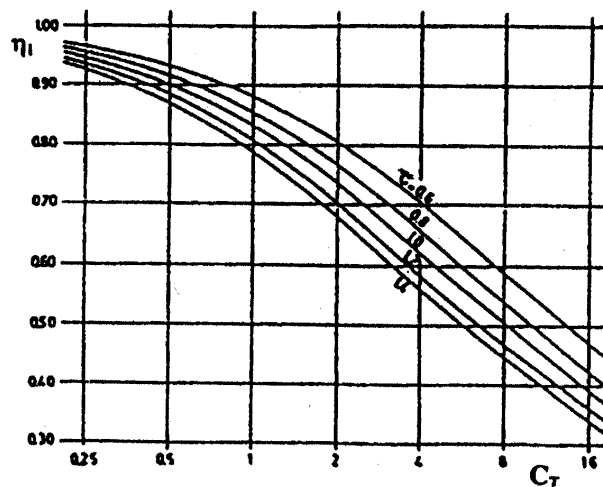


Figura 6.13. Rendimento ideale di eliche intubate

In prima approssimazione, la spinta totale di un'elica intubata può essere perciò definita come

$$T = T_p + T_d$$

In forma adimensionale, utilizzando il fattore di normalizzazione  $\rho n^2 D^4$ , la precedente relazione diviene

$$K_T = K_{Tp} + K_{Td} \quad (6.3)$$

I risultati delle prove sperimentali forniscono i valori di  $K_{Tp}$ ,  $K_{Td}$  e  $K_Q$ , ossia i coefficienti adimensionali della spinta prodotta dall'elica libera, della spinta prodotta dal mantello e del momento torcente assorbito dall'elica intubata, i quali vengono diagrammati in funzione del coefficiente d'avanzo  $J$ , come mostrato in Figura 6.14 per un'elica intubata a passo fisso.

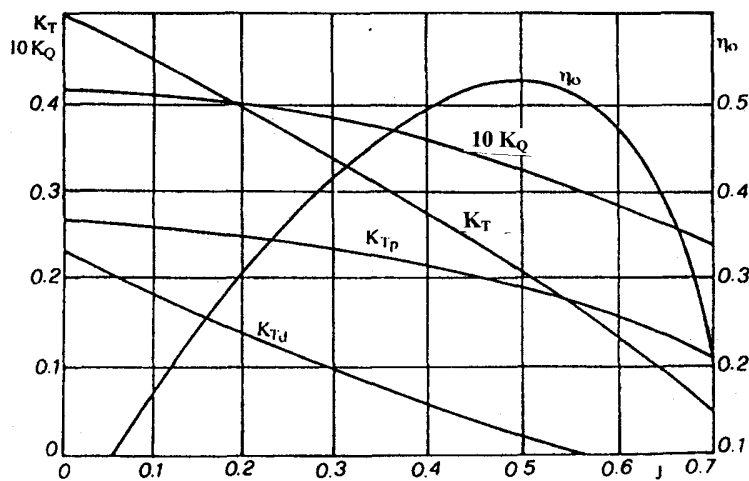


Figura 6.14. Curve caratteristiche di eliche intubate

Ovviamente non ha senso suddividere la caratteristica del momento torcente in componenti, in quanto è l'elica che assorbe tutto il momento torcente del motore.

La maggior parte delle eliche intubate delle navi mercantili sono progettate con mantelli acceleranti. Per queste forme di mantello il rapporto  $K_{Td}/K_T$  vale circa 0.5 in condizioni di tiro a punto fisso, o coefficiente d'avanzo nullo, mentre si riduce a  $0.05 \div 0.10$  nella condizione di trasferimento. Infatti, se il coefficiente d'avanzo cresce fino ad un valore sufficientemente elevato, la spinta del mantello cambia segno, come illustrato in Figura 6.14, ed agisce come una resistenza; comunque, è improbabile che questo possa accadere in pratica.

Quando vengono utilizzati mantelli deceleranti, si instaurano condizioni analoghe, ma l'uso di questi mantelli è stato limitato a pochi casi speciali, come accade per piccole navi militari nelle quali non esista altro mezzo per ridurre il livello di rumore irradiato.

L'applicazione di eliche intubate a navi mercantili è limitata a quelle con velocità moderate. Non esistono eliche intubate applicate su navi con velocità superiori ai 15 nodi.

Un criterio da applicare, in prima approssimazione, per testare se un'elica intubata offre risparmi di potenza è che sia

$$\frac{P_D}{D^2 \cdot V_A^3} > 1.6$$

dove le unità di misura sono quelle del sistema internazionale.

I vantaggi generali dell'utilizzo dei mantelli sono:

- diametro dell'elica intubata inferiore dal 5% al 10% rispetto all'elica libera equivalente;
- al crescere del carico, aumento del rendimento rispetto all'elica libera;
- migliore afflusso del fluido all'elica con conseguente e vantaggiosa omogeneizzazione della distribuzione di scia;
- ridotta non-stazionarietà della spinta e del momento torcente;
- maggiore capacità di tiro a punto fisso (*bollard pull*);
- minori livelli di rumore e vibrazioni generati dall'elica;
- protezione delle pale in acque ristrette e/o limitate.

Come noto, la spinta è fondamentalmente funzione del diametro dell'elica. Un grande diametro richiede un basso numero di giri a parità di potenza. Il basso numero di giri aumenta il momento torcente da assorbire, il che comporta requisiti più stringenti sulla robustezza dei componenti il sistema elica-mantello. L'intero treno di potenza (linea d'assi, astuccio, cuscinetti, riduttore, ecc.) cresce di peso e dimensioni, facendo aumentare il peso della nave, il che, a sua volta, richiede maggiore potenza. Occorre stabilire perciò la soluzione ottimale in base ad un calcolo economico, progetto per progetto.

## Mantelli

I mantelli possono essere mobili per essere utilizzati come mezzo principale di manovra; a questo scopo, un'applicazione speciale dell'elica intubata è quella dei *timoni attivi* (Fig. 6.15).

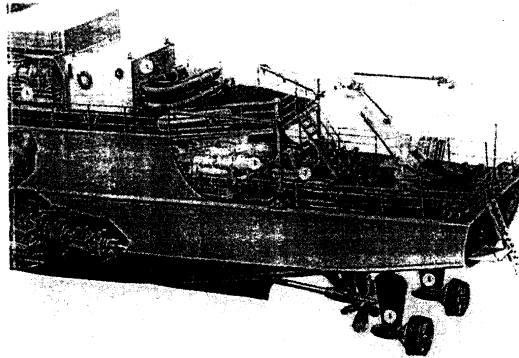


Figura 6.15. Sistema a timoni attivi

Un'altra applicazione particolare è quella del *mantello fessurato*. Il flusso lungo mantelli pesantemente caricati può presentare il fenomeno della *separazione* sui mantelli stessi, diminuendone l'effetto favorevole atteso ed aumentandone la resistenza. Un metodo per ridurre questo tipo di separazione è l'applicazione di fessure all'uscita del mantello (Fig. 6.16).

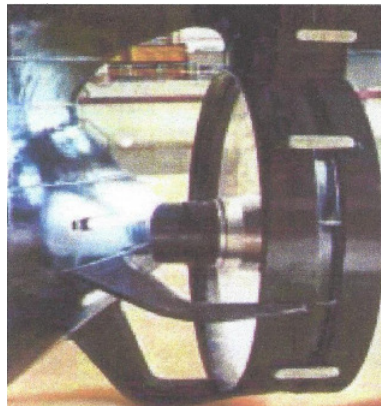


Figura 6.16. Mantello fessurato

In tutte le configurazioni, la luce tra gli apici di pala ed il mantello deve essere piccola per avere una corretta interazione tra elica e mantello. Ciò rende la costruzione del mantello tecnologicamente più complicata, specialmente sui mantelli molto grandi: è il caso delle eliche intubate delle VLCC e delle grandi bulk-carrier.

Per ragioni costruttive il mantello è generalmente simmetrico rispetto all'asse di rotazione, ossia presenta la stessa sezione longitudinale a qualsiasi posizione angolare. I mantelli asimmetrici hanno un angolo differente d'inclinazione longitudinale lungo la circonferenza, allo scopo di rendere più uniforme il flusso che arriva all'elica.

Rispetto ad un'elica convenzionale, le pale di un'elica intubata sono più larghe verso gli apici di pala per renderle meno suscettibili alla cavitazione proprio agli apici. Inoltre, la distribuzione radiale delle velocità assiali, prodotte dal mantello, nel piano del disco-elica suggerisce di incrementare il passo all'apice di pala. Trascurare progettualmente questa distribuzione radiale delle velocità assiali comporta, in generale, cavitazione sulla faccia nella zona degli apici.

Tra i dati sperimentali disponibili, i più completi sulle eliche intubate derivano dalle prove eseguite al MARIN negli anni '50 e '60. La presentazione complessiva di questi dati è stata fornita da Oosterveld (1973). Negli anni sono stati sviluppati vari modelli matematici di elica intubata. Generalmente l'elica ed il mantello sono considerati separatamente, e la mutua interazione viene considerata introducendo appropriate componenti di velocità indotte.

Tra i più diffusi mantelli si possono annoverare quelli illustrati in Figura ??, dove il 39A è indicato per la marcia avanti, il 19B per un compromesso tra marcia avanti e marcia indietro; ambedue sono stati brevettati dal MARIN. Il Mantello HR è stato sviluppato da Wärtsilä; è caratterizzato da un bordo di ingresso arrotondato che evita che si abbia separazione del flusso sul lato esterno del manello alle alte velocità.

Studi sperimentali sull'effetto della luce tra parete interna del mantello e apice di pala hanno mostrato che il rendimento diminuisce all'aumentare della luce. In generale i rapporti  $L/D$ , tra lunghezza e diametro del mantello, variano da 0.30 a 1.0. Analisi teoriche e sperimentali hanno dimostrato che con un rapporto  $L/D = 0.5$ , oltre a garantire un ragionevole rendimento nella condizione di navigazione libera, il sistema dell'elica intubata presenta sia nelle condizioni di tiro che in quelle di spintore qualità non sensibilmente inferiori a quelle che si hanno con mantelli molto lunghi.

Per riassumere, si può affermare che l'elica intubata mostra i suoi vantaggi su quelle navi dove il carico idrodinamico sull'elica è molto alto e/o dove il pericolo di cavitazione è molto serio. I rimorchiatori, i pescherecci a strascico, i cacciamine presentano spesso eliche intubate. Si sono avute applicazioni anche su grandi navi cisterna e grandi bulk carriers. La configurazione con poppa a sigaro, che si vide su navi cisterna con elica intubata, è stata eliminata scegliendo forme dei mantelli adattate alla distribuzione di scia a poppa.

La rappresentazione del mantello varia da quella di un singolo vortice anulare sistemato al 25% della lunghezza di corda dal bordo d'ingresso ad una distribuzione di vortici anulari e di sorgenti lungo un cilindro rappresentativo equivalente, ed infine ad una distribuzione di vortici anulari lungo le superfici interna ed esterna del profilo sezione del mantello (Trincas & Popovici, 1994). I modelli di elica variano, per quanto riguarda la loro complessità, da un disco attuatore a linee portanti con strati di vortici liberi e talvolta a rappresentazioni con superfici portanti.

Sono stati sviluppati due approcci al problema progettuale. Nel primo approccio la suddivisione della spinta totale tra elica e mantello è prefissata e le forme dei due componenti il sistema propulsivo sono determinate in modo da soddisfare questo requisito. Generalmente questo approccio porta a profili del mantello che, sebbene ottimali dal punto di vista idrodinamico, non

sono facili da costruire. Ciò spinge verso l'approccio alternativo nel quale viene fissata un'adeguata geometria del mantello, per cui la procedura progettuale comporta il progetto di un'elica che si adatti al mantello determinando contemporaneamente la spinta prodotta dal mantello stesso. Teorie e metodi per il progetto e l'analisi di eliche intubate sono desumibili, tra gli altri, dai lavori di Ryan & Glover (1972), Gibson (1973), Turbal (1973), Tsakonas et al. (1978).

L'applicazione di eliche intubate a grandi navi bulk-carrier ha comportato in molti casi severi problemi di erosione del mantello prodotta dalla cavitazione. Un modo per superare questi problemi, pur mantenendo alcuni dei vantaggi propulsivi delle eliche intubate, è quello di utilizzare il cosiddetto 'sistema integrato elica-mantello' (Narita et al., 1981). Tale sistema comprende un mantello asimmetrico sistemato completamente davanti all'elica ed integrato nella struttura di scafo. L'aumento di rendimento propulsivo è leggermente minore di quello prevedibile nel caso di eliche intubate convenzionali.

#### 6.1.4 Eliche ad elevato numero di giri

Quanto detto per gli altri tipi vale anche per questa classe di eliche, con la differenza che nelle eliche ad elevato numero di giri vanno considerati del tutto prioritari altri due elementi. Il primo è l'aumento della probabilità di cavitazione, per cui vanno scelti con cura il tipo di elica e la forma delle sezioni di pala, in quanto potrebbe essere necessario ricorrere a profili supercavitanti. Il secondo elemento da considerare è legato al fatto che le eliche convenzionali ad elevata velocità sono montate su linee d'assi che presentano notevoli angoli di inclinazione longitudinale, che possono andare dagli 8 ai 12 gradi. Questo angolo di inclinazione, combinato con la direzione variabile di un flusso non-uniforme, dà origine a due componenti di flusso che agiscono sul piano dell'elica, come illustrato in Figura 6.17. La prima di queste, parallela alla linea d'assi, ha un'entità pari a  $V \cdot \cos \varepsilon$ , mentre la seconda, perpendicolare alla linea d'assi, vale  $V \cdot \sin \varepsilon$ , dove  $\varepsilon$  è l'angolo di inclinazione della linea d'assi.

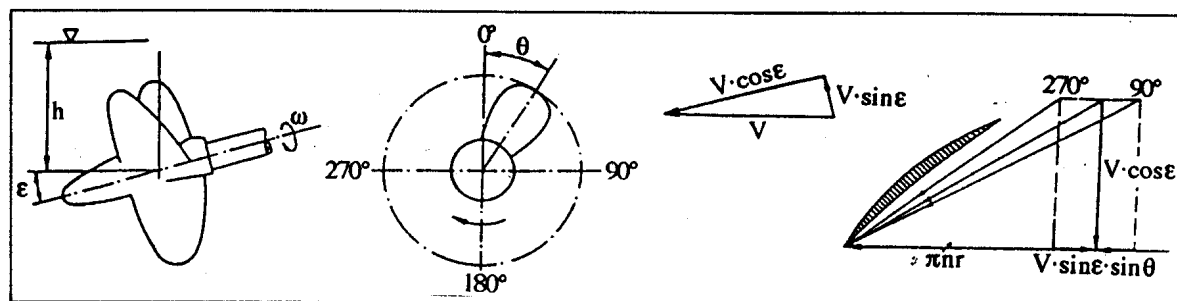


Figura 6.17. Diagrammi di velocità in flusso inclinato

Si può osservare che la seconda componente, quella perpendicolare, presenta un'asimmetria quando viene vista in termini di velocità relative di afflusso all'elica, in quanto nei due quadranti del disco dell'elica, che ruoti in senso orario, la componente perpendicolare della velocità, di entità  $V \cdot \sin \varepsilon \cdot \sin \theta$  è additiva rispetto alla velocità di rotazione dell'elica, mentre negli altri



due quadranti è sottrattiva (Fig. 6.17). Questo fatto dà luogo ad una fluttuazione periodica dell'angolo d'incidenza di pala  $e$ , quindi, ad un carico differenziale sulle pale durante la loro rotazione; il che causa un'eccentricità  $e$  del punto d'applicazione della spinta ed una forza laterale  $F_y$  (Rader, 1974).

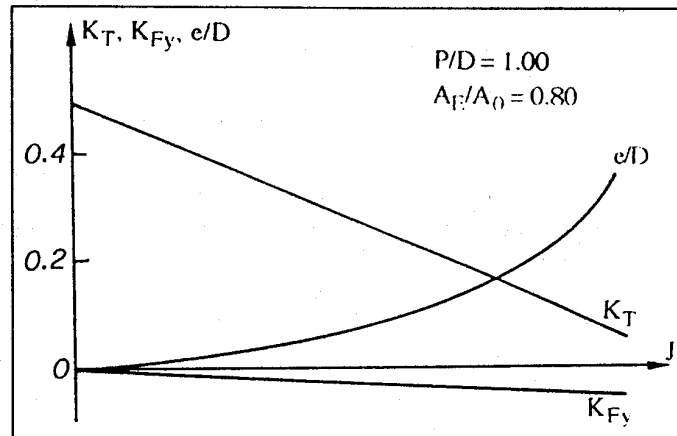


Figura 6.18. Coefficienti dinamici su un'elica veloce

La Figura 6.18 illustra l'andamento di queste caratteristiche, ossia dell'eccentricità normalizzata  $e/D$  e dei coefficienti di spinta  $K_T$  e di forza laterale  $K_{F_y}$ , le quali, in generale, sono presenti su tutte le eliche che operino in flusso inclinato, ma che sono più rilevanti per le eliche ad elevato numero di giri a causa delle velocità e dell'ulteriore inclinazione della linea d'assi.

L'entità dell'eccentricità  $e$  può essere assai elevata; ad esempio, nel caso di un'elica con  $\varepsilon = 20^\circ$ , riportata in Figura 6.18, l'eccentricità trasversale della spinta può estendersi fino al raggio  $0.4R$ . Ovviamente, a causa della disuniformità della scia tangenziale, anche la distribuzione risultante della cavitazione sarà antisimmetrica.

L'effetto negativo della fluttuazione dell'angolo d'incidenza è pesante soprattutto per le eliche con un elevato rapporto di passo. Questo fenomeno è ovviamente più vistoso alla radice di pala, dove si manifestano frequentemente cavitazione ed erosione di pala. Per ridurre la cavitazione a bolle alla radice di pala si può diminuire il rapporto di curvatura massima. D'altra parte, occorre evitare che un eccessivo scarico della radice generi una maggiore cavitazione per vortice d'apice, specialmente per le eliche con un piccolo numero di pale.

## 6.2 Eliche non-convenzionali

Talvolta, realizzare favorevoli rendimenti propulsivi globali e basse resistenze addizionali delle appendici è impossibile, soprattutto nel caso di navi bielica con eliche convenzionali. Sono state perciò sviluppati *propulsori non convenzionali* che al fondo hanno spesso l'obiettivo di recuperare i vantaggi delle installazioni monoelica in termini di rendimento complessivo del sistema propulsivo.

Le eliche speciali, che stanno alla base delle installazioni non–convenzionali, hanno lo scopo di emulare il rendimento rispetto a configurazioni competitive di eliche convenzionali. Il successo della maggior parte di questi propulsori è basato sull'applicazione del principio del *recupero dell'energia rotazionale* nella scia dell'elica.

### 6.2.1 Eliche controrotanti

Quando un'elica ruota, induce un moto rotatorio nella sua scia che causa una perdita di energia rotazionale ed una conseguente riduzione del rendimento dell'elica. Come le analisi sperimentali hanno dimostrato (van Manen & Sentić, 1956), le perdite rotazionali ammontano a 8–10% nelle navi da carico convenzionali e riducono il rendimento di un sistema con elica convenzionale del 12–18%, includendovi gli effetti viscosi. È logico ricorrere, quindi, all'utilizzo del *principio di controrotazione*, la cui prima applicazione riguardò la propulsione dei siluri nei quali la controrotazione offriva il duplice vantaggio di compensare il momento torcente, riducendo o eliminando il rollio dei siluri, e di fare raggiungere rendimenti assai elevati.

Minimizzare le perdite di energia rotazionale nella scia a valle significa incrementare il rendimento rispetto ad un'elica singola equivalente. Per recuperare l'energia dispersa nella scia dell'elica, può essere utilizzata una configurazione con due eliche coassiali che ruotano in verso opposto, posizionate molto vicine, l'una di fronte all'altra. La configurazione normale di tale sistema propulsivo prevede, in generale, che l'albero dell'elica poppiera si trovi entro l'albero dell'elica prodiera (Fig. 6.19). Tali eliche, dette *eliche controrotanti* (CRP), sono poste in rotazione da uno stesso gruppo motore che, tramite uno speciale riduttore controrotante, provvede a ripartire tra loro la potenza richiesta facendole ruotare in verso opposto.

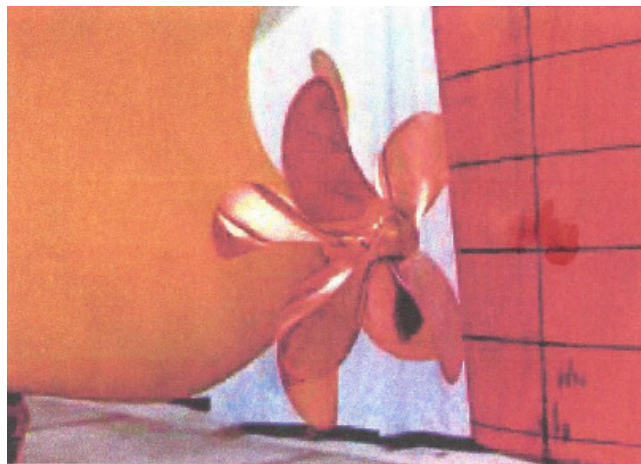


Figura 6.19. Eliche controrotanti

Le due eliche hanno diametri non tanto diversi; comunque, il diametro minore è sempre quello dell'elica poppiera per tenere conto della contrazione della scia dietro l'elica prodiera. La spinta

totale del sistema propulsivo è pari alla somma delle spinte di ciascuna elica. Le eliche controrotanti possono consentire una riduzione di potenza fino al 10–12% per navi veloci e grandi navi portacontainer. Tuttavia, permane una certa riluttanza alla loro utilizzazione su grandi navi a causa della complessità meccanica della linea d'assi, del costo iniziale e della necessità di manutenzioni più frequenti. Il loro utilizzo può essere raccomandato per navi mercantili veloci dove l'elevata velocità accoppiata con il vincolo di un'immersione limitata costringe ad assorbire potenze elevate con eliche di diametro limitato.

L'aumento del rendimento di tale sistema rispetto ad una configurazione con elica convenzionale si spiega con la presenza di un certo recupero delle perdite rotazionali. L'elica poppiera utilizza l'energia del flusso filtrato dall'elica prodiera e parte della scia, con conseguente riduzione delle perdite viscosive. Tale sistema propulsivo riduce anche le perdite prodotte dall'effetto cascata tra le pale. Il rendimento di un sistema propulsivo CRP 'isolato' può essere più elevato di quello con elica singola anche del 10-12% a parità di carico. Migliorano anche le caratteristiche di cavitazione e di vibrazione. Per ridurre le vibrazioni della linea d'assi, il numero delle pale deve essere diverso per le due eliche controrotanti, così che non tutte le pale si sovrappongano simultaneamente. In genere, l'elica posteriore presenta cinque pale, mentre quattro sono le pale dell'elica anteriore. Tutti questi fattori, uniti alla maggiore complessità costruttiva, giustificano il notevole costo iniziale dovuto all'impiego di due alberi concentrici ed agli irrobustimenti strutturali richiesti dalla struttura di sostegno dell'impianto.

### **Approcci progettuali**

Per quanto riguarda la cavitazione e le capacità di frenata, le eliche controrotanti non mostrano né vantaggi né svantaggi sensibili rispetto alle eliche convenzionali. Le CRP potrebbero costituire una seria alternativa alle eliche convenzionali sulle meganavi portacontainer dove la potenza richiesta non può essere installata su un'elica unica. La scelta del numero di pale delle due eliche assume particolare importanza per il controllo delle forze di vibrazione indotte e, a tale proposito, anche per la scelta ottimale della trasmissione tra motore principale e sistema propulsivo.

Il concetto delle CRP data al 1836 anche come soluzione al problema, allora molto sentito, di rimuovere la reazione prodotta dal momento torcente non bilanciato prodotto da una singola elica, migliorando così le qualità di stabilità di rotta. Rota (1909) fu il primo a condurre campagne sperimentali sistematiche, i cui risultati di elica isolata dimostrarono che era possibile recuperare il rendimento perduto differenziando i diametri delle due eliche (Rota, 1922). Quale risultato del lavoro di Rota, eliche controrotanti a due pale furono montate sulla nave scuola 'Cristoforo Colombo', ognuna mossa da un motore elettrico per evitare i riduttori (Rotundi, 1934). Fu dichiarato un miglioramento del 18% rispetto al rendimento con una configurazione di 'eliche in tandem' a quattro pale. Nei venti anni successivi l'interesse per le CRP fu marginale, anche se durante la seconda guerra mondiale Lerbs andò sviluppando metodi progettuali per le eliche dei siluri, che sfociarono in una organica trattazione teorica (Lerbs, 1955).

Il fondamento del metodo di Lerbs (1952) consiste nel progetto, mediante la teoria dei fattori di induzione, di un'elica *equivalente* che produca metà della spinta richiesta. Le velocità indotte dovute a questa elica sono utilizzate per determinare le velocità indotte della seconda elica e le velocità d'interferenza; è possibile, infine, determinare i passi idrodinamici e le distribuzioni di circolazione di ambedue le eliche. I dettagli geometrici delle sezioni finali sono determinati applicando procedure convenzionali. Per stabilire le velocità d'interferenza si fa uso dei 'fattori di distanza' derivati dalla teoria del disco attuatore, riducendo contemporaneamente il diametro dell'elica posteriore per portare i suoi apici entro la vena contratta dell'elica avanti, dove la contrazione sarà determinata imponendo le condizioni di continuità.

I fondamenti teorici per la progettazione di eliche controrotanti furono sviluppati da Lavrentiev (1956), il quale equiripartì la potenza ed il momento torcente imponendo che il numero di giri fosse identico per le due eliche e che la distanza tra loro fosse pari al 20-25% del diametro dell'elica prodiera. Derivò alcune linee guida per l'elica poppiera, che valgono ancora oggi: l'elica poppiera deve avere diametro inferiore per non subire l'impatto dei vortici d'apice, che si staccano dall'elica prodiera, sulle pale dell'elica poppiera; l'elica poppiera deve avere un rapporto di passo più elevato rispetto all'elica prodiera, in quanto la componente di velocità assiale che la investe è più elevata (in altri termini, è meno caricata).

Negli stessi anni van Manen e Sentić (1956) proposero il loro metodo per progettare eliche controrotanti. La base teorica è la teoria vorticale combinata con fattori derivati da esperimenti su elica isolata accoppiando eliche a tre pale del tipo della 'Serie-B'. Gli esperimenti dimostrarono che per lo stesso valore del coefficiente di potenza  $B_P$ , ossia a parità di potenza e numero di giri, il rendimento delle eliche controrotanti dovrebbe essere di circa il 7% superiore a quello di una singola elica equivalente che abbia diametro alquanto superiore.

Successivamente, Morgan (1960) sviluppò ulteriormente la teoria di Lerbs e presentò un metodo progettuale rigoroso e completo, dimostrando, in base al confronto tra i rendimenti teorici e quelli sperimentali, che:

- il diametro ottimale può essere ottenuto nel modo utilizzato per l'elica singola, ossia determinando il diametro ottimale dell'elica controrotante prodiera imponendo che assorba almeno metà della potenza; a parità di numero di giri tale diametro è inferiore (circa 10%) rispetto ad un'elica singola equivalente;
- l'effetto prodotto dalla variazione della distanza assiale tra le due eliche è trascurabile.

Procedure progettuali alternative sono state sviluppate da Glover (1967) e Voyevodskaya (1975). Gli sviluppi della teoria della linea portante e della teoria della superficie portante hanno reso possibile sostituire gli approssimati 'fattori di distanza' con le velocità del campo di flusso calcolate più accuratamente (Kerwin, 1982).

In linea generale, il passo e la ripartizione del carico tra le due eliche vanno progettati avendo come obiettivo l'azzeramento tendenziale dell'energia rotazionale nella scia. Il concetto di fondo è che l'elica posteriore annulla il moto rotatorio del fluido creato dall'elica anteriore.

Le perdite rotazionali nella scia di un'elica moderatamente caricata sono mediamente pari al 6%. Metà dell'energia rotazionale è generalmente recuperata dal timone per cui il guadagno di un'elica CRP non è superiore al 3%. Più rilevante è invece la *riduzione delle perdite viscosse* ottenibile con un'elica controrotante, il che è comprensibile quando si pensi che nel progetto di un'elica singola a pale fisse il rendimento ottimale è realizzabile solamente ad un certo passo e ad un certo numero di giri. Un incremento del passo di una FPP fa diminuire la velocità di rotazione; l'effetto è un aumento delle perdite rotazionali ed una riduzione delle perdite viscosse; la soluzione ottimale è raggiunta quando questi due effetti si bilanciano. Viceversa, nel caso di una CRP, è possibile aumentare il passo dell'elica senza incorrere in alcuna penalizzazione, in quanto le perdite rotazionali sono recuperate dall'elica posteriore.

Una bassa velocità dell'elica può costituire, comunque, un problema per il motore. L'elica posteriore è spesso accoppiata direttamente con il motore principale (diesel), per cui la sua velocità di rotazione è comandata dalla velocità di rotazione del motore. Riduttori planetari sono la soluzione possibile per ridurre la velocità di rotazione di ambedue le eliche, ma finora gli armatori si sono mostrati riluttanti ad utilizzare questi riduttori per ragioni di affidabilità. Quando tale riduttore si guastasse, la nave rimarrebbe senza propulsione. Un ulteriore problema meccanico è costituito dai cuscinetti posti tra l'albero interno e quello esterno.

In analogia con le eliche convenzionali, il progetto di eliche controrotanti avviene in due fasi sequenziali. Dapprima si determinano i diametri, le aree delle superfici di pala e gli spessori delle sezioni; successivamente, si attiva una procedura di adattamento alla scia per stabilire le curvature delle sezioni di pala ed i passi delle due eliche. Spesso si impone progettualmente che le due eliche assorbano ciascuna il 50% della potenza disponibile e che le velocità di rotazione siano uguali, anche se alcune prove sperimentali indicano che una percentuale maggiore di potenza va applicata all'elica prodiera se si vuole massimizzare il rendimento. Se si impone che la velocità di rotazione sia uguale a quella dell'elica singola equivalente, il guadagno di rendimento sarà limitato a quello dovuto alla minimizzazione delle perdite per energia rotazionale, mentre il diametro ottimale sarà minore di quello dell'elica singola. D'altra parte, se il diametro del sistema propulsivo è uguale a quello dell'elica isolata, risulterà inferiore la velocità di rotazione ottimale con un ulteriore incremento del rendimento.

Gli studi sull'interazione di eliche controrotanti con la carena mostrano che il fattore di deduzione di spinta risulta notevolmente ridotto poiché il sistema propulsivo induce velocità inferiori in prossimità della carena. Anche la disomogeneità ed il valore medio della scia risultano ridotti, poiché un sistema CRP è sistemato alquanto a poppavia della carena rispetto ad un sistema convenzionale con elica singola. Tutto ciò può comportare un incremento globale del rendimento di carena e del rendimento relativo complessivo fino al 10-15%, con una conseguente riduzione della potenza assorbita intorno al 20%.

### Applicazioni di eliche controrotanti

Tre sono i tipi di nave dove a volte sono state installate eliche controrotanti: grandi navi cisterna monoelica, navi portacontainers e navi mercantili veloci, anche se la complessità meccanica delle linee d'assi e dei riduttori hanno impedito una larga diffusione di questo tipo di propulsore.

Nel caso delle VLCC, il continuo aumento del coefficiente di potenza  $B_P$  ed i conseguenti rendimenti estremamente bassi dell'elica isolata portano ad una drammatica riduzione del rendimento quasi-propulsivo, nonostante l'accresciuta frazione di scia e, quindi, l'aumento del rendimento di carena. Una soluzione a questo problema può derivare dall'utilizzo vantaggioso delle elevate immersioni di queste navi, che consentono l'installazione di eliche lente di grande diametro con un aumento del rendimento. Se le eliche lente sono eliche controrotanti, non è irragionevole prevedere miglioramenti del rendimento quasi-propulsivo tra il 10% ed il 15% (Paetow et al., 1995). Molti risultati sperimentali hanno mostrato che le eliche controrotanti installate su una poppa convenzionale di una nave portacontainers comportano mediamente una riduzione dal 7% al 10% della potenza motore installata su una configurazione monoelica, anche se sono state raggiunte punte del 12% di risparmio energetico

Le navi mercantili veloci presentano un problema del tutto diverso. In questo caso, il sistema propulsivo deve assorbire una potenza molto elevata mediante un'elica il cui diametro può essere limitato per ragioni fisiche (navigazione in acque basse, fondali limitati in porti e canali, ecc.). Il numero di giri dell'elica ottimale corrispondente ad un diametro ristretto sarà elevato, per cui si avrà un decremento risultante nel rendimento dell'elica. Inoltre, l'elevato rapporto di area espansa, necessario per evitare cavitazione, causerà perdite maggiori dovute alla resistenza d'attrito ed agli effetti d'interferenza tra le pale. Comunque, se si installano eliche controrotanti dello stesso diametro dell'elica singola equivalente, il numero di giri sarà ridotto, con un aumento del rendimento fino al 12%.

### Metodo progettuale di Glover

Il metodo illustrato è quello sviluppato da Glover (1967), basato sulla teoria di Lerbs (1955) e sulla susseguente integrazione di Morgan (1960). A causa della loro piccola distanza assiale, le due eliche si influenzano mutuamente. Per studiare questa interferenza mutua, occorre considerare innanzi tutto il campo delle velocità indotte di un'elica singola.

È ovvio che il vettore di velocità di afflusso ad ogni elica di una coppia CRP non sarà influenzato solamente dalle proprie velocità indotte, ma anche dalle velocità indotte dall'altra elica. Le velocità risultanti totali sono dette *velocità d'interferenza*. I diagrammi di velocità in flusso ideale di una coppia di CRP sono mostrati in Figura 6.20a) per l'elica prodiera ed in Figura 6.20b) per quelle poppiera, dove le velocità autoindotte sono indicate con il pedice 's' e le velocità d'interferenza con il pedice 'i'.

È intuitivo comprendere che l'elica prodiera induce sull'elica poppiera una velocità indotta

tangenziale nella scia all'estrema poppa. È evidente, d'altra parte, che, contrariamente all'elica posteriore, l'elica anteriore non sarà influenzata dalle velocità tangenziali indotte dall'elica poppiera.

L'influenza mutua delle due eliche sulle velocità indotte assiali è meno semplice da individuare. Nell'ipotesi che la distanza assiale tra le due eliche sia molto piccola, la velocità assiale indotta dall'elica poppiera sull'elica prodiera è teoricamente pari a metà del valore  $u_a$ . In realtà, il valore effettivo varia mediamente e radialmente, riducendosi per l'elica prodiera e crescendo per quella poppiera.

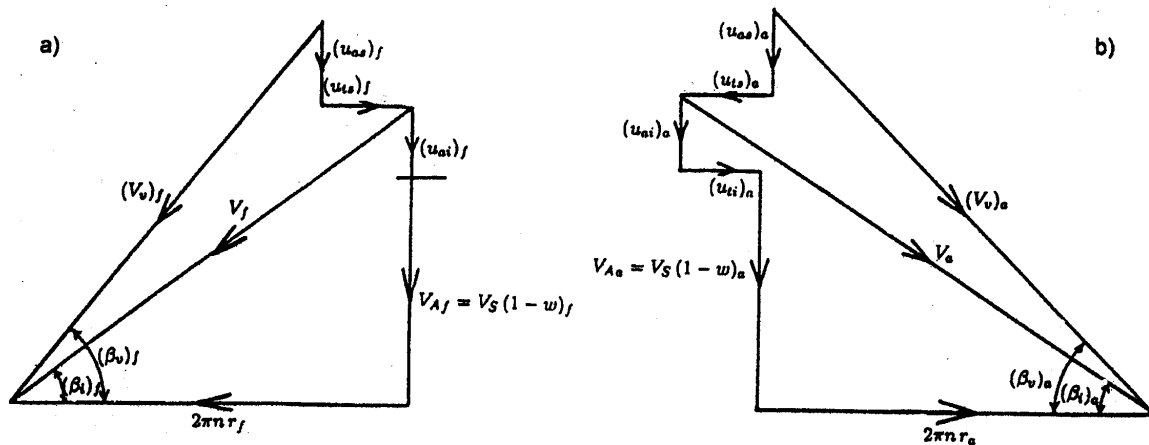


Figura 6.20. Diagrammi di velocità di eliche controrotanti

Riassumendo, le velocità d'interferenza su ogni elica sono legate alle velocità indotte dall'altra elica dalle seguenti equazioni

$$\text{- elica anteriore:} \quad (u_{ai})_f = (u_{as})_a \cdot (f_a)_a [1 - (g_a)_a] \quad (6.4)$$

$$(u_{ti})_f = 0 \quad (6.5)$$

$$\text{- elica posteriore:} \quad (u_{ai})_a = (u_{as})_f \cdot (f_a)_f [1 + (g_a)_f] \quad (6.6)$$

$$(u_{ti})_a = (u_{ts})_f (f_t)_f [1 + (g_t)_f] \quad (6.7)$$

dove le grandezze  $f$  e  $g$  sono rispettivamente il fattore medio ed il fattore radiale di distanza, definiti come il rapporto della velocità indotta ad una distanza finita a monte del disco-elica per l'elica poppiera ed a valle del proprio disco per l'elica prodiera, rispetto al valore della velocità indotta nella scia a valle, mentre i pedici 'f' ed 'a' sono riferiti rispettivamente alle grandezze relative all'elica prodiera ed all'elica poppiera. A causa della presenza delle velocità indotte, il tubo di corrente dell'elica avanti si contrae ed il diametro dell'elica addietro dovrebbe essere scelto uguale al diametro del tubo di corrente contratto nella posizione, appunto, dell'elica poppiera.

Le velocità di afflusso ai dischi-elica sono  $(V_v)_f$  e  $(V_v)_a$ , che danno luogo agli angoli di passo idrodinamico  $(\beta_v)_f$  e  $(\beta_v)_a$ . La base del metodo di Lerbs per progettare eliche controrotanti

consiste nel progetto, mediante la teoria dei fattori di induzione, di una ‘elica equivalente’, che produca metà della spinta richiesta, oppure che assorba metà della potenza. Le velocità indotte da questa elica sono utilizzate successivamente per determinare le velocità d’interferenza, e, quindi, i passi idrodinamici dell’elica prodiera e dell’elica poppiera. Se le due eliche del sistema CRP devono avere un numero di pale diverso, occorre considerare due eliche equivalenti.

Una condizione necessaria per l’applicazione del concetto di elica equivalente è che le due eliche assorbano lo stesso momento torcente allo stesso numero di giri. Ma studi del sistema di trasmissione da utilizzare con le CRP dimostrarono che, se l’albero interno funge da supporto a quello esterno, possono esistere difficoltà di lubrificazione, rendendo necessario che le due eliche ruotino a numeri di giri diversi fino al 30%. Si decise, quindi, di sviluppare uno speciale metodo progettuale per valutare gli effetti sul rendimento prodotti da numeri di giri diversi. Tale metodo è basato sulla modifica di un classico metodo progettuale per eliche singole adattate alla scia. La modifica consiste nell’introduzione delle velocità d’interferenza, nella maniera descritta dalle equazioni (6.4)÷(6.7).

Poiché il flusso che investe l’elica avanti è influenzato solamente da una velocità d’interferenza assiale, questa elica potrebbe essere progettata usando un classico programma di teoria vorticale, introducendo come input una scia virtuale,  $w_v$ , tale che ad ogni raggio la velocità di afflusso assiale sia la somma della velocità della scia di carena e della velocità d’interferenza assiale; ossia

$$(1 - w_v)_f = (1 - w)_f + \left(\frac{u_{ai}}{V_S}\right)_f \quad (6.8)$$

dove, in base alla relazione (6.4), è

$$\left(\frac{u_{ai}}{V_S}\right)_f = \left(\frac{u_{as}}{V_S}\right)_a \cdot (f_a)_a [1 - (g_a)_a]$$

Per l’elica poppiera si deve tenere conto anche dell’effetto della velocità d’interferenza tangenziale. L’effetto di queste velocità è relativo al fluido che attraversa ogni sezione dell’elica a diversi numeri di giri relativi, i quali crescono verso il mozzo. Poiché in generale i programmi basati sulla teoria vorticale non sono in grado di trattare numeri di giri variabili radialmente, il progetto di questa elica viene affrontato in maniera approssimata. Si utilizza una forma modificata dell’equazione del coefficiente del momento torcente prodotta da Burrill (1956):

$$\frac{dK_Q}{dx} = \frac{\sigma \pi^3 x^4}{8} \left[1 - \frac{J_{V_S}}{\pi x} (1 + b) \left(\frac{u_t}{V_S}\right)\right]^2 \cdot (1 + \tan^2 \beta_v) \frac{C_L \sin(\beta_v + \gamma)}{\cos \gamma} (1 + b)^2 \quad (6.9)$$

dove

$$\gamma = \tan^{-1} \frac{C_D}{C_L} \quad , \quad \sigma = \frac{Z \cdot c}{2\pi r} \quad , \quad b = \frac{J_{V_S}}{\pi x} \cdot \frac{u_t}{V_S}$$

$$\frac{u_t}{V_S} = \frac{\pi x}{J_{V_S}} \cdot \frac{(\tan \beta_v - \tan \beta_i) \cdot \tan(\beta + \gamma)}{1 + \tan \beta \tan(\beta + \gamma)}$$



### 6.2.2 Eliche interferenti

Per aumentare il rendimento propulsivo globale di navi di grande potenza, quando non sia possibile adottare una soluzione monoelica, può essere utilizzata una configurazione con due eliche, installate in due piani trasversalmente vicini, una leggermente arretrata rispetto all'altra, in modo che le loro aree disco si sovrappongano parzialmente, operando così nel cuore della scia di carena (Fig. 6.21). Questa configurazione è detta ad eliche interferenti (*overlapping propellers*).

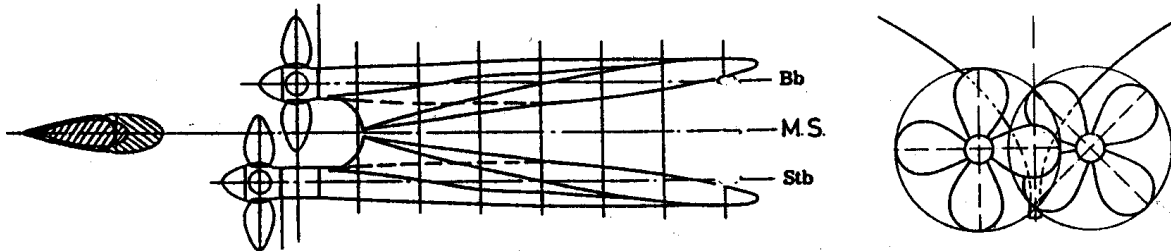


Figura 6.21. Vista orizzontale e trasversale di eliche interferenti

Le eliche operano, quindi, nelle zone di flusso che presentano frazioni di scia più elevate quanto più è ridotto l'interasse. Quanto più le eliche sono trasversalmente vicine, tanto più cresce il rendimento di carena in quanto le eliche operano in una zona di scia concentrata. Risulta accresciuto anche il rendimento relativo rotativo. Si ha, quindi, un incremento del rendimento quasi-propulsivo. In linea di principio, le due eliche interferenti ruotano in verso opposto, in modo da ridurre la dispersione di energia rotazionale.

La qualità più importante delle eliche interferenti è che, a parità di potenza propulsiva, si può raggiungere un incremento rilevante della velocità nave per bassi valori relativi dell'interasse. Sono varie le ragioni perché ciò avviene:

- posizionando le eliche nella zona di scia dove massimo è l'effetto della viscosità, si può recuperare parte della sua energia, ottenendo così un rendimento propulsivo più elevato;
- la resistenza aggiunta delle appendici può essere ridotta fino ad un terzo, in quanto i bracci portaelica e le linee d'assi sono corte; è superato così il principale limite intrinseco dei progetti bielica convenzionali; quasi sempre, si può arretrare la posizione del motore con indubbi vantaggi per la sistemazione del carico;
- anche utilizzando un solo timone centrale possono essere migliorate le qualità di manovrabilità; oppure, a parità di indici di manovrabilità, può essere installato un timone più piccolo; e ciò grazie al fatto che il timone è investito dal flusso accelerato dall'elica.

In Figura 6.22 sono riportati per una nave portacontainers bielica ( $C_B = 0.585$ ,  $L/B = 7.2$ ,  $B/T = 3.1$ ,  $D/T = 0.57$ ) i valori della frazione di scia, del fattore di deduzione di spinta, del rendimento di carena e della velocità nave in funzione del rapporto  $c/D$  tra l'interasse delle eliche ed il loro diametro. La potenza minima richiesta corrisponde a valori normalizzati dell'interasse pari a  $c/D \simeq 0.65 \div 0.75$  rispetto al valore di  $c/D \simeq 1.6 \div 1.8$  tipici di sistemazioni convenzionali per navi bieliche.

Quanto all'influenza della distanza longitudinale tra i piani dei dischi-elica sul rendimento quasi-propulsivo si può affermare che conviene tenere questa distanza intorno ad un valore pari a  $0.3D$ . Si raccomanda di tenere l'elica più arretrata ad una distanza dal timone di almeno  $0.1D$ .

Il vantaggio delle eliche interferenti è che non sono necessarie complicate soluzioni per la linea d'assi. Purtroppo, per forme di carena convenzionali gli incrementi di rendimento sono piccoli, poiché all'esterno del piano del virtuale disco-elica non c'è sufficiente velocità di scia. Rispetto ad una nave monoelica, la sovrapposizione delle eliche può causare maggiori problemi di vibrazioni e di cavitazione, in quanto è maggiore la disuniformità del flusso che investe le eliche, con un conseguente aumento delle forze non-stazionarie ed un rischio più elevato di cavitazione sul dorso delle pale. Va da sé che l'installazione di eliche interferenti richiede uno specifico adattamento delle forme di carena poppiere.

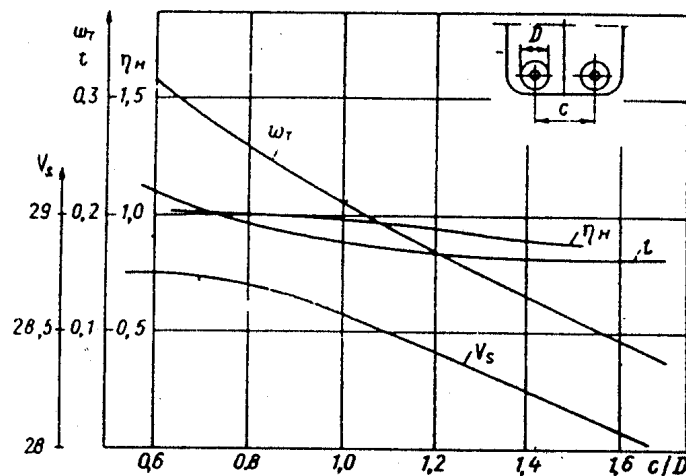


Figura 6.22. Influenza dell'interasse di eliche interferenti

È stato valutato che le fluttuazioni di spinta e di momento torcente prodotte dall'elica di un sistema interferente sono intorno al 50% superiori a quelle causate da una singola elica convenzionale. I carichi dinamici sulla linea d'assi saranno proporzionalmente maggiori di quelli di una configurazione monoelica. Per i sistemi con riduttori esiste la possibilità di ridurre le vibrazioni torsionali sul motore principale mediante un appropriato sfasamento tra le due eliche. In direzione laterale, le opposte forze di reazione sui cuscinetti riducono la forza di eccitazione ed il momento flettente sulla linea d'assi a livelli comparabili con le navi monoelica.

Questo sistema propulsivo è stato applicato su grandi navi cisterna e su navi portacontainer. Il loro migliore campo di utilizzo sono le navi di grande potenza e di coefficiente di blocco non elevato. Potrebbero essere una soluzione vantaggiosa per frazionare le grandi potenze necessarie a meganavi portacontainer. Grazie alla ridondanza del sistema propulsivo, le eliche interferenti aumentano il livello di sicurezza.

In base a prove sperimentali effettuate a suo tempo da Pien e Strom-Tejsen (1968), si può affermare che la riduzione di potenza ottenibile con eliche interferenti va dal 5% all'8% rispetto ad una soluzione monoelica convenzionale, e dal 10% al 15% rispetto ad una classica configurazione bielica. I valori delle suddette riduzioni dipendono da vari fattori, ma quello primario è senza dubbio l'interasse tra le due linee d'assi.

Dal punto di vista dei costi costruttivi, confrontando una configurazione bielica convenzionale ed una con eliche interferenti, si può affermare che il sistema propulsivo non-convenzionale costa circa 25% in meno, che si traduce, ad esempio, su una grande nave portacontainer, in un risparmio di almeno 1% sul costo totale di acquisizione nave. Va sottolineato, inoltre, che si ottiene un incremento dello spazio utile per il carico (portata netta) intorno al 2%, soprattutto grazie alla probabile riduzione della lunghezza della sala macchine. Ma il vantaggio più importante riguarda i costi operativi della nave in servizio, la cui minimizzazione si ottiene bilanciando al meglio l'aumento di velocità con il risparmio di potenza.

Al di là dei vantaggi economici, l'applicazione di eliche interferenti permette di sistemare sempre le linee d'asse orizzontalmente e parallelamente al piano diametrale. Se queste eliche hanno assi leggermente convergenti a poppa, si producono due vantaggi ulteriori:

- è più facile la sistemazione dell'apparato motore;
- è accresciuta la capacità di manovrare da parte della nave.

Come sempre, agli indubbi vantaggi fanno da contrappunto gli elementi sfavorevoli che sono sostanzialmente i seguenti:

- Poiché le due eliche si trovano dove la scia media di carena è massima, l'elica anteriore si trova di fronte ad una distribuzione di scia più irregolare rispetto ad una configurazione bielica convenzionale. Ne possono derivare problemi indotti dalla cavitazione e, quindi, dalle eccitazioni indotte. Occorre esaminare, perciò, se esistono posizioni angolari sfavorevoli dell'elica anteriore, in corrispondenza delle quali i vortici d'apice possono danneggiare l'elica posteriore. Quest'ultima avrà, comunque, una migliore distribuzione di scia in quanto l'elica anteriore rimuove il picco di scia che si trova quasi sempre nella zona di interferenze tra le pale.
- Per compensare questo svantaggio può essere necessario accoppiare le eliche con un riduttore comune in una posizione angolare più favorevole; il che, comunque, comporta altri due svantaggi:
  - il riduttore implica requisiti tecnici più stringenti, è più complicato e, quindi, più costoso;
  - l'indipendenza mutua delle due linee d'assi, che è essenziale nel caso di emergenze o di danneggiamenti, può essere realizzata con qualche complicazione.

Grazie alla possibilità di avere differenti velocità delle due eliche, quando siano accoppiate a motori indipendenti, la carena sperimenterà alternativamente eccitazioni verticali e torsionali prodotte dalle fluttuazioni di pressione. Per lo stesso motivo, l'eccitazione laterale sulla carena

sarà modulata. Il livello di eccitazione è più elevato di quello di un sistema bielica tradizionale, ma è simile a quello di una configurazione monoelica, per cui, dal punto di vista delle vibrazioni, il sistema con eliche interferenti è del tutto applicabile.

Quanto alla migliore configurazione di poppa per adattare la carena alla sistemazione di eliche interferenti, si devono disegnare sezioni trasversali ad ‘U’, tipiche delle navi monoelica, anziché forme a ‘V’ che si hanno di solito sulle navi bielica. Un sistema propulsivo con eliche interferenti è più vantaggioso per forme piene di carena, perché crescono le probabilità di recupero dell’energia della scia. Consente, infine, la sistemazione di un unico timone nella scia delle due eliche.

### 6.2.3 Eliche in tandem

Lo scopo principale di un sistema propulsivo con *eliche in tandem* è quello di ridurre le forze di pressione indotte sulle strutture di scafo a poppavia. Le eliche sono progettate in maniera simile alle eliche controrotanti tenendo conto delle velocità d’interferenza, anche se il cosiddetto fattore medio di distanza è sostituito da un fattore di fase inteso ad introdurre l’effetto della posizione angolare relativa tra le eliche (Sun et al., 1978).

Sono state effettuate ricerche sistematiche su eliche intubate in tandem; sono lavori di natura sperimentale volti a produrre dati sistematici.

### 6.2.4 Eliche con alette

Le cosiddette *eliche con alette* (end-plate, tip-fin, winglet, Keppel, etc., propellers) hanno gli apici di pala modificati. Tali geometrie speciali sono in generale modifiche limitate dell’elica, per cui le prove su modelli e lo scalaggio dei risultati al vero possono essere effettuati, in linea di principio, applicando le stesse metodologie utilizzate per le eliche convenzionali.

Le perdite assiali nella scia sono minimizzate solamente quando la distribuzione di velocità assiale nella scia è uniforme. In pratica ciò è impossibile, poiché esiste una discontinuità nella scia anche nel caso di disco attuatore in flusso uniforme. Tale disomogeneità comporta la presenza, sempre e comunque, di un carico finito sugli apici dell’elica. In flusso viscoso ciò si estrinseca nel fenomeno della separazione e nella formazione di un vortice d’apice molto robusto. Nella pratica progettuale si cerca di imporre una ‘distribuzione ottimale’ del carico radiale con carico nullo sull’apice di pala, anche nel caso in cui il gradiente della distribuzione di carico sia molto forte. Le discussioni sulla distribuzione ottimale del carico radiale in un flusso viscoso sono ancora aperte, ma è certo che il rendimento dell’elica aumenta al crescere del carico sull’apice purché non si abbia forte separazione nella zona di pala intorno all’apice.

Per evitare che il flusso viscoso presenti separazione e robusti vortici d’apice, sono state applicate *alette sugli apici* di pala. Il recupero di energia derivante dall’accresciuto carico sull’apice deve compensare l’incremento del momento torcente derivante dall’attrito sulle alette stesse.

La posizione e la forma delle alette d'apice è molto importante, poiché un incremento eccessivo della resistenza sulle alette risulterebbe disastrosa per il rendimento dell'elica.

Le alette d'apice devono sostenere un certo carico idrodinamico ed è importante che il carico sull'aletta sia un proseguimento senza soluzione di continuità del carico di pala sull'apice. In caso contrario, si formerebbe un vortice robusto nella gola tra pala ed aletta. L'aletta d'apice è efficiente soprattutto nella condizione di progetto, mentre in altre condizioni di funzionamento aumenta il rischio di separazione.

Poiché si ipotizza che le alette d'apice riducano l'intensità del vortice d'apice, le eliche con le alette sono dette anche *Tip Vortex Free Propellers* o *TVF Propellers* (Fig. 6.23). Questi nomi e il concetto sotteso, sviluppati dagli Astilleros Espanoles, sono stati brevettati dalla Systemar di Madrid. Le eliche TVF furono oggetto di una diffusa campagna pubblicitaria. Inizialmente furono contrabbandati incrementi del rendimento fino al 50%, ridotti successivamente al 18%. Questi valori e le loro giustificazioni furono basati inizialmente sull'applicazione di criticabili procedure di correlazione e, più tardi, su analisi ancora criticabili di risultati di prove in mare ed in condizioni di servizio. Tale società non ha enfatizzato l'importanza della continuità del carico all'angolo dell'aletta d'apice.

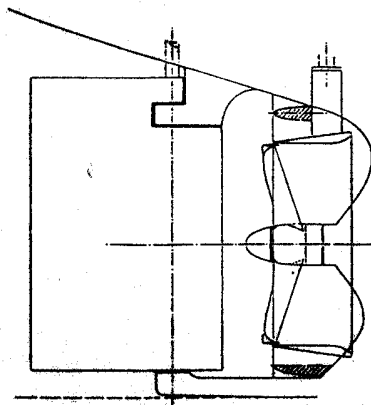


Figura 6.23. Installazione del sistema TVF

Per capire la fisica del funzionamento del sistema TVF, occorre richiamarsi ai principi della teoria vorticale. In base a tale teoria si dimostra che la perdita di energia ed il rendimento ottimale dell'elica sono funzioni della forma e dell'intensità del sistema di vortici liberi che si diffondono dai bordi di uscita delle sezioni. I criteri di ottimizzazione utilizzati nelle procedure di progetto di eliche adattate alla scia portano ad una distribuzione continua della circolazione lungo la direzione radiale di pala, variando da zero alla radice fino ad un massimo che sta pressochè a metà della distanza tra radice ed apice di pala. In un fluido ideale le perdite di energia possono essere nulle ed il rendimento ideale risulterebbe pari al 100%. In pratica, la condizione di perdita nulla di energia non può essere soddisfatta, ma è possibile dimostrare che si possono raggiungere valori più elevati del rendimento giustappoendo agli apici delle pale un elemento continuo di breve estensione longitudinale, nel qual caso la distribuzione ottimale di circolazione lungo la pala presenterà agli apici un valore finito.

Il sistema TVF utilizza questo risultato, nel senso che imponendo un'aletta come appendice terminale di pala significa di fatto allungare virtualmente la pala con conseguente riduzione dell'energia dispersa. La circolazione intorno all'apice di pala tende a zero più lentamente, in quanto si riduce l'intensità dei vortici liberi. In tal modo si ottengono alcuni dei vantaggi che si avrebbero con un'elica di maggiore diametro, senza introdurre gli svantaggi.

L'obiettivo primario è la massimizzazione del rendimento, ma può spesso accadere che il vortice d'apice non scompaia e che la cavitazione tenda a manifestarsi sugli incavi tra le alette d'apice e le pale. Sono state costruite molte eliche TVF.

Gomez (1976) e Ruiz-Fornells (1983) hanno riportato guadagni significativi quando l'elica TVF è associata ad un mantello. Gomez (1980) ha progettato questo tipo di elica utilizzando un metodo modificato basato sulla teoria della linea portante che consente un carico finito all'apice di pala, senza tenere conto del robusto vortice d'apice che, a dispetto della presenza delle alette, deve essere associato alla circolazione finita presente sull'apice.

Un concetto simile, sviluppato con tecniche progettuali più sofisticate, è stato commercializzato dalla Gröningen Propeller Technology (GPT). Utilizzando un metodo di ottimizzazione lineare, Sparenberg & De Vries (1987) progettaron e testaron un'elica a tre pale con nuove forme di alette d'apice. Tuttavia, non sono ancora conosciute molte applicazioni al vero, sebbene siano stati reclamizzati notevoli miglioramenti dei rendimenti.

Per l'elica Keppel con alette integrate nella zona degli apici, Andersen (1996) condusse uno studio comparativo rispetto all'elica convenzionale effettivamente installata sulla nave. Le prove sperimentali consistettero delle prove tradizionali sui modelli sia dell'elica convenzionale che dell'elica con alette. Utilizzò tre metodi diversi per effettuare la previsione di potenza al vero sulla base dei risultati delle prove su modello.

$V = 9.03 \text{ m/s}$	Estrapolazione DMI		Estrapolazione ITTC'78		Estrapolazione DMI-ITTC	
	Tip-fin	Conv.	Tip-fin	Conv.	Tip-fin	Conv.
$w$	0.30	0.27	0.27	0.26	0.30	0.27
$t$	0.16	0.16	0.16	0.16	0.16	0.16
$\eta_R$	1.00	1.02	1.00	1.02	1.00	1.02
$\eta_H$	1.21	1.16	1.16	1.14	1.21	1.16
$\eta_O$	0.63	0.62	0.68	0.66	0.67	0.65
$\eta_D$	0.75	0.73	0.79	0.76	0.81	0.77
$\frac{\eta_{D_{\text{tip-fin}}}}{\eta_{D_{\text{conv.}}}}$	1.037		1.038		1.047	
$P_D$	6720	6980	6410	6650	6270	6570
$n$	1.95	1.99	1.98	2.01	1.95	1.99
$C_T$	1.58	1.49	1.46	1.42	1.58	1.49

Tabella 6.1. Coefficienti propulsivi, potenza e giri con diversi metodi di estrapolazione

Un metodo è quello del Danish Maritime Institute (DMI), che applica una correzione per correlazione ed una correzione alla frazione di scia. Il secondo metodo è l'ITTC 1978, dove va precisato che fu effettuato uno scalaggio più dettagliato di quello standard che tiene conto solamente dell'influenza dell'attrito sulle caratteristiche dell'elica isolata. Il terzo metodo combina i due precedenti nell'applicazione della procedura tenendo conto, quindi, delle tre correzioni precedenti. I tre metodi hanno prodotto differenti potenze richieste, come illustrato in Tabella 6.1, dimostrando che occorrono di procedure più razionali nello scalaggio al vero di misure su eliche non-convenzionali.

### 6.2.5 Eliche con anello

L'elica con anello può essere concepita come una variante dell'elica intubata e dell'elica con alette. Il mantello è simile ad un mantello normale, con la differenza che è rigidamente collegato alle pale dell'elica e ruota con esse (Fig. 6.24). Ciò elimina la luce tra le pale ed il mantello, ma a prezzo di una ben maggiore resistenza viscosa dell'anello. La lunghezza di corda dell'anello deve essere mantenuta piccola per ridurre queste perdite, che andrebbero a ridurre ulteriormente un rendimento relativamente basso. Queste eliche sono state applicate molto raramente. Possono essere prese in considerazione solamente quando l'attacco alla carena del mantello di un'elica intubata aumenta significativamente la resistenza. Tali eliche sono potenzialmente interessanti per le imbarcazioni da diporto, in quanto l'anello può proteggere i bagnanti.



Figura 6.24. Elica con anello

Klaren e Sparenberg (1981) hanno trattato matematicamente il problema delle perdite indotte di energia dimostrando che si ottiene il rendimento più elevato, in fluido ideale, quando le alette sugli apici di pala occupano tutta la circonferenza del disco-elica; si genera così l'elica ad anello. È stato dimostrato anche che la distribuzione di circolazione radiale ottimale sulle pale ha un valore finito all'apice che è massimale per l'elica ad anello e si riduce man mano che l'allungamento delle alette agli apici tende a zero per le eliche ad anello. La resistenza d'attrito delle alette sugli apici non è mai stata valutata separatamente, ma si sa che per un'elica ad anello il suo effetto è quello di ridurre il rendimento al di sotto di quello di un'elica convenzionale

equivalente. Ulteriori informazioni sulle eliche ad anello, comprensive di risultati sperimentali, sono stati forniti da van Gunsteren (1970).

### 6.2.6 Spintori trasversali

Gli spintori trasversali (*tunnel thrusters*, *lateral thrust units*, *bow thrusters*), sono propulsori con l'elica situata entro un mantello a sezione circolare, inserito nella carena, con l'asse ortogonale al piano diametrico della nave.

Sono un caso speciale di eliche intubate (Fig. 6.25), utilizzati su navi mercantili fino dai primi anni '50 per produrre *spinta laterale* e, in combinazione con le eliche installate su assi longitudinali, per generare forze in direzioni oblique a velocità molto basse o nelle condizioni di tiro, su navi mercantili e su navi offshore. Sono inattivi nelle operazioni di transito. Esistono anche spintori trasversali retrattili che operano il fondo della nave.

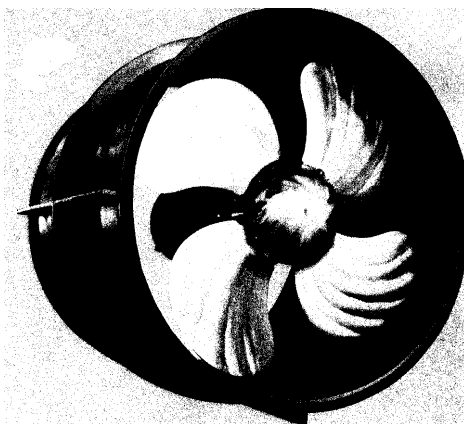


Figura 6.25. Spintore trasversale

#### Installazione

Gli spintori trasversali sono disponibili sia con eliche a pale fisse, sia con eliche a passo variabile. Il carico idrodinamico che si sviluppa in manovra sulle eliche a spinta laterale è molto elevato, per cui sono sistemate all'interno di mantelli. Il loro maggiore vantaggio è la semplicità dell'installazione. L'elica è situata a metà lunghezza del tunnel e assorbe il momento torcente attraverso una trasmissione con riduttore conico (Fig. 6.26).

L'entità e la direzione della spinta possono essere variate regolando la velocità ed invertendo il verso di rotazione del motore, oppure installando un'elica a passo variabile. I mantelli sono situati verso l'estrema poppa e/o verso l'estrema prora della nave per essere efficienti nelle manovre di evoluzione, e quanto più possibile verso il fondo della carena per ridurre il rischio di cavitazione. La lunghezza ed il diametro del mantello, che dipende dal diametro dell'elica, influenzano sostanzialmente l'effettiva forza laterale prodotta.



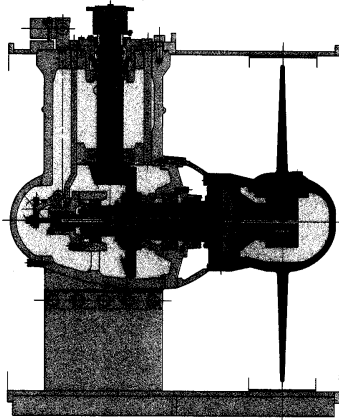


Figura 6.26. Sezione di uno spintore trasversale

Lo spintore trasversale dovrebbe essere installato in modo che l'elica sia sistemata a metà lunghezza del tunnel. A seconda dello spazio disponibile, il motore può essere installato verticalmente sopra lo spintore, (Fig. 6.27) oppure orizzontalmente con l'albero del pignone dello spintore ruotato orizzontalmente.

Poiché l'asse dell'elica è fisso, la direzione della spinta deve essere reversibile, il che può essere ottenuto invertendo il passo nelle CPP, e la direzione di rotazione nel caso di FPP. Nelle operazioni di posizionamento dinamico quali motori per gli spintori sono utilizzati solamente motori elettrici.

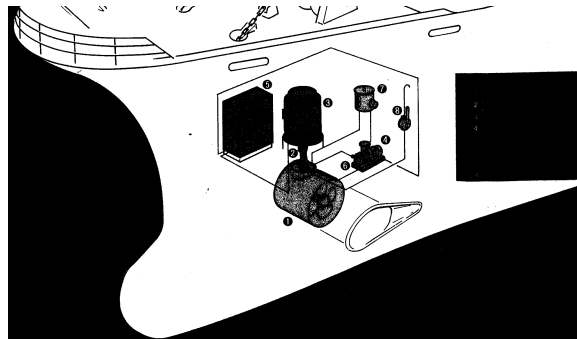


Figura 6.27. Schema dell'impianto di un bow thruster

## Prestazioni

Le eliche degli spintori trasversali hanno un rendimento inferiore alle eliche convenzionali ed alle eliche azimutali. In molti casi, non si può ottimizzare la lunghezza del tunnel a causa di restrizioni dovute al disegno della carena ed a problemi di installazione. La lunghezza ottimale del tunnel dovrebbe essere approssimativamente pari ad una volta e mezzo il diametro dell'elica. Un tunnel troppo lungo causa perdite d'attrito maggiori, mentre un tunnel troppo corto causa perdite per turbolenza. La conformazione geometrica dell'ingresso del tunnel influenza le

prestazioni dello spintore laterale. Un'eventuale separazione del flusso all'ingresso di un tunnel mal progettato di uno spintore trasversale ostruisce l'ingresso stesso riducendone così il rendimento. Un grande raggio di raccordo del tunnel con la carena sarà associato ad elevate perdite all'uscita, mentre un piccolo raggio potrebbe produrre perdite all'ingresso. È raccomandato un raggio di raccordo di compromesso pari a circa il 10% del diametro del mantello. Perdite addizionali sono causate dall'eventuale non-ortogonalità tra superficie di carena ed asse dell'elica, e dall'installazione di barre protettive. Prevedendo queste perdite, la potenza derivata mediante teorie semplici viene maggiorata dal 20% al 40%.

L'azione di uno spintore trasversale è la produzione di un getto d'acqua di velocità  $V_j$  pari a

$$V_j = \frac{T}{\rho A} \quad (6.10)$$

dove  $T$  è la spinta prodotta ed  $A$  è l'area della sezione trasversale del tunnel.

Misure della velocità del getto e della spinta prodotta su diversi modelli di spintori laterali fissati su diversi modelli di navi rimorchiati a diverse velocità in marcia avanti ed in marcia indietro, condotte alla Vasca di Lingby, hanno consentito di costruire diagrammi che forniscono l'efficienza dello spintore in funzione della lunghezza nave a diverse velocità nave.

La spinta massima prodotta dagli spintori laterali tende inizialmente a ridursi al crescere della velocità nave, per aumentare successivamente quando la velocità cresce ulteriormente ma senza raggiungere la spinta a velocità nulla (Ridley, 1971). Poiché ogni configurazione di spintore trasversale è differente, ogni spintore richiede un'elica specifica con un passo ottimale.

Alle basse immersioni, l'elica dello spintore può ventilare e/o cavitare con una conseguente riduzione della spinta prodotta. Questi fenomeni possono verificarsi anche quando la nave beccheggia eccessivamente.

Le aperture del tunnel possono causare un notevole incremento della resistenza nave - fino al 10-12% - alla velocità di servizio, a seconda della qualità dell'avviamento locale e della disposizione delle griglie protettive. A basse immersioni, l'elica dello spintore trasversale può subire ventilazione e/o cavitare, con conseguente riduzione della spinta. Questa situazione può presentarsi anche quando la nave beccheggia in mare molto mosso. Si può raccomandare un raggio di arrotondamento delle aperture all'incirca pari al 10% del diametro dell'elica.

Gli spintori trasversali sono disponibili con eliche a passo fisso e con eliche a passo variabile. Quando siano utilizzati per il posizionamento dinamico, i motori principali devono essere esclusivamente motori elettrici.

L'obiettivo progettuale di uno spintore laterale è la generazione, per una potenza assegnata, della spinta massima in ambedue le direzioni, dritta e sinistra. La Figura 6.28 fornisce gli ordini di grandezza della spinta attesa, normalizzata rispetto all'area espansa, per diversi tipi di nave.

Di norma, le brochures dei costruttori di spintori trasversali forniscono valori approssimati della spinta statica a velocità zero della nave per ogni lato dello spintore e potenza del motore. Talvolta viene indicata solamente un dato incerto della spinta in funzione della potenza, che

varia tra 10 e 13 kgf/CV. Ma questo tipo di dati non fornisce informazioni sufficienti, in quanto, a parità di potenza, il valore della spinta specifica (kgf/CV) diminuisce al decrescere del diametro del tunnel.

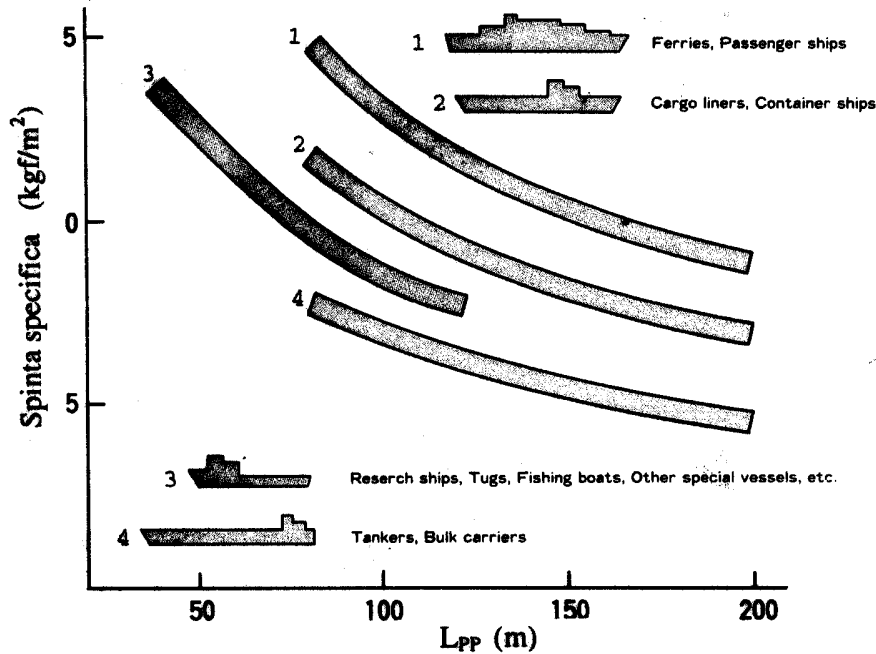


Figura 6.28. Spinta specifica per diverse classi di navi

Una migliore comprensione delle prestazioni degli spintori trasversali è possibile utilizzando un numero adimensionale che include le grandezze fondamentali  $T$ ,  $P$ ,  $D$  o  $A_o$ . Un tale indice di merito,  $C$ , è utilizzato, fra gli altri, da English (1963) come

$$C = \frac{T^{3/2}}{P\sqrt{\rho A_o}} \quad (6.11)$$

ottenuto eliminando la velocità di rotazione  $n$  dalle formulazioni di  $K_T$  e  $K_Q$  e sostituendo  $D$  con  $2\sqrt{A_o/\pi}$ . Un valore elevato di  $C$  significa buone prestazioni.

Quando si mettono a confronto spintori trasversali di potenza e dimensioni note, l'equazione (6.11) non fornisce un'informazione diretta sulla spinta producibile. È preferibile piuttosto utilizzare un indice di merito del tipo  $C^{2/3}$ , quale il fattore  $\xi$  di Bendemann definito come

$$\xi = \frac{T}{(\rho\pi/2)^{1/3}(P_D \cdot D)^{2/3}} \quad (6.12)$$

Ancora meglio, si può utilizzare il *rapporto di efficacia*  $\alpha$ , adatto specialmente per valutare le prestazioni dello spintore laterale nella condizione di tiro a punto fisso (Stuntz and Taylor, 1964). Questo indice di merito è il rapporto tra la spinta del reale spintore trasversale e quello di uno spintore trasversale ideale con le stesse dimensioni e la stessa potenza all'elica. Il fattore

di Bendemann  $\xi_i$  dello spintore trasversale ideale, ipotizzando un flusso ideale è  $\xi_i = \sqrt[3]{2}$ , per cui il rapporto di efficacia  $\alpha = \xi/\xi_i$  è pari a

$$\alpha = \frac{T}{(\rho\pi)^{1/3}(P_D \cdot D)^{2/3}} \quad (6.13)$$

L'efficacia degli spintori laterali può essere valutato rispetto ad un limite superiore di 1 in maniera simile a quella utilizzata per un propulsore convenzionale.

### 6.2.7 Eliche supercavitanti

Finora, parlando delle diverse tipologie di eliche, la cavitazione non è stata menzionata a sufficienza. Questo fenomeno fisico è un fattore primario nel progetto delle eliche navali. Specialmente quando le velocità delle navi sono molto elevate, il vettore di velocità del flusso lungo le sezioni di pala cresce a dismisura. Se il numero di cavitazione,  $\sigma = 2\Delta p/\rho V_R^2$ , diviene inferiore a 0.25-0.30, la spinta ed il rendimento delle eliche subcavitanti decadono pesantemente. In realtà, quando un'elica, progettata per una condizione normalmente subcavitante, aumenta la sua velocità di rotazione, produce inizialmente una spinta maggiore. Tuttavia, al di sopra di una certa velocità di rotazione, la spinta non aumenta più, ma tende a diminuire. A seguito di un ulteriore incremento del numero di giri, la spinta aumenta nuovamente. Se si analizza questo processo sperimentalmente, si può osservare mediante una lampada stroboscopica che il decadimento della spinta è accompagnato dalla diffusione della cavitazione, a partire molto spesso dagli apici delle pale, che va poi a coprire il dorso delle pale. Crescendo la velocità, la cavitazione si estende a valle nella scia e, quando la spinta comincia a crescere nuovamente, insorge il fenomeno della 'supercavitazione'.

Un'alternativa al progetto di un propulsore transcavitante è naturalmente l'idea di progettare un elica cavitante che sia esposta minimamente all'erosione e ad altre conseguenze negative della cavitazione. Questa idea fu portata avanti nel 1941 per il progetto di eliche di incrociatori e navi similari da parte di Posdunine (1944, 1947). Egli propose di scegliere un rapporto di area espansa, una distribuzione di passo, la curvatura e la forma delle sezioni (Fig. 6.29) in maniera tale che le pale dell'elica di una nave veloce operassero in regime di supercavitazione.

Più precisamente, in tale regime le cavità che si formano sulle pale hanno una lunghezza superiore alla corda locale e che perciò si chiudono ad una certa distanza dietro la pala (Fig. 6.30). Di conseguenza, l'erosione che avviene di solito quando le cavità si chiudono vicino alla superficie di pala non si sviluppa in regime supercavitante. Se, inoltre, si minimizza il tempo del regime transitorio della nave durante il quale le cavità hanno una lunghezza minore delle lunghezze di corda locali, le conseguenze sfavorevoli della cavitazione non dovrebbero superare limiti ragionevoli.

In base ad estese analisi sperimentali in galleria di cavitazione Posdunine si scontrò con le principali difficoltà che imperdirono la realizzazione della sua idea. Innanzi tutto, si comprese che

per le eliche supercavitanti fosse preferibile impiegare uno speciale profilo a cuneo, drasticamente diverso dai profili utilizzati tradizionalmente per le eliche subcavitanti. Inoltre, in Russia si cominciò a chiamare supercavitanti quelle eliche che avessero profili a cuneo ed a definire le eliche supercavitanti con profili del tipo-a-segmento come "eliche ad elevata cavitazione".

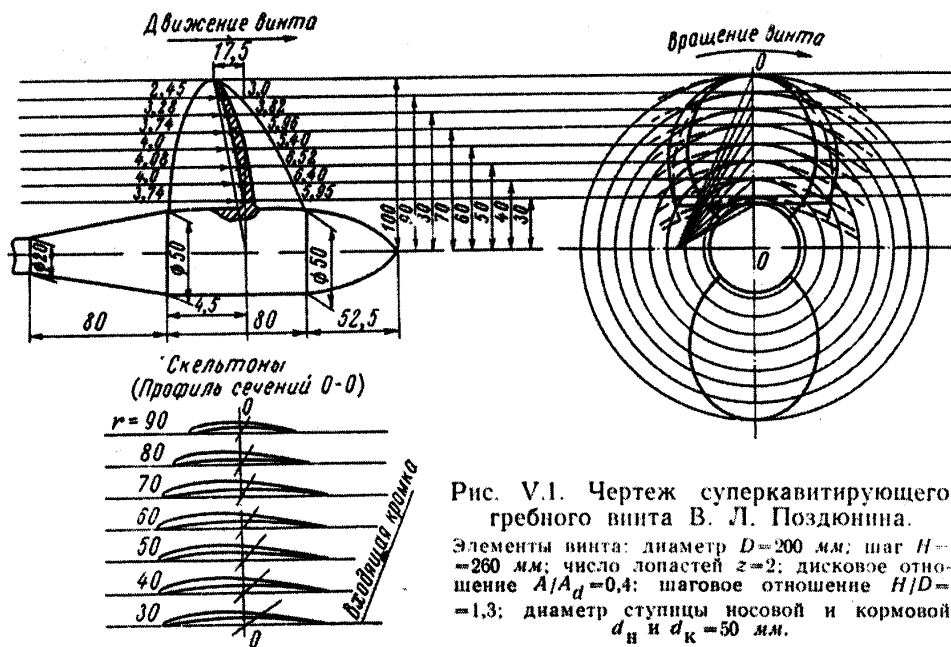


Figura 6.29. Disegno dell'elica supercavitante di Posdunine

Alla luce di questi riscontri, quando la cavitazione non può essere evitata, si prova ad addomesticarla utilizzando *eliche supercavitanti*. Quando si sviluppa la supercavitazione, la portanza, e quindi la spinta, è generata solamente dall'aumento di pressione sulla faccia delle pale. In queste circostanze è conveniente utilizzare sezioni di pala con forme tali che la cavitazione formi sul dorso una tasca di vapore, la quale imploda a distanza notevole (da due a tre volte la lunghezza di corda) dietro il bordo d'uscita. Lo spessore della tasca di cavitazione deve essere ridotto al minimo, in modo da ridurre i rischi di bloccaggio del flusso tra le pale; di qui, l'opportunità di avere un numero di pale pari a tre o, al massimo, a quattro.



Figura 6.30. Elica in regime supercavitante

Per ridurre il rischio di erosione, occorre fare in modo che la cavità sia tanto lunga da cavitare assai a valle del bordo d'uscita della pala. Rispetto alle eliche subcavitanti, le *eliche supercavitanti* sono molto meno sensibili alle variazioni del flusso nella rotazione di pala.

Le sezioni di pala di queste eliche non sono costituite da profili alari, ma presentano una forma a cuneo affilato con curvatura elevata, con il bordo d'uscita tronco ed il bordo d'entrata a punta (profili di Tulin). Lavorano in maniera ottimale quando l'angolo d'incidenza del flusso è tra  $2^\circ$  e  $3^\circ$ . Il flusso si separa sul bordo d'ingresso innescando la cavità. Se l'elica supercavitante deve operare frequentemente in marcia indietro, è opportuno che il bordo d'uscita sia sottile (profili-a-segmento di Posdunine).

Le sezioni di pala supercavitanti hanno un rapporto portanza–resistenza inferiore a quello dei profili subcavitanti. Ne risulta che il rendimento massimo di un'elica supercavitante è relativamente basso. Il rapporto portanza–resistenza dei profili supercavitanti diminuisce notevolmente al crescere dell'angolo d'incidenza, per cui quest'angolo deve essere mantenuto assai piccolo. Per mantenere il rendimento al di sopra di un livello di soglia minimo accettabile, il carico dell'elica deve essere tale da avere  $C_T < 0.1$ . Ciò significa che le eliche supercavitanti sono adatte solamente per velocità molto elevate (45 nodi ed oltre). Il rendimento massimo delle eliche supercavitanti è dell'ordine del 65%.

Il basso rendimento a carichi molto elevati pone un problema a velocità inferiori a quelle progettuali, ossia in condizioni subcavitanti. L'elica può non essere in grado di fare superare alla nave la velocità di cresta. Infine, le eliche supercavitanti hanno prestazioni insufficienti in marcia indietro.

Si ritiene necessario che per assicurare la supercavitazione debba essere

$$\sigma_{0.7R} = \frac{p - p_c}{\frac{1}{2}\rho[V_a^2 + (0.7\pi nD)^2]} < 0.045$$

dove  $p_c$  è la pressione critica alla quale si innesca la cavitazione.

Il progetto di un'elica supercavitante è più complesso di quello di un'elica subcavitante. La determinazione del coefficiente di portanza della sezione di pala e degli angoli di passo idrodinamico, se si utilizza la teoria della linea portante, deve conglobare gli effetti della cavità sul flusso incidente e sulla portanza. La resistenza minima della cavità corrisponde ad uno sviluppo della portanza del tutto dovuto alla curvatura della linea mediana della sezione, ma può essere necessario ispessire la cavità, e quindi la sezione, introducendo un angolo d'incidenza. Tale condizione può essere rispettata aumentando il numero di giri  $n$  o la velocità d'avanzo  $V_a$ , oppure ambedue.

Per concludere, si possono elencare i *vantaggi*:

- piccolo diametro dell'elica,
- dimensioni e peso ridotti delle appendici,
- minore resistenza delle appendici,
- risparmio di peso grazie a riduttori più piccoli o eventualmente alla loro assenza,
- se la supercavitazione è stabile, si ha un minimo rischio d'erosione alle velocità di punta,

- forze minori e momenti fluttuanti ridotti prodotti dall'elica;

e gli *svantaggi* delle eliche supercavitanti:

- allo spunto le caratteristiche di debole spinta ed elevato momento torcente possono creare problemi per il raggiungimento della velocità di cresta,
- il modo di funzionamento nel campo della cavitazione parziale, ossia alle medie velocità, produce erosione,
- il bordo d'ingresso sottile è molto fragile e può subire rotture a fatica, causando erosione per cavitazione,
- non esiste una teoria consolidata per il progetto delle eliche supercavitanti, che tenga conto adeguatamente del bloccaggio della cavità e dell'interferenza tra le pale.

Da almeno due decenni l'interesse per le eliche supercavitanti è diminuito, sostanzialmente per le ragioni seguenti:

- per il 90% del loro tempo operativo le eliche supercavitanti lavorano a velocità media, dove sono esposte ad erosione per cavitazione,
- per le migliorate caratteristiche operative delle eliche subcavitanti, almeno fino a velocità intorno a 42 nodi.

### 6.2.8 Eliche ventilate

Durante gli ultimi decenni è cresciuto enormemente a livello mondiale l'interesse per l'applicazione di *eliche ventilate* o eliche parzialmente immerse (*surface-piercing propellers* - SPP) sulle imbarcazioni molto veloci, quando le limitazioni d'immersione sono molto severe, ossia quando neanche le forme di poppa a semitunnel sono sufficienti a trascinare l'acqua al di sopra dell'elica.

Le eliche ventilate possono essere considerate una variante delle eliche supercavitanti, in quanto, come queste, sono progettate per avere sul dorso di pala cavità completamente sviluppate. La differenza è che, mentre le eliche supercavitanti hanno cavità riempite di vapore acqueo e piccole quantità di gas dissolte nel fluido, le SPP hanno cavità riempite d'aria o di gas. Le eliche ventilate garantiscono un rendimento elevato ad elevate velocità di trasferimento con numeri di giri relativamente alti. Le SPP operano in completa cavitazione anche a velocità moderate. La ventilazione dovuta all'ingresso ciclico delle pale in acqua evita quasi del tutto che si inneschi cavitazione a vapore. Inoltre, l'emersione della linea d'assi, dei braccioli e del mozzo dell'elica causa una forte riduzione della resistenza per appendici. L'asse dell'elica si trova appena al di sopra della superficie libera e l'elica è immersa solo parzialmente. Sono preferite nel caso di velocità molto elevate (superiori ai 50 nodi), in quanto a questi regimi possono fornire rendimenti superiori rispetto a tutte le altre tipologie di elica.

Le SPP possono essere incluse tra la famiglia di eliche non-convenzionali a causa del loro particolare modo operativo. Quando le pale rientrano nell'acqua trattengono dell'aria nel movimento rotatorio, il che porta ad una supercavitazione ventilata.

Il bordo d'ingresso delle pale è generalmente svirgolato per attutire l'impatto delle pale sul pelo libero e nella fase d'uscita dall'acqua. Il bordo d'uscita delle pale è rettilineo ed ha spessore finito. Le sezioni di pala sono simili a quelle di un'elica supercavitante (Fig. 6.31). il diametro è di solito dal 20% al 30% maggiore di quello di un'elica supercavitante equivalente.

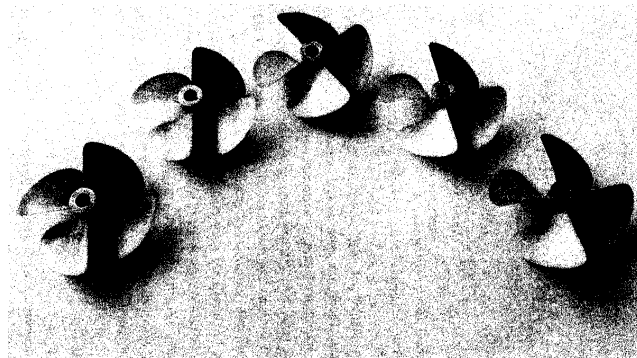


Figura 6.31. Eliche ventilate

Le eliche parzialmente immerse presentano il dorso di pala completamente ventilata da cavità riempite artificialmente d'aria o di gas. La pressione nella cavità non è, quindi, la pressione di vapore, bensì la pressione atmosferica, in quanto chi regola il fenomeno è l'aria trattenuta nella cavità dopo che la pala entra in acqua. A causa della pressione più elevata che si instaura nella cavità rispetto ad un'elica supercavitante, a parità di spinta occorre che le eliche ventilate abbiano un maggiore rapporto d'area espansa. In generale, la ventilazione naturale della parte superiore dell'elica può ridurre il rendimento della parte immersa, ma tale caduta di rendimento è decisamente inferiore se rapportata a quella di un'elica convenzionale equivalente in condizioni di cavitazione.

L'elica ventilata è posizionata in modo che, quando l'imbarcazione è in corsa, la linea d'acqua passa esattamente attraverso il suo asse. Ciò è realizzato di solito prolungando l'asse portaelica ad una certa distanza dietro lo specchio poppiere e sistemando l'elica sulla superficie libera relativamente piatta dietro il bordo del fondo dello specchio.

In aria, la parte superiore dell'elica si trova al di sopra della superficie libera, per cui subisce piccole perdite viscosive. Il rendimento delle eliche parzialmente immerse è comparabile a quello delle eliche supercavitanti, con una certa riduzione dovuta alle perdite quando le pale entrano ed escono dall'acqua. Un effetto importante delle eliche parzialmente immerse è il formarsi di un'elevata *forza laterale* dovuta all'*eccentricità* del punto d'applicazione della spinta. Tale forza laterale ammonta ad una percentuale significativa della spinta. È perciò conveniente applicarle in configurazioni bieliche con opposte direzioni di rotazione.

L'immersione dell'elica è un parametro sensibile e deve essere controllata quando lo scafo varia il suo assetto. L'albero può essere sollevato per adeguare l'immersione dell'elica (Fig. 6.32).

Un esame completo del flusso intorno alle SPP deve comprendere l'analisi della superficie libera, dell'aerazione, della cavitazione, della viscosità, degli effetti della tensione superficiale, e dei fenomeni transitori quando la pala entra in acqua e ne esce.



I *vantaggi* principali delle eliche ventilate sono i seguenti:

- nessuna erosione per cavitazione e nessun rumore associato,
- rendimento dell'elica isolata ragionevolmente elevato,
- il breve tratto di fuoriuscita della linea d'assi comporta una ridotta resistenza delle appendici, un peso minore e la possibilità di raggiungere un numero di giri elevato, per cui non occorre installare il riduttore o lo stesso è molto piccolo,
- piccole fluttuazioni della spinta e del momento torcente, causate dall'inclinazione della linea d'assi,
- la direzione della spinta può essere alterata variando l'abbattimento di pala;

mentre gli *svantaggi* sono riassumibili come segue:

- nessuna adeguata teoria progettuale,
- la direzione della spinta non coincide con quella della linea d'assi, per cui aumentano le tensioni ed il momento flettente,
- il momento torcente non bilanciato genera rilevanti forze verticali,
- pessime caratteristiche alla partenza, poiché alle basse velocità, mentre il motore eroga un basso momento torcente, l'elica richiede invece un elevato momento torcente, essendo del tutto immersa ed avendo un elevato rapporto passo-diametro (di solito è  $P/D > 1.0$ ),
- scarse qualità a marcia indietro.

Per migliorare le pessime caratteristiche in partenza ed alle basse velocità, l'elica può essere ventilata artificialmente mediante i gas di scarico che dovrebbero essere orientati davanti al disco-elica.

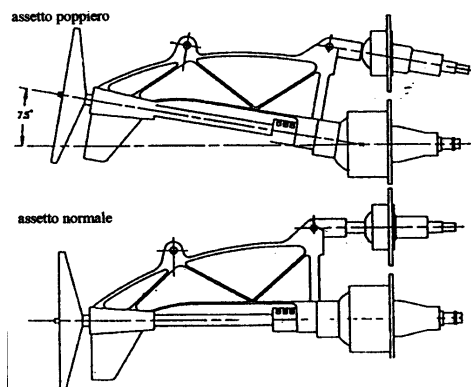


Figura 6.32. Sistemazione di un'elica ventilata

Per quanto riguarda gli attuali metodi di estrapolazione al vero, questi sono focalizzati su due aspetti:

- estrapolazione delle prestazioni del modello di elica isolata;
- estrapolazione dell'interazione elica-carena (frazione di scia, fattore di deduzione di spinta e rendimento relativo rotativo).

Per quanto concerne il primo aspetto, sebbene non esista alcun approccio universale per stabilire i principali parametri delle SPP, oltre a rispettare le condizioni di similitudine di un'elica isolata, si dovrebbe tenere conto dell'influenza dei numeri di Froude e di Weber. L'influenza del numero di Froude è rilevante in quanto l'elica agisce sull'interfaccia tra acqua ed aria. Il numero di Weber,  $Wn$ , è il rapporto tra le forze inerziali e le forze di tensione superficiale. La sua influenza è palese per un'elica ventilata, che 'taglia' continuamente la superficie libera.

I primi commenti sul ruolo del numero di Froude sono dovuti a Shiba (1953), il quale evidenziò il fatto che la forza di gravità influenza la forma della cavità d'aria al confine tra l'acqua e la cavità ventilata dall'atmosfera. Shiba stabilì che l'influenza del numero di Froude, da lui definito come  $Fn_D = \pi nD/\sqrt{gD}$ , svanisce quando la cavità d'aria raggiunge la sua stabile forma finale, ossia per  $Fn_D > 3$ . Olofsson (1996) fissò a 4 il valore limite al di sopra del quale l'influenza di  $Fn_D$  sparisce. In sintesi, nella comunità scientifica esiste un accordo sostanziale circa l'influenza del numero di Froude sul comportamento delle SSP; molti autori hanno fornito un valore di soglia che limita questa influenza. Lo stesso accordo non esiste per quanto riguarda il valore minimo da raggiungere per evitare problemi scala, per cui occorrono ulteriori ricerche per identificare il valore minimo di  $Fn_D$  da raggiungere durante le prove di elica isolata. Tuttavia, purché le prove sperimentali siano effettuate a numeri di Froude superiori al valore di soglia, l'eguaglianza del numero di Froude può essere evitata nell'analisi delle prove senza influenzare le prestazioni dell'elica al vero.

Quanto alla tensione superficiale, Shiba (1953) dimostrò che questa grandezza fisica entra in gioco quando l'elica è quasi del tutto ventilata. La ventilazione completa è un fenomeno piuttosto improvviso che può essere correlato ad un certo valore del coefficiente d'avanzo, detto numero d'avanzo critico  $J_c$ , che può essere individuato, con qualche approssimazione, dall'improvviso crollo dei coefficienti  $K_T$  e  $K_Q$ . Il lavoro di Ferrando e Scamardella (1996) ha confermato l'influenza del numero di Weber sulla posizione di  $J_c$ , ed ha individuato l'esistenza di un valore di soglia di  $Wn$  al di sopra del quale la sua influenza svanisce. Purtroppo, a tutt'oggi non è stata definito un valore di soglia univoco. Tuttavia, purché le prove sperimentali di elica isolata siano effettuate a numeri di Weber superiori al valore di soglia, non occorre rispettare l'eguaglianza di  $Wn$  nella previsione delle prestazioni dell'elica al vero.

Allo stato attuale delle conoscenze, se le prove di elica isolata sono svolte rispettando i suddetti requisiti, le prestazioni delle eliche ventilate possono essere scalate allo stesso modo delle eliche convenzionali, applicando cioè la sola correzione per viscosità.

Per quanto concerne l'effetto scala sui fattori propulsivi, si deve partire dal fatto che misure al vero sono pressoché inesistenti. Tuttavia, poiché un'elica ventilata è installata di solito a notevole distanza longitudinale dalla carena, il fattore di deduzione di spinta è trascurabile o nullo. Inoltre, da un punto di vista teorico il fenomeno della resistenza aggiunta per questo tipo di propulsione può essere trattato con lo stesso modello fisico adoperato per le eliche convenzionali, in quanto non sono presenti appendici che comportano una maggiorazione della spinta richiesta. Per questo motivo si può applicare la stessa procedura di scalaggio adottata per la propulsione convenzionale.

La propulsione con eliche ventilate è impiegata soprattutto su scafi plananti o semiplananti, sfruttando la ventilazione prodotta dalla poppa a specchio. Poiché le SPP operano molto a poppavia della carena, il contributo della scia potenziale è nullo. D'altra parte, non si può trascurare la scia viscosa in quanto parte dell'elica si trova nello strato limite della carena. La procedura di scalaggio dell'interazione elica-carena per le eliche ventilate è, quindi, lo stesso delle eliche convenzionali

Quasi tutte le applicazioni delle SPP riguardano il commercio di imbarcazioni da diporto. Generalmente in questo ambito il budget non consente di spendere per estese prove sperimentali su modelli o per prove standard in mare. Non è reperibile in letteratura un singolo caso che abbia fornito dati per validare le procedure di estrapolazione.

## 6.3 Propulsori direzionali

Gli ultimi quaranta anni hanno visto un grande sviluppo di mercato dei *propulsori direzionali*, ossia di quei propulsori capaci di sviluppare attivamente un momento direzionale facendo ruotare il vettore della spinta mediante la rotazione dello spintore. La popolarità dei propulsori rotazionali deriva dalle varie applicazioni per il *posizionamento dinamico* (DP), sia nell'industria offshore che in altri campi delle attività marine.

### 6.3.1 Caratteristiche idrodinamiche

Questo paragrafo tratta alcune delle principali problematiche idrodinamiche che si presentano nel progetto e nell'operatività dei propulsori direzionali, ossia la spinta effettiva, la densità massima di spinta e la manovrabilità.

Lo spintore convenzionale che è applicato diffusamente per il DP è lo *spintore a Z*, che utilizza una trasmissione meccanica della potenza, dove il motore principale (generalmente un motore diesel o un motore elettrico) è connesso all'elica attraverso uno o due riduttori, definiti rispettivamente a *L* o a *Z*.

Questi propulsori presentano differenti concetti. Tra questi l'esempio più noto ed uno dei prodotti più vecchi è il *propulsore direzionale*. Nei primi anni '90 un concetto diverso, detto *pod*, è penetrato nel mercato navale; si differenzia dallo spintore originario per il fatto che è mosso da un motore elettrico, installato in una gondola sorretta da una traversa, il quale muove direttamente l'elica. Tra i più vecchi c'è l'*elica cicloidale* Voth Schneider, caratterizzato da un numero di profili portanti che ruotano intorno ad un asse verticale, con un angolo di pala che dipende dalla posizione di pala: l'angolo di pala è controllato da un meccanismo attuatore che determina sostanzialmente, ad ogni posizione, il rapporto tra spinta e momento torcente. Un altro propulsore che merita una citazione è il *pump-jet* della Schöttel, che si caratterizza per il fatto di combinare la presa d'ingresso, la pompa ed il mantello diffusore in una unità ruotante.

La diffusione dei propulsori direzionali negli anni '70 del secolo scorso fu il risultato di vari fattori. Le attività dell'industria offshore iniziarono a spostarsi verso fondali profondi che, in alcuni casi, impedirono l'utilizzo di passivi sistemi di ancoraggio convenzionale. La flessibilità e la mobilità dei sistemi DP portò alla loro applicazione per lo sfruttamento di campi petroliferi marginali, con l'ulteriore vantaggio di tendere non necessaria l'assistenza di navi peer l'ancoraggio (anchor-handling vessels). Questo vantaggio vale anche per la navi posatubi e per la nevi posacavi, che oggi utilizzano sistemi di tracciatura dinamica (DT). Altre applicazioni di sistemi DO o DT sono riscontrabili nelle draghe e in alcune navi militari (cacciamine, fregate in aree minate, navi per rifornimento in mare).

### 6.3.2 Spinta effettiva

Probabilmente l'aspetto più importante del posizionamento dinamico, della tracciatura dinamica e della manovrabilità è la conoscenza delle forze effettive che i propulsori esercitano sulla nave in diverse condizioni meteo-marine. Queste forze determinano la spinta effettiva per un'assegnata potenza, che, di conseguenza, influenza la scelta del tipo di propulsore, le loro dimensioni e la loro sistemazione complessiva.

La spinta effettiva non deriva semplicemente dall'entità della spinta prodotta dall'elica isolata del propulsore, in quanto questo opera in prossimità della carena e degli altri propulsori in un ambiente condizionato dalle onde e dai moti nave.

Esistono, infatti, vari fattori di disturbo. In primo luogo, le condizioni operative sono sempre non-stazionarie a causa dei moti a bassa frequenza, della vettorizzazione variabile della spinta e dei moti nave del primo ordine. In secondo luogo, le basse velocità possono portare a direzioni del flusso incidente che deviano significativamente dalla direzione lungo la nave. Inoltre, ci si può attendere che le altre eliche operanti in prossimità del propulsore considerato modifichino non solo la velocità effettiva del flusso incidente e, quindi, la sua spinta, ma che influenzino anche la forza netta che questo propulsore esercita sulla nave. Ancora, l'effetto del vento e delle onde, che molto spesso domina su quello della corrente, porta a livelli di spinta dell'elica che non sono in equilibrio con le forze prodotte dalla corrente. Questa situazione è simile a quella di un rimorchiatore in condizioni di rimorchio. Infine, spesso si deve operare in acque limitate (acque basse o presenza di banchine), il che fa variare le prestazioni dei propulsori.

La combinazione di tutti questi fenomeni fa sì che, per una corretta progettazione e conduzione di una nave operante a basse velocità, non è sufficiente conoscere il valore del tiro a punto fisso di ogni elica. A tutt'oggi poco si sa circa le condizioni relative al posizionamento dinamico, alla tracciatura dinamica e alla manovrabilità a bassa velocità; ossia, esiste un'ignoranza diffusa per quanto riguarda:

- le basse velocità del flusso che investe l'elica;
- l'angolo di drift che varia da 0 a 360 gradi;

- i vettori della spinta che sono altamente scorrelati rispetto al vettore di forza della corrente;
- le sistemazioni alquanto variabili del sistema propulsivo;
- l'effetto risultante dall'operare in acque limitate;
- il comportamento dinamico non-stazionario che dipende dalle onde e dai moti nave a bassa e ad alta frequenza.

L'efficacia di un intero sistema DP o DT è spesso rappresentato mediante la cosiddetta previsione della *capacità del DP*. Tale previsione mira a fornire le condizioni meteo-marine sostenibili per una nave con un'assegnata configurazione dei propulsori. La sostenibilità è definita in maniera semplice determinando l'equilibrio statico tra le forze di eccitazione dovute all'ambiente e le forze di reazione prodotte dai propulsori.

Come detto in precedenza, le condizioni di una nave che lavori in posizionamento dinamico sono del tutto dinamiche ed a causa, tra l'altro, dell'effetto delle notevoli forze di inerzia e di smorzamento, nonché delle forze d'onda di drift del secondo ordine, questo approccio statico soffre di severe limitazioni (Vickers et al., 1998). Si può concludere che l'analisi statica (per una nave monoelica) è inadeguata se si vuole determinare la capacità in DP/DT.

Un'altra complicazione nell'utilizzo delle previsioni di capacità del DP è la grande varietà di modelli computazionali utilizzati, ognuno con le sue semplificazioni e limitazioni. In molti codici di simulazione del DP, ad esempio, non sono considerati gli effetti d'interazione tra i propulsori e del singolo propulsore con la carena. Nella maggior parte dei casi, sono trascurati gli effetti del degrado del rendimento degli spintori trasversali in presenza di onde, sebbene questi effetti possano avere un impatto importante sulla capacità del DP.

Per incorporare totalmente gli effetti suddetti ed altri effetti nonlineari quali le forze di drift del secondo ordine, si dovrebbero applicare modelli di simulazione che risolvano le equazioni del moto nel dominio del tempo.

### 6.3.3 Densità massima di spinta

Le dimensioni di un propulsore direzionale sono spesso vincolate decisamente da considerazioni strutturali. Questo vincolo, combinato con l'esigenza di minimizzare il numero dei propulsori, ha introdotto il problema della *densità massima di spinta*, ossia della spinta per area unitaria del disco-elica. Sebbene sia noto che in generale l'efficienza di un propulsore diminuisca al crescere della densità di spinta, esiste tuttavia per il DP una tendenza progettuale verso maggiori densità di spinta.

Le dimensioni minime dei propulsori sono limitate, comunque, dalla diminuzione della spinta causata dalla cavitazione, dalle vibrazioni indotte dalla cavitazione, dall'erosione e da possibili vincoli meccanici imposte dalla costruzione. Per determinare le dimensioni minime dell'elica in una fase iniziale del progetto, i progettisti ed i costruttori di eliche utilizzano sostanzialmente

semplici regole euristiche, che utilizzano soprattutto un criterio per la velocità periferica dell'apice di pala, oppure un criterio di densità di potenza. Dovrebbero essere introdotti criteri più stringenti, quali la determinazione dell'area espansa minima. In una fase avanzata del progetto base si potrebbero utilizzare codici numerici basati sulla teoria della superficie portante o codici a pannelli, capaci di mostrare l'effetto della geometria di pala sulla densità massima di spinta.

Esiste un certo numero di metodi (van Rijsbergen e van Terswiga, 2000) per determinare il diametro minimo dell'elica; sono basati su esperimenti al vero e su modelli, e su risultati teorico-numerici. Molti tipi di cavitazione (a lamina, PHV, a bolle) possono imporre un limite alla densità di spinta, ma sono ancora difficilmente trattabili mediante analisi numeriche.

In generale, possono essere utilizzati due criteri per determinare il diametro minimo dell'elica: il criterio adimensionale di densità di spinta  $K_T - \sigma_n$  ed il criterio adimensionale di velocità all'apice di pala  $V_{tip} - \sigma_n$ . Equivalenti dimensionali di questi criteri sono meno affidabili in quanto mostrano una eccessiva dipendenza dall'immersione della linea d'assi e dal rendimento dell'elica. Inoltre, occorre ricordare che la capacità di spinta di un propulsore dipende dal campo di scia, dalla sua tipologia (elica libera, elica in mantello, idrogetto) e dalla qualità del suo progetto; tutti fattori che dovrebbero essere incorporati nei criteri.

#### 6.3.4 Manovrabilità

Uno degli obiettivi più importanti dei propulsori direzionali è quello di avere la capacità di dirigere la spinta in tutte le direzioni. La loro installazione offre grandi capacità manovriere.

La grande quantità di rimorchiatori equipaggiati con propulsori azimutali offre un esempio lampante di navi che combinano buone qualità di manovra con la richiesta capacità di spinta direzionale a basse e ad elevate velocità. L'installazione di eliche intubate nei propulsori direzionali garantisce buona manovrabilità con un elevato tiro a punto fisso. Il concetto di tre propulsori sistemati su una carena senza skeg ha prodotto una libertà enorme nelle manovre, consentendo anche spostamenti laterali fino a velocità di 6 nodi.

È importante che durante le manovre i propulsori abbiano fra loro la minima interazione possibile. Un propulsore, orientato in direzione di un altro propulsore, riduce notevolmente l'efficienza del propulsore sottovento.

Sempre per quanto riguarda la manovrabilità, ed anche la stabilità di rotta, occorre conoscere le caratteristiche in flusso obliquo a velocità relativamente elevate. Oosterveld e van Oortmerssen (1972) hanno a suo tempo discusso il legame delle forze laterale e longitudinale con le elevate velocità e gli angoli di flusso obliqui. Al diminuire delle dimensioni dello skeg e, in alcuni casi, in assenza di skeg, la stabilità di rotta diviene un aspetto critico. È stato dimostrato da Kooren et al. (2000) che a piccoli angoli d'incidenza la forza laterale generata da un propulsore con elica intubata è dello stesso ordine di grandezza di quella prodotta da uno skeg tipico. L'effetto positivo sulla stabilità di rotta è dovuto soprattutto al mantello. Questi piccoli angoli d'incidenza (fino a  $15^\circ$ ) sono importanti per la stabilità di rotta.

### 6.3.5 Eliche con trasmissione a ‘Z’

I propulsori mobili con trasmissione ortogonale, detti anche *eliche con trasmissione a ‘Z’*, sono stati tradizionalmente installati su navi ed imbarcazioni speciali che richiedono eccezionali qualità di manovrabilità. Sono detti a ‘Z’ a causa della configurazione dell’albero motore, orizzontale all’uscita del motore, verticale attraverso lo scafo, e di nuovo orizzontale verso il mozzo dell’elica (Fig. 6.33). Non occorrono linee d’assi e braccioli. I moderni propulsori a ‘Z’ si sono dimostrati robusti ed affidabili, e costituiscono oggi il sistema propulsivo preferito per la maggior parte dei rimorchiatori dedicati al traino delle navi. Il costo iniziale ed i costi di manutenzione sono maggiori di quelli relativi ad un’elica convenzionale o di un idrogetto equivalenti.

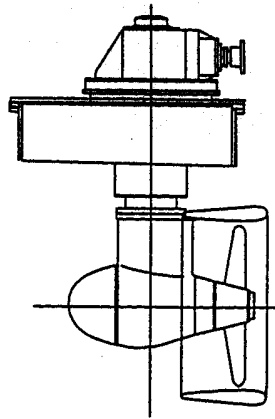


Figura 6.33. Propulsore a ‘Z’

I propulsori a ‘Z’ sono disponibili sia nelle versioni con eliche a passo fisso ed a passo variabile, sia nelle configurazioni con eliche libere o con eliche intubate. Possono dirigere la loro spinta in ogni direzione, rendendo estremamente manovrabili le navi nelle quali sono installati. Tra tutti i sistemi propulsivi disponibili, sono il sistema più adatto per il *posizionamento dinamico*, qualità operativa imprescindibile per molti tipi di navi offshore. Essi presentano ottime qualità di controllo, specialmente nelle partenze da fermo; l’effetto di controllo migliora al crescere della velocità nave. La loro flessibilità, con il motore installato su un ponte e l’organo di governo a ‘Z’ fuoribordo, così come la loro libertà di sistemazione rende questi propulsori, soprattutto quelli mossi da un motore elettrico, particolarmente attrattivi rispetto ad altre eliche e sistemi propulsivi non-convenzionali. I recenti sviluppi dei motori elettrici, e quelli prevedibili nell’immediato futuro, fanno ritenere che le eliche con trasmissione a ‘Z’ diverranno i propulsori del futuro per un vasto campo di velocità e per un’ampia gamma di tipologie di navi, grazie ai vantaggi derivanti dall’eliminazione della resistenza per appendici, dal superiore rendimento propulsivo e dai ridotti livelli di rumore e vibrazioni.

Quando i sistemi propulsivi a ‘Z’ sono installati sul fondo della carena per massimizzare la spinta, la nave presenta un’immersione maggiore con appendici vulnerabili; ciò li rende inadeguati per operazioni in acque basse. Come accade sui rimorchiatori, le eliche con trasmissione

a ‘Z’ installate sotto la volta di poppa sono in qualche modo protette rispetto agli impatti sul fondo, ma ciò riduce la loro complessiva capacità direzionale di produrre spinta (Fig. 6.34).

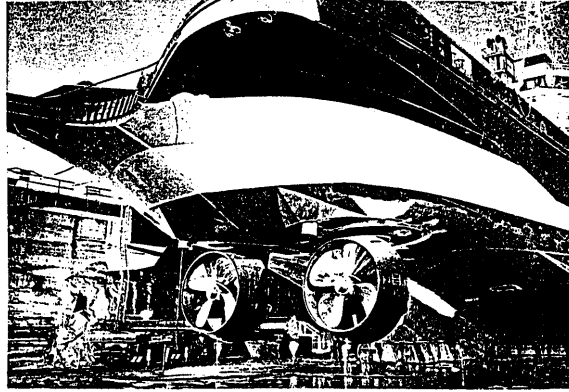


Figura 6.34. Propulsori a ‘Z’ con eliche intubate su un rimorchiatore

Nelle navi veloci o negli aliscafi può essere utilizzata una sistemazione a spintore, per evitare l’elevata resistenza di un asse libero, come mostrato in Figura 6.35.

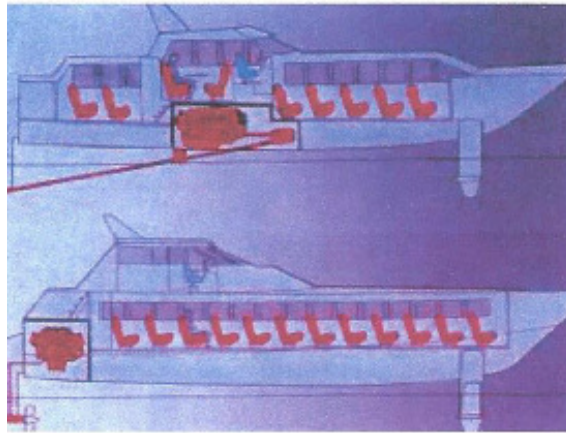


Figura 6.35. Elica libera e propulsore a ‘Z’ su un aliscafo

Un vantaggio rilevante è che la spinta è diretta pressoché orizzontalmente, in quanto non occorre inclinare l’asse in direzione longitudinale. Questo riduce il carico non stazionario dell’elica e ne aumenta il rendimento. Poiché il sistema propulsivo può ruotare, si può omettere il timone.

### 6.3.6 Spintori azimutali

Gli spintori azimutali (*azimuthing thrusters*), o spintori rotabili, offrono un grande campo di applicazione su grandi navi da perforazione, su navi semisub, su navi posatubi, su navi posacavi, su navi da sollevamento, su navi FPSO, su navi oceanografiche, su supply vessels, su rimorchiatori e su product tankers. Soddisfano la richiesta del mercato marittimo in quanto



generano spinta massima in tutto l'angolo giro garantendo una migliore manovrabilità, un accurato posizionamento dinamico ed un'efficace capacità di frenata. Ulteriori benefici sono il risparmio di spazio (linea d'assi corta, nessun riduttore) e dei costi (assenza di timoni, astucci e braccioli). Le qualità fondamentali richieste agli spintori azimutali sono:

- un elevato tiro a punto fisso;
- un affidabile posizionamento dinamico.

Tutto il sistema può ruotare intorno ad un asse verticale, rendendo superflua la presenza del timone. Poiché a velocità nulla non esiste scia e, quindi, nessuna energia da recuperare, la posizione dello spintore può essere scelta in base a criteri diversi da quelli relativi alla massimizzazione del suo rendimento isolato. Spesso i propulsori azimutali sono sistemati al di sotto del fondo della carena (Fig. 6.36), e sono telescopici.

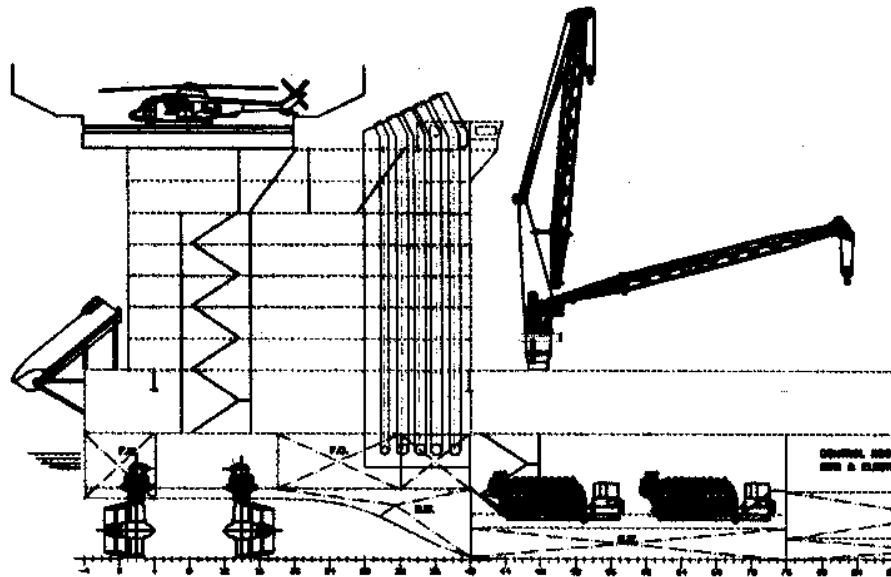


Figura 6.36. Spintori azimutali per il posizionamento dinamico

Il motore principale trasmette la potenza attraverso un albero verticale ed un riduttore ortogonale all'asse dell'elica. La potenza di questi sistemi continua ad aumentare di conserva con l'accresciuta disponibilità di riduttori adeguati.

L'elica opera spesso in mantello. Per quanto aumenti la spinta del propulsore, il mantello fa crescere notevolmente il momento torcente necessario per fare ruotare la struttura contenente elica e mantello. Sebbene il meccanismo di trasmissione della potenza sia un progetto standard, il fatto che il sistema ruoti ne accresce la complessità: devono essere aggiunti componenti quali il motore per la rotazione, il sistema di tenuta, gli anelli collettori idraulici per la mandata dell'olio lubrificante e, nel caso di CPP, il motore idraulico per il meccanismo di variazione del passo. Nel caso di eliche a passo variabile, è presente un ulteriore meccanismo che trasmette il segnale di posizionamento del passo dalla parte rotante alla parte fissa dello spintore.

Gli spintori azimutali in mantello sono utilizzati per eliche pesantemente caricate allo scopo di migliorare il rendimento; in altri termini, allo scopo di aumentare la forza di spinta a parità di potenza assorbita. Nella scelta degli spintori per rimorchiatori e navi di supporto ad attività offshore (supply vessels) un fattore dirimente è il rapporto spinta–potenza definito come

$$\eta_d = \frac{(K_T/\pi)^{3/2}}{K_Q}$$

a velocità d'avanzo nulla.

Il grande vantaggio di questo sistema propulsivo è la capacità di sviluppare la spinta in tutte le direzioni, per cui può essere massimizzato l'assorbimento di potenza. Tuttavia, l'utilizzo di spintori azimutali per la propulsione è ancora limitato, sia perché la struttura di sostegno vicina all'elica ne diminuisce il rendimento, sia perché la loro costruzione è assai complessa, anche se progetti recenti di grandi navi posatubi prevedono questi propulsori anche per il transito.

In marcia avanti, l'elica può essere installata davanti all'asse verticale (*trattore*), così come dietro l'asse verticale (*spintore*). Nel modo a trattore il flusso è più uniforme, per cui diminuisce il rischio di cavitazione e di vibrazioni indotte. Nel modo a spintore le velocità indotte sull'asse verticale riducono la resistenza dell'asse verticale stesso, a spese di una minore uniformità del flusso che arriva all'elica. In questo modo le eliche operano nella scia creata dalla struttura in acqua, che influisce negativamente sulle prestazioni in cavitazione, soprattutto per effetto delle apprezzabili velocità tangenziali di scia. Durante le manovre della nave, l'elica dello spintore si trova ad operare frequentemente in condizioni di flusso alquanto variabili. Ciò produce variazioni sensibili delle caratteristiche di spinta e momento torcente, che sono di difficile determinazione teorica in quanto l'angolo d'incidenza può raggiungere valori elevati. Viene fatto largo utilizzo, quindi, dei cosiddetti diagrammi dei quattro quadranti.

Quando il flusso incidente non è obliquo, le caratteristiche iniziali dell'elica possono essere determinate in base ai dati di serie sistematiche come le Serie-B e le Serie-KA per eliche intubate. Per il progetto e l'analisi di eliche non-standard si possono utilizzare codici di calcolo numerico basati sulla teoria delle linea portante e della superficie portante. Si dovrebbe imporre un margine sulle caratteristiche dell'elica, che tenga conto della presenza della struttura di sostegno e del possibile incremento del diametro del mozzo. Tale margine è basato di solito sull'esperienza, ma dati significativi possono essere ottenuti mediante prove sperimentali. In prima approssimazione, si può considerare una perdita di energia intorno al 5%.

## Installazione

I propulsori azimutali possono essere categorizzati, in base a diversi modi di installazione, in:

*Azimutali montati sul fondo.* Gli spintori azimutali montati sul fondo o a poppa della nave costituiscono il tipo di installazione più semplice. Questo tipo di installazione richiede la messa in bacino della nave per la manutenzione della parte immersa dello spintore.

*Azimutali incapsulati.* Le prime installazioni degli spintori azimutali furono del tipo incapsulato. Lo spintore è installato sul fondo di un contenitore stagno (capsula). Il motore principale ed il macchinario ausiliario per il raffreddamento, la lubrificazione, il controllo del passo ed il sistema idraulico di rotazione, sono installati dentro la capsula. Nella navigazione in acque basse, tutta la capsula viene ritratta con l'assistenza di una chiatta o mediante un sistema di sollevamento spaziale a bordo.

*Azimutali removibili.* Questo è il tipo di installazione standard sulle grandi navi semisub e da perforazione. Può essere montato e rimosso sott'acqua mentre la nave naviga in acque basse. La tecnica di questo tipo di installazione fu sviluppata dalla KaMeWa negli anni '70. Per la manutenzione e/o le riparazioni, la parte inferiore che comprende l'elica, il mantello ed il riduttore può essere separata dall'involucro, abbassata su cavi guida e rimossa con un argano. Il motore principale, i macchinari ausiliari e il sistema di rotazione rimangono installati sulla nave. Le tecniche di rimozione variano in certa misura tra le diverse case costruttrici. Tutte le operazioni connesse necessitano dell'assistenza di palombari, gru, e supply vessels per la movimentazione delle ancore.

## **Prestazioni**

Assorbono potenze da 500 kW a 7000 kW, con diametri delle eliche fino a 5 metri.

La capacità di generare spinta direzionale insieme all'elevata spinta prodotta dall'elica intubata fanno sì che uno spintore azimutale ben progettato sia il propulsore più efficiente nelle applicazioni per il posizionamento dinamico.

Esistono alcuni problemi:

- sebbene l'elica non sia installata dietro la carena nella maggior parte delle applicazioni, possono insorgere problemi di interazione tra elica e carena;
- nelle installazioni a più spintori azimutali le eliche possono interferire tra loro con la diminuzione della spinta prodotta dall'elica investita dalla scia di un altro spintore azimutale.

La sistemazione di un propulsore azimutale impone di avere particolare cura nel disegno dei longitudinali a poppa, in quanto influenzano sensibilmente il fattore di deduzione di spinta. A velocità nulla il fattore  $t$  esprime la differenza percentuale tra spinta e tiro.

Valori tipici del fattore di deduzione di spinta di una carena in diverse condizioni operative sono:

- tiro a punto fisso             $t = 0.04 \div 0.08$
- rimorchio                     $t = 0.07 \div 0.40$
- navigazione                 $t = 0.12 \div 0.30$

In marcia indietro, il fattore di deduzione di spinta nella condizione di tiro a punto fisso è due volte e mezzo maggiore che in marcia avanti. Quando lo spintore azimutale è ruotato, il tiro a punto fisso in marcia indietro varia dall'83% al 93% del valore in marcia avanti: tale riduzione è dovuta al fatto che il flusso a valle del propulsore impatta sulla carena.

Per ottimizzare il tiro a punto fisso si tratta di massimizzare la funzione di merito

$$\frac{T}{P_D} = \frac{K_T \cdot \rho n^2 D^4}{2\pi n \cdot K_Q \rho n^2 D^5} = c \frac{\frac{K_T}{K_Q^{2/3}}}{\left(\frac{P_D}{\pi D^2/4}\right)^{1/3}}$$

e successivamente di ottimizzare il numero di giri rispetto al coefficiente di merito massimizzato.

### 6.3.7 Pump–Jets

I pum–jets sono spintori azimutali particolari che forniscono la spinta in tutte le direzioni. Sono compatti e robusti. Coprono un intervallo di potenza che va dai 50 ai 3500 kW. Sono ideali per operare in acque basse, per cui possono essere utilizzati su navi ed imbarcazioni con immersione molto ridotta. Hanno dimostrato di avere grandi qualità manovriere. La Figura 6.37 mostra un pump–jet della società tedesca Schöttel.

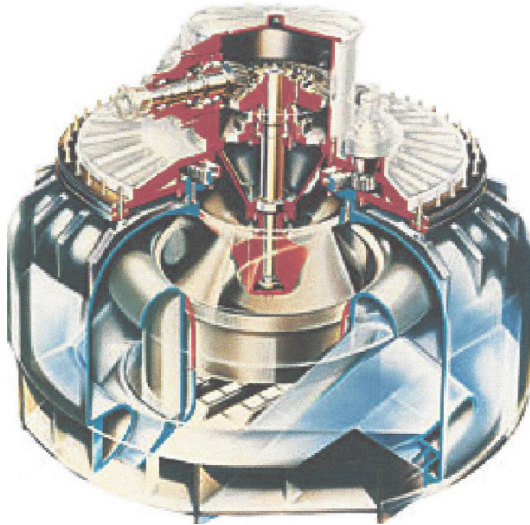


Figura 6.37. Pump–jet della Siemens-Schöttel

### 6.3.8 Principio operativo

La sequenza dei passi visibili in Figura 6.38 illustra compiutamente il modo di funzionamento di un pump–jet.

Una girante drena l'acqua nel pump–jet (1); la bassa velocità d'ingresso e la griglia protettiva sulla presa d'ingresso impediscono che vi penetrino oggetti estranei. L'acqua è poi spinta nel diffusore dalla girante (2) ed accelerata ulteriormente dalla crescente pressione statica (3).

L'acqua è espulsa a velocità molto elevata attraverso i mantelli di uscita con un angolo che, nel caso dei pump-jets Schöttel, è di circa  $15^\circ$  (4).

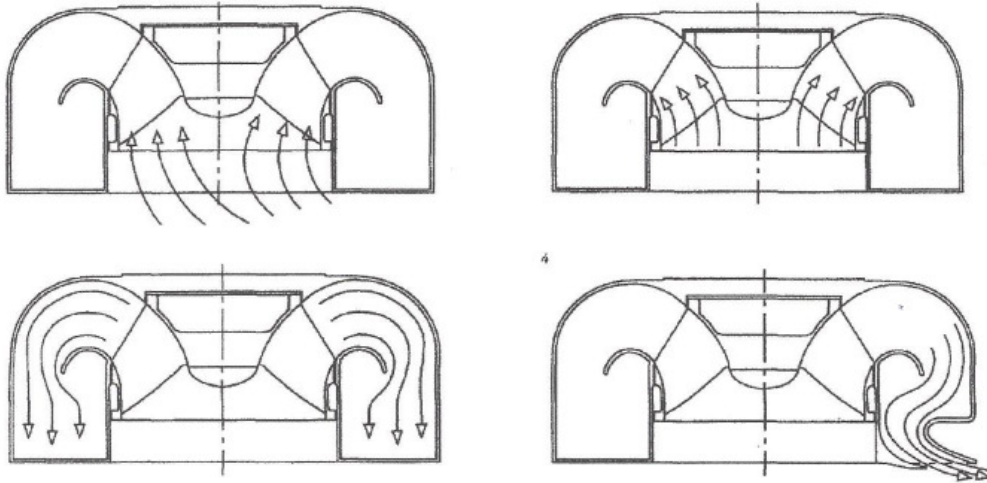


Figura 6.38. Principio di funzionamento di un pump-jet

Tra i vantaggi principali vanno annoverati:

- compattezza che consente di risparmiare spazio con una minima perdita di dislocamento;
- installazione a paro con il fondo della carena, per cui non si ha aumento di resistenza e rischio di collisione con oggetti in mare;
- minimo rischio di danneggiamento qualora la nave tocchi il fondo;
- bassi livelli di rumore e di vibrazioni;
- ampia varietà di motorizzazione: motori diesel, motori elettrici o motori idraulici.

## 6.4 Propulsori cicloidali

Un vecchio concetto di propulsore che applica il principio della spinta direzionale è il propulsore cicloidale, il cui sviluppo iniziò nel 1926 come *Voith-Schneider Propeller* (VSP) e la cui prima applicazione avvenne su una nave fluviale nel 1929. Lo scopo fu quello di realizzare un sistema propulsivo che combinasse le esigenze della propulsione con quelle della manovrabilità. Il primo rimorchiatore con un'elica cicloidale VSP (Fig. 6.39) fu varato nel 1950.

I *propulsori cicloidali* (Fig. 6.40) sono propulsori con asse di rotazione verticale, nei quali le pale, calettate verticalmente sul telaio di un rotore, si muovono tramite uno speciale meccanismo in maniera tale da generare portanza, che è controllabile in *modulo* e *direzione*. Mentre il telaio ruota, le pale oscillano. La spinta è controllabile in grandezza e direzione variando le posizioni delle pale stesse che permettono rapidi aggiustamenti della spinta.



Figura 6.39. Il primo rimorchiatore trattore VSP

Sono costituiti da un rotore (D) messo in rotazione dall'apparato motore (M) che trascina nel suo movimento un numero discreto di pale (in genere quattro o sei) sagomate a forma di profilo alare e fissate al disco mediante perni (E), ed i cui assi sono paralleli a quello di rotazione del disco. Un apposito meccanismo fa variare l'orientazione delle pale durante ogni giro in modo che le pale forniscano una spinta d'intensità e direzione volute. Il meccanismo che ha trovato finora applicazione è un dispositivo eccentrico, o a camme, che fa sì che la normale alla pala passi sempre, durante la rotazione, per un punto fisso detto *polo*.

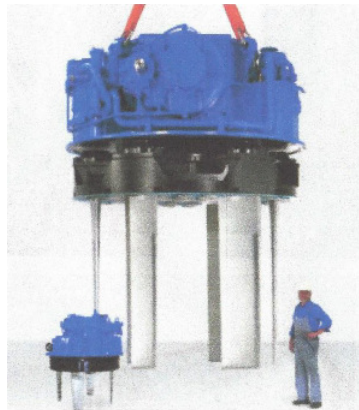


Figura 6.40. Propulsore Voith Schneider

Mentre il rotore ruota, le pale oscillano essendo bilanciate e regolabili separatamente. Grazie al principio fisico in base al quale operano ed al disegno particolare, correzioni della spinta in intensità e direzione possono essere realizzate molto rapidamente.

I propulsori cicloidali operano a numeri di giri relativamente bassi. Sono applicati su:

- navi che devono soddisfare requisiti di sicurezza particolarmente stringenti;
- navi che devono garantire un elevato grado di manovrabilità, quali piccoli traghetti, rimorchiatori, navi appoggio, navi con posizionamento dinamico, navi cacciamine;
- naviglio minore operante in acque limitate (lagune, canali, estuari, ecc.) e per trasporto su rotte brevi.

Limiti dei propulsori cicloidali sono la complicazione meccanica, il peso, il costo, la vulnerabilità, nonché il basso rendimento.

In genere, questi propulsori sono sistemati a poppa su un fondo pressoché piano (Fig. 6.41); in alcuni casi a prua ed a poppa, il che consente anche di muovere la nave in senso trasversale.

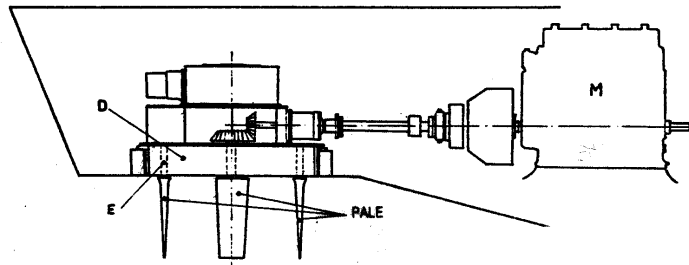


Figura 6.41. Sistemazione di un sistema a propulsione cicloidale

#### 6.4.1 Teoria elementare del funzionamento

Rispetto alle eliche convenzionali, dove l'azione delle pale è relativamente facile da comprendere, il modo di agire delle eliche cicloidali può apparire in certa misura inusuale. Infatti, la genesi della spinta dell'elica cicloidale è più difficile da spiegare. La spiegazione è resa più semplice se si esamina da vicino ciò che accade su una pala durante una rotazione. L'analisi delle velocità e delle forze risultanti indica come le pale debbano muoversi durante un giro dell'elica.

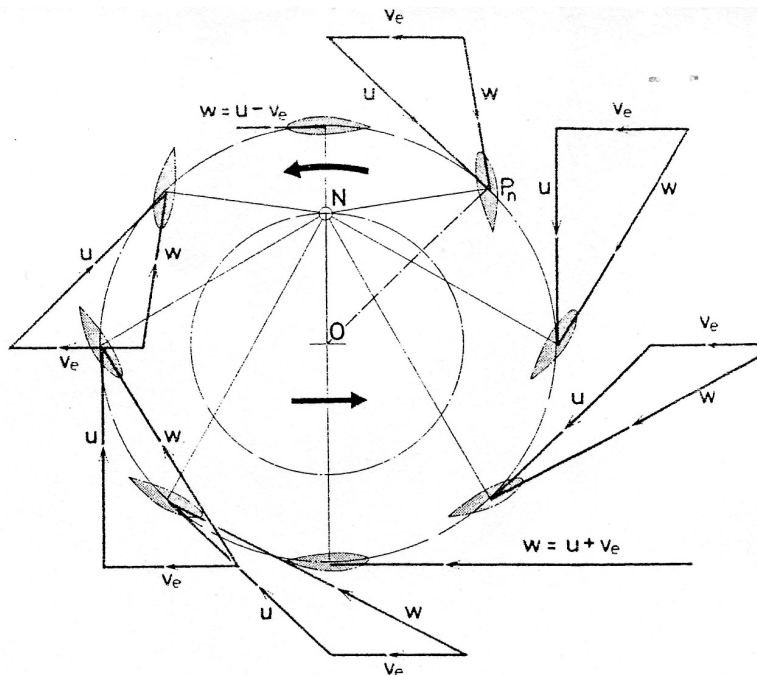


Figura 6.42. Forze di pala in diverse posizioni

Per la condizione ‘no-slip’, ossia quando la pala non genera alcuna portanza dinamica e non produce, quindi, alcuna spinta, la pala dell’elica deve essere posizionata in maniera tale che in ogni punto lungo il suo percorso circolare (Fig. 6.42) la velocità  $w$  risultante dalla velocità circonferenziale  $u$  e dalla velocità d’avanzo  $v_e$  sia diretta lungo l’asse del profilo (portanza nulla).

Si può capire facilmente la geometria delle pale nella condizione suddetta, se si considera che il triangolo  $NOP_n$  è simile ad ogni triangolo di velocità: la perpendicolare agli assi dei profili devono trovarsi in un punto, il cosiddetto polo  $N$ , qualunque siano le posizioni delle pale durante un giro. Il segmento  $ON$ , che unisce il centro del rotore al polo, è sempre ortogonale alla direzione del moto.

Questa legge base governa il moto delle pale. Il rapporto della distanza  $ON$  tra polo e centro del rotore rispetto al raggio del rotore (Fig. 6.42) corrisponde al rapporto tra la velocità d’avanzo e la velocità angolare, il cosiddetto coefficiente d’avanzo  $\lambda$ , che è identico al rapporto di passo finché l’elica non produce alcuna spinta.

Un’immagine relativamente esaustiva delle condizioni del flusso incidente sulle pale può essere ottenuta disegnando il percorso di una pala (Fig. 6.43). Mentre in un’elica convenzionale ogni punto della superficie di pala si muove lungo un percorso cilindrico (sovrapposizione di un movimento rotatorio su una linea retta che si muove parallelamente all’asse di rivoluzione), in questo propulsore le pale descrivono un percorso cicloidale.

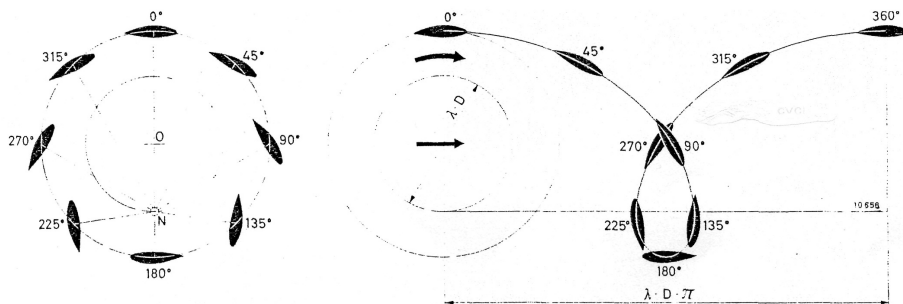


Figura 6.43. Percorso cicloidale di una pala

In questo caso, il moto consiste in un movimento rotatorio sovrapposto ad un moto rettilineo ad angoli ortogonali all’asse di rotazione (moto cicloidale). Il raggio di rotazione delle cicloidi è uguale a  $\lambda \times D/2$ ; ossia, si può assumere che le cicloidi siano generate dalla rotazione dell’elica intorno ad un raggio fisso quando questa avanza nella direzione del moto di una quantità  $\lambda D \cdot \pi$  durante un giro (Fig. 6.43).

## 6.4.2 Forze di pala

Per produrre spinta con un tale propulsore, i profili di pala devono trovarsi angolati rispetto al percorso descritto in precedenza. Tale condizione, che determina per ogni pala uno specifico angolo d’incidenza  $\alpha$ , è prodotta semplicemente muovendo il polo da  $N$  a  $N'$  (vedi la Figura 6.44, dove  $A$ ,  $W$  e  $R$  denotano rispettivamente la portanza dinamica, la resistenza indotta



dal profilo, e la forza risultante). Va sottolineato che i movimenti di pala, sui quali sono basati i progetti effettivi dei propulsori cicloidali, non corrispondono esattamente a questa legge base poiché le velocità del fluido indotte dalle ali durante il loro movimento nella metà anteriore del propulsore influenza il loro movimento nella metà opposta.

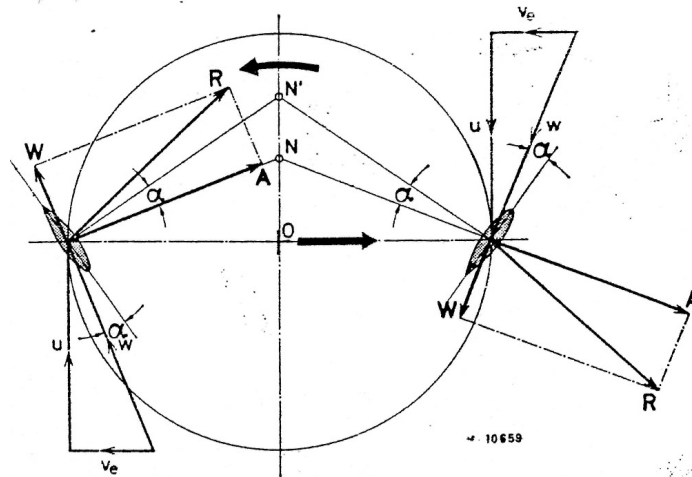


Figura 6.44. Forze agenti su una pala

Il meccanismo suddetto consente di spostare a volontà, anche in moto, la posizione del polo  $N$  in qualsiasi punto del disco e di variare, quindi, pur mantenendo invariato il numero di giri del motore, la direzione e la velocità di avanzamento. Il propulsore cicloidale rende perciò inutile la presenza del timone e fornisce alla nave qualità manovriere eccezionali, superiori a quelle che possono essere fornite da qualsiasi altro organo di governo.

Come è facile intuire dalla Figura 6.44, la direzione della spinta è normale alla congiungente  $ON$  e, quindi, l'intensità delle forze in gioco è funzione della distanza del centro del circolo dal punto eccentrico nel quale le rette perpendicolari alle corde di pala si intersecano. Tale distanza normalizzata rispetto al raggio del circolo è detta *eccentricità*  $e$ .

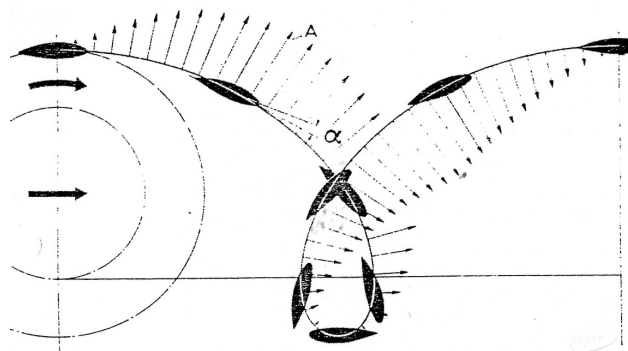


Figura 6.45. Generazione della portanza dinamica in funzione del percorso cicloidale della pala

Un osservatore stazionario può notare (Fig. 6.45) che nel giro la pala produce una portanza dinamica, dovuta alla sua angolarità rispetto al flusso, normale alla velocità d'avanzamento, ossia

perpendicolare al percorso cicloidale. L'entità di questa forza è funzione dell'angolo d'incidenza e della velocità d'avanzo. Ambedue queste grandezze variano a causa del carattere costantemente mutevole del flusso, per cui si hanno corrispondenti variazioni della portanza.

La forza agente su una pala può essere suddivisa in:

- una componente agente in direzione del moto del veicolo marino; l'integrazione di questa componente lungo la circonferenza fornisce la spinta;
- una componente normale alla direzione precedente; l'integrazione di questa componente lungo la circonferenza fornisce un valore nullo.

### 6.4.3 Cinematica del propulsore cicloidale

Come avviene per l'elica, si definisce *coefficiente d'avanzo induttivo* il rapporto

$$\lambda = V_A / (\pi n D)$$

e *passo effettivo* l'avanzo per giro  $V_A/n$  al coefficiente d'avanzo a spinta nulla,  $\lambda_0$ , da cui

$$P_e/D = \pi \lambda_0.$$

I propulsori cicloidali, nel moto combinato di traslazione e di rotazione, possono presentare cinematicamente le seguenti tre situazioni caratteristiche:

- se la velocità di rotazione,  $\omega R$ , è maggiore della velocità di traslazione,  $V_A$  ( $e < 1$ ), gli assi delle pale descrivono una cicloide a cappio o *epicicloide* (Voith-Schneider);
- se la velocità di rotazione,  $\omega R$ , eguaglia la velocità di traslazione,  $V_A$  ( $e = 1$ ), gli assi delle pale descrivono una *cicloide* normale (Kirsten-Boeing);
- se la velocità di rotazione,  $\omega R$ , è minore della velocità di traslazione,  $V_A$  ( $e > 1$ ), gli assi delle pale descrivono una cicloide allungata o *trocoide*.

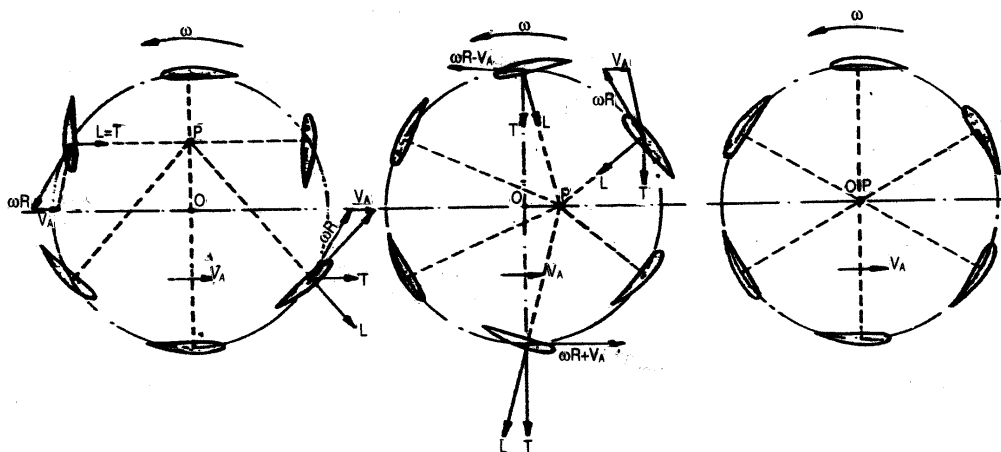


Figura 6.46. Propulsore Voith-Schneider

Come detto, le pale ruotano intorno al perno di collegamento con il rotore. Per  $e < 1$  (propulsore Voith-Schneider), la rotazione è di un giro per ogni giro del rotore (Fig. 6.46) e ad ogni mezzo giro le due facce della pala divengono alternativamente facce in pressione ed in depressione. Le pale sono, quindi, costituite preferibilmente da profili simmetrici.

Per  $e = 1$  (propulsore Kirsten-Boeing, Fig. 6.47), mentre le normali alle pale convergono nel polo giacente sulla circonferenza di raggio  $R$ , le relative corde, per le proprietà del cerchio, convergono nel punto opposto al polo.

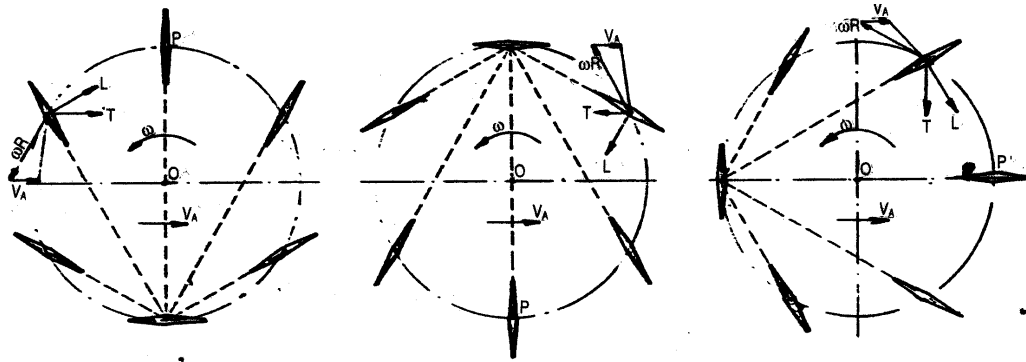


Figura 6.47. Propulsore Kirsten-Boeing

Per  $e > 1$  (propulsore trocoidale (Fig. 6.48) le pale hanno un moto oscillatorio simile al moto della coda dei pesci.

I propulsori sono, quindi, dispositivi con caratteristiche dinamiche non-stazionarie e ciò ovviamente non può non incidere negativamente sul rendimento.

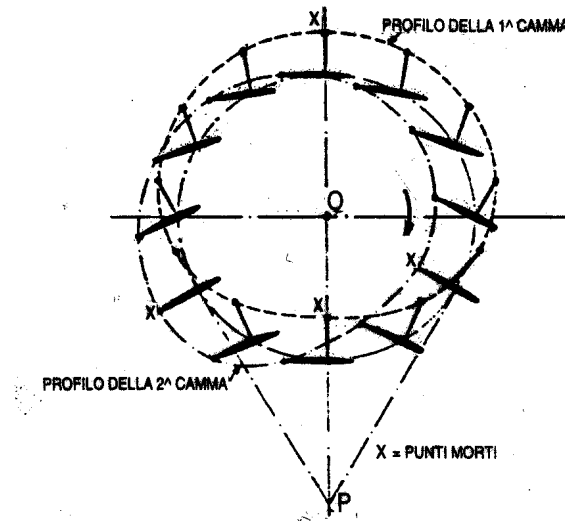


Figura 6.48. Propulsore trocoidale

Il problema maggiore circa l'utilizzo di un propulsore cicloidale è il suo rendimento alle basse velocità. Hanno costi elevati sia di acquisizione che di manutenzione, a fronte di una notevole

robustezza ed affidabilità. Negli anni recenti, per questo tipo di propulsori sono stati sviluppati sistemi di controllo elettro-meccanici rendendoli adeguati ad essere interfacciati con autopiloti e sistemi di posizionamento dinamico. La sua applicazione per il posizionamento dinamico deve essere investigata accuratamente ed il costruttore deve essere coinvolto fin dalle fasi iniziali del progetto per evitare le perdite derivanti dall'interazione tra la carena ed il propulsore.

#### 6.4.4 Dinamica del propulsore cicloidale

L'approccio teorico alla dinamica del propulsore cicloidale è assai complesso per vari motivi: la già accennata non-stazionarietà del moto delle pale, l'interferenza delle pale avanti in direzione del moto rispetto a quelle addietro, l'incidenza che il moto oscillatorio delle pale ha sulla curvatura del flusso, ecc. Non sono disponibili metodi analitici per calcolare le prestazioni dei propulsori elicoidali. L'approccio sperimentale è perciò l'unica soluzione possibile, in quanto consente di ottenere le stesse grandezze fornite dalle prove di elica isolata per le eliche convenzionali, ossia il diagramma di funzionamento.

Nella progettazione iniziale si può fare riferimento ai risultati di serie sistematiche, quali quelle riportate in Tabella 6.2 (Ruys, 1966), dove si può osservare che il rapporto di area espansa è quasi identico per tutte le serie.

Serie	$A_E/A_0$	Z	$l/D$	$c/D$	forma di pala	profilo di pala
DTMB	1.060	6	0.50	0.177	rettangolare	incurvato
MARIN	1.080	6	0.60	0.180	rettangolare	simmetrico
Kirsten-Boeing	1.050	4	0.46	0.262	rettangolare	curvatura a 'S'
Taniguchi	0.975	6	0.60	0.162	ellittica	simmetrico

Tabella 6.2. Caratteristiche geometriche di serie sistematiche di propulsori cicloidali

In Figura 6.49 sono rappresentate le caratteristiche di funzionamento di una serie a sei pale con moto cicloidale delle pale, dove il rapporto tra lunghezza di corda ed altezza di pala è  $c/l = 0.30$ .

La Figura 6.50 mostra il rendimento di diversi propulsori ad asse verticale, dove va notato che, nonostante un elevato rapporto  $c/D$  dovuto al minore numero di pale, l'elica Kirsten presenta un rendimento elevato grazie al maggiore rapporto passo-diametro.

Diagrammi di progetto quale quello riportato in Figura 6.51 consentono di determinare i valori ottimali del numero di Strouhal,  $\delta$ , dell'eccentricità  $\varepsilon$ , e del rendimento  $\eta_{opt}$  in funzione del coefficiente di Taylor  $B_P$ .

I suddetti diagrammi mostrano che il rendimento dei propulsori cicloidali ed epicicloidali è sostanzialmente inferiore a quello dei propulsori ad elica, e ciò era implicito in quanto illustrato in precedenza. Al contrario, il propulsore trocoidale ha un rendimento comparabile ed anche superiore a quello dell'elica convenzionale per bassi valori di  $B_P$ , ed è adatto per imbarcazioni molto veloci (scafi plananti, aliscafi, scafi a cuscino d'aria), mossi da motori ad elevato numero di giri.

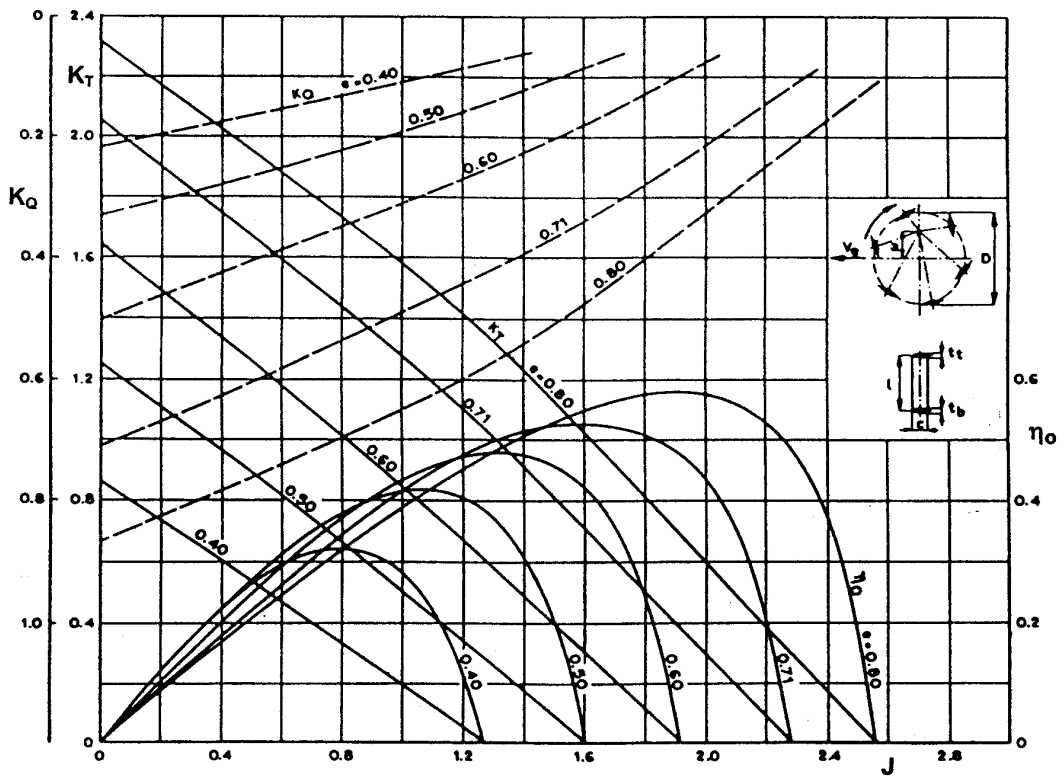


Figura 6.49. Diagrammi di funzionamento di una serie di propulsori epicycloidali

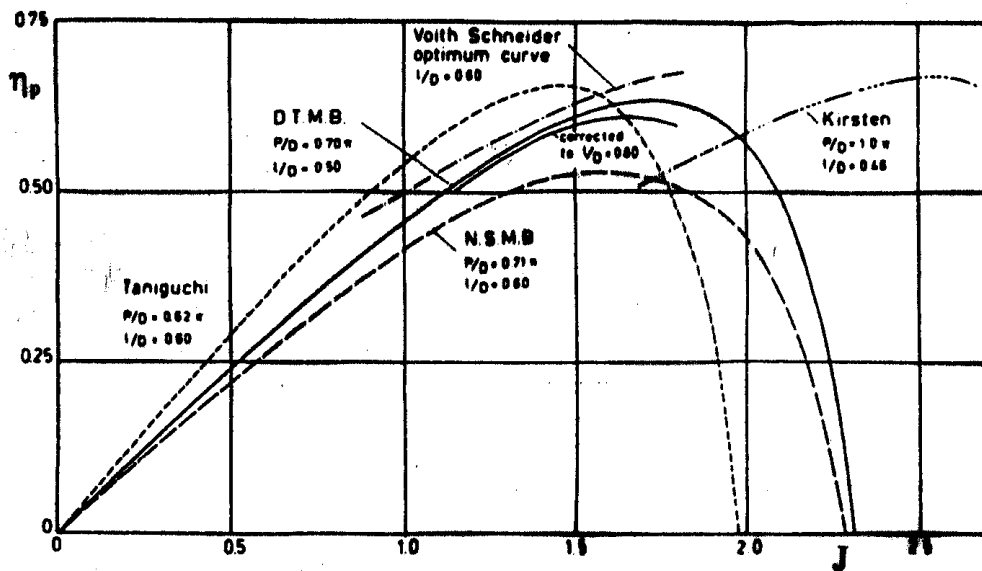


Figura 6.50. Rendimenti di eliche ad asse verticale

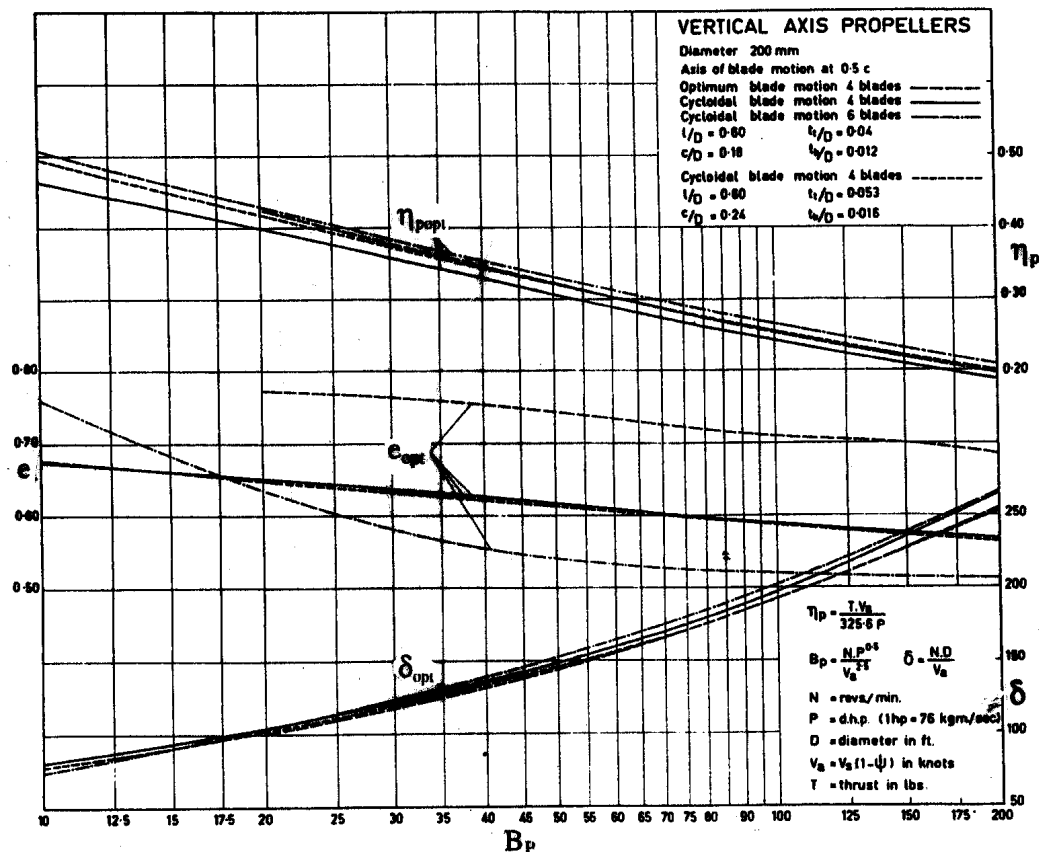


Figura 6.51. Diagramma di progetto

Per quanto concerne i parametri geometrici, è consigliabile:

- fissare un numero delle pale pari a sei per  $e < 1$ ;
- scegliere una lunghezza di corda pari al 30÷40% della lunghezza di pala;
- posizionare l'asse di rotazione della pala a 0.25÷0.50 della lunghezza di corda dal bordo di uscita.

In conclusione, si può affermare che:

- nel campo di carichi dell'elica tipici delle navi mercantili, i rendimenti ottimali dei propulsori cicloidali sono inferiori del 25–30% rispetto a quelli delle eliche convenzionali;
- nel campo dei bassi rapporti di passo ( $P/D < 1$ ;  $e < 1$ ), il rendimento di un propulsore verticale a sei pale è superiore a quello di un propulsore a quattro pale;
- dal punto di vista della cavitazione, devono essere evitate alte velocità nel moto delle pale; la curvatura del profilo indotta dalle alte velocità causa seri problemi cavitativi;
- per le eliche trocoidali ( $e > 1$ ) esiste un rendimento ottimale dell'elica ( $\eta_{p_{opt}} \approx 0.70$ ) con rapporto tra lunghezza di corda e lunghezza di pala pari a 0.30 ed eccentricità che varia tra 1.50 e 1.70.

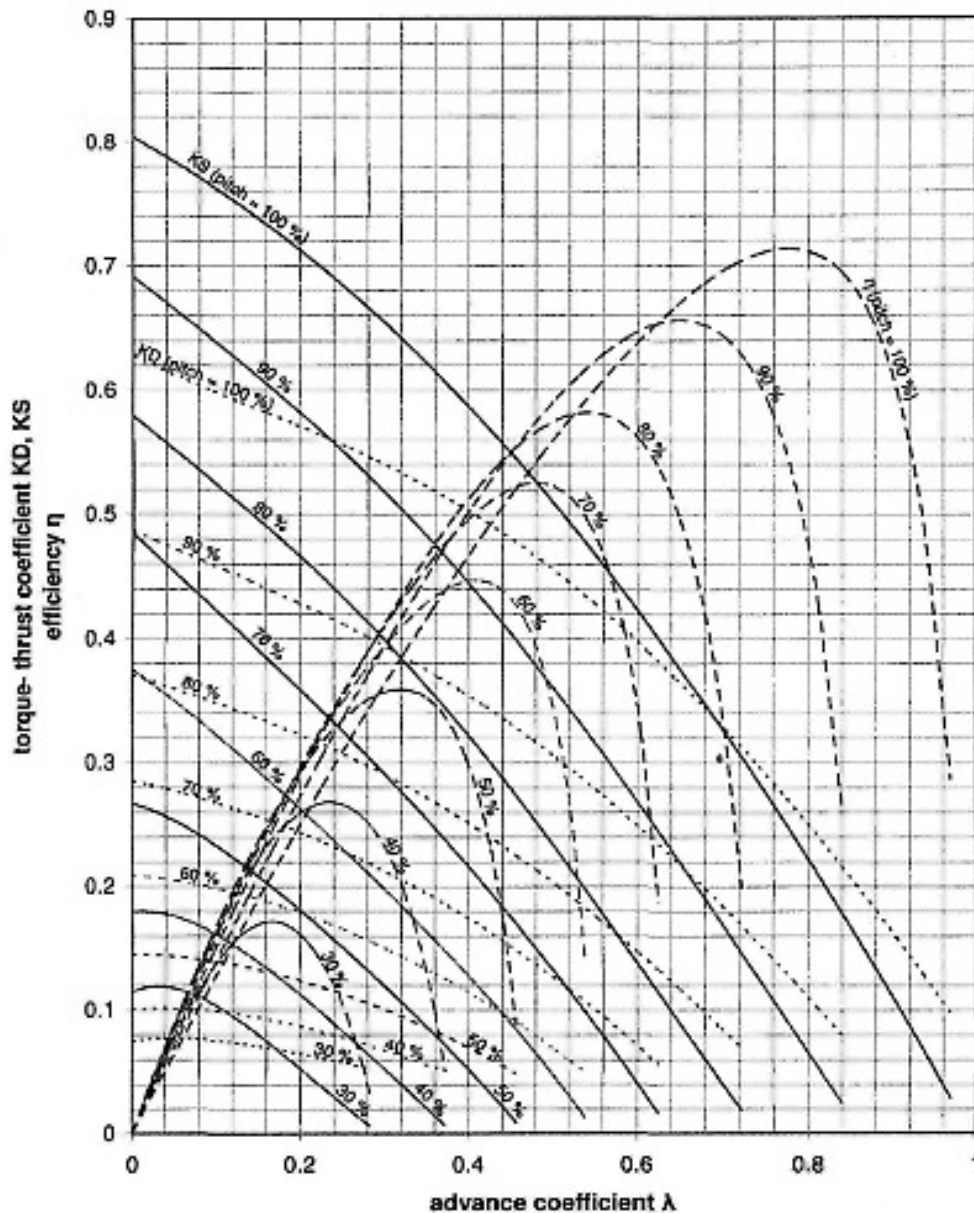


Figura 6.52. Diagramma di funzionamento di un VSP al variare del passo

Il controllo della spinta, in grandezza e direzione, delle eliche cicloidali è eccellente. Il loro meccanismo di funzionamento è complesso e costoso. Per concludere, è riportato in Figura 6.52 il diagramma di funzionamento, al variare del passo, di un propulsore Voith-Schneider a sei pale, con l'asse di rotazione della pala posizionato a 22% della lunghezza di corda dal bordo d'ingresso. I simboli del coefficiente d'avanzamento, nonché dei coefficienti di spinta e di momento torcente, sono quelli classici tedeschi, in uso anche nelle prime due conferenze dell'ITTC svoltisi a Parigi prima della seconda guerra mondiale.

### 6.4.5 Comportamento cavitativo

Il comportamento in cavitazione delle eliche cicloidali e le differenze rispetto agli altri tipi di eliche sono stati oggetto di discussione da sempre. Numerose prove sperimentali per indagare l'influenza della cavitazione sulle pale di VSP sono state condotte in tutte le più importanti vasche europee, anche per quanto riguarda il comportamento idroacustico,

La domanda di potenza è aumentata più di quanto siano potute crescere le dimensioni delle pale. Sono aumentati, quindi, i carichi idrodinamici con l'impossibilità di evitare la cavitazione. Il problema è quello di conoscerne gli effetti. È certo che sui VSP non si manifesta erosione, mentre si tratta di quantificare a quale numero di cavitazione si verifica una riduzione della spinta. Altro obiettivo è la quantificazione dell'influenza della cavitazione sulle forze e sui momenti agenti sulle pale dei propulsori cicloidali.

La cavitazione varia circonferenzialmente con la posizione angolare delle pale, il che può essere spiegato parzialmente in base alle variazioni dell'angolo d'incidenza effettivo. Varia anche la curvatura effettiva del profilo a causa della non-stazionarietà della velocità incidente. La combinazione tra variazioni dell'angolo d'incidenza e della curvatura indotta può causare cavitazione rilevante. Per limitare il fenomeno cavitativo, è importante ridurre la velocità massima del moto delle pale.

## 6.5 Propulsori con gondola azimutale

Con la disponibilità di motori elettrici ad elevata potenza, uno sviluppo abbastanza logico della trasmissione a 'Z' e degli spintori azimutali è stata la realizzazione dei *podded propulsors* nei quali le eliche sono installate su una gondola (navicella, pod), che contiene il motore elettrico propulsivo che le muove direttamente

Come avviene sempre quando si sviluppa un nuovo tipo di propulsore, nello sviluppo ed applicazione dei propulsori con gondola azimutale emerse una serie di problematiche di natura idrodinamica, quali le incertezze legate agli effetti scala nella previsione potenza-velocità, basata sulle classiche prove di autopropulsione su modelli. e le incertezze dovute all'entità dei carichi idrostrutturali ed alle tensioni conseguenti che si avranno sulla gondola (pod) durante la sua vita operativa ed in condizioni estreme.

L'ITTC ha riconosciuto questi problemi e ha aperto un dibattito, che è ancora lontano da una sintesi accettata a livello mondiale, sulla validazione di nuovi metodi di estrapolazione per scalare la relazione potenza-velocità dal modello al vero.

### 6.5.1 L'Azipod

La prima e più nota configurazione particolare dei propulsori con gondola azimutale è l'*Azipod*, acronimo di "azimuthing podded drive" (Fig. 6.53). Gli Azipods sono unità complete per la



propulsione ed il governo della nave, sospese al di sotto della carena, con asse verticale ruotante, che consente la generazione di una forza di spinta in qualsiasi direzione .

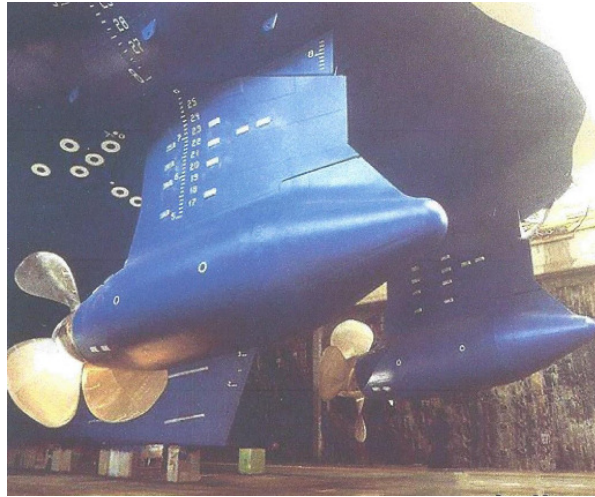


Figura 6.53. Azipod

Il motore elettrico principale, sincrono o asincrono, è collegato direttamente all'albero dell'elica a passo fisso mediante un albero molto corto, ed è alloggiato in una gondola collegata alla carena mediante un montante sagomato. I generatori e/o i motori diesel che alimentano i motori elettrici, il pannello di controllo, la sala di controllo del motore, ecc., possono essere sistemati nelle posizioni più convenienti dello scafo, come accade con i sistemi diesel-elettrici convenzionali.

L'idea innovativa dell'Azipod, ossia sistemare il motore elettrico entro la gondola (*pod*) girevole, ha avuto origine dal lavoro di ricerca e sviluppo, condotto in Finlandia, di nuovi concetti di rompighiaccio. Oggi la maggior parte delle unità Azipod installate a bordo di diverse tipologie di nave è destinata ad aree operative assai lontane dai mari artici.

Non è facile giudicare realisticamente la convenienza di installare la propulsione a pod per diversi tipi di nave sulla base dei suoi vantaggi, svantaggi e limitazioni. Un'analisi approfondita (Mewis, 2001) permette di affermare che la propulsione con gondola azimutale è:

- molto adatta per navi passeggeri bielica, navi ro-ro/pax bieliche veloci, rompighiaccio;
- adatta per supply vessels, tankers e bulk carriers, sia monoelica che bielica;
- discutibile per navi containers monoelica con portata inferiore ai 3000 TEU,
- poco adeguata per navi containers bielica con portata superiore a 1000 TEU;
- inadeguate per navi containers monoelica con portata superiore ai 3000 TEU.

È assodato che la propulsione a pod è inadeguata per navi monoelica. Prove sperimentali condotte su modelli di gondola azimutale presso la Vasca HSVA (Mewis, 2001) hanno dimostrato che il rendimento di un'elica isolata installata su azipod di navi monoelica è mediamente inferiore del 5% rispetto alla stessa elica installata su una configurazione standard con timone, a causa della resistenza del pod.

Ma su navi bielica questa riduzione del rendimento di elica isolata è speso più che compensata dal superiore rendimento di carena e dalla riduzione della resistenza dovuta alla sparizione delle appendici.

### Genesi e applicazioni dell’Azipod

La prima installazione dell’Azipod avvenne in Finlandia nel 1990, quando un prototipo del tipo ‘spintore’ di 1500 kW fu installato su un piccolo rompighiaccio (la nave di servizio fluviale ‘Seili’), che mostrò eccellenti qualità di manovrabilità nella capacità di uscire da un canale in ghiaccio, nonché elevata capacità di assorbire momento torcente a basse velocità. Nel 1993 e 1995 due navi cisterne artiche, la ‘Uikku’ e la ‘Lunni’ da 16000 dwt tonnellate di portata lorda con classe ghiaccio furono trasformati per installarvi una propulsione a singolo pod ‘spintore’ di 11.4 MW. Si verificò che la manovrabilità di queste navi migliorò particolarmente nella navigazione in ghiaccio: il loro raggio di evoluzione e la distanza richiesta per una frenata di emergenza diminuirono decisamente.

Il concetto dell’Azipod fu brevettato nel 1993 presso l’European Patent Office dalla Kvaerner Masa Yards, come riportato in Figura 6.54, con un successivo aggiornamento del brevetto, leggibile in Figura 6.55, che data al 1999.

#### Ship propulsion arrangement.

A main propulsion unit (1) of a high power ship or other large marine vessel (21) comprises an outer casing (1a) said unit having a tubular shaft (8) turnable about an axis substantially normal to the water surface, and comprising an outer casing (1a) which communicates with the tubular shaft and defines an internal space containing an electrical drive motor (2) and a propeller shaft (3) connected to at least one propeller (4) external of the outer casing (1a). The outer casing (1a) of the unit (1) is, on its inside, supported by a plurality of web plates (5), which are arranged to act, simultaneously, as structural elements stiffening and supporting the outer casing (1a), as elements securing the drive motor (2) in place and transmitting to the casing (1a) reaction forces to the torque developed by the drive motor (2) and acting as wall elements of ducts for incoming and outgoing gaseous coolant for the drive motor.

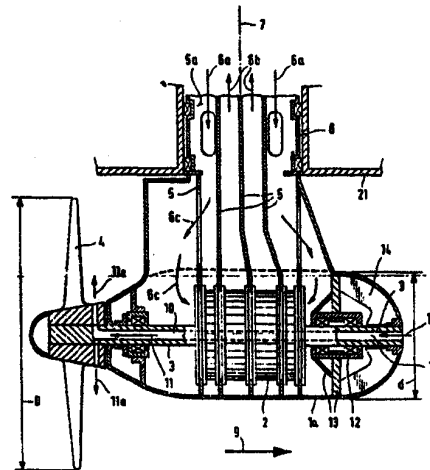


Figura 6.54. Brevetto iniziale dell’Azipod

Nel 1995 un piccolo rompighiaccio austriaco per la navigazione in basso fondale fu propulso con due Azipod di 560 kW del tipo a ‘trattore’. Al di là delle qualità manovriere, le vibrazioni risultarono molto deboli ed il tempo di crash-stop fu inferiore del 15–20% rispetto ad una precedente configurazione dove per la frenata veniva invertito il verso di rotazione delle eliche.

Nell'ottobre del 1995 la Royal Caribbean Cruises Ltd. scelse la propulsione ad *Azipod* per la settima ed ottava nave da crociera della classe 'Fantasy' da 130000 GT, le più grandi al mondo esistenti fino al 2000, costruite nel Turku New Shipyard della Kvaerner Masa-Yards Inc. Le prime sei navi della serie erano state costruite negli anni 1990–96 con un apparato motore diesel–elettrico ed un sistema propulsivo con eliche convenzionali. Le due navi, ognuna equipaggiata con due Azipods da 14000 kW, furono le prime navi da crociera al mondo con il nuovo sistema propulsivo, inclinato di  $6^\circ$  verso il basso per potere installare un'elica di diametro maggiore. Tra l'altro, la potenza sviluppata da questi Azipods costituì all'epoca il record per i propulsori azimutali.

Nel 1996 la Kvaerner Masa Azipod ordinò le eliche dei quattro Azipod per le due suddette navi da crociera allo Zvezdočka Propeller Plant a Severodvinsk. Come subfornitore, l'attuale Krylov State Research Center (KSRC) di St. Petersburg divenne responsabile del progetto idrodinamico delle eliche. I risultati idrodinamici ottenuti erano il frutto di una grande mole di lavoro: estesa ricerca teorica e sperimentale nel campo dell'idrodinamica dell'elica, accoppiata ad una lunga esperienza di progettazione e sperimentazione di eliche complesse per una vasta gamma di diverse tipologie di nave.

Questo avvenimento costituì una svolta nell'espansione delle applicazioni del propulsore con gondola azimutale a tipologie di navi per le quali l'installazione di due eliche con linee d'alberi e braccioli era stata la regola.

La propulsione con Azipods è diventata piuttosto popolare a partire dalla seconda metà degli anni '90, dopo le prime installazioni su navi da crociera. Queste navi sono spesso motorizzate con propulsione diesel–elettrica, la quale, a valori medio-bassi di Froude, presenta un rendimento complessivo inferiore rispetto alla motorizzazione diesel diretta. Tuttavia, questa configurazione motoristica è una strada pressoché obbligata quando una grande quantità di energia elettrica è necessaria per il condizionamento dell'aria e per altre operazioni di servizio della nave durante il giorno. Poiché durante la notte è richiesta soprattutto potenza propulsiva, la propulsione diesel–elettrica rende possibile distribuire efficientemente l'energia tra le attività alberghiere e la propulsione.

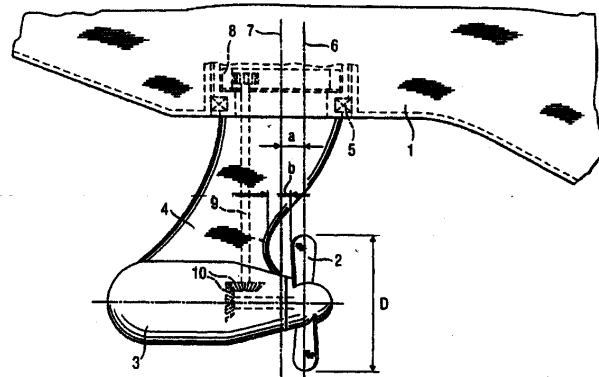


Figura 6.55. Rinnovo del brevetto dell'Azipod

Un requisito importante per le navi da crociera è il basso livello di vibrazioni e di rumore, il che obbliga ad avere un campo di flusso pressoché uniforme sul piano del disco-elica. La combinazione di un campo di scia omogeneo, di grandi luci tra elica e carena ed un buon progetto dell'elica (meglio se traente) producono un comportamento cavitativo molto soddisfacente, e perciò fluttuazioni piuttosto basse delle pressioni indotte dall'elica.

La robustezza degli Azipods ed il loro comportamento in mare mosso ed in manovra necessitano di studi e ricerche ulteriori.

### Sviluppo idrodinamico

L'Azipod è un'unità di propulsione elettrica, che può ruotare a 360° e che finora ha raggiunto potenze vicine ai 30 MW. L'unità incorpora un motore elettrico a corrente alternata (AC) con bobinatura singola o doppia, che muove direttamente un'elica a passo fisso, sistemata su qualunque lato terminale della gondola o su ambedue (Fig. 6.56).

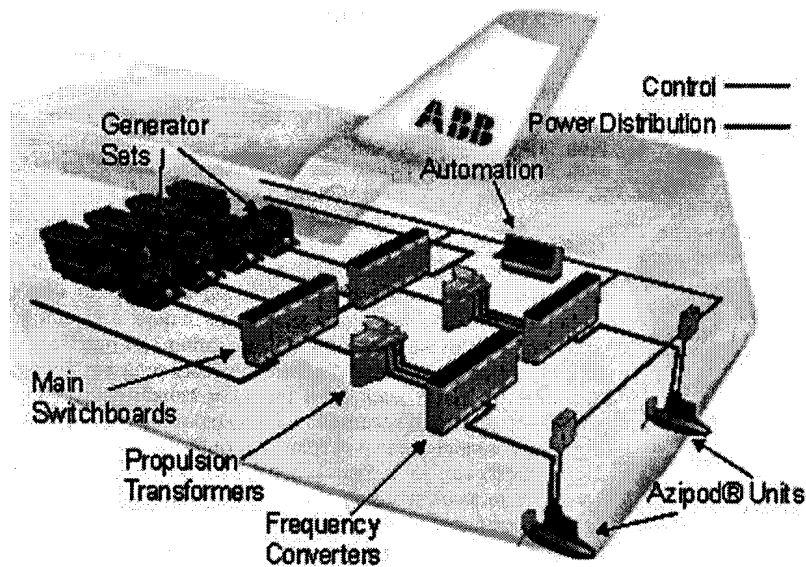


Figura 6.56. Schema di un sistema propulsivo con gondola azimutale

Il motore elettrico, che è sistemato nella gondola, è controllato da un convertitore di frequenza che controlla la velocità ed il momento torcente del motore elettrico AC variando la tensione e la frequenza della sua alimentazione. Si può così disporre del momento torcente massimo in ogni direzione, anche a basse velocità, nell'intervallo tipico da 0 a 300 giri al minuto. Il convertitore di frequenza fornisce un controllo continuo della corrente alternata da zero alla frequenza massima in uscita, che corrisponde ad una desiderata velocità dell'asse dell'elica sia in marcia avanti che in marcia indietro. A tutte le velocità è disponibile un momento torcente elevato. La potenza ed i dati di controllo sono trasferiti dall'alternatore al motore mediante cavi elettrici ed un anello di contatto. L'orientazione dell'Azipod è resa possibile da una serie di motori idraulici.

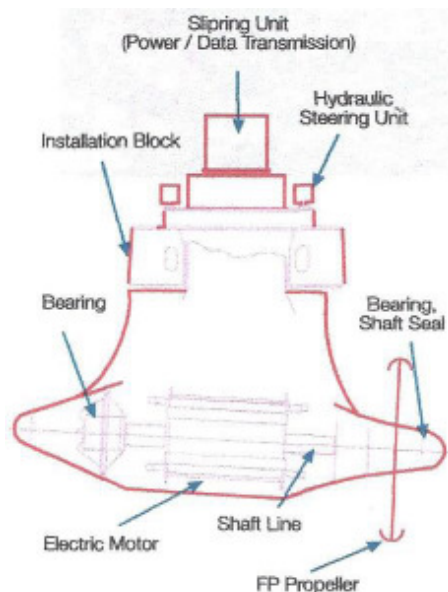
L’Azipod con l’elica installata nella terminazione anteriore della gondola è il tipo a ‘trattore’ (Fig. 6.53): la gondola si trova nella scia dell’elica, per cui la resistenza viscosa della gondola risulta significativa. Il vantaggio maggiore della sistemazione a trattore è che, se progettata correttamente, l’elica può giovare della ridotta perdita di energia rotazionale nella sua scia grazie alla presenza della gondola e del montante di sostegno che agisce come uno statore che recupera parte delle perdite rotazionali nella scia dell’elica. Un ulteriore vantaggio è che l’elica si trova ad operare all’esterno della scia della gondola e del braccio di sostegno.

Se l’elica è installata nel terminale posteriore della gondola, l’Azipod è del tipo a ‘spintore’. Tale configurazione è superiore dal punto di vista del rendimento dell’elica, ma la distribuzione del flusso nel piano del disco-elica risulta meno uniforme, disturbato com’è dalla gondola e dalla sua traversa di sostegno, costringendo a prestare maggiore attenzione alla cavitazione.

Il sistema elettrico opera normalmente ad una tensione di 9 kV o di 15 kV, ma sono possibili anche voltaggi inferiori su unità più piccole. I dati di potenza e di controllo sono trasferiti dalla parte non rotante alla parte rotante attraverso anelli collettori. Il sistema di raffreddamento fornisce aria fresca al motore dai compartimenti posteriori. Quando necessario, l’aria è trattata mediante refrigeranti. Il sistema di governo è costituito da due o da quattro motori idraulici che attivano l’anello della barra evolvente d’acciaio. Il sistema di controllo dell’Azipod include un sottosistema di controllo elettrico sul ponte, che comprende tutti i pannelli principali necessari.

Gli Azipods offrono superiori capacità di manovra (raggio d’evoluzione, distanza di crash-stop), un migliore rendimento dell’elica, un eccellente rendimento idrodinamico, operazioni più sicure in condizioni meteo-marine difficili ed in acque ristrette.

I componenti principali dell’Azipod sono mostrati in Figura 6.57.



1.05]

Figura 6.57. Schema descrittivo dell’Azipod

Oltre le superiori prestazioni idrodinamiche, ulteriori *vantaggi* della propulsione con Azipod sono:

- nessun bisogno di timoni e spintori trasversali a poppa;
- sostanziale miglioramento della manovrabilità, soprattutto a basse velocità e durante le operazioni di ormeggio.
- minore necessità di assistenza in porto da parte dei rimorchiatori;
- risparmi di combustibile, grazie al superiore rendimento idrodinamico, e perciò maggiori ricavi;
- risparmi di spazio nelle sistemazioni dei piani generali con incremento della capacità di carico e, quindi, dei ricavi;
- riduzione dei livelli delle vibrazioni indotte dall'elica anche perché le eccitazioni idrodinamiche sono deboli grazie ad un campo di scia più omogeneo, garantendo maggiore comfort a bordo;
- flessibilità nella scelta della sistemazione dell'apparato motore con riduzione/eliminazione della sala macchine (maggiore carico pagante e significativa riduzione del peso);
- manutenzione semplificata (non occorre andare in bacino),
- numero ridotto di componenti principali: possono essere eliminati i riduttori, le lunghe linee d'assi, i timoni, la timoneria e gli spintori trasversali a poppa;
- l'estensione e l'entità della cavitazione, nonché il livello di eccitazione indotta non sono sensibili a rapide variazioni dell'angolo di rotazione della gondola fino a  $\pm 10^\circ$ ;
- grande flessibilità nella fase di costruzione, poiché c'è la possibilità di ritardare notevolmente l'installazione, solamente a poche settimane prima del varo;
- possibilità di andature economiche a basse velocità;
- ridotti tempi di fermata in porto grazie alla superiore manovrabilità ed alla minore necessità di assistenza da parte dei rimorchiatori;
- superiore sicurezza in situazioni eccezionali quali crash-stop, manovre di emergenza e pesanti condizioni atmosferiche.
- ridotti livelli di emissioni grazie ad un sistema propulsivo caricato in maniera ottimale.

Possibili *svantaggi* sono dovuti ai seguenti fattori:

- elevati costi iniziali, che sono compensati tuttavia dalla minore potenza installata a parità di velocità progettuale e/o di servizio;
- obbligo di utilizzo di un sistema diesel-elettrico;
- limitazioni nella potenza installabile e nella velocità raggiungibile;
- i motori nella gondola sono esposti ad un maggiore rischio di subire danneggiamenti;
- i motori elettrici sono difficilmente accessibili;
- una certa difficoltà a mantenere la stabilità di rotta rispetto alla propulsione tradizionale;
- a velocità elevate i benefici sulla manovrabilità sono marginali.

Anche se le soluzioni idrodinamiche e propulsive per il risparmio energetico (*energy saving devices*) a bordo delle navi verrà trattato nella sezione successiva, la propulsione a gondola azimutale rientra in questa categoria. I rendimenti propulsivi globali di questi propulsori possono arrivare a 0.75–0.80. Di solito sono applicate eliche convenzionali, ma sono possibili altre tipologie e configurazioni. Ad esempio, sono state impiegate su fregate e ro-ro/pax veloci configurazioni con eliche virtualmente controrotanti, dove la potenza assorbita è frazionata tra un'elica installata su una convenzionale linea d'assi, posta di fronte e vicina ad una seconda elica trattore installata sulla gondola.

Per gli Azipod posizionati esternamente al piano diametrale, il braccio di sostegno deve essere allineato correttamente rispetto al flusso per evitare cavitazione e/o resistenza aggiunta dovuta ad un flusso asimmetrico rispetto al piano di simmetria della traversa.

### **Evoluzione delle differenti versioni di Azipod**

Fin dall'inizio dello sviluppo del sistema Azipod, un'enfasi particolare è stata posta sulle problematiche idrodinamiche. Dopo un anno di eccellente operatività della 'Seili', nel 1992 iniziò un vasto programma di ricerca idrodinamica. L'obiettivo fu quello di sviluppare la forma ottimale per differenti tipi di Azipod con una predefinita capacità di sviluppare potenza.

Il progetto di ricerca iniziò utilizzando i risultati di calcoli CFD allo scopo di confrontare differenti soluzioni per i tipi spintore e trattore dell'Azipod. I calcoli numerici relativi a diverse forme della parte assialsimmetrica (alloggiamento del motore) dell'Azipod ed a differenti profili del montante dell'Azipod furono realizzati al VTT (Technical Research Centre of Finland). Nella procedura numerica furono combinati calcoli di flusso a potenziale, modellando l'elica con un disco attuatore, con calcoli dello strato limite.

Parallelamente al progetto idrodinamico ed allo sviluppo della forma della gondola fu realizzato il lavoro di progettazione costruttiva per diverse versioni di Azipod. In particolare, fu necessario minimizzare le dimensioni del motore elettrico. In tal modo, ogni versione scelta per la prova sperimentale su modello avrebbe potuto essere in grado di sistemare al vero il motore elettrico con la potenza imposta e con tutte le altre componenti principali necessarie al funzionamento. Fu considerato anche un altro fattore importante, ossia il raffreddamento del motore.

Le prove sperimentali su modelli iniziarono effettuando le prove in condizioni di Azipod isolato per due versioni del tipo spintore e per una versione del tipo trattore. Per le prove fu scelta una adeguata coppia di eliche di stock con un diametro di 219 mm, in maniera da facilitare il confronto tra i due tipi di Azipod. La conoscenza delle caratteristiche delle eliche isolate furono necessarie per determinare i coefficienti d'interazione tra l'elica e la gondola. Le prove furono realizzate nella vasca di rimorchio del VTT, misurando separatamente la spinta prodotta dall'elica e la spinta negativa (resistenza) della gondola dell'Azipod. L'elica fu montata nello speciale dinamometro misuratore di spinta, installato entro l'involucro dell'Azipod senza alcuna connessione meccanica allo stesso. Il braccio sostiene l'involucro dell'Azipod e ne trasmette

la resistenza al trasduttore. La stessa sistemazione sperimentale fu utilizzata nelle prove di pura resistenza, quando l'elica fu sostituita da un mozzo virtuale.

Furono studiate le condizioni del flusso sull'Azipod realizzando esperimenti con fili di lana ed effettuando registrazioni subacquee, sia con l'elica sotto carico, sia con l'elica funzionante a mulinello, allo scopo di studiare l'effetto del carico dell'elica sulle condizioni di flusso.

Sebbene le serie di prove di elica isolata mostrassero che l'interazione tra l'elica ed il corpo che spinge è un fattore importante nelle prestazioni dello spintore, le ricerche continuarono effettuando prove di resistenza nella galleria del vento del VTT. Per queste prove fu scelto l'Azipod del tipo trattore, in quanto si ritenne che la forma di questa versione richiedesse maggiori miglioramenti. Fu utilizzata la procedura sperimentale comune alla sperimentazione su modelli di aeromobili allo scopo di determinare quali parti della gondola offrirono il maggior contributo alla resistenza totale. I miglioramenti della forma di queste parti permisero di ridurre sensibilmente la resistenza dell'Azipod.

Furono misurate le seguenti componenti di resistenza:

- resistenza totale,  $R_1$
- resistenza totale + resistenza d'interferenza prodotta dal montante sull'involucro del motore,  $R_2$
- resistenza del montante + resistenza d'interferenza prodotta dall'involucro del motore sul montante,  $R_3$
- resistenza del montante,  $R_4$

Le componenti di resistenza d'interferenza poterono essere determinate in tal modo con semplici calcoli di sottrazione. Inoltre, la resistenza dell'involucro del motore  $R_{mh}$  poté essere calcolata utilizzando la formula

$$R_{mh} = (R_1 - R_3) - (R_2 - R_4) \quad (6.14)$$

La componente di resistenza dovuta all'interferenza dell'involucro del motore sul montante dell'Azipod per la prima versione sperimentata risultò pari a circa il 60% della resistenza dell'involucro del motore preso isolatamente. Nelle versioni migliorate particolare attenzione fu perciò dedicata alla forma della giunzione e del raccordo tra l'involucro del motore ed il montante dell'Azipod. Nei punti critici furono usati fili di lana per investigare le condizioni e la direzione del flusso.

L'utilizzo della galleria del vento come attrezzatura sperimentale fu fondamentale per studiare alcune modifiche di forma sul terminale poppiere dell'involucro del motore. L'obiettivo nello sviluppo ulteriore della forma fu quello di evitare, quanto più possibile, la separazione del flusso in qualsiasi zona dell'Azipod.

Dopo le prove in galleria del vento, il programma sperimentale continuò nella vasca di rimorchio del VTT con prove di resistenza e di elica isolata per due versioni migliorate dell'Azipod a trattore. Come risultato di queste serie di prove, poté essere verificato che il rendimento



idrodinamico totale dell'Azipod del tipo a trattore era divenuto più elevato di alcuni punti percentuali rispetto a quello del sistema propulsivo convenzionale, con le eliche sorrette da alberi liberi, con braccioli e con timoni.

Non c'è nulla di nuovo nel fatto che un'elica trattore, in combinazione con una gondola bene avviata, possa presentare un elevato rendimento propulsivo totale, se il complesso gondola-elica è progettato con cura. Nella tecnologia aeronautica l'effetto positivo della gondola sulle prestazioni dell'elica trattore era noto fin dai primi anni '30. Un fattore che porta ad un elevato rendimento in tale configurazione è la diminuzione dell'energia rotazionale nella scia finale dell'elica, dovuta alla geometria ottimizzata del corpo e del montante.

Nel caso dell'Azipod del tipo a trattore, le misure del momento torcente e della forza necessaria per mantenere la rotta furono effettuate nella vasca di rimorchio del VTT utilizzando lo stesso dinamometro delle prove di elica isolata. Le prove furono condotte in un ampio intervallo di angoli di rotta e di carico dell'elica. Come prevedibile, il carico dell'elica ebbe un effetto significativo sulle forze direzionali e sul momento torcente di rotazione dell'Azipod.

Alla fine del programma di ricerca e sviluppo furono valutate le prestazioni dell'Azipod a trattore effettuando prove di resistenza, di propulsione e di manovrabilità con il modello completo della nave "Fantasy". Per installare i due Azipod furono rimossi le linee d'assi, i braccioli, i ringrossi, i timoni e le gallerie delle eliche trasversali a poppa.

Durante le prove di resistenza fu possibile determinare separatamente, con i dinamometri spin-tori, la resistenza degli Azipods fittizi installati. Un risultato interessante fu che la resistenza totale con gli Azipods risultò minore (1.6% per  $Fn = 0.20$  e 1.2% per  $Fn = 0.24$ ) della resistenza della carena senza gli Azipods sommata alla resistenza misurata sugli Azipods isolati. Una spiegazione di questo fatto è che si era creata un'interazione positiva tra il sistema d'onda della carena ed il sistema d'onda generato dagli Azipods, che agiscono, quindi, come piccoli bulbi di poppa. Un certo supporto a questa ipotesi fu ricavata dall'osservazione dei profili d'onda.

Nelle prove di autopropulsione furono utilizzate le stesse eliche di stock delle prove effettuate molti anni prima al MARIN. Furono modificati solamente i mozzi delle eliche da inserire nella geometria dell'Azipod. Il risultato fu un miglioramento dal 3% al 4% della potenza totale assorbita rispetto a quella ottenuta dai risultati delle prove di autopropulsione sul modello originale.

Le prove con il PMM (Planar Motion Mechanism) per un intervallo limitato di angoli di deriva e di angoli di barra degli Azipods furono effettuate per determinare i coefficienti idrodinamici necessari per una simulazione numerica di manovra. Lo scopo della simulazione fu quello di verificare la stabilità di rotta e le caratteristiche d'imbardata degli Azipods. La prova simulata della spirale di manovra e la manovra a 'Z' mostrarono che le caratteristiche di manovrabilità erano del tutto normali per questo tipo di nave. Fu dimostrato, quindi, che non dovrebbero esistere problemi di stabilità di rotta e di controllabilità con l'installazione di Azipods.

L'effetto timone dell'Azipod era stato valutato, all'inizio del 1994, mediante le prove al vero del tanker "Uikku". Il controllo direzionale della nave poté essere mantenuto senza trasmettere alcuna potenza all'elica, anche riducendo la velocità nave fino a 2 nodi. La capacità di

mantenere la rotta è dovuta alla forma speciale dell’Azipod: l’involucro del motore produce una notevole resistenza direzionale trasversale come conseguenza dell’ottimizzazione delle sue dimensioni principali, mentre, allo stesso tempo, aumenta notevolmente il rapporto d’allungamento effettivo del montante dell’Azipod, in maniera analoga alle alette terminali in alcuni timoni di tipo speciale.

### Progetto del pod e del motore elettrico

Normalmente un motore elettrico ha diametro,  $D_p$ , pari alla sua lunghezza,  $L_p$ , mentre la lunghezza del motore nella gondola di un Azipod è circa il doppio del suo diametro, con una conseguente piccola riduzione del rendimento elettrico. I motori elettrici installati negli Azipod sono caratterizzati dalla costanza del rapporto tra volume del motore e momento torcente sviluppato dall’elica; ossia

$$\frac{D_p^2 \cdot L_p \cdot N}{P} = \text{cost.}$$

dove  $N$  e  $P$  sono rispettivamente il numero di giri e la potenza del motore elettrico.

Quanto alla scelta tra ‘pod trattore’ e ‘pod spintore’, in linea generale conviene adottare il tipo spintore per le basse velocità, mentre per le alte velocità si fa preferire il tipo trattore in quanto si ha una scia migliore, ma con un maggiore momento torcente richiesto per manovrare.

Calcoli teorici ed analisi sperimentali condotti al KSRC, e validate da misure al vero (Boushkovsky et al., 2003) hanno dimostrato che:

- il tempo di crash-stop e la distanza di fermata sono del 40% inferiori rispetto alla configurazione propulsiva bielica convenzionale;
- il crash-stop ottenuto ruotando gli Azipod di 180°, mentre assorbono il momento torcente massimo utilizzato nella marcia avanti, può causare pericolose tensioni di pala, che potrebbero essere fino al 50% maggiori di quelle subite con una manovra tradizionale;
- la riduzione della potenza al 70% MCR garantisce, almeno per le navi esaminate, la stessa distanza di frenata.

### 6.5.2 Propulsore Schöttel–Siemens

Negli anni tutti i maggiori produttori di propulsori navali hanno sviluppato i loro ‘podded propulsors’. Una variante significativa rispetto al classico progetto di ABB è stato sviluppato dal Consorzio SSP (*Schöttel–Siemens Pod*), tra Schottel e Siemens Marine Engineering.

Questo sistema propulsivo diesel–elettrico con gondola azimutale è in grado di sviluppare potenze che variano da 5 a 20 MW per unità. Sono garantiti risparmi almeno pari al 10% rispetto ai sistemi diesel–elettrici convenzionali con spintori azimutali.

Il sistema SSP (Fig. 6.58) è caratterizzato da due eliche a tre pale, che ruotano nello stesso verso intorno ad un asse comune, poste una davanti ed una dietro la gondola, frazionando così il carico idrodinamico tra le due eliche.

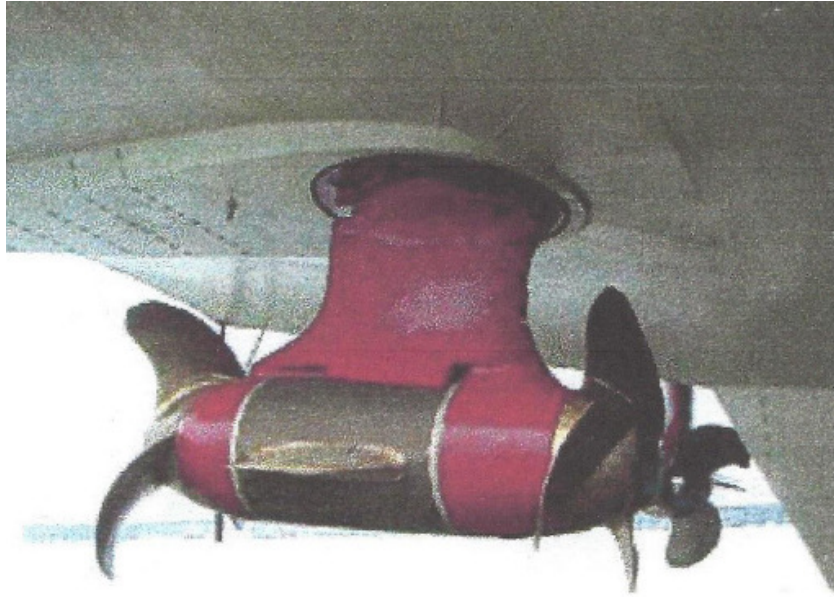


Figura 6.58. Il Pod Schöttel-Siemens

Si producono così un certo numero di vantaggi potenziali:

- Il flusso attraverso il disco-elica è accresciuto rispetto al caso di gondola con un'unica elica; ciò è causato dalla contrazione del tubo di flusso a valle. La scia a valle della prima elica presenta un diametro minore dell'elica stessa, per cui la seconda elica è investita da un flusso accelerato, il che determina un incremento del rendimento.
- Il carico sulle pale è minore in quanto frazionato sulle due eliche, il che determina migliori caratteristiche cavitative. In alternativa, mantenendo condizioni cavitative similari, si può diminuire il rapporto di area espansa con una conseguente riduzione della resistenza viscosa e, quindi, del momento torcente assorbito.
- Un'ulteriore riduzione del momento torcente può essere ottenuta abbassando il numero di giri delle eliche.
- Tuttavia, la riduzione del numero di giri comporta maggiori perdite rotazionali nella scia. Queste perdite possono essere ampiamente ridotte sistemando adeguatamente uno statore davanti o dietro le eliche.
- Due alette sulla gondola possono aumentare il rendimento totale recuperando l'energia dissipata in vorticità.

Quanto detto può portare a migliori prestazioni in potenza, il che è quasi sempre un compromesso tra efficienza propulsiva e rischio di vibrazioni ed erosione. Questi vantaggi potenziali non determinano automaticamente un miglioramento delle prestazioni complessive della nave. Molto dipenderà, ad esempio, dai vincoli relativi al diametro delle eliche.

Una conseguenza dei suddetti intervententi idrodinamici è che occorrerà installare un motore a motore elettrico ad alta densità di potenza. Tale motore dovrà essere capace di operare a

basso numero di giri oppure, a parità di numero di giri, con un diametro ridotto della gondola. Il pod SSP fu il primo propulsore azimutale con un "motore a magnete permanente", che consente un'elevata densità di potenza.

Il motore sincrono ad eccitazione permanente è circa 2% più efficiente degli altri motori elettrici, in quanto non esiste alcuna eccitazione elettrica e nessuna ventilazione dell'aria. La compattezza del motore fa sì che risulti ridotto sia il suo peso, sia il diametro della gondola che è ridotto al 35–40% del diametro delle eliche.

### 6.5.3 Sistema CRP–Azipod

Combinare un'elica convenzionale con un Azipod installato immediatamente dietro la stessa (Fig. 6.59), in maniera da ottenere un pseudo-sistema ad eliche controrotanti, consente di migliorare il rendimento propulsivo. L'elica prodiera è mossa da una linea d'assi convenzionale, mentre l'elica poppiera, che ruota in verso opposto a quella prodiera, è allineata a questa che lavora come un'elica trattore.

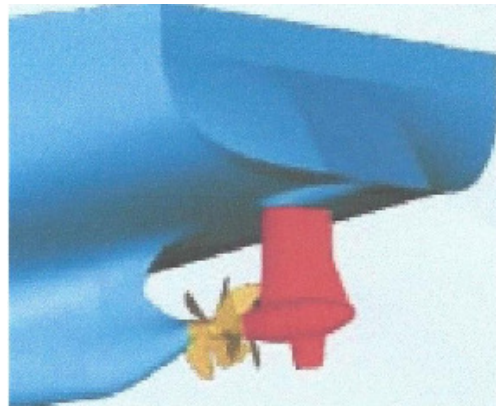


Figura 6.59. Azipod montati dietro eliche convenzionali

Il sistema 'CRP–Azipod' permette di arrivare ad incrementi fino al 10% del rendimento quasi-propulsivo. Le ragioni che portano ad un migliore rendimento idrodinamico sono le seguenti:

- l'energia rotazionale dell'elica prodiera è utilizzata dall'elica del pod;
- la scelta di ripartire la potenza tra le due eliche mediante un'ottimizzazione numerica soggetta a vincoli di potenza e numero di giri, che dipendono dai tipi scelti di motore principale e di Azipod.

Il sistema CRP–Azipod può essere utilizzato sia su navi monoelica che su navi bielica (Fig. 6.60). Le caratteristiche tecniche di questo sistema sono le seguenti:

- il rapporto di carico tra l'elica principale e l'elica dell'Azipod può essere variato in maniera flessibile; in generale, l'elica prodiera assorbe 60–70% del carico, mentre quella poppiera ne assorbe 40–30%; il rapporto ottimale di potenza sarebbe del 50% per ogni elica, ma questa distribuzione sarebbe eccessivamente elevata per l'Azipod con conseguente crescita delle perdite elettriche e riduzione del rendimento totale del sistema complessivo;

- il diametro dell'elica dell'Azipod è minore dell'elica prodiera per impedire una possibile cavitazione d'apice su quest'ultima causata dall'elica dell'Azipod agli angoli di manovra;
- il numero di pale delle due eliche è diverso per evitare risonanze di pala;
- la velocità dell'elica dell'Azipod è superiore a quella dell'elica principale per garantire il massimo rendimento di ambedue le eliche.

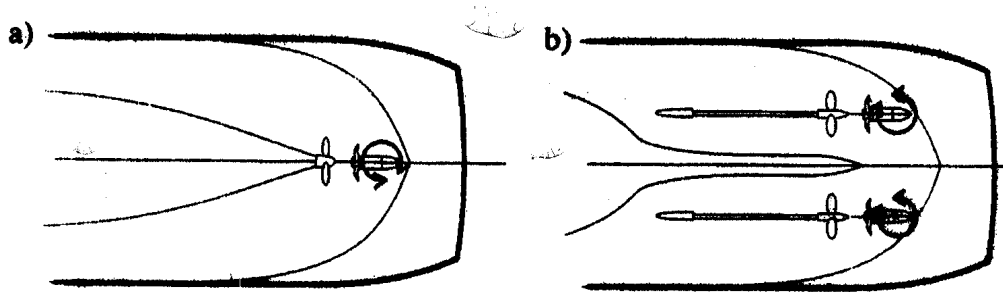


Figura 6.60. Schema di sistemi CRP-Azipod

Il sistema 'CRP-Azipod' offre:

- *Vantaggi tecnici*
  - facile montaggio in cantiere;
  - due sistemi propulsivi indipendenti offrono maggiore ridondanza;
  - si evitano i problemi meccanici associati con la complessità della linea d'assi del classico sistema CRP; grazie alla sua semplicità, il sistema CRP-Azipod è alquanto affidabile;
  - ogni elica ruota intorno ad un proprio asse fisico ed è mossa da un motore dedicato, offrendo una totale ridondanza;
  - impulsi di pressione minori sulla carena;
  - la sala macchine può essere progettata con maggiore libertà.
- *Vantaggi operativi*
  - facilità di utilizzo del sistema propulsivo in differenti modi operativi;
  - migliori qualità manovriere.
- *Vantaggi economici*
  - rendimento propulsivo superiore e, quindi, economizzazione massimale del combustibile;
  - maggiore spazio di carico; quindi, maggiore ricavo.

L'elica prodiera può essere mossa da qualunque motore principale (diesel, elettrico, turbina), e può essere anche una CPP.

Sul rendimento del pod pesano due fattori:

- perdite per attrito quando la gondola si trova nella scia dell'elica;
- recupero di energia rotazionale quando la traversa ed eventuali alette sulla gondola si trovano a poppavia.

Per le eliche leggermente caricate il recupero di energia rotazionale è maggiore delle perdite per attrito, il che porta alla scelta del 'pod trattore'; il contrario accade per il pod spintore.

Ricerche sistematiche condotte alla Vasca SVA di Postdam hanno mostrato che il 'pod trattore' è da preferire per  $C_T < 0.5$ , mentre il pod spintore è superiore per  $C_T > 1.0$ . Nell'intervallo  $0.5 < C_T < 1.0$  la scelta è dubbia.

L'integrazione dei sistemi di controllo funzionalmente indipendenti del motore principale e dell'Azipod garantisce una grande flessibilità operativa, consentendo al sistema propulsivo 'CRP-Azipod' di funzionare con qualsiasi tipo di propulsione principale:

- motori diesel lenti e di media velocità ;
- gensets (electric drives);
- eliche a passo fisso ed eliche a passo variabile.

La mutua indipendenza tra motore principale e Azipod consente la massima ridondanza nel caso di un importante malfunzionamento di uno dei due sistemi propulsivi; consente, inoltre, un'operatività indipendente in manovra di ambedue i sistemi.

### **Confronto tra diverse configurazioni propulsive**

Per una stima preliminare dei possibili incrementi di rendimento del sistema CRP-Azipod rispetto alla configurazione monoelica convenzionale si può fare riferimento al diagramma in Figura 6.61, che fornisce i rispettivi rendimenti quasi-propulsivi  $\eta_D$  rispetto al coefficiente di carico di spinta  $C_T = 8K_T/(\pi J^2)$ .

Va sottolineato che:

- la distanza tra i piani dei dischi delle due eliche è leggermente maggiore che nella classica configurazione di eliche controrotanti, il che comporta, rispetto a questa, una riduzione del rendimento dall'1% al 2%;
- va limitata la tendenza a ridurre il diametro dell'elica del pod, in quanto risulterebbe maggiore il coefficiente di carico di spinta con una conseguente riduzione del rendimento;
- occorre ridurre il rendimento del sistema di accoppiamento coassiale del 2-3% come margine per tenere conto della componente di resistenza addizionale prodotta dalla gondola e dal montante.

Questa soluzione costruttiva riduce anche gli impulsi di pressione, soprattutto grazie alle luci più ampie tra gli apici di pala delle eliche ed il fasciame di scafo.

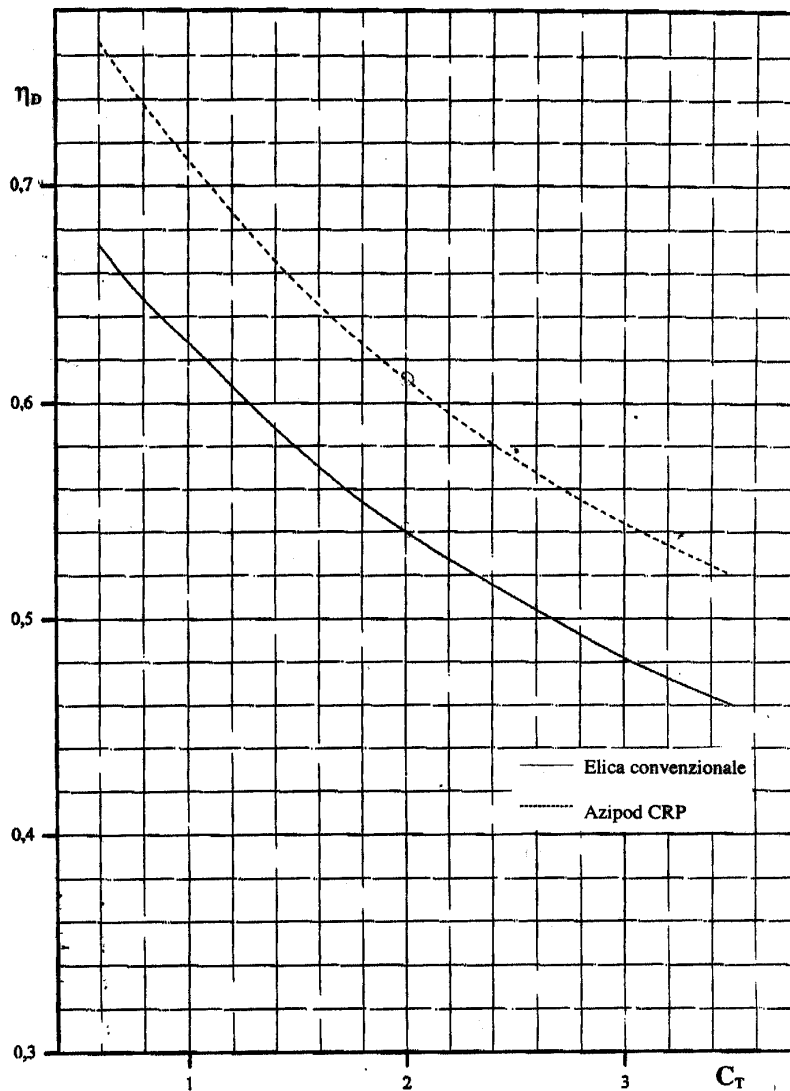


Figura 6.61. Rendimenti quasi-propulsivi di eliche convenzionali e sistema Azipod-CRP

Ricerche condotte da Kvaerner Mada Yards e Samsung Heavy Industries su modelli di Ultra Large Container Vessels, navi Ro-Ro/Pax, metaniere e tankers hanno comportato i risultati riportati in Figura 6.63, hanno messo a confronto diverse configurazioni propulsive con il sistema 'CRP-Azipod' preso come riferimento.

Per giungere alla determinazione della potenza da installare nelle diverse configurazioni, occorre ovviamente calcolare le *perdite di trasmissione* nella catena di potenze dal motore principale all'elica. Tali perdite sono riportate in Figura 6.62 per i diversi sistemi propulsivi considerati. Le barre indicano che la soluzione CRP-Azipod presenta perdite di trasmissione confrontabili con le configurazioni a propulsione meccanica e significativamente minori di quelle tipiche per la soluzione propulsiva del tutto elettrica.

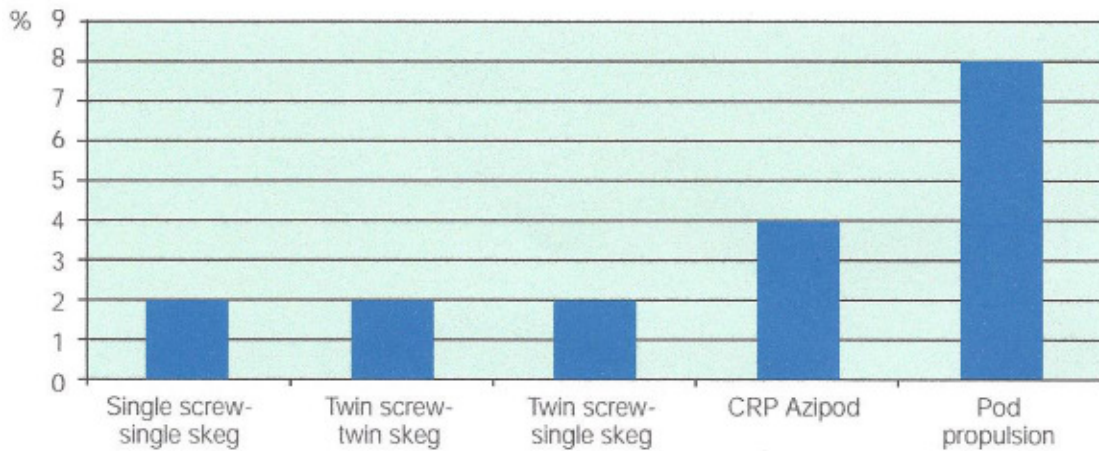
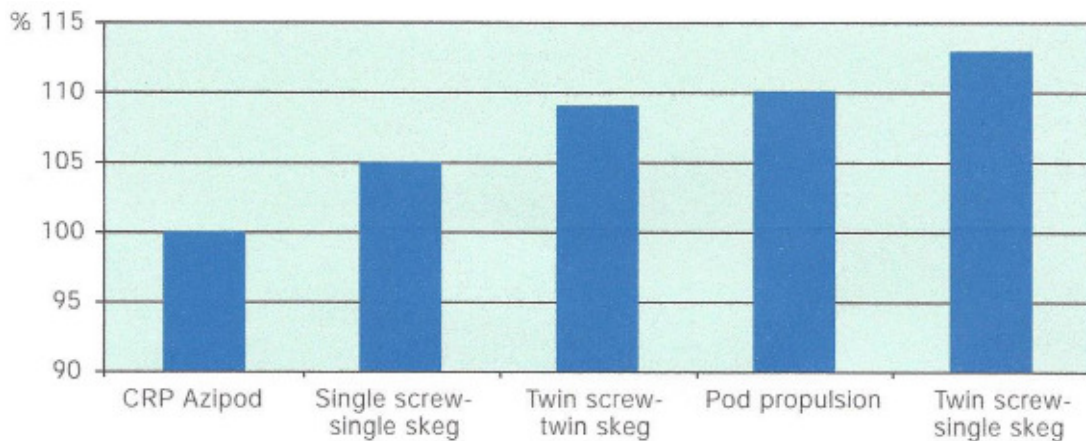


Figura 6.62. Perdite nella trasmissione di potenza

Una volta noti i rendimenti idrodinamici e le perdite di trasmissione, possono essere calcolati i rendimenti propulsivi totali per tutte le configurazioni propulsive esaminate. Sono state così ricavate, con riferimento alla potenza richiesta dal sistema CRP–Azipod, le potenze propulsive richieste dalle diverse configurazioni a parità di velocità (25 nodi), come riportato in Figura 6.63.

Figura 6.63. Potenze propulsive relative per diverse configurazioni propulsive ( $V = \text{cost.}$ )

Le colonne indicano quanta più potenza assorbita al mozzo,  $P_D$ , è necessaria, a parità di velocità, rispetto al ‘CRP–Azipod’. Va osservato che la configurazione ‘twin–skeg’, se perfettamente progettata, garantisce l’installazione di potenze molto vicine a quella di una carena monoelica equivalente.

Tutti i valori percentuali riportati finora valgono se la nave opera alla velocità di servizio. Se la velocità è inferiore, la propulsione elettrica migliora il rendimento propulsivo totale rispetto alla soluzione diesel–meccanica, grazie ai vantaggi portati del principio di distribuzione delle potenze. In base a questo principio, le connessioni in rete della potenza propulsiva e della potenza elettrica della nave sono combinate invece di essere separate in potenza propulsiva meccanica e



potenza da carico elettrico. Ciò permette di scegliere il numero di diesel generatori adeguati a rispondere al carico propulsivo e ad altri consumi di potenza. Quando la domanda di potenza elettrica è minore, alcuni diesel generatori sono sconnessi ed i motori attivi possono funzionare a velocità costante e prossimi al rendimento ottimale.

Il diagramma in Figura 6.64 indica i rendimenti del motore diesel in diverse condizioni di carico espresse come percentuali del maximum continuous rating.

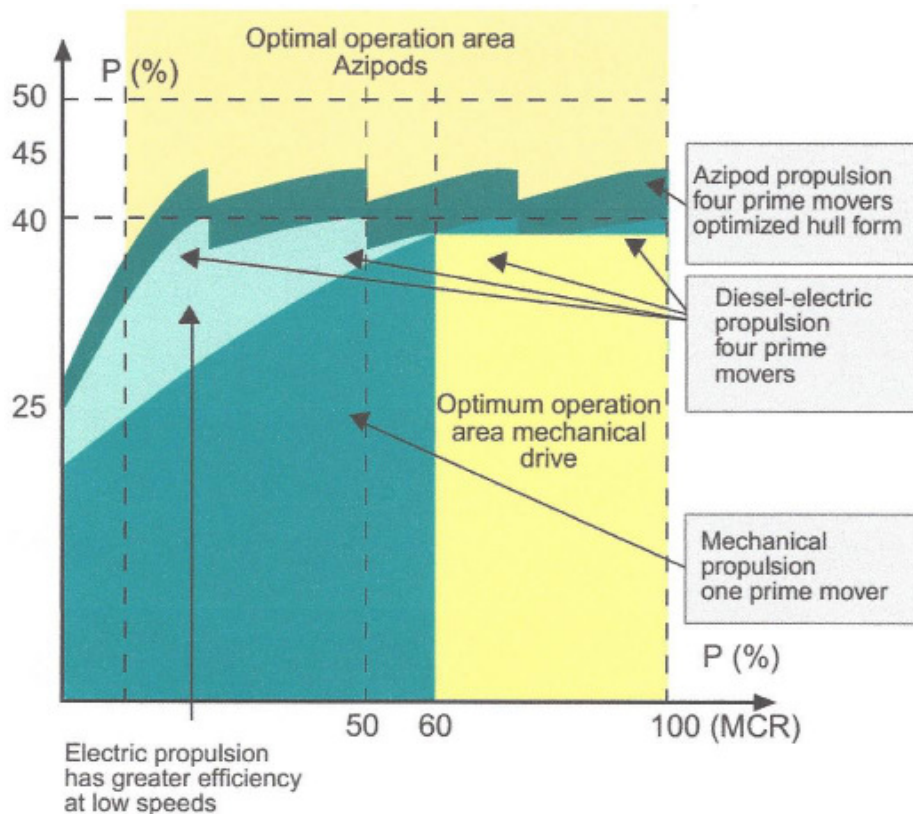


Figura 6.64. Rendimenti di motori diesel accoppiati a diversi sistemi propulsivi

#### 6.5.4 Valutazioni economiche

Si consideri una ULCS (ultra large container ship) da 12000 TEU di portata. Uno studio condotto da Wärtsilä sui costi operativi (combustibile, olio lubrificante e manutenzione del motore) di tale nave se propulsa da diesel meccanico (monoelica e bielica twin-skeg) o da CRP-Azipod ha prodotto i risultati riportati in Figura 6.65. I risparmi nei costi operativi annuali sono del 7% rispetto al sistema bielica twin-skeg e del 3% rispetto alla soluzione monoelica.

Questi risultati sono stati derivati considerando l'operatività alla velocità di servizio. Tenere conto anche delle basse velocità accentuerebbe i vantaggi del CRP-Azipod in quanto in tale sistema i motori principali possono essere fatti funzionare vicino al carico ottimale. Si avrebbero

ulteriori risparmi nel costo del combustibile, che potrebbero avere un impatto rilevante sui costi operativi totali soprattutto quando per certe navi la velocità massima di servizio costituisce una quota non dominante lungo il loro profilo operativo.

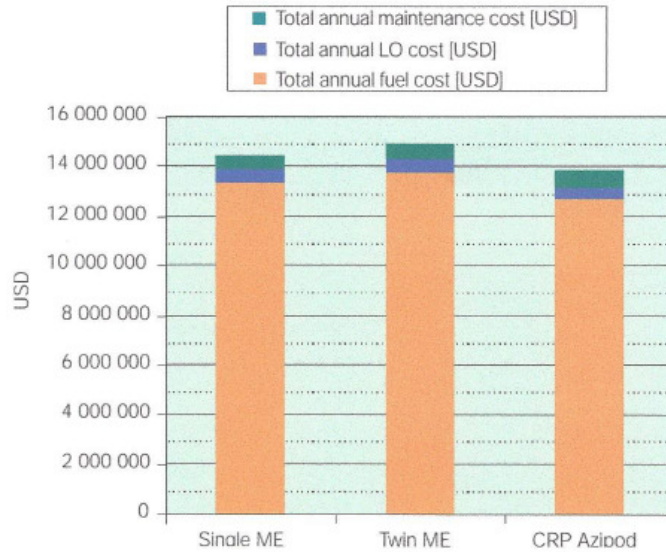


Figura 6.65. Costi operativi per una portacontainer da 12000 TEU

La Figura 6.66 riporta il confronto tra i valori netti attualizzati (NPV) dei ricavi in un periodo di 15 anni tra la soluzione CRP–Azipod e la soluzione twin–skeg ipotizzando un guadagno netto di 200 USD per container, un tasso di profitto del 10%, 12 cicli di viaggio all’anno, e 100 containers in più trasportati a viaggio con la nave propulsa da CRP–Azipod.

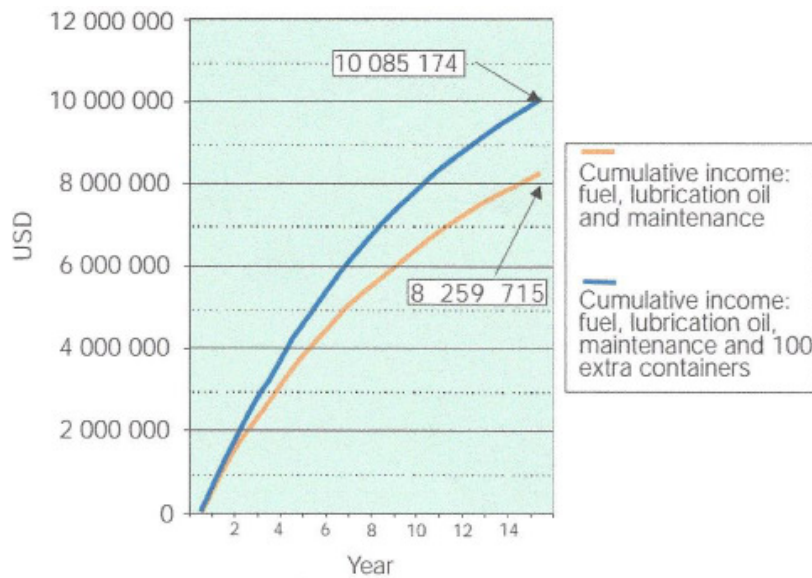


Figura 6.66. Confronto tra NPV di nave con CRP–Azipod e con twin–skeg

### 6.5.5 Pod a reazione

Il pod a reazione (*reaction pod*) è un nuovo concetto sviluppato presso il National Maritime Research Institute (NMRI) giapponese (Sasaki, 2011). Può incrementare il rendimento propulsivo utilizzando propulsori a gondola azimutale su forme poppiere a twin-skeg, il cui asse è decentrato; in altri termini, l'asse della gondola è interno rispetto all'asse dello skeg.

Le forme di carena con twin-skeg richiedono un lavoro fine e certosino in vasca, ma garantiscono rendimenti propulsivi superiori insieme a flussi ai propulsori meno disomogenei. Non richiedono né linee d'assi fuori carena, né braccioli. Consentono di aumentare la portata delle navi bielica allargandole e riducendo in parte l'immersione. Dal punto di vista del layout, nel caso di twin-skeg accoppiati al pod sarà opportuno sistemare il motore elettrico entro lo skeg. Come noto, l'aumento della larghezza nave ha il suo punto debole nella manovrabilità, che può essere superato applicando appunto gli skeg, che garantiscono intrinsecamente anche una superiore stabilità direzionale.

Questa configurazione esprime una nuova idea sull'applicazione di sistemi di propulsione a gondola azimutale. Poiché la scia delle forme di carena a twin-skeg presenta tipicamente due caratteristiche molto chiare, ossia flusso ascendente sul lato interno dello skeg ed un flusso discendente sul lato esterno dello stesso, come illustrato in Figura 6.67, la posizione ottimale della gondola deve essere alquanto interna rispetto all'asse dello skeg; il che ottimizza il rendimento propulsivo grazie alla maggiore controrotazione del flusso ed alla riduzione del flusso viscoso.

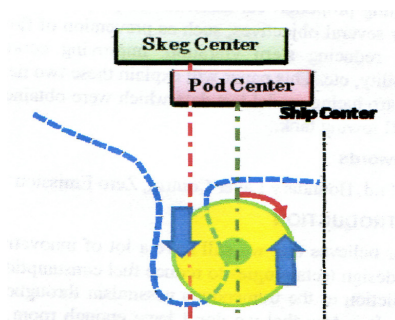


Figura 6.67. Flusso controrotante di una carena twin-skeg

Il modello di una nave portacontainer provato al NMRI è mostrato in Figura 6.68.

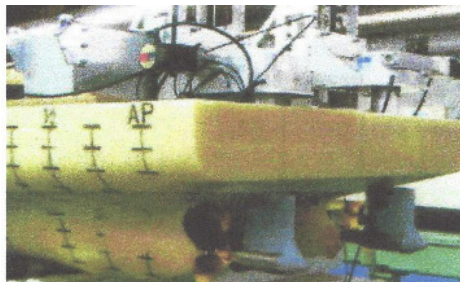


Figura 6.68. Modello con pod a reazione

I risultati delle prove di autopropulsione (Fig. 6.69) mostrano che i fattori propulsivi variano in funzione della posizione trasversale della gondola. Spostando lateralmente il centro della gondola si può trovare la posizione che evita la formazione di un forte picco di scia genearto dallo skeg, che potrebbe portare a cavitazione con vibrazioni di scafo. Si può arrivare a ridurre fino a tre il numero di pale del propulsore e si può ridurre la luce verticale tra apice dell'elica e fasciame dello scafo. Queste possibilità consentono di prevedere un rendimento propulsivo ancora più alto dal momento che si può aumentare il diametro dell'elica.

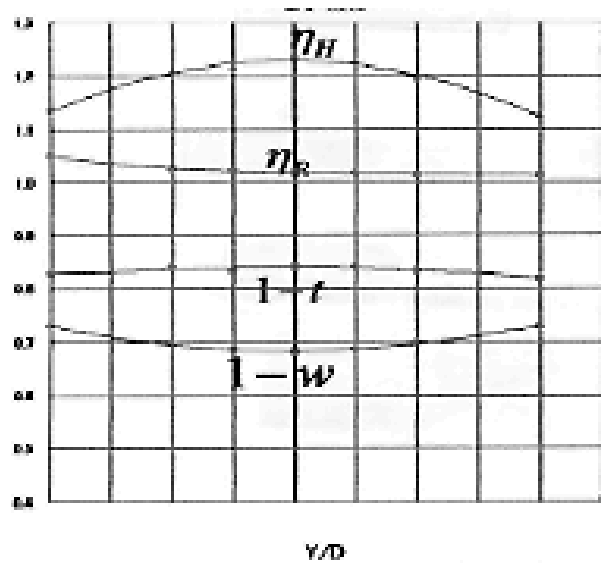


Figura 6.69. Coefficienti propulsivi di carena twin-skeg con pod a reazione

Grazie al rendimento di carena particolarmente elevato ed alle eliche a tre pale di grande diametro, Sasaki (2011) ha ottenuto con il sistema pod a reazione un rendimento propulsivo intorno a 0.90 a fronte di un valore intorno a 0.75 per una carena con twin-skeg convenzionale. Ne risulta un miglioramento intorno al 20% e questo valore può essere trasferito, in prima approssimazione, direttamente alla previsione di riduzione di potenza al vero, a parità di velocità.

### 6.5.6 Progetto di navi con gondole azimutali

Il progetto di una nave con pods richiede sinteticamente i seguenti passi, distinguendo tra processo progettuale e progetto idrodinamico.

#### Processo progettuale

- Dopo avere definito il layout di massima della nave, si sceglie il modulo propulsivo del pod generalmente in base ai requisiti di spinta e di momento torcente dell'elica.

- Si sceglie il modulo di rotazione del pod in funzione del momento torcente del sistema stesso; è definito dalla potenza da trasmettere all'elica, altezza della traversa e velocità della nave. Il dimensionamento del sistema propulsivo deve soddisfare simultaneamente le prestazioni dei due moduli.
- I sistemi ausiliari sono scelti per adeguarli ai due moduli.
- È eseguito il progetto della sala del pod.
- È configurato il layout del sistema remoto di controllo.

### Progetto idrodinamico

- Disegnare le forme di poppa della nave sistemando i pod.
- Stimare il diametro dell'elica e la luce verticale.
- Definire la curva spinta-velocità della nave alle immersioni richieste.
- Valutare la potenza richiesta ed i giri dell'elica.
- È configurato il layout del sistema remoto di controllo.

## 6.6 Sistemi propulsivi per il risparmio energetico

Il problema dell'ottimizzazione energetica di una nave va affrontato fin dalla fase concettuale del progetto, combinandolo con le necessarie previsioni dei costi e dei benefici economici. Raggruppando come vincoli tecnico-economici tutti gli altri fattori che concorrono all'ottimizzazione, la nave può essere considerata dall'ingegnere navale come un'entità economica che deve essere efficiente dal punto di vista dei consumi. Una tale nave deve consumare il meno possibile: il suo rendimento dipenderà dai rendimenti individuali delle sue tre parti costituenti principali: la carena, l'elica ed il motore. Se si ipotizza che il rendimento di ogni parte sia quello massimo ottenibile, il problema si riduce all'ottimizzazione della loro interazione.

Uno dei modi possibili per ottimizzare l'interazione elica-carena è quello di installare eliche speciali e/o di introdurre dispositivi poppieri non convenzionali con l'obiettivo di migliorare il rendimento del sistema propulsivo. Come è noto, negli ultimi decenni è stata data periodicamente molta enfasi al risparmio di combustibile, per cui sistemi addizionali, quali mantelli, pinne orizzontali, statori, poppe asimmetriche, e nuovi tipi di eliche e di loro sistemazione, tutti concepiti come *sistemi propulsivi non-convenzionali per il risparmio energetico*, sono stati applicati a nuove navi o introdotti su navi in servizio durante la loro riparazione o modernizzazione. Le Figure 6.70 e 6.71 mostrano una serie di tali sistemi e le percentuali di risparmio energetico dichiarato.

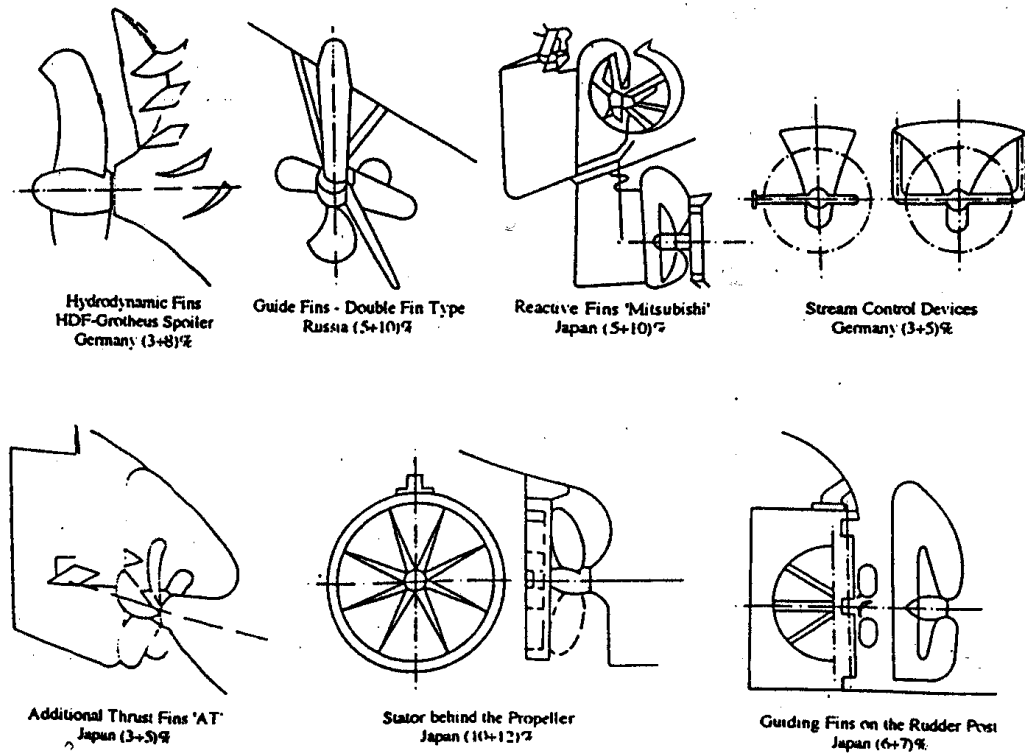


Figura 6.70. Sistemi aggiuntivi con alette e rettificatori di flusso

Questi sistemi aggiuntivi, fissati sulla carena o addirittura sull'elica, hanno lo scopo primario di omogeneizzare l'afflusso del fluido all'elica e/o di ottenere un flusso correttamente orientato sul piano del disco-elica, o semplicemente di recuperare l'energia rotazionale dell'elica trasformandola in spinta aggiuntiva. Il che può essere ottenuto migliorando le caratteristiche idrodinamiche del flusso all'elica, ossia modificandone il campo di pressione nell'intorno della superficie di carena.

Un sistema propulsivo orientato al risparmio energetico deve rispondere ai seguenti requisiti fondamentali:

- miglioramento del rendimento idrodinamico ottenendo sul piano del disco-elica un campo di scia distribuito in maniera più omogenea;
- riduzione del rischio di erosione per cavitazione, grazie alla inferiore velocità di scia;
- vibrazioni minime indotte sulla carena quale risultato della riduzione delle fluttuazioni di spinta e momento torcente, dovuta ad una distribuzione più omogenea del flusso;
- elevate capacità di frenatura della nave;
- favorevole interazione con il timone, migliorando così le qualità di manovrabilità della nave;
- massima affidabilità delle sue caratteristiche strutturali;
- costi minimi, anche perchè non sono necessari né modifiche delle forme poppiere di carena né eliche particolari progettate allo scopo.

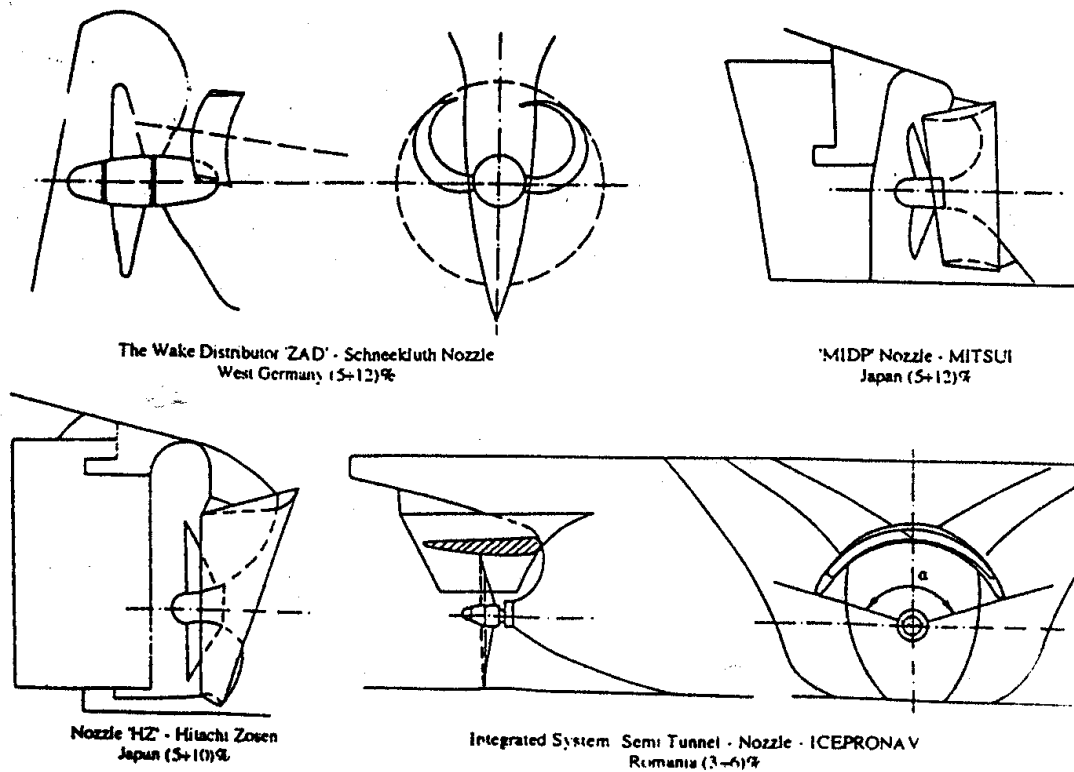


Figura 6.71. Sistemi addizionali con mantello

La convenienza economica di ciascun dispositivo dipende sia dalla quantità di combustibile risparmiato, sia dal costo iniziale aggiuntivo dell'investimento (progetto, licenza di registrazione, prove sperimentali, costruzione, applicazione, manutenzione). È molto importante che i costi di realizzazione siano molto bassi, in quanto un periodo di ammortamento di tre-quattro anni è considerato come limite invalicabile dal mondo armatoriale.

Nelle navi monoelica il fluido investe il propulsore seguendo le forme della carena, per cui risulta convergente in senso orizzontale ed inclinato in direzione verticale. Contemporaneamente l'elica impartisce al flusso una rotazione non solo intorno all'elica, ma anche immediatamente a monte. In un propulsore che ruoti in senso orario, per un osservatore che da poppa guardi verso prora, nelle due zone diametralmente opposte della carena si evidenziano due differenti situazioni idrodinamiche. A dritta la direzione del fluido sarà antioraria, mentre a sinistra accadrà il contrario. Ciò comporta un aumento del carico sulle pale dell'elica quando queste transitano nel semipiano a dritta del diametrale, mentre a sinistra si potrà notare una riduzione dell'angolo d'incidenza del flusso. Il conseguente andamento asimmetrico influisce negativamente sulle vibrazioni indotte; di più, la diversa inclinazione del flusso tra dritta e sinistra diminuisce il rendimento del propulsore rispetto a quello che si avrebbe nel caso di flusso assialsimmetrico.

Inoltre, lo strato limite viscoso e gli effetti dovuti alla separazione producono variazioni rilevanti nelle velocità locali del flusso, soprattutto su scafi con forme poppiere molto piene. Mentre il ritardo della scia media può essere vantaggioso per aumentare il rendimento dell'elica, il

rendimento propulsivo risulta sfavorevolmente interessato dalla non-uniforme distribuzione del campo di velocità. Per diminuire i relativi picchi di scia, si possono seguire due diverse metodologie operative: operare una modifica delle sezioni poppiere della carena e/o applicare appendici addizionali fisse sulla carena che rettifichino il flusso allo scopo di ridurre le componenti rotazionali nel campo di scia.

### 6.6.1 Metodi per il recupero energetico

L'ottimizzazione idrodinamica di una carena non è un obiettivo recente, individuabile come risposta alla crisi energetica degli anni '70, ma è sempre stata uno degli scopi primari dell'idrodinamica navale. E oggi è tornata di attualità. Se si considera la suddivisione delle perdite energetiche riscontrabili mediamente intorno ad una carena, si può osservare che sulle zone poppiere di una nave non veloce si concentra una perdita di energia che corrisponde all'incirca al 30% del valore totale di resistenza (Fig. 6.72). L'unica componente che influisce su questo valore è il rendimento propulsivo, che dipende principalmente dall'elica e dalla geometria delle forme di poppa. È evidente come l'eventuale risparmio energetico derivante dall'utilizzazione dei sistemi di rettificazione ed omogeneizzazione del flusso possa portare ad una resa economica non trascurabile.

A poppa, a causa dell'andamento non uniforme del campo di pressione esterno, esistono sempre elementi perturbatori, dovuti a fenomeni di separazione, alla pressione indotta dall'elica sul fasciame, alla cavitazione, ecc. Vale la pena, quindi, prendere in considerazione l'opportunità di effettuare sulla carena quelle modifiche che conducano ad una riduzione, e possibilmente alla scomparsa, di tali effetti negativi derivanti da un progetto non ottimale delle forme di carena.

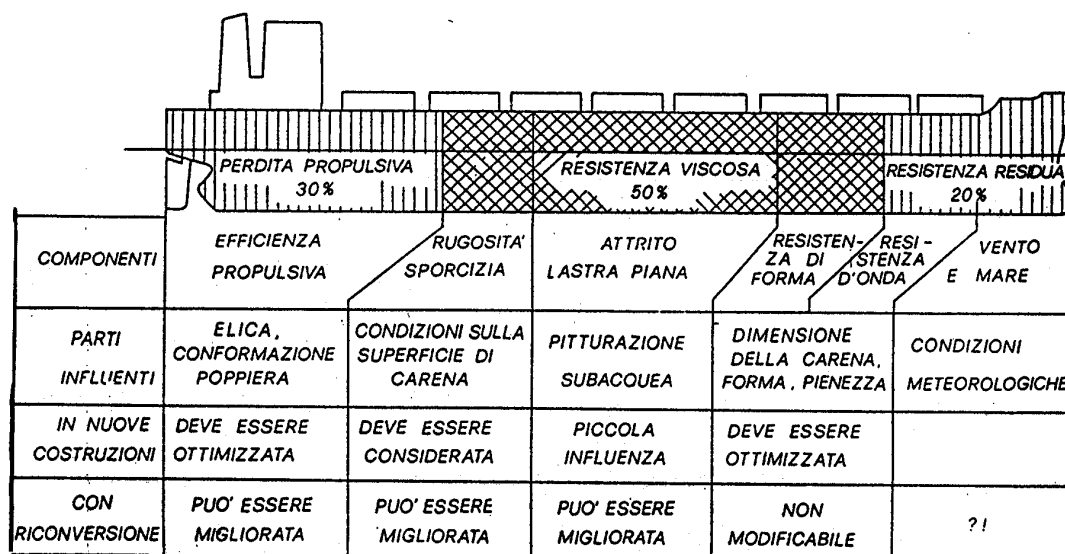


Figura 6.72. Componenti delle perdite su una carena dislocante



Il rendimento dell'elica, dal momento che questa trasforma l'energia meccanica in energia di moto traslatorio della nave, è associato alle perdite dovute sia al processo di trasformazione dell'energia che all'interazione elica-carena. Poiché il rendimento dell'elica non è mai più elevato dell'80%, e per eliche molto caricate può ridursi fino al 50%, dal 20% al 50% dell'energia sviluppata dal motore viene utilizzata in modo improduttivo.

La teoria del propulsore ideale e dell'elica ideale ha dimostrato che le perdite principali di un'elica isolata sono imputabili alle velocità indotte assiali e rotazionali (perdite induttive), il valore delle quali è determinato dal coefficiente di carico dell'elica e dalla loro distribuzione sul piano del disco-elica. Oltre queste perdite, che prese insieme determinano il rendimento ideale dell'elica, esistono quelle di natura viscosa, quale risultato dell'influenza del fluido reale sulle pale e sul mozzo.

Sul valore delle perdite ha un'influenza determinante il *coefficiente di carico di spinta* dell'elica,  $C_T$  (Fig. 6.73). Il rendimento dell'elica diminuisce al crescere del carico idrodinamico.

A coefficienti di carico molto bassi, corrispondono perdite induttive assai limitate, per cui la maggior parte sono perdite di natura viscosa. A coefficienti di carico più elevati, la maggior parte delle perdite è dovuta alle velocità indotte assiali. La perdita di energia rotazionale è piccola rispetto a quella assiale, ma ha un'influenza significativa sul rendimento dell'elica. La curva delle perdite totali presenta un minimo, che si ottiene in corrispondenza del *carico ottimale dell'elica*, cui corrisponde il massimo rendimento dell'elica.

È noto dalla teoria dell'elica ideale e del propulsore ideale che alla creazione della spinta contribuiscono principalmente le velocità indotte assiali. Lo sviluppo della spinta deriva dall'accelerazione assiale del fluido che causa un aumento dell'energia cinetica assiale, mentre il momento torcente dall'albero viene trasferito al fluido causando velocità rotazionali indotte ed una perdita di energia cinetica rotazionale. Questo è il motivo per cui le perdite connesse alla generazione delle velocità indotte sono inevitabili. Viceversa, tutte le altre azioni idrodinamiche portano a perdite improduttive della potenza sviluppata all'elica. A loro volta, le perdite assiali possono essere ridotte diminuendo il coefficiente di carico dell'elica.

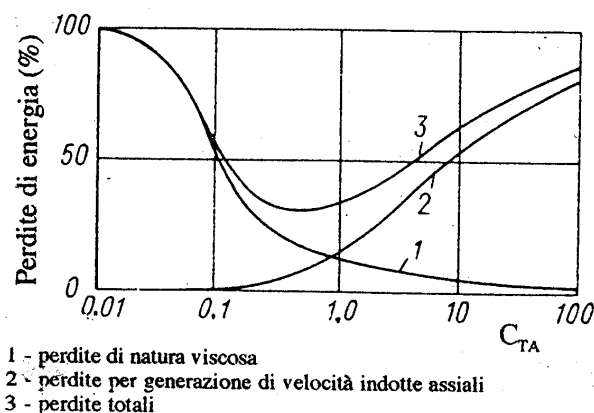


Figura 6.73. Perdita di energia del propulsore rispetto al coefficiente di carico

Questi principi determinano i metodi per migliorare il rendimento dell'elica. Allo scopo di ridurre le perdite induttive, è necessario innanzi tutto progettare eliche con diametro e geometria ottimali. Il rendimento dell'elica può essere migliorato montando le eliche entro o dietro appendici speciali. Le perdite rotazionali possono essere ridotte in maniera significativa utilizzando eliche controrotanti o introducendo forme di poppa asimmetriche. Per ridurre le perdite viscosive, grande attenzione viene prestata alla forma delle pale dell'elica ed alla qualità di finitura tecnologica della superficie di pala.

L'elica opera dietro carena, per cui una riserva importante per il miglioramento del rendimento del sistema propulsivo è la diminuzione del *coefficiente di influenza di carena*

$$\eta_H = \frac{1}{i_Q} \cdot \frac{1-t}{1-w}$$

dove  $i_Q$  è più precisamente il coefficiente di influenza sul momento torcente (nell'ipotesi che le prove di autopropulsione siano effettuate in indentità di spinta), che è l'inverso del cosiddetto rendimento relativo rotativo.

La miglioria desiderata può essere ottenuta riducendo il fattore di deduzione di spinta ed utilizzando meglio l'energia della scia. Il che può essere, innanzi tutto, il risultato di un'adeguata progettazione delle forme di poppa e di una razionale sistemazione del sistema propulsivo: ossia, si dovrà tenere conto della posizione relativa tra carena, elica e timone, e scegliere al meglio la luce assiale tra elica e poppa e tra elica e timone. In altri termini, occorre ricercare una distribuzione uniforme di scia che consenta di ridurre il fattore di deduzione di spinta. Per accrescere il livello di uniformità della scia, nel passato sono stati utilizzati speciali *rettificatori di flusso*, posizionati sulla carena a monte dell'elica, che sono risultate estremamente efficienti soprattutto sulle navi bieliche.

Sempre per navi bielica, ulteriori fattori che modificano il coefficiente d'influenza di carena sono la posizione delle eliche rispetto al piano diametrale, l'applicazione di eliche interferenti che consentono di utilizzare meglio l'energia della scia, o l'applicazione di dispositivi poppiere non convenzionali.

### 6.6.2 Sistemi per il risparmio energetico

L'elica convenzionale fornisce un mezzo propulsivo economico ed efficiente per raggiungere mediamente le prestazioni in velocità richieste progettualmente. Tuttavia, si possono presentare richieste armatoriali che richiedono un ulteriore incremento del rendimento del sistema propulsivo. Nell'ipotesi che esistano pochi margini per quanto riguarda sia migliorie alle forme di carena, sia incrementi di rendimento del propulsore, e dando per scontato che l'interazione motore-carena-elica sia stata risolta efficacemente, non resta che applicare appendici poppiere non convenzionali, oppure adottare conformazioni poppiere ed eliche non-convenzionali. Nel seguito verrà data priorità espositiva a quest'ultima classe di soluzioni.

### Eliche di grande diametro a basso numero di giri

Quando si progettano le eliche, la scelta razionale del numero di giri, specialmente per navi con motori a combustione interna, deve partire dalla relazione tra la potenza del motore e la sua velocità, soprattutto quando si debba assicurare la trasmissione diretta della potenza all'elica. Tale approccio porta spesso ad eliche con valori elevati del coefficiente di carico e, quindi, di basso rendimento. In questi casi è possibile ottenere un incremento del rendimento dell'elica aumentandone il diametro e riducendone contemporaneamente la velocità di rotazione, ottenendo nel contempo una riduzione del coefficiente di carico di spinta. Il limite dei giri dell'elica di grandi navi può variare tra 120 RPM per navi relativamente veloci e 60 RPM per navi ULCC e VLCC. Comunque, troppo pochi sono stati finora gli esperimenti effettuati ai regimi dei bassi valori di velocità di rotazione dell'elica, perché si possa sapere affidabilmente quale sia l'effettivo limite operativo sul quale ci si può attestare.

Talvolta può sorgere il problema della ventilazione all'elica, specie per navi con bassa immersione e/o in zavorra. Per escludere tale fenomeno, sono state sviluppate forme speciali di poppa, una variante delle quali è presentata in Figura 6.74.

In tali conformazioni poppiere l'elica è sistemata in un tunnel, che viene invaso completamente dall'acqua il cui flusso, provenendo dal fondo, impedisce la ventilazione delle pale dell'elica da parte della superficie libera. La valutazione dell'efficienza di tali soluzioni risulta essere un problema assai complicato da risolvere senza ricorrere alla sperimentazione su modelli, per il fatto che con l'aumento del diametro dell'elica e con la variazione delle forme di poppa, cambiano anche la resistenza nave e le caratteristiche propulsive dell'interazione elica-carena.

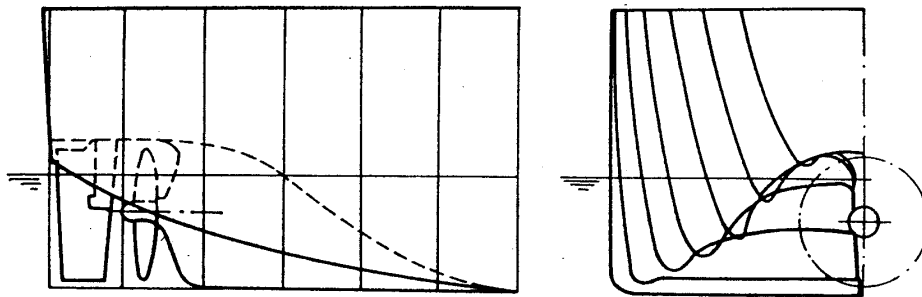


Figura 6.74. Forme di poppa a tunnel

Come è noto, l'elica progettata per produrre una spinta assegnata deve soddisfare la condizione

$$D\sqrt{n} = \text{cost.} \cdot \sqrt[4]{T}$$

Ne consegue che per una certa spinta  $T$ , cambiando il diametro, la variazione del numero di giri non può essere arbitraria, ma viene determinata, in base alla relazione precedente, dal rapporto  $n/n_o = (D/D_o)^2$ , dove  $D_o$  ed  $n_o$  indicano rispettivamente il diametro ed i giri iniziali dell'elica. Come dimostrano i risultati delle prove di autopropulsione su modelli provvisti di eliche di diametro differente, il gradiente dell'aumento del coefficiente quasi-propulsivo non

segue quello del rendimento dell'elica isolata, ma si satura gradualmente fino a raggiungere un limite massimo per certi valori del rapporto  $D/D_0$ , i quali dipendono dal carattere della variazione dei coefficienti propulsivi. Normalmente, la frazione di deduzione di spinta cresce costantemente, mentre la frazione di scia tende a rimanere costante.

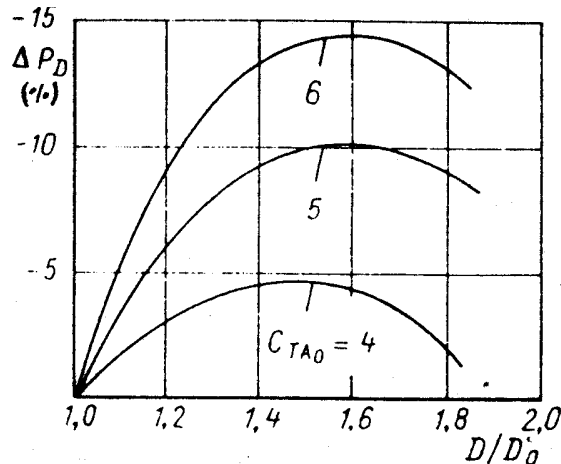


Figura 6.75. Risparmio di potenza con il diametro dell'elica al variare del coefficiente di carico

Comunque, a causa dell'aumento della resistenza nave, dovuta alla variazione delle forme di poppa, il risparmio di potenza dovuto al maggiore diametro dell'elica è possibile solamente entro un certo limite. Tale risparmio risulta essere minore dell'aumento del rendimento quasi-propulsivo ed è assai inferiore rispetto all'aumento del rendimento dell'elica isolata. L'efficacia dell'applicazione di eliche di grande diametro a bassi giri dipende dal valore iniziale del coefficiente di carico  $C_T$ . Una riduzione sensibile di potenza può essere ottenuta solamente a partire da  $C_T > 3$ ; la riduzione di potenza cresce all'aumentare del coefficiente di carico (Fig. 6.75).

Le prove sperimentali hanno dimostrato che l'elica adattata alla scia presenta diametro ottimale per  $D/T \simeq 0.70 - 0.75$  e con coefficiente di carico  $C_T \simeq 1.5 - 2.0$ . Come effetto della riduzione dei giri dell'elica, aumenta il momento torcente che l'elica deve assorbire, il che porta ad un aumento del diametro dell'albero porta-elica ed a variazioni della struttura della poppa estrema e della linea d'assi. Crescono anche le pulsazioni delle forze e dei momenti come risultato della riduzione delle luci, il che induce un aumento delle vibrazioni a poppa. Tutto ciò richiede una progettazione sofisticata e l'imprescindibile ricorso a prove sperimentali.

Va detto inoltre che l'elica di grande diametro richiede una certa conformazione delle forme poppiere che non può essere applicata a tutti i tipi di scafi. Per navi veloci con bassa immersione non può essere ricercato un punto di funzionamento operativo che preveda un diametro dell'elica elevato insieme a basse velocità di rotazione. Vanno ricercate allora altre soluzioni propulsive che puntino al miglioramento dell'efficienza della carena agendo principalmente su un recupero dell'energia cinetica rotazionale persa dal flusso in uscita dal disco-elica.

## Poppa asimmetrica

La riduzione delle perdite rotazionali può essere ottenuta con una prerotazione del flusso in direzione opposta a quella di rotazione dell'elica. Grazie all'utilizzazione da parte dell'elica dell'energia del flusso ruotato e, quindi, per effetto della riduzione delle perdite rotazionali, si dimostra possibile aumentare il rendimento propulsivo del sistema. Per ottenere la rotazione preliminare del flusso, la poppa può essere deformata e resa asimmetrica, disegnandola in modo tale da assicurare il massimo afflusso di fluido al di sopra della linea d'assi, dal lato destro a quello sinistro per eliche destrorse. In Figura 6.76 sono riportate la vista trasversale e longitudinale della poppa simmetrica (linee tratteggiate) e della nuova poppa asimmetrica (linee continue) di una product-carrier ridisegnata da Trincas e Spitoni (1989).

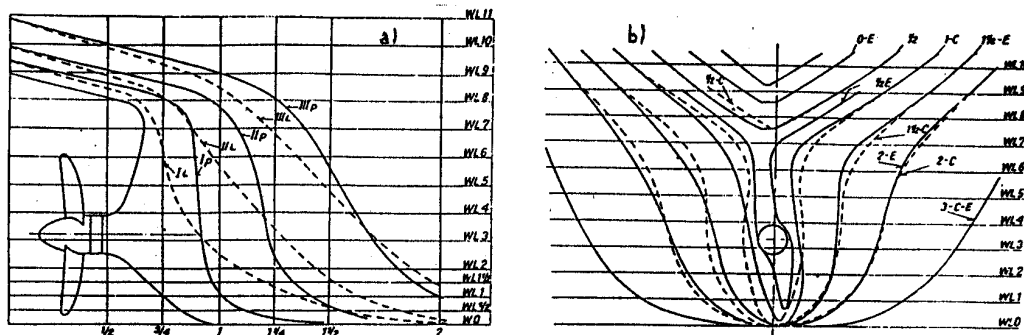


Figura 6.76. Poppa asimmetrica derivata da una poppa convenzionale

Il concetto effettivo di poppa asimmetrica fu sviluppato da Nonnecke e Collatz (1985). In base ai loro studi ed alle applicazioni al vero, il risultato economico si è rivelato molto soddisfacente (risparmi di potenza fino al 9%) quando le forme poppiere asimmetriche sono adottate per navi a basso coefficiente di blocco. L'applicabilità tecnica è stata assicurata da esperimenti di manovrabilità, di tenuta al mare e di misure del campo di scia, il che garantisce controindicazioni. I meccanismi fisici che producono il risparmio energetico con poppa asimmetrica non sono stati mai chiariti completamente, nonostante le vaste ricerche condotte soprattutto alla Vasca di Amburgo (HSVA).

Una spiegazione parziale circa le differenze tra il flusso intorno ad una poppa asimmetrica rispetto a quello intorno ad una poppa simmetrica è stata fornita adducendo i seguenti motivi:

- il flusso nel piano del disco-elica presenta un momento diretto in senso opposto a quello di rotazione dell'elica, in quanto il valore medio delle componenti della velocità tangenziale non è nullo;
- la scia assiale media è minore;
- il flusso ha una minore intensità di turbolenza;
- l'irregolarità del campo di flusso è globalmente maggiore.

Le prime tre differenze hanno un effetto positivo sul rendimento dell'elica. Tra queste, solo la variazione della quantità di moto del flusso può essere correlato senza dubbio all'effetto dell'asimmetria. Le altre differenze possono essere raggiunte anche ottimizzando le forme di una

poppa simmetrica.

In ogni caso, l'utilizzo di forme di poppa asimmetriche consente di:

- ridurre considerevolmente la non-uniformità delle velocità del fluido nel piano del disco-elica;
- migliorare la distribuzione di pressione lungo la pala dell'elica, riducendo così il carico di pala;
- ridurre la cavitazione sulle pale dell'elica;
- ridurre le forze di pressione eccitate dall'elica.

Altri studi, condotti anche alla Vasca di Trieste (Trincas e Spitoni, 1989), hanno evidenziato che il concetto di poppa asimmetrica non è valido per navi dalle forme piene, ossia per navi operanti a bassi valori del numero di Froude. Ciò è dovuto in particolare al fatto che la scia risulta più disomogenea rispetto alla tradizionale nave monoelica, rendendo così difficile ottenere aumenti significativi del rendimento propulsivo che compensino il sicuro accrescimento di resistenza viscosa dovuto ad una maggiore superficie di carena. Infine, va sottolineato che la poppa asimmetrica non riesce ad eliminare il vortice del ginocchio, a meno di non introdurre ulteriori appendici poppiere funzionali allo scopo: in tal caso, riesce difficile garantire un rapporto costi/benefici allettante per l'armatore.

### 6.6.3 Sistemi per il recupero dell'energia rotazionale

I primi dispositivi installati nella zona poppiera intorno all'elica per migliorare il sistema propulsivo risalgono all'inizio del XX secolo. Essi avrebbero dovuto ridurre le perdite di quantità di moto prodotte dall'elica e trasformarle in spinta aggiuntiva. In effetti, i successi furono non banali, nonostante all'epoca non si conoscesse adeguatamente la fisica del flusso intorno all'elica. Ma, dopo il 1930, per ragioni sconosciute, queste appendici poppiere non-convenzionali sparirono. Appena negli anni '60 alcuni ingegneri navali, soprattutto in Germania, riesumarono e svilupparono ulteriormente queste vecchie idee, tentando di applicarle a casi concreti, nonostante l'ostilità generale dell'ambiente armatoriale.

Di seguito sono illustrati alcuni di questi dispositivi, perlomeno i più noti in Europa Occidentale. Molto è stato fatto al riguardo anche in Giappone ed in Russia, ma si tratta di applicazioni più sofisticate di quelle qui descritte.

#### Eliche con ruota folle

Un'appendice originale per migliorare il rendimento dell'elica è stata proposta e brevettata da Grim (1966). L'idea è quella di sistemare un'elica aggiuntiva, detta *vane wheel* (ruota folle), ruotante liberamente dietro l'elica principale con lo stesso verso di rotazione ed investita dal flusso uscente da quest'ultima. Il diametro dell'elica folle è maggiore di quello dell'elica principale del 20%, mentre i suoi giri sono inferiori. La sua funzione è quella di assorbire

potenza, che altrimenti andrebbe persa, dalla scia dell'elica propulsiva, e di trasformarla in energia addizionale. Questo dispositivo è analogo al propulsore CRP, ma con la differenza importante che l'elica posteriore è libera di ruotare e con un diametro superiore dal 15% al 20% rispetto all'elica posizionata anteriormente.

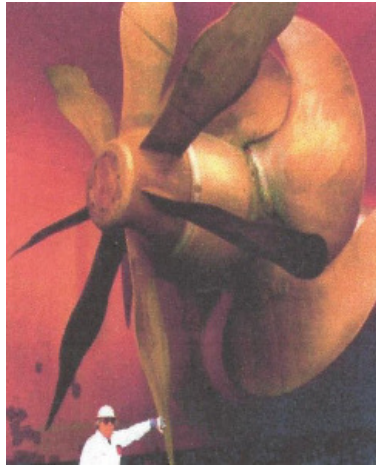


Figura 6.77. Elica con ruota folle

La ruota folle è una seconda elica, posta a valle dell'elica principale, la quale ruota liberamente senza assorbire momento torcente sull'albero (Fig. 6.77). La forma delle pale strette dell'elica libera è tale che la parte più vicina al mozzo, che lavora come la girante di una turbina rad-drizzando il moto rotazionale, ha un passo medio tale da consentirle di essere mossa dalla scia dell'elica principale. Viceversa, la parte più esterna delle pale della ruota folle, le cui sezioni hanno un passo differente, lavora come un'elica, generando spinta a questi raggi. La velocità di rotazione della ruota folle è inferiore a quella dell'elica principale. Tale concetto, detto anche *Grim wheel* dal nome dell'inventore, è brevettato.

Fondamentalmente, una ruota folle aumenta virtualmente il diametro dell'elica propulsiva. Infatti, poichè la ruota folle riduce la velocità assiale e tangenziale nella scia dell'elica principale, il passo ottimale di quest'ultima può essere accresciuto e la velocità di rotazione diminuita, in maniera simile ad un'elica controrotante. Di conseguenza, aumentano sia il diametro che il rendimento. Ovviamente l'elica principale deve essere progettata in combinazione con l'elica folle. Quest'ultima non è un'appendice che possa essere aggiunta a qualunque elica.

Anche per questo sistema propulsivo sono stati dichiarati elevati miglioramenti dei rendimenti, ma la quantificazione degli stessi non è stata sempre chiara. È certamente sbagliato confrontare il rendimento dell'elica principale con il rendimento della combinazione della stessa elica principale accoppiata con l'elica folle. Il guadagno di rendimento dovuto al diametro maggiore dell'elica è ridotto immediatamente a causa dell'incremento significativo dell'area di pala e, quindi, delle perdite viscosive. L'elica folle può risultare il modo più costoso di aumentare il diametro dell'elica. La riduzione dei giri dell'elica principale, come avviene per le eliche controrotanti, può essere considerato l'effetto principale della presenza di un'elica folle.

Le eliche folli sono soggette a forti fluttuazioni del carico idrodinamico. Le loro pale hanno presentato spesso problemi strutturali, il che ne ha limitato pesantemente le applicazioni. Ma contrariamente alle verifiche iniziali, il comportamento cavitativo di una Grim wheel rispetto all'erosione non costituisce praticamente un problema.

Gli elementi primari del progetto base del sistema sono la scelta del rapporto tra il diametro della ruota folle ed il diametro dell'elica, il numero di giri ed il numero di pale. Linee guida per la scelta di questi parametri sono stati forniti da Grim (1980). L'elica è progettata in maniera consueta utilizzando la teoria dei fattori di induzione, senza tenere conto dell'interazione tra elica e ruota folle. Nel progettare le sezioni della ruota folle sono introdotte le velocità indotte medie prodotte dall'elica propulsiva.

L'elica libera di ruotare è progettata in maniera tale da avere un funzionamento parzializzato (Fig. 6.78). Infatti, funziona da turbina entro il flusso contratto uscente dall'elica propulsiva convenzionale e dalla quale è trascinata, mentre agisce in modo convenzionale (come un'elica) fuori da questa corona circolare recuperando parte dell'energia persa nel propulsore.

I raggi più interni dell'elica folle operano come pale di una turbina trascinata dal flusso dietro l'elica ed estraggono energia da questo flusso sotto forma di spinta e momento torcente negativi. Al di fuori di questo flusso, le sezioni ai raggi esterni agiscono come pale di un'elica che sviluppa un momento torcente uguale a quello delle pale della turbina ed una spinta in avanti maggiore di quella negativa prodotta dalla turbina. Poiché durante il modo operativo a turbina dell'elica, le velocità indotte tangenziali sono dirette in direzione opposta rispetto alle velocità dell'elica operante, la 'vane wheel' consente di ridurre anche le perdite rotazionali. Tutto ciò porta ad un aumento del rendimento di tale sistema propulsivo rispetto all'elica singola. Il rendimento del sistema aumenta al crescere del coefficiente di carico.

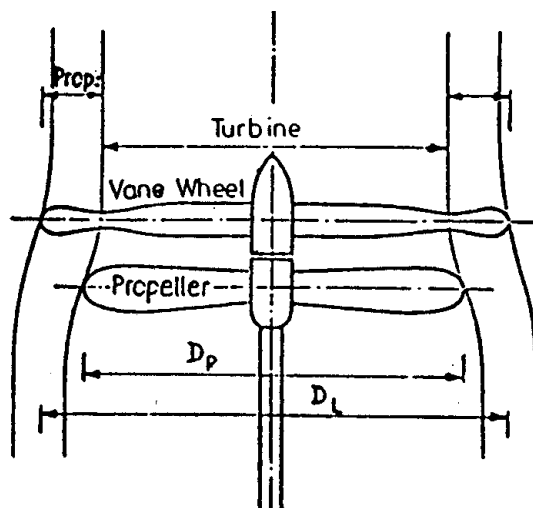


Figura 6.78. Schema del sistema "vane wheel"



Per chiarire il meccanismo della "vane wheel" e della sua interazione con l'elica in Figura 6.79 sono forniti i diagrammi vettoriali delle velocità e delle forze agenti sulle sezioni dei profili dell'elica propulsiva e della 'vane wheel'. Si ipotizzano note le condizioni del flusso sulle pale dell'elica e sull'elica folle nella zona di funzionamento ad elica. La velocità del flusso e la sua direzione d'incidenza sui profili nella zona di funzionamento a turbina sono la combinazione vettoriale delle velocità del flusso all'elica, delle velocità indotte dall'elica (componenti assiale e tangenziale), e della velocità di rotazione della "vane wheel". Viene raggiunto uno stato di equilibrio (condizione operativa normale) quando il momento torcente dell'elica folle, prodotto dalle forze idrodinamiche agenti sulle sue pale, risulta nullo.

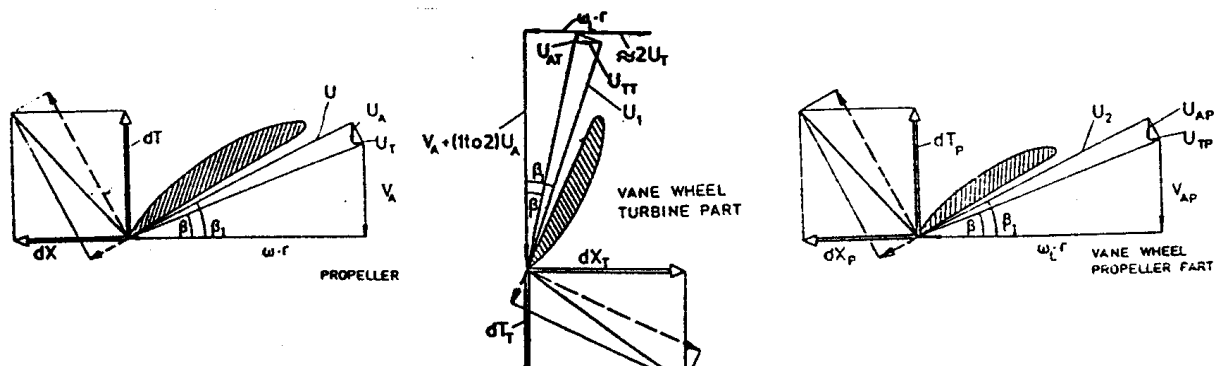


Figura 6.79. Diagrammi di velocità dell'elica e della 'vane wheel'

La somma delle componenti assiali di tutte le forze agenti sulle pale, il che significa fondamentalmente resistenza nella zona-turbina ( $dT_T$ ) e spinta nella zona-elica ( $dT_P$ ), non è altro che la spinta addizionale prodotta dalla "vane wheel".

Il miglioramento in efficienza può essere imputabile a due effetti combinati:

- poiché è moderatamente caricata, la 'vane wheel' può essere posta anche a distanza molto prossima alla superficie di carena senza pericolo che induca vibrazioni, e, tenuto conto che ruota con un minore numero di giri, può lavorare in modo ottimale se viene accoppiata ad un'elica propulsiva convenzionale molto veloce;
- la velocità di rotazione è controllata per via idrodinamica in base al valore del passo della "vane wheel" nella zona-turbina; il valore ottimale di tale velocità dipende dal numero delle pale ed è normalmente compreso tra il 35% ed il 50% della velocità dell'elica propulsiva.

Si è potuto osservare, sia dalle prove sperimentali che da quelle al vero che rispetto ad un'elica convenzionale, a parità di potenza, la spinta totale cresce del 10-15%, che il rendimento cresce fino al 10% (Fig. 6.80), e che esiste un campo di valori del coefficiente di carico sull'elica ai quali il dispositivo della 'Grim wheel' offre il maggiore rendimento. Non è possibile darne un preciso valore limite, in quanto esso varia in base alle diverse tipologie di carena. Allo stato attuale delle conoscenze si pensa che il carico ottimale debba assumere un valore pari a  $C_T = 2.45-3.10$ . Molte navi mercantili di recente costruzione presentano valori di  $C_T$  che rientrano entro questi limiti.

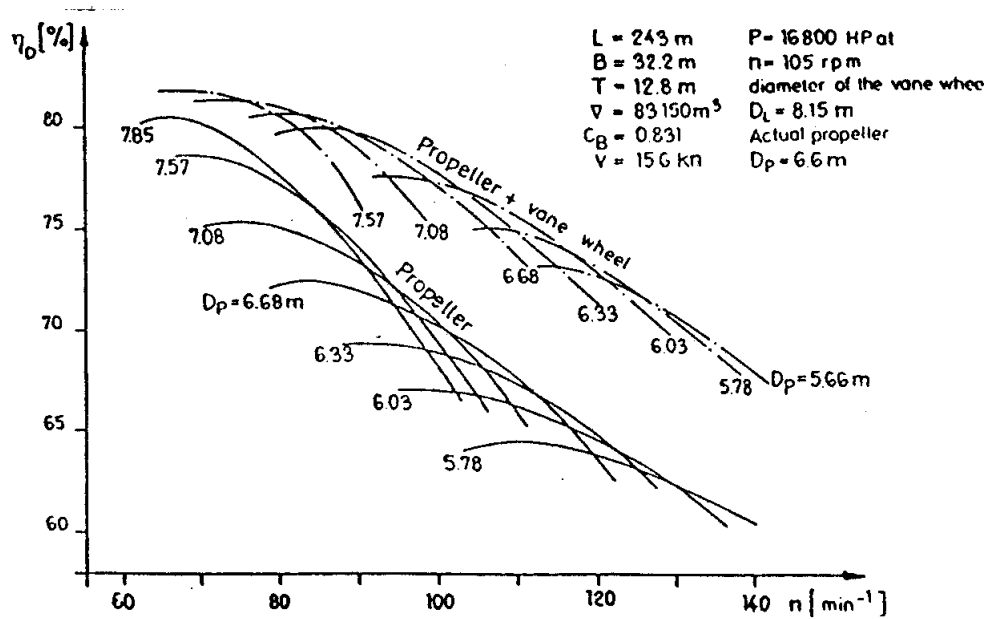


Figura 6.80. Rendimenti quasi-propulsivi di un'elica convenzionale e di un sistema Grim

### Rettificatori di flusso

Nelle navi monoelica il flusso all'elica segue le forme di carena, per cui presenta una direzione convergente orizzontalmente ed una inclinata verticalmente verso l'alto. Allo stesso tempo, l'elica, supposta destrorsa, rinforza la componente verso l'alto del flusso sul lato sinistro, riducendo l'angolo d'incidenza dei filetti fluidi sulle pale dell'elica nel quarto quadrante. Sul lato destro le direzioni del flusso uscente dalla carena e di quello dovuto alla rotazione dell'elica sono opposte tra loro, con conseguente aumento del carico sull'elica. Il flusso asimmetrico risultante è nocivo soprattutto per quanto concerne le vibrazioni indotte.

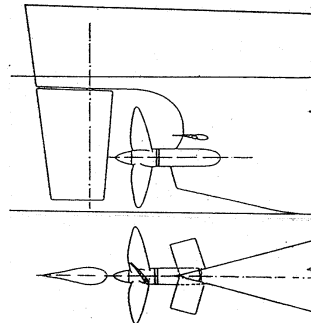


Figura 6.81. Rettificatori di flusso

Un metodo alternativo per cercare un rimedio alle vibrazioni indotte sulla carena è quello di posizionare alette orizzontali davanti all'elica, poco sopra la linea d'assi (Fig. 6.81). Se una superficie profilata viene posta di fronte all'elica, con un angolo d'incidenza verso il basso, nella

zona dei quadranti superiori, dove la scia possiede elevate componenti verticali, viene generata una forza di portanza con la componente assiale diretta verso prora.

Nello stesso tempo, tale superficie impartisce al flusso un impulso discendente sul suo bordo di uscita, determinando un'altra forza la cui componente in direzione assiale contribuisce alla spinta. Pertanto, le alette orizzontali canalizzano nel modo voluto il flusso verso l'elica ed omogeneizzano in una certa misura le sue velocità nei quadranti superiori, dove l'effetto risulta maggiormente utile. A causa della presenza dell'asimmetria del flusso, gli angoli d'incidenza, relativi al flusso proveniente dai due lati opposti della carena, possono variare notevolmente. Perciò, allo scopo di ottenere risultati apprezzabili, le alette non devono possedere la medesima inclinazione rispetto al piano diametrale.

Gli effetti dell'applicazione di questo dispositivo possono essere così compendati:

- generazione, al di sopra delle alette rettificatrici, di una forza la cui componente verso prora genera una forza di spinta addizionale; la loro resistenza viscosa è così piccola da potere essere trascurata;
- miglioramento del rendimento dell'elica, conseguente alla diminuzione delle componenti rotazionali della scia;
- maggiore uniformità del flusso e, quindi, riduzione delle vibrazioni indotte sullo scafo dall'elica cavitante.

### **Grothues spoilers**

La visualizzazione multifilare di Gadd dimostrò, soprattutto su navi monoeliche con forme poppiere ad 'U', sia l'esistenza di una pendenza del flusso trasversale, sia il suo cambio di direzione attraverso lo strato limite, che rafforzano i vortici del ginocchio ed influiscono sul rendimento dell'elica. Questo tipo di flusso appare soprattutto su carene con bulbo poppiere, elevato rapporto  $B/T$ , elevato  $C_B$  e bassa velocità. In base a considerazioni teoriche ed analisi sperimentali Gadd dimostrò che:

- l'energia rotazionale nella scia dell'elica non viene dissipata in maniera significativa a distanze dietro l'elica tra  $0.125D$  e  $2D$ ; l'intensità della componente di velocità rotazionale rimane pressoché costante, ed è indipendente dalla distanza a valle dell'elica;
- la presenza di rettificatori di flusso posizionati nella scia serve a diminuire l'energia e la componente di velocità rotazionale;
- l'aumento del numero di rettificatori va in questa direzione, ma allo stesso tempo tende ad aumentare la dissipazione di energia, indicando l'esistenza di un numero ottimale finito di rettificatori che dipende dalla loro configurazione, ed in particolare dalla lunghezza di corda.

Tutto ciò indusse a pensare che fosse possibile ottenere un notevole miglioramento della qualità del flusso con un affinamento delle alette orizzontali. Presero corpo, quindi, i *Grothues spoilers*, sviluppati da Grothues-Spork (1988) presso la Vasca di Berlino. Per ovviare alla presenza della

vorticità del ginocchio, possono essere applicati sulla superficie poppiera della carena, davanti all'elica e poco al di sopra del suo asse, rettificatori curvilinei con sezione a profilo alare, aventi il bordo d'uscita orizzontale ed il bordo d'entrata inclinato secondo la direzione del flusso nello strato limite locale. I "Grothues spoilers" raddrizzano, dirigendolo orizzontalmente verso il disco-elica, il flusso trasversale entro lo strato limite davanti all'elica, creando una spinta aggiuntiva e migliorando il rendimento dell'elica (Fig. 6.82).

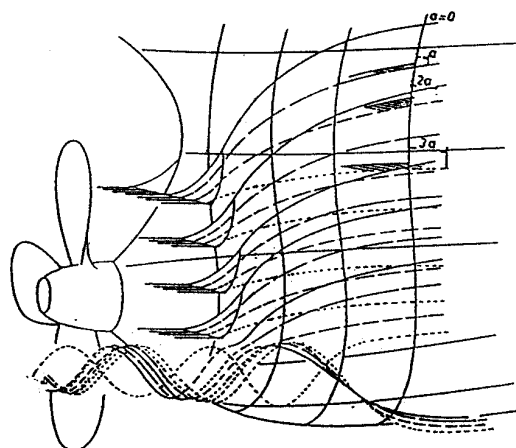


Figura 6.82. Andamento del flusso poppiero in presenza dei Grothues spoilers

Gli effetti favorevoli generati da questo sistema, e verificati sperimentalmente, possono essere riassunti nei punti seguenti:

- in seguito alla deviazione del flusso trasversale viene recuperata una parte della notevole energia rotazionale posseduta dalla vorticità del ginocchio, che altrimenti andrebbe persa dopo la separazione;
- a causa della deflessione del flusso sui profili curvilinei, in modo simile a quanto accade su una turbina, nascono forze di reazione che presentano una componente in avanti;
- il rendimento dell'elica aumenta, grazie sia alla rettifica orizzontale del flusso discendente, sia alla accelerazione delle componenti assiali della velocità del flusso; questi effetti combinati riducono le fluttuazioni degli angoli d'incidenza sulle pale, e, quindi, della spinta e del momento torcente, grazie alla seppur debole omogeneizzazione della distribuzione di scia;
- la resistenza viene ridotta mediamente dall'1% al 3%.

I risparmi di potenza dichiarati in base a dati sperimentali sono:

- fino al 6% per tankers e bulk carriers a pieno carico;
- fino al 9% per tankers e bulk carriers in zavorra;
- fino al 6% per carene con coefficiente di blocco medio e  $B/T < 2.8$ ;
- fino al 3% per carene fini con bassi valori del rapporto  $B/T$ .

### Mantelli equalizzatori della scia

Il *semimantello integrato*, o equalizzatore di scia, fu brevettato da Schneekluth (1986) e sviluppato ulteriormente presso la Vasca di Duisburg. Dal loro apparire nel 1984, i mantelli equalizzatori di scia sono stati applicati su un centinaio di navi oceaniche, con valori massimi del diametro dell'elica intorno ai sette metri. La diffusione di questo dispositivo è stata molto rapida, non solamente per il risparmio di potenza ottenibile, ma anche per l'estrema semplicità del suo funzionamento.

Il dispositivo consiste di due mantelli semianulari con sezioni alari, sistemati su ambedue i lati della poppa davanti all'area superiore del disco-elica (Fig. 6.83). Hanno diametro appena inferiore al raggio dell'elica e corde più piccole del loro diametro. Talvolta, è installato asimmetricamente solamente un mantello da un lato dell'elica.

Se si ottimizza l'angolo del mantello parziale rispetto alla poppa in funzione delle condizioni di carico, ossia accelerando il flusso nella parte superiore del disco e rallentandolo nella parte inferiore, la scia di carena risulterà più omogenea con l'essenziale conseguenza di aumentare il rendimento dell'elica isolata. Sono stati dichiarati risparmi di potenza dal 5% al 10%, nonostante il fatto che questa appendice crei una resistenza viscosa addizionale. D'altra parte, questo mantello parziale può creare una spinta aggiuntiva e ridurre l'eventuale separazione.

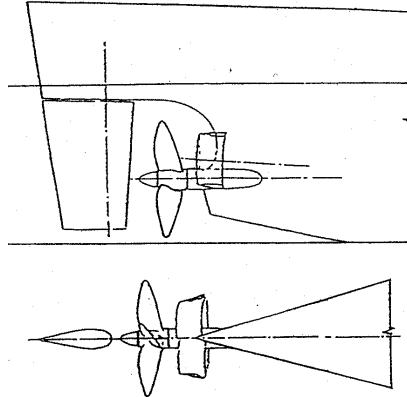


Figura 6.83. Rappresentazione geometrica dei mantelli equalizzatori

La sistemazione asimmetrica dei due mantelli imprime una prerotazione al fluido che affluisce al disco-elica, opposta alla direzione di rotazione del propulsore, riducendo così la perdita di energia cinetica del fluido uscente dal propulsore.

I semimantelli possono essere integrati sulla parte superiore della superficie di carena lungo il dritto di poppa (Fig. 6.84a), o possono essere estesi lungo l'apertura della volta di poppa (Fig. 6.84b), nel qual caso le sezioni trasversali avranno andamenti suborizzontali. Per carene asimmetriche e per scafi convenzionali relativamente veloci, l'utilizzo di un semimantello equalizzatore su un solo lato della carena può essere più efficiente del loro utilizzo su ambedue i lati.

Il funzionamento si basa sul principio che il fluido, creando una circolazione attorno alla sezione alare, accelera il flusso entro l'area racchiusa dall'equalizzatore e lo ritarda verso l'esterno. Di

conseguenza il flusso rimane aderente alla carena, riducendo la possibilità che si manifestino indesiderati fenomeni di separazione nelle zone terminali della superficie di carena. Il vantaggio principale del mantello consiste nel risparmio energetico, valutabile tra 5% e 10%, il quale cresce all'aumentare della velocità nave, nonostante questa appendice crei una resistenza viscosa addizionale.

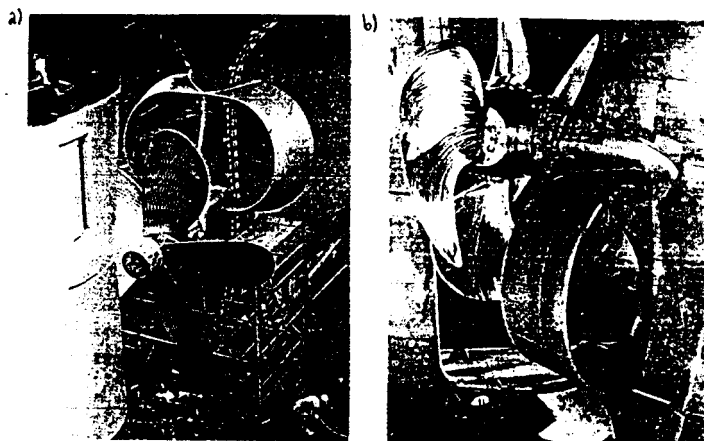


Figura 6.84. Semimantelli integrati

Altri effetti concomitanti sono:

- miglioramento del rendimento dell'elica, dovuto alla accresciuta assialità del flusso ed alla più omogenea distribuzione di velocità nel disco-elica in quanto il mantello è installato nella parte superiore del disco-elica dove il flusso accelera (picco di scia), mentre nella parte inferiore il flusso risulta essere decelerato;
- riduzione della separazione del flusso su tutta la zona poppiera di carena, con conseguente diminuzione del fattore di deduzione di spinta e, quindi, con aumento del rendimento di carena, dal momento che la frazione media di scia rimane invariata;
- riduzione contemporanea della resistenza viscosa, purché il mantello sia posizionato laddove si prevede la massima separazione, ossia nelle zone con grandi angoli di uscita delle linee d'acqua;
- leggera diminuzione del rendimento rotativo relativo;
- generazione di una notevole forza di portanza, con una componente diretta in avanti, in maniera simile a quanto accade con i mantelli tipo Kort, e che è superiore alla resistenza aggiunta dovuta al mantello; questo effetto dipende dalle dimensioni e dal posizionamento del mantello rispetto all'elica; poiché vicino all'elica le velocità del flusso sono maggiori, cresce anche la spinta;
- riduzione delle vibrazioni dovute all'eccitazione dell'elica, a causa della maggiore uniformità di scia, con conseguente diminuzione del carico sull'apice dell'elica nei quadranti superiori; ciò consente di aumentare leggermente il diametro dell'elica;
- miglioramento delle qualità evolutive della nave, dovuto ad un flusso più regolare sul timone ed all'incremento dell'area del piano di deriva;

- possibilità di utilizzare questo dispositivo integrandolo con le protezioni relative alla navigazione sul ghiaccio.

Il massimo vantaggio è ottenuto nelle condizioni di pieno carico, per le quali si può ottenere un aumento medio del rendimento propulsivo pari all'8%, mentre in zavorra il risparmio energetico è molto inferiore soprattutto a causa del non conveniente assetto poppiero. Contrariamente a quanto accade per le eliche intubate, i mantelli equalizzatori non comportano particolari problemi per quanto riguarda il problema della cavitazione: il mantello è meno esposto al pericolo di cavitazione del timone stesso, a causa del basso valore della velocità di scia ed alla sua particolare disposizione. I parametri importanti per il progetto ed il migliore posizionamento del mantello sono il diametro interno, il profilo e la lunghezza della sezione, l'angolo di uscita della sezione, nonché la posizione angolare dell'asse del mantello rispetto ai piani longitudinale e trasversale dello scafo.

L'estrapolazione delle previsioni di potenza di grandi navi monoelica con mantelli equalizzatori sono un esempio tipico della difficoltà di scalare dati da prove su modelli di appendici relativamente corte. La ragione è che queste appendici sono normalmente installate su navi molto grandi, il che implica una velocità modello molto bassa per rispettare il criterio di similitudine di Froude. Gli effetti viscosi possono agire in maniera contraddittoria:

- la separazione che si sviluppa sul modello può non presentarsi al vero, o può essere presente su una zona più ridotta; ne consegue che un mantello equalizzatore efficiente nel ridurre questa separazione sul modello può essere meno efficiente al vero;
- lo strato limite è relativamente molto più piccolo al vero che sul modello, per cui le dimensioni e l'inclinazione del mantello ottimizzato in scala modello possono essere non ottimali al vero;
- l'attrito del mantello parziale è eccessivo in scala modello a causa del valore molto basso del numero di Reynolds su appendici così piccole ( $Rn \simeq 5 \cdot 10^4$ ).

Per concludere, i mantelli equalizzatori possono produrre risparmi energetici al vero, ma probabilmente ciò non è verificabile sperimentalmente utilizzando le procedure tradizionali. Le stesse prove effettuate a numeri di Reynolds più elevati in una grande galleria di cavitazione (Friesch e Johannsen, 1994) hanno dimostrato un comportamento erratico del risparmio energetico al variare della velocità modello.

Più in generale, è difficile prevedere affidabilmente le prestazioni al vero di questo dispositivo per il risparmio energetico da prove su modelli in eguaglianza del numero di Froude in vasche di rimorchio; addirittura prove a velocità più elevate in gallerie di cavitazione possono produrre tendenze incerte. Per potere scalare correttamente le misure sperimentali occorrono ulteriori correlazioni affidabili tra le prove effettuate in grandi gallerie di cavitazione a velocità più elevate, le prove in vasche di rimorchio condotte a certe velocità equivalenti all'estremo inferiore dell'intervallo di velocità in galleria di cavitazione, ed i risultati di prove al vero.

Diversamente dalle eliche intubate, che sono difficilmente utilizzate nelle navi oceaniche a causa anche di problemi di luci agli apici e di cavitazione, i mantelli equalizzatori di scia non pongono

tali problemi. Il flusso più uniforme all'elica riduce i rischi di cavitazione dell'elica. Il mantello stesso è meno esposto dei timoni a questo problema grazie alla velocità del flusso notevolmente inferiore della scia nella sua posizione, che spesso è minore della metà della velocità nave.

I mantelli equalizzatori sono utili per navi di velocità moderate con  $C_B > 0.6$ ; le navi veloci, che tendono ad avere problemi cavitativi, sono meno adatte al loro utilizzo.





## Capitolo 7

# Robustezza delle eliche

L'elica è una componente vitale per ch  una nave operi in sicurezza. In quanto a criticit  rispetto all'affidabilit  operativa, l'importanza dell'integrit  dell'elica con il connesso sistema propulsivo   seconda solamente a quella della carena. L'elica costituisce il legame tra il motore e la carena, per cui una sua rottura produce effetti a catena che, in ultima analisi, mettono a rischio la sicurezza della nave e delle persone a bordo.   perci  importante garantire che l'elica abbia una robustezza adeguata per sopportare le forze alle quali   sottoposta. D'altra parte, fornire progettualmente un'eccessiva robustezza produrrebbe eliche pi  pesanti e con pale pi  spesse del necessario, il che comporterebbe una riduzione del suo rendimento.   definitivamente assodato che il progetto idrodinamico ed i problemi strutturali sono interdipendenti.

L'elica navale non solo deve avere una geometria tale da massimizzarne il rendimento e minimizzarne il rischio di cavitazione, ma deve essere anche sufficientemente robusta da resistere all'azione delle forze in gioco, sia di natura idrodinamica che di natura meccanica. I requisiti di robustezza delle eliche impongono non solo che le pale siano sufficientemente robuste da sopportare lunghi periodi di servizio senza patire rotture e distorsioni permanenti, ma anche che l'inflessione elastica, prodotta dal carico, non ne alteri la forma geometrica in misura tale da modificare la distribuzione di carico progettuale e, quindi, l'efficienza idrodinamica. Allo stesso tempo, l'elica non deve essere eccessivamente robusta, in quanto spessori eccessivi di pala, oltre ad una maggiorazione del peso ed a costi pi  elevati, comportano in genere una perdita di rendimento ed un aumento del rischio di cavitazione.

Insieme allo sviluppo delle teorie idrodinamiche dell'elica navale,   emerso perci  il bisogno di accrescere l'affidabilit  dei calcoli di robustezza delle pale dell'elica, in quanto rendimenti ottimali ed adeguate propriet  cavitative possono essere ottenute solamente se le sezioni di pala, ad ogni raggio, sono le pi  sottili possibile. Lo sviluppo della teoria della robustezza di pala   progredita, quindi, parallelamente allo sviluppo della teoria idrodinamica.

Il calcolo teorico della robustezza dell'elica presenta enormi difficolt , dovute alla presenza di un carico idrodinamico composito ed alla complessa geometria della pala dell'elica. La pala di un'elica   soggetta all'azione di forze e momenti prodotti dalla sua interazione con il fluido circostante (*forze idrodinamiche*), dalle forze centrifughe (*forze inerziali*), dalle forze derivanti

dal collegamento tra pale e mozzo, nonché, per alcuni tipi di nave, dalle forze d'interazione con il ghiaccio. Per lungo tempo, il problema della robustezza di pala, intrinsecamente dinamico, fu risolto adottando un certo numero di ipotesi semplificative, che portarono ben presto a regole pratiche, di natura statica, da parte degli organismi di controllo.

In parallelo, progredirono i metodi teorici. L'approccio basato sulla *teoria della trave incastrata* è il metodo più consolidato ed il fondamento di tutti gli approcci pratici per il calcolo delle tensioni agenti sulle pale di un'elica. Tale metodo fu proposto originariamente da Taylor (1933), che considerò la pala di un'elica come una trave incastrata nel mozzo. Ha vissuto sviluppi continui (Rösingh, 1937; Romson, 1952; Burrill, 1959; Schönherr, 1963), fino a tempi recenti (Carlton, 1984). Ha il limite di fornire solamente un criterio medio di robustezza, nel senso che non è più in grado di produrre informazioni sulla distribuzione delle tensioni effettive sulla superficie di pala. D'altra parte, la tendenza progettuale verso eliche che avevano pale con rapporto di allungamento tendente all'unità, in combinazione con l'aumento delle potenze assorbite, portò all'introduzione di metodi di analisi strutturale più sofisticati e realistici. Ma la *teoria delle pareti sottili*, introdotta da Conolly (1961) e ripresa da Cohen (1971) per il calcolo delle tensioni su pareti elicoidali, non ebbe nel campo delle eliche navali uno sviluppo tale da registrare vasti riscontri applicativi (Atkinson, 1973). Viceversa, le successive *tecniche agli elementi finiti* hanno trovato vasta diffusione nel progetto e nell'analisi di eliche fortemente caricate e/o di eliche con 'skew' elevato.

Le forze che agiscono sulla pala di un'elica nascono dalla spinta e dal momento torcente dell'elica, nonché dalla forza centrifuga causata dalla rotazione dell'elica intorno al suo asse. A causa della forma spesso complessa della pala dell'elica, è estremamente difficile calcolare con la dovuta accuratezza le tensioni risultanti da queste forze. Inoltre, mentre si può essere in grado di stimare con ragionevole accuratezza la spinta ed il momento torcente di un'elica per una nave in marcia avanti a velocità costante in acqua calma, è difficile determinare il carico su un'elica quando la nave è soggetta a violenti moti in mare mosso e l'elica emerge frequentemente. È anche difficile stimare gli effetti della manovra di una nave, particolarmente per manovre estreme quale il 'crash stop'. I progettisti devono tenere conto anche del fatto che anche in acqua calma le forze agenti sulle pale di un'elica non sono costanti ma variabili ad ogni giro a causa della disomogeneità della scia nella quale opera l'elica. Infine, deve sopportare anche gli effetti delle tensioni che possono essere state inglobate durante la sua costruzione, delle tensioni dovute alla vibrazione di pala e deve soffrire di corrosione ed erosione durante il servizio.

In questo capitolo viene illustrata una sintesi del metodo della trave incastrata e dei suoi sviluppi pratici, evidenziando i fattori primari che determinano l'entità delle tensioni in una sezione di pala. Viene descritto un approccio che consente di standardizzare il carico idrodinamico, e vengono fornite, inoltre, indicazioni per la scelta delle tensioni massime ammissibili. Viene enfatizzata l'importanza dei fenomeni ciclici sulla robustezza a fatica delle pale di un'elica. È trattato il tema delle problematiche progettuali connesse a diverse tipologie di eliche. Si accenna anche alle tecniche numeriche, basate in genere su modelli agli elementi finiti, indispensabili per la verifica a robustezza di eliche pesantemente caricate. Viene considerata l'interazione tra

pale e mozzo per la progettazione dei raccordi alla radice. Infine, viene fornita la sintesi delle norme, relative alla robustezza, emanate da alcuni Registri di Classifica, considerando anche il sovraccarico dovuto al ghiaccio.

## 7.1 Metodo di Taylor

È del tutto evidente che la determinazione accurata della robustezza dell'elica navale è un problema estremamente complesso. Fin quando è possibile, ma assolutamente nelle fasi iniziali del progetto quando si utilizzano le eliche di serie, di solito si adottano procedure semplici basate su un certo numero di ipotesi semplificative che consentono certe semplificazioni, ma che garantiscono che le tensioni nominali determinate da queste procedure abbiano valori che l'esperienza ha mostrato essere soddisfacenti. Tra le procedure sviluppate storicamente, quella basata sul metodo di Taylor (1933) della trave incastrata è ancora oggi ampiamente utilizzata.

L'utilizzo della semplice *teoria della trave incastrata* per il calcolo delle tensioni sulla pala di un'elica consente di determinare rapidamente lo spessore di pala. Il metodo modella le pale come travi incastrate nel mozzo, sottoposte all'azione di un momento flettente dovuto alle forze idrodinamiche, nonché all'azione di una forza di trazione e di un momento flettente prodotti dalle forze inerziali. Seguendo la modellazione di Taylor (1933), le tensioni sono valutate in base alla *teoria della flessione semplice*, secondo la quale le forze agenti su una pala sono ipotizzate applicate su sezioni cilindriche, che hanno facce piane e dorsi incurvati, con gli assi neutri della sezione cilindrica scelti parallelamente e perpendicolarmente alla linea della corda della sezione espansa.

In aggiunta a queste ipotesi, le maggiori assunzioni nel metodo di Taylor sono:

- la distribuzione di spinta lungo il raggio di pala è lineare;
- lo spessore massimo di pala varia linearmente con il raggio;
- la sezione alla radice di pala si trova a  $0.2R$ ;
- il rendimento dell'elica è funzione lineare dello scivolamento apparente nella normale condizione operativa.

L'esperienza storica ha dimostrato che il metodo di Taylor fornisce risultati soddisfacenti per profili di pala simmetrici e quasi-simmetrici e per valori moderati del rapporto di area espansa. Per eliche con elevati valori di  $A_E/A_0$  il metodo fornisce valori delle tensioni che sono dal 10 al 15 percento inferiori a quelli ottenuti con metodi agli elementi finiti.

Volendo aggiornare il metodo di Taylor, lo si può estendere all'ipotesi che la distribuzione radiale dei carichi, dovuti alla forza di spinta ed alla forza tangenziale che produce il momento torcente, sia rappresentabile, come mostrato in Figura 7.1, mediante i *carichi idrodinamici* equivalenti  $F_T$  ed  $F_Q$  applicati sui centri d'azione delle rispettive distribuzioni.

Si impone che le tensioni, determinate generalmente sul punto di massimo spessore di un congruo numero di sezioni di pala, siano dovute interamente alla somma dei carichi idrodinamici

e meccanici, facendole così dipendere sostanzialmente dalla geometria di pala dell'elica. Quando è noto il carico totale, è relativamente semplice determinare i momenti e le forze agenti su una sezione di pala. Sulla base della teoria elementare della trave incastrata e della definizione del modulo della sezione, la tensione massima su una sezione di pala è data da

$$\sigma = \frac{M_B}{W} + \frac{F_C}{A} \quad (7.1)$$

dove  $M_B$  è il momento flettente totale dovuto ai carichi idrodinamici e meccanici,  $W$  è il modulo di resistenza della sezione, mentre  $F_C$  è la forza centrifuga uniformemente distribuita sull'area  $A$  della sezione cilindrica.

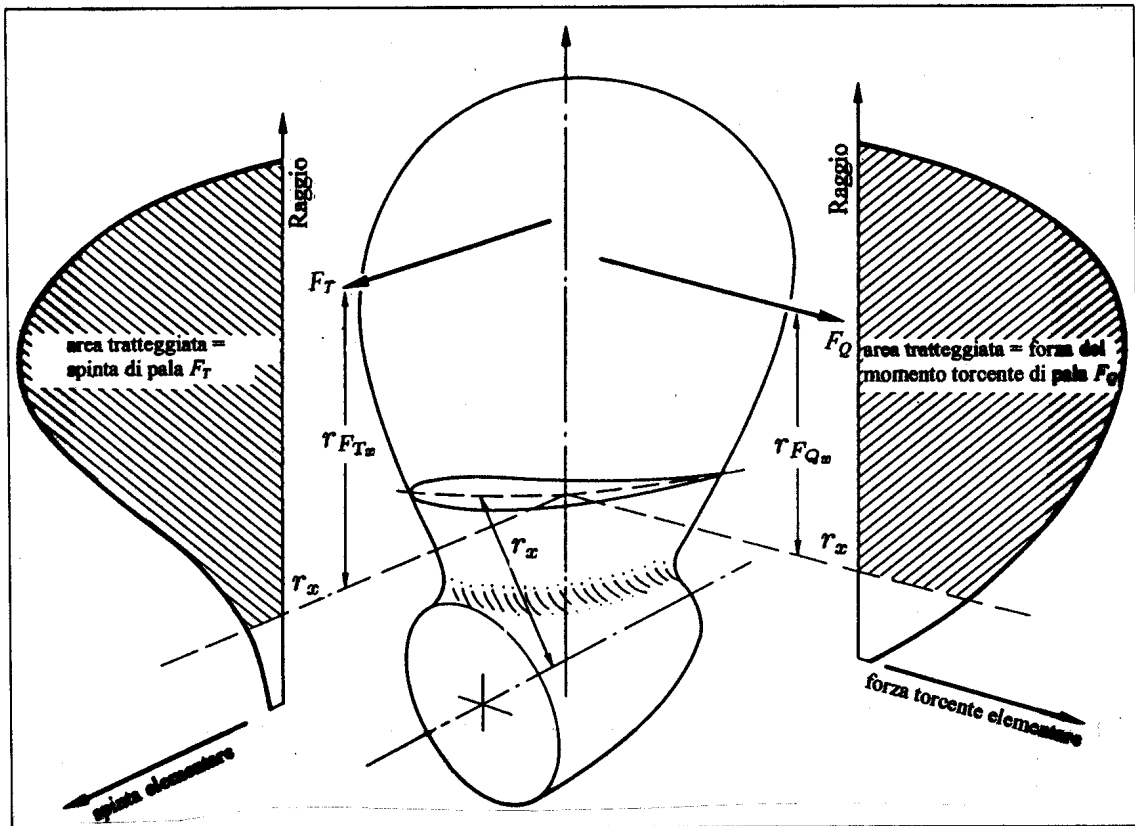


Figura 7.1. Distribuzione dei carichi idrodinamici sulla trave incastrata

Nella teoria della trave incastrata, per determinare le equazioni che forniscono le tensioni di pala su un'elica senza 'rake', occorre imporre le seguenti ipotesi semplificative:

- la sezione nella quale la pala si romperebbe se sovraccaricata, che è approssimata mediante una sezione piana, ha le stesse proprietà geometriche della corrispondente sezione cilindrica con distanza radiale costante dall'asse di rotazione;
- i centri delle aree di tutte le sezioni cilindriche di pala, che corrispondono ai relativi baricentri, si trovano su una retta che interseca l'asse di rotazione ed è normale a questo asse;

- gli assi principali d'inerzia della sezione cilindrica di pala coincidono con due assi perpendicolari, ambedue nel piano della sezione espansa, intersecantesi nel centroide della sezione, e dei quali uno è parallelo alla corda.

Più in dettaglio, il metodo della trave incastrata prevede il calcolo della tensione sul punto di massimo spessore di una sezione di riferimento, sulla base della stima di ognuna delle componenti dell'equazione

$$\sigma = \sigma_{F_T} + \sigma_{F_Q} + \sigma_{CBM} + \sigma_{F_C} + \sigma_1 \quad (7.2)$$

dove

- $\sigma_{F_T}$  : tensione dovuta all'azione della spinta,
- $\sigma_{F_Q}$  : tensione dovuta all'azione della forza trasversale che genera il momento torcente,
- $\sigma_{CBM}$  : tensione dovuta al momento flettente centrifugo,
- $\sigma_{F_C}$  : tensione dovuta alla forza centrifuga,
- $\sigma_1$  : tensione dovuta alle componenti delle forze esterne al piano d'inerzia minima.

La somma di queste componenti viene confrontata con la tensione ammissibile, che è funzione del tipo di nave, del materiale e del peso dell'elica, modificando lo spessore massimo alla radice finché concordano i valori delle tensioni richieste e di quelle calcolate.

Mettendo in relazione le equazioni (7.1) e (7.2), il termine  $M_B/W$  comprende i primi tre termini dell'equazione (7.2), il termine  $F_C/A$  è il quarto termine dell'equazione (7.2), mentre l'ultimo termine  $\sigma_1$  è considerato trascurabile nella maggior parte dei casi: il carico totale di pala dell'elica è praticamente la somma delle *forze idrodinamiche* e della *forza centrifuga*.

L'accuratezza dei risultati del calcolo di robustezza di pala con il metodo della trave incastrata, per eliche dalla geometria regolare, è stata comprovata sulla base di misure al vero delle tensioni di pala. Da queste verifiche è risultato che l'accuratezza dipende strettamente dal modo di definizione del modulo di resistenza della sezione. Gli affinamenti derivanti da numerose applicazioni hanno indicato che l'asse neutro va assunto parallelo alla linea del passo, il che comporta una condizione di *tensione massima di trazione sulla faccia* e di *tensione massima di compressione sul dorso*. Quest'ultima tensione supera numericamente il valore sulla faccia di una quantità approssimativamente pari al rapporto tra il valore del modulo di resistenza sul dorso e quello sulla faccia. La scelta del tipo di distribuzione di spessore dalla radice all'apice di pala viene stabilita in base al profilo operativo della nave ed ai requisiti dei Registri di Classifica.

Viceversa, il metodo della trave incastrata risulta inadeguato quando si voglia determinare la distribuzione ottimale dello spessore di pala di un'elica con 'skew' elevato e/o con 'rake' notevole. In questo caso, il progettista di eliche deve produrre la distribuzione dello spessore di pala in un numero maggiore di sezioni, in maniera tale da derivare una distribuzione radiale degli sforzi che sia quanto più regolare possibile.

Il metodo della trave incastrata fornisce, comunque, un mezzo semplice e rapido per determinare lo sforzo di trazione e di compressione massima su ogni sezione di pala, con l'obiettivo di ridurre

gli spessori e, quindi, il peso ed il momento d'inerzia polare, massimizzando nel contempo il rendimento e garantendo comportamenti cavitativi accettabili. Inoltre, tale metodo consente di controllare la formazione di eccessivi sforzi locali, riducendo il conseguente rischio di frattura della pala.

### 7.1.1 Carico idrodinamico

Il *carico idrodinamico* su una pala è prodotto dall'interazione tra pala e flusso incidente che, ai diversi raggi, si presenta con differenti velocità e differenti angoli d'incidenza. Le componenti idrodinamiche del carico di pala sono determinate principalmente dalle caratteristiche del campo di scia nel quale l'elica si trova ad operare. Queste caratteristiche sono peculiari ad ogni carena e dipendono non solamente dalla velocità nave e dalla geometria di carena, ma anche da variabili operative stazionarie quali l'immersione, l'assetto e la profondità del fondale. Le condizioni operative non-stazionarie, caratterizzate da severe condizioni meteo-marine e dallo stato di pulizia della carena e dell'elica, influenzano ovviamente il carico di pala. Tuttavia, queste condizioni non sono ancora tenute in conto in maniera rigorosa, come sarebbe auspicabile e necessario.

#### Forze e momenti in una sezione

Se si considera una porzione di pala tra un generico raggio  $r_x$  ed il raggio  $R$  all'apice, la forza assiale e la forza trasversale totali, agenti su questa zona, possono essere formulate come la risultante delle forze elementari  $dF_{T_x}$  e  $dF_{Q_x}$ , traducibili in base alle relazioni (3.41) e (3.42), nelle espressioni

$$\left. \begin{aligned} F_{T_x} &= \int_{r_x}^R dF_{T_x} = \frac{1}{2} \rho \int_{r_x}^R C_L \cdot c \cdot V^2 \cdot \cos \beta_i (1 - \varepsilon \tan \beta_i) dr \\ F_{Q_x} &= \int_{r_x}^R dF_{Q_x} = \frac{1}{2} \rho \int_{r_x}^R C_L \cdot c \cdot V^2 \cdot \sin \beta_i \left( 1 + \frac{\varepsilon}{\tan \beta_i} \right) dr \end{aligned} \right\} \quad (7.3)$$

dove  $C_L$  ed  $\varepsilon$  sono rispettivamente il coefficiente di portanza ed il rapporto resistenza-portanza del profilo, dipendenti dall'angolo d'incidenza del flusso sull'elemento di pala, mentre l'angolo di passo idrodinamico  $\beta_i$  è definito in base alla distribuzione della circolazione lungo il raggio di pala.

Se si esamina ancora la stessa porzione di pala, i centri dei punti d'applicazione delle forze definite dalle equazioni (7.3) si trovano rispettivamente a distanza  $r_{F_{T_x}}$  e  $r_{F_{Q_x}}$  dal centro dell'asse dell'elica (Fig. 7.1). Tali raggi sono ottenibili applicando l'equazione del momento statico rispetto ad un piano orizzontale passante per l'asse dell'elica; ossia

$$r_{F_{T_x}} = \frac{\int_{r_x}^R F_{T_x} \cdot r dr}{\int_{r_x}^R F_{T_x} dr} \quad ; \quad r_{F_{Q_x}} = \frac{\int_{r_x}^R F_{Q_x} \cdot r dr}{\int_{r_x}^R F_{Q_x} dr}$$

Ancora con riferimento ad una sezione di pala espansa, posta a distanza  $r_x$  dall'asse dell'elica, la composizione delle forze elementari genera non solo la spinta e la forza che producono il momento torcente risultanti, ma anche forze di taglio e forze torsionali, in quanto le rette d'azione delle forze elementari non giacciono tutte sullo stesso piano. Tuttavia, nel caso dei normali profili di pala, le tensioni corrispondenti sono trascurabili, per cui le forze di taglio ed il momento torcente non vengono presi in considerazione.

Vengono considerati, quindi, solamente i momenti flettenti, ossia il momento flettente  $M_{BF_{T_x}}$  dovuto alla spinta  $F_{T_x}$  ed il momento flettente  $M_{BF_{Q_x}}$  dovuto al momento torcente  $F_{Q_x}$ . Si noti che la spinta  $F_{T_x}$  ed il momento flettente  $M_{BF_{T_x}}$  agiscono in un oiano parallelo all'asse dell'elica, mentre il momento torcente ed il momento flettente dovuto al momento torcente agiscono in un piano perpendicolare all'asse dell'elica.

In base alla teoria di Rankine, secondo la quale le forze su una pala variano radialmente in funzione della distanza dall'asse dell'elica, i *momenti flettenti* relative alla sezione al raggio  $r_x$  sono dati da

$$M_{BF_{T_x}} = F_{T_x} \cdot (r_{F_{T_x}} - r_x) \quad ; \quad M_{BF_{Q_x}} = F_{Q_x} \cdot (r_{F_{Q_x}} - r_x)$$

In base a quanto esposto, risulta evidente che i momenti flettenti  $M_{BF_{T_x}}$  e  $M_{BF_{Q_x}}$  possono essere calcolati in ogni sezione  $r_x$ , non appena siano note le distribuzioni della spinta e del momento torcente, determinabili, mediante la teoria vorticale, a partire dalla distribuzione della circolazione intorno alla pala.

### Standardizzazione del carico idrodinamico

Qualora non sia possibile disporre delle distribuzioni della forza assiale e della forza trasversale agenti sulla pala, si può ricorrere ad una formulazione approssimata, che sia fondata su una preventiva *standardizzazione del carico idrodinamico*. In questa ipotesi, i momenti flettenti di pala  $M_{BF_T}$  e  $M_{BF_Q}$  ad ogni raggio possono essere formulati rispettivamente come

$$\left. \begin{aligned} M_{BF_T} &= f_{F_T} \cdot F_T \cdot Z \\ M_{BF_Q} &= f_{F_Q} \cdot F_Q \cdot Z \end{aligned} \right\} \quad (7.4)$$

dove i coefficienti  $f_{F_T}$  e  $f_{F_Q}$  sono funzioni dei raggi  $r_x$  di discretizzazione della pala, mentre  $F_T$  e  $F_Q$  rappresentano le forze totali agenti su ogni pala.

Il calcolo della robustezza di pala risulterebbe enormemente semplificato se i coefficienti  $f_{F_T}$  e  $f_{F_Q}$  fossero conosciuti preventivamente in base ai risultati dei progetti di eliche similari. Un'analisi estensiva su parecchie eliche ha dimostrato che è possibile una loro standardizzazione, basata su eliche convenzionali raggruppabili in tre categorie:

1. eliche a passo fisso, operanti in un campo di velocità pressoché omogeneo (navi bielica);
2. eliche a passo radialmente costante, operanti in un campo di velocità disomogeneo (navi monoelica);
3. eliche a passo variabile, operanti in un campo di velocità disomogeneo.



Sulla base di una distribuzione radiale standard di scia assiale, utilizzata per descrivere un campo di scia disomogeneo, è stato verificato che la distribuzione della forza assiale e della forza trasversale, all'interno di ognuna delle tre categorie, presenta piccole variazioni per differenti progetti di eliche. È stato così possibile determinare, per ognuno dei tre gruppi, i coefficienti  $f_{F_T}$  e  $f_{F_Q}$  come media tra un certo numero di valori calcolati. I risultati sono riportati in Tabella 7.1.

Posizioni radiali $r/R$	Campo di scia omogeneo Passo costante		Campo di scia variabile Passo costante		Campo di scia variabile Passo variabile	
	$f_{F_T}$	$f_{F_Q}$	$f_{F_T}$	$f_{F_Q}$	$f_{F_T}$	$f_{F_Q}$
0.2	0.4810	0.4230	0.4440	0.3780	0.4640	0.4060
0.3	0.3840	0.3260	0.3480	0.2830	0.3640	0.3090
0.4	0.2910	0.2380	0.2570	0.2020	0.2730	0.2230
0.5	0.2050	0.1640	0.1760	0.1360	0.1910	0.1490
0.6	0.1300	0.1030	0.1080	0.0830	0.1200	0.0899
0.7	0.0700	0.0555	0.0575	0.0440	0.0644	0.0464
0.8	0.0300	0.0235	0.0225	0.0175	0.0254	0.0182
0.9	0.0080	0.0060	0.0040	0.0030	0.0048	0.0032
$r_{F_Q}$		$0.623R$		$0.578R$		$0.606R$

Tabella 7.1. Fattori  $f_{F_T}$  ed  $f_{F_Q}$  per la determinazione dei momenti flettenti

L'utilizzo di questi coefficienti offre grandi vantaggi in molti casi. Quando si progetta l'elica con l'ausilio di diagrammi di serie sistematiche, per cui le forze  $F_T$  ed  $F_Q$  sono rapidamente determinabili, ma dove la loro distribuzione radiale è incognita, i momenti flettenti in ogni sezione possono essere calcolati rapidamente usufruendo dei fattori  $f_{F_T}$  ed  $f_{F_Q}$ . Quando l'elica è progettata con la teoria vorticale, tali coefficienti possono essere utilizzati per determinare i momenti in ogni sezione, senza dovere calcolare estensivamente la distribuzione della spinta e del momento torcente. Un altro vantaggio è la possibilità di calcolare, nelle fasi iniziali del progetto, le tensioni risultanti in funzione degli spessori richiesti. Va osservato che, nel caso della terza categoria di eliche, tale approccio è del tutto corretto solamente per una distribuzione di scia assai vicina a quella utilizzata da van Manen e van Lammeren (1955) nella derivazione dei valori di  $f_{F_T}$  ed  $f_{F_T}$  dati in Tabella 7.1, purché le eliche presentino una distribuzione di circolazione determinata in base alla condizione di perdita minima di energia.

È probabile che si verifichino deviazioni rispetto alla distribuzione standardizzata della forza che dà luogo alla spinta ed al momento torcente, qualora la distribuzione radiale della scia non sia simile a quella standard utilizzata per costruire i valori  $f_{F_T}$  ed  $f_{F_Q}$ , oppure quando venga applicata una distribuzione di scia non ottimale. In tali casi, le distribuzioni della spinta e del momento torcente devono essere calcolate in base alla distribuzione della circolazione. Se, come accade spesso, non è assolutamente disponibile la distribuzione radiale di scia, possono essere utilizzati i coefficienti della seconda e della terza categoria.

In Tabella 7.1 viene fornita anche la coordinata radiale del punto di applicazione della forza che dà luogo al momento torcente. Se è noto solamente il momento torcente  $Q$ , la forza trasversale

$F_Q$  può essere derivata come

$$F_Q = \frac{Q}{Z \cdot r_{F_Q}} \quad (7.5)$$

dove  $r_{F_Q}$  è ancora la distanza radiale del centro d'applicazione della forza  $F_Q$ .

Nelle sezioni vicine al mozzo, le eventuali deviazioni dai valori medi, dati in Tabella 7.1, ammontano a piccoli valori percentuali. Viceversa, possono essere leggermente maggiori nelle sezioni esterne a  $0.6R$ , in quanto piccole deviazioni nella forma delle curve di distribuzione della spinta e della forza trasversale sull'apice di pala hanno un'influenza piuttosto marcata sui fattori  $f_{F_T}$  ed  $f_{F_Q}$  delle sezioni esterne. Tuttavia, questi scarti divengono globalmente di scarsa rilevanza, poiché le sezioni all'apice sono sempre costruite più spesse per ragioni tecnologiche.

### 7.1.2 Carico meccanico

I carichi meccanici su una particolare sezione di pala sono funzione della massa della pala all'esterno della sezione considerata e della posizione relativa del centro di gravità. Viene generato un sistema di forze e di momenti, che può essere ridotto, per tutti gli scopi pratici e per eliche di forme convenzionali, ad un carico centrifugo diretto e ad un momento flettente centrifugo che agisce sul piano di inerzia minima. È stato dimostrato che le altre componenti del carico meccanico sono trascurabili, tranne che per eliche con 'skew' elevato.

La forza centrifuga agente su ogni elemento di pala genera una tensione principale di trazione che è quantitativamente marginale per le eliche convenzionali; assai più importante è il momento flettente generato dalla forza centrifuga. Le tensioni prodotte dalla forza centrifuga su una sezione di pala dipendono da moltissimi fattori. I metodi tradizionali di Taylor e di Romson per il calcolo di queste tensioni sono validi solamente per eliche che abbiano profilo di pala, distribuzione di spessore, e sezioni di pala tipiche delle eliche con pale pressochè simmetriche. Per eliche con profili e sezioni di pala più moderni, i risultati dei calcoli effettuati con i metodi tradizionali forniscono valori delle tensioni assai differenti rispetto a quelli ottenibili con procedure di calcolo più evolute. In generale, il carico meccanico dà luogo a tensioni molto minori di quelle prodotte dal carico idrodinamico. In tutti i casi, il rapporto tra i valori delle tensioni centrifughe e quelli delle tensioni idrodinamiche oscilla tra 0.05 e 0.20.

Tra i diversi approcci divulgati in letteratura, viene riportato il metodo proposto da Keyser & Arnoldus (1959), in quanto permette di semplificare il calcolo delle tensioni prodotte dalla forza centrifuga. Vengono forniti anche i diagrammi per le eliche della 'Serie-B' con passo costante e spessori di pala standardizzati.

#### Forza centrifuga

Si consideri la zona di pala di un'elica compresa tra il raggio  $r_x$  e l'apice di pala, e si assuma un sistema sinistrorso di coordinate cartesiane tridimensionale con origine nel baricentro  $G$  della zona di pala in esame. L'asse  $x$  è parallelo all'asse di rotazione dell'elica, l'asse  $z$  coincide con

l'asse di pala, mentre l'asse  $y$  è orientato nel verso di rotazione dell'elica (Fig. 7.2).

L'elica ruota con una velocità angolare costante  $\omega$ . Per effetto della conseguente azione centrifuga, su ogni elemento di massa elementare  $dm$ , al corrispondente raggio  $r_g$ , agisce una forza elementare  $dF = dm \cdot \omega^2 r_g$ , che interseca l'asse di rotazione dell'elica. Le forze elementari  $dF$  possono essere ridotte, sulla base delle leggi elementari della meccanica, ad una forza  $F_C$ , agente sul baricentro  $G$  della porzione di pala tratteggiata, ed a due momenti centrifughi risultanti, formulabili come

$$\left. \begin{aligned} F_C &= m_b \omega^2 r_G \\ M_z &= \omega^2 I_{xy} \\ M_y &= \omega^2 I_{xz} \end{aligned} \right\} \quad (7.6)$$

dove  $I_{xy}$  ed  $I_{xz}$  rappresentano i momenti d'inerzia centrifughi di massa, mentre  $r_G$  è il raggio del baricentro della massa di pala  $m_b$  compresa tra  $r_x$  ed  $R$ .

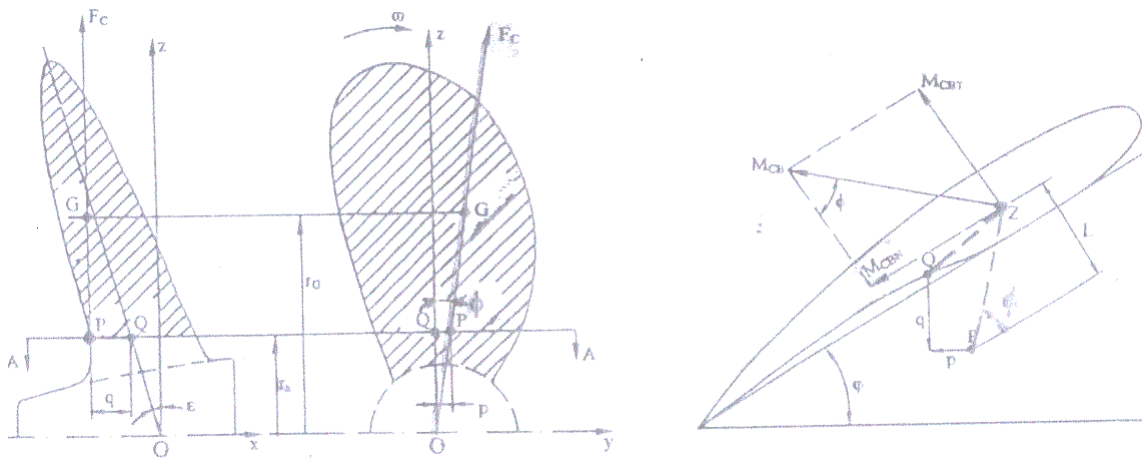


Figura 7.2. Carico meccanico e braccio della forza centrifuga su una sezione di pala

In prima istanza, la posizione radiale di  $G$  può essere calcolato con la formula approssimata

$$r_G = r_x + 0.32 (R - r_x)$$

I momenti  $M_z$  ed  $M_y$  possono essere trascurati per le eliche navali convenzionali, poiché i momenti d'inerzia  $I_{xy}$  e  $I_{xz}$  sono piccoli. Il momento  $M_z$  causa fondamentalmente torsione, mentre quello  $M_y$  determina flessione sulla pala dell'elica. Tra i due, quest'ultimo è, comunque, il più pericoloso, ragion per cui andrebbero analizzati i fattori che determinano il momento d'inerzia centrifugo di massa  $I_{xy} = \rho \int_V xy \cdot dx \cdot dy \cdot dz$ . Si può verificare che  $y$  è sempre positivo, mentre  $x$  varia da valori positivi per gli elementi di massa verso la radice di pala a valori negativi per gli elementi verso l'apice: ne deriva che  $I_{xy}$  e, conseguentemente,  $M_z$  sono piccoli. In conclusione, del sistema meccanico di forze agenti sulla pala in virtù della sua rotazione si terrà conto solamente della forza risultante  $F_C$  agente sul baricentro  $G$  e perpendicolare all'asse di rotazione.

### Forze e momenti prodotti dalla forza centrifuga

In ultima analisi, si tratta di investigare, su una generica sezione rettificata A–A, le forze ed i momenti interni causati dalla forza centrifuga  $F_C = m_b \omega^2 r_G$ , che dista  $r_x$  dal piano orizzontale e che passa per l'asse dell'elica (Fig. 7.2).

La forza  $F_C$  agisce sul baricentro  $G$  della porzione di pala esterna alla sezione A–A ed è perpendicolare all'asse  $x$ . Normalmente il baricentro  $G$  non è situato sulla generatrice. Infatti, la retta d'azione della forza  $F_C$  forma un angolo  $\phi$  con il piano passante per l'asse dell'elica e la generatrice, ed interseca la sezione A–A in un punto  $P$ . La forza  $F_C$  viene tralata sul punto  $P$  e scomposta in una componente  $F_C \cdot \cos \phi$  perpendicolare al piano A–A ed in una componente  $F_C \cdot \sin \phi$  giacente nel piano A–A. Se il punto  $Z$  denota il baricentro della sezione rettificata della pala espansa, le forze interne ed i momenti prodotti su questa sezione dalla forza centrifuga sono (Fig. 7.2):

$$\begin{aligned} \text{forza di trazione} & \quad N = F_C \cos \phi \\ \text{forza di taglio} & \quad T = F_C \sin \phi \\ \text{momento flettente} & \quad M_{CB} = F_C \cdot \overline{PZ} \cos \phi \\ \text{momento torcente} & \quad M_{CT} = F_C \cdot \overline{QZ} \sin \phi \end{aligned}$$

Poiché l'angolo  $\phi$  è piccolo nel caso delle pale di eliche convenzionali, si possono accettare le approssimazioni  $\cos \phi = 1$  e  $\sin \phi = 0$ . Ne consegue che la forza di taglio ed il momento torcente possono essere trascurati. Nel prosieguo, saranno considerati solamente la forza normale  $N = F_C$  ed il momento flettente  $M_{CB} = F_C \cdot \overline{PZ}$ .

**Forza di trazione.** La forza normale su una pala è pari a

$$N = F_C = \rho V_b \cdot 4\pi^2 n^2 \cdot r_G$$

e produce nella singola sezione la tensione di trazione

$$\sigma_t = \frac{N}{f \cdot t_m \cdot c} = \frac{\rho V_b \cdot 4\pi^2 n^2 \cdot r_G}{f \cdot t_m \cdot c} \quad (7.7)$$

dove  $\rho$  è la massa specifica del materiale espressa in  $\text{N}/\text{dm}^3$ ,  $V_b$  è il volume della porzione di pala esterno alla sezione sul piano A–A, mentre  $f$  è il coefficiente di finezza della sezione.

**Momento flettente.** Il momento flettente  $M_{CB} = F_C \cdot \overline{PZ} \cos \phi$  può essere suddiviso in una componente  $M_{CB_N}$ , che causa una flessione normale alla direzione della linea del passo, ed in una componente  $M_{CB_T}$ , che inflette la pala nella direzione della linea del passo. Quest'ultima componente non produce tensioni rilevanti sul punto di massimo spessore della sezione di pala e viene perciò trascurata.

La tensione massima dovuta al momento flettente prodotto dalla forza centrifuga è ancora una volta determinata dalla formula

$$\sigma_{CB} = \frac{M_{CB}}{W_e}$$

dove, come modulo di resistenza della sezione, viene preso quello equivalente al modulo della sezione cilindrica e dove è

$$M_{CB} = M_{CB_N} = M_{CB} \sin \phi = F_C \cdot L$$

essendo  $L$  il braccio del momento flettente centrifugo  $M_{CB}$ .

Se il modulo della sezione equivalente viene espresso come  $W_e = \alpha_w \cdot t_m^2 \cdot c$ , e se viene introdotto nel calcolo della  $\sigma_{CB}$  il fattore di correzione  $1/\cos^2 \varepsilon$ , per tenere conto dell'angolo di 'rake'  $\varepsilon$  della pala, dopo alcune semplici sostituzioni si ricava che la tensione massima vale

$$\sigma_{CB} = \frac{M_{CB}}{W_e \cdot \cos^2 \varepsilon} = \frac{\rho V_b \cdot 4\pi^2 n^2 \cdot L \cdot r_G}{\alpha_w \cdot t_m^2 \cdot c \cdot \cos^2 \varepsilon} \quad (7.8)$$

**Tensione totale.** La forza centrifuga produce, quindi, sulla sezione la tensione totale  $\sigma_C$ , ottenuta come somma della tensione  $\sigma_t$  e di quella  $\sigma_{CB}$

$$\sigma_C = \frac{\rho V_b \cdot 4\pi^2 n^2 \cdot r_G}{t_m \cdot c} \left( \frac{L}{\alpha_w \cdot t_m \cos^2 \varepsilon} \pm \frac{1}{f} \right) \quad [\text{kN/m}^2] \quad (7.9)$$

dove il segno '-' del rapporto  $1/f$  è relativo alla compressione, mentre il segno '+' compete alla trazione.

Se si pone  $r_G = x_G \cdot D/2$ , e se si cambiano le unità di misura, si ottengono rispettivamente le tensioni massime di trazione e di compressione come

$$\sigma_C = 2.01 \rho n^2 D \cdot \frac{x_G \cdot V_b}{t_m \cdot c} \cdot \left( \frac{L}{\alpha_w \cdot t_m \cos^2 \varepsilon} \pm \frac{1}{f} \right) \quad [\text{N/cm}^2] \quad (7.10)$$

È possibile calcolare la tensione risultante dalla forza centrifuga non appena siano noti i valori relativi a  $V_b$ ,  $r_G$  ed  $L$ , il che rimanda alla necessità di calcolare preventivamente il braccio del momento della forza centrifuga.

### Baricentro e braccio della forza centrifuga

Per individuare con precisione la posizione del baricentro di pala, occorre determinare le coordinate tridimensionali dei centroidi  $Z$  di un congruo numero di sezioni. Tali coordinate vanno calcolate in base alla lunghezza ed allo spessore di ogni profilo, alla freccia massima  $f_m$  della linea mediana, al tipo di profilo ed alla posizione della sezione rispetto alla generatrice di pala. La loro determinazione è abbastanza semplice se sono definite relativamente al punto  $Q$  della generatrice, rispetto al quale, con riferimento alla Figura 7.3, il centroide  $Z$  presenta le coordinate locali  $x_o$  e  $y_o$ .

Le sue posizioni assiale e trasversale rispetto a  $Q$  nel riferimento assoluto di pala sono esprimibili come

$$\begin{aligned} u - s &= u - x_o \sin \varphi - y_o \cos \varphi \\ v &= x_o \cos \varphi - y_o \sin \varphi \end{aligned}$$

dove  $u$  è il ‘rake’ lineare della sezione di calcolo.

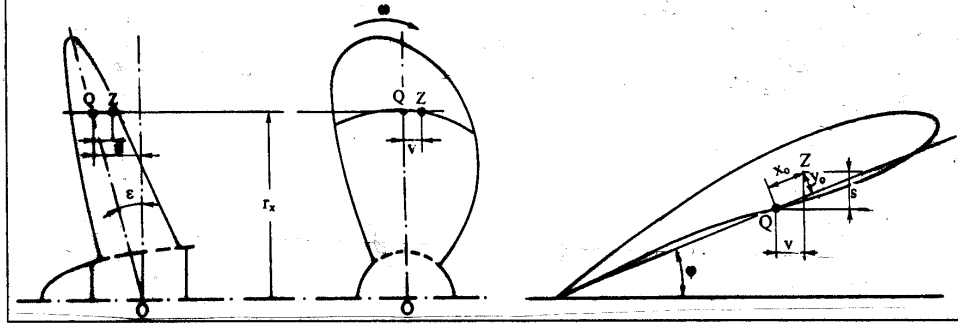


Figura 7.3. Posizione relativa alla generatrice del centro di gravità di una sezione di pala

Se si utilizzano le relazioni precedenti, le posizioni assiale, trasversale e radiale del baricentro del volume della porzione di pala esterna alla sezione al raggio  $r_x$ , sono determinabili, mediante il calcolo dei momenti statici, come

$$x_G = \frac{\int_{r_x}^R f \cdot t_m \cdot c \cdot (u - s) \cdot dz}{\int_{r_x}^R f \cdot t_m \cdot c \cdot dz}, \quad y_G = \frac{\int_{r_x}^R f \cdot t_m \cdot c \cdot v \cdot dz}{\int_{r_x}^R f \cdot t_m \cdot c \cdot dz}, \quad z_G = \frac{\int_{r_x}^R f \cdot t_m \cdot c \cdot z \cdot dz}{\int_{r_x}^R f \cdot t_m \cdot c \cdot dz}$$

Il braccio  $L$  del momento flettente  $M_{CB}$  è calcolato mediante la formula

$$L = p \sin \varphi + q \cos \varphi + y_o \quad (7.11)$$

dove  $p$  e  $q$  esprimono, rispettivamente, la posizione trasversale ed assiale del punto  $P$ , intersezione della sezione in esame con la retta d'azione della forza centrifuga, rispetto al punto  $Q$  della generatrice sulla stessa sezione, determinate come

$$p = \frac{r_x}{z_G} y_G \quad \text{e} \quad q = x_G - u$$

### Presenza di rake e skew

Se è nota la distanza tra il centroide della pala ed il centroide della generica sezione di pala, i momenti flettenti dovuti alla forza centrifuga nei piani passanti attraverso e perpendicolarmente all'asse dell'elica sono rispettivamente

$$\left. \begin{aligned} M_R &= F_C \cdot u \\ M_R &= F_C \cdot v \end{aligned} \right\} \quad (7.12)$$

Il momento flettente  $M_R$  è dovuto al 'rake' delle pale dell'elica ed agisce nella stessa direzione del momento flettente dovuto alla spinta dell'elica nelle eliche con le pale inclinate longitudinalmente all'indietro. Con 'rake' orientato in avanti, così che la linea d'azione della forza centrifuga passa attraverso il centroide della sezione sul mozzo, ossia se è  $u = 0$ , il momento flettente dovuto alla forza centrifuga in un piano passante per l'asse dell'elica sarebbe nullo.

Il momento flettente  $M_S$  è generato dallo 'skew' delle pale dell'elica ed agisce in direzione opposta al momento flettente dovuto al momento torcente quando le pale hanno 'skew' all'indietro. Nelle eliche con 'skew' moderato, il momento flettente dovuto allo 'skew' è piccolo e può essere trascurato. particolarmente in quanto l'errore sovrastima i momenti flettenti risultanti e produce valori conservativi delle tensioni. Inoltre, l'esistenza di un momento flettente dovuto allo 'skew' contraddice l'ipotesi di Taylor che ignora la distribuzione radiale del carico lungo la pala. Ovviamente, nelle eliche con 'skew' elevato il momento  $M_S$  non può essere trascurato.

### 7.1.3 Modulo di resistenza

La tensione prodotta dal momento flettente totale  $M_B$  (Fig. 7.4) in un generico punto di coordinate  $(x, y)$  risulta essere pari a

$$\sigma = \frac{M_B \cos \gamma \cdot y}{I_x} + \frac{M_B \sin \gamma \cdot x}{I_y} \quad (7.13)$$

dove  $I_x$  e  $I_y$  sono i momenti principali di inerzia rispetto agli assi  $x$  e  $y$ .

L'ipotesi di Bernoulli assume che la *sezione piana* rimanga *immutata* anche dopo l'applicazione del carico. Ne risulta l'esistenza di un asse neutro rettilineo costituito dalla retta prodotta dall'intersezione della sezione piana prima e dopo l'applicazione del momento flettente. La posizione angolare  $\delta$  dell'asse neutro in questa sezione viene derivata, quindi, imponendo che sia nulla la tensione sull'asse neutro stesso.

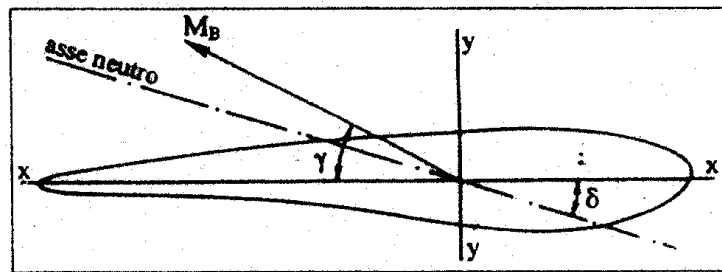


Figura 7.4. Definizione di asse neutro

Sulla base di questa condizione, partendo dall'equazione

$$\sigma = \frac{M_B \cos \gamma \cdot y}{I_x} + \frac{M_B \sin \gamma \cdot x}{I_y} = 0$$

si ricava

$$\delta = \tan^{-1} \left( -\frac{I_x}{I_y} \cdot \tan \gamma \right) \quad (7.14)$$

La teoria elementare della trave incastrata ipotizza che la pala si infletta intorno all'asse neutro della sezione alla radice, definita dal cilindro di raggio  $0.25R$  o dal cilindro di raggio appena superiore al raccordo alla radice. Le proprietà tensionali relative a tali sezioni vengono riferite all'asse parallelo alla linea del passo. Tale condizione comporta una tensione di trazione sulla faccia ed una tensione di compressione sul dorso. La tensione di compressione supera numericamente il valore della tensione di trazione sulla faccia di una quantità pressoché pari al rapporto dei valori dei moduli di resistenza tra faccia e dorso.

Rösingh (1944) e Romsom (1952) dimostrarono, comunque, che l'asse neutro di una sezione è di solito incurvato e pressoché coincidente con la linea mediana della sezione nelle pale più larghe. Quando le pale sono strette, l'asse neutro tende a divenire rettilineo, come verificato da Romsom mediante misure sperimentali degli sforzi di tensione.

Poiché le sezioni piane non rimangono immutate, parecchi ricercatori hanno cercato di adattare la teoria della trave incastrata al calcolo di robustezza della pala di un'elica mediante l'introduzione del cosiddetto *modulo della sezione equivalente*. Esso è definito in modo tale che le tensioni prodotte dal momento flettente nel punto di massimo spessore della sezione possono essere calcolate semplicemente con la formula

$$\sigma = \frac{M_B}{W_e} \quad (7.15)$$

Le tensioni prodotte dal momento flettente sul punto di massimo spessore sono quelle di massima entità, come Rösingh (1944) ebbe modo di verificare sperimentalmente. Ciò conferma la correttezza dell'ipotesi di Taylor, il quale, nel calcolare il modulo di resistenza, considerò il momento d'inerzia della sezione cilindrica relativo all'asse principale passante per il centroide della sezione e parallelo alla linea del passo. Infatti, si avrà sempre lo sviluppo di una *tensione di compressione sul dorso* e di una *tensione di trazione sulla faccia* del profilo.

Quanto all'asse neutro ed alla sua posizione sulla sezione cilindrica di una pala, è evidente che, contrariamente alle indicazioni di Taylor, l'asse neutro non può essere considerato rettilineo in tutti i casi. Quando il profilo diviene sottile e la sua curvatura cresce, l'asse neutro tende a seguire la linea mediana del profilo. Ne deriva che il modulo di resistenza equivalente della sezione cilindrica è rappresentabile con buona precisione mediante la formula

$$W_e = \frac{2 \int_0^c [3y_f(y_f + t) + t^2] \cdot t \, dc \times \int_0^c t \, dc}{3 \int_0^c (2y_f + t) \cdot t \, dc} - \frac{1}{2} \int_0^c (2y_f + t) \cdot t \, dc \quad (7.16)$$



per risolvere la quale occorre conoscere i valori degli spessori locali  $t$  e delle ordinate  $y_f$  della faccia. Quando si utilizza la formula (7.16), risulta che la tensione massima di trazione eguaglia quella massima di compressione.

Rösingh (1944) ritenne che, nell'ambito della teoria della trave incastrata, fosse più corretto calcolare le tensioni su sezioni piane piuttosto che su sezioni cilindriche, definendo il modulo di resistenza della sezione equivalente mediante la formula

$$W_e = \frac{1}{6 t_m} \int_{-c/2}^{c/2} t^3(x) dx \quad (7.17)$$

I moduli di resistenza di un certo numero di profili sono stati calcolati in base alle formulazioni di Taylor e di Rösingh. I risultati sono stati generalmente forniti sotto forma di *coefficienti del modulo di resistenza* del profilo

$$\alpha_w = \frac{W_e}{t_m^2 \cdot c} \quad (7.18)$$

dove il generico coefficiente  $\alpha_w$  viene esplicitato in

- $\alpha_{w_c}$  se è relativo alla tensione massima di compressione con asse neutro rettilineo;
- $\alpha_{w_t}$  se è relativo alla tensione massima di trazione con asse neutro rettilineo;
- $\alpha_{w_{tc}}$  se è relativo alla tensione massima di trazione e compressione con asse neutro curvo.

Sebbene, in ambedue i casi, le tensioni calcolate sui bordi d'ingresso e d'uscita tendano ad essere relativamente elevate per profili con elevata curvatura della linea mediana, il metodo di Taylor si fa preferire. Rispetto al metodo di Rösingh, le tensioni ricavate con il metodo di Taylor producono valori alquanto più vicini a quelli calcolati con la teoria della parete elicoidale, soprattutto nel caso di eliche con pale abbastanza larghe. La differenza tra il modulo di una sezione piana con asse neutro curvo ed il modulo di una sezione cilindrica è causato soprattutto dalla differenza tra le rispettive lunghezze. L'influenza della lunghezza della sezione di pala è stata studiata per i profili di pala della 'Serie-B' di Wageningen introducendo differenti rapporti di passo, di area espansa e di angolo di 'rake'. Viceversa, per pale strette si riscontrano differenze marginali se si utilizza il modulo della sezione piana anziché quello della sezione cilindrica.

### Profili Walchner

Per i profili Walchner, utilizzati anche nella 'Serie-B', i risultati ottenuti mediante la formula (7.18) sono dati in Figura 7.5. Per la tensione massima di compressione il coefficiente  $\alpha_{w_c}$  oscilla tra 0.080 e 0.085, mentre per la tensione massima di trazione risulta essere  $\alpha_{w_t} = 0.090 \div 0.130$ .

La curva di distribuzione lungo la corda del coefficiente  $\alpha_{w_{tc}}$  (asse neutro curvo) è pressoché coincidente con la curva di  $\alpha_{w_c}$ , il che significa che la tensione massima di compressione è poco influenzata dalla forma dell'asse neutro, contrariamente a quanto accade per la tensione massima di trazione. Nel caso di profili più sottili all'apice, si devono prevedere coefficienti  $\alpha_{w_t}$  inferiori a quelli riportati.

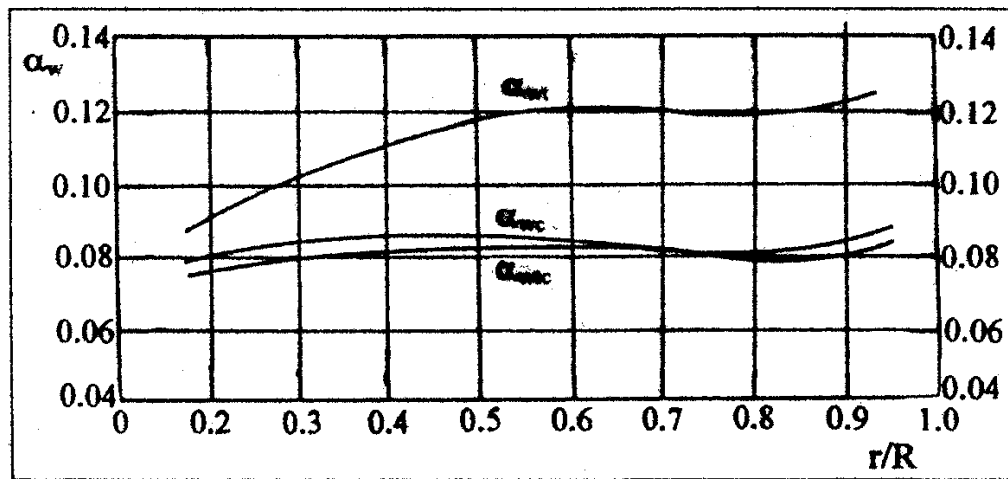


Figura 7.5. Coefficienti per il modulo di resistenza dei profili Walchner

### Profili ogivali

Per i profili ogivali con dorso parabolico sono stati ricavati i valori  $\alpha_{wc} = 0.0762$  e  $\alpha_{wt} = 0.114$ . Valori leggermente più elevati, che variano in funzione del rapporto  $t_m/c$ , sono stati riscontrati con dorsi circolari. Si raccomanda di non superare valori  $\alpha_{wc} = 0.075 \div 0.080$ , quando vengano utilizzate eliche di serie con profili ogivali, quali sono quelli della ‘Serie Gawn–Burrill’.

Per carichi prodotti da pressioni uniformi, la tensione radiale rimane relativamente costante dall’asse di pala al bordo d’uscita. Le tensioni si riducono verso il bordo d’ingresso, dove le corrispondenti tensioni sulla faccia e sul dorso non sono pressoché uguali ed opposte, come avviene sui profili alari.

### Profili NACA–16

Il profilo NACA–16 è il più rappresentativo tra quelli di più frequente utilizzo nella progettazione di eliche navali con la teoria vorticale. I risultati del calcolo teorico del coefficiente relativo allo sforzo massimo di compressione sono riportati in Figura 7.6, dalla quale risulta che il coefficiente  $\alpha_{wc}$  dipende sensibilmente dal rapporto  $f_m/c$ , crescendo rapidamente per bassi valori di  $t/c$ .

Tuttavia, è consigliabile non assumere mai per  $\alpha_{wc}$  valori maggiori di 0.089, in quanto i profili più sottili, che hanno asse neutro curvilineo, presentano al vero tensioni vicine a quelle ricavabili imponendo nel calcolo del modulo di resistenza il valore  $\alpha_{wc} = 0.089$ , che eguaglia quello del coefficiente  $\alpha_{wt}$  per  $f_m/c = 0$ .

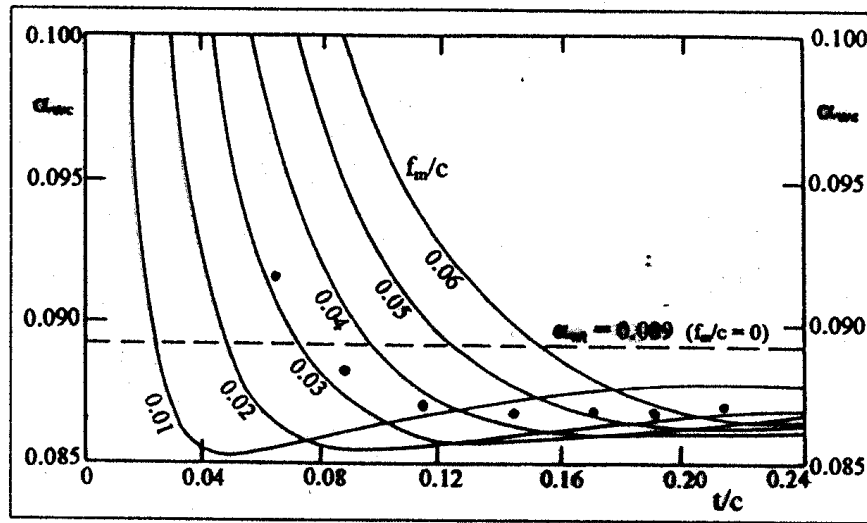


Figura 7.6. Coefficiente della tensione di compressione per i profili NACA-16

Il diagramma riporta anche i punti corrispondenti ai valori  $t_m/c$  e  $f_m/c$  di un'elica convenzionale progettata con la teoria vorticale. Un valore di  $\alpha_{wc} = 0.087$  risulta soddisfacente per il calcolo della tensione massima di compressione nella zona di pala tra  $0.2R$  e  $0.6R$ . I moduli di resistenza dei profili NACA-16 sono pressoché coincidenti con quelli dei profili Walchner.

#### 7.1.4 Tensioni di trazione e compressione

Il momento flettente  $M_B$  in una sezione può essere calcolato a partire dalle componenti  $M_{B_{F_T}}$  ed  $M_{B_{F_Q}}$ , che sono, rispettivamente, il momento flettente assiale dovuto alla forza di spinta e quello prodotto dalla forza trasversale che genera il momento torcente. Questi momenti hanno una direzione fissa anche per eliche con passo radialmente variabile. Nel caso di eliche la cui faccia sia un effettivo elicoide, conviene scomporli parallelamente e perpendicolarmente alla linea del passo della sezione relativa. Per i profili alari delle eliche a passo variabile, la scomposizione va effettuata parallelamente e perpendicolarmente alla tangente alla linea del passo, nel punto inferiore della faccia. Il momento risultante che causa una flessione normale alla direzione della linea del passo viene indicato come  $M_{B_N}$ , mentre  $M_{B_T}$  denota il momento che inflette il profilo parallelamente alla faccia (Fig. 7.7).

Poiché l'elemento di pala è inclinato di un angolo  $\varphi$  (angolo di passo geometrico) rispetto ad un piano perpendicolare all'asse di rotazione dell'elica, le relazioni che legano i momenti flettenti  $M_{B_N}$  ed  $M_{B_T}$ , il momento flettente assiale  $M_{B_{F_T}}$  ed il momento flettente tangenziale  $M_{B_{F_Q}}$ , sono derivabili rispettivamente come segue

$$\left. \begin{aligned} M_{B_N} &= M_{B_{F_T}} \cos \varphi + M_{B_{F_Q}} \sin \varphi \\ M_{B_T} &= -M_{B_{F_T}} \sin \varphi + M_{B_{F_Q}} \cos \varphi \end{aligned} \right\} \quad (7.19)$$

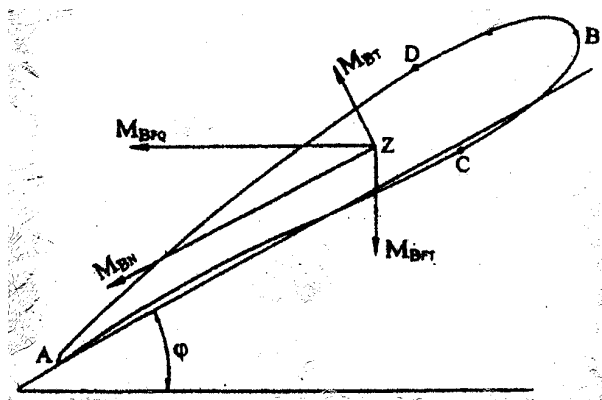


Figura 7.7. Decomposizione dei momenti flettenti

Le tensioni prodotte dal primo dei due momenti flettenti sono molto maggiori di quelle indotte dal secondo, poiché la rigidezza a flessione intorno alla linea del passo è minima, mentre quella intorno alla normale alla linea del passo è massima. Il momento flettente  $M_{BT}$  causa le tensioni più elevate sul bordo d'ingresso e su quello d'uscita del profilo, mentre quelle prodotte sul punto di massimo spessore sono del tutto marginali, in quanto questo si trova vicino al centroide  $Z$  della sezione. Viceversa, il momento flettente  $M_{BN}$  produce le tensioni massime sul punto di massimo spessore. Come è stato verificato sperimentalmente, le tensioni generate da questo momento sono piccole, su ambedue i bordi della sezione anche perché l'asse neutro è incurvato. Sempre con riferimento alla Figura 7.7, in base alle ipotesi di Taylor, si può scrivere che la *tensione massima di trazione* causata dalle componenti del momento flettente sul bordo d'uscita vale

$$\sigma_A = \frac{M_{BN}}{W_{x(A)}} + \frac{M_{BT}}{W_{y(A)}}$$

dove  $W_{x(A)}$  e  $W_{y(A)}$  sono i moduli di resistenza della sezione sul bordo d'uscita, rispettivamente rispetto agli assi  $x$  e  $y$ .

La tensione di trazione sul punto di massimo spessore della faccia (punto C) e la *tensione massima di compressione* sul punto di massimo spessore del dorso della sezione (punto D) sono determinabili come

$$\sigma_C = \frac{M_{BN}}{W_{x(C)}} \quad ; \quad \sigma_D = \frac{M_{BN}}{W_{x(D)}}$$

Si può affermare che il momento  $M_{BT}$  ha un effetto talmente marginale da potere essere trascurato, per cui, di qui in avanti, per semplicità, si può ridurre il momento flettente totale  $M_B$  al momento  $M_{BN}$ . Si può scrivere, quindi, in base alla prima delle equazioni (7.19)

$$M_B = M_{BF_T} \sin \varphi + M_{BF_Q} \cos \varphi \quad (7.20)$$

Per le pale strette, il metodo della trave incastrata sviluppato da Taylor (1933) ha indicato che la tensione massima di compressione sul dorso è mediamente superiore del 40% a quella massima di trazione sul bordo d'uscita di una generica sezione di pala. Hancock (1942) e

Rösingh (1944) hanno evidenziato correttamente che le sezioni cilindriche di una pala larga, e pesantemente caricata, differiscono notevolmente dalle sezioni piane richieste per una corretta applicazione della teoria della flessione semplice.

Anche perché fino agli inizi degli anni '60 la maggior parte degli studi sulla robustezza dell'elica navale era stata di natura teorica, con pochi riscontri sperimentali, il problema fu ridefinito metodologicamente combinando calcoli teorici, misure in laboratorio e misure al vero. L'Admiralty Experimental Works inglese permise di sviluppare un nuovo approccio teorico-sperimentale, in particolare per le eliche a pale larghe (Conolly, 1961). Per il calcolo delle tensioni fu sviluppato un nuovo metodo, validato da misure di pressioni e di tensioni sulle pale, sia in scala modello che al vero. Fu verificato che nei profili alari e lenticolari le tensioni presentano un massimo in prossimità del punto di massimo spessore, con valori pressochè uguali, ma di segno opposto, sulla faccia e sul dorso, mentre tendono a decadere verso i bordi. Viceversa, il quadro non è così semplice per i profili cuneiformi, che presentano le tensioni massime intorno al primo quarto di corda e quelle massime assolute nella sezione a  $0.7R$ . Per questo tipo di profili la teoria della trave incastrata è inadeguata.

Nonostante le differenze nei modi con i quali è stata applicata, ed a dispetto delle discrepanze tra le distribuzioni di tensione calcolate e quelle misurate, si può concludere che la teoria della trave incastrata fornisce previsioni adeguate della tensione massima per eliche moderatamente caricate, a pale strette, e con sezioni dai profili convenzionali.

### 7.1.5 Tensioni a fatica

Prima del rapido incremento delle potenze installate a bordo delle navi, il che avvenne a partire dalla metà degli anni '50, l'incidenza delle rotture di pala non aveva costituito un problema rilevante, in quanto tali rotture potevano essere spiegate facilmente alla luce dell'applicazione statica della teoria della trave incastrata. Tuttavia, le poche ma significative rotture, verificatesi in quegli anni, evidenziarono la mancanza di percezione e di comprensione delle forze fluttuanti agenti sull'elica, nonché dell'influenza che queste forze avevano sulla *resistenza a fatica* del materiale costruttivo.

Tutti i metodi basati sulla teoria della trave incastrata valutano la robustezza statica di pala in base delle tensioni massime agenti sulle singole sezioni. Come carico progettuale è assunto il carico medio stazionario in un giro dell'elica, con la nave in marcia avanti alla velocità massima. Sarebbe opportuno tenere conto del fatto che l'elica non opera in un flusso indisturbato, ma in un campo di velocità disomogeneo, che genera un *carico ciclico* sull'elica. I danneggiamenti, prodotti dalle tensioni nel campo elastico del materiale dell'elica, sono influenzati dalla disuniformità del flusso incidente, dagli elevati carichi transitori durante le manovre, ed, in alcuni casi, dalle vibrazioni dovute all'eccitazione idrodinamica, coincidenti o prossime alle frequenze di pala. Qualsiasi procedura adeguata di progettazione strutturale dell'elica deve tenere conto di tali *sollecitazioni non-stazionarie*, e deve includere un'analisi a fatica.

Le tensioni a fatica sono il pericolo maggiore per la robustezza di pala. Le rotture a fatica avvengono di solito dove la tensione principale è massima (tensione di picco), a meno di difetti costruttivi in altri punti della superficie di pala, i quali producono concentrazioni di sforzi di intensità pari o superiore. Alcune forze che possono contribuire alla tensione di picco sono:

- le componenti radiali derivanti dai momenti flettenti longitudinali stazionari, dalla torsione, dalla forza e dal momento centrifughi, dalle variazioni radiali del campo di scia, dal momento prodotto dalla distribuzione di spinta;
- le tensioni di taglio derivanti dai carichi longitudinali e torsionali, nonché dai carichi derivanti dalla distribuzione della forza tangenziale;
- le tensioni dinamiche e quelle residue.

L'importanza relativa di ogni contributo alla tensione totale dipende dal tipo di elica, dalle sue condizioni operative, dal tipo di materiale, dalle dimensioni dell'elica, e dalle sorgenti di concentrazioni degli sforzi. La geometria di alcune delle fratture di pala riscontrate suggerisce che la tensione di taglio è un fattore di estrema rilevanza. È importante determinare l'entità di tutte le tensioni a causa della loro natura additiva ed anche perché una piccola deviazione nella tensione ciclica comporta una grande variazione nel numero dei cicli che portano alla frattura della pala.

Secondo il Registro di Classifica russo, il *metodo standard* è quello che impone di determinare, insieme alle tensioni medie, i valori delle loro ampiezze di oscillazione, causate dalla variazione nel tempo dell'entità della spinta come effetto della disomogeneità del campo di velocità.

In base al metodo proposto, il *carico stazionario* è calcolato a partire dalla distribuzione del coefficiente di spinta lungo il raggio di pala adimensionale (direzione  $x$ ). Tale distribuzione può essere ricavata in base alla relazione approssimata

$$\frac{1}{Z} \cdot \frac{dK_T}{dx} = k x^2 \sqrt{1-x} \quad (7.21)$$

dove  $k$  è un coefficiente costante, mentre la distribuzione del coefficiente della componente tangenziale viene calcolata mediante la relazione

$$\frac{1}{Z} \cdot \frac{dK_Q}{dx} = \frac{1}{Z} \cdot \frac{J}{2\pi\eta_0} \cdot \frac{dK_T}{dx} \quad (7.22)$$

Sostituendo le relazioni (7.21) e (7.22) nelle equazioni (7.4) che forniscono i momenti flettenti idrodinamici, riscritte per una singola pala come

$$\left. \begin{aligned} M_{B_{F_T}} &= \int_{r_x}^R \frac{dF_{T_x}}{dx} (r_{F_{T_x}} - r_x) dx \\ M_{B_{F_Q}} &= \int_{r_x}^R \frac{dF_{Q_x}}{dx} (r_{F_{Q_x}} - r_x) dx \end{aligned} \right\} \quad (7.23)$$

dopo avere calcolato gli integrali, si ottengono le formule

$$\left. \begin{aligned} M_{B_{F_T}} &= \frac{K_T \cdot \rho n^2 D^4}{2Z} \cdot G_T(x_h, \bar{r}) \\ M_{B_{F_Q}} &= \frac{K_Q \cdot \rho n^2 D^5}{2Z} \cdot G_Q(x_h, \bar{r}) \end{aligned} \right\} \quad (7.24)$$

dove  $G_T$  e  $G_Q$  sono le funzioni diagrammate in Figura 7.8 rispetto al raggio adimensionale di pala  $\bar{r}$  e parametrizzate rispetto al raggio adimensionale del mozzo  $x_h$ .

Quando le tensioni sono calcolate sulla sezione alla radice di pala, le formule (7.24) si riducono alle relazioni

$$\left. \begin{aligned} M_{B_{F_T}} &= \frac{1}{Z} 0.238 K_T \cdot \rho n^2 D^4 \\ M_{B_{F_Q}} &= \frac{1}{Z} 0.670 K_Q \cdot \rho n^2 D^5 \end{aligned} \right\} \quad (7.25)$$

Queste formule, che consentono di ricavare, ad ogni rotazione dell'elica, i valori medi dei momenti flettenti, caratterizzano la componente costante del carico di pala.

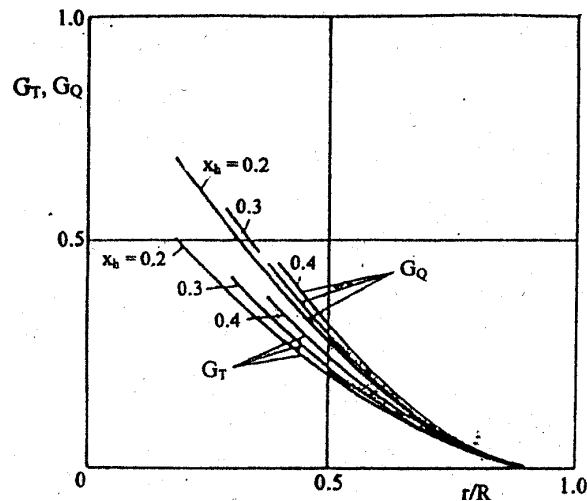


Figura 7.8. Coefficienti per il calcolo dei momenti flettenti a fatica

Per il calcolo del carico non-stazionario, è necessario determinare le curve della variazione della spinta e del momento torcente durante la rotazione dell'elica, utilizzando i dati relativi al campo di velocità nominale sul disco-elica e le formule relative alle forze non-stazionarie indotte dall'elica. Sarà allora possibile calcolare i valori dell'ampiezza delle fluttuazioni del coefficiente di spinta e del momento torcente come

$$\left. \begin{aligned} \Delta K_T &= \frac{1}{2}(K_{T_{\max}} - K_{T_{\min}}) \\ \Delta K_Q &= \frac{1}{2}(K_{Q_{\max}} - K_{Q_{\min}}) \end{aligned} \right\}$$

In base alle equazioni (7.24) i momenti flettenti indotti dalle componenti variabili delle forze possono essere scritti nella forma

$$\left. \begin{aligned} \Delta M_{B_{F_T}} &= \frac{\Delta K_T \cdot \rho n^2 D^4}{Z} \cdot G_T(r_h, r_x) \\ \Delta M_{B_{F_Q}} &= \frac{\Delta K_Q \cdot \rho n^2 D^5}{Z} \cdot G_Q(r_h, r_x) \end{aligned} \right\} \quad (7.26)$$

A questo punto, si ipotizza che le tensioni prodotte sulla pala dai carichi variabili, e che sono proporzionali a questi carichi, possano essere rappresentate come tensioni che variano con il ciclo asimmetrico, ossia come somma delle tensioni medie nel ciclo  $\sigma_m$  e delle tensioni periodiche di ampiezza variabile  $\sigma_a$  (tensione alternata). In base alle formule (7.1) e (7.20), queste tensioni possono essere determinate come

$$\left. \begin{aligned} \sigma_m &= \frac{M_{B_{F_T}} \sin \varphi + M_{B_{F_Q}} \cos \varphi}{W_x} + \frac{F_C}{A} \\ \sigma_a &= \frac{\Delta M_{B_{F_T}} \sin \varphi + \Delta M_{B_{F_Q}} \cos \varphi}{W_x} \end{aligned} \right\} \quad (7.27)$$

Si effettuano, infine, le dovute verifiche di rispetto delle condizioni statica e di robustezza nel ciclo.

La *condizione statica*, che assicura l'assenza di deformazione plastica del materiale di pala, può essere rappresentata nella forma

$$\sigma_m + \sigma_a < \sigma_t / \nu_t \quad (7.28)$$

dove  $\sigma_t$  è la tensione ammissibile del materiale, mentre  $\nu_t$  è il coefficiente di sicurezza, il cui valore (3.1÷5.5) dipende dal materiale.

La *condizione di robustezza nel ciclo*, per effetto della sua asimmetria, è formulata come

$$\sqrt{\sigma_a^2 + \sigma_a \cdot \sigma_m} \leq \sigma_f / \nu_f \quad (7.29)$$

dove  $\sigma_f$  è la resistenza a fatica del materiale, mentre  $\nu_f$  è il coefficiente di sicurezza nel ciclo, il cui valore (3.0÷3.6) dipende ancora dal materiale. Le tensioni dinamiche possono essere confrontate con le proprietà a fatica del materiale, di solito presentate nei diagrammi di Smith o di Goodman.

Un altro approccio per il calcolo della rottura a fatica è quello proposto da Tokuda et al. (1978), dove il processo di calcolo della tensione alternata è suddiviso in tre fasi. Innanzi tutto, si scala al vero la distribuzione di scia nominale, tenendo conto che essa influenza la variazione ciclica delle tensioni di pala. Si determinano poi le distribuzioni della spinta e della forza tangenziale nella scia al vero mediante la teoria della superficie portante non-stazionaria. Infine, si può utilizzare il metodo della trave incastrata per determinare le tensioni di pala.



In Figura 7.9 sono riportati gli andamenti ciclici, in funzione dell'angolo di rotazione di pala  $\phi$ , della tensione totale di pala  $\sigma$ , espressa in  $\text{kg}/\text{mm}^2$ , al raggio  $0.3R$  per quattro navi portacontenitori, le cui distribuzioni di scia sono piuttosto disomogenee. Si riscontra un piccolo picco quando la pala è posizionata verticalmente verso il basso. Poiché tale picco è trascurabile nel computo delle tensioni a fatica delle pale, la variazione della tensione totale può essere considerata equivalente ad un'onda sinusoidale di tensione avente ampiezza pari alla differenza tra tensione massima e tensione minima.

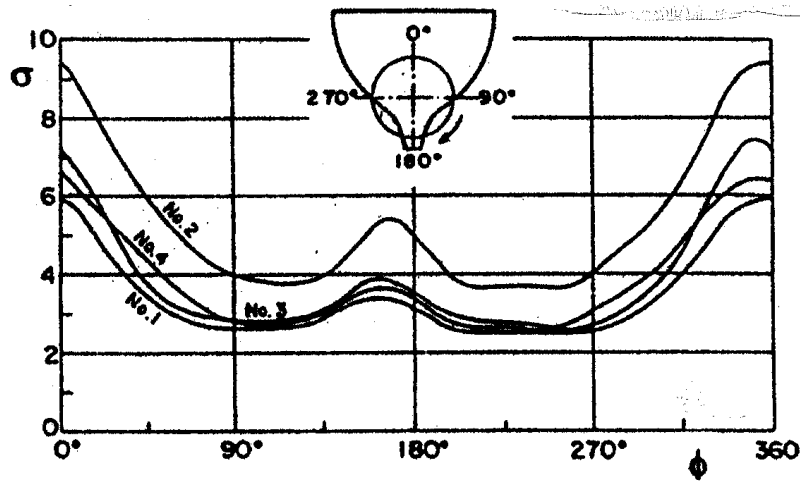


Figura 7.9. Variazione della tensione di pala in un giro

### 7.1.6 Vantaggi e limiti del metodo

Sebbene formulato inizialmente da Taylor (1933) per un profilo di pala ellittico e per sezioni con dorsi circolari, il metodo della trave incastrata è risultato valido anche per altri profili classici e per i profili alari. Le formule relative si applicano affidabilmente ad eliche aventi  $A_E/A_0 < 0.8$ . Per eliche con area espansa maggiore, le tensioni vanno maggiorate almeno del 15%. L'analisi condotta con il metodo della trave incastrata fornisce un mezzo estremamente utile per esaminare l'importanza relativa delle varie componenti delle tensioni di pala alla radice, quali riportate nell'equazione (7.2).

La Tabella 7.2 fornisce i contributi tipici di queste componenti, espressi come percentuali delle tensioni totali alla radice per diversi tipi di nave. Sebbene le variazioni riportate valgano in senso stretto per il gruppo di navi considerate e per la particolare elica installata, un esame comparativo consente di dedurre alcune tendenze importanti. È evidente che la componente di tensione dovuta alla spinta contribuisce in maggiore misura alla tensione totale qualunque sia il tipo di nave, mentre le componenti dovute alla forza centrifuga, che sono relativamente piccole per le grandi eliche delle grandi navi, assumono un'importanza maggiore per le eliche di minore diametro e per quelle veloci.

Componente di tensione	Tipo di nave				
	Bulk Carrier	Navi veloci da carico		Traghetti bielica	Navi veloci
		( $\varepsilon = +5^\circ$ )	( $\varepsilon = -15^\circ$ )		
Spinta	72%	58%	71%	54%	51%
Momento torcente	23%	33%	41%	36%	35%
Forza centrifuga	4%	4%	5%	8%	11%
Momento centrifugo	1%	5%	-17%	2%	3%

Tabella 7.2. Ripartizione della tensione alla radice per diversi tipi di nave

Probabilmente più rilevante è l'effetto del 'rake' dell'elica, come risulta evidente confrontando i dati di due eliche progettate per la stessa nave da carico veloce. Queste eliche, sebbene progettate per le stesse condizioni propulsive, dimostrano chiaramente che è potenzialmente vantaggioso impiegare un ragionevole 'rake' prodiero ( $\varepsilon < 0^\circ$ ), in quanto produce una tensione di trazione sul dorso di pala. Tale risultato consente di utilizzare sezioni di pala leggermente più sottili, con vantaggi idrodinamici certi, sebbene, esagerando con tale riduzione, si possano presentare problemi di fusione. Tuttavia, per quanto l'utilizzo di un 'rake' in avanti sia auspicabile e di utilizzo frequente, la sua entità è normalmente vincolata da considerazioni legate all'interazione elica-carena: limitazioni derivanti dalla necessità di avere luci minime (*clearances*) imposte dai Registri di Classifica, oppure limitazioni derivanti da calcoli numerici e studi sperimentali sulle pressioni indotte dall'elica sullo scafo poppiero.

Oltre a fornire una procedura per il calcolo della tensione massima su una sezione di pala, il metodo della trave incastrata è usato frequentemente, ancora oggi, per determinare le distribuzioni radiali delle tensioni applicando la procedura di calcolo a raggi discreti sulla lunghezza di pala. Se si adotta tale procedura, le distribuzioni risultanti delle tensioni di pala, espresse come rapporto tra le tensioni massime ad un certo raggio ed alla sezione  $\bar{r} = 0.25$  ( $\sigma_r/\sigma_{0.25R}$ ), hanno l'andamento riportato in Figura 7.10. Si possono osservare le bande tipiche dell'andamento radiale delle tensioni per distribuzioni di spessore sia lineari che nonlineari. La distribuzione nonlineare è quella usata più frequentemente, in quanto, sebbene provochi tensioni maggiori, consente sia di avere un minore peso dell'elica, sia di potere utilizzare sezioni di pala più sottili; il che è conveniente sia dal punto di vista del rendimento idrodinamico che da quello del ritardo dell'innesco della cavitazione.

Le distribuzioni lineari di spessore sono adottate frequentemente nel caso di eliche di piccolo diametro, allo scopo di semplificarne la costruzione. Tuttavia, questa scelta progettuale può produrre a volte effetti negativi; infatti, numerosi pattugliatori veloci hanno presentato problemi di progettazione idrodinamica ben superiori a quelli di una grande nave. La distribuzione lineare di spessore è impiegata frequentemente anche su pescherecci e rimorchiatori allo scopo di avere un margine maggiore contro il rischio di rottura.

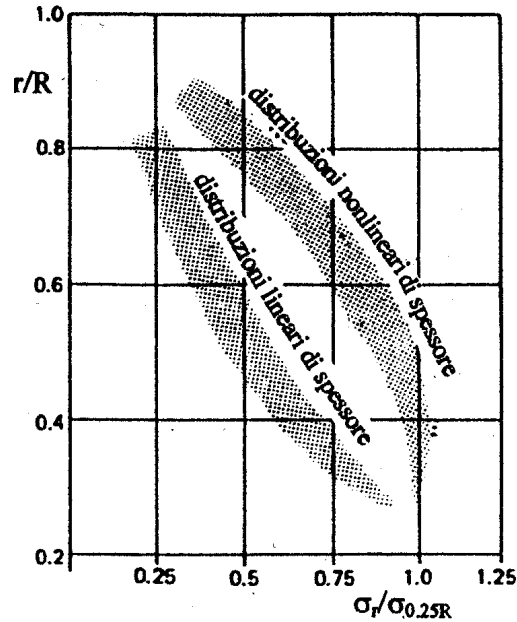


Figura 7.10. Confronto tra distribuzioni di spessore e di tensione radiale

Sebbene costituisca la base per i calcoli strutturali delle eliche commerciali, il metodo della trave incastrata presenta alcuni *svantaggi*, del tutto evidenti quando si voglia affrontare il calcolo della distribuzione delle tensioni lungo la corda di una sezione. È stato verificato che il metodo tende a fornire risultati erranei quando ci si allontana dalla posizione di massimo spessore, in quanto è in grado di valutare solamente le tensioni massime in direzione radiale. Questo è in parte dovuto alle ipotesi fatte circa la forma dell'asse neutro nelle sezioni elicoidali, poichè il metodo, stante il modo con cui viene applicato praticamente, ipotizza un asse neutro approssimativamente parallelo alla linea che collega il bordo d'ingresso a quello d'uscita della sezione. Viceversa, un asse neutro curvilineo sarebbe più funzionale a questa teoria. Riserve ulteriori sono state espresse anche perché questo metodo di analisi è basato su sezioni elicoidali, mentre le osservazioni delle rotture di pala tendono a mostrare che le eliche si rompono lungo sezioni 'rettilinee'.

Come detto in precedenza, il metodo presentato assicura risultati sufficientemente affidabili solamente per eliche che abbiano profili di pala tradizionali e rapporti d'area espansa non elevati. Per eliche con 'skew' elevato e per eliche molto larghe (grande area espansa), i calcoli effettuati in base alla teoria della trave incastrata comportano errori notevoli, in quanto le tensioni massime non si manifestano sulle sezioni alla radice, ma nella zona del bordo di uscita di pala ai raggi di pala  $\bar{r} = 0.7-0.8$ . Questo si spiega soprattutto con il fatto che la teoria della trave incastrata non prende in considerazione le tensioni normali, dovute alla cosiddetta 'torsione deviata', che sono il prodotto del modo di fissaggio della pala al mozzo. Per tutti questi motivi, sono stati sviluppati metodi più precisi di calcolo, basati sull'applicazione della teoria delle pareti sottili o di tecniche agli elementi finiti. In entrambi i casi, quando si determina il sistema di forze esterne, occorre considerare la distribuzione del carico non solamente in

direzione radiale, ma anche lungo la corda. È necessario, quindi, utilizzare la teoria vorticale della superficie portante.

## 7.2 Metodo di Burrill

Un altro metodo approssimato per la stima delle tensioni di pala è dovuto a Burrill (1959). In questo metodo si ipotizza che la distribuzione di spinta sia tale che su ogni pala la spinta agisca in un punto la cui distanza dalla sezione alla radice sia pari a 0.60 volte la lunghezza di pala dalla radice all'apice. La forza trasversale su ogni pala che dà luogo al momento torcente è ipotizzata agire ad una distanza dalla sezione alla radice pari a 0.55 volte la lunghezza di pala.

I momenti flettenti dovuti alla spinta ed al momento torcente possono essere perciò calcolati come

$$M_{BT} = \frac{T}{Z} \cdot 0.60 (R - r_h) = \frac{T \cdot D}{Z} \cdot 0.30 (1 - x_h) \quad (7.30)$$

$$M_{BQ} = \frac{Q \cdot 0.55 (R - r_h)}{Z [0.55 (R - r_h + r_h)]} = \frac{Q \cdot 0.55 (1 - x_h)}{Z (0.55 + 0.45x_h)} \quad (7.31)$$

dove  $x_h = r_h/R$  è il raggio adimensionale alla radice di pala.

La massa di ogni pala è fornita in misura approssimata da

$$m_b = 0.35 \rho_m \bar{t} \frac{A_D}{Z}$$

dove  $\rho_m$  è il peso specifico del materiale,  $\bar{t}$  è lo spessore medio di pala dalla radice all'apice, ed il rapporto  $A_D/Z$  è l'area sviluppata di una pala.

Per una distribuzione lineare di spessore,  $\bar{t}$  è formulato come

$$\bar{t} = 0.50 \left[ (1 - x_h) \frac{t_0}{D} + (1 + x_h) \frac{t_2}{D} \right] D$$

dove  $t_0$  e  $t_1$  sono rispettivamente gli spessori alla radice ed all'apice di pala.

Il raggio del centroide di pala è calcolato come

$$r_c = r_h + k_1 (1 - x_h) R$$

dove  $k_1$  è il fattore moltiplicativo della lunghezza di pala, pari a 0.32 per pale con profili normali, e pari a 0.38 per pala con apici larghi.

La forza centrifuga è allora data da

$$F_c = m_b (2\pi n)^2 r_c \quad (7.32)$$

Il momento flettente dovuto al 'rake' è

$$M_r = F_c (r_c - r_h) \tan \varepsilon_e \quad (7.33)$$

dove  $\varepsilon_e$  è l'angolo effettivo di 'rake', circa 6 gradi maggiore dell'angolo di 'rake' geometrico; si trascura l'effetto dello 'skew'.

L'area della sezione alla radice ed il suo modulo sono calcolati rispettivamente come

$$\left. \begin{aligned} A_h &= k'_2 c T \\ I/y &= k'_3 c t^2 \end{aligned} \right\} \quad (7.34)$$

dove  $c$  e  $t$  sono rispettivamente la lunghezza di corda e lo spessore della sezione alla radice, mentre  $k_2$  e  $k_3$  sono coefficienti i cui valori sono leggibili nella tabella seguente

<i>Forma della sezione</i>	<i>Segmentale</i>	<i>Alare</i>	<i>Lenticolare</i>
$k_2$	0.667	0.725	0.667
$k_3$	0.112	0.100	0.083

è ora possibile calcolare la tensione alla radice di pala grazie alla formula

$$\sigma_h = \frac{(M_{B_T}) + M_r}{I/y} \cos \varphi + \frac{M_{B_Q} \sin \varphi}{A_h} + \frac{F_c}{A_h} \quad (7.35)$$

dove  $\varphi$  è l'angolo di passo della sezione alla radice.

Il metodo di Burrill fornisce la tensione sulla faccia della sezione alla radice nella posizione di massimo spessore, in quanto la massima tensione di trazione avviene normalmente in quel punto.

### 7.3 Metodi numerici

Le procedure fondamentali di calcolo della robustezza di un'elica, basate sull'evoluzione della teoria della trave incastrata sono utilizzate ancora diffusamente come base per il progetto delle eliche leggermente caricate. Tuttavia, tale teoria non è in grado di considerare gli effetti dello 'skew' e della distribuzione di carico non-uniforme lungo la corda. Non è in grado neppure di spiegare le improvvise ed inattese rotture su eliche pesantemente caricate.

Oggi le vibrazioni indotte dall'elica costituiscono uno dei problemi principali associati alla propulsione navale. La spinta prodotta dalla forza di portanza è non-stazionaria quando le pale ruotano in un campo di velocità non-uniforme dietro la nave. Nel tentativo di ridurre le vibrazioni, sono state proposte varie soluzioni che vanno da un elevato 'skew' di pala, ad un maggiore numero di pale, e ad elevati rapporti di area espansa, ossia a pale molto larghe. Queste innovazioni della geometria dell'elica hanno reso inutilizzabili i metodi progettuali standard.

Allo scopo di superare questi problemi fondamentali, che si manifestano non appena si tratti di calcolare la robustezza di eliche a pale larghe e/o di elevata velocità di rotazione, intensi sforzi di ricerca portarono allo sviluppo di procedure progettuali basate sulla *teoria delle pareti sottili* (Conolly, 1961; Cohen, 1971). Tuttavia, non appena i computers furono in grado di effettuare

calcoli più onerosi, il lavoro di ricerca si concentrò sull'*approccio agli elementi finiti*, utilizzando inizialmente elementi piani e successivamente elementi solidi isoparametrici e superparametrici. Tipici sono i metodi sviluppati da Ma (1974) ed Atkinson (1975). Il vantaggio di un approccio numerico rispetto al metodo della trave incastrata è che essi sono in grado di *valutare le tensioni e gli sforzi su tutta la pala* a patto che, ovviamente, sia possibile definire accuratamente i carichi idrodinamici di pala.

### 7.3.1 Metodo della parete sottile

La teoria della parete sottile applicata alle pale di un'elica ipotizza che la pala, caricata staticamente, sia una *parete elicoidale elastica* di spessore variabile, che subisce inflessioni infinitesime. La parete viene fissata lungo un contorno, coincidente con un elicoide, in corrispondenza della radice di pala, mentre è libera nella zona dell'apice. Si ipotizza che, applicando un carico, gli elementi lineari, che erano normali alla superficie media della parete prima del carico, rimangano ancora normali, e che tali elementi non subiscano alcuno sforzo di tensione proprio in direzione della normale. Si ipotizza, inoltre, che non esista alcuna tensione di trazione lungo le superfici parallele alla superficie media.

La soluzione approssimata proposta per il calcolo delle tensioni considera un'elica di passo  $P$  radialmente costante e di raggio  $R$ , senza 'skew' e senza 'rake', la cui superficie media di pala è parte di una superficie elicoidale. Ogni punto della pala è definito rispetto ad un sistema di coordinate cilindriche  $F(x, r, \theta)$ , dove l'avanzo  $x$  relativo all'angolo  $\theta$  è misurato lungo l'asse dell'elica come  $x = P\theta/2\pi$ . I bordi d'ingresso e d'uscita sono individuati rispettivamente dalle coordinate cilindriche  $\theta = \theta_{le}$  e  $\theta = \theta_{te}$ , ambedue funzioni del raggio.

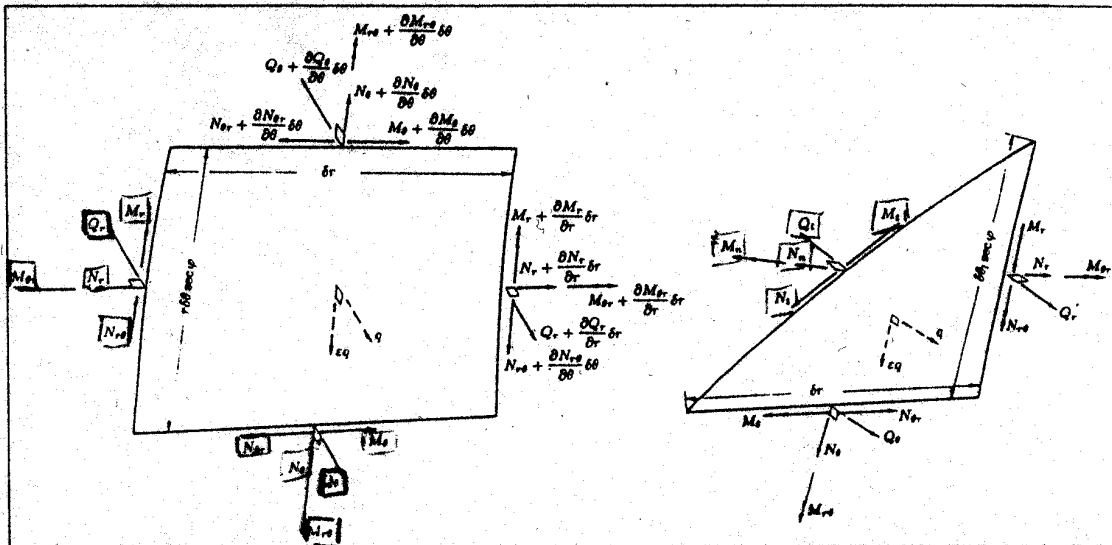


Figura 7.11. Forze e momenti sugli elementi superficiali che modellano la pala

I carichi unitari di superficie, di intensità  $q$  ed  $\varepsilon q$ , sono applicati rispettivamente in direzione normale alla superficie ed in direzione parallela ad una linea elicoidale sulla superficie. La pala viene suddivisa mediante elementi rettangolari all'interno della pala ed elementi triangolari sui bordi di pala (Fig. 7.11). I lati di questi elementi sono soggetti da parte del materiale circostante a forze risultanti ed a momenti flettenti e torcenti. Le forze superficiali per unità di lunghezza, riportate ancora in Figura 7.11, sono le forze medie di trazione  $N_r$  ed  $N_\theta$ , le forze medie di taglio  $N_{r\theta}$  ed  $N_{\theta r}$ , le forze di taglio normali all'elemento  $Q_r$  e  $Q_\theta$ , i momenti flettenti  $M_r$  e  $M_\theta$ , ed i momenti torcenti  $M_{r\theta}$  ed  $M_{\theta r}$ . Le direzioni dei momenti flettenti e torcenti sono considerate positive nella convenzione utilizzata nei diagrammi, se l'elica è destrorsa. Le forze ed i momenti, soggetti alle condizioni al contorno sul profilo di pala, sono le forze ed i momenti medi di superficie  $N_t$  ed  $M_t$  lungo i bordi, quelle  $N_n$  e quelli  $M_n$  perpendicolari ai bordi, nonché la forza di taglio  $Q$  normale alla superficie dell'elemento.

Risolvendo le forze in direzione di tre assi tra loro perpendicolari, e considerando i momenti intorno agli stessi assi, per ogni elemento di pala si ricavano sei equazioni di equilibrio. Tali equazioni sono basate sulle condizioni di equilibrio tra i carichi di superficie applicati esternamente e la resistenza interna del materiale in ogni sezione. Per gli elementi rettangolari interni alla pala, l'equazione di equilibrio ottenuta considerando i momenti intorno alla tangente alla linea elicoidale è

$$\frac{\partial}{\partial r}(M_r r \sec \varphi) - M_\theta \cos \varphi = Q_r r \sec \varphi + \frac{\partial M_{r\theta}}{\partial \theta} = 0 \quad (7.36)$$

dove  $\varphi$  è l'angolo di passo al raggio  $r$ .

Per gli elementi triangolari adiacenti ai bordi, considerando i momenti intorno agli assi tangenti alla superficie, rispettivamente lungo e perpendicolarmente al bordo, le equazioni di equilibrio sono rispettivamente

$$(M_\theta - M_t) + (M_{\theta r} - M_{r\theta}) \cdot r \sec \varphi \frac{d\theta_{le}}{dr} + (M_r - M_t) \cdot r^2 \sec^2 \varphi \left( \frac{d\theta_{le}}{dr} \right)^2 = 0 \quad (7.37)$$

$$(M_{r\theta} - M_n) + (M_\theta - M_r) \cdot r \sec \varphi \frac{d\theta_{le}}{dr} + (M_{\theta r} - M_n) \cdot r^2 \sec^2 \varphi \left( \frac{d\theta_{le}}{dr} \right)^2 = 0 \quad (7.38)$$

Le condizioni al contorno sono imposte come segue. Poiché il profilo dell'elica è libero, il momento flettente lungo il profilo deve essere nullo. Imponendo che sia  $M_t = 0$ , ed eliminando  $M_\theta$  tra le equazioni (7.37) e (7.38), si ricava

$$M_n + M_r \cdot r \sec \varphi \frac{d\theta_{le}}{dr} - M_{r\theta} = 0 \quad (7.39)$$

Le relazioni tra le forze medie di superficie  $N_n$  ed  $N_t$ , la forza normale di taglio  $Q_r$  ed il momento torcente  $M_t$  possono essere ottenute ricorrendo all'applicazione del principio di St. Venant, in base al quale il momento torcente su un elemento del profilo può essere sostituito da due forze normali alla superficie poste sulle estremità dell'elemento. Si possono ricavare, quindi, tre equazioni annullando le forze risultanti in direzione normale e nelle direzioni tangenti alla superficie, perpendicolari tra loro. La sostituzione del momento torcente con forze normali

produce forze concentrate che producono un momento  $M_n$  alle estremità del bordo.

Per gli elementi interni della pala, risolvendo le forze nella direzione positiva dell'asse  $z$  di pala e considerando i momenti intorno a questo asse, qualora si indichino con  $F_z$  la forza ed  $M_z$  il momento intorno all'asse dovuti al carico di pressione, si ricava dopo alcuni passaggi analitici

$$F_z \cos \varphi - M_z \frac{\sin \varphi}{r} + \frac{\sin^2 \varphi}{r} \int_{\theta_{te}}^{\theta_{le}} M_r r \sec \varphi d\theta - \frac{d}{dr} \int_{\theta_{te}}^{\theta_{le}} M_r r \sec \varphi d\theta + \int_{\theta_{te}}^{\theta_{le}} M_\theta \cos \varphi d\theta = 0 \quad (7.40)$$

Per risolvere l'equazione (7.40), il che consentirebbe di ricavare esattamente il momento flettente  $M_r$ , sarebbe necessario stabilire una relazione tra  $M_r$  ed  $M_\theta$ , che soddisfi esattamente le equazioni d'equilibrio degli elementi della parete (la pala) e le condizioni al contorno. Poichè questo non è possibile, viene ricavata una relazione approssimata a partire dai risultati di esperimenti su modelli. Questi indicano che l'inflessione  $w$  di pala, normale alla faccia, può essere derivata in funzione del solo raggio  $r$ .

Combinando questo risultato con le espressioni che forniscono le variazioni della curvatura di una parete, le cui derivazioni sono state fornite da Conolly (1961), ed esprimendo la rigidità flessionale come  $D = E t^2 m^2 / 12(m^2 - 1)$ , dove  $E$  è il modulo d'elasticità di Young ed  $1/m$  è il modulo di Poisson, si ricava

$$-\frac{M_r}{D} = \frac{d^2 w}{dr^2} + \frac{\cos^2 \varphi}{m r} + \frac{3m - 1}{m r^2} \sin^2 \varphi \cdot \cos^2 \varphi w \quad (7.41)$$

$$-\frac{M_\theta}{D} = \frac{1}{m} \cdot \frac{d^2 w}{dr^2} + \frac{\cos^2 \varphi}{r} - \frac{m - 3}{m r^2} \sin^2 \varphi \cdot \cos^2 \varphi w \quad (7.42)$$

dove i termini contenenti il prodotto tra una tensione di taglio e la torsione naturale ( $d\varphi/dr$ ) della pala sono stati trascurati rispetto alle variazioni di curvatura dovute alla flessione.

Se si ipotizza una variazione lineare della tensione in dipendenza dello spessore, per cui la relazione tra momento flettente e tensione può essere espressa come

$$6M = \sigma \cdot (t/c)^2 \quad (7.43)$$

dove  $\sigma$  è la tensione dovuta al momento flettente, il rapporto  $M/D$  vale

$$\frac{M}{D} = \frac{2(m^2 - 1)}{Em^2} \cdot \frac{\sigma}{t} = \text{cost.} \cdot \frac{\sigma}{t} \quad (7.44)$$

Le equazioni (7.41) e (7.42) indicano che i rapporti  $M_r/D$  ed  $M_\theta/D$  sono indipendenti da  $\theta$ , per cui, in base alla relazione (7.44), lo è anche il rapporto tra tensione e spessore. Questo risultato è la conseguenza dell'ipotesi concernente l'inflessione di pala, che viola, comunque, le condizioni al contorno sui bordi di pala. Alla radice di pala,  $w$  e  $dw/dr$  sono ambedue nulle, così che dalle equazioni (7.41) e (7.42) si può derivare la relazione

$$\left(\frac{M_\theta}{D}\right)_{r_h} = \frac{1}{m} \left(\frac{M_r}{D}\right)_{r_h} \quad (7.45)$$



Eliminando  $w$  dalle equazioni (7.41) e (7.42) ed utilizzando la condizione al contorno fornita dalla relazione (7.45), si ricava l'equazione che lega  $M_\theta$  ed  $M_r$  in qualsiasi sezione di discretizzazione della pala, di raggio adimensionale  $x$ , come

$$\frac{M_\theta}{D} = \frac{1}{m} \frac{M_r}{D} + \frac{m^2 - 1}{m^2(1 + a^2x^2)^{(1+m)/2m}} \int_{x_h}^x \frac{M_r}{D} \cdot \frac{a^2x}{m^2(1 + a^2x^2)^{(m-1)/2m}} dx \quad (7.46)$$

dove è  $a = 2\pi R/P$ .

Sostituendo l'equazione (7.46) nell'equazione (7.40), risolvendo rispetto ad  $M_r$ , ed introducendo le notazioni adimensionali

$$s = \frac{t}{t_{x_h}} \quad ; \quad I = \frac{2}{\theta_{le} - \theta_{te}} \int_{\theta_{le}}^{\theta_{te}} s^3 d\theta$$

si ricavano le seguenti equazioni, rispettivamente per i momenti flettenti radiali e trasversali

$$\begin{aligned} \frac{M_r}{s^3} = & -\frac{x}{I} \cdot \frac{2R}{c} (1 + a^2x^2)^{(1-m)/2m} \int_x^1 \frac{F_z a x^2 - M_z/R}{x^2(1 + a^2x^2)^{1/2}} dx + \\ & \int_x^1 \left[ \frac{c}{2R} \cdot \frac{a^4(m^2 - 1)I}{m^2(1 + a^2x^2)^{(1+m)/m}} \int_{x_h}^x \frac{M_r}{s^3} \cdot \frac{x}{m^2(1 + a^2x^2)^{(m-1)/2m}} dx \right] dx \end{aligned} \quad (7.47)$$

$$\frac{M_\theta}{s^3} = \frac{1}{m} \frac{M_r}{D} + \frac{a^2(m^2 - 1)}{m^2(1 + a^2x^2)^{(1+m)/2m}} \int_{x_h}^x \frac{M_r}{s^3} \cdot \frac{x}{(1 + a^2x^2)^{(m-1)/2m}} dx \quad (7.48)$$

La forza  $F_z$  in direzione dell'asse di pala ed il momento  $M_z$  intorno a questo asse, dovuti ai carichi applicati su quella parte di pala esterna alla sezione  $x$ , sono dati dalle relazioni

$$F_z = \int_x^1 \frac{ax - \varepsilon}{(1 + a^2x^2)^{1/2}} \cdot \frac{dL}{dx} dx \quad (7.49)$$

$$\frac{M_z}{R} = - \int_x^1 \frac{(1 + \varepsilon ax)}{(1 + a^2x^2)^{1/2}} \cdot \frac{dL}{dx} dx \quad (7.50)$$

dove  $L$  è la forza di portanza normale ad ogni superficie di pala.

L'equazione (7.47) deve essere risolta numericamente per successive approssimazioni, a partire dalla distribuzione del carico di superficie. Inizialmente, il secondo termine nell'integrando viene trascurato, in maniera da potere valutare  $M_r/s^3$  in prima istanza. Il valore così ottenuto viene utilizzato per fornire una prima approssimazione del termine inizialmente trascurato; permettendo, quindi, di calcolare  $M_r/s^3$  in seconda approssimazione. Tale procedura va ripetuta finché successive approssimazioni non producono alcuna variazione, ritenuta rilevante, del valore di  $M_r/s^3$ . A quel punto può essere finalmente calcolato il momento trasversale  $M_\theta$ .

L'esame dell'equazione (7.47), relativa al momento flettente, mostra che il primo termine nell'integrando dipende dal passo dell'elica e dalla distribuzione radiale del carico, mentre il secondo termine dipende anche dalle lunghezze di corda e dalle distribuzioni dei loro spessori.

Per potere applicare più facilmente tale equazione, relativa al *carico idrodinamico*, alle eliche che abbiano distribuzioni arbitrarie di corda e di spessore, occorre conoscere l'entità del

secondo termine rispetto al primo. Questa è stata ottenuta applicando l'equazione (7.47) ad una *serie virtuale di eliche* che avevano una specifica forma geometrica ed un carico predefinito.

La serie ipotetica presenta un passo  $P$  costante per tutte eliche. Lo spessore di pala  $t$  a metà lunghezza di corda varia linearmente dalla radice ( $x = 0.2$ ) all'apice, che ha uno spessore pari ad  $1/21$  dello spessore ideale  $t_0$  sull'asse.

La variazione dello spessore lungo la corda è parabolico con il vertice al centro della corda ed uno spessore costante sui bordi; può essere espressa come

$$\frac{t}{t_0} = \frac{20}{21}(1-x)(1-u^2) + \frac{1}{21}$$

dove  $u$  è la frazione della semilunghezza di corda misurata dal centro di corda.

La lunghezza di corda al raggio  $x$  è data dall'espressione

$$\frac{c}{2R} = K_1 x (1-x^2)^{1/2}$$

dove il coefficiente  $K_1$  denota l'effettiva larghezza di pala.

La portanza, normale alla superficie di pala, è descritta mediante la legge di distribuzione

$$\frac{dL}{dx} = K_2 x^2 (1-x^2)^{1/2} \sec \varphi$$

dove il coefficiente  $K_2$  dipende dalla spinta totale e dal momento torcente totale di pala. Si ipotizza, infine, che il rapporto d'impedenza  $\varepsilon = D/L$  sia uniforme su tutta la pala.

L'equazione (7.47) è stata risolta per valori del fattore  $a = 2\pi R/P$  compresi tra 1 e 7. Il valore del rapporto di Poisson è stato fissato a  $1/m = 1/3$ . I calcoli hanno dimostrato che il secondo termine nell'integrando aumenta rispetto al primo al diminuire del passo, rappresentando meno dell'1% del primo termine a passi elevati, intorno al 5% a passi medi, e circa il 10% a passi ridotti. Si ritiene perciò che venga introdotto solamente un piccolo errore se si ipotizza che qualunque elica con distribuzioni arbitrarie di corda e di spessore, purché abbia una distribuzione di passo radialmente costante ed una distribuzione di carico riconducibile alla legge suddetta, abbia lo stesso valore del termine correttivo. Introducendo le stesse ipotesi nell'equazione (7.48) relativa al momento flettente trasversale, si produce un errore assai maggiore.

Tuttavia, il momento  $M_\theta$  non è normalmente richiesto nei calcoli di robustezza, in quanto, a parte una piccola zona vicina all'apice di pala, è assai minore di  $M_r$ .

Sulla base delle ipotesi precedenti, le equazioni che forniscono il momento flettente sono state trasformate in forme convenienti per il calcolo delle tensioni su qualunque elica. I valori massimi delle tensioni radiali  $\sigma_r$  e delle tensioni trasversali  $\sigma_\theta$  al raggio  $r$  sono derivabili, quindi, mediante le equazioni

$$\sigma_r \cdot t_m^2 c = \frac{RK}{Z} \left( A_1 \frac{2\pi R}{P} T + A_2 \frac{Q}{R} \right) \quad (7.51)$$

$$\sigma_\theta \cdot t_m^2 c = \frac{RK}{Z} \left( B_1 \frac{2\pi R}{P} T + B_2 \frac{Q}{R} \right) \quad (7.52)$$

dove  $K$  è una funzione adimensionale di  $x$  dipendente dal tipo di sezione di pala, dato in Tabella 7.2 per diverse forme di profili. I termini  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $B_1$  e  $B_2$  sono funzioni adimensionali di  $x$  e del rapporto  $a = 2\pi R/P$ , i cui valori sono riportati rispettivamente nelle Tabelle 7.3, 7.4, 7.6, 7.7.

$a$							
$x$	1	2	3	4	5	6	7
0.2	7.85	7.69	6.92	6.05	5.30	4.66	4.15
0.3	8.67	8.27	7.10	5.94	5.05	4.33	3.90
0.4	9.73	8.96	7.46	6.12	5.13	4.38	3.81
0.5	11.04	9.89	8.07	6.56	5.46	4.64	4.04
0.6	12.74	11.17	8.98	7.31	6.04	5.12	4.48
0.7	14.98	12.88	10.27	8.37	6.90	5.83	5.11
0.8	17.66	15.00	11.93	9.68	7.99	6.77	5.89
0.9	19.03	16.26	12.87	10.44	8.64	7.36	6.38

Tabella 7.3. Funzione  $A_1$ 

Per ottenere un'espressione per le tensioni prodotte dal *carico meccanico*, conviene ricorrere ancora alla teoria della trave incastrata applicata all'ipotetica serie, trascurando tuttavia la curvatura delle sezioni di pala nel calcolo delle tensioni prodotte dal momento flettente causato dal 'rake' di pala, come suggerito dagli esperimenti.

$a$							
$x$	1	2	3	4	5	6	7
0.2	71.00	66.20	59.00	51.58	45.54	40.37	36.00
0.3	53.85	48.05	40.25	33.25	28.14	24.30	21.09
0.4	46.47	39.91	32.09	25.77	21.50	18.44	15.80
0.5	43.47	36.34	28.66	22.78	18.94	16.19	13.89
0.6	43.15	35.55	27.80	22.12	18.36	15.68	13.45
0.7	44.84	36.78	28.78	22.95	19.05	16.25	14.00
0.8	48.00	39.50	31.00	24.65	20.58	17.59	15.19
0.9	47.83	39.65	31.20	24.97	29.80	17.83	15.34
1.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

Tabella 7.4. Funzione  $A_2$ 

Le tensioni centrifughe attraverso una sezione cilindrica di pala presentano due componenti: una di trazione uniformemente distribuita lungo la sezione, ed una dovuta al momento flettente prodotto dal 'rake' di pala; quest'ultima è massima al centro della corda, ed è una tensione di trazione sulla faccia, mentre sul dorso è di compressione con pari intensità. La tensione massima di trazione ad ogni raggio è data dalla seguente formula proposta da Conolly (1971)

$$\sigma_t = \frac{N^2 R^2}{10^{10}} \left( C_1 + \frac{\tan \varepsilon R C_2}{t_m} \cos \varphi \right) \quad (7.53)$$

dove tutte le grandezze lineari sono espresse in pollici, mentre i coefficienti  $C_1$  e  $C_2$  sono forniti in Tabella 7.5.

La vasta letteratura relativa al metodo della parete sottile indica che esso può essere considerato un adeguato punto di partenza nell'applicazione del metodo agli elementi finiti.

$x$	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
$C_1$	16.6	12.0	9.5	7.7	6.2	4.8	3.4	1.9	0.0
$C_2$	57.4	33.5	21.1	13.4	8.3	4.6	2.1	0.6	0.0

Tabella 7.5. Coefficienti nella formulazione della tensione centrifuga

La vasta letteratura relativa al metodo della parete sottile indica che esso può essere considerato un adeguato punto di partenza nell'applicazione del metodo agli elementi finiti.

$a$							
$x$	1	2	3	4	5	6	7
0.2	2.62	2.56	2.30	2.01	1.76	1.55	1.37
0.3	3.06	3.29	3.17	2.91	2.64	2.36	2.14
0.4	3.66	4.14	4.02	3.65	3.27	2.92	2.60
0.5	4.43	5.08	4.86	4.34	3.82	3.36	2.98
0.6	5.37	6.15	5.73	5.01	4.36	3.81	3.36
0.7	6.57	7.38	6.72	5.75	4.98	4.34	3.81
0.8	8.08	8.82	7.83	6.59	5.68	4.93	4.33
0.9	9.17	9.89	8.65	7.20	6.22	5.40	4.70
1.0	3.22	4.85	4.59	3.96	3.44	2.99	2.64

Tabella 7.6. Funzione  $B_1$

$a$							
$x$	1	2	3	4	5	6	7
0.2	23.65	22.05	19.63	17.27	15.18	13.51	12.00
0.3	19.20	19.72	18.91	17.38	15.84	14.33	12.96
0.4	18.03	19.96	19.50	17.70	16.07	14.48	12.89
0.5	18.34	21.08	20.29	18.12	16.18	14.40	12.78
0.6	19.58	22.63	21.30	18.72	16.47	14.54	12.80
0.7	21.58	24.64	22.64	19.53	17.03	14.99	13.12
0.8	24.16	27.03	24.32	20.64	17.94	15.71	13.70
0.9	25.64	28.51	25.30	21.35	18.41	16.08	14.01
1.0	10.45	15.60	14.80	12.82	11.20	9.84	8.62

Tabella 7.7. Funzione  $B_2$

### 7.3.2 Metodi agli elementi finiti

I metodi agli elementi finiti comparvero contemporaneamente allo sviluppo delle eliche con ‘skew-back’ elevato. A differenza dei metodi della trave incastrata, che forniscono essenzialmente una misura di tensione su pochi, particolari punti di una sezione, le tecniche agli elementi finiti sono in grado di produrre informazioni sulle distribuzioni delle tensioni su tutta la pala, le quali possono essere correlate più facilmente a misure su modelli ed al vero. L’utilizzo di tali metodi su eliche con ‘skew-back’ ha indicato che, oltre alle tensioni normali dovute ai momenti flettenti prodotti dalla spinta e dal momento torcente, esistono tensioni elevate prodotte dal momento indotto sulle pale dallo ‘skew-back’.

Sono disponibili numerose procedure agli elementi finiti che possono essere applicate al calcolo della robustezza delle pale di un’elica. Alcune di queste sono state sviluppate in maniera specifica per questo scopo, mentre altre sono state derivate da codici strutturali generalisti. Le differenze fondamentali tra questi metodi consistono nella scelta del tipo di elementi finiti e nel numero di elementi utilizzati per modellare la pala. L’esperienza ha dimostrato che la geometria di pala va discretizzata in un numero di elementi finiti tra 70 e 300. I tipi di elementi più frequenti sono esaedri tridimensionali, elementi isoparametrici e superparametrici a parete spessa, elementi triangolari bidimensionali. È ragionevole ipotizzare che, fissate la geometria di pala e la distribuzione del carico, i codici di robustezza agli elementi finiti, se sviluppati correttamente, dovrebbero fornire previsioni simili dei livelli di tensione. Il problema fondamentale rimane quello di determinare la distribuzione del carico idrodinamico sull’elica, il che è estremamente difficile in condizioni estreme, quali l’arresto ed altre operazioni di manovra, durante le quali si sono verificate più frequentemente rotture di pala.

Alcuni approcci possono richiedere più elementi, a seconda del tipo di elemento finito e della sua formulazione. In tutti i casi, gli elementi finiti richiedono ovviamente che siano rispettate le usuali condizioni relative al rapporto di allungamento ed alla quasi-ortogonalità agli angoli degli elementi. La Figura 7.12 mostra alcune discretizzazioni per una serie di eliche senza e con ‘skew-back’; è evidente che nelle zone prossime all’apice è talvolta difficile soddisfare del tutto le condizioni di quasi-ortogonalità, per cui occorre inventare soluzioni di compromesso nella modellazione.

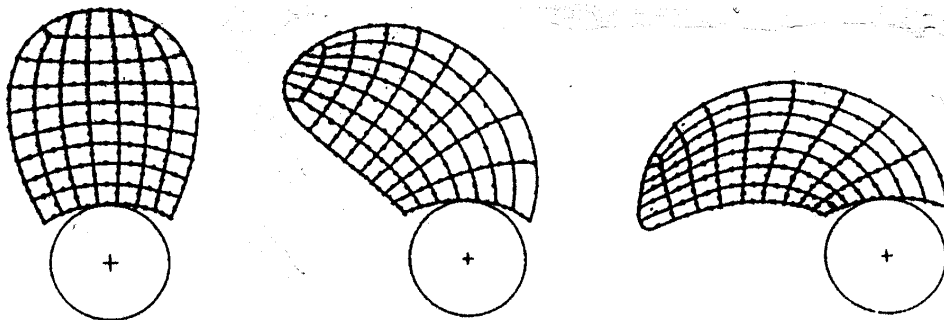


Figura 7.12. Discretizzazioni agli elementi finiti

La Figura 7.13 mostra la distribuzione delle tensioni di pala per una serie di progetti di eliche con ‘skew-back’ equilibrato e non bilanciato della stessa pala in confronto ad una loro variante senza ‘skew-back’. La distribuzione di spessore di pala è identica in tutti i casi. Per facilitare il confronto, le linee di isotensione sono state disegnate su ogni area espansa ad intervalli di 20 MPa. Risulta evidente che l’effetto dello ‘skew’ è sempre quello di redistribuire il campo di tensioni su ogni pala in maniera tale da fare aumentare le tensioni intorno al bordo d’uscita. In particolare, ambedue le eliche ‘C’ ed ‘E’ presentano tensioni di entità simili sul bordo d’uscita e tensioni relativamente elevate sul bordo d’ingresso, pari alla tensione riscontrata alla radice nel progetto ‘A’ con pale simmetriche. Si può osservare anche che la zona di elevate tensioni sull’elica ‘E’ è molto più concentrata di quella sull’elica ‘C’.

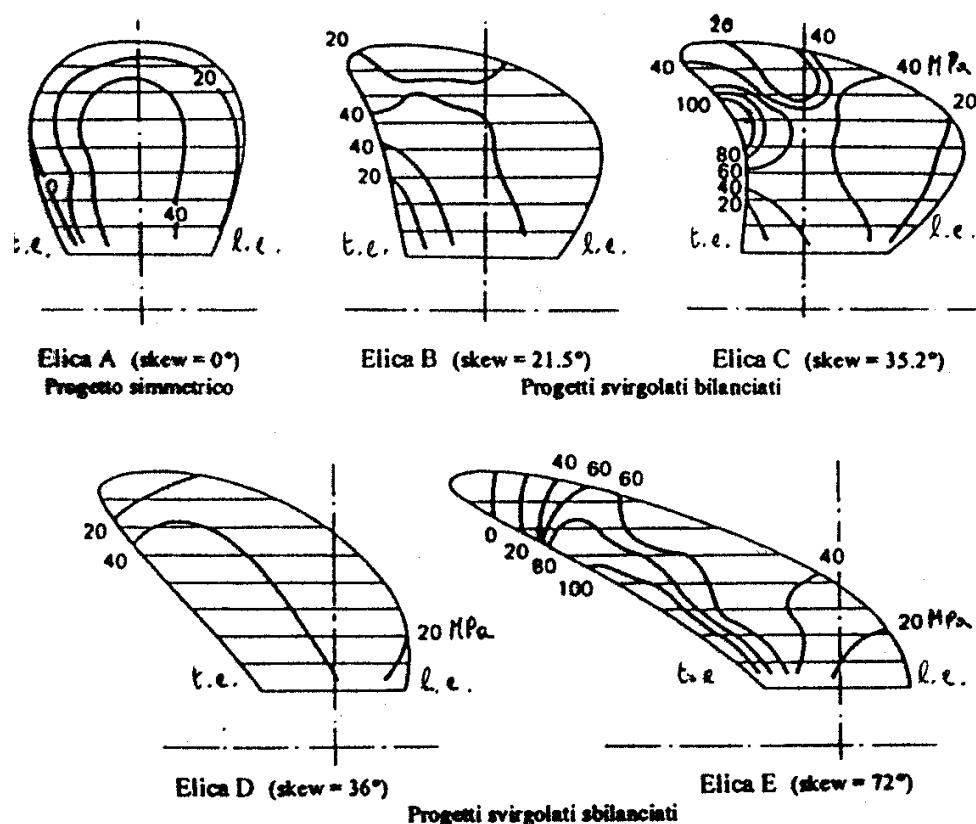


Figura 7.13. Distribuzioni delle tensioni principali per eliche con diverso ‘skew’

Inoltre, il modo di distribuzione delle tensioni nella zona dell’apice sulla faccia di pala, che sono sia di trazione che di compressione nelle pale simmetriche e con ‘skew’ non bilanciato, non si manifesta chiaramente nelle eliche con pale a ‘skew-back’ bilanciato. La precisione della previsione delle tensioni sull’apice dipende, comunque, sia dalla modellazione agli elementi finiti sia dall’accuratezza del calcolo del carico idrodinamico.

Un’altra caratteristica importante è che piccole variazioni nella curvatura del bordo d’uscita possono causare una marcata differenza nella distribuzione delle tensioni locali. Ad esempio,

se l'area della superficie di pala fosse ridotta tra il 5% ed il 10%, e se fosse conservato il profilo del bordo d'ingresso, aumentando così lo 'skew', si avrebbe un incremento significativo delle tensioni sul bordo d'uscita.

L'orientamento e la natura del campo di tensioni sulla pala di un'elica è importante da molti punti di vista. Per le eliche tradizionali con poco 'skew-back', le tensioni principali massime sono orientate grosso modo in direzione radiale per la maggior parte della lunghezza di pala, lontano dagli apici ed anche dai bordi d'ingresso e d'uscita alla radice. Inoltre, le componenti delle tensioni lungo le corde delle sezioni risultano mediamente inferiori del 25% rispetto alla massima tensione radiale. L'analisi dei risultati ottenuti da studi su numerose eliche indicano che queste conclusioni sono generalizzabili alle eliche con 'skew-BACK' elevato. Si è potuto osservare che l'orientamento delle tensioni principali massime giace normalmente entro una fascia di  $30^\circ$  da ambedue i lati della direzione radiale. Per quanto riguarda le entità delle tensioni lungo le sezioni di pala, si è trovato che, in generale, queste aumentano dal 30% al 40% della tensione radiale massima nel caso di eliche con 'skew' elevato. Nel caso di pale con 'skew' sbilanciato, la grandezza della componente di tensione lungo la corda tende a raggiungere un massimo sul bordo d'uscita piuttosto che nella sezione alla radice, come accade per gli altri tipi di eliche.

La deformazione di pala, sebbene non sia d'importanza primaria per la sua integrità strutturale, è importante per le considerazioni idrodinamiche relative all'angolo d'incidenza ed alla distribuzione della curvatura. Per le eliche convenzionali e per le eliche con 'skew' bilanciato, le caratteristiche della deformazione sembrano essere influenzate fondamentalmente da uno scostamento lineare della sezione combinato con una leggera rotazione. Tuttavia, nel caso di eliche con pale a 'skew-BACK' sbilanciato, le componenti rotatorie e traslatorie della deformazione di pala risultano essere notevolmente amplificate. Queste variazioni riducono significativamente l'angolo d'incidenza della sezione. Inoltre, a causa della non linearità della curva di deformazione, la curvatura della sezione si riduce, in quanto i bordi d'ingresso e d'uscita si sollevano. Nel caso mostrato per l'elica 'C' in Figura 7.12, la componente rotazionale determina una riduzione dell'angolo di passo della sezione (intorno a  $0.5^\circ$ ), rispetto alla condizione di elica ferma. Il problema che insorge a causa di questa risposta idroelastica delle pale dell'elica navale è di assoluta rilevanza, come fu dimostrato da Atkinson & Glover (1988).

Quando si affrontano studi agli elementi finiti, la scelta dell'elemento è critica rispetto alla validità dei risultati dell'analisi. Occorre utilizzare elementi che siano in grado di accettare facilmente tutti i carichi che si manifestano normalmente nei problemi dell'analisi della pala. Questo aspetto può essere illustrato considerando studi comparativi; ad esempio, quelli intrapresi dall'ITTC (1987), dove i risultati derivati da calcoli agli elementi finiti, da parte di sei organizzazioni, utilizzando sette diverse formulazioni, furono posti a confronto con i risultati sperimentali in scala modello. L'elica scelta fu quella 'C' della Figura 7.12, il cui modello era stato sottoposto sperimentalmente ad un carico concentrato sulla sezione a  $0.7R$  a metà lunghezza di corda. La Figura 7.14 mostra i risultati ottenuti dal benchmark organizzato dall'ITTC e la correlazione tra risultati sperimentali e calcoli agli elementi finiti condotti dalle

organizzazioni partecipanti. Viene riportato anche il risultato di un calcolo con il metodo della trave incastrata per la stessa condizione di carico.

Si può osservare che, sebbene la tendenza generale dei risultati ottenuti dalle misurazioni sia validato dai calcoli elaborati con diversi approcci agli elementi finiti, esiste uno scarto notevole tra i valori delle tensioni ricavate mediante i diversi metodi impiegati. La Figura 7.14 sottolinea, quindi, la necessità di una calibrata validazione dei metodi agli elementi finiti utilizzati per l'analisi strutturale di eliche con 'skew'. Tale validazione può essere affrontata solamente introducendo una correlazione tra metodo teorico e prove sperimentali, sia su modelli che al vero, poiché, mentre gli andamenti possono essere previsti anche con una procedura non validata, nel caso di calcolo dei fenomeni a fatica occorre conoscere esattamente le entità effettive delle tensioni. Infine, la Figura 7.14 dimostra ampiamente che il metodo della trave incastrata non valuta realisticamente l'entità dei carichi subiti dalle sezioni prossime al mozzo di pale con 'skew-back' elevato.

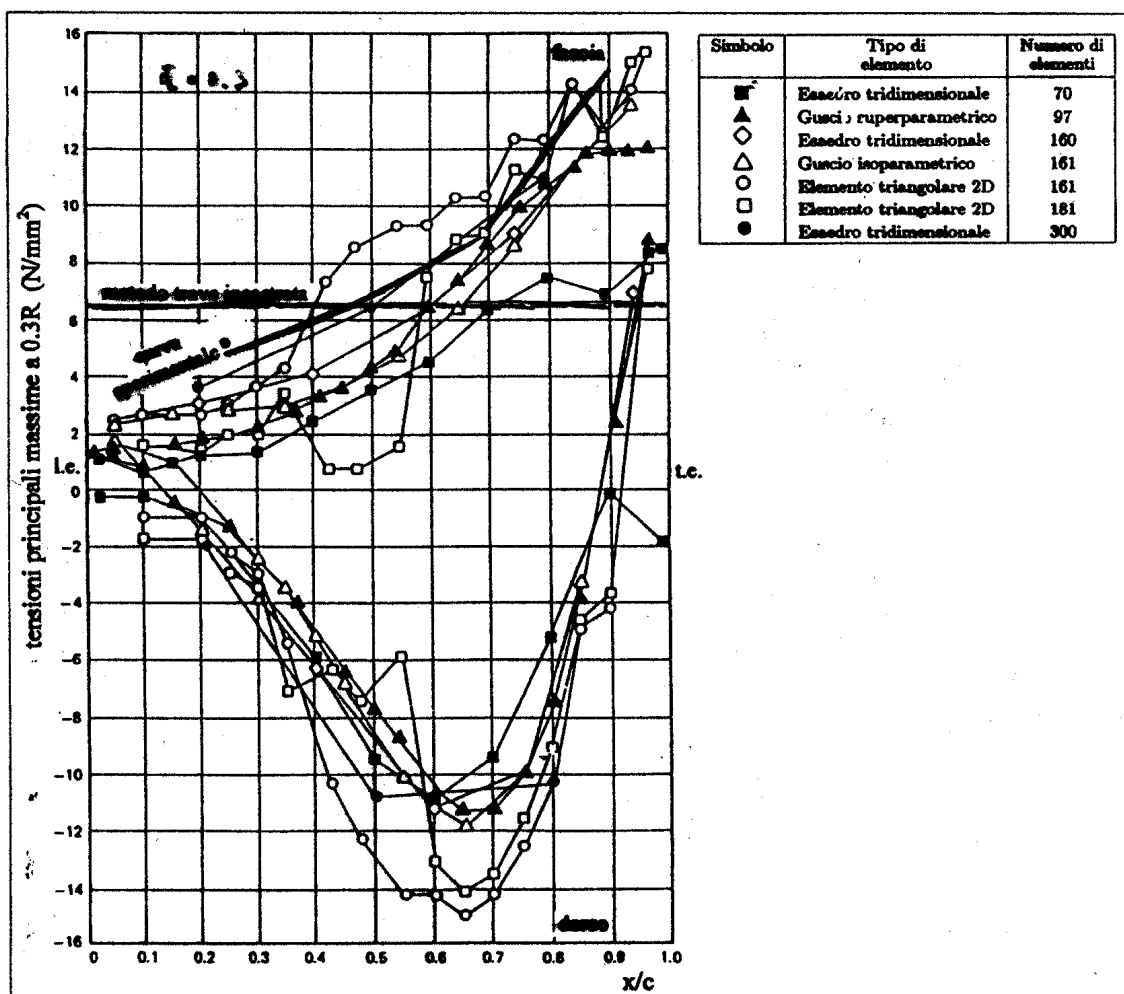


Figura 7.14. Correlazioni sperimentali per diversi metodi agli elementi finiti



Tra le prime applicazioni rilevanti del metodo agli elementi finiti vale la pena citare quella effettuata da Ma (1975) sulla pala di un'elica supercavitante con passo molto elevato. La pala fu discretizzata in soli quindici elementi finiti tridimensionali, sistemati in cinque righe con tre elementi per riga. Il profilo di pala, lo schema di numerazione degli elementi della modellazione e la sezione rettificata a  $0.4R$  di un profilo di Tulin sono mostrati in Figura 7.15. Si osservi che la pala è molto sottile lungo il bordo d'ingresso ed anche in prossimità del bordo d'uscita. Normalmente, in queste zone viene impiegata una discretizzazione più fine per ottimizzare la previsione delle tensioni.

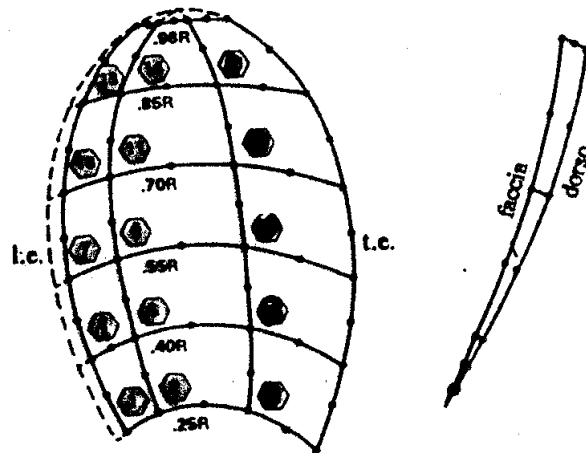


Figura 7.15. Mesh di una pala supercavitante

Scopo dell'analisi era quello di determinare le tensioni massime di pala, trascurando l'influenza limitata dei segmenti sottili indicati in Figura 7.15 dalle linee tratteggiate. Furono utilizzati tre differenti distribuzioni di carico: (i) una pressione distribuita uniformemente sull'intera faccia di pala; (ii) lo stesso carico totale di pressione distribuito su un'area che si estende dal 60% della corda fino al bordo d'uscita per tutte le sezioni di pala; (iii) una pressione equivalente distribuita dal bordo d'ingresso di pala fino al 60% delle lunghezze di corda, ossia ricoprendo la superficie della faccia degli elementi finiti 1, 2, 4, 5, 7, 8, 10, 11, 13, 14 (Fig. 7.15). Le pressioni assegnate non rappresentavano necessariamente carichi di servizio, ma erano funzionali alla valutazione della sensitività delle tensioni di pala quando la pala è soggetta a distribuzioni di pressione non-uniformi lungo la corda.

La Figura 7.16 illustra i risultati numerici per le tensioni radiali e tangenziali al raggio  $0.3R$  nel caso di pressione uniforme applicata su tutta la faccia di pala. Sono riportate anche le tensioni derivate sperimentalmente, che mostrano una buona accuratezza dei risultati teorici, dal punto di vista sia delle entità che delle direzioni delle tensioni. Diversamente dalle previsioni basate sulla teoria della trave incastrata, la tensione radiale massima vicino al mozzo risulta essere vicina a quella in prossimità dell'asse di pala piuttosto che vicino alla posizione del massimo spessore. Ai raggi maggiori, le tensioni radiali massime tendono a spostarsi verso il bordo d'uscita. Si può osservare anche che, nella zona della radice di pala, le tensioni radiali sono predominanti e si avvicinano in grandezza e direzione alle tensioni principali massime.

Viceversa, le componenti tangenziali di tensione divengono più importanti verso l'apice di pala.

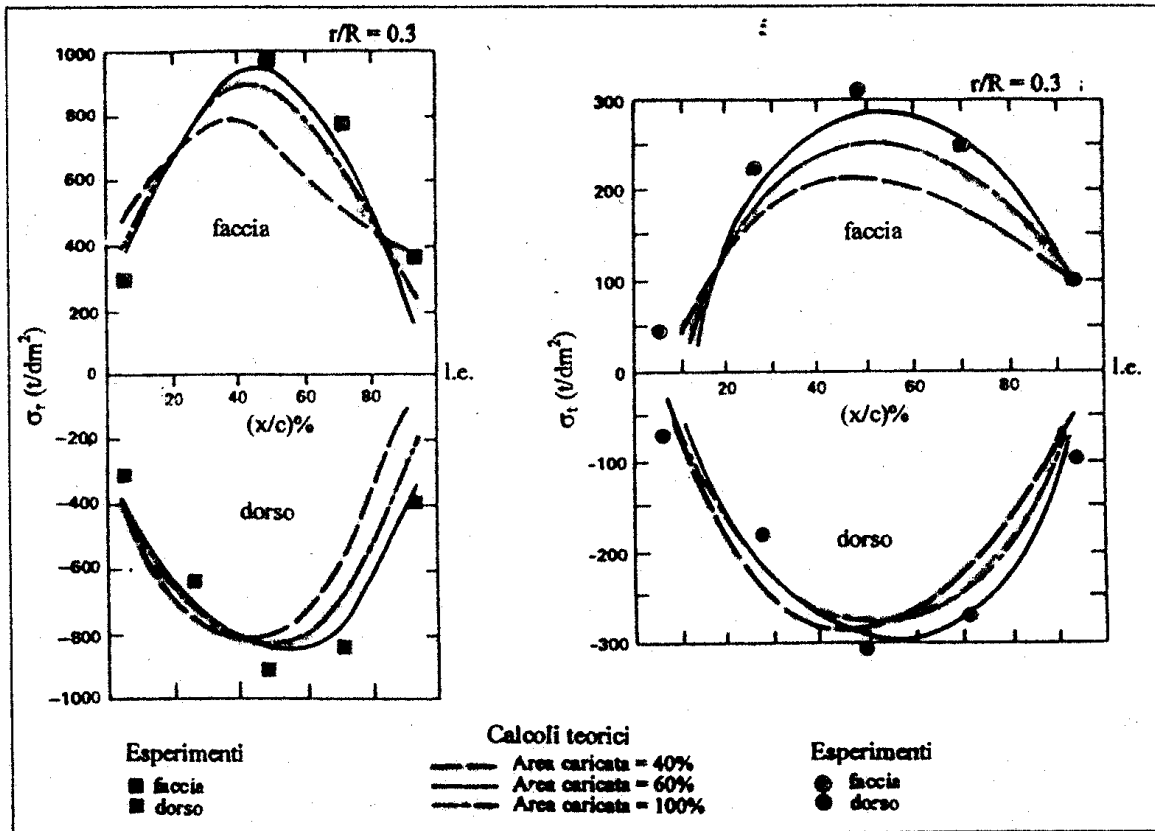


Figura 7.16. Tensioni radiali e tangenziali di una pala supercavitante

Nella stessa Figura 7.16 sono indicate le tensioni di pala calcolate per pressioni non-uniformi lungo la corda. Per i carichi posizionati vicino al bordo d'ingresso di pala, ambedue le tensioni tangenziali e radiali sono in certa misura più elevate verso il bordo d'ingresso ed inferiori verso il bordo d'uscita, rispetto alle tensioni corrispondenti derivate applicando una pressione uniforme. Quando il carico è maggiormente ripartito verso il bordo d'uscita, l'andamento della distribuzione delle tensioni risulta invertito e le entità delle tensioni stesse risultano leggermente inferiori. In ambedue i casi, le tensioni massime di pala non differiscono sensibilmente da quelle calcolate con un carico di pressione uniforme.

## 7.4 Problematiche progettuali

In generale, diversi approcci teorici e vari riscontri sperimentali hanno convenuto sui seguenti punti. Il progetto di dettaglio delle distribuzioni di spessore dell'elica tende ad essere una questione di scelta individuale da parte dei costruttori di eliche, sostanzialmente sulla base di un

compromesso tra considerazioni di robustezza, di idrodinamica e di tecnologia. Inoltre, per la maggior parte delle navi, esiste per lo spessore di pala anche l'obbligo di soddisfare i requisiti di uno dei Registri di Classifica. Nel caso del Lloyd's Register of Shipping, come d'altra parte avviene con la maggior parte dei Registri di Classifica, queste regole sono basate sul metodo d'analisi della trave incastrata e sono derivate essenzialmente dall'equazione (7.1).

Le tecniche per il calcolo della robustezza di pala discusse in precedenza sono applicabili a tutti i tipi di eliche, per cui è necessario considerare le caratteristiche specifiche di particolari tipi di eliche in rapporto alle eliche convenzionali a passo fisso, delle quali si è trattato finora.

### 7.4.1 Eliche speciali

#### Eliche con apice scarico

Le eliche ad apice scarico o *eliche a rumore ridotto*, che sono fondamentalmente un'evoluzione delle eliche delle navi militari, sono state introdotte sulle navi mercantili con lo scopo primario di ridurre le pressioni indotte. Tendono a concentrare il carico idrodinamico di pala verso le sezioni alla radice (Fig. 7.17). Tale caratteristica, che tende a ridurre la distanza radiale degli effettivi centri d'azione del carico idrodinamico, accoppiata con il rendimento propulsivo leggermente inferiore di queste eliche, produce tensioni medie alla radice meno gravose rispetto alle eliche convenzionali.

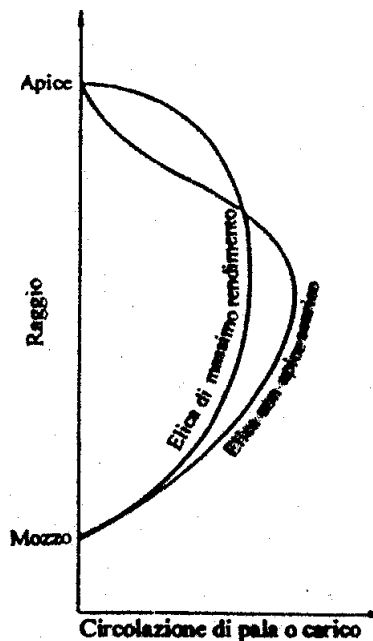


Figura 7.17. Distribuzione del carico radiale: eliche con apice scarico e rendimento ottimale

### Eliche intubate

Poichè le *eliche intubate*, analogamente alle eliche trasversali di manovra, tendono ad avere le sezioni esterne molto più caricate rispetto alle eliche convenzionali, hanno gli effettivi centri d'azione del carico idrodinamico a raggi leggermente maggiori. Tuttavia, si deve ricordare che, poichè una parte della spinta totale è prodotta dal mantello, occorre tenere conto di ambedue questi aspetti nel calcolo della robustezza. Inoltre, il mantello può esercitare un'influenza attenuante sul campo di scia; il che, in una certa misura, riduce le fluttuazioni del carico idrodinamico sulle pale e, quindi, le vibrazioni indotte.

### Eliche a passo variabile

Le *eliche a passo variabile* presentano una situazione strutturale più complessa e pesante rispetto alle FPP, a causa dei problemi di sistemazione della pala nel mozzo. I progettisti dei meccanismi del mozzo preferiscono utilizzare raccordi di pala di raggio minimo allo scopo di massimizzare la robustezza del mozzo, mentre, al contrario, gli idrodinamici preferiscono utilizzare grandi raggi di raccordo.

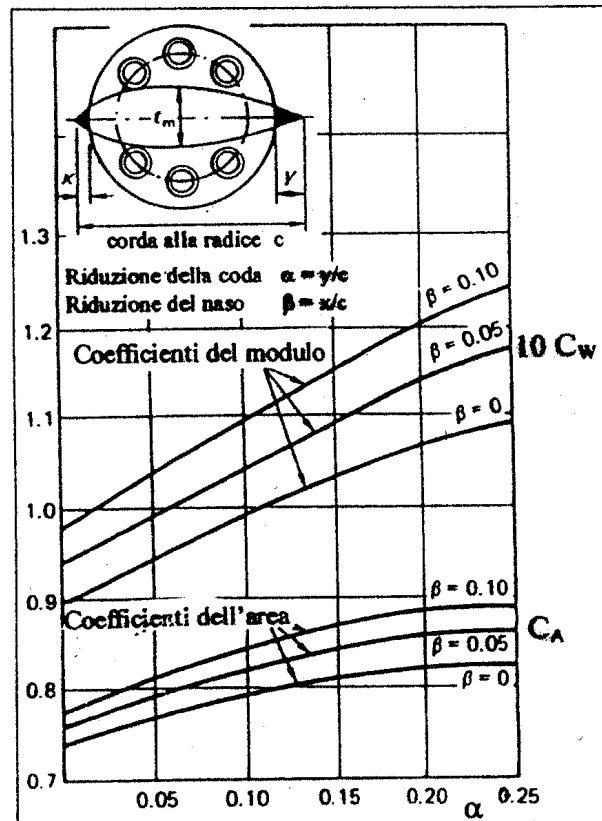


Figura 7.18. Variazioni tipiche delle proprietà alla radice per CPP

Questi requisiti conflittuali comportano inevitabilmente un compromesso, che frequentemente

determina una sovrapposizione delle sezioni alla radice rispetto ai raccordi. Tale caratteristica, sebbene introduca certe discontinuità nella geometria del progetto, non va scartata, in quanto consente di aumentare sia il modulo di resistenza che l'area della sezione alla radice, come mostrato in Figura 7.18 per il profilo della sezione alla radice di una tipica elica a passo variabile.

Inoltre, in molti progetti di eliche a passo variabile, le sistemazioni delle pale imbullonate sono tali da imporre un'ulteriore limitazione sullo spessore massimo della sezione alla radice. Talvolta è perciò necessario, sebbene indesiderabile, che i fori dei bulloni di pala penetrino notevolmente i raccordi alla radice per fissare la pala nel mozzo.

I modi operativi di un'elica a passo variabile sono i più vari e differenti dal punto di vista progettuale. In generale, non vengono considerati dal punto di vista della robustezza, a meno che non sia prevista un'attività prolungata per un certo modo di funzionamento.

I requisiti per la classe ghiaccio presentano problemi addizionali per le eliche a passo variabile. Poiché le pale presentano alla radice lunghezze di corda ridotte, i requisiti di spessore aggiuntivo per la classe ghiaccio comportano talvolta rapporti tra spessore e corda nella sezione alla radice superiori a 0.35, con conseguenti bassi rendimenti propulsivi e suscettibilità all'erosione per cavitazione.

### Eliche veloci

Le eliche veloci si trovano in condizioni di flusso migliori delle eliche lente e di grande diametro, sebbene una scadente progettazione dei supporti della linea d'assi possa causare complicazioni drammatiche. Di conseguenza, non si hanno di solito carichi elevati indotti dalla scia, a meno che la linea d'assi non sia fortemente inclinata. Le forze centrifughe, come mostrato in Tabella 7.2, assumono una maggiore importanza relativa a causa delle maggiori velocità di rotazione. Occorre prestare maggiore attenzione, quindi, al calcolo delle componenti del carico meccanico.

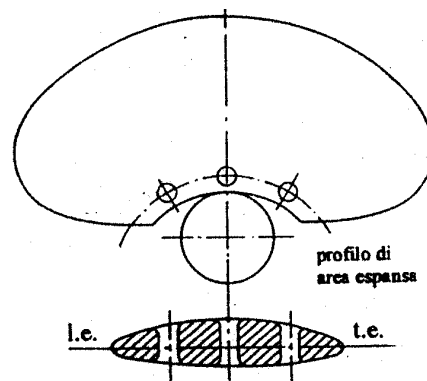


Figura 7.19. Metodo di rilievo della cavitazione alla radice

Naturalmente queste eliche, qualora intubate oppure a passo variabile, possono presentare alcune caratteristiche di tali classi. Una loro peculiarità, da introdurre solo occasionalmente nel tentativo di controllare l'erosione per cavitazione alla radice, è la presenza di un insieme

di fori passanti attraverso la pala lungo la sezione alla radice, come mostrato in Figura 7.19. Mentre lo scopo di questi fori è l'attenuazione del differenziale di pressione sulla sezione di pala, nonché la modifica del flusso dietro la cavitazione stabile sul punto della sua insorgenza, la loro presenza richiede una revisione attenta degli spessori sulla sezione alla radice. Devono essere previsti grandi raggi di raccordo in modo da adattare i fori alla superficie di pala nel modo più dolce possibile.

### 7.4.2 Tensioni in manovra

Quando un'elica opera in condizioni di manovra, avvengono notevoli cambiamenti nei livelli di tensione sulla pala e nella loro distribuzione. La Figura 7.20 mostra tipiche variazioni delle tensioni, misurate sulle pale di un pattugliatore costiero monoelica, per effetto di una manovra di frenata (*crash-stop*). A bordo di questa nave era installata un'elica convenzionale a passo fisso con basso 'skew'.

Le eliche con 'skew' elevato possono subire inflessione degli apici di pala per effetto di manovre di frenata d'emergenza (Blake et al., 1990). Si pensa che questa inflessione, che avviene frequentemente in prossimità di una linea tracciata dalla posizione a  $0.8R$  sul bordo d'ingresso alla posizione a  $0.6R$  sul bordo d'uscita, sia dovuta a due cause principali. La prima dipende dal sovraccarico meccanico sugli apici di pala, derivante dai carichi idrodinamici quasi-stazionari che producono deformazione plastica del materiale. La seconda causa deriva dalle tensioni transitorie di vibrazione, del tipo mostrato in Figura 7.20, che si sviluppano durante la manovra. Allo stato attuale delle conoscenze teoriche, queste ultime tensioni non sono determinabili adeguatamente, anche se devono essere stimate comunque.

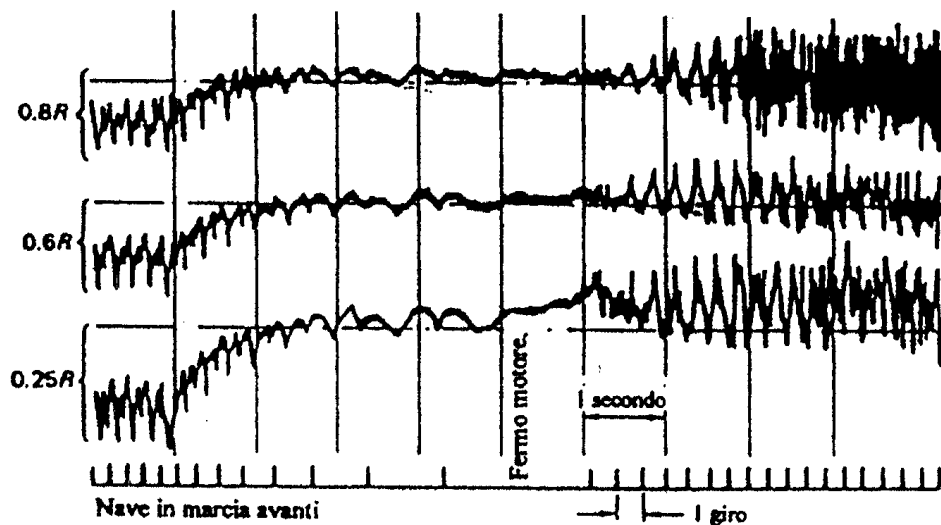


Figura 7.20. Tensioni transitorie di vibrazione in crash-stop (pattugliatore monoelica)

Come parte del processo progettuale, un'elica a passo fisso con 'skew' dovrebbe essere sottoposta sempre alla verifica del sovraccarico derivante dalle tensioni medie idrodinamiche quasi-stazionarie, utilizzando un adeguato criterio idrodinamico. Il criterio usato più frequentemente è il tiro a punto fisso in marcia indietro, in quanto a tutt'oggi tale modo di funzionamento è considerato il più rappresentativo della condizione peggiore che un'elica possa subire in una manovra transitoria. Ovviamente, la previsione delle *tensioni in marcia indietro* deve essere basata su un *modello idrodinamico a superficie portante combinato con un'analisi agli elementi finiti*. Va precisato che i codici idrodinamici, quando sono utilizzati per i calcoli delle tensioni in manovra, simulano situazioni assai differenti da quella (marcia avanti) per i quali sono stati concepiti; conseguentemente, l'analisi va situata in questo contesto.

### 7.4.3 Tensioni sul raccordo alla radice

Finora sono state trattate solamente le tensioni di pala, senza tenere conto dei raccordi alla radice. La geometria del raccordo alla radice è complessa, in quanto, almeno per le eliche convenzionali, si richiede che vari con continuità da un'area trasversale massima nelle zone a metà corda della pala fino a valori relativamente piccoli ai bordi d'ingresso e d'uscita. A parte tali complicazioni geometriche, è estremamente importante scegliere correttamente il raggio di raccordo alla radice. Per i tipi convenzionali di elica, se si utilizza una configurazione a raggio di raccordo unico, questo non dovrebbe essere inferiore allo spessore della sezione a  $\bar{r} = 0.25$ .

L'uso di un unico raggio alla radice di pala determina concentrazioni delle tensioni, mentre una radice con raggio composito riduce considerevolmente tali concentrazioni. Nella sezione alla radice è raccomandato l'utilizzo di raccordi approssimabili a due raggi con tangente comune. Normalmente, nella maggior parte delle applicazioni marine, sono utilizzati raggi di grandezza pari a  $3t_m$  ed a  $t_m/3$ .

Le verifiche strutturali circa la distribuzione delle tensioni sulla superficie di pala per eliche simmetriche e con 'skew' equilibrato indicano che la dimensione massima della radice dovrebbe essere mantenuta mediamente intorno al 50% della lunghezza di corda. Nel caso di 'skew' elevato, conviene estendere la configurazione con radice piena fino al bordo d'uscita della pala, in modo da minimizzare l'influenza della concentrazione delle tensioni nelle zone prossime al bordo d'uscita, che sono di per sè pesantemente sollecitate.

### 7.4.4 Tensioni residue di pala

Le tensioni stazionarie e fluttuanti, prodotte dall'elica che assorbe potenza in un campo di scia variabile, costituiscono la parte primaria della distribuzione totale delle tensioni di pala. Le *tensioni residue*, che sono introdotte durante la costruzione o durante le riparazioni, rappresentano un elemento aggiuntivo.

Le sperimentazioni al vero relative alle tensioni residue sono limitate a pochi studi comparativi

(Webb et al., 1975), nei quali le misurazioni furono effettuate sottoponendo le eliche a riscaldamento locale. Le eliche erano di ottone ad elevata resistenza, oppure di leghe manganese–alluminio–bronzo, sottoposte a riscaldamento dopo la costruzione. Per effetto del riscaldamento furono misurate, mediante la tecnica della trapanazione, tensioni residue dell'ordine di 155 MPa e di 185 MPa. Al riguardo, esistono poche informazioni pubblicate circa il livello o la natura delle tensioni residue in colate nuove. Ovviamente questo fatto è dovuto, in certa misura, alla natura semidistruttiva della procedura di misurazione effettuata per determinare il campo delle tensioni residue.

Le analisi investigative condotte dal Lloyd's Register of Shipping (Carlton, 1984) sulle rotture di eliche, a parte quelle dovute a scadenti riparazioni oppure a surriscaldamento locale del mozzo, hanno dimostrato che le tensioni residue di superficie, misurate su pale adiacenti a quella che abbia subito rottura, possono presentare entità significative. La Figura 7.21 illustra le tensioni residue su un'elica a cinque pale, con 'rake' in avanti, di nickel–alluminio–bronzo, che presenta un peso di circa 14 tonnellate. Si può osservare che le tensioni residue misurate, di trazione su gran parte della pala, sono elevate raggiungendo valori da due a tre volte superiori ai livelli delle tensioni ammissibili in condizioni normali. Si può ancora osservare che le tensioni principali sono di entità simile su qualunque punto di misurazione. Questo fatto implica la presenza di una forte biassialità nel campo di tensioni della superficie di pala che, dal punto di vista puramente progettuale, dovrebbero essere orientate radialmente. Le analisi delle caratteristiche delle tensioni attraverso lo spessore di pala suggeriscono che le tensioni residue presentano una forte variazione: valori elevati sulla superficie di pala, che si smorzano abbastanza rapidamente entro 1–2 mm al di sotto della superficie.

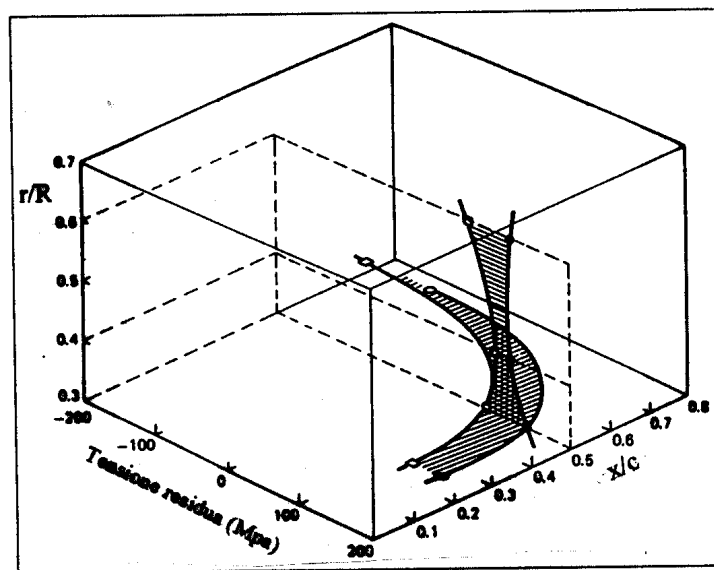


Figura 7.21. Tensioni residue misurate su una pala

Estrapolare i risultati di una specifica misurazione delle tensioni residue ad altre eliche sarebbe una forzatura. Tuttavia, poichè queste tensioni giocano un ruolo nella determinazione dei



fenomeni a fatica dell'elica, il progettista dovrebbe essere consapevole che esse possono raggiungere valori elevati, sebbene le esperienze al vero, rispetto al numero di rotture di eliche, suggeriscano che le tensioni residue non sono normalmente tanto elevate da essere decisive rispetto alla rottura. Le entità delle tensioni residue, sebbene non sia chiara la loro origine, sono pesantemente influenzate dalla storia termica della fusione, dal materiale di costruzione e dal tipo di tecnica delle operazioni di finitura. Inoltre, numerose misurazioni hanno evidenziato che possono esistere grandi variazioni tra le misure effettuate su posizioni equivalenti di pale adiacenti della stessa elica.

#### 7.4.5 Tensioni ammissibili ed analisi a fatica

Quando si scelgono le tensioni ammissibili per l'analisi strutturale delle pale dell'elica, vanno prese in considerazione sia la natura del carico, sia le proprietà del materiale. Il calcolo strutturale è basato sull'ipotesi che sia costante il carico sulla pala prodotto dalle forze idrodinamiche di portanza e di resistenza del profilo. In realtà, a causa della disomogeneità circonferenziale del flusso, il carico sulla pala di un'elica navale non è costante durante il giro, per cui si hanno variazioni dell'angolo d'incidenza effettivo degli elementi di pala e, quindi, della forza di portanza, particolarmente nel caso di navi monoelica. È evidente, quindi, che anche le tensioni di pala sono soggette a fluttuazioni che producono carico a fatica.

Poiché il progetto strutturale di un'elica deve essere basato su un'analisi del fenomeno a fatica, è insufficiente ed inaccurato limitarsi alla semplice verifica delle tensioni di trazione e/o compressione, oppure su criteri relativi al carico di rottura. Per correlare le tensioni di pala, sia stazionarie che fluttuanti, ad un criterio progettuale, è essenziale un qualche tipo di *analisi a fatica*. La scelta più ovvia ricade sugli approcci modificati di Goodman e Soderberg per le classiche analisi a fatica. In questi approcci la tensione stazionaria e non-stazionaria sono diagrammate rispettivamente in ascissa ed in ordinata (Fig. 7.22).

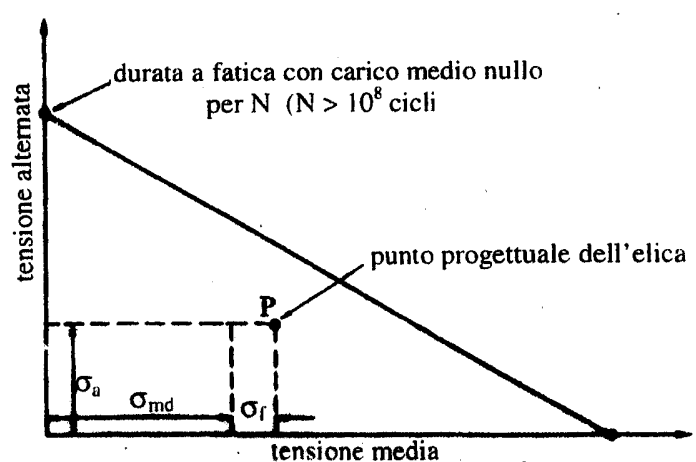


Figura 7.22. Analisi a fatica dell'elica

Le variazioni dell'angolo d'incidenza effettivo e della forza di portanza possono essere calcolate

per ogni elemento di pala mediante la teoria vorticale. Questo calcolo è statico dal momento che la pala dell'elica viene assunta fissa dietro carena in una certa posizione ed in flusso stazionario. Rispetto ai valori medi, le oscillazioni ricavate da un calcolo statico ammontano da  $+4^\circ$  a  $-1^\circ$  per l'angolo d'incidenza, e da circa  $+100\%$  a  $-35\%$  per la forza di portanza.

In realtà, il carico è dinamico ed il flusso è non-stazionario. L'influenza dell'effetto dinamico sulla portanza viene calcolato, in prima approssimazione, mediante la teoria di Lewis. Fortunatamente esistono fattori che riducono le variazioni della portanza: il primo è la larghezza limitata delle zone con scia elevata rispetto alla larghezza di pala; il secondo fattore è legato alla diminuzione della velocità d'afflusso nelle zone di scia elevata.

Tuttavia, sarebbe sbagliato affermare che la portanza e le tensioni di pala subiscano variazioni della stessa entità. Anche per effetto delle tensioni di pala, le variazioni delle tensioni saranno minori delle oscillazioni della portanza. È perciò certo che le variazioni delle tensioni saranno in pratica inferiori ai valori  $+100\%$  e  $-35\%$ , ricavati variando la portanza mediante calcolo statico su navi monoelica.

Le tensioni massime ammissibili, assunte come valore di soglia nel progetto dell'elica, sono basate fundamentalmente sulla lunga esperienza dei progettisti. Un confronto della tensione media ammissibile per una normale elica di bronzo ( $\sigma_a = 450 \text{ kg/cm}^2$ ) con il carico di rottura a trazione del bronzo-manganese ( $\sigma_b = 4100 \text{ kg/cm}^2$ ) potrebbe portare alla conclusione che i fattori di sicurezza siano eccessivi, ossia pari a circa dieci. In effetti, se si considerasse il carico sulla pala di un'elica mediante il diagramma di Smith per la lega bronzo-manganese, si ricaverebbe che i fattori di sicurezza sono molto minori, anche tenendo conto del fatto che il limite a fatica in acqua di mare vale all'incirca  $900 \text{ kg/cm}^2$ , mentre il carico di rottura è pari a circa  $1800 \text{ kg/cm}^2$ .

È evidente che, in ogni progetto, la tensione massima ammissibile va scelta in relazione al grado di disomogeneità circonferenziale della scia. Tale scelta andrebbe effettuata con estrema cautela quando non si abbiano a disposizione dati sperimentali. Per eliche di navi mercantili, valori cautelativi delle tensioni massime ammissibili ( $\sigma_{\max}$ ), comprendenti il carico meccanico di compressione, sono dati in Tabella 7.8. Le tensioni ammissibili delle navi bielica sono leggermente più elevate di quelle relative a navi monoelica a causa della minore disomogeneità circonferenziale del campo di velocità delle prime. Nello stabilire il fattore di sicurezza, si tiene conto della variazione del carico idrodinamico ed anche di possibili difetti del materiale. In generale, vengono applicati coefficienti di sicurezza elevati. Le tensioni massime ammissibili per il calcolo degli spessori delle sezioni di pala sono da nove a dieci volte minori del carico di rottura del materiale.

Per valutare l'ammissibilità di un progetto viene tracciata una relazione lineare tra la durata a fatica a carico medio nullo e un punto sull'asse delle ascisse. La durata a fatica dovrebbe essere correlata sempre ad almeno  $10^8$  cicli, mentre è meno certo il punto sull'asse delle ascisse fino al quale tracciare la relazione lineare. Nella consueta pratica ingegneristica la robustezza a trazione massima costituisce la base dell'approccio modificato di Goodman, considerato normalmente una base soddisfacente per l'analisi. In ogni caso, esiste una mole di dati sperimentali (Webb et al., 1975) in base ai quali si può porre il punto d'intersezione nella zona entro

$\sigma_{\max}$ [kg/cm <sup>2</sup> ]	Variazione di carico	Fattore di sicurezza
450	±100%	1.66
450	±50%	2.67
600	±100%	1.25
600	±50%	2.02
250	±100%	3.00
405	±50%	3.00
475	±25%	3.00
545	±10%	3.00

Tabella 7.8. Relazione tra tensione media ammissibile e fattore di sicurezza

lo 0.15% della tensione di prova. Stando così le cose, l'approccio più conservativo di Soderberg è probabilmente il più corretto per le eliche navali.

Come si vede in Figura 7.22, l'entità della tensione fluttuante  $\sigma_a$  è una componente singola dipendente dalle oscillazioni nel campo di scia nel quale opera la pala. La componente stazionaria è la somma di due componenti  $\sigma_{md}$  e  $\sigma_r$ : la prima è la componente progettuale media, determinata mediante il metodo della trave incastrata o mediante un metodo numerico; la seconda è correlata al livello di tensione residua considerato appropriato.

Il confronto delle tensioni progettuali con le caratteristiche a fatica del materiale dell'elica è una procedura complessa. La Figura 7.23 illustra questa procedura in forma concisa, come parte del processo globale di progettazione dell'elica. È noto che sia le tensioni medie progettuali  $\sigma_{md}$  sia quelle fluttuanti  $\sigma_a$  sono desumibili dalle analisi idrodinamiche sulla pala operante nel campo di scia, per cui sono legate direttamente alla geometria di pala ed al campo di flusso. In generale, l'entità della tensione residua è alquanto incerta; comunque, in assenza di informazioni precise, sarebbe prudente assumere per  $\sigma_r$  un valore compreso tra il 5% ed il 25% dello 0.15% della tensione di prova. Le caratteristiche a fatica dell'elica dipendono chiaramente dalla scelta del materiale, sebbene questi dati basilari debbano essere modificati per tenere conto della dimensione della fusione e di altri fattori ambientali. Una volta definiti i vari parametri in Figura 7.23 può essere dato un giudizio, basato su normali principi ingegneristici, sull'adeguatezza del fattore di sicurezza. Nella tecnologia dell'elica è difficile considerare adeguato un fattore di sicurezza inferiore a 1.5.

La qualità della fusione ha un'influenza profonda sulla durata di un'elica in servizio. I difetti riscontrati in eliche di lega di rame sono generalmente attribuibili alla porosità; sono riscontrabili sotto forma di piccoli fori dovuti al rilascio di gas in eccesso oppure al ritiro prodotto dalla solidificazione. In alternativa, i difetti possono essere dovuti a penetrazioni di ossido sotto forma di films di allumina, formatasi durante la fase della colata nella costruzione dell'elica, che hanno la tendenza a concentrarsi vicino alla crosta di fusione. Per eliche convenzionali e con poco 'skew', i difetti al centro delle sezioni di pala e sul dorso sono di minore importanza di quelli riscontrabili sulla faccia nella zona a metà corda, proprio al di sopra dell'uscita dei raggi di raccordo alla radice. Al contrario, nel caso di eliche con 'skew-back', i difetti di fusione nella zona del bordo d'uscita della pala hanno un'importanza critica dal punto di vista della concentrazione delle tensioni. Questo tipo di considerazioni ha portato all'introduzione di criteri per l'ammissibilità dei difetti, i quali, al loro volta, rimandano al tema della meccanica della rottura.

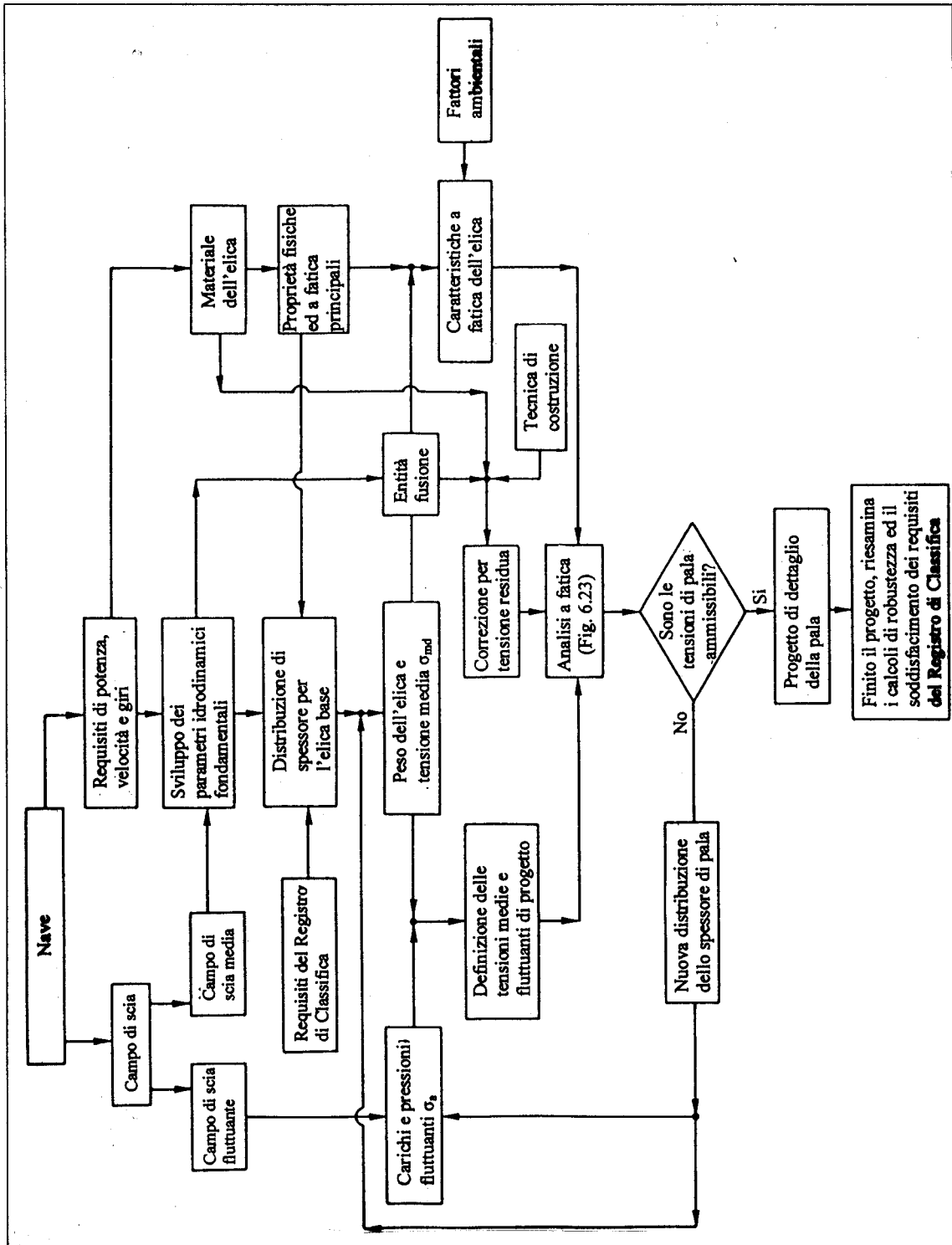


Figura 7.23. Procedura progettuale di analisi della robustezza dell'elica

## 7.5 Peso ed inerzia dell’elica

Una stima del *peso totale* dell’elica, compreso il peso del mozzo, e della posizione radiale del baricentro delle sue pale, costituisce un elemento importante nei calcoli di robustezza della pala. Una stima del peso totale asciutto dell’elica è generalmente richiesto dai costruttori di eliche per poterne stimare il costo. Il *peso asciutto*, come dice il nome, è il peso dell’elica in aria, mentre il peso in acqua, gravante sulla linea d’assi, è in qualche misura minore per effetto della spinta archimedeica. Il peso asciutto dell’elica è calcolato, in base alla sua geometria dettagliata, in due fasi: dapprima si valuta il peso delle pale, includendovi una correzione che tenga conto dei raccordi alla radice; quindi, si calcola il peso del mozzo. Per le eliche a passo variabile viene stimato anche il peso della palma di collegamento tra la pala ed il suo meccanismo di rotazione entro il mozzo.

Oltre il peso, i produttori del motore principale possono richiedere il *momento d’inerzia polare* dell’elica per valutare i livelli dei suoi movimenti vibratorii, in direzione assiale ed in direzione angolare, connessi alla sistemazione della linea d’assi; in alcuni casi, viene concordato tra produttore e cliente un valore massimo di tale momento inerziale. In senso stretto, il momento d’inerzia polare non interviene nei calcoli di robustezza di pala, ma è opportuno considerarlo in questo ambito per assonanza con la valutazione del peso.

### 7.5.1 Formule esatte

In generale, il peso e la coordinata radiale del baricentro di pala sono ricavati integrando numericamente le aree di un certo numero di sezioni rettificata ed i loro momenti statici rispetto all’asse di rotazione dell’elica. Questa procedura non è del tutto corretta, in quanto viene applicata alla geometria della pala espansa e non a quella della pala sviluppata. In ogni caso, l’imprecisione della coordinata radiale del baricentro risulta praticamente trascurabile, sebbene una stima più precisa del peso possa essere ottenuta moltiplicando il valore derivato dall’integrazione dell’area espansa per il rapporto  $A_D/A_E$  tra area sviluppata ed area espansa. Per inciso, si ricordi che questo rapporto tende all’unità per eliche con moderato o basso rapporto d’area espansa per pala ( $(A_E/A_0)/Z < 0.15$ ).

Il calcolo del peso della pala viene effettuato sostanzialmente mediante una doppia integrazione sulla geometria della forma di pala. Il primo passo serve a valutare l’area di ogni sezione elicoidale integrando la distribuzione dello spessore della sezione lungo la corda. La seconda integrazione consiste nella quadratura radiale delle aree delle sezioni di discretizzazione della pala tra il raggio del mozzo e l’apice di pala. Tale algoritmo produce il volume di pala, che deve essere corretto per effetto del volume addizionale dei raccordi di pala: un fattore di maggiorazione dell’ordine del 2–5% è ragionevole nella maggior parte dei casi. Per eliche di forme non convenzionali, è opportuno valutare le aree delle sezioni ed i volumi di pala mediante una definizione geometrica ed interpolazioni assai accurate, da combinare con procedure di integrazione numerica. Il peso del mozzo viene calcolato separatamente.

Se si dispone del piano sagomatore dell'elica, il *peso di una pala*  $W_b$ , assumendo costante il diametro del mozzo e trascurando i raccordi alla radice, è dato dall'espressione approssimata

$$W_b = \gamma V_b = \gamma \frac{A_D}{A_E} \int_{r_h}^R A(r) dr = \gamma R \frac{A_D}{A_E} \int_{x_h}^1 A(x) dx \quad (7.54)$$

dove  $\gamma$  è il peso specifico del materiale dell'elica,  $V_b$  è il volume di pala,  $R$  è il raggio di pala,  $r_h$  è il raggio del mozzo, mentre  $A$  è l'area della generica sezione di pala data da

$$A = \int_0^c t dc$$

La *posizione radiale del baricentro di pala*  $r_G$  è espressa adimensionalmente dalla frazione di raggio  $x_G$  come

$$x_G = \frac{r_G}{R} = \frac{\int_{x_h}^1 A(x) \cdot x dx}{\int_{x_h}^1 A(x) dx} \quad (7.55)$$

Il *peso del mozzo*  $W_h$  viene calcolato separatamente, suddividendolo longitudinalmente in elementi anulari giustapposti, per ognuno dei quali viene assunto un volume equivalente a quello di un cilindro cavo, con diametri esterno ed interno, rispettivamente  $D_{h_{o_j}}$  e  $D_{h_{i_j}}$ , eguali ai diametri medi esterno ed interno del tratto di mozzo, e di lunghezza eguale a quella  $L_{h_j}$  dell'elemento anulare.

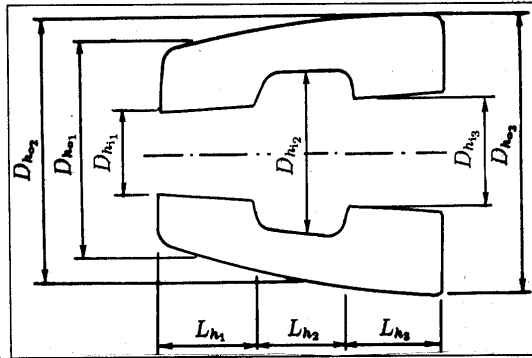


Figura 7.24. Suddivisione del mozzo per la stima del peso

Se si suddivide il mozzo in  $n$  elementi anulari (tre elementi in Figura 7.24), il peso del mozzo  $W_h$  è dato dall'espressione

$$W_h = \frac{\pi \gamma}{4} \sum_{j=1}^n L_{h_j} (D_{h_{o_j}}^2 - D_{h_{i_j}}^2) \quad (7.56)$$

Il *momento d'inerzia polare*  $I_P$  di un'elica rispetto all'asse di rotazione può essere stimato separatamente per le pale e per il mozzo, applicando un metodo simile a quello usato per il calcolo del peso. La valutazione dell'inerzia dell'elica asciutta è, in effetti, un'estensione

della procedura di calcolo del peso. Il momento d'inerzia polare  $I_{P_b}$  di una pala è fornito dall'espressione

$$I_{P_b} = \gamma \int_{r_h}^R A(r) \cdot r^2 dr = \frac{\gamma D^2}{8} \int_{x_h}^1 A(x) \cdot x^2 dx \quad (7.57)$$

Il momento d'inerzia polare  $I_{P_h}$  del mozzo può essere stimato mediante l'espressione

$$I_{P_h} = \frac{\pi \gamma}{32} \sum_{j=1}^n L_{h_j} \cdot (D_{h_{o_j}}^4 - D_{h_{i_j}}^4) = \frac{1}{8} \sum_{j=1}^n W_{h_j} \cdot (D_{h_{o_j}}^2 + D_{h_{i_j}}^2) \quad (7.58)$$

dove  $W_{h_j}$  è il peso relativo ad ognuno degli elementi anulari del mozzo.

Il momento d'inerzia polare  $I_{P_p}$  dell'elica è legato alla grandezza  $G\bar{D}^2$  dell'elica dalla relazione

$$I_{P_p} = \frac{G\bar{D}^2}{4g}$$

dove  $G\bar{D}^2$  è espresso in  $\text{kgf} \cdot \text{m}^2$ ,  $I_{P_h}$  in  $\text{kg} \cdot \text{m}^2$ ,  $G$  è il peso dell'elica in  $\text{kg}$ ,  $\bar{D}$  è il suo raggio di girazione, mentre  $g$  è l'accelerazione di gravità espressa in  $\text{m/s}^2$ .

Il peso totale dell'elica  $W_p$  ed il momento d'inerzia polare dell'elica  $I_{P_p}$  sono ricavati, quindi, sommando i valori relativi alle pale ed al mozzo, ossia rispettivamente come

$$\left. \begin{aligned} W_p &= Z \cdot W_b + W_h \\ I_{P_p} &= Z \cdot I_{P_b} + I_{P_h} \end{aligned} \right\} \quad (7.59)$$

Il peso del mozzo varia tra il 30% ed il 45% del peso dell'elica, mentre il momento d'inerzia polare del mozzo rappresenta solamente il 5% circa del  $G\bar{D}^2$  dell'elica.

### 7.5.2 Formule empiriche

Qualora occorra valutare il peso dell'elica prima di potere disporre del suo disegno costruttivo, si può ricorrere a formule approssimate, tra le quali si possono citare quelle di Schönherr e di Keller.

La *formula di Schönherr* fornisce il peso totale dell'elica come

$$W_p = 1.982 \gamma \frac{t_o}{D} \cdot \frac{A_D}{A_0} \cdot R^3$$

dove  $W_p$  è espresso in kilogrammi, mentre il peso specifico del materiale è dato in  $\text{kg/m}^3$  ed il raggio  $R$  in metri, e dove  $t_o$  è lo spessore teorico della pala sull'asse di rotazione.

La *formula di Keller* fornisce il peso di pala in kilogrammi come

$$W_b = 0.309 \gamma D^2 \cdot \frac{A_D}{A_0} \cdot t_{0.2R}$$

dove  $t_{0.2R}$  è lo spessore massimo, espresso in millimetri, della sezione a  $0.2R$ , mentre  $\gamma$  è dato in  $\text{kg/dm}^3$ .



Per il peso del mozzo, da sommare al peso delle pale ottenuto con la formula di Keller, si può utilizzare la formula

$$W_h = \gamma \frac{\pi D_h^2}{4} \cdot \frac{L_h}{48}$$

dove tutte le dimensioni lineari sono espresse in metri, mentre  $\gamma$  è dato in  $\text{kg/m}^3$ .

Quanto al *momento d'inerzia polare*, si può utilizzare la *formula di Schönherr*

$$I_{Pp} = 0.2745 W_p \cdot R^2$$

dove  $I_{Pp}$  è espresso in  $\text{kg}\cdot\text{m}^2$ , mentre il peso dell'elica è dato in kilogrammi ed il raggio  $R$  dell'elica in metri.

Altrimenti, si può applicare la *formula di Keller*

$$G\bar{D}^2 = 0.085 \gamma D^4 \cdot \frac{A_D}{A_0} \cdot t_{0.2R}$$

Nelle formule precedenti, il  $G\bar{D}^2$  del mozzo deve essere calcolato separatamente, dopo averlo scomposto in elementi anulari. In assenza di elementi geometrici precisi, si può ricavarlo maggiorando i valori suddetti del 2.5%.

## 7.6 Regolamenti

I Registri di Classifica impongono che le eliche siano costruite ed installate a bordo delle navi secondo le norme prescritte da ognuno di essi, sotto la loro sorveglianza e con l'assenso dei loro ispettori. I requisiti primari concernono lo spessore minimo di pala, l'accoppiamento dell'elica alla linea d'assi e le proprietà meccaniche del materiale dell'elica.

### 7.6.1 Disegni e specifiche

#### Eliche a pale fisse

Per le eliche a pale fisse, prima di dare inizio alla loro costruzione, la casa costruttrice deve sottoporre alla direzione generale del Registro i piani ed i disegni seguenti:

- tipo di apparato motore e potenza trasmessa all'elica;
- velocità dell'elica corrispondente alla potenza precisata;
- potenza massima;
- caratteristiche geometriche dell'elica (numero di pale, diametro, passo, spessori e lunghezze di corda di diverse sezioni sviluppate, angolo di 'rake');
- natura e caratteristiche dei materiali utilizzati.

Per le navi che hanno regimi di funzionamento assai differenti, quali rimorchiatori e pescherecci, le caratteristiche suddette vanno specificate per ogni regime.

### **Eliche a pale orientabili**

Per le eliche a pale orientabili, oltre ai requisiti delle eliche a pale fisse, occorre fornire anche il numero di pale, la posizione, il diametro e le caratteristiche della filettatura dei dadi di fissaggio, nonché le caratteristiche meccaniche dei materiali costituenti. Vanno indicate anche le condizioni di serraggio previste per i dadi.

Vanno prodotti inoltre:

- un grafico che dia, in funzione della velocità nave, la variazione della potenza massima dell'elica e quella del passo corrispondente, nonché la potenza ed il numero di giri massimo della linea d'assi,
- la descrizione del meccanismo d'orientamento delle pale e del relativo sistema di comando.

Se il comando del meccanismo d'orientamento delle pale prevede l'inserimento di apparecchi trascinati meccanicamente (pompe, compressori, ecc.), vanno previsti dispositivi grazie ai quali, in caso di avaria di uno qualunque di questi apparecchi, sia possibile, arrestando all'occorrenza la linea d'assi, fissare il passo dell'elica ad un valore corrispondente alla marcia avanti e/o bloccarlo in quella posizione.

#### **7.6.2 Materiali**

Come risaputo, il rendimento idrodinamico di una sezione di pala dipende anche dal suo spessore relativo, e da questo punto di vista è auspicabile mantenere lo spessore quanto più piccolo possibile. Il conflitto tra requisiti strutturali ed obiettivi idrodinamici ha portato alla continua ricerca di materiali che permettessero alle eliche di essere leggere, di avere sezioni sottili e di presentare una superficie levigata con un'elevata resistenza all'erosione. I materiali comunemente utilizzati comprendono ghisa, acciaio fuso, bronzo-manganese e differenti varietà di leghe di manganese-nickel-alluminio. I bronzi manganese e le leghe rendono le pale tenaci e resistenti all'erosione, garantendo e mantenendo rendimenti elevati. Le eliche di ghisa costano relativamente poco, ma hanno bassa resistenza alla rottura, per cui devono essere relativamente più spesse; inoltre, subiscono facilmente corrosione in acqua di mare ed hanno una bassa resistenza all'erosione, il che ne riduce l'efficienza. Sono ancora usate soprattutto nei rimorchiatori portuali, nei rompighiaccio e su scafi similari, in quanto tendono ad interrompere facilmente il loro funzionamento quando tagliano un ostacolo senza causare danno alla carena o all'apparato motore.

La Tabella 7.9 fornisce alcune proprietà dei metalli per eliche navali, come richiesto dall'American Bureau of Shipping (ABS) e dal Det norske Veritas (DnV).

Materiale	Carico minimo di rottura (psi)	Peso specifico (pci)	Carico di snervamento (psi)	Allungamento percentuale
Ghisa	19900 (DnV)	0.260 (DnV)	—	—
Acciaio fuso	58300 (DnV)	0.284 (DnV)	—	—
Bronzo	65000 (ABS)	0.305 (DnV)	25000 (ABS)	20 (ABS)
Bronzo–Ni–Mn	75000 (ABS)	—	32000 (ABS)	18 (ABS)
Bronzo–Ni–Al	85000 (ABS)	0.278 (DnV)	35000 (ABS)	15 (ABS)
Bronzo–Mn–Ni–Al	90000 (ABS)	—	40000 (ABS)	20 (ABS)

Tabella 7.9. Proprietà di alcuni metalli per eliche navali

In Tabella 7.10 sono riportate le tensioni ammissibili raccomandate dal DnV, distinguendo per tipo di motorizzazione tra navi monoelica e navi bielica, da utilizzare come valori guida quando si vogliono effettuare calcoli dettagliati di robustezza, invece che servirsi semplicemente dei regolamenti dei Registri di Classifica.

Materiale	Monoelica		Bielica	
	Diesel	Turbina	Diesel	Turbina
Ghisa	3560	3700	3840	3980
Acciaio fuso	5830	6000	6180	6350
Bronzo	7100	7290	7490	7680
Bronzo–Ni–Al	8790	9040	9300	9560

Tabella 7.10. Tensioni ammissibili secondo il DnV

La tensione ammissibile per la ghisa è molto bassa, per cui le eliche di questo materiale sono molto più grosse e pesanti. Al contrario, le eliche costruite con leghe di bronzo–nickel–alluminio, pur avendo peso specifico poco superiore a quello della ghisa, presentano tensioni ammissibili più elevate, sono più sottili e più leggere ed hanno, quindi, maggior rendimento. Tale materiale garantisce anche una finitura liscia della superficie ed una notevole resistenza alla corrosione.

### 7.6.3 Spessori minimi di pala

Schönherr (1963) pubblicò i risultati di un vasto lavoro di ricerca commissionato dall’American Bureau of Shipping, relativo alla robustezza delle eliche navali, che considerava i momenti flettenti dovuti al carico idrodinamico, alla forza centrifuga, al ‘rake’ ed allo ‘skew’. L’obiettivo principale fu quello di ricavare una formula che fornisse lo spessore minimo di pala necessario ad assicurare un’adeguata robustezza nelle normali condizioni di servizio. Per derivare la formula, furono imposte le seguenti semplificazioni, giustificabili per il fatto che erano sconosciuti gli effetti dinamici delle vibrazioni di pala, dei moti nave e delle manovre di frenata:

- lo spessore  $t$  decresce linearmente dalla radice all’apice, per cui è sufficiente calcolarlo solamente per la sezione più caricata;
- la forma di pala ed i parametri della sezione hanno valori medi;

- la tensione massima è calcolata su un punto individuato come quello di spessore massimo sulla faccia di pala; la tensione è di trazione nelle operazioni in marcia avanti.

### American Bureau of Shipping

L'American Bureau of Shipping (ABS) ha adottato la formula semplificata di Schönherr, scegliendo come sezione tipica per la verifica della robustezza quella a  $0.25R$ :

1. Lo *spessore di pala*, per eliche convenzionali, non deve essere inferiore a quello determinato dalla relazione

$$t = 41 \left( \frac{AH}{BRN} \right)^{1/2} \pm \frac{1.72CK}{B}$$

dove

$$A = 1 + \frac{6.0}{P_{0.7}} + 4.3P_{0.25}, \quad B = (1 + 1.25P_{0.25})(Wf - C), \quad C = \frac{4300wa}{N} \cdot \left( \frac{R}{100} \right)^2 \cdot \left( \frac{D}{20} \right)^2$$

essendo

- $t$  : spessore di pala a  $0.25R$   
 $H$  : potenza al MCR (HP)  
 $R$  : numero di giri al MCR (RPM)  
 $N$  : numero di pale  
 $W$  : larghezza di pala a  $0.25R$   
 $a$  : rapporto di area espansa  
 $D$  : diametro dell'elica (ft)  
 $K$  : rake di pala (ft)  
 $f, w$  : costanti del materiale (Tab. 7.11)

Materiale	$f$	$w$
Ghisa	25	0.26
Bronzo manganese	68	0.30
Bronzo-nickel-manganese	73	0.29
Bronzo-nickel-alluminio	85	0.29
Bronzo-manganese-nickel-alluminio	85	0.27

Tabella 7.11. Coefficienti dei materiali

2. I *raccordi alla radice di pala* non devono essere considerati nella determinazione dello spessore di pala.

**Bureau Veritas**

Lo spessore di pala deve essere tale da soddisfare la relazione

$$A + B \leq \frac{R}{K}$$

dove

$$A = 132 \times 10^5 \frac{F}{N n t^2 c} \left[ 8.3 \frac{D}{H} \sin \alpha + 4.85 \cos \alpha \right]$$

$$B = \left( \frac{N}{100} \right)^2 \cdot \left( \frac{D}{1000} \right)^2 \cdot \frac{C + 0.07 \frac{H_{0.25}}{D}}{0.59 + 1.23 \frac{H_{0.25}}{D}} k$$

con

- $F$  : potenza trasmessa all'elica,
- $N$  = velocità di rotazione dell'elica,
- $D$  = diametro dell'elica,
- $H$  = passo della sezione a  $0.70R$ ,
- $H_{0.25}$  = passo della sezione a  $0.25R$ ,
- $c$  = larghezza sviluppata della sezione a  $0.25R$ ,
- $t$  = spessore massimo della sezione a  $0.25R$ ,
- $\alpha$  = angolo definito dalla relazione  $\tan \alpha = 0.785 D/H_{0.25}$ ,
- $C$  = coefficiente espresso in funzione del rapporto  $D/t$  e dell'angolo di 'rake' (Tab. 7.10),
- $R$  = carico unitario minimo di rottura del materiale dell'elica,
- $K$  = coefficiente
  - = 1.00 per eliche in leghe di rame,
  - = 0.88 per eliche in acciaio,
- $k$  = coefficiente
  - = 8 per eliche mosse da motori a combustione interna,
  - = 7 per eliche mosse da turbine o da motori elettrici,

**Lloyd's Register**

Il Lloyd's Register (LR) specifica il valore minimo dello spessore di pala ai raggi  $0.25R$  e  $0.60R$  per le eliche a passo fiao. Per un'elica che abbia un angolo di 'skew' minore di 25 gradi, lo spessore minimo di pala, trascurando qualsiasi incremento dovuto ai raccordi tra le pale ed il mozzo, è dato, nella notazione LR, dalla formula

$$T = \frac{K C A}{E F U L N} + 100 \sqrt{\frac{3150 M P}{E F R U L N}}$$

dove

- $K = GBD^3R^2/675$   
 $G$  = peso specifico del materiale dell'elica [g/cm<sup>3</sup>]  
 $B$  = rapporto dell'area sviluppata  
 $D$  = diametro dell'elica [m]  
 $R$  = numero di giri dell'elica alla potenza massima [rpm]  
 $C = 1.0$  a  $0.25R$  e  $1.8$  a  $0.60R$   
 $A$  = rake all'apice di pala, positivo all'indietro [mm]  
 $B$  = modulo della faccia/ $0.09T^2L$ , ma possono essere assunti pari a 1.0 ad a 1.25 rispettivamente per sezioni alari con e senza washback sul bordo d'uscita  
 $T$  = spessore di pala al raggio considerato [mm]  
 $L$  = lunghezza della sezione cilindrica espansa al raggio considerato  
 $U$  = tensione ammissibile [N/mm<sup>2</sup>]  
 $F = P_{0.25R}/D + 0.8$  per  $0.25R$   
 $= P_{0.60R}/D + 4.5$  per  $0.60R$   
 $N$  = numero di pale  
 $M = 1.00 + 3.75/P_{0.70R}/D + 2.80 P_{0.25R}/D$  per  $0.25R$   
 $= 1.35 + 5/00/P_{0.70R}/D + 1.35 P_{0.60R}/D$  per  $0.25R$   
 $P$  = potenza asse massima [kW]

Il raggio del raccordo tra la sezione alla radice ed il mozzo dell'elica non deve essere minore dello spessore della sezione alla radice. Sono preferiti i raccordi con raggi composti 0 raccordi ellittici che danno un raggio effettivo maggiore. Se non si riesce a fornire raggi al raccordo della dimensione richiesta, si deve ridurre adeguatamente la tensione ammissibile.

Per le eliche con angoli di 'skew' superiori ai 25 gradi, si devono calcolare con precisione le tensioni di pala sulla base delle distribuzioni di pressione idrodinamica sulla lunghezza e sulla larghezza delle pale. Per le eliche operanti in più di un regime operativo, come nel caso delle eliche dei rimorchiatori e dei pescherecci a strascico, devono essere calcolate con precisione le tensioni di pala per ogni condizione operativa.

Sono formulati anche requisiti per l'accoppiamento tra l'elica e la linea d'assi. Questi requisiti sono importanti in quanto la linea d'assi ed il mozzo dell'elica, che possono portare alla perdita dell'elica. Attenzione speciale va dedicata al controllo delle chiavette che non devono portare ad elevate concentrazioni degli sforzi. Devono essere forniti mezzi effettivi per impedire che l'acqua di mare entri in contatto con la linea d'assi di acciaio all'interno del mozzo, poiché ciò riduce sensibilmente la resistenza a fatica della linea d'assi.

### 7.6.4 Rinforzi per navigazione tra i ghiacci

L'operatività tra i ghiacci ha riscosso un interesse commerciale sempre maggiore negli ultimi decenni, essendo in aumento le navi che operano in acque artiche. Tale tipo di navigazione può essere classificato in due categorie fondamentali: la prima quando il ghiaccio è frantumato in piccoli pezzi, capaci di produrre livelli di tensione che sono raramente sufficienti a causare danni rilevanti ad un'elica irrobustita per navigazione tra i ghiacci; la seconda è quella nella quale il ghiaccio si presenta in grosse pezzature che possono essere scagliate contro l'elica dalla carena o dal campo di ghiaccio. Nel secondo caso, l'elica deve tagliare o macinare il ghiaccio, e spesso le forze sviluppate sono tali da creare tensioni alla radice superiori alla resistenza allo snervamento del materiale. Una trattazione completa ed esauriente del problema è ancora di là da venire; tuttavia gli studi teorici e sperimentali hanno portato allo sviluppo di una normativa e di regole precise.

Le prescrizioni seguenti vanno applicate alle navi rinforzate per la navigazione tra i ghiacci e destinate a ricevere una delle marche corrispondenti alle seguenti classi ghiaccio:

- Ice Class 1A Super
- Ice Class 1A
- Ice Class 1B
- Ice Class 1C

#### Bureau Veritas

Il calcolo degli spessori delle eliche, degli elementi della linea d'assi e dei riduttori richiede un momento addizionale che tenga conto degli urti delle pale sul ghiaccio. Questo momento  $M$ , espresso in kilonewton-metro, è fornito dalla relazione

$$M = m \cdot D^2$$

dove  $D$  è il diametro dell'elica, mentre il coefficiente  $m$  vale 21.1 per la marca Ice Class 1A Super, 15.7 per la marca Ice Class 1A, 13 per la marca Ice Class 1B, 12 per la marca Ice Class 1C.

Lo spessore  $t$  e la lunghezza di corda  $c$  delle pale devono rispettare i vincoli seguenti:

- nella sezione cilindrica a  $0.25R$  per le eliche monoblocco

$$c \cdot t^2 \geq \frac{26.5 \cdot 10^6}{R \left(0.65 + 0.7 \frac{P}{D}\right)} \cdot \left(27 \frac{F}{N n} + 2.2 M\right)$$

- nella sezione cilindrica a  $0.35R$  per le eliche a pale orientabili

$$c \cdot t^2 \geq \frac{21 \cdot 10^6}{R \left(0.65 + 0.7 \frac{P}{D}\right)} \cdot \left(27 \frac{F}{N n} + 2.3 M\right)$$

- nella sezione cilindrica a  $0.60R$  per tutte le eliche

$$c \cdot t^2 \geq \frac{9.3 \cdot 10^6}{R \left(0.65 + 0.7 \frac{P}{D}\right)} \cdot \left(27 \frac{F}{Nn} + 2.8 M\right)$$

dove

- $t$  = spessore massimo della sezione considerata,
- $c$  = larghezza sviluppata della sezione considerata,
- $D$  = diametro dell'elica,
- $P$  = passo alla sezione considerata: per le eliche a passo orientabile si sceglie il passo corrispondente alla potenza nominale,
- $F$  = potenza sulla linea d'assi (HP),
- $N$  = velocità di rotazione dell'elica,
- $n$  = numero di pale,
- $M$  = momento addizionale,
- $R$  = carico unitario minimo di rottura del materiale dell'elica.

### RINa

La lunghezza di corda  $c$  e lo spessore massimo  $t$  delle sezioni cilindriche delle pale dell'elica devono soddisfare le seguenti relazioni:

- nella sezione a  $0.25R$  per le eliche monoblocco

$$c \cdot t^2 = \frac{2.7}{R_{mc} \left(0.65 + 0.7 \frac{P}{D}\right)} \cdot \left(20000 \frac{C_a}{Z N} + 22000 M\right)$$

- nella sezione a  $0.35R$  per le eliche a pale orientabili

$$c \cdot t^2 = \frac{2.15}{R_{mc} \left(0.65 + 0.7 \frac{P}{D}\right)} \cdot \left(20000 \frac{C_a}{Z N} + 23000 M\right)$$

- nella sezione a  $0.60R$  per tutte le eliche

$$c \cdot t^2 = \frac{0.95}{R_{mc} \left(0.65 + 0.7 \frac{P}{D}\right)} \cdot \left(20000 \frac{C_a}{Z N} + 28000 M\right)$$



dove

$c$  = lunghezza della sezione cilindrica sviluppata della pala al raggio considerato (cm),

$t$  = spessore massimo della stessa sezione (cm),

$D$  = diametro dell'elica (m),

$P$  = passo al raggio considerato (m): per le eliche a pale orientabili si assume il 70% del passo nominale,

$C_a$  = potenza massima continuativa per la quale è stata richiesta la classifica (CV).

$N$  = velocità di rotazione dell'elica, in giri/1', corrispondente alla potenza  $C_a$ .

$M$  = momento dovuto al ghiaccio.

$R_{mc}$  = carico unitario minimo di rottura a trazione del materiale delle pale.

### Cinsideazioni aggiuntive

Sebbene lo spessore di pala sia determinato fondamentalmente a partire dalla tensione ammissibile, i progettisti di eliche adottano spesso spessori di pala maggiori di quelli determinati dai calcoli di robustezza. Oltre a fornire un margine ulteriore contro rotture strutturali, maggiori spessori di pala forniscono anche un margine contro la cavitazione.

Nelle eliche pesantemente caricate operanti in una scia non-uniforme, è anche necessario considerare la resistenza a fatica. I valori minimi e massimi dei momenti flettenti dovuti alla spinta ed al momento torcente di un'elica operante in una scia non-uniforme possono essere determinati utilizzando la teoria della linea portante e della superficie portante, e sono calcolate le tensioni massime e minime alla radice di pala. La tensione periodica ammissibile per un assegnato numero di cicli dipende dalla tensione media nel tempo e può essere determinata mediante il diagramma di Goodman.

Per le eliche pesantemente caricate con 'skew', le tensioni calcolate con la teoria della trave incastrata e trascurando la distribuzione del carico idrodinamico in direzione trasversale (lungo le corde delle sezioni), non sono bene correlati con i dati sperimentali. I calcoli con la teoria della trave incastrata non stimano accuratamente né l'entità né la posizione della tensione massima sulla radice di pala. Questo è parzialmente dovuto al fatto che, oltre ai momenti flettenti dovuti alla spinta ed al momento torcente, esistono anche momenti torsionali in quanto il centro d'azione delle forze idrodinamiche non si trova vicino alla linea radiale che passa attraverso il centroide della sezione alla radice di pala. Occorre perciò considerare sia i momenti flettenti che quelli torsionali nelle eliche con 'skew' elevato. I calcoli con la teoria vorticale, in combinazione con i calcoli della distribuzione bidimensionale della pressione, sono utilizzati per determinare il carico idrodinamico sulle pale delle eliche con 'skew' elevato; in questi casi, per determinare le tensioni di pala si utilizzano procedure agli elementi finiti.

Una forma modificata della teoria della trave incastrata è stata sviluppata per stimare le tensioni sulle pale di eliche con 'skew' elevato (Boswell e Cox, 1974). Si ipotizza che l'asse della trave sia una curva radiale che passa per i centroidi delle sezioni cilindriche di pala, sui quali si

calcolano le tensioni. La forma della sezione di pala è ridotta alla distribuzione di spessore; quindi, con curvatura nulla. In quanto si è visto che questa modellazione semplificata fornisce una migliore correlazione con gli esperimenti. Il carico idrodinamico ad ogni raggio produce una forza normale all'asse della trave ed un momento torsionale intorno all'asse. Il carico centrifugo, d'altra parte, produce una forza parallela all'asse ed un momento flettente perpendicolare all'asse.

Le pale di un'elica con skew elevato possono soffrire anche di una forma di instabilità strutturale nella quale il carico causa un'inflessione delle pale in maniera tale che il passo effettivo cresce con un aumento conseguente del carico, e così via. Uno skew elevato riduce anche la frequenza naturale di pala e può portare a tensioni dovute alla vibrazione di pala.

Lo spessore di una pala all'apice e sui bordi dovrebbe essere sufficiente ad impedire alla pala di piegarsi a causa del carico idrodinamico grazie al fatto che la variazione risultante nella sezione di pala potrebbe determinare un aumento del passo effettivo e causare erosione per cavitazione. L'esperienza ha mostrato che lo spessore di pala all'apice prima dell'arrotondamento dovrebbe essere tra  $0.003D$  e  $0.004D$ . I bordi di pala sono normalmente arrotondati ed hanno un raggio che viene ridotto tra  $0.00175D$  e  $0.002D$  al raggio  $0.2R$ , ed a  $-0.0006D$  a  $0.95R$ .

Gli spessori di pala sui bordi di ingresso e di uscita prima dell'arrotondamento sono dati approssimativamente da

$$\left. \begin{aligned} \frac{t_e}{D} &= 0.0058 - 0.0043 \frac{r}{R} \\ \frac{t_e}{D} &= 0.0039 - 0.0015 \frac{r}{R} \end{aligned} \right\} \quad (7.60)$$

Le dimensioni del mozzo dell'elica sono determinati dalla geometria delle pale e dal diametro della linea d'assi. Il diametro del mozzo di una elica a passo fisso è di solito tra  $9.15D$  e  $0.20D$ , e la lunghezza deve essere sufficiente a sistemare le pale alla radice. Il diametro del mozzo sul terminale avanti è 10-15 percento maggiore di quello a metà lunghezza, mentre il diametro sul terminale indietro è minore di quello a metà lunghezza della stessa quantità. Può essere fornito un recesso interno, nel qual caso la lunghezza del recesso non dovrebbe superare un terzo della lunghezza del mozzo, e lo spessore minimo della parete non dovrebbe essere minore dello spessore della sezione alla radice di pala. Le pale dovrebbero essere unite al mozzo attraverso raccordi di raggi adeguati, di solito  $0.03-0.04D$ , ma non minore dello spessore alla radice di pala.

### Sviluppi futuri

Uno dei problemi più importanti nell'attività normativa dei Registri di Classifica e della moderna cantieristica dei rompighiaccio è il mantenimento dell'affidabilità delle eliche che operano in acque infestate dal ghiaccio. I regolamenti di robustezza esistenti per eliche adeguate alla navigazione nei ghiacci non corrispondono ai moderni requisiti di progettazione e di servizio.

Per sviluppare nuovi criteri di robustezza dell'elica, che abbiano basi scientifiche, occorre affrontare i seguenti problemi interdipendenti:

- determinazione dei carichi esterni, dovuti al ghiaccio, sull'elica;
- determinazione delle tensioni sulla pala per effetto dei carichi esterni;
- determinazione delle tensioni ammissibili e degli spessori di pala considerando sia la robustezza statica, sia la robustezza a fatica.

Per progettare correttamente gli spessori di pala occorre considerare anche il momento torcente dovuto al ghiaccio e, per le eliche a passo variabile, il momento torcente sull'alberino di rotazione di pala. Per queste eliche, quando siano costruite con acciaio tradizionale, il mantenimento della robustezza a fatica è uno degli elementi primari nella progettazione.

## 7.7 Obiettivi progettuali

Una volta effettuato il progetto che simultaneamente soddisfi i requisiti propulsivi e minimizzi le pressioni indotte, l'analisi va focalizzata sulle problematiche strutturali. Nelle fasi iniziali del progetto l'analisi è basata generalmente sul metodo della trave incastrata. Nelle fasi finali si utilizza il metodo agli elementi finiti, soprattutto per le verifiche nelle condizioni di manovra.

Lo sviluppo dei computers ha reso possibile l'utilizzo di metodi via via più complessi per il calcolo della robustezza dell'elica. In ogni caso, qualunque sia il metodo utilizzato, occorre introdurre fattori di sicurezza molto elevati per tenere conto degli incerti fattori ambientali. Le incertezze riguardano le grandi variazioni della scia sul piano del disco-elica, l'erosione delle pale per effetto della cavitazione, nonché i sovraccarichi durante le operazioni di manovra e la navigazione in mare mosso. Solo quando è possibile quantificare questi effetti con grande precisione, ha senso giustificare l'introduzione di tecniche molto sofisticate per calcolare le tensioni corrispondenti.

Il requisito essenziale di qualunque metodo di calcolo di robustezza deve essere la sua semplicità, sostenuta, comunque, da una forte base teorica e sperimentale, per garantire che non venga trascurato nessun parametro che potrebbe influenzare la robustezza in maniera significativa. Generalmente, le analisi condotte con i metodi della trave incastrata tendono a produrre tensioni più elevate di quelle derivabili con metodi numerici. Poiché i primi sono inaffidabili per potere prevedere affidabilmente le distribuzioni delle tensioni lungo la corda, vengono utilizzati solamente per stimare le tensioni massime in una sezione.

Un processo progettuale completo e generale dovrebbe contemplare i seguenti passi logici:

1. *Determinazione della distribuzione dei carichi sulla pala.* Sebbene il carico idrodinamico ed il carico meccanico siano di interesse primario, si dovrebbero includere le tensioni generate durante la costruzione o l'installazione dell'eliche, che potrebbero, tra l'altro, influenzare la sua vita a fatica.

2. *Calcolo della risposta della pala* a questi carichi, dove per risposta si intende non solo l'analisi delle tensioni quasi-statiche, ma anche la determinazione della capacità della pala di resistere alle fluttuazioni ed alla ciclicità degli sforzi. Ciò richiede la conoscenza delle caratteristiche a fatica del materiale dell'elica in condizioni di carico notevole.
3. Scelta dei criteri progettuali, mediante i quali imporre limiti appropriati alle tensioni di pala nelle reali condizioni operative.

L'elica è un elemento della nave terribilmente complesso, dal punto di vista sia idrodinamico che strutturale. In effetti, i requisiti idrodinamici, strutturali e costruttivi di ogni progetto sono in conflitto tra loro, il che richiede un certo grado di compromesso tra i corrispondenti vincoli opposti. È, quindi, l'ottenimento del migliore compromesso possibile che costituisce l'essenza di un buon progetto.



## Capitolo 8

# Interazione Elica–Carena

La carena di una nave autopropulsa e l'elica operante a poppavia rappresentano un sistema complesso tra i cui elementi si sviluppa un'*interazione idrodinamica*, che influenza il rendimento quasi-propulsivo e la progettazione del propulsore. Le componenti di questa interazione sono la *scia*, la *deduzione di spinta* ed il *rendimento relativo rotativo*. Il fenomeno dell'interazione tra elica e carena è comprensibile e descrivibile solamente se si analizza il campo idrodinamico che si genera per effetto delle loro azioni singole e reciproche. Nel considerare il loro accoppiamento, vanno esaminati separatamente i singoli comportamenti idrodinamici così come risultano influenzati dualmente dall'altro elemento. Tali comportamenti duali variano rispetto ai comportamenti individuali per due motivi principali:

- Il campo di velocità prodotto dalla carena, e che investe l'elica, è diverso da quello nel quale opererebbe l'elica isolata, poiché la carena ne modifica l'entità, l'orientamento e la distribuzione sul piano del disco-elica. Il funzionamento dell'elica è perciò influenzato dalle forme poppiere della nave. La variazione del campo di velocità è detta *frazione di scia*, che, in prima approssimazione, dà conto degli effetti non-stazionari prodotti dalle forme di carena sul flusso che investe l'elica. L'entità della scia è importante perché comporta indirettamente un incremento della resistenza nave, mentre la sua distribuzione lo è perché rappresenta il modo con il quale l'elica vede localmente e periodicamente il flusso incidente. Quanto più disomogenea è tale distribuzione, tanto più l'elica rischierà di cavitare estensivamente e violentemente.
- L'azione dell'elica fa variare il campo di velocità e di pressione agente intorno al corpo poppiere della nave, aumentando la velocità media del flusso e riducendo, quindi, la pressione media. La riduzione di pressione a poppa causa un incremento della resistenza al moto della nave con l'elica operante rispetto alla resistenza di rimorchio della nave in assenza dell'elica. L'incremento di resistenza è sostituito, per convenienza, da una diminuzione equivalente della spinta dell'elica, detta *deduzione di spinta*. Tale incremento normalizzato rispetto alla resistenza al rimorchio è detto *fattore di deduzione di spinta*.

Va sottolineato che la frazione di scia è una grandezza fisica, mentre il fattore di deduzione di spinta è una grandezza puramente matematica in quanto non direttamente misurabile. Come

illustrato nella letteratura internazionale (Dyne, 1978), il secondo dipende dalla prima. Per questa ragione, maggiore attenzione è dedicata alla scia nella trattazione successiva.

Qualunque corpo che si muova attraverso l'acqua genera una scia, ossia una distribuzione non-uniforme di velocità del flusso a poppavia, che si tratti di una nave di superficie, di un sottomarino o di un siluro. La generazione della distribuzione di scia è dovuta a tre cause primarie:

- l'ispessimento dello strato limite a poppavia (scia viscosa);
- l'andamento delle linee di corrente intorno al cordo che si racchiodono a poppavia (scia di spostamento);
- l'influenza della formazione ondosa prodotta da una nave di superficie o da un corpo prossimo alla superficie libera (scia d'onda).

A questa scia, che verrà denominata *scia nominale*, va aggiunta l'importante effetto prodotto dal propulsore, che modifica la scia nominale dando luogo alla *scia effettiva*. Installata a poppa, l'elica, producendo la spinta, altera la velocità della scia e la frazione di scia determinata dalla velocità si scia con l'elica operante è detta *frazione di scia effettiva*.

Da quanto sopra, si può desumere che, rispetto alle forze stazionarie agenti sull'elica isolata, le forze dell'elica dietro carena includono componenti non-stazionarie dovute al carattere non-uniforme del campo di velocità intorno all'elica. È probabile che le forze non-stazionarie inneschino più facilmente cavitazione sul propulsore che, a sua volta, genera pressioni non-stazionarie sul fasciame di scafo, producendo vibrazioni sul fasciame e sulle strutture di poppa. Dal punto di vista propulsivo, l'interazione tra elica e carena influenza decisamente l'effettiva entità della potenza motore da installare.

Per tutte queste ragioni è imprescindibile tenere nel dovuto conto l'*interazione elica–carena*, sia scegliendo a poppa forme di carena che producano una scia quanto più omogenea possibile con lo scopo primario di ridurre il rischio di cavitazione e di vibrazioni, sia *ottimizzando il progetto dell'elica adattata alla scia*. D'altra parte, l'applicazione delle teorie vorticali nel progetto dell'elica richiede un'accurata conoscenza quantitativa del campo di velocità del flusso nel piano del disco–elica.

Rankine (1865) avviò lo studio teorico dell'interazione tra carena ed elica, nonché della relazione tra scia e spinta dell'elica. Più tardi Fresenius (1922) chiarì la natura reale del rendimento propulsivo trattando separatamente il flusso potenziale ed il flusso viscoso intorno all'elica. Distinguendo tra questa duplice modellazione del flusso, dimostrò la differenza sostanziale che risulta dal trattare l'interazione tra elica e carena in fluido ideale o in fluido viscoso. Il primo approccio integralmente idrodinamico al problema fu sviluppato da Dickmann (1939). Tuttavia, questi lavori storici non fornirono alcuna indicazione sul modo di realizzare calcoli quantitativi; anche perché il flusso complesso intorno all'elica non poteva essere trattato compiutamente mediante i soli metodi analitici allora disponibili.

## 8.1 Come approcciare la complessità dell'interazione

La complessità del fenomeno idrodinamico dell'interazione elica-carena rende ancora oggi irrisolti molti nodi teorici. È risaputo che una completa *simulazione numerica* del problema del flusso effettivo a poppa richiede grandi risorse computazionali. D'altra parte, la validità ingegneristica dei risultati - in altri termini l'accuratezza e l'affidabilità - è limitata dall'attuale inadeguatezza dei modelli empirici di turbolenza. Mentre il calcolo del flusso potenziale attorno alla carena garantisce notevole accuratezza, quanto meno ai valori medio-bassi del numero di Froude, una determinazione accurata del flusso viscoso presenta ancora grosse difficoltà, soprattutto nella zona dell'estrema poppa dove lo strato limite è più spesso e dove frequentemente hanno luogo fenomeni di separazione. In sintesi, i codici CFD, basati sulla teoria del flusso viscoso, non sono ancora applicabili con la garanzia di raggiungere la richiesta accuratezza ingegneristica al problema della definizione numerica della scia. Questo vale specialmente per le carene dalle forme piene, le cui scie presentano spesso robusti vortici longitudinali; va da sé che il ricorso a misure sperimentali in vasca navale è imprescindibile, soprattutto nel caso di navi prototipo.

L'interazione elica-carena coinvolge sia la complessità del flusso intorno alla carena, sia il meccanismo di reazione del propulsore a tale flusso. In attesa di trovare il modo di risolvere l'equazione integrale di Navier-Stokes, per una migliore comprensione della fisica dell'interazione il flusso può essere suddiviso in un certo numero di zone: la superficie libera, lo strato limite e la zona a potenziale (Larsson, 1980). Comunque, poiché le caratteristiche del flusso a poppavia sono dominate dallo strato limite e le tecniche per calcolare il flusso viscoso con superficie libera non sono per ora sviluppate a tal punto da essere affidabili in sede progettuale, è ancora oggi preferibile utilizzare codici di calcolo basati sulla teoria del flusso a potenziale combinandoli con analisi sperimentali.

Tuttavia, poiché gli esperimenti sono condotti quasi sempre in scala modello, gli *effetti scala* introducono un'ulteriore complicazione. In ogni caso, se l'interazione elica-carena risulta modesta in scala modello, il trasferimento della scia da scala modello al vero non porrà particolari problemi. In scala modello si possono ricavare relazioni tra il fattore di deduzione di spinta, la frazione di scia nominale e quella effettiva, il carico dell'elica, le forme di carena ed il flusso a poppa. Comunque, nonostante i limiti intrinseci alle analisi sperimentali, si è potuta raccogliere una vasta base di conoscenze che riguardano il fenomeno dell'interazione elica-carena grazie a correlazioni con misure al vero.

Anziché includere questa interazione complessa nella soluzione del problema del flusso intorno ad un'elica, è consuetudine assumere che il flusso suddetto sia un *flusso effettivo* che è definito, in un sistema di coordinate solidale alla nave, come la *velocità totale media nel tempo in presenza dell'elica ridotta della la velocità potenziale media nel tempo indotta dall'elica stessa*. Il *flusso nominale* è definito come il flusso che si presenterebbe in assenza dell'elica. Se non ci fosse vorticità nel campo di flusso, questa definizione si ridurrebbe al risultato usuale in base al quale la velocità totale è la sovrapposizione lineare del flusso in assenza dell'elica e della velocità indotta dall'elica. Si vedrà più avanti come determinare realmente il flusso effettivo.



Per ora si assume che il flusso sia misurato (calcolato) in assenza dell'elica.

Per tutte le ragioni suddette, ancora oggi risulta essere una necessità pratica studiare l'interazione elica–carena a partire da un *approccio approssimato*, valutando separatamente l'influenza della carena sull'elica e quella dell'elica sul flusso circostante. In altri termini, l'elica è considerata isolata in prima istanza, ma operante nella scia sviluppata dalla carena; la scia, a sua volta, risulterà modificata dall'azione dell'elica per effetto delle velocità indotte. L'utilizzo di un approccio approssimato permette di applicare, nel modo più elementare, alla progettazione di eliche dietro carena i risultati delle prove su modelli di eliche isolate, combinate con prove sperimentali di autopropulsione su modelli. Approcci puramente teorici permettono di ottenere, per ora, relazioni puramente qualitative. A tutt'oggi la sperimentazione su modelli resta ancora il metodo più efficace per ottenere risultati quantitativamente affidabili per i calcoli di previsione di potenza.

## 8.2 Scia nominale

La scia presenta generalmente una struttura complicata poiché è il risultato del rallentamento del flusso nello strato limite della carena, dello spostamento dei filetti fluidi prodotti dalle forme poppiere, e di eventuali fenomeni di separazione del flusso nello stesso strato limite. La scia rilevata nel piano del disco–elica, in assenza dell'azione dell'elica, è detta *scia nominale*. Questa scia può essere solamente una frazione della scia totale. Tale aggettivazione è attribuibile non solo al valore medio, ma anche ai valori puntuali rilevati nei punti di discretizzazione del disco–elica.

La distribuzione del flusso sul piano del disco–elica è derivabile dalle misure di pressione (tubi di Pitot) o di velocità (velocimetri laser–doppler), condotte sul modello rimorchiato in vasca rettilinea. È del tutto evidente che tali misure forniscono solamente le medie temporali delle componenti di velocità in posizioni discrete, angolari e radiali, nel piano del disco–elica.

Le misure dettagliate della velocità di scia forniscono una conoscenza dettagliata del campo di scia, necessaria per la corretta definizione progettuale delle caratteristiche primarie dell'elica, quali la distribuzione del passo per adattarla alla scia (si parla di elica adattata alla scia) o la previsione puntuale del carico dell'elica per l'analisi di robustezza e delle vibrazioni.

### 8.2.1 Definizione del campo di scia

In un qualsiasi punto del disco–elica, dietro il modello in rimorchio, è rilevabile sperimentalmente un vettore velocità  $\vec{V}_w(r, \theta)$ , detto *velocità di scia*, generalmente minore della velocità nave. Tale deficit di velocità esprime la differenza tra la velocità della nave e la velocità con la quale il flusso investe il disco–elica.

Per rappresentare un campo di flusso è bene definire innanzi tutto un sistema di coordinate cilindriche, solidale alla nave. L'origine delle coordinate si trova al centro del piano del disco-elica; l'asse  $x$  coincide con l'asse di rotazione dell'elica; la coordinata radiale è indicata con  $r$  e quella angolare con  $\theta$ ; quest'ultima è misurata in verso orario (destrorso) con  $\theta = 0$  nella posizione corrispondente alle ore 12.

In qualsiasi punto del disco-elica, il vettore velocità di scia è la risultante di tre componenti, l'assiale, la tangenziale (o rotazionale) e la radiale, per cui è

$$\vec{V}_w(r, \theta) = \vec{V}_x(r, \theta) + \vec{V}_t(r, \theta) + \vec{V}_r(r, \theta) \quad (8.1)$$

La componente assiale  $V_x$  del vettore velocità di scia è la più importante per il progettista, in quanto è la più elevata in intensità ed è quella più suscettibile di variare con la posizione radiale  $r$  ed angolare  $\theta$ . La componente tangenziale  $V_t$ , il cui modulo è di solito inferiore a quello della componente assiale, se è elevata e rapidamente variabile può condizionare sensibilmente il comportamento dell'elica, come accade, ad esempio, per le navi bielica con asse inclinato. Quando si progettano le eliche in regime subcavitante, di solito si considerano solamente le componenti assiale e tangenziale. In generale, la componente radiale non è presa in considerazione tranne quando risulti particolarmente elevata (linee d'assi molto inclinate rispetto al piano orizzontale) e quando si operi in regime di cavitazione stazionaria (eliche supercavitanti).

Per potere utilizzare i dati del campo di scia, occorre caratterizzarli e descriverli in forma adeguata. Esistono tre modi principali di rappresentazione: il metodo delle frazioni di velocità, il metodo di Taylor ed il metodo di Froude, sebbene quest'ultimo sia oggi raramente utilizzato.

### Metodo delle frazioni di velocità

In questo metodo i valori di isovelocità sono espressi come frazione della velocità nave  $V$ . Di conseguenza, le componenti assiale, tangenziale e radiale della velocità del fluido, in un punto qualunque del disco-elica, sono definite rispettivamente come

$$w_x = \frac{V_x}{V} \quad ; \quad w_t = \frac{V_t}{V} \quad ; \quad w_r = \frac{V_r}{V}$$

Probabilmente tale metodo è oggi quello utilizzato più comunemente per rappresentare il campo di scia. Per due motivi: il primo, e più importante, è dovuto alle relative complessità concettuali delle altre, e più vecchie, rappresentazioni; l'altro è che i rapporti di velocità sono più adatti a fungere da input nelle procedure analitiche e numeriche.

### Metodo di Taylor

In questa caratterizzazione fu introdotto il concetto di *frazione di scia*. Le componenti di velocità sono rappresentate dalle frazioni di scia assiale, tangenziale e radiale come

$$w_x = \frac{V - V_x}{V} = 1 - \frac{V_x}{V} \quad ; \quad w_t = \frac{V - V_t}{V} = 1 - \frac{V_t}{V} \quad ; \quad w_r = \frac{V - V_r}{V} = 1 - \frac{V_r}{V} \quad (8.2)$$

Si può affermare che la frazione di scia assiale (tangenziale, radiale) è pari ad uno meno il rapporto di velocità assiale (tangenziale, radiale). In alternativa, la frazione di scia può essere considerata come la perdita (deficit) di velocità assiale (tangenziale, radiale) sul punto d'interesse rispetto alla velocità nave, normalizzata rispetto a quest'ultima. Si osservi che oggi le forme  $w_t$  e  $w_r$  di Taylor sono utilizzate raramente; si preferisce assolutamente rappresentare le componenti tangenziale e radiale mediante i rapporti di velocità  $V_t/V$  e  $V_r/V$ .

Nel prosieguo, come è consuetudine nella pratica ingegneristica, in assenza di pedice si intende come scia la frazione di scia assiale  $w_T$ , definita come

$$w_T = \frac{V - V_A}{V}$$

detta anche *frazione di scia di Taylor* in quanto fu proprio Taylor ad introdurla in questa forma. Tale componente, ossia la *frazione di scia nominale*, è denotata in letteratura anche come  $w_x$ ,  $w_n$  o semplicemente  $w$ . Essa è la forma adimensionale del deficit di velocità ( $V - V_A$ ) nel piano del disco–elica.

La frazione di scia di Taylor è derivata confrontando i coefficienti di spinta e di momento torcente, derivati dalla prova di autopropulsione, con i corrispondenti valori di elica isolata. In genere, il valore di  $w_T$  è derivato utilizzando l'identità di spinta, e si riferisce alla scia sul disco–elica e non alla scia totale, che si estende ben oltre la larghezza della nave.

### Metodo di Froude

Questo metodo è simile a quello di Taylor; tuttavia, invece di utilizzare la velocità nave come velocità di normalizzazione, Froude si servì della velocità locale nel punto d'interesse. Per esempio, in direzione assiale si ha

$$w_F = \frac{V - V_A}{V_A} = \frac{V}{V_A} - 1$$

È semplice dedurre che le notazioni di Taylor e Froude sono intercambiabili.

### Frazione di scia media e velocità media di scia

La conoscenza dei valori locali delle componenti di velocità della scia nominale sono necessari per determinare i valori delle forze e dei momenti sviluppati sulle sezioni di pala, così come per valutare le caratteristiche globali dell'elica e dei suoi effetti indotti. Ma per il calcolo delle prestazioni propulsive è sufficiente utilizzare i valori della scia media.

Poiché il valore medio della componente di scia tangenziale è di solito nullo, nei calcoli delle prestazioni propulsive si utilizza spesso la sola componente assiale. La frazione di scia media e, quindi, la velocità media di scia, vengono ricavate integrando la distribuzione di scia assiale su base volumetrica nel piano del disco–elica.

La *frazione di scia media volumetrica* è determinata come

$$\bar{w} = \frac{\int_{r_h}^R \bar{w}(r) \cdot r \, dr}{\int_{r_h}^R r \, dr} \quad (8.3)$$

dove  $\bar{w}(r)$  rappresenta la *frazione di scia media radiale* data da

$$\bar{w}(r) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} w(r, \theta) \, d\theta = 1 - \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\bar{V}_x(r, \theta)}{V} \, d\theta$$

Parimenti, la *velocità media di scia volumetrica* assume la forma

$$\frac{\bar{V}_x}{V} = \frac{\int_{r_h}^R \frac{\bar{V}_x(r)}{V} \cdot r \, dr}{\int_{r_h}^R r \, dr} \quad (8.4)$$

dove  $\bar{V}_x(r)$  è la componente assiale media del vettore velocità al raggio di interesse.

Nel secondo anteguerra insorsero molte discussioni sull'opportunità di usare la forma dell'integrale volumetrico piuttosto che la forma dell'integrale impulsivo per la determinazione della frazione di scia media. Oggi le moderne tecniche di analisi si basano più frequentemente sull'approccio volumetrico.

### Velocità d'avanzo

Molto spesso, nelle fasi iniziali del progetto dell'elica, come valore medio di scia si utilizza il valore medio circonferenziale ad un raggio compreso tra  $0.65R$  e  $0.75R$ , in quanto è molto vicino al valore della scia media volumetrica.

La *velocità d'avanzo nominale* dell'elica è definita come

$$V_A = V(1 - w) \quad (8.5)$$

dove  $w$  è la frazione di scia modello di carena, derivata imponendo l'identità di spinta nell'analisi della prova di autopropulsione.

Talvolta, come frazione di scia di Taylor si intende la *frazione di scia effettiva*, ossia la scia con l'elica operante. Si osservi che la velocità  $V_x$ , quando è definita come frazione di scia di Taylor, non può essere misurata direttamente nella prova di autopropulsione: infatti, non è la velocità del fluido misurabile appena davanti all'elica durante la prova suddetta. La velocità media effettiva nel piano del disco-elica è la velocità incidente  $V_x$  sommata alla velocità  $u_a$  indotta assialmente dall'azione dell'elica. In altri termini, l'effettiva velocità incidente, o dualmente, la *velocità d'avanzo effettiva* dell'elica è

$$V_A^e = V_x + u_a$$

Va sottolineato che la frazione di scia di Taylor non è esattamente la frazione di scia nominale, quale viene derivata dalla misura sperimentale delle pressioni (velocità) locali nel piano del disco–elica, sebbene le differenze riscontrabili tra le due non siano rilevanti. La differenza tra  $V_A$  e  $V_x$  aumenta al crescere della velocità indotta, ossia del carico dell’elica.

### 8.2.2 Rappresentazione della scia

Tranne che in speciali progetti di ricerca e in applicazioni per navi militari, si trascura la variazione della scia di carena nel tempo. In genere, ci si occupa solamente dei *valori medi stazionari*. A causa delle forme di carena a poppa e degli effetti prodotti dallo sviluppo dello strao limite, la distribuzione di scia è non–uniforme in prossimità del piano del disco–elica.

La rappresentazione della scia nel piano del disco–elica viene effettuata diagrammando separatamente le componenti di velocità assiale, tangenziale e radiale. La conoscenza della distribuzione delle componenti della frazione di scia è fondamentale per studiare la dinamica della cavitazione. I risultati delle misure sono rappresentati di solito mediante:

- diagrammi polari, sotto forma di *isoscie* (curve di frazione di scia costante) per la componente assiale, nei quali le zone di bassa velocità riflettono il cuore dei vortici nella scia, e sotto forma di *rappresentazione vettoriale*, opportunamente scalata, per la componente trasversale, dove, quando sono disegnate le sole componenti tangenziali, sono visibili le stesse (eventuali) strutture vorticose riscontrabili nel diagramma delle isoscie;
- diagramma cartesiano, che rappresenta, ad ogni raggio fissato come parametro, il modulo di ciascuna componente (più spesso l’assiale) in funzione della posizione angolare, come  $w = w(\theta)$ ; è la cosiddetta *distribuzione circonferenziale* di scia.

Il primo modo di rappresentazione è assai intuitivo, e fornisce visivamente un’idea immediata circa il livello di omogeneità del flusso a poppavia. Il secondo modo, graficamente di lettura meno rapida e semplice, consente un’analisi più approfondita del campo di velocità ed una valutazione quantitativa più precisa della disomogeneità di scia.

#### Isoscie

In Figura 8.1a sono riportate le isoscie di una nave da carico monoelica con poppa simmetrica. Si può osservare che la scia raggiunge i suoi valori massimi in prossimità del piano diametrale, mentre decresce rapidamente ai lati. Si possono rilevare zone di velocità di afflusso relativamente basse (frazione di scia locale elevata) nella posizione delle ore 12, così come la presenza di un nucleo vorticoso verso la zona del mozzo nella posizione delle ore 3.

La simmetria riflessiva rispetto al piano diametrale, tipica delle navi monoeliche, non esiste ovviamente per le navi bielica, come si può desumere dalla Figura 8.1b, che mostra le isoscie di un traghetto bielica. Si può vedere che il campo di scia intorno al bracciolo di supporto alla linea d’assi non è perfettamente simmetrico per effetto dello strato limite e della posizione

del bracciolo rispetto alla carena. Ciò a conferma che occorre prestare la massima attenzione ai supporti delle linee d'assi, che si tratti di braccioli, di ringrossi o di gondole, evitando che nel loro intorno il flusso risulti troppo disturbato o ritardato; altrimenti, possono insorgere vibrazioni e rumore, difficili da eliminare. Le velocità di scia raggiungono il loro massimo nella zona del disco-elica adiacente alla carena, soprattutto intorno al bracciolo, mentre si riducono fino a quasi annullarsi sul lato opposto.

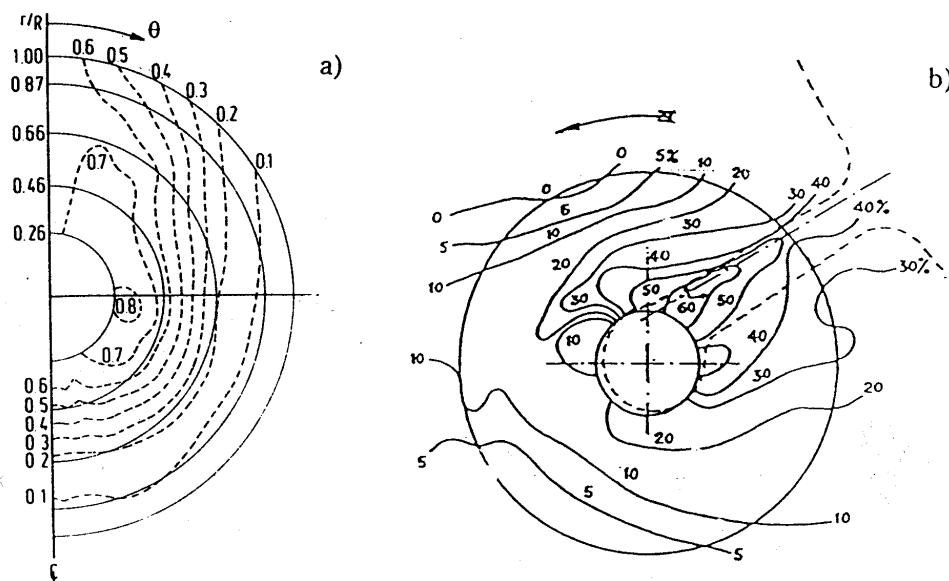


Figura 8.1. Diagramma di isoscie di navi monoelica e bielica

### Componenti trasversali della velocità di scia

Nella maggior parte dei casi, esiste un flusso tangenziale sul piano del disco-elica. Nelle navi monoelica il flusso risale a poppa lungo le sezioni longitudinali generando, oltre la componente assiale di velocità una componente verso l'alto (componente tangenziale).

Il flusso ascendente nel piano del disco-elica fa diminuire gli angoli d'incidenza sulle pale verso le zone alte del disco-elica e le fa crescere nelle zone basse. Per un'elica che ruoti in senso orario vista da poppa, il carico sul lato a dritta è maggiore di quello a sinistra. L'effetto è quello di spostare il centro di spinta verso dritta: si sono avuti casi nei quali tale spostamento è arrivato fino al 30% del raggio dell'elica. Si genera un momento torcente che determina un carico verticale variabile sulla linea d'assi, scomponibile in una forza stazionaria ed in una non-stazionaria.

Un'osservazione interessante può essere dedotta dal diagramma delle componenti trasversali della velocità di scia (Fig. 8.2), dove è evidente che i filetti fluidi tendono ad affluire all'elica soprattutto dal fondo nave verso l'alto, almeno in questo caso che è relativo ad una nave da carico in zavorra. Si osservi che nella maggior parte dei punti di misurazione i vettori trasversali sono orientati, come deve essere, in verso opposto al senso di rotazione dell'elica.

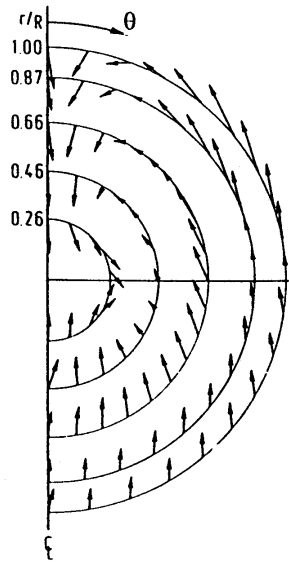


Figura 8.2. Diagramma delle velocità di scia trasversale

Molti laboratori presentano in maniera compatta la distribuzione di velocità nominale nel piano del disco-elica. In Figura 8.3 si possono osservare le isoscie ed i vettori delle componenti trasversali della velocità di scia, molto regolari, di una nave portacontainers monoelica.

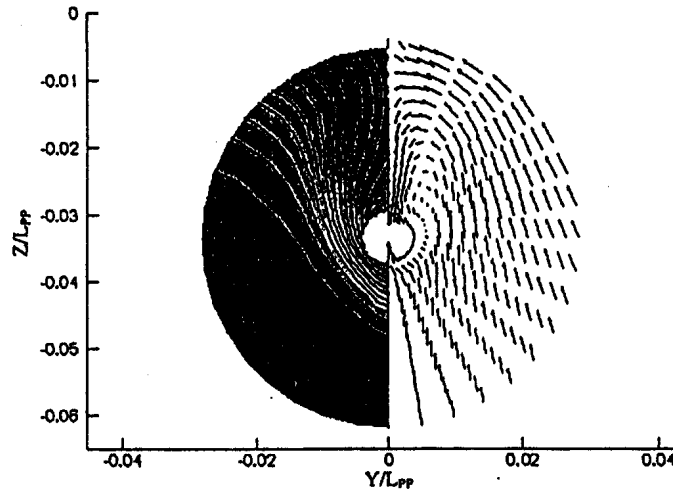


Figura 8.3. Diagrammi di velocità sul disco-elica

### Distribuzione circonferenziale della scia

Nella *distribuzione circonferenziale* del campo di scia assiale e tangenziale, riportata in Figura 8.4, si può notare che si ha una sorta di 'onda stazionaria' attraverso la quale le sezioni di pala ruotano ciclicamente. La componente di scia assiale è indicata con  $w_x(\theta)$ , quella tangenziale con  $w_t(\theta)$ . Ambedue le funzioni,  $w_x = w_x(\theta)$  e  $w_t = w_t(\theta)$ , sono simmetriche rispetto al piano diametrale. Per convenzione, si cambia segno a  $w_t$  quando interseca questo piano.

La Figura 8.4 mostra ad un certo raggio di pala dell'elica, per una nave monoelica, la variazione di  $w_x$  e  $w_t$  in funzione dell'angolo di rotazione di pala; ambedue le distribuzioni sono relative alla velocità media.

Si può osservare che si hanno valori elevati di scia alle ore 12 e alle ore 6 in quanto la pala dell'elica passa attraverso un flusso che è lento intorno al piani diametrale della nave. Il valore delle componenti di scia è assai basso intorno ai 120 gradi dove l'elica passa più vicino al bordo esterno dello strato limite; questo effetto è più accentuato ai raggi esterni di pala.

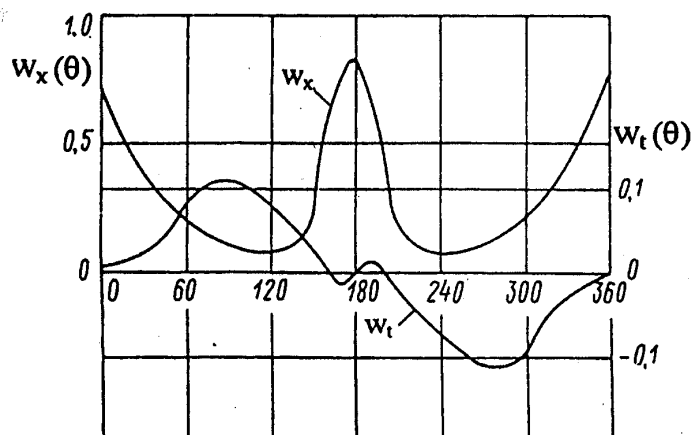


Figura 8.4. Distribuzione circonferenziale di scia assiale e tangenziale

Le curve relative a vari raggi (Fig. 8.5) forniscono l'opportunità di esaminare la scia prima di effettuare la sua analisi armonica, anche per controllare se le curve avviate matematicamente rappresentano la realtà fisica in maniera ragionevole.

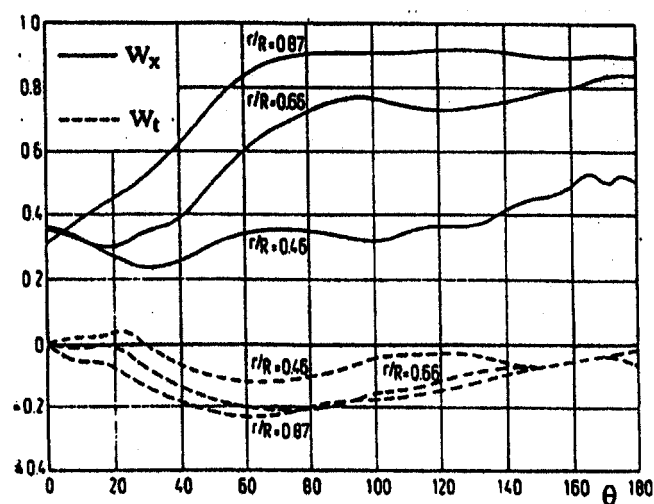


Figura 8.5. Variazione delle frazioni di scia assiale e tangenziale in una nave monoelica

Le navi bielica tendono ad avere minori variazioni di scia nel giro elica e valori di scia media più bassi.



### Angolo geometrico di scia

La Figura 8.6 riporta l'angolo geometrico di scia  $\alpha_g$ , che oscilla intorno all'angolo d'avanzo medio  $\beta$ , man mano che la pala attraversa nel giro la variazione di scia totale. È importante calcolare la variazione dell'angolo d'incidenza, definito dalla componente di velocità di scia normale alla linea del passo e dalla velocità risultante nominale; risulta essere

$$\alpha_g \simeq \tan^{-1} \left\{ \frac{1}{V_R} \left[ \tilde{V}_x \cos \beta_p - \tilde{V}_t \sin \beta_p \right] \right\} = \tan^{-1} \left\{ \frac{V}{V_R} \left[ \frac{\tilde{V}_x}{V} \cos \beta_p - \frac{\tilde{V}_t}{V} \sin \beta_p \right] \right\} \quad (8.6)$$

dove  $\beta_p$  è l'angolo di passo geometrico,  $V_R = \sqrt{V_A^2 + (\omega r)^2}$ , mentre  $\tilde{V}_x$  e  $\tilde{V}_t$  sono le variazioni delle velocità assiale e tangenziale di scia al raggio  $r$  rispetto ai loro valori medi.

I dettagli rilevabili in Figura 8.6 indicano che la componente tangenziale produce un debole contributo al calcolo dell'angolo d'incidenza contrariamente alla componente assiale, in quanto  $\tilde{V}_t$  è generalmente minore di  $\tilde{V}_x$ , ed anche perché la componente tangenziale è pesata da  $\sin \beta$ , che è generalmente pari a circa un terzo di  $\cos \beta$ . Ne deriva che il maggior contributo alla generazione del *carico non-stazionario* di pala è dovuto alla variazione della componente assiale di scia.

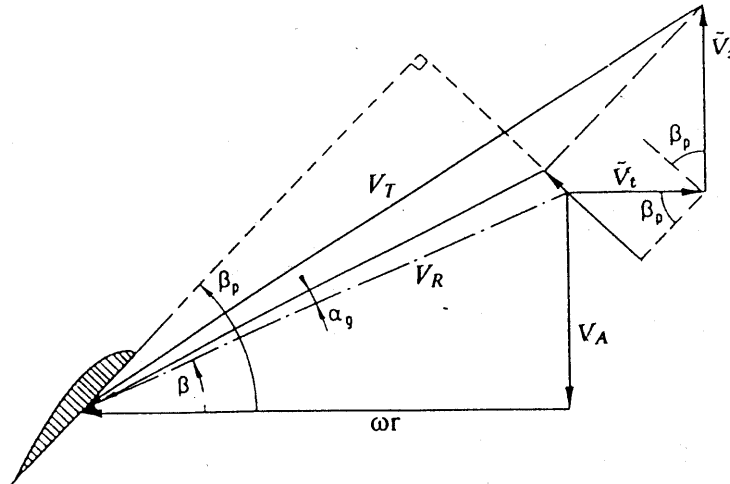


Figura 8.6. Angolo geometrico di scia

La *distribuzione radiale* della componente di scia assiale dipende sostanzialmente dalla geometria delle forme poppiere della carena; è assai differente per navi monoelica e bielica. La Figura 8.7 mostra le distribuzioni radiali della frazione di velocità assiale  $V_x(r)/V = 1 - w_x(r)$ , relative ad una nave monoelica con forme poppiere ad ‘U’ e la presenza di un bulbo (a), ad una nave monoelica con forme di poppa a ‘V’ (b), e ad una nave bielica (c).

Come si può osservare, per tutte le carene i valori inferiori della velocità di scia sono quelli nella zona del mozzo, mentre la distribuzione radiale della velocità di scia di navi monoelica è assai meno uniforme rispetto a quella di navi bielica.

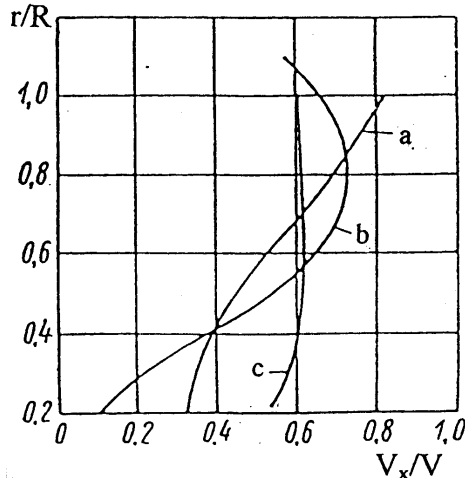


Figura 8.7. Distribuzione radiale della velocità di scia assiale

### 8.2.3 Componenti fisiche della scia

Da un punto di vista fisico, la velocità di scia può essere considerata come la risultante di tre componenti

$$\vec{V}_w = \vec{V}_{wp} + \vec{V}_{wv} + \vec{V}_{ww} + \Delta V_w \quad (8.7)$$

ossia, la velocità di scia potenziale  $V_{wp}$ , la velocità di scia viscosa  $V_{wv}$ , la velocità di scia d'onda  $V_{ww}$  ed una generica velocità di scia aggiunta  $\Delta V_w$ : La relazione (8.7) esprime il fatto che la scia ha origine in tre sorgenti: gli effetti del flusso potenziale, gli effetti dell'attrito sul flusso intorno alla carena e l'influenza delle velocità dei moti orbitali sub-superficiali delle onde.

In altri termini, come proposto per la prima volta da Helmbold (1931), il campo di scia nel piano del propulsore (*scia nominale*) è il risultato di tre cause principali: la deformazione delle linee di corrente intorno alla carena; l'influenza della formazione ondosa prodotta dalla carena in moto d'avanzamento; la crescita dello strato limite intorno al corpo, dovuto alla viscosità del fluido, con l'eventuale presenza di vortici del ginocchio.

Poiché le componenti di scia tangenziale e radiale sono grandezze del secondo ordine rispetto alle componenti di velocità assiale, la relazione (8.7) può essere riscritta in funzione delle sole componenti assiali come

$$V_w = V_{wp} + V_{wv} + \Delta V_w \quad (8.8)$$

Analogamente, la frazione di scia assiale nominale  $w_n$  può essere suddivisa nelle componenti corrispondenti, ossia *scia potenziale*, *scia viscosa*, e scia aggiunta. Utilizzando la notazione di Taylor si può scrivere

$$\{w_n\} = \frac{V - V_x}{V} = 1 - \frac{V_x}{V} = \{w_p\} + \{w_v\} + \{\Delta w\} \quad (8.9)$$

Le parentesi graffe denotano i valori medi totali del campo di scia e delle sue componenti fisiche. La cosiddetta scia aggiunta  $\{\Delta w\}$  è la componente di correlazione o d'interazione relativa, che rappresenta la parte nonlineare nella composizione del campo di scia. È legata alla presenza di fenomeni dissipativi, quali vorticità, separazione del flusso, ecc. Valori tipici delle tre componenti della frazione di scia sono:

- scia potenziale: 0.08-0.12
- scia viscosa: 0.09-0.23
- scia d'onda: 0.03-0.05

### Scia potenziale

La scia potenziale è assimilabile a quella di una nave che avanza in fluido perfetto. Poiché le linee di corrente si chiudono a poppa, si ha lì una crescita della pressione ed una diminuzione della velocità nel piano del disco–elica. La scia potenziale risulta regolata, quindi, dall'equazione di Bernoulli. Come tale, su un corpo galleggiante il campo di scia potenziale è calcolabile direttamente mediante metodi numerici, indipendentemente dal fatto che la nave avanzi in marcia avanti o marcia indietro. Ovviamente, per i corpi sommersi, e particolarmente per i solidi di rivoluzione, le procedure di calcolo sono sensibilmente più semplici rispetto ai codici per le navi di superficie. Per queste ultime si utilizzano codici numerici basati su metodi a pannelli, che costituiscono oggi le tecniche più diffuse per i calcoli di flusso tridimensionale, incompressibile e non-viscoso. L'idea generale alla base di questi metodi è che sui pannelli esista una distribuzione incognita di singolarità (sorgenti puntiformi, doppiette, vortici, o loro combinazioni). Le incognite sono determinate mediante un sistema di equazioni algebriche lineari.

Sperimentalmente, la scia potenziale sul piano del disco–elica viene derivata rimorchiando il modello nave in *marcia indietro*, poiché in tal modo gli effetti viscosi risultano minimizzati e poiché le forme prodriere non possono avere alcuna influenza a poppa.

Sono noti, comunque, parecchi metodi per la determinazione teorica della frazione di scia potenziale  $w_p$  in un flusso viscoso. Il metodo più plausibile è quello adottato da Helmbold (1931), basato sul teorema di Bernoulli. In base a questo metodo, la differenza tra la pressione totale  $p_t = p_o + \frac{1}{2}\rho V_m^2$  del flusso indisturbato a grande distanza dietro il modello e la pressione statica misurata nel piano di interesse, è una misura indiretta della scia potenziale. Infatti, risulta essere

$$p_o + \frac{1}{2}\rho V_m^2 - p_s = \frac{1}{2}\rho (V_m - V_{wp})^2$$

dove  $V_m$  è la velocità modello,  $p_o$  è la pressione statica del flusso indisturbato,  $V_{wp}$  è la velocità di scia potenziale nel punto esaminato, e  $p_s$  è la pressione statica nello stesso punto. Si può derivare, quindi, la *velocità della scia potenziale* come

$$V_{wp} = V_m - \sqrt{V_m^2 - 2(p_s - p_o)/\rho}$$

L'origine fisica della componente di scia potenziale è duplice. La prima è legata al fatto che, durante il suo moto, la nave sposta un certo volume di fluido, causandone la variazione del campo di velocità, tanto maggiore quanto maggiore è la curvatura del flusso attorno alla carena. Tale subcomponente può essere calcolata in un fluido ideale con metodi teorici: risulta indipendente dalla direzione del moto nave, così come dalla sua velocità. La seconda è dovuta ai moti orbitali delle onde gravitazionali che si formano sulla superficie libera a poppa durante il moto di avanzamento della nave. Lo stesso fenomeno si presenta nel caso di un corpo che si muova appena sotto il pelo libero. In sintesi, la scia potenziale può essere descritta come

$$\{w_p\} = \{w_d\} + \{w_w\}$$

dove  $w_d$  è la frazione di *scia di spostamento*, mentre  $w_w$  è la frazione di *scia d'onda*.

La scia di spostamento  $\{w_d\}$  è legata direttamente al coefficiente di pressione statica  $C_p$  sul piano del disco-elica, in assenza dell'elica stessa. Poiché generalmente tale coefficiente ha un valore positivo a poppa, il flusso risulta accelerato dal piano del disco-elica alla zona terminale della scia, dove è  $C_p = 0$  e la scia è fondamentalmente viscosa.

La scia d'onda  $\{w_w\}$  è legata all'effetto dei moti orbitali sub-superficiali delle onde. A seconda che l'elica sia situata sotto una cresta d'onda o sotto un cavo d'onda, tale componente di scia sarà rispettivamente positiva o negativa, tenendo presente che la lunghezza d'onda varia con il numero di Froude. Se le dimensioni principali e le forme poppiere di carena sono scelte correttamente, l'altezza della formazione ondosa in prossimità dell'elica risulta ridotta al minimo in virtù di fenomeni d'interferenza. In tal caso, il valore della frazione di scia d'onda sarà molto piccolo. La componente di scia d'onda  $w_w$  è di difficile determinazione sperimentale. Weitbrecht (1940) misurò le velocità orbitali dell'onda sul piano del disco-elica di due modelli, ricavando valori della frazione di scia d'onda  $w_w$  che variavano tra 0.03 e 0.05 all'altezza della linea d'assi, mentre ammontavano a 0.10 in prossimità della superficie libera. Questi valori sono legati solamente al sistema d'onda generato dalla nave. La scia d'onda prodotta dall'azione dell'elica è sempre negativa ( $w_w \approx -0.01$ ) e riduce leggermente il valori suddetti della scia d'onda nominale. Quando la frazione totale di scia è piccola (eliche laterali) e simultaneamente l'immersione nave è bassa, come accade negli incrociatori, la frazione di scia d'onda può essere significativa.

Questa componente è quasi sempre molto piccole nelle navi monoelica, mentre può essere significativa nelle navi bielica in quanto le eliche sono spesso più vicine alla superficie libera. In generale, comunque, quando sono state scelte le dimensioni principali ed avviate le forme poppiere di una nave monoelica, l'altezza d'onda in prossimità dell'elica sarà minima, per cui la scia d'onda sarà piccola.

Gli esperimenti di Harvald hanno confermato che la frazione di scia d'onda è data da

$$w_w = \frac{2\pi r_o}{L_w} = \frac{r_o g}{V^2}$$

dove  $r_o = r \cdot e^{-zg/V^2}$  è il raggio orbitale della particella d'acqua alla profondità  $z$ , mentre  $L_w = 2\pi V^2/g$  è la lunghezza d'onda e  $V$  è la velocità nave.

Sono scarsi i dati sull'entità di frazione della scia d'onda su navi moderne. Per le navi mercantili contemporanee, tranne che alle alte velocità, la frazione di scia d'onda è piccola, per cui non viene generalmente introdotta nei calcoli. Di norma, per navi piccole e veloci la frazione di scia d'onda è negativa, il che porta a bassi valori della frazione totale di scia potenziale. Nel caso di una normale nave da carico monoelica, la frazione di scia potenziale può variare da 0.08 a 0.12.

### Scia viscosa

La scia viscosa è il risultato della natura viscosa del fluido che scorre lungo la superficie di carena e dello sviluppo dello strato limite il cui spessore cresce andando verso poppa. La presenza dello strato limite sulla superficie di carena, che sulle navi al vero è turbolento in maniera predominante, e la crescita del suo spessore portano ad una significativa redistribuzione del campo di velocità rispetto al caso di moto di una nave in fluido ideale.

La velocità di scia viscosa  $V_{wv}$  può essere determinata in base alla differenza tra la velocità di scia totale misurata e la velocità di scia potenziale

$$V_{wv} = V_w - V_{wp}$$

dove quest'ultima componente può essere calcolata mediante il suddetto metodo di Helmbold.

Si deve osservare che nelle navi mercantili la componente viscosa ha un peso rilevante, sia come entità che come distribuzione delle velocità di scia intorno al disco-elica. In Figura 8.8 viene mostrata la distribuzione circonferenziale della componente assiale potenziale e della frazione totale di scia sul disco-elica, al raggio  $\bar{r} = 0.6$ , per una nave con  $C_B = 0.75$ . Tale distribuzione mostra chiaramente l'influenza rilevante della viscosità del fluido nella composizione della scia ( $w_v = w - w_p$ ).

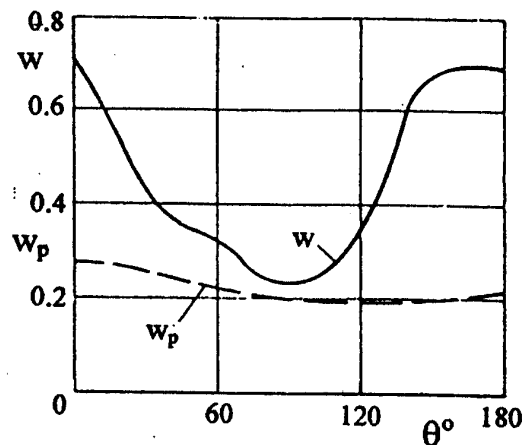


Figura 8.8. Frazione di scia potenziale e totale

### 8.3 Analisi armonica della scia

Le attuali tecniche di analisi delle prestazioni cavitative dell'elica si basano sulla capacità di descrivere matematicamente, in misura ragionevolmente precisa, il campo di scia, così com'è 'visto' dall'elica, ad ogni posizione radiale ed angolare.

La Figura 8.9 illustra una rappresentazione tipica della distribuzione circonferenziale della velocità del campo di scia, ad un generico raggio  $x = r/R$ , suddivisa in una *componente stazionaria* (media) ed in una *componente fluttuante*, che è uguale alla somma delle armoniche. Sfruttando la periodicità della funzione  $V_x/V$  nel giro-elica, descritto dalla coordinata angolare  $\theta$ , la componente fluttuante totale può essere decomposta in *serie di Fourier*, in quanto può essere considerata come costituita dalla somma di un numero  $n_k$  di sinusoidi di frequenza crescente.

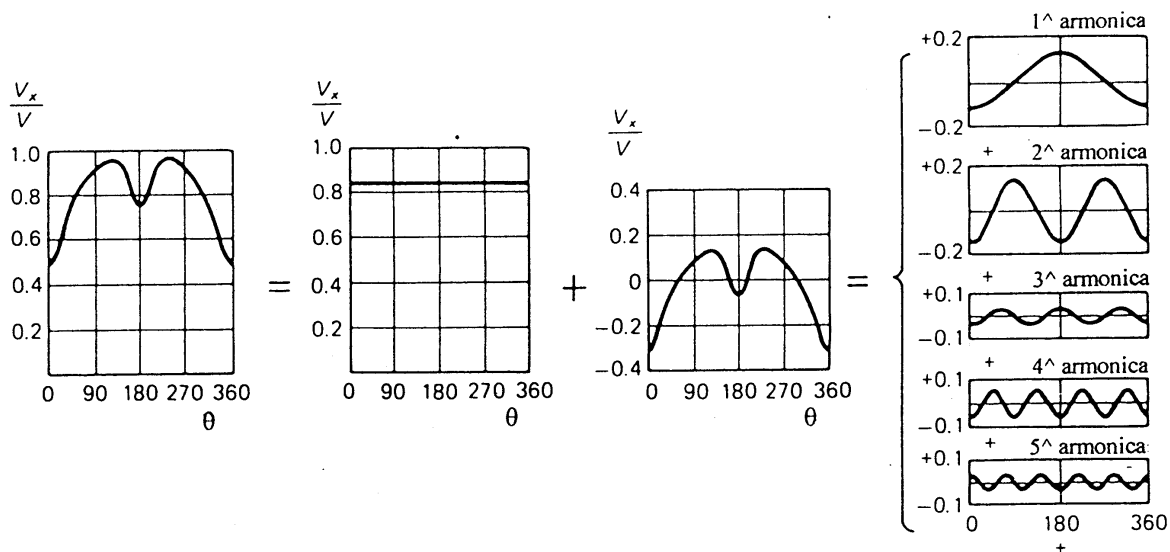


Figura 8.9. Decomposizione del campo di scia

Per un insieme di valori  $V_i$  ( $i = 1, 2, \dots, k$ ) della velocità modello rilevati nel piano del disco-elica, nell'ipotesi che la variazione di scia sia solamente spaziale, si può sfruttare la periodicità della scia in  $\theta$  per esprimere in serie di Fourier le tre componenti della frazione di velocità medie nel tempo come

$$\frac{V_x(r, \theta)}{V} = a_{ox} + \sum_{n=1}^{n_k} [a_{nx}(r) \cos n\theta + b_{nx}(r) \sin n\theta] = \sum_{n=1}^{n_k} c_{nx}(r) \sin [n\theta + \varphi_{nx}(r)] \quad (8.10)$$

$$\frac{V_t(r, \theta)}{V} = a_{ot} + \sum_{n=1}^{n_k} [a_{nt}(r) \cos n\theta + b_{nt}(r) \sin n\theta] = \sum_{n=1}^{n_k} c_{nt}(r) \sin [n\theta + \varphi_{nt}(r)] \quad (8.11)$$

$$\frac{V_r(r, \theta)}{V} = a_{or} + \sum_{n=1}^{n_k} [a_{nr}(r) \cos n\theta + b_{nr}(r) \sin n\theta] = \sum_{n=1}^{n_k} c_{nr}(r) \sin [n\theta + \varphi_{nr}(r)] \quad (8.12)$$

dove:  $a_n$  e  $b_n$  sono funzioni della posizione nel piano meridiano  $(x, r)$ ;

$c_{nx}(r) = \sqrt{a_{nx}^2(r) + b_{nx}^2(r)}$  e  $c_{nt}(r) = \sqrt{a_{nt}^2(r) + b_{nt}^2(r)}$  sono le ampiezze delle armoniche di ordine  $n$ ;

$\varphi_{nx}(r)$  e  $\varphi_{nt}(r)$  sono rispettivamente l'angolo di fase assiale e tangenziale dell'armonica di ordine  $n$ ;

$n_k$  rappresenta il numero di armoniche considerate, che, se  $k$  è il numero dei valori della lettura sperimentale, deve rispettare le condizioni:

$$\begin{aligned} n_k &\leq k/2 && \text{se } k \text{ è pari,} \\ n_k &\leq (k-1)/2 && \text{se } k \text{ è dispari.} \end{aligned}$$

I coefficienti delle serie trigonometriche sono funzioni solamente del raggio  $r$  e sono derivabili dalle misure di scia mediante le usuali formulazioni come

$$\begin{aligned} a_{nx} &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{V_x(r, \theta)}{V} \cos n\theta \, d\theta \\ b_{nx} &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{V_x(r, \theta)}{V} \sin n\theta \, d\theta \end{aligned}$$

Si osservi che la velocità di scia  $V_x$  è una velocità di perturbazione. La velocità misurata con uno strumento solidale al modello nave, che si muove con velocità  $V$ , è pari a  $-V + V_x$ .

Formule analoghe alle precedenti valgono per i coefficienti  $a_{nt}$  e  $b_{nt}$  delle serie trigonometriche, relativamente alle componenti tangenziali.

Il grafico a barre in Figura 8.10 evidenzia, ad un generico raggio  $r$ , il contributo delle differenti armoniche alle componenti assiali e tangenziali del campo di velocità, per una nave cisterna monoelica con  $C_B = 0.825$  e con forme poppiere ottimizzate per ridurre le attività vibratorie indotte dall'elica. Le grandezze  $\bar{a}_{nx}$  e  $\bar{b}_{nt}$  sono i valori normalizzati dei coefficienti  $a_{nx}$  e  $b_{nt}$ . Una tale rappresentazione caratterizza del tutto il livello della disomogeneità di scia ed il suo spettro. Quanto minori sono i valori assoluti dei coefficienti  $a_{nx}$  e  $b_{nt}$ , tanto più alta è l'omogeneità del campo di velocità per date forme di carena. Si osservi che di solito i coefficienti delle armoniche del flusso incidente l'elica decrescono all'aumentare del numero dell'armonica.

Sebbene dalla Figura 8.10 sembri che siano importanti solamente le prime armoniche, si vedrà nel Capitolo 10 che, per quanto inferiori, le armoniche di ordine superiore sono in effetti responsabili della generazione delle forze non-stazionarie sulla linea d'assi e delle forze indotte sulla volta di poppa dall'elica cavitante.

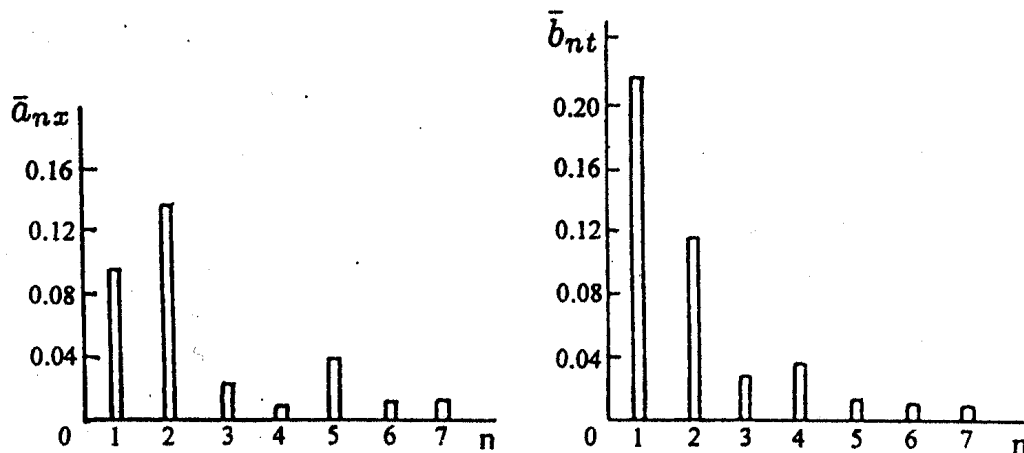


Figura 8.10. Ampiezze normalizzate delle armoniche di scia

Le ampiezze delle componenti armoniche hanno un'importanza fondamentale nel funzionamento dell'elica. L'armonica di ordine zero è il valore medio circonferenziale della velocità di afflusso ad un certo raggio e permette il calcolo della *velocità media di scia assiale* su tutto il disco-elica rapportata a quella della nave, come

$$\frac{V_x}{V} = 1 - w_n = 2 \int_{r_h}^R c_{ox}(r) \cdot \frac{r}{R [1 - (r_h/R)^2]} dr \quad (8.13)$$

dove  $w_n$  è la *scia media volumetrica nominale*.

Per le navi monoelica i coefficienti  $b_{nx}$  e  $a_{nt}$  dovrebbero essere nulli, grazie alla presunta simmetria del campo di scia. Tuttavia, le misurazioni effettuate nel giro dell'elica mostrano spesso qualche asimmetria in  $V_x$  in assenza di perfetta simmetria in  $V_t$ ; si pensa che queste imprecisioni derivino da anomalie nelle misurazioni, dovute alla non perfetta simmetria costruttiva del modello e/o ad un imperfetto allineamento del modello. Tuttavia, le suddette asimmetrie delle componenti delle velocità di scia possono essere reali, in quanto originate dalla diffusione di vorticità asimmetrica, soprattutto su carene con grandi rapporti larghezza-immersione, le quali, come noto, generano e diffondono vortici del ginocchio che si muovono in maniera aperiodica. Per semplicità, si è soliti considerare che il flusso assiale di navi monoeliche (con carene simmetriche) sia rappresentabile mediante funzioni pari di  $\theta$ , mentre le componenti tangenziali sono esprimibili mediante funzioni dispari, così che risultano essere  $b_{nx} = 0$  e  $a_{nt} = 0$ . Molto spesso i dati relativi a navi monoeliche sono rilevati solamente su metà del disco-elica, per cui non si ha alcuna possibilità di conoscere i coefficienti  $a_{nx}$  e  $b_{nt}$ , proprio perché sono presunti nulli. Per le eliche che non giacciono sul piano diametrale, queste componenti non sono né pari né dispari, per cui vanno conservati tutti i termini nelle equazioni (8.10) e (8.12).

A suo tempo, Hadler & Cheng (1965) analizzarono una grande quantità di misure di scia su una serie geosim di modelli. Presentarono sia i campi di velocità tridimensionali, sia le ampiezze delle armoniche delle velocità nella distribuzione circonferenziale della velocità di scia. Confrontarono l'influenza di varie tipologie di forme poppiere sul campo di scia. Successivamente, Cheng et Hadler (1966) estesero tali analisi impiegando tecniche sperimentali e di analisi più



sofisticate. Tra l'altro, verificarono che l'effetto scala non influenza le ampiezze relative delle armoniche. Le loro ricerche restano ancora oggi quelle più estensive ed esplicative su questo tema.

Un esempio di analisi armonica dei dati di scia modello è riportata nelle Figure 8.11 e 8.12, che mostrano rispettivamente la variazione delle ampiezze delle varie armoniche della velocità assiale e tangenziale in funzione del raggio adimensionale, dove l'ordine delle armoniche è il parametro nella rappresentazione. Grazie a questi tipi di diagramma si può avere un'idea precisa circa l'entità numerica delle ampiezze delle armoniche. Si può osservare che le armoniche di ordine dispari presentano spesso un cambiamento di fase di  $180^\circ$ , muovendo dai raggi interni a quelli esterni. La variazione totale dell'angolo d'incidenza su una pala è attribuibile per circa l'85% alla somma delle prime tre armoniche, le quali sono le principali responsabili dell'insorgere della cavitazione intermittente.

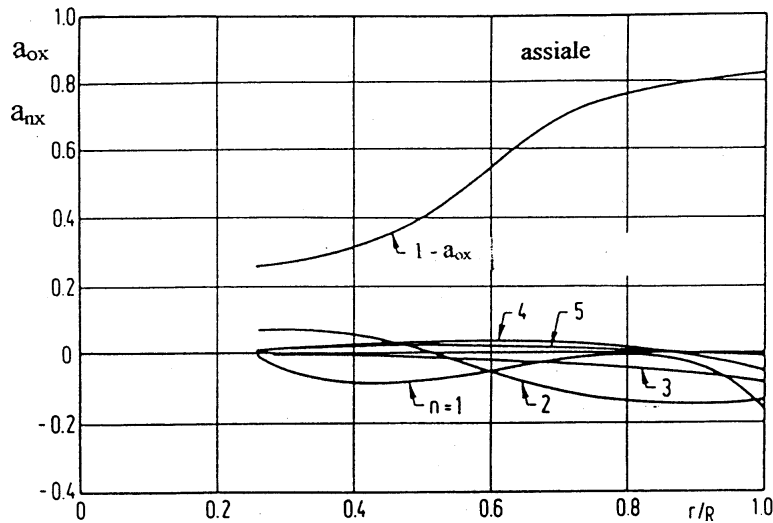


Figura 8.11. Ampiezze delle armoniche della velocità assiale

Al contrario, le forze ed i momenti sulla linea d'assi, generati a frequenze  $qZ$  da un'elica con  $Z$  pale, sono prodotti sostanzialmente dalle ampiezze delle armoniche di scia di ordine  $(qZ - 1)$ ,  $qZ$  e  $(qZ + 1)$ . Va osservato anche che l'ampiezza delle armoniche di ordine più elevato non è significativa; ragione di più per limitare le analisi all'armonica  $(qZ + 1)$ . Il numero esatto delle armoniche analizzate dipende, quindi, dal numero di pale dell'elica e dalle frequenze  $q$  utilizzate; in genere ci si limita a  $q = 2$ .

Le prove sperimentali mostrano l'influenza diretta che le forme di poppa giocano sulla disomogeneità del campo di scia e, quindi, sui valori dei coefficienti della serie di Fourier. Per descrivere le sezioni trasversali di poppa in maniera funzionale a questo scopo, si utilizza il parametro  $\tau = a/b$  rilevato sulla sezione di progetto a  $0.1L_{PP}$  all'altezza della linea d'assi, come desumibile dalla Figura 8.13.

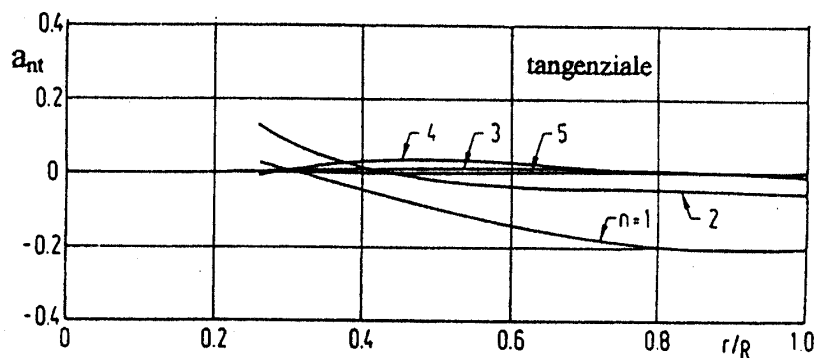


Figura 8.12. Ampiezze delle armoniche della velocità tangenziale

A seconda delle forme di poppa, il parametro  $\tau$  assume all'incirca i seguenti valori:

- $\tau \leq 0.11$  per forme ad 'U' estremo,
- $0.11 < \tau \leq 0.26$  per forme ad 'U' moderato,
- $0.26 < \tau \leq 0.38$  per forme a 'V' moderato,
- $\tau > 0.38$  per forme a 'V' estremo.

Sempre in Figura 8.13 sono riportati due tipologie assai differenti di forme poppiere per due carene aventi lo stesso coefficiente di blocco ( $C_B = 0.80$ ).

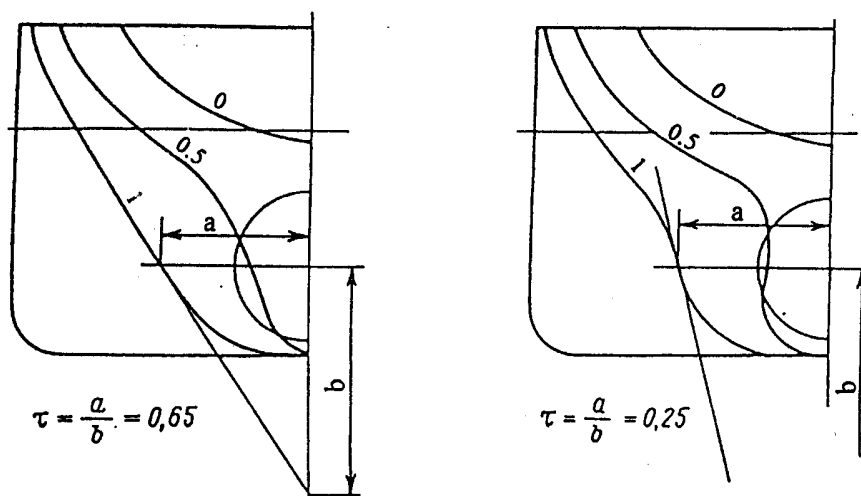


Figura 8.13. Definizione del parametro  $\tau$  per diverse forme poppiere

I risultati di tante prove sperimentali mostrano un'influenza molto elevata delle forme di poppa sulla disomogeneità del campo di velocità. Per ridurre tale disomogeneità e, quindi, l'attività vibratoria indotta dalle eliche, le più razionali sono le forme di poppa a 'V' moderato, con fattore di forma  $\tau$  compreso tra 0.25 e 0.40.

## 8.4 Stima euristica della frazione di scia

Per progettare l'elica, è fondamentale conoscere a priori il campo di scia nominale nel quale l'elica opera. Il campo di scia media, insieme ad altri parametri quali potenza motore, numero di giri e velocità nave, è necessario per determinare le principali dimensioni dell'elica, mentre la variabilità del campo di scia intorno al valore di scia media influenza il progetto delle sezioni di pala e la distribuzione del passo. Il modo più efficace per determinare le caratteristiche dettagliate del campo di scia nominale è quello sperimentale. Tuttavia, questo approccio lascia irrisolto il problema legato agli effetti scala sulla scia e sull'interazione tra elica e carena.

In assenza di dati puntuali sul campo di scia modello, come accade nelle fasi iniziali del progetto, i calcoli previsionali della scia media assiale (e degli altri coefficienti propulsivi) possono essere effettuati in base a *metodi empirico–statistici*, basati sulla sistematizzazione di numerosi dati sperimentali. Tali metodi consentono di sviluppare equazioni di regressione, oppure di costruire diagrammi, analizzando dati storici derivati da prove su modelli e su navi al vero. Danno la possibilità di stabilire, in prima approssimazione, la dipendenza della frazione di scia dalle forme di carena e dal diametro dell'elica. Talvolta, i carenisti ricorrono alla propria intuizione ed alla propria esperienza; approccio questo che non va sottostimato, specialmente quando si tratta di progettisti esperti. Tutti questi approcci sono comunque accettabili solamente nella fase concettuale del progetto.

Va sempre ricordato che tutti i metodi empirico–statistici per la stima del campo di scia e, più in generale, dei fattori propulsivi, sono approssimazioni della situazione reale. Non possono sostituire in alcun modo le necessarie prove sperimentali su modelli, che è possibile ed opportuno effettuare durante la progettazione base.

### 8.4.1 Scia media

Da sempre, la determinazione della *scia media assiale nominale* ha ricevuto molta attenzione da parte dei ricercatori, soprattutto perché ha un'incidenza notevole sul rendimento propulsivo. Molti laboratori idrodinamici hanno sviluppato proprie formule statistiche. Tra quelle pubblicate, vengono riportate le formulazioni elaborate da alcuni tra i più importanti istituti di ricerca, laboratori idrodinamici e ricercatori.

**Taylor (1933)**

*navi monoelica*

$$w = 1.7485 C_B^2 - 1.8612 C_B + 0.7272 \quad (8.14)$$

*navi bielica*

$$w = 1.7642 C_B^2 - 1.4745 C_B + 0.2574 \quad (8.15)$$

**Burrill (1943)***navi monoelica*

$$w = 0.285 - 0.417 C_B + 0.796 C_B^2 \quad (8.16)$$

*navi bielica*

- con ringrossi a 10 gradi sull'orizzontale

$$w = 0.171 - 0.847 C_B + 1.341 C_B^2 \quad (8.17)$$

- con ringrossi a 30 gradi sull'orizzontale

$$w = 0.052 - 0.648 C_B + 1.138 C_B^2 \quad (8.18)$$

**Schönherr (1949)***navi monoelica*

$$w = 0.10 + 4.5 \frac{C_{PV} \cdot C_P \cdot (B/L)}{(7 - 6 C_{PV}) \cdot (2.8 - 1.8 C_P)} + 0.5 \left( \frac{T-h}{T} - \frac{D}{B} - k \psi \right) \quad (8.19)$$

dove

 $C_P$  = coefficiente prismatico longitudinale $C_{PV}$  = coefficiente prismatico verticale $h$  = altezza dell'asse dell'elica al di sopra della linea di chiglia [m] $\psi$  = angolo di 'rake' dell'elica [rad] $k$  = 0.3 per poppe a specchio  
= 0.5÷0.6 per poppe a incrociatore*Navi bielica*

- con ringrossi ed eliche che ruotano verso l'esterno

$$w = 2 C_B^5 (1 - C_B) + 0.2 \cos^2[1.5 \psi] - 0.02 \quad (8.20)$$

- con ringrossi ed eliche che ruotano verso l'interno

$$w = 2 C_B^5 (1 - C_B) + 0.2 \cos^2[1.5(90 - \psi)] - 0.02 \quad (8.21)$$

- con eliche sorrette da braccioli

$$w = 2 C_B^5 (1 - C_B) + 0.04 \quad (8.22)$$

**MARIN**

Holtrop (1977) ha fornito una formula di regressione basata sui risultati di numerose misure su modelli ed al vero. Per la scia nominale modello di *navi monoelica* vale la formula

$$w_m = \frac{0.177714 B^2}{L^2(1 - C_P)^2} - 0.577076 \frac{B}{L} + 0.404422 C_P + \frac{7.65122}{D_v^2} \quad (8.23)$$

dove la grandezza  $D_v$  è il parametro rappresentativo degli effetti viscosi prodotti dallo strato limite, formulato come

$$D_v = \frac{D}{L(C_T - C_W)}$$

essendo  $C_T$  e  $C_W$  rispettivamente i coefficienti di resistenza totale e di resistenza d'onda,  $D$  il diametro dell'elica, e  $C_P$  il coefficiente prismatico longitudinale della carena lunga  $L$  e larga  $B$ .

Per *navi bieliche* Holtrop (1978) ha prodotto la seguente formula di previsione in scala modello

$$w_m = 0.4141383 C_P^2 - 0.2125848 C_P + \frac{5.768516}{D_v^2} \quad (8.24)$$

La frazione di scia modello richiede un'estrapolazione per ottenere la frazione di scia al vero. Holtrop (1977) stabilì le seguenti relazioni di correlazione modello–nave

$$\left. \begin{aligned} w_s &= w_m - 7.65122 (C_{Tm} - C_{Ts}) \cdot (C_{Tm} + C_{Ts} - 2 C_W) \cdot \frac{L^2}{D^2} \\ w_s &= w_m - 5.76900 (C_{Tm} - C_{Ts}) \cdot (C_{Tm} + C_{Ts} - 2 C_W) \cdot \frac{L^2}{D^2} \end{aligned} \right\} \quad (8.25)$$

rispettivamente per navi monoelica e navi bieliche. Le equazioni (8.25) possono essere utilizzate, tra l'altro, anche nell'estrapolazione dei risultati della prova d'autopropulsione.

Per *navi veloci monoelica* con poppe aperte, per la determinazione della scia media Holtrop & Mennen (1982) hanno proposto la semplice formula

$$w_m = 0.3 C_B + 10 C_V C_B - 0.1 \quad (8.26)$$

mentre per *navi veloci bielica* hanno sviluppato la formula

$$w_m = 0.3095 C_B + 10 C_V C_B - 0.23 \frac{D}{\sqrt{BT}} \quad (8.27)$$

essendo  $C_V = (1 + k)C_F + C_A$  il coefficiente di resistenza viscosa.

Alcuni anni dopo, Holtrop (1984) riesaminò le suddette formule di regressione per la frazione di scia analizzando i dati di prove al vero e combinandoli con i diagrammi di funzionamento, estrapolati al vero, di eliche isolate, consentendo così la previsione diretta della scia al vero. Tali formule richiedono la conoscenza di parecchi parametri geometrici di carena, in quanto

$$w_s = f \left( \frac{L}{B}, \frac{B}{T}, \frac{S}{LD}, \frac{T}{D}, LCB, C_P, C_M, C_{st}, C_v, Fn \right)$$

dove  $C_{st}$  = coefficiente che descrive le forme di poppa, desumibile dalla Tabella 8.1  
 $C_v$  = coefficiente di resistenza viscosa

Va sottolineato che risultò rilevante l'influenza del coefficiente della sezione maestra per le carene monoelica dalle forme piene. Tali formule sono molto generaliste, in quanto furono costruite sulla base di una popolazione alquanto eterogenea di modelli e carene al vero dalle

forme più disparate, estratta dalla ricchissima banca dati del MARIN. Prima di servirsi delle formule di regressione proposte, si consiglia perciò di controllarne con molta attenzione i limiti di applicabilità, che riguardano fundamentalmente le variabili  $L/B$ ,  $C_P$  e  $Fn$ .

<i>Forme di poppa</i>	$C_{st}$
pram con gondola	-25.0
sezioni a ‘V’	-10.0
poppa convenzionale	0.0
sezioni ad ‘U’ con poppa Hogner	10.0

Tabella 8.1. Valori del parametro  $C_{st}$

In assenza di prove sperimentali, è difficile determinare la *distribuzione radiale della scia media*, ossia il valore medio di scia ad ogni raggio. Per lungo tempo, tale distribuzione è stata approssimata mediante l’uso dei diagrammi sviluppati da van Lammeren et al. (1942). Poiché tali diagrammi utilizzavano come variabile indipendente il solo coefficiente prismatico verticale, difficilmente potevano rappresentare, se non con molta approssimazione, la distribuzione radiale di scia.

Sulla base di molti dati sperimentali derivati da numerose combinazioni del semiangolo di uscita della linea d’acqua e di valori della scia assiale, il MARIN ha fornito una relazione che lega la differenza tra la frazione di scia massima e minima al semiangolo di uscita della linea d’acqua ad una quota corrispondente a  $0.8R$ ; tale relazione è espressa come

$$(\Delta w)_{0.8R} = 0.012 (\alpha_{0.8R} + 29)$$

dove l’addendo 29 può essere ridotto a 19 quando le luci sono molto maggiori di quanto raccomandato dai registri di classifica.

## KSRC

Il Krylov State Research Centre (KSRC) ha sempre teso a specializzare le proprie formulazioni statistiche differenziandole per classi e tipologie di navi. Vengono qui fornite alcune formulazioni per la scia media assiale (di Taylor).

Per navi monoelica con sezioni poppiere ad ‘U’ e ad ‘U’ moderato, e con coefficiente di blocco  $C_B > 0.60$ , vale la formula

$$w = [0.25 + 2.2 (C_B - 0.5)^2] \cdot [0.94 + 1.8 (0.8 - D/T)^2] \quad (8.28)$$

Per navi portacontainers monoelica veloci, con sezioni di poppa a ‘V’, e con  $C_B < 0.65$  e  $D/T < 0.70$ , vale l’espressione

$$w = [0.20 + 8 (C_B - 0.55)^2] \cdot [0.97 + 7 (0.7 - D/T)^2] \quad (8.29)$$

mentre per navi portacontainers bieliche veloci con  $C_B < 0.65$  e  $D/T = 0.60 \div 0.65$  si ha

$$w = 0.09 + 0.14 (C_B - 0.5) \quad (8.30)$$

Per navi bielica con lunghi alberi portaelica sostenuti da braccioli, la frazione di scia diminuisce mediamente del 30%.

Per pescherecci monoelica alle velocità di trasferimento, con poppe a 'V' e con  $C_B > 0.55$ , vale la formula

$$w = \{0.17 + [(C_B/C_M^2) - 0.6]^2\} \cdot \{0.94 + 6 [0.7 - (D/T)^2]\} \quad (8.31)$$

## DMI

Harvald (1950) discusse al Danish Maritime Institute (DMI), oggi FORCE, i meriti ed i limiti di circa due dozzine di metodi per la determinazione della scia media assiale, sviluppati per navi monoelica nel periodo tra il 1896 ed il 1950. Il problema comune a tutte le vecchie formule era che le forme di carena avevano subito progressivamente notevoli variazioni nel corso degli ultimi decenni. Di conseguenza, mentre potevano risultare ancora adeguate per alcune semplici forme di carena, occorreva essere scettici nel raccomandarle come eterno strumento generale di progetto.

Tra i metodi moderni, uno dei più affidabili è quello proposto da Harvald (1977), che ha fornito diagrammi separati per navi monoelica e navi bielica. In base all'analisi delle formulazioni disponibili all'epoca, concluse che il più affidabile, confrontando i valori calcolati con i valori sperimentali, era quello dovuto a Schönherr (1949).

### *Navi Monoelica*

Per navi monoelica, Harvald approssimò la frazione di scia assiale media mediante la relazione

$$w = w_1 + w_2 + w_3 \quad (8.32)$$

dove

- $w_1$  è funzione del rapporto  $B/L$  e di  $C_B$ ,
- $w_2$  è funzione di  $C_B$  e delle forme di carena a poppa,
- $w_3$  è funzione del rapporto  $D/L$ .

La Figura 8.14 consente di derivare manualmente i valori medi nominali di  $w$ , comunque codificabili al computer secondo le formule seguenti per *navi monoelica*

$$w = \sum_{i=1, j=1}^8 a_{i,j} C_B^i \left(\frac{B}{L}\right)^j \pm \sum_{k=1}^5 b_k C_B^k + \sum_{l=1}^4 c_l \left(\frac{D}{L}\right)^l \quad (8.33)$$

dove il segno '+' nel secondo termine si applica per forme poppiere ad 'U' ed il segno '-' a forme poppiere a 'V'; le costanti  $a_{ij}$ ,  $b_k$  e  $c_l$  sono date in Tabella 8.2.

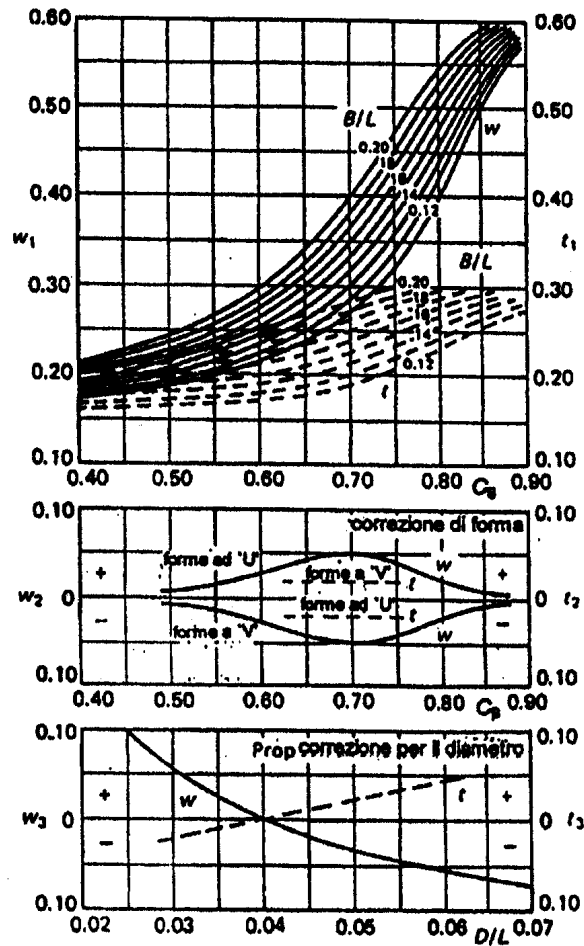


Figura 8.14. Frazione di scia e fattore di deduzione di spinta per navi monoelica

Una soddisfacente equazione di regressione relativa alla scia media assiale per navi monoelica, che sintetizza i risultati illustrati in Figura 8.14, è la seguente

$$w = \left[ 1.095 - 3.4 C_B + 3.3 C_B^2 \right] + \left[ \frac{0.5 C_B^2 (6.5 - L/B)}{L/B} \right] \quad (8.34)$$

valida per  $0.525 \leq C_B \leq 0.750$  e per  $5.0 \leq L/B \leq 8.0$ .

Per forme di carena con poppa convenzionale  $w_2$  è uguale a zero; per forme ad 'U' è negativo' per forme a 'V' è positivo.

‘Più recentemente Kristensen (1983) ha tradotto matematicamente le relazione funzionale (8.32) nelle relarioni statistiche

$$w_1 = 0.149 + 0.1 B/L + \frac{0.449 + 0.05/B/L}{1 + [585 - 5027/B/L + 11700(B/L)^2] \cdot (0.98 - C_B)^3}$$

$$w_2 = \frac{0.025 \cdot F_a}{1 + 100 (C_B - 0.7)^2} \quad w_3 = -0.18 + \frac{0.00756}{D/L + 0.002}$$



$i$	$j$	$a_{ij}$	$k$	$b_k$	$l$	$c_k$
0	0	-0.25561270E+01	0	-0.13033033E+02	0	0.59075583E+00
1	0	0.15080732E+02	1	0.11350812E+03	1	-0.33099666E+02
2	0	-0.27680372E+02	2	-0.38820110E+03	2	0.70200373E+03
3	0	0.16433867E+02	3	0.65072329E+03	3	-0.72595229E+04
0	1	0.17220405E+02	4	-0.53369306E+03	4	0.29089242E+05
1	1	-0.93048350E+02	5	0.17128503E+03		
2	1	0.16557534E+03				
3	1	-0.92065689E+02				

Tabella 8.2. Coefficienti della formula di regressione di Harvald

In base ad analisi di regressione su dati sperimentali, per tankers e bulk carriers la frazione di scia formulata da Harvald può essere corretta (Kristensen e Lützen, 2013) in

$$w_{\text{corrected}} = 0.7 w_{\text{Harvald}} - 0.45 + 0.08 L/\nabla^{1/3} \quad (8.35)$$

Nello scegliere il diametro dell'elica per alcuni tipi di nave, è consigliabile utilizzare le seguenti formulazioni, dove  $T_{des}$  è l'immersione di progetto.

$$\text{tankers e bulk carriers} \quad D = 0.395 T_{des} + 1.30$$

$$\text{portacontainers} \quad D = 0.623 T_{des} - 0.16$$

$$\text{ro-ro} \quad D = 0.713 T_{des} - 0.08$$

Per quanto riguarda la *distribuzione radiale di scia*, Harvald (1950) esaminò i dati resi disponibili dalla Vasca di Wageningen, riportandoli tutti a valori comuni di riferimento per i parametri  $D/L = 0.04$  e  $B/L = 0.13$  (Fig. 8.15a), oppure nella combinazione  $D/L = 0.04$  e  $B/L = 0.17$  (Fig. 8.15b), dopo averli riorganizzati in funzione del coefficiente di blocco e del rapporto larghezza–lunghezza per navi monoelica. Infine, introdusse una correzione ai valori base della distribuzione radiale di scia, in funzione della forma delle sezioni di poppa (a ‘U’ oppure a ‘V’) e da  $C_B$  (Fig. 8.15c). Dedicò molta attenzione ai notevoli effetti scala nel trasferimento al vero dei dati modello.

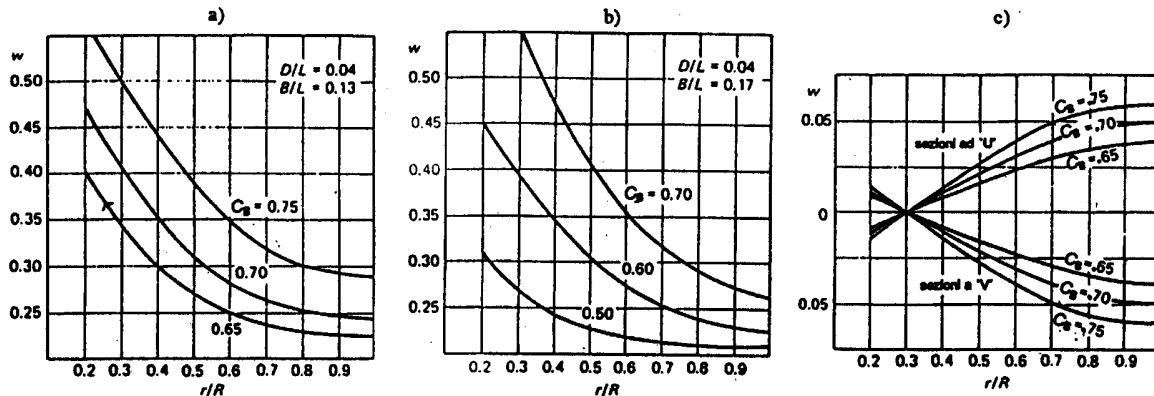


Figura 8.15. Variazione radiale della frazione di scia e correzione per navi monoelica

## Navi Bielica

Harvald (1977) estese tale lavoro di riesame dei dati della Vasca di Wageningen a navi bielica. In Figura 8.16 sono riportate le distribuzioni radiali della frazione di scia in scala modello (a) ed al vero (b), per un rapporto  $D/L = 0.03$ , dove negli effetti scala si è tenuto conto anche dell'influenza dei bracci portaelica sullo strato limite.

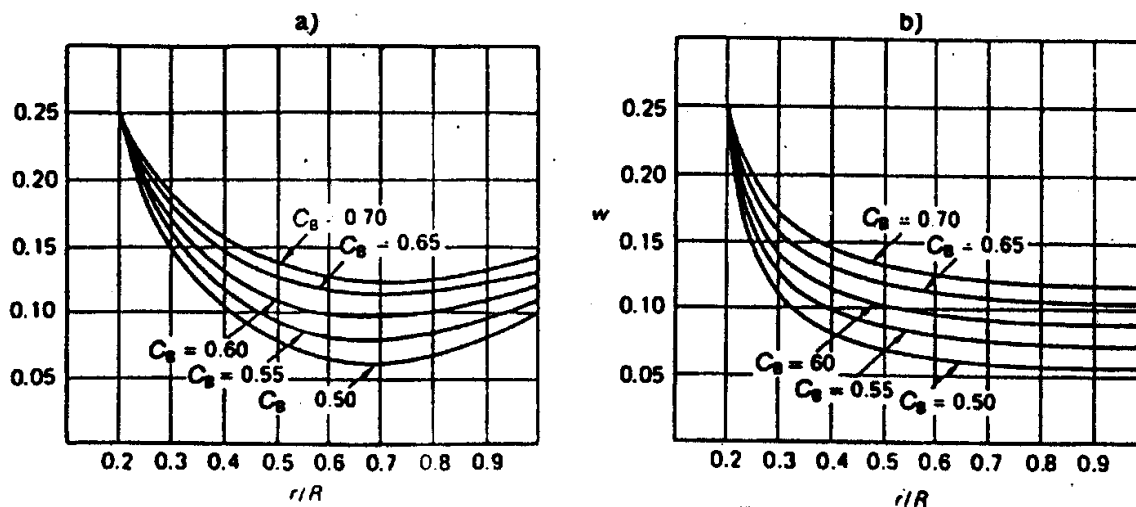


Figura 8.16. Effetto scala sulla variazione radiale della frazione di scia

Convertì i dati sperimentali nella seguente formula di regressione

$$w = \sum_{i=1, j=1}^8 a_{i,j} C_B^i \left(\frac{B}{L}\right)^j + \Delta w \quad (8.36)$$

dove  $\Delta w = 0.04$  per navi con sezioni ad 'U' pronunciato e  $\Delta w = -0.03$  per navi con braccioli anziché con ringrossi.

I coefficienti della equazione (8.36) sono dati in Tabella 8.3.

$i$	$j$	$a_{ij}$
0	0	-0.20940003E+01
1	0	0.10263335E+02
2	0	-0.16825002E+02
3	0	0.94166677E+02
0	1	0.18200002E+02
1	1	-0.87500009E+02
2	1	0.14259991E+03
3	1	-0.75000007E+02

Tabella 8.3. Coefficienti della formula di Harvald per navi bielica

Una formula statistica soddisfacente per navi bielica, derivata da analisi di regressione dalla banca dati DMI, è la seguente

$$w = 0.71 - 2.39 C_B + 2.33 C_B^2 + 0.12 C_B^4 (6.5 - L/B) \quad (8.37)$$

valida per  $0.525 \leq C_B \leq 0.675$  e per  $6.0 \leq L/B \leq 7.0$ .

### Papmel

Papmel (1936) ha fornito una semplice formulazione per la scia media, che rimane ancora valida

$$w = 0.165 C_B^x \sqrt{\frac{\nabla^{1/3}}{D}} - \Delta w \quad (8.38)$$

dove

$x = 1$  per navi monoelica ;  $x = 2$  per navi bielica;

$\Delta w = 0$  per  $Fn \leq 0.2$  ;  $\Delta w = 0.1 C_B \cdot (Fn - 0.2)$  per  $Fn > 0.2$ .

### Parker

Parker (1966) sviluppò la seguente formula di regressione per navi monoelica 1

$$w = -0.8715 + 2.490 C_B - 1.475 C_B^2 - 0.5722 \frac{V}{\sqrt{L}} C_B + 0.2525 \left( \frac{V}{\sqrt{L}} C_B \right)^2 + 0.226 D_w C_B - 7.176 \cdot 10^{-3} \Delta LCB \quad (8.39)$$

dove le grandezze sono date nel sistema anglosassone (nodi, piedi), ed essendo

$$D_w = B / \sqrt{\nabla^{1/3} D}$$

$$\Delta LCB = LCB - 20(C_B - 0.675)$$

### BSRA

La British Ship Research Association (BSRA) ha formulato la scia di Taylor da analisi di regressione in funzione del numero di Froude come

$$w = -0.0458 + 0.3745 C_B^2 + 0.1590 D_W - 0.8635 Fn + 1.4773 Fn^2 \quad (8.40)$$

valida per  $0.55 \leq C_B \leq 0.85$  e per  $0.12 \leq Fn \leq 0.36$  e dove  $D_W$  è il parametro della frazione di scia definita come

$$D_W = \frac{B}{\nabla^{1/3}} \cdot \sqrt{\frac{\nabla^{1/3}}{D}}$$

**SSPA**

Basandosi sull'analisi dei coefficienti propulsivi per la serie di navi da carico SSPA, Sabit (1975) ha prodotto la seguente espressione per la scia media assiale

$$w = 0.12 + 3.61147 C_B - 1.41418 C_B^2 + 0.02370 (L/\nabla^{1/3})^2 - 0.00255 (L/\nabla^{1/3})^3 - 0.42933 C_B (L/\nabla^{1/3}) + 0.03342 C_B (L/\nabla^{1/3})^2 - 3 (D/L) \quad (8.41)$$

**Pescherecci a strascico**

La BSRA ha fornito valori tipici di  $w$  per le carene di pescherecci a strascico (Tab. 8.4) in un intervallo di velocità corrispondenti a  $0.29 < Fn < 0.33$  e per diversi valori di  $C_B$ .

$C_B$	0.530	0.570	0.600
$w$	0.153	0.178	0.230

Tabella 8.4. Frazioni di scia media per pescherecci a strascico

**Rimorchiatori**

Valori medi approssimati della scia media assiale per rimorchiatori in trasferimento, forniti da Parker & Dawson (1962) e Moor & O'Connor (1964) sono dati in Tabella 8.5.

$C_B$	0.503	0.575
$Fn$	0.340	0.360
$w$	0.210	0.200

Tabella 8.5. Valori di scia assiale per rimorchiatori

**CTO**

La Vasca polacca (Welnicki, 1990) ha proposto per la scia media assiale nominale la formula seguente, valida per navi dalle forme piene con coefficiente di blocco variante tra 0.79 e 0.85

$$w_n = 1.08 C_B - 0.272 \quad (8.42)$$

**Propulsione a pod**

Flikkema et al. (2006) hanno costruito la formula seguente mediante analisi di regressione di dati di scia su navi propulse a pod

$$w_p = -0.21035 + 0.18053 C_B + 56.724 C_V C_B \quad (8.43)$$

dove  $C_V = (1 + k)C_F + C_A$  è il coefficiente di resistenza viscosa.

### 8.4.2 Parametri globali del campo di scia

Una delle maggiori difficoltà nell'idrodinamica navale consiste nel correlare la non-stazionarietà del campo di scia ai coefficienti di forma di carena. Allo scopo, il BSRA (British Shipbuilding Research Association) sviluppò un *metodo statistico* per verificare l'esistenza di relazioni che permettessero di descrivere il grado di non-uniformità del campo di scia assiale. Fu derivata una procedura di calcolo, basata sui cosiddetti *parametri globali del campo di scia*. Mediante un'analisi di regressione multipla fu possibile derivare i legami funzionali, espressi in forma di equazioni, tra i parametri geometrici di carena ed i cosiddetti parametri globali della scia assiale. L'analisi di regressione fu sviluppata sulla base dei dati relativi alla distribuzione di scia nominale, determinati per cinquantacinque forme di *carene monoelica*. Furono formulati i seguenti parametri globali di scia assiale:

*Scia media sul disco-elica*

$$(\bar{w})_{\text{disc}} = -0.21 + 2.44 (C_B)_{10B} - 0.68 (C_{WP})_{50L_{WL}} + 0.51 (C_M)_{50B} + 3.56 L_b \quad (8.44)$$

*Scia media circonferenziale a 0.7R*

$$(\bar{w})_{0.7R} = 0.64 + 9.08 (C_B)_{10Z_p} - 5.24 (C_M)_{10B} - 1.35 D_b + 0.008 \phi_m - 0.51 (C_{WP})_{50L_{WL}} \quad (8.45)$$

*Scia media circonferenziale a 1.0R*

$$(\bar{w})_{1.0R} = 0.99 + 1.88 (C_M)_{10B} - 1.57 D_b + 0.008 \phi_m - 0.824 (C_{WP})_{50L_{WL}} \quad (8.46)$$

*Scia massima circonferenziale a 1.0R*

$$(w_{\max})_{1.0R} = 0.25 + 0.52 (C_P)_{50B} - 0.27 (C_{VP})_{10B} \cdot a_x + 0.13 \cdot \tau_{1.0} / \tau_{2.0} \quad (8.47)$$

*Variazione normalizzata di scia a 1.0R*

$$(\Delta w)_{1.0R} = 0.33 - 5.44 L_b - 5.05 (C_B)_{10A} + 8.62 (C_{WP})_{10B} - 2.62 (C_B)_{50B} \quad (8.48)$$

dove vale la seguente definizione

$$(\Delta w_{\max})_{1.0R} = \frac{w_{\max} - w_{\min}}{(1 - \bar{w})_{1.0R}}$$

*Variazione massima di scia a 1.0R*

$$(\Delta w_{\max})_{1.0R} = 0.33 + 1.32 (C_{WP})_{50L_{WL}} - 1.06 (C_M)_{50L_{WL}} + 23.26 \frac{\tau_{1.0} \cdot \phi_m \cdot (C_B)_{10C}}{Rn \cdot a_z} \quad (8.49)$$

*Scia massima nell'intervallo angolare  $\theta_B$  (vedi Fig. 8.17)*

$$w_{\max} = 0.84 + 0.008 \phi_m - 0.46 (C_M)_{50B} + 0.13 \cdot \tau_{1.0} / \tau_{2.0} \quad (8.50)$$

*Variazione massima di scia sul disco-elica*

$$(\Delta w_{\max})_{\text{disc}} = 0.3 + 1.43 D_b + (0.012 \cdot \tau_{1.0} \cdot \phi_m) \quad (8.51)$$

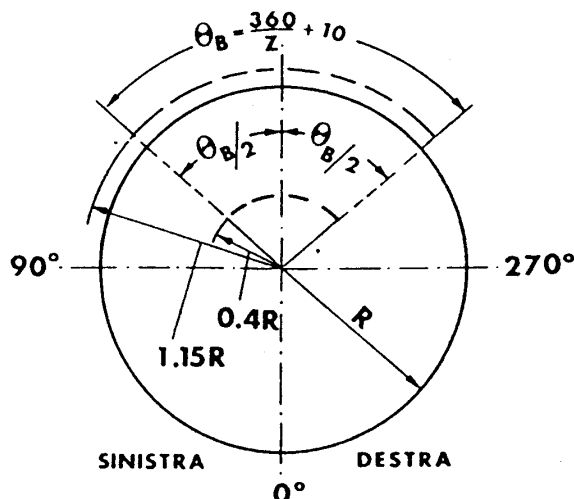


Figura 8.17. Definizione dell'intervallo angolare

Le *variabili indipendenti* nelle suddette equazioni di regressione sono:

- $(C_B)_{10A}$ ,  $(C_B)_{10Z_p}$ ,  $(C_B)_{10B}$ ,  $(C_B)_{10C}$ : coefficienti di blocco per il 10% dell'estrema poppa alle immersioni indicate;
- $(C_{WP})_{10B}$ ,  $(C_M)_{10B}$ ,  $(C_{VP})_{10B}$ : in sequenza, coefficiente dell'area di galleggiamento, della sezione maestra e prismatico verticale per il 10% dell'estrema poppa all'immersione  $B$ ;
- $(C_B)_{50B}$ ,  $(C_{WP})_{50L_{WL}}$ ,  $(C_M)_{50B}$ ,  $(C_M)_{50L_{WL}}$ ,  $(C_{VP})_{50B}$ : in sequenza, coefficiente di finezza, dell'area di galleggiamento, della sezione maestra e prismatico verticale alle immersioni  $B$  e  $L_{WL}$ , per tutto il corpo poppiere;
- $\tau_{1.0}$ ,  $\tau_{2.0}$ : coefficienti di forma per le sezioni di progetto a  $0.1L$  e  $0.2L$ ;
- $(a_x)_b$ ,  $(a_z)_b$ : rapporti delle luci orizzontale e verticale rispetto al diametro dell'elica;
- $V$ : velocità nave [kn]
- $Rn$ : numero di Reynolds  $\cdot 10^9$  relativo alla lunghezza al galleggiamento;
- $D_b$ : rapporto tra diametro dell'elica e larghezza della nave;
- $\phi_m$ : angolo massimo di uscita della linea d'acqua al raggio  $0.7R$  [deg];
- $L_b$ : rapporto lunghezza/larghezza della nave.

Le immersioni  $A$ ,  $B$ ,  $Z_p$ ,  $C$ ,  $L_{WL}$  e le luci dell'elica  $a_x$  e  $a_z$  sono illustrate in Figura 8.18, insieme all'angolo  $\phi_m$ .

In genere, il confronto di validazione tra i parametri di scia valutati empiricamente e quelli derivati da misure sumodelli, corretti opportunamente per gli effetti scala, risulta abbastanza soddisfacente, tranne quando le forme di poppa sono a 'V' accentuato. La corrispondenza risulta ancora migliore se il confronto viene da misure di scia su navi al vero, poiché a numeri di Reynolds ben più elevati i fenomeni di separazione sono molto meno accentuati.

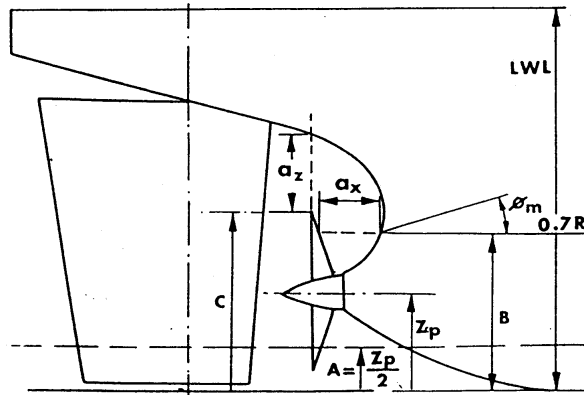


Figura 8.18. Immersioni, luci dell'elica ed angolo di fuga della linea d'acqua

### 8.4.3 Scia in basso fondale

#### Elementi teorici

La luce tra fondo della carena e fondale marino influenza pesantemente il valore della scia, in quanto viene modificato lo sviluppo dello strato limite a monte del disco-elica, ma soprattutto varia il sistema ondoso generato dalla carena all'approssimarsi del regime di velocità critica, definito da

$$0.7 \leq Fn_h \leq 1.0$$

dove  $Fn_h = V/\sqrt{gh}$  è il numero di Froude relativo alla profondità  $h$  del fondale.

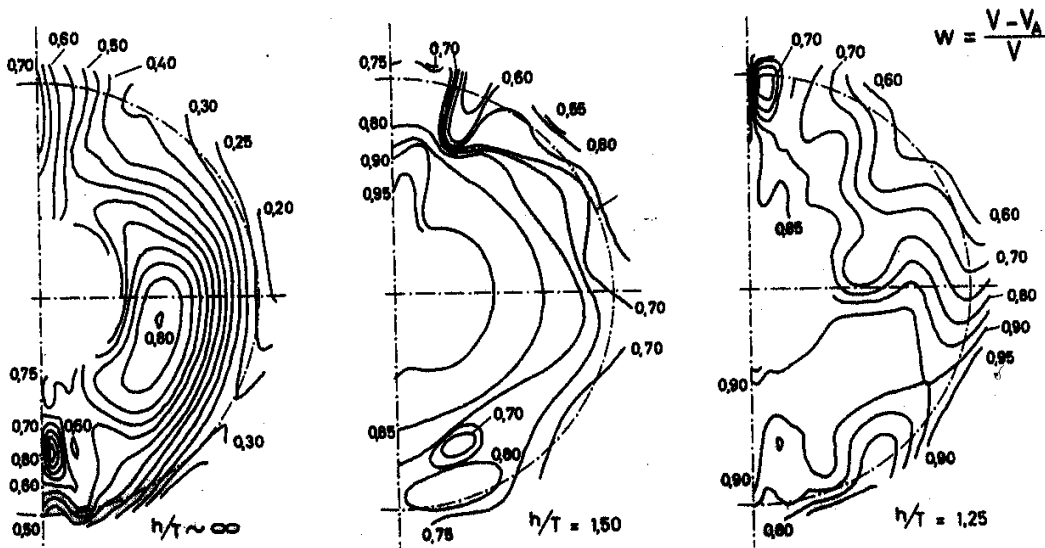


Figura 8.19. Isosce in marcia avanti a diverse profondità

Al variare della profondità del fondale  $h$ , risultano sempre modificate sia la scia potenziale che la scia viscosa.

Allo scopo di ottenere informazioni sulla dipendenza del coefficiente di scia dalla profondità del fondale, Harvald (1977) effettuò una serie di prove sistematiche su modelli. In Figura 8.19 sono riportate le isoscie di un modello di nave cisterna, a diverse velocità ed a diverse profondità relative  $h/T$ .

Le isoscie della nave che avanza in acqua di profondità illimitata mostrano, come prevedibile, un vortice robusto proveniente dal ginocchio nella parte inferiore del disco-elica. Se si confrontano gli andamenti delle tre rappresentazioni, si può osservare che il flusso acquista un carattere tanto più bidimensionale quanto più si passa da acqua profonda ad acqua di profondità limitata.

La frazione di scia nominale ( $w_n$ ) è stata messa a confronto, in Tabella 8.6, con le frazioni di scia effettiva modello in identità di spinta ( $w_T$ ) e di momento torcente ( $w_Q$ )

Modo	Scie	$h/T = \infty$	$h/T = 1.50$	$h/T = 1.25$
Marcia avanti	$V$ (m/s)	1.7	1.7	1.3
	$w_n$	0.51	0.69	0.74
	$w_T$	0.49	0.69	0.70
	$w_Q$	0.55	0.79	0.82
Marcia indietro	$V$ (m/s)	-1.4	-1.4	-1.4
	$w_n$	0.29	0.31	0.35
	$w_T$	0.32	0.28	0.34
	$w_Q$	0.18	0.20	0.29

Tabella 8.6. Coefficienti di scia nominale e di scia effettiva in diverse condizioni operative

In marcia avanti la variazione percentuale dei coefficienti di scia nominale e di scia effettiva modello è pressoché analoga al variare della profondità dell'acqua. In marcia indietro, la variazione percentuale della scia effettiva in funzione della velocità è trascurabile, mentre per la scia nominale è paragonabile alla variazione della stessa in marcia avanti.

Sulla base di esperimenti condotti su diversi modelli, si può affermare che in marcia avanti la variazione della frazione di scia nominale è pressoché identica alla variazione della frazione di scia effettiva al diminuire della profondità, e segue tendenzialmente l'andamento della curva riportata in Figura 8.20. In sintesi:

- la frazione di scia  $w$  ed il fattore di deduzione di spinta  $t$  variano considerevolmente, a tutte le profondità, in funzione del coefficiente d'avanzo  $J$ ; la variazione è differente a seconda che sia mantenuto costante il numero di giri  $n$ , oppure la velocità  $V$ ;
- in generale, sia la frazione di scia  $w$ , sia il fattore di deduzione di spinta  $t$ , crescono al diminuire della profondità dell'acqua;
- passando da profondità illimitata ad acqua bassa, il flusso intorno alla poppa acquisisce un carattere tendenzialmente bidimensionale; ciò determina, fra l'altro, una frazione di scia più elevata.



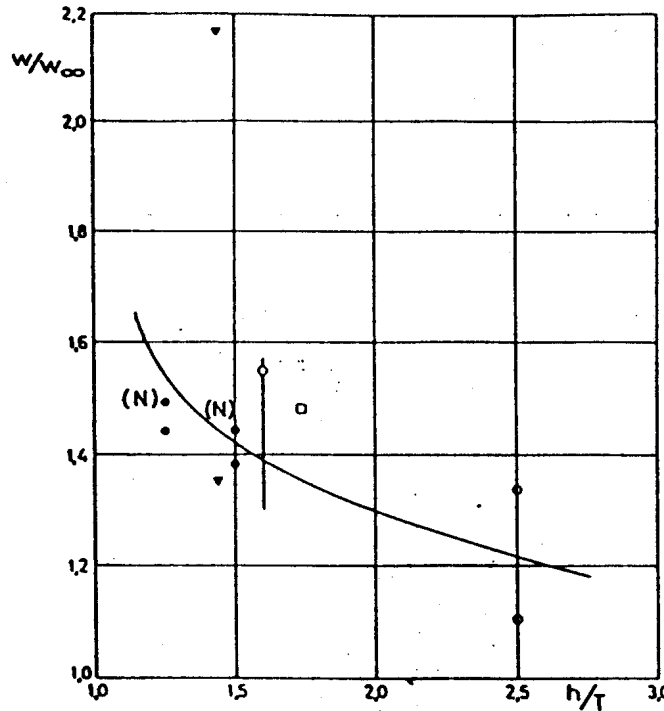


Figura 8.20. Dipendenza della frazione di scia dalla profondità

L'influenza della profondità del fondale sulla scia media assiale per diversi valori del rapporto tra profondità del fondale e per diverse condizioni di carico di spinta, espresse dal parametro di Pappel,

$$K_{DE} = \frac{J_V}{\sqrt{K_E}} = V \cdot D \sqrt{\frac{\rho \cdot Z_P}{T_E}} = V \cdot D \sqrt{\frac{\rho \cdot Z_P}{R_T}}$$

è esemplificata nel diagramma in Figura 8.21.

Nella formula precedente  $J_V$  è il coefficiente d'avanzo apparente dell'elica,  $T_E$  è la spinta effettiva e  $Z_P$  è il numero di propulsori.

Le misure sperimentali, effettuate al KSRC sul modello di una serie di navi rompighiaccio, operanti nel Nord-Est del Mar Caspio (Trincas et al., 2012), sono il risultato interattivo di una miriade di prove di autopropulsione condotte con il metodo del 'punto di propulsione modello' che, come noto, è riconducibile al metodo inglese.

Un esame della Figura 8.21 mostra chiaramente una variazione drammatica della frazione di scia in acque molto basse. Un'analisi dettagliata dell'effetto dell'acqua bassa mostra che la frazione di/ scia:

- in acqua quasi profonda ( $H/T = 6.625$ ), la frazione di scia diminuisce nonlinearmente per elevati carichi idrodinamici ( $K_{DE} < 0.75$ ), mentre è quasi costante per carichi leggeri e moderati;
- in acqua bassa ( $H/T = 2$ ), la frazione di scia varia quasi linearmente per qualunque carico idrodinamico;

- in acqua ultra-bassa ( $H/T = 1.458$ ), la frazione di scia presenta un 'cavo' per elica pesantemente caricata ( $K_{DE} < 0.75$ ) ed aumenta quasi linearmente per carichi moderati.

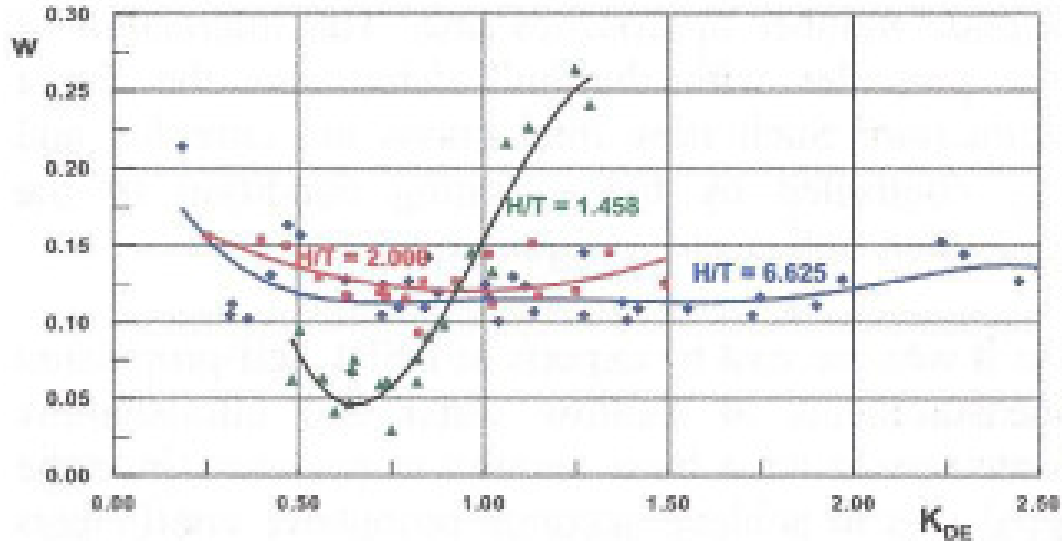


Figura 8.21. Frazione di scia in funzione del coefficiente di carico di spinta

## 8.5 Criteri di scia

Sebbene le caratteristiche della scia siano da sole insufficienti a determinare se si avranno o meno eccessive eccitazioni indotte dall'elica, è importante considerare le caratteristiche operative dell'elica stessa a partire dai parametri legati alla disuniformità di scia. Questi parametri possono essere valutati sia per via empirico-statistica, sia per via teorico-sperimentale.

È comunque importante, sia nella fase del progetto concettuale, sia nell'esame della scia rilevata su modelli, servirsi di un qualche criterio per avere una risposta, anche imprecisa, sulle qualità idrodinamiche delle forme di poppa. La tendenza in atto è quella di utilizzare *criteri euristici* applicati alle condizioni di pieno carico normale. Tali criteri sono soltanto punti di riferimento nel processo progettuale. Qualora alcuni di questi criteri non siano soddisfatti, ciò non significa che la nave avrà necessariamente problemi vibratori, ma soltanto che aumenta la loro probabilità. Nel prosieguo vengono riportati i criteri di scia utilizzati più frequentemente ancora oggi, alcuni dei quali riassunti a suo tempo da Trincas (1984).

### 8.5.1 Criteri di scia massima

Huse (1974) sviluppò un insieme di criteri basati sulle caratteristiche del campo di velocità di scia assiale. In particolare, i suoi criteri, noti anche come criteri del Det norske Veritas, prendono come parametro di riferimento il picco di scia nella zona superiore del disco–elica. Il lavoro di Huse fu esteso successivamente da Odabasi e Fitzsimmons (1978) per stimare la scia massima più accuratamente.

#### 1. Criterio generale

Il picco di scia massimo ammissibile dovrebbe essere posto in relazione con la scia media  $\bar{w}_{0.7R}$  mediante la disequazione

$$w_{\max} < 1.7 \bar{w}_{0.7R}$$

#### 2. Criterio per carene fini

Per le navi con coefficiente di blocco inferiori a 0.60, il valore della scia massima dovrebbe essere inferiore a 0.55; ossia

$$w_{\max} < 0.55 \quad \text{per} \quad C_B < 0.60$$

#### 3. Criterio per navi cisterna e bulk-carriers

Per le VLCC e per altre tipologie di navi con elevato coefficiente di blocco, il valore del picco di scia nominale  $w_{\max}$ , misurato sul piano diametrale nell'intervallo angolare  $\theta_B = 10 + 360/Z$  da  $0.4R$  a  $1.15R$ , dovrebbe soddisfare le disequazioni

$$w_{\max} < 0.75 \quad \text{oppure} \quad w_{\max} < C_B \quad \text{per} \quad C_B < 0.75$$

scegliendo il valore minore tra i due.

#### 4. Criterio del picco di scia

Questo criterio è di estrema importanza per definire correttamente il numero di pale dell'elica dal punto di vista idrodinamico. La definizione della larghezza del picco di scia per due differenti distribuzioni circolari di scia è mostrata in Figura 8.22, dove il diagramma (a) è relativo ad un picco singolo, mentre il diagramma (b) è relativo ad un picco doppio.

La larghezza del picco di scia non dovrebbe essere mai minore dell'intervallo angolare  $\theta_B$ ; in altri termini la distanza angolare tra le pale deve essere sempre maggiore della larghezza del picco di scia.

Quando la *larghezza del picco di scia* è leggermente inferiore alla distanza angolare tra le pale dell'elica, sono massime le pressioni indotte sulla carena da un'elica cavitante.

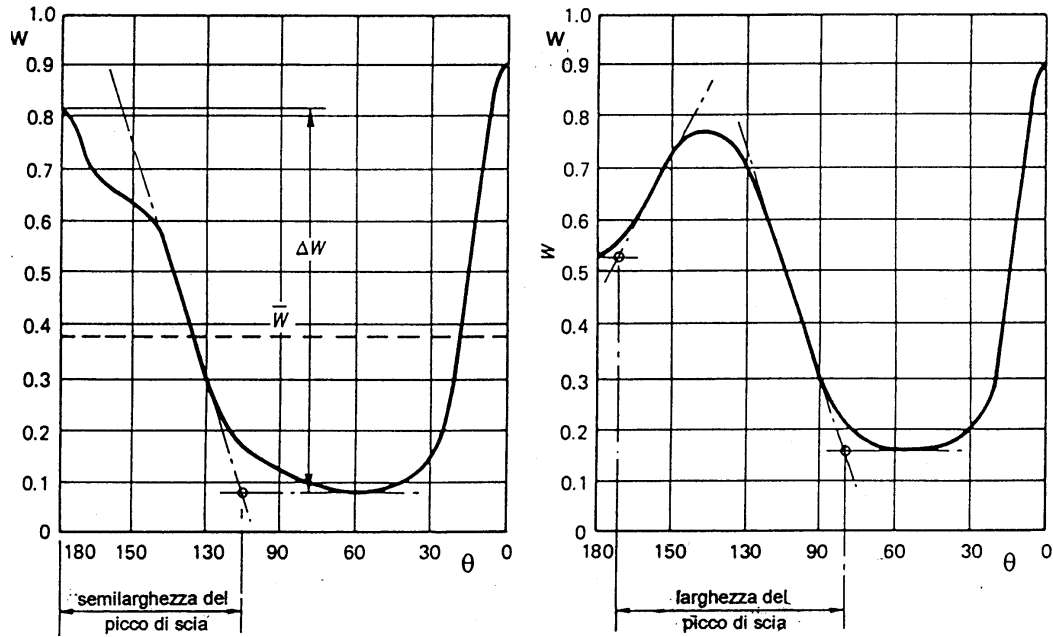


Figura 8.22. Definizione della larghezza del picco di scia

### 8.5.2 Criteri di scia con cavitazione

Da quanto detto risulta evidente che i criteri di scia massima riguardano la qualità della scia, in particolare della scia nominale. In pratica, comunque, è la combinazione elica–scia che dà luogo ai problemi vibratori, per cui sono stati sviluppati nel tempo diversi criteri che tengono conto esplicitamente del rapporto causa–effetto tra disomogeneità di scia e sviluppo della cavitazione.

#### *Criterio di van Gunsteren e Pronk*

Van Gunsteren e Pronk (1973) proposero un metodo basato sul diagramma riportato in Figura 8.23, dove la base di applicazione del criterio è la combinazione tra il numero di cavitazione  $\sigma_0$  relativo alla velocità incidente ed il coefficiente di carico di spinta progettuale  $C_T$ .

Le curve limite sono tracciate per diversi valori di  $\Delta J/J$ , che è il rapporto tra la fluttuazione del coefficiente d'avanzo ed il coefficiente d'avanzo di progetto. Il valore  $\Delta J$  è correlato direttamente alla variazione del campo di scia a  $0.7R$ ; di conseguenza, il diagramma può essere utilizzato sia per il progetto dell'elica, sia come criterio di determinazione della qualità della scia. Nell'utilizzo di questo diagramma, si deve ricordare, comunque, che esso prende in considerazione solamente i parametri generali del progetto dell'elica e delle caratteristiche del campo di scia; va adoperato, quindi, con la dovuta cautela.

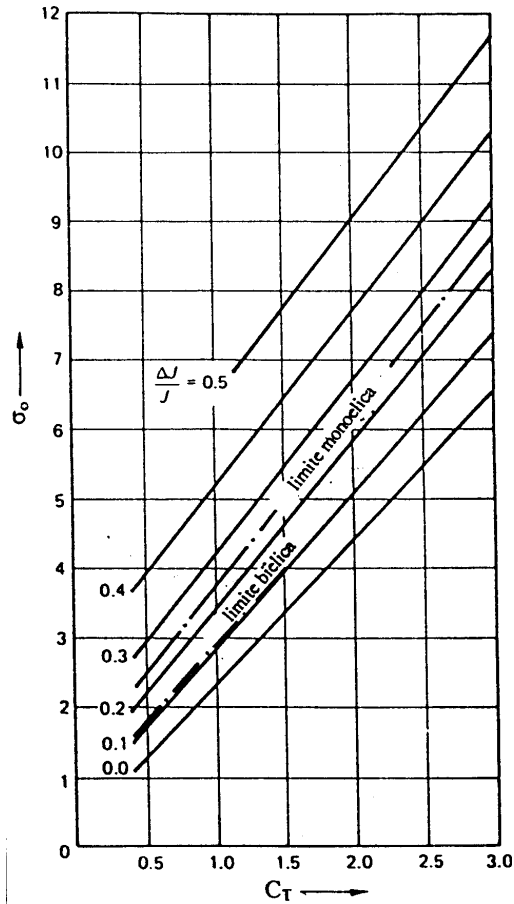


Figura 8.23. Applicazione del criterio di van Gunsteren e Pronk

### Criteri del BSRA

Odabasi & Fitzsimmons (1978) hanno sviluppato quelli che sono noti come *criteri BSRA*, che intendono unire le qualità operative dell'elica con i parametri di disuniformità di scia. Lo scopo è stato quello di fornire un'indicazione del rischio dell'insorgenza di eccessive forze di eccitazione e, quindi, di elevate pressioni vibratorie sul fasciame di scafo, ad elevate velocità di pala. I criteri del BSRA sono i seguenti:

1. Il numero di cavitazione relativo all'apice di pala, definito come

$$\sigma_n = \frac{9.903 - D/2 - Z_p + T_A}{0.051 (\pi n D)^2}$$

ed il valore del gradiente di scia media adimensionale ad un raggio caratteristico, definito come

$$w_\Delta = \left( \frac{\Delta w}{1 - \bar{w}} \right)_{\bar{x}=1.0} = \left( \frac{w_{\max} - w_{\min}}{1 - \bar{w}} \right)_{\bar{x}=1.0}$$

dovrebbero individuare, affinché si abbia una scia accettabile, un punto al di sopra delle linee divisorie tracciate in Figura 8.24, dove diagramma è costruito sulla base dei risultati ottenuti da misure su navi al vero

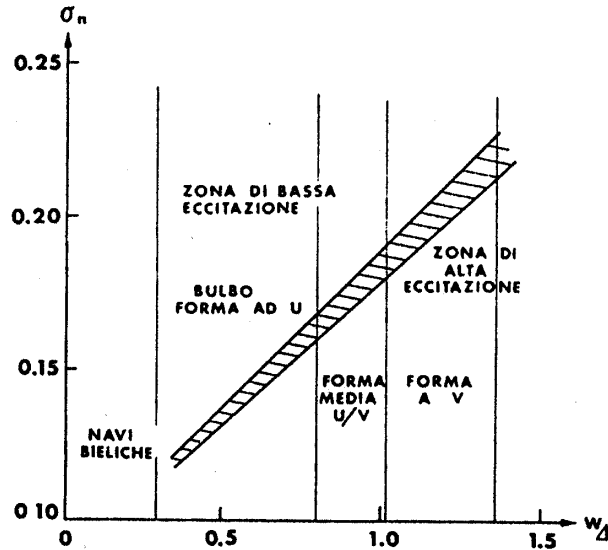


Figura 8.24. Criterio BSRA di disuniformità di scia

Questo criterio è applicabile alle navi con elevato coefficiente di blocco solamente se la poppa è senza bulbo o con bulbo a pera.

Nelle due relazioni precedenti sono utilizzate le seguenti notazioni:

- $Z_p$  distanza tra la linea di costruzione e l'asse dell'elica
- $T_A$  immersione della nave sulla perpendicolare addietro
- $n$  velocità di rotazione dell'elica
- $\Delta w$  variazione di scia (Fig. 8.22a)
- $\bar{w}$  scia media assiale circonferenziale al raggio considerato

2. Per le eliche suscettibili di cavitazione, che si trovano in prossimità dell'area tratteggiata in Figura 8.24, il gradiente di scia locale per velocità assiale unitaria, nella zona radiale tra  $0.7R$  e  $1.1R$  ed entro l'intervallo angolare  $\theta_B$ , dovrebbe essere inferiore all'unità; ossia

$$\frac{1}{\bar{r}} \left( \frac{dw/d\theta}{1-w} \right) < 1.0$$

dove  $\theta$  è espresso in radianti.

#### *Criterio di Ruthenford*

Ruthenford utilizzò lo stesso approccio del BSRA per sviluppare un altro criterio di scia con cavitazione (Fig. 8.25), modificandone leggermente il primo sulla base di nuovi dati.

Tale criterio consente di legare direttamente, fin dalle fasi concettuale e preliminare del progetto, la variazione del campo di scia e l'indice di cavitazione con il livello di vibrazione prevedibile.

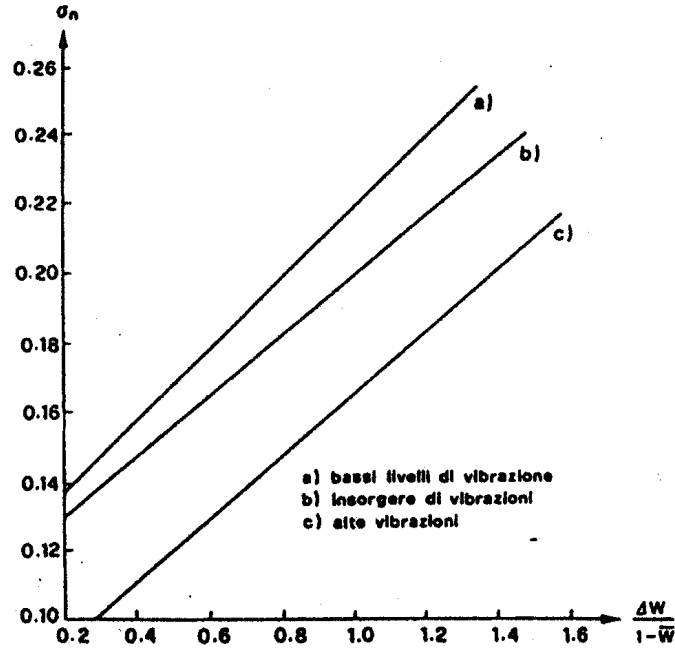


Figura 8.25. Criterio di scia di Ruthenford

L'indice di cavitazione è calcolato come

$$\sigma_n = 9.009 + \frac{T_{\text{tip}}}{\frac{1}{2}\rho(\pi n D)^2}$$

dove  $T_{\text{tip}}$  è l'immersione dell'apice della pala in posizione verticale.

#### *Linee guida per navi monoelica*

Per aiutare i carenisti a produrre campi di scia accettabili per navi monoelica, negli anni sono stati proposte numerose linee guida, tra le quali quelle suggerite da Carlton & Bantham (1978):

- l'angolo di uscita delle linee d'acqua dovrebbe essere mantenuto al di sotto dei 27°–30° per tutta la lunghezza della spalla poppiera; ovviamente è inutile ridurre l'angolo di uscita verso il dritto di poppa se a monte gli angoli sono tali da indurre separazione del flusso;
- la larghezza del dritto poppiere non dovrebbe superare il 3% del diametro dell'elica nella zona compresa tra  $0.2R$  e  $0.6R$  al di sopra della linea d'assi;
- l'angolo  $\tau$  della tangente alla superficie di carena, nelle sezioni poppiere estreme (Fig. 8.13) sul piano orizzontale della linea d'assi, dovrebbe variare tra 27°–30° (forme da 'V' estremo a 'V' moderato).

### 8.5.3 Scia nominale e carico dell'elica

Quando è grande la massa di fluido che l'elica deve accelerare (grande potenza installata) e le forme di carena non sono adeguate al carico dell'elica (scia nominale relativamente grande), si può avere separazione del flusso per effetto dell'azione dell'elica. La separazione del flusso causa un incremento di resistenza nella condizione di autopropulsione e porta ad un fattore di deduzione di spinta maggiore del normale. Inoltre, causa un aumento della scia in presenza dell'elica e, di conseguenza, risulterà influenzato il rapporto tra scia effettiva e scia nominale. Quando le forme di carena producono una scia relativamente grande (carene con elevato coefficiente di blocco) in presenza di un'elica leggermente caricata, la frazione di scia effettiva può essere inferiore alla frazione di scia nominale a causa di uno spessore ridotto dello strato limite. In caso di separazione del flusso generata dall'elica, la frazione di scia effettiva può essere maggiore della frazione di scia nominale. Ne consegue che si può giudicare il campo di scia nominale solamente conoscendo l'entità del carico dell'elica.

L'elica, il suo carico idrodinamico e la configurazione della poppa devono essere integrati al meglio per garantire le prestazioni propulsive. Per le forme di carena con una scia nominale relativamente grande ed una piccola luce all'apice di pala l'afflusso del fluido all'elica può essere troppo ridotto quando il carico dell'elica è elevato. In tale situazione il flusso all'elica è ostruito per cui l'elica è costretta a generare un flusso trasversale ed anche un flusso inverso. Tali fenomeni producono un punto di stagnazione; inoltre, a causa della rotazione dell'elica il fluido al di sopra dell'elica stessa inizia a ruotare. Una grande richiesta di fluido all'elica comporta una grande quantità di fluido separato ed un'accresciuta rotazione. Questa situazione può essere causata da un accettabile campo di scia 'normale' in combinazione con un'elica che assorbe grande potenza, oppure da un'elica che assorbe una potenza 'normale' con un picco di scia troppo elevato.

## 8.6 Forme di carena e distribuzione di scia

Il campo di scia dipende fondamentalmente dalle forme di carena, per cui si può affermare che ogni nave presenta un campo di scia specifico ed unico. Per comprendere l'influenza delle forme di carena, o meglio delle forme di poppa, di navi monoelica sul campo di flusso sul piano del disco-elica, è opportuno partire dall'analisi delle relazioni tra campo di scia e forme di carena semplificate, studiando inizialmente gli effetti di forme estreme ad 'U' ed a 'V'. Quanto alle navi bielica, particolare attenzione va prestata alle appendici di sostegno delle linee d'assi.

Per ridurre le forze di eccitazione sullo scafo poppiero prodotte dalle pressioni indotte da un'elica cavitante, è necessario correlare la scia alle forme di carena ed al carico dell'elica fin dalle fasi iniziali del progetto.



### 8.6.1 Scia e forme di poppa semplificate

Le forme di poppa delle navi, ed in particolare quelle con elevato coefficiente di blocco, sono fondamentali per quanto riguarda l'entità della resistenza di pressione viscosa ed i fattori propulsivi.

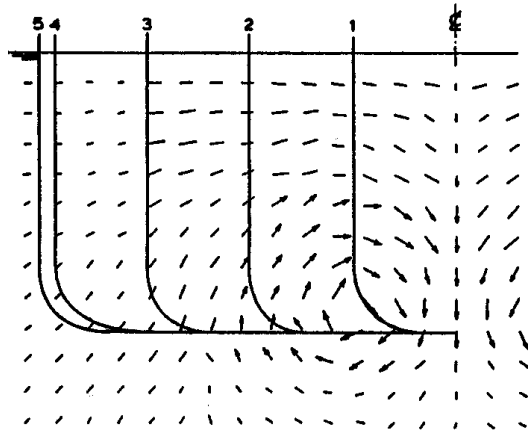


Figura 8.26. Scia su una poppa ad 'U' estremo

Si consideri una forma di carena semplificata con sezioni poppiere ad 'U' estremo (Fig. 8.26), dove l'andamento del flusso è stato registrato mediante filetti di lana posti su una griglia fissata sulla perpendicolare addietro. Il fluido è spinto lateralmente, così che le velocità del flusso sono più elevate sulle murate che sul fondo, per cui la pressione sulla superficie laterale della carena è ovviamente minore della pressione sul fondo.

Il flusso sale dal fondo sui fianchi della carena, formando un *vortice del ginocchio* che si muove longitudinalmente fino all'estrema poppa, ruotando in senso orario sul lato a sinistra.

Un'altra forma estrema semplificata è la carena del tipo 'pram' (Fig. 8.27). L'acqua sarà forzata verso il basso e la pressione più bassa si presenta sul fondo, così che viene generato un vortice che ruota con verso antiorario sul lato a sinistra, che risale verso l'alto sulla murata. Il vortice si avvolge e si diffonde nella scia a poppavia.

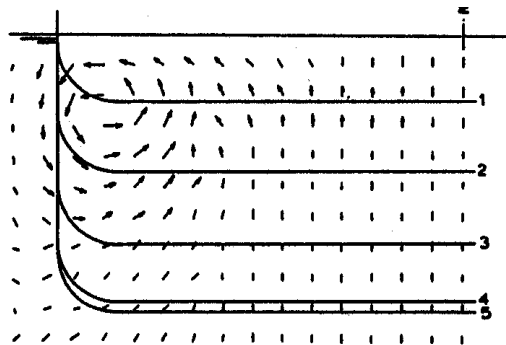


Figura 8.27. Scia su una poppa del tipo 'pram'

In questi casi semplici, la separazione del flusso tridimensionale, che si manifesta nella formazione di vortici che fanno aumentare la resistenza viscosa, va evitata anche se i vortici possono contribuire alla omogeneizzazione della scia. Il fenomeno della separazione può essere ridotto considerevolmente combinando la carena ad "U" con la carena del tipo 'pram', come mostrato in Figura 8.28. In questo caso è minima la quantità di energia dispersa nella scia. Non avviene alcuna separazione e la scia sarà dovuta completamente alla distribuzione di velocità nello strato limite lungo la carena. Questo corpo avrà la resistenza più bassa in quanto nella scia è minima la perdita di energia. La componente principale della resistenza sarà la resistenza d'attrito, mentre la resistenza di forma sarà marginale.

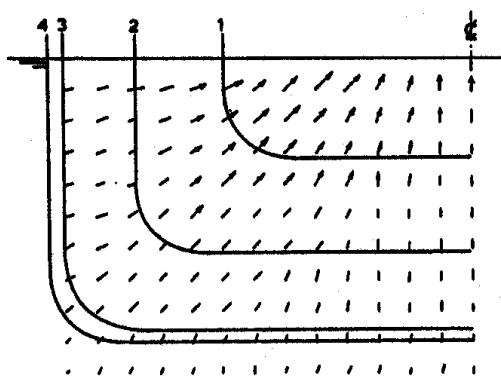


Figura 8.28. Scia su una forma di carena ottimale semplificata

### 8.6.2 Navi monoelica

Una volta fissate le dimensioni principali della nave, la parte della carena che è più influente per la generazione della scia è la zona a poppavia delle sezioni 3 o 3.5 (stazione 0 sulla PpAD, stazione 10 sulla PpAV). Oltre la forma delle sezioni trasversali, per la scia nominale sono fondamentali il coefficiente di blocco e la posizione longitudinale del centro di carena. In generale, le sezioni a 'V' producono picchi di scia relativamente elevati intorno al piano diametrale.

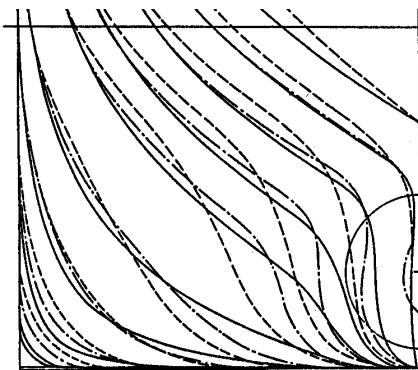


Figura 8.29. Poppe a 'V', ad 'U' e con bulbo poppiero

In Figura 8.29 sono mostrati i piani trasversali di tre poppe monoelica insieme alle rispettive isoscie (Fig. 8.30). La poppa a ‘V’ ha caratteristiche di resistenza e di propulsione favorevoli, ma nelle navi dalle forme piene e molto larghe si presenta il pericolo di separazione del flusso davanti all’elica. Di conseguenza, questo tipo di forme di poppa è estremamente adatto per navi lente con elevato  $C_B$  con una potenza motore relativamente bassa. Questo tipo di forme di poppa mostra, in generale, una distribuzione di scia non-omogenea con un elevato picco di scia. Un fattore che limita l’adozione di forme poppiere a ‘V’ può essere costituito dalle vibrazioni indotte dall’elica.

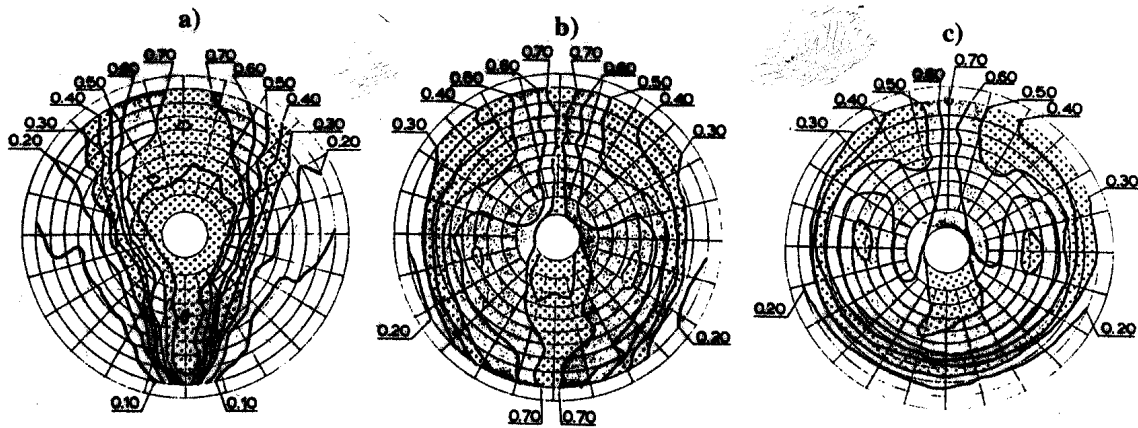


Figura 8.30. Isoscie di poppe a ‘V’, ad ‘U’ e con bulbo poppiero

Quando sia significativo il rischio di eccitazione di vibrazioni da parte dell’elica, occorre cercare di omogeneizzare la distribuzione di scia. Il che può essere ottenuto applicando forme di poppa ad ‘U’ e, ancora meglio, inserendo un bulbo poppiero, anche se così aumenta il valore della scia nominale di Taylor.

Il diagramma delle isoscie relative alla poppa con bulbo in Figura 8.30c rivela la presenza di due vortici robusti sui lati del bulbo stesso, che ruotano verso l’interno e che trasferiscono la perdita della quantità di moto dallo strato limite ad un’area più vasta. Il risultato è che il picco di scia, che è sempre presente dietro una carena con poppa a ‘V’, è riempito grazie alla rotazione del flusso.

Quando la si confronta con una poppa a ‘V’ con lo stesso coefficiente di blocco, è evidente che una poppa ad ‘U’ con bulbo produce una maggiore resistenza a causa della perdita aggiuntiva di quantità di moto associata alla separazione vorticoso. Questa perdita addizionale di quantità di moto si manifesta anche nella frazione di scia effettiva, che è maggiore dietro una poppa ad ‘U’ rispetto ad una poppa con sezioni a ‘V’. Una maggiore sezione trasversale del bulbo significa avere curve delle isoscie che tendono a divenire suborizzontali, con un maggiore gradiente di velocità ai raggi più esterni nella zona dai 60 ai 120 gradi.

Generalmente, per le navi con poppa ad ‘U’ ed a ‘V’, le distribuzioni delle isoscie sul disco-elica hanno un andamento simile alla forma delle sezioni. In altri termini, i valori delle isoscie tendono ad essere elevati intorno al piano diametrale, nella posizione verticale di pala ( $\theta = 0^\circ$ ),

e bassi per  $120^\circ < \theta < 240^\circ$ . La Figura 8.31 mostra il confronto tra le isoscie di due varianti di forme poppiere.

La nave 'A' ha sezioni a 'V' accentuato; il diagramma delle isoscie mostra un'area d'acqua morta dove la velocità del flusso è nulla. Nella nave 'B' con sezioni ad 'U', e che è una miglioria della prima, la zona d'acqua morta scompare e la velocità incidente ( $1 - w$ ) in quella zona aumenta da zero a  $0.3 \div 0.4$ . Il risultato è una riduzione dell'ampiezza della pressione indotta.

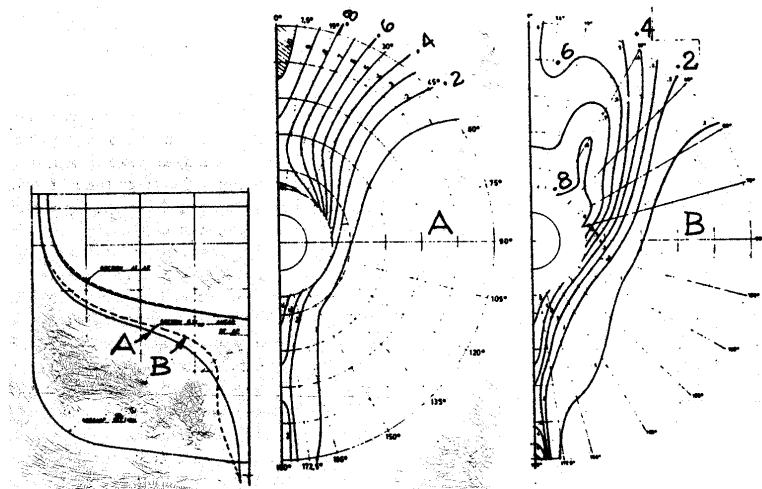


Figura 8.31. Variazione di isoscie

Se si esaminano le distribuzioni circolari di scia in Figura 8.32, si può osservare che per la nave 'B' il picco di scia sull'apice del disco-elica è stato attutito, anche se si intensificano i vortici che ruotano verso l'interno (Fig. 8.31) che comportano una domanda di maggiore potenza.

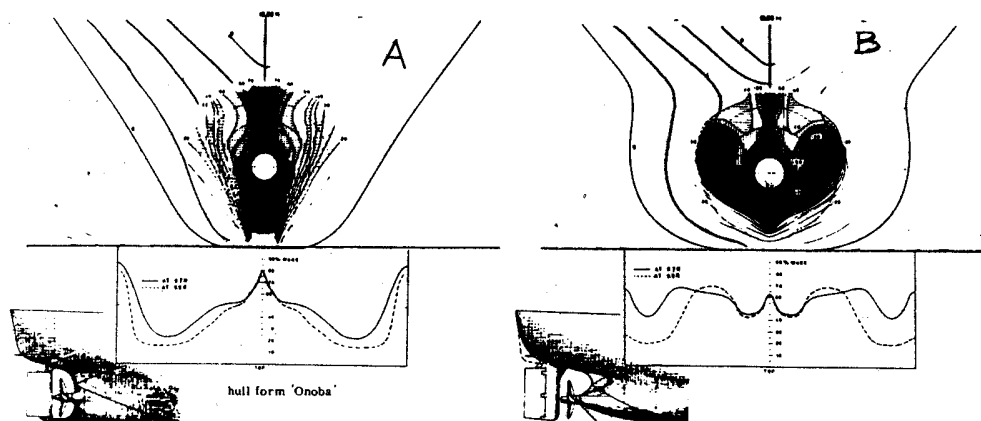


Figura 8.32. Scie circolari per varianti di poppa

Rispetto a una sezione a 'V', una sezione ad 'U' accentuato crea un minore picco di scia, ma un gradiente in qualche misura maggiore nella distribuzione circolare di scia.

La Figura 8.33, dove i 180 gradi corrispondono alla posizione di pala alle ore 12, mostra il piano trasversale e la distribuzione circonferenziale della componente assiale di scia di una poppa a 'V' estremo. Si deve osservare che con questa tipologia di forme di carena il flusso è diretto fundamentalmente lungo le linee d'acqua. Ovviamente, la forma della linee d'acqua è molto importante in quanto le linee di flusso sul corpo poppiero sono correlate, in certa misura, alla variazione di scia nella posizione delle ore 12. Poiché i fenomeni cavitativi sono dipendenti dalla variazione di scia in quella posizione, la curvatura e l'angolo d'uscita delle linee di flusso sono parametri importanti fin dalle fasi iniziali del progetto. È utile perciò considerare il terminale della linea d'acqua alla quota  $0.8R$ .

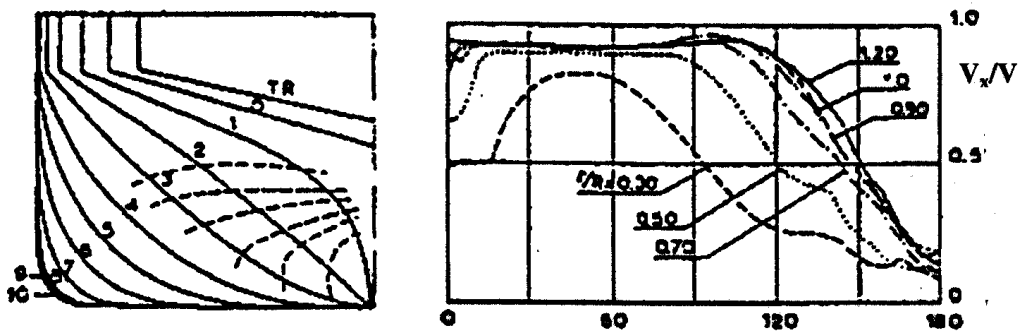


Figura 8.33. Distribuzione di scia assiale con forme di poppa a 'V'

Il campo di scia deve essere giudicato insieme al carico ed alla geometria dell'elica. È del tutto evidente che un'elevata velocità periferica all'apice accrescerà il comportamento dinamico delle cavità e influenzerà le armoniche delle forze eccitanti alla frequenza di pala. Questa è la ragione per cui spesso una velocità periferica all'apice di 34 m/s è considerata come il massimo accettabile.

Nel tentativo di arrivare ad un campo di scia circonferenzialmente più uniforme, si deve tendere a creare una poppa a 'forma di sigaro' e, quindi, a forme di poppa del tipo Hogner (8.34). Tale tipo di poppa genera un flusso più tridimensionale, in quanto il flusso lungo le linee d'acqua si combina con il flusso che dal fondo risale lungo i longitudinali. Questo flusso produce un vortice che ruota verso l'interno, denominato generalmente 'vortice del ginocchio'.

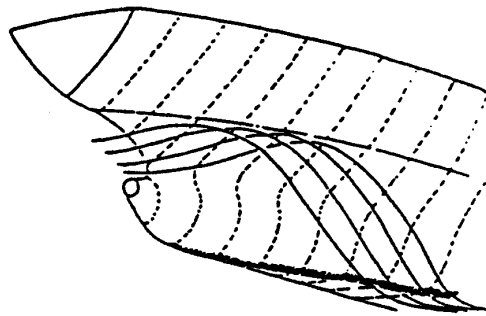


Figura 8.34. Flusso intorno ad una poppa 'Hogner'

Piccole variazioni sia delle forme di poppa, sia dell'andamento delle linee d'acqua, hanno poca influenza sulla distribuzione di scia, per cui si può modificare il campo di scia solamente effettuando sensibili alterazioni della carena a poppa. Le carene con forme a 'V' senza bulbo mostrano curve delle isoscie a 'V'. Se si introducono bulbi poppieri cilindrici ed ellittici, le isoscie tendono a divenire orizzontali intorno ai  $90^\circ$  ed ai  $270^\circ$ ; maggiore è la dimensione del bulbo, più suborizzontale diviene la disposizione delle isoscie. I bulbi a forma di pera di navi monoelica sono più adeguati per omogeneizzare il campo di scia, in quanto producono isoscie circolari. In questo caso, occorre fare affluire più fluido nella zona superiore del disco-elica per ridurre i valori locali della scia.

In Figura 8.35 sono riportate le diverse distribuzioni di scia derivate da una serie di prove standard su diversi modelli rappresentativi di varianti poppiere della stessa nave. Si può osservare che via via che la poppa diviene più a 'bulbo' (da destra a sinistra nel diagramma), le isoscie divengono più circolari e concentriche. Questa soluzione progettuale può essere adottata per fornire ad ogni elemento radiale di pala una velocità d'incidenza circonferenziale relativamente uniforme, riducendo così i livelli di fluttuazione del carico idrodinamico sulla pala.

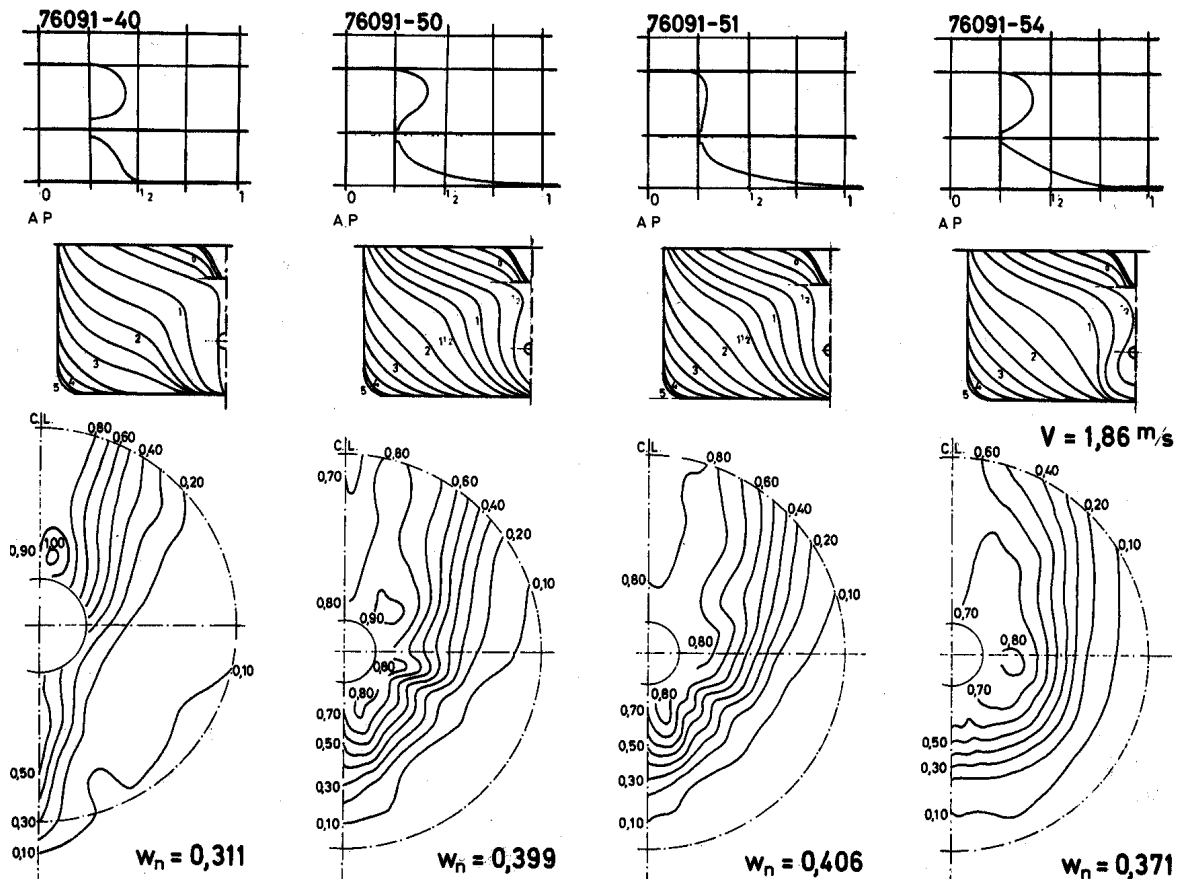


Figura 8.35. Dipendenza delle isoscie dalle forme di poppa

Ancora con riferimento al diagramma delle isoscie, la variante con bulbo poppiero ed una grande apertura al di sopra dell'albero portaelica (all'estrema destra della Fig. 8.35) presenta un campo di scia molto omogeneo; la sistemazione di un tunnel parziale comporta l'aumento della velocità dell'acqua nella zona superiore del disco–elica ed il campo di scia diviene ancora più omogeneo.

### 8.6.3 Navi bielica

La scia assiale di una nave bielica è generata soprattutto dai ringrossi degli alberi portaelica e, nel caso di una configurazione a linee d'assi aperte, dagli alberi stessi. Quando i braccioli sono orientati correttamente e la luce assiale dell'elica è adeguata, la loro influenza sulla scia è marginale. La componente tangenziale della scia è alquanto influenzata dall'angolo tra l'asse dell'albero e la sezione longitudinale che passa per lo stesso asse. In ogni caso, poiché le componenti assiale e tangenziale sono dello stesso ordine di grandezza, è opportuno considerarle entrambe (ed anche quella radiale) nello studio di possibili vibrazioni.

Occorre prestare, quindi, particolare attenzione alle appendici di carena. Una buona soluzione, anche se fa aumentare i costi, prevede ringrossi lunghi e sottili sostenuti da braccioli posizionati vicino all'elica. Si sommano così i vantaggi di un basso valore di scia (componente assiale intorno al 10%), una linea d'alberi protetta e una facile accessibilità alla linea d'assi.

Tuttavia, ancora oggi le appendici più comuni per le navi bielica sono linee d'alberi aperte con braccioli a 'V' e ringrossi corti che sono responsabili del picco di scia. Generalmente la distribuzione di scia delle navi bielica con linee d'assi libere è pesantemente influenzata dai seguenti fattori:

- distanza tra il piano del disco–elica e l'intersezione dell'asse della linea d'alberi con la carena;
- forma e dimensioni del ringrosso corto;
- angolo tra l'asse della linea d'alberi e la curva d'intersezione con la carena di un piano passante attraverso l'asse della linea d'alberi perpendicolare alla carena;
- luce tra l'elica ed i braccioli;
- spessore della linea d'assi e del barilotto;
- inserimento dei braccioli, tangenzialmente o meno al barilotto.

Le componenti di velocità trasversale sono il risultato delle forme di poppa e della luce tra le eliche. In generale, carene con sezioni trasversali poppiere a 'V' mostrano un incremento del rendimento propulsivo se le eliche ruotano verso l'esterno e se la luce tra loro è pari al 40-45% della larghezza nave. Una luce inferiore (35%) tra le eliche mostra un migliore rendimento propulsivo quando le eliche ruotano verso l'interno, anche se aumentano le forze di eccitazione.

Per incrementare il rendimento di carena di navi bielica mediante il raggiungimento di maggiori valori di scia media furono create poppe con 'twin skegs'. Il vantaggio propulsivo accreditato alle versioni con questa configurazione poppiera arriva fino al 5% di risparmio in potenza a parità

di velocità. Le navi ro-ro operano spesso in fondali limitati, per cui è necessario combinare piccoli diametri delle eliche con elevati numeri di giri, per cui il carico idrodinamico unitario sulle eliche può risultare troppo elevato. La maggiore scia assiale rispetto a quella di una carena bielica convenzionale implica un rischio più alto di grandi forze di eccitazione vibratoria. Ciò vale in particolare ai bassi fondali dove la direzione del flusso privilegia le linee d'acqua, per cui è impedito al flusso di scorrere velocemente nell'area tra gli skegs. Ciò significa una scia assai elevata proveniente da questa area.

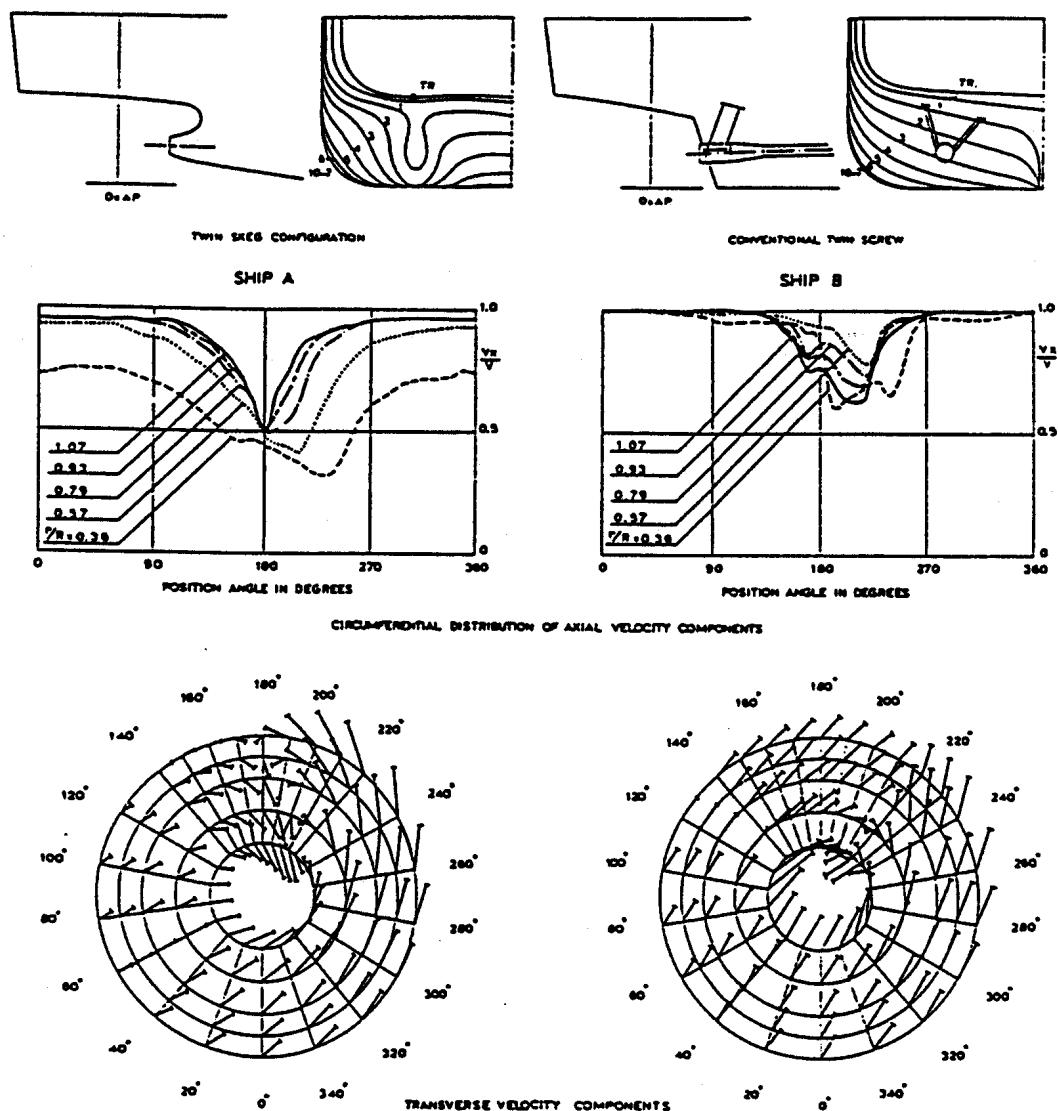


Figura 8.36. Confronto tra i campi di scia di una poppa convenzionale e di un twin skeg

La differenza delle isoscie e della distribuzione di scia circonferenziale tra una forma poppiera con 'twin skeg' ed una bielica convenzionale è illustrata in Figura 8.36. La scia media assiale del twin skeg è pari a circa 0.4, mentre quella della carena convenzionale è circa la metà. Le



componenti trasversali della scia relativa alla poppa con ‘twin skeg’ sono notevoli intorno ai  $210^\circ$ , che in combinazione con la scia assiale non produce una distribuzione bilanciata della scia. Nel caso di forme poppiere con ‘twin skegs’, il rendimento quasi-propulsivo è maggiore se le eliche ruotano verso l’interno.

Quando si prevede che le fluttuazioni delle pressioni indotte dalle eliche di una poppa con ‘twin skeg’ siano eccessive, si può valutare l’opportunità di disegnare una poppa convenzionale con un tunnel che si estingua in prossimità del transom. La forma del tunnel dovrebbe essere simile a quella di un vetro di orologio. L’elica dovrebbe essere sistemata laddove la sezione del tunnel è più stretta. Da un punto di vista propulsivo le prestazioni di una poppa con tunnels e di una con skegs sono simili.

#### 8.6.4 Variabili progettuali che influenzano la distribuzione di scia

Sono elencati e discussi brevemente i fattori geometrici e fisici che presentano un’influenza significativa sul campo di scia. Le indicazioni conseguenti possono essere utilizzate come linee guida, sia in sede progettuale, sia nella pianificazione delle prove sperimentali di una nuova nave, soprattutto allo scopo di evitare inutili perdite di tempo e di danaro.

##### Velocità e condizioni di carico

Il modo nel quale la velocità nave e l’assetto influenzano la distribuzione di scia assiale è illustrato dalla isoscie riportate in Figura 8.37.

In generale, la frazione di scia tende a diminuire leggermente all’aumentare della velocità nave, ma di solito si assume costante nei calcoli progettuali iniziali.

Al variare della velocità della nave, l’onda di poppa e, quindi, la frazione di scia d’onda cambia, ed è probabile che muti anche la frazione di scia d’attrito. Tale variazione di  $w$  non è elevata, soprattutto per le grandi navi con eliche di grande diametro. Si può concludere che la velocità influenza leggermente la conformazione del campo di scia. La componente viscosa diminuisce all’aumentare della velocità. La contrazione avviene più o meno perpendicolarmente alle tracce delle isoscie. Conclusioni analoghe valgono al variare dell’assetto.

Viceversa, se viene variata la condizione di carico (Fig. 8.38), la distribuzione delle isoscie cambia sensibilmente. Al variare dell’assetto con incremento dell’immersione poppiera, per effetto della superficie libera la scia aumenta notevolmente nell’intervallo angolare circostante la sommità del disco-elica. Contemporaneamente, le isoscie si contraggono verso il piano diametrale.

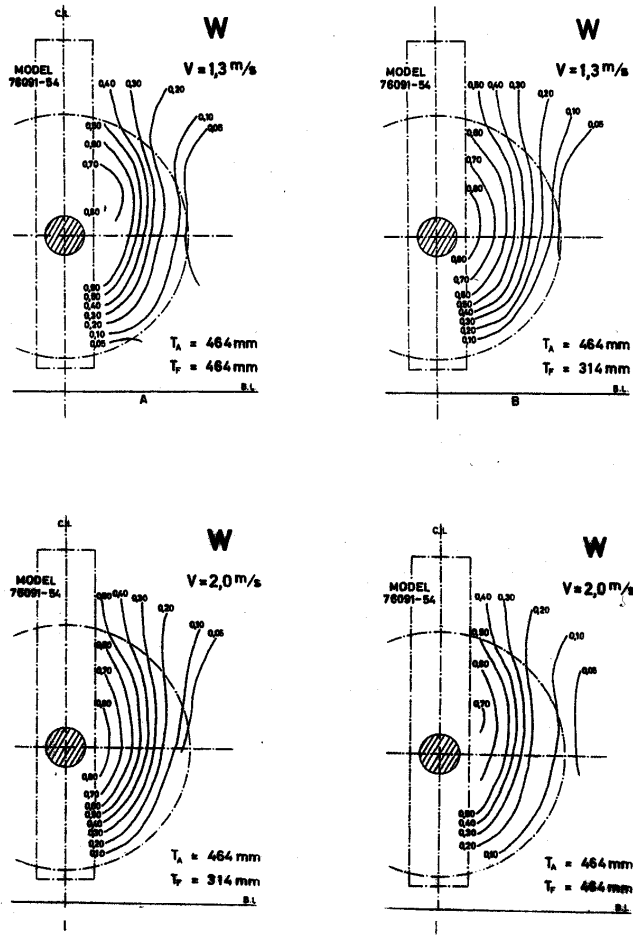


Figura 8.37. Influenza della velocità e dell'assetto sulle isoclie

### Condizione di zavorra o di carico parziale

La frazione di scia nella condizione di zavorra e/o di carico parziale tende ad essere dal 5% al 15% maggiore della frazione di scia nella condizione di pieno carico.

Moor e O'Connor (1964) hanno fornito l'equazione per la previsione della variazione della frazione di scia

$$(1 - w)_{\text{ballast}} = (1 - w)_{\text{load}} \cdot (1 - w)_r \quad (8.52)$$

dove

$$(1 - w)_r = 1 - [1 - T_r] \cdot (0.2882 + 0.1054\theta) \quad (8.53)$$

essendo  $T_r = T_{\text{ballast}}/T_{\text{load}}$ , dove l'angolo d'assetto è espresso come  $\theta = (100 \times \Delta T)/L_{BP}$ , e dove  $\Delta T$  è assunto positivo per assetto prodiero.

### Coefficiente di blocco

Il coefficiente di pienezza della nave è uno dei fattori che più sensibilmente influenzano la scia. I calcoli della frazione di scia potenziale per flussi 2D e 3D indicano chiaramente che la frazione di scia cresce non linearmente con il coefficiente di blocco.

Molto si è discusso se convenga considerare il coefficiente di blocco di tutta la nave, o solo quello della metà poppiera, o ancora solo quelle dell'estrema poppa. I risultati sperimentali disponibili al riguardo sono a volte contraddittori. Le analisi hanno mostrato che, in ogni caso, l'estrema poppa gioca un ruolo decisivo, anche se non è chiaro attraverso quale meccanismo idrodinamico.

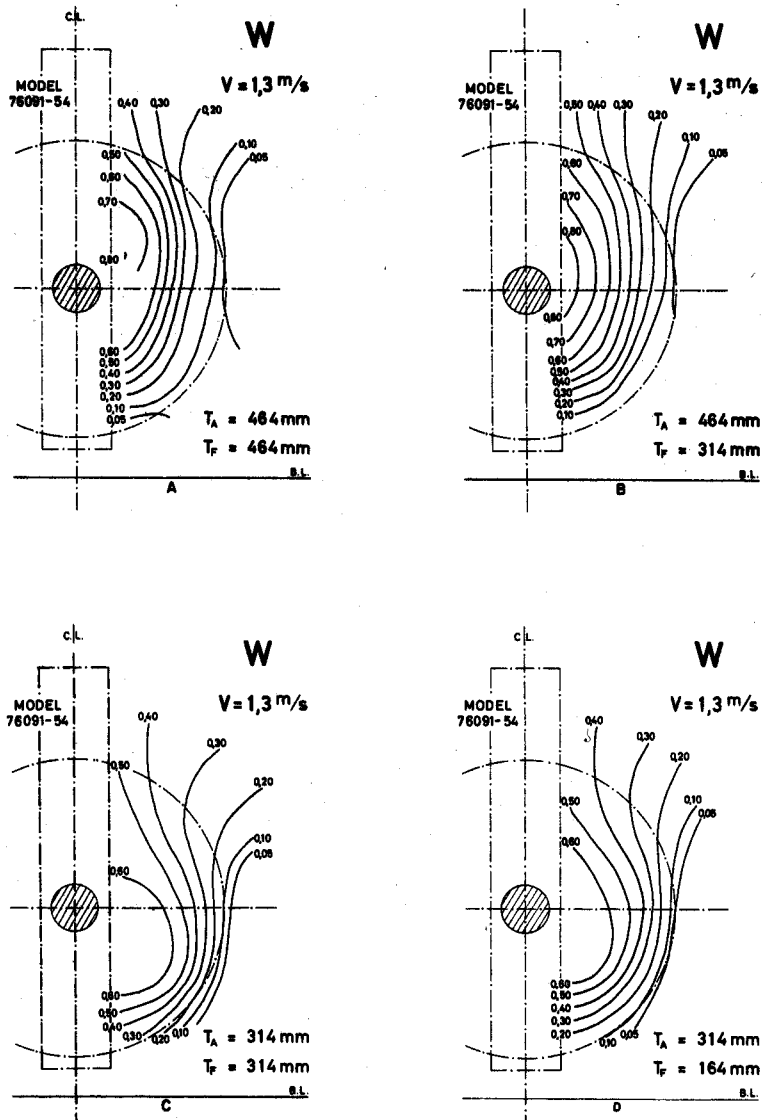


Figura 8.38. Influenza della condizione di carico sulle isoscie

### Diametro dell'elica

Il diametro dell'elica, o meglio il *rapporto tra diametro dell'elica e lunghezza nave* ha una grande influenza sulla frazione di scia assiale. Gli esperimenti hanno dimostrato che lo spessore dello strato limite è pressoché proporzionale alla lunghezza del modello, così che il rapporto  $D/L$  esprime in quale misura l'elica operi entro lo strato limite. In Figura 8.39 (Trincas & Spintoni, 1989) sono riportati i risultati di una nave bulk-carrier, con poppa simmetrica e poppa asimmetrica, quest'ultima mirante ad un ipotetico recupero energetico.

Quanto alla scia media circonferenziale, i suoi valori sono maggiori vicino al mozzo, per cui crescono i valori del rendimento di carena al diminuire del diametro dell'elica. Questo incremento supera le piccole perdite del rendimento dietro carena  $\eta_B = \eta_o \cdot \eta_R$ . Ne consegue che il diametro dell'elica adattata alla scia è minore del diametro di elica isolata ottenuto da diagrammi di progetto di eliche da serie sistematiche.

Si suggerisce, quindi, che i diametri ottenuti da diagrammi di elica isolata dovrebbero essere ridotti di 5%-8% nelle navi mercantili monoelica, del 3% per le navi bielica, mentre non vanno variati per gli scafi plananti. Allo stesso tempo, il passo dovrebbero essere incrementato pressoché della stessa percentuale di riduzione del diametro.

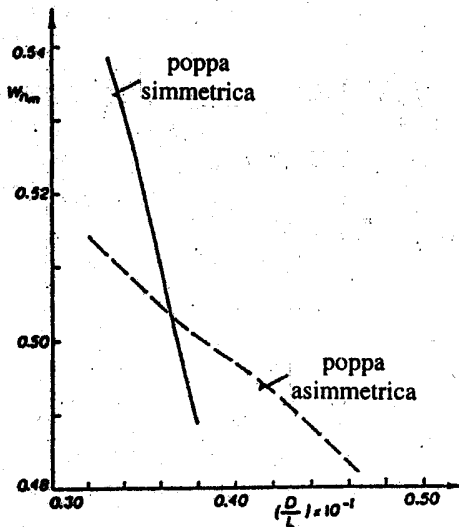


Figura 8.39. Effetto del diametro sulla scia media assiale

### Rapporto larghezza–lunghezza

Calcoli del flusso potenziale intorno a corpi bidimensionali e tridimensionali hanno indicato palesemente che la frazione di scia potenziale cresce con il rapporto tra larghezza e lunghezza del corpo. Anche lo spessore dello strato limite e, quindi, la frazione di scia viscosa, crescono all'aumentare della larghezza nave.

### Posizione longitudinale del centro di carena

Per navi dalle forme piene o relativamente piene, la posizione di  $LCB$  in relazione ai rapporti  $L/B$  e  $B/T$  è molto importante per quanto riguarda la distribuzione circonferenziale di scia e, quindi, le forze di eccitazione. Quando le caratteristiche principali sono in un basso intervallo 'normale', come nel caso di  $L/B$  tra 5.5 e 6, e di  $B/T$  tra 2.5 e 3, il valore di  $C_B$  e la posizione di  $LCB$  determinano la possibilità di avere elevati valori di scia inaccettabili. È buona una posizione di  $LCB$  intorno a metà lunghezza nave per valori di  $C_B$  intorno a 0.70, così come lo sono posizioni di  $LCB$  di circa  $3\% L$  a proravia della perpendicolare al mezzo in combinazione per valori di  $C_B$  intorno a 0.80. Tuttavia, anche quando il valore di  $C_B$  e la posizione di  $LCB$  rientrano in intervalli normali, valori non normali di  $L/B$  e/o di  $B/T$  possono produrre distribuzioni e valori medi anomali della scia.

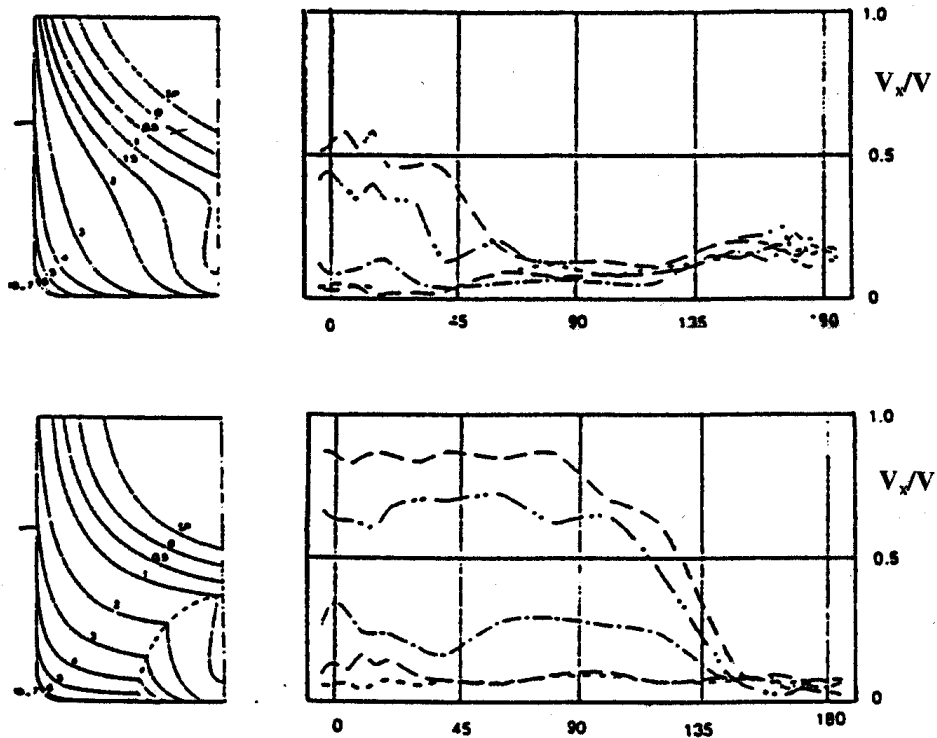


Figura 8.40. Combinazione pericolosa dei parametri principali

Dal punto di vista della resistenza si deve raccomandare una posizione di  $LCB$  più arretrata quando il numero di Froude sia elevato, la quale, tuttavia, in combinazione con un basso rapporto  $L/B$ , può influire sfavorevolmente sulla scia. Una modifica delle forme di carena in una poppa del tipo 'pram' porta ad un debole miglioramento della distribuzione di scia in quanto permane un picco di scia. Scompaiono le forze di eccitazione relativamente elevate ma al prezzo di una scadente stabilità di rotta. In prima approssimazione, con  $C_B > 0.75$  e  $L/B < 5.5$  la posizione di  $LCB$  dovrebbe essere più del  $3\%$  avanti a  $L_{PP}/2$  per migliorare

la stabilità di rotta. A tale scopo, si richiedono timoni troppo grandi, difficili da sistemare su navi esistenti. Tuttavia, quando la poppa è progettata per installare timoni di grande superficie ( $A_r \geq 0.025L \cdot T$ ), il centro di carena viene spostato automaticamente in avanti. Navi, che siano considerate soddisfacenti dal punto di vista della posizione di  $LCB$  in rapporto a  $C_B$  ed a  $L/B$ , possono presentare valori di scia incredibilmente elevati quando sia  $B/T > 3.5$ .

Si può concludere che una giusta combinazione dei parametri principali, quali i rapporti  $L/B$  e  $B/T$  insieme alla posizione di  $LCB$  ed al valore di  $C_B$ , con forme tipo ‘pram’, bulbi poppieri a pera e poppe tipo ‘Hogner’, influenza positivamente la distribuzione di scia.

La Figura 8.40 mostra un esempio di una combinazione pericolosa dei parametri principali e la miglioria derivante da una modifica delle forme poppiere in una poppa del tipo ‘pram’. La poppa originaria mostra una velocità assiale su quasi tutto il disco-elica pari a circa il 10% della velocità nave. La modifica suddetta produce una distribuzione di scia più normale, sebbene sussista ancora un elevato picco di scia. Se si installa un’elica di piccolo diametro con numero di giri più elevati, esiste il rischio serio di elevati impulsi di pressione sulla carena; se possibile, è meglio scegliere un’elica di grande diametro a basso numero di giri.

### Dimensioni e posizione del timone

Il timone influenza notevolmente il valore della frazione di scia media. La variazione della scia causata dal timone può essere determinata osservando lo spostamento delle linee di corrente. I risultati di un calcolo a potenziale sono forniti in Figura 8.41, dove  $l$  è la lunghezza del timone,  $t$  è il suo spessore ed  $a$  è la distanza tra elica e timone, la quale illustra la dipendenza della frazione di scia potenziale dalle dimensioni e dalla posizione del timone.

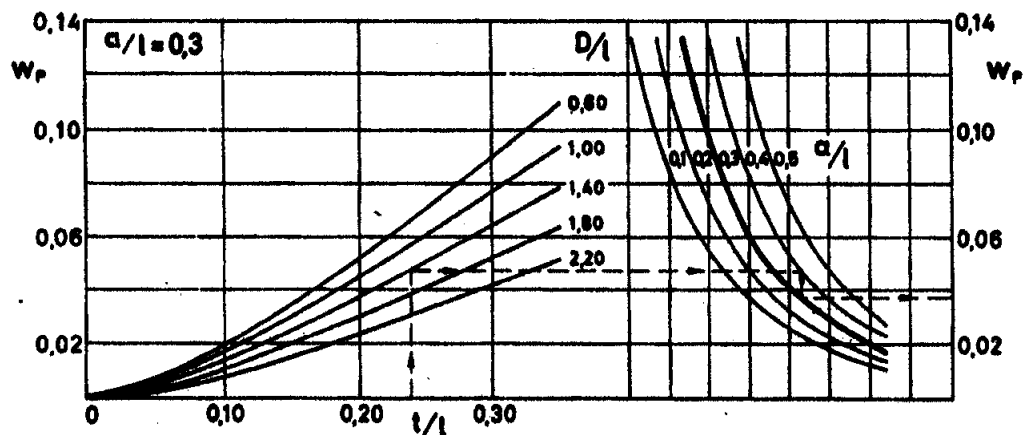


Figura 8.41. Dipendenza della scia potenziale dal timone

Il timone fa variare la rotazione del tubo di flusso sul disco-elica e, quindi, la frazione di scia effettiva. Questo fenomeno è stato verificato con prove di autopropulsione di modelli con timoni diversi e di modelli senza timone. In generale, la frazione di scia per un modello con timone ( $t/l = 0.2$ ) sarà 0.07–0.08 maggiore di un modello senza timone. Poiché l’incremento di scia

potenziale è al massimo del 3–4%, la differenza deve essere imputata all'effetto del timone sulla rotazione del tubo di flusso nel piano del disco–elica. Si può osservare che la frazione di scia aumenta pressoché linearmente con il rapporto di spessore del timone.

## 8.7 Rilievo sperimentale del campo di scia

A tutt'oggi i dati più affidabili circa i fattori propulsivi e l'individuazione della loro dipendenza sia dalla geometria di carena, sia dal carico dell'elica, sono ottenibili da dati sperimentali. Le misure del campo di scia sono richieste fundamentalmente per il progetto dell'elica con la teoria vorticale, nonché per scopi di ricerca quando si debbano esplorare i vari aspetti dello scalaggio del campo di scia. Fino agli anni '80 i metodi di misura furono intrusivi; ad esempio, tubi di Prandtl, tubi di Pitot, anemometria a filo caldo, ecc. L'influenza sul campo di scia prodotta dal posizionamento di questi apparati sperimentali è sempre stata oggetto di discussione. Ma da quando sono disponibili le tecniche Laser-Doppler per misure di scia su modelli ed al vero, solamente i lampi di luce laser attraversano il fluido.

Nel caso di misure in scala modello, misure dettagliate del campo di scia sono state effettuate mediante rastrelli rotanti di tubi di Pitot, che sono fissati sulla linea d'assi al posto del modello dell'elica (Fig. 8.42).

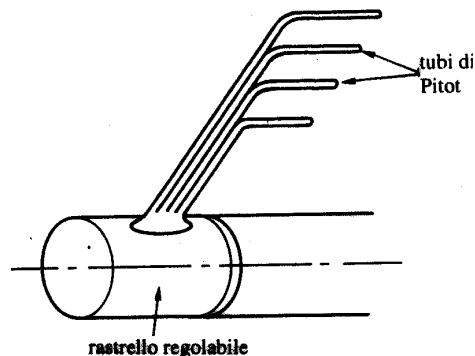


Figura 8.42. Rastrello di Pitot posizionato sull'asse dell'elica

Le misurazioni forniscono dati quantitativi che definiscono il campo di scia nominale e sono basate sulla teoria dei tubi di Pitot, che a sua volta è basata sull'equazione di Bernoulli. Per un punto generico in un flusso qualunque si applica la relazione

$$\text{battente totale } (h_t) = \text{battente statico } (h_s) + \text{battente dinamico } (h_d)$$

Il tubo statico di Pitot, mostrato in Figura 8.43, comprende due tubi: un tubo di pressione totale ed un tubo di pressione statica. L'apertura  $A$  misura la pressione totale nella direzione assiale, mentre i fori  $B$ , allineati in direzione trasversale, misurano la pressione statica del fluido.

Di conseguenza, dalla relazione precedente, espressa in termini di pressioni corrispondenti, si ha

$$p_d = p_t - p_s$$

dalla quale

$$v = \frac{\sqrt{2(p_t - p_s)}}{\sqrt{\rho}}$$

I rastrelli di Pitot sono regolabili angularmente in modo da potere fornire un quadro quanto più completo possibile del campo di scia.

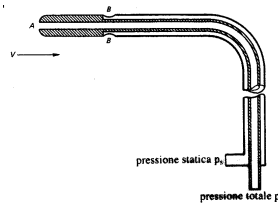


Figura 8.43. Schema della sonda statica di Pitot

A seconda del tipo di flusso del quale si vuole misurare il campo di velocità, si sceglie il tubo di Pitot, con tubi a sola pressione totale, a sola pressione statica, oppure con ambedue, a seconda delle informazioni richieste e dello spazio fisico disponibile. I primi due tipi misurano solamente una componente di pressione, mentre il terzo misura simultaneamente ambedue i valori. Quando è importante conoscere la direzione del flusso, si utilizzano tubi a cinque fori.

Quando si voglia misurare il campo di scia al vero, i rastrelli di Pitot sono sistemati sulla linea d'assi al posto dell'elica per misurare la scia nominale al vero di una nave rimorchiata, oppure proprio di fronte all'elica per misurare la scia effettiva di una nave autopropulsa (Fig. 8.44).

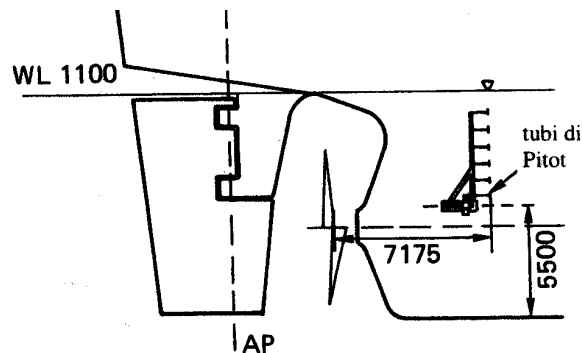


Figura 8.44. Sistemazione al vero dei tubi di Pitot

Un'alternativa ai tubi di Pitot per misurare il campo di velocità è data dalle tecniche dell'anemometria a filo caldo o a film caldo. Tali strumenti funzionano in base all'effetto raffreddante del fluido che passa attraverso i fili riscaldati o attraverso il film caldo, e determinano le velocità del flusso. Nella loro forma iniziale si mantiene costante la corrente che attraversa il filo e si



determina la velocità del flusso grazie al voltaggio applicato lungo il filo, in quanto la resistenza del filo dipende dalla sua temperatura. Un modo operativo oggi più utilizzato, anche se più complesso, consiste nell'impiego di un circuito autoregolante che mantiene il filo a resistenza costante e, quindi, a temperatura costante: la corrente richiesta allo scopo è funzione della velocità del fluido. Gli anemometri a filo caldo, così come i tubi di Pitot, richiedono una taratura preliminare.

I metodi Laser–Doppler sono tecniche avanzate di misurazione che possono essere applicate per la misura della velocità del fluido sia su modelli che al vero. L'anemometro Laser–Doppler misura la velocità del flusso rilevando lo scostamento Doppler della luce diffusa entro il fluido in moto. È una tecnica non–intrusiva di misurazione. La diffusione della luce è causata dal passaggio di piccole particelle sospese nel fluido, tipicamente polvere o grani di sabbia fine, che tracciano i percorsi delle linee di corrente del flusso.

## 8.8 Modellazione teorica del campo di scia

In linea di principio, esistono due modi di affrontare il problema dell'interazione tra elica e carena: l'*approccio integrale* e l'*approccio empirico*. Il primo approccio non è ancora in grado di descrivere con accuratezza sufficiente i campi di flusso locale nella zona poppiera di carena. L'approccio empirico, intrinsecamente approssimato, affronta separatamente le due azioni reciproche, della carena sull'elica e dell'elica sulla carena, per poi definire in qualche modo la loro interazione.

È noto che il flusso a poppavia delle navi varia sia spazialmente che temporalmente. Questa variabilità ha origine dalla evoluzione del flusso lungo la carena, prodotto dall'azione delle tensioni viscosive e dalla distribuzione di pressione. Le sezioni di pala vedono perciò temporalmente velocità differenti, ma periodiche nel giro. Le velocità variano istante per istante soprattutto a causa dell'intrinseca non–stazionarietà dello strato limite turbolento. E qui sta la difficoltà maggiore nell'affrontare il problema dell'interazione elica–carena con l'approccio integrale, soprattutto nel caso di poppe moderne e/o non convenzionali. In generale, ci si deve accontentare ancora di addomesticare il rigore fisico con la pratica ingegneristica, la quale non può prescindere da una base sperimentale.

La completa individuazione teorica delle caratteristiche dello strato limite di una carena mediante modelli matematici costituisce un'attività molto complessa. ancora insoddisfacente dal punto di vista dell'accuratezza ingegneristica. Ad ogni buon conto, va crescendo la capacità dei metodi numerici di calcolare il flusso intorno alla nave con l'elica operante, sia a numeri di Reynolds modello, sia a numeri di Reynolds nave. Nel calcolo del flusso viscoso, per la nave al vero, si impone l'uso, quindi, del campo di scia al vero sia per il progetto dell'elica, sia soprattutto per le analisi di cavitazione. I risultati del calcolo viscoso possono fornire anche le distribuzioni di pressione sulle pale dell'elica a diverse posizioni angolari della stessa e le fluttuazioni di pressione sullo scafo. Sulla base degli sviluppi presenti e futuri della modellazione

della cavitazione, i calcoli di flusso viscoso consentono di determinare in maniera affidabile le distribuzioni di cavitazione non-stazionaria sulle pale dell'elica.

All'esterno dello strato limite e della scia si ritiene adeguata una descrizione a potenziale del flusso, anche perché è in grado di conglobare con buona accuratezza gli effetti della superficie libera. Un metodo speciale di calcolo dello strato limite può essere utilizzato nella zona che va da prora fino al 70–75% della lunghezza nave. Oltre l'estrema poppa lo strato limite si ispessisce notevolmente. A volere essere precisi, in questa zona non si dovrebbe parlare di strato limite, in quanto non possono essere applicate le cosiddette approssimazioni dello strato limite.

All'estrema poppa, l'ispessimento del flusso viscoso non può essere predetto dalla teoria dello strato limite, per cui il flusso deve essere calcolato risolvendo le equazioni semplificate di Navier–Stokes (RANS). Maggiori dettagli su questa ed altre procedure simili sono reperibili in Patel (1989) e ITTC (1990a). Citando Larsson et al. (1990), va sottolineato che '... l'utilità dei metodi numerici non significa che essi siano perfetti, o che in generale i calcoli teorici possano sostituire le prove su modelli'.

L'approccio empirico parte dall'osservazione che un corpo in moto in un fluido produce un *campo di scia*, nel senso che determina una distribuzione ineguale delle velocità dei filetti fluidi nel campo di flusso circostante. Ciò vale qualunque sia la tipologia del corpo, galleggiante o immerso nel fluido: nave, sottomarino, siluro, ecc. La conoscenza della distribuzione di scia creata dalle forme di carena in corrispondenza del disco-elica è fondamentale ed imprescindibile per il progettista. speculari, ma di pari importanza, sono le modifiche prodotte dal propulsore attivo sul campo di scia nominale, che danno luogo alla cosiddetta *scia effettiva*.

### 8.8.1 Struttura del flusso a poppa

Da un punto di vista teorico esiste la possibilità di investigare l'interazione tra i flussi di differente natura intorno alla carena, ossia il flusso d'onda generato da una nave con il flusso nello strato limite in acqua profonda, così come l'interazione tra i flussi suddetti e l'elica attiva. Ma la 'vasca numerica' non è ancora una realtà.

In attesa che i metodi integrali diventino probanti, un approccio efficiente consiste nel dividere la zona del flusso intorno alla carena in tre aree principali di calcolo, ossia la zona a potenziale, la zona dello strato limite, e la zona di flusso a poppa che include la scia (Fig. 8.45), tra le quali, a livello numerico, devono esistere le necessarie interazioni (Larsson et al., 1990). Lo strato limite è suddiviso ulteriormente nello strato limite laminare, nello strato limite turbolento sottile e nello strato limite turbolento spesso (scia).

È conveniente evidenziare innanzi tutto le specificità del flusso a poppa rispetto a quelle relative al flusso lungo il resto della carena, prima di illustrarne i metodi di calcolo. L'ITTC (1984) distingue le seguenti cinque caratteristiche:

- rapido ispessimento dello strato limite viscoso;
- variazione della pressione entro lo strato limite;

- sviluppo di un flusso vorticoso;
- forte interazione tra flusso viscoso e flusso non-viscoso;
- generale riduzione del livello di turbolenza.

L'ispessimento dello strato limite è causato sostanzialmente dalla contrazione a poppa delle forme di carena. La variazione di spessore nel piano trasversale può essere considerevole. Di solito, lo spessore è molto sottile vicino alla chiglia e raggiunge il suo massimo nella zona del ginocchio, come illustrato in Figura 8.46.

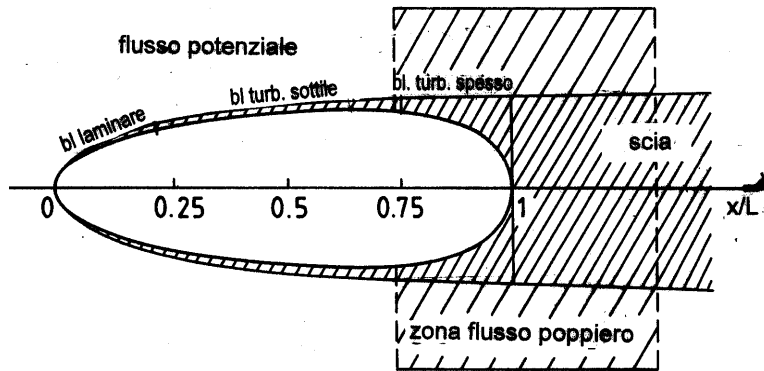


Figura 8.45. Suddivisione del dominio di calcolo

La variazione può essere spiegata esaminando le linee di corrente del flusso potenziale, che sono anche una buona rappresentazione del flusso all'esterno della zona viscosa. Le linee di corrente sono le curve tratteggiate sul piano trasversale in Figura 8.47.

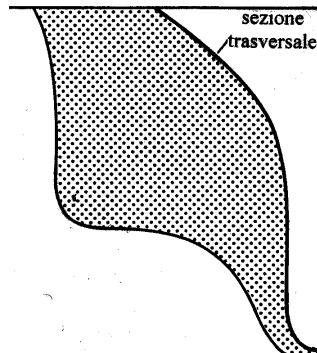


Figura 8.46. Strato limite in direzione trasversale

Si può osservare che le linee di corrente sono convergenti nella zona del ginocchio, il che corrisponde ad un ispessimento dello strato limite, mentre l'opposto accade nella zona della chiglia. Una conseguenza di questa variazione in direzione trasversale è che i gradienti corrispondenti non possono essere considerati piccoli in confronto ai gradienti in direzione normale. Un'altra osservazione interessante può essere effettuata osservando le linee di corrente limite (continue in Figura 8.47), che sono divergenti nella zona del ginocchio. Ne deriva che il flusso è divergente vicino alla superficie di carena, ma convergente nella parte più esterna. In generale, la

turbolenza è molto bassa nella parte più esterna dello strato limite. A poppa può accadere separazione senza vorticità e, assai raramente, separazione a bolle con flusso ricircolante.

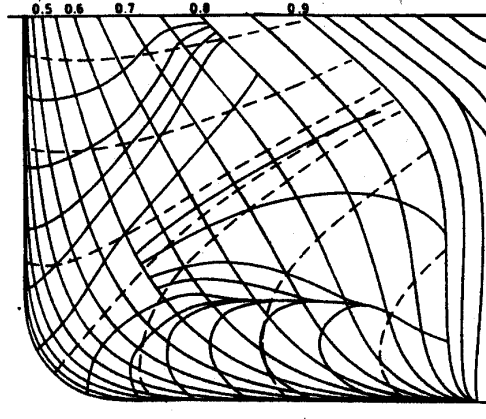


Figura 8.47. Linee di corrente del flusso potenziale

Questa struttura complessa del flusso a poppa è stata ed è la causa primaria delle difficoltà nello sviluppo di metodi di calcolo praticabili ed affidabili. Qualsiasi metodo deve essere in grado di trattare l'interazione tra flusso viscoso e flusso non-viscoso, e tra la struttura a strati nella zona viscosa ispessita e lo strato limite sottile sulla chiglia; queste complessità causano notevoli difficoltà sia nella modellazione matematica, sia nelle procedure numeriche. Ovviamente un solutore alla Navier–Stokes sarebbe in grado di interpretare la fisica del flusso a poppa di una nave, ma si è ancora lontani da una sua implementazione affidabile. D'altra parte, i metodi dello strato limite sono veloci, ma non sono in grado di rappresentare correttamente la fisica. Fortunatamente, esistono alcune classi intermedie di approssimazioni che mantengono le caratteristiche essenziali della fisica, pur essendo trattabili dal punto di vista computazionale. Questi metodi sono le equazioni Reynolds–Averaged Navier–Stokes (RANS) ed i metodi approssimati fondati sulle equazioni dello strato limite sottile, sulle equazioni parzialmente paraboliche e sulle equazioni dello strato limite spesso.

Le conseguenze dell'utilizzo di metodi approssimati sono sintetizzate in Figura 8.48, dove  $u$ ,  $v$ ,  $w$  sono le componenti cartesiane della velocità, rispettivamente nelle direzioni  $x$ ,  $y$ ,  $z$ . La direzione principale del flusso è parallelo alla direzione  $x$ , mentre la direzione  $y$  è normale alla superficie.

Per completezza, sono riportate anche le equazioni dello strato limite del primo e del secondo ordine. Queste equazioni sono derivate nell'ipotesi che i gradienti normali siano grandi rispetto ai gradienti nelle direzioni longitudinale e trasversale, e perciò non sono simmetriche rispetto alle coordinate  $y$  e  $z$ . Si osservi che la pressione è costante entro lo strato limite nelle equazioni di secondo ordine, poiché è nulla la curvatura della superficie.

**u-component**

Reynolds	$uu_x+vu_y+wu_z+(p/\rho+\overline{uu})_x+(\overline{uv})_y+(\overline{uw})_z -v(u_{xx}+u_{yy}+u_{zz})=0$									
thick b l	x	x	x	x	x	x	x	-	x	x
part par	x	x	x	x	-	x	x	-	x	x
thin layer	x	x	x	x	-	x	-	-	x	-
2nd b l	x	x	x	x	x	x	x	-	x	-
1st b l	x	x	x	x	-	x	-	-	x	-

**v-component**

Reynolds	$uv_x+vv_y+vw_z+(\overline{uv})_x+(p/\rho+\overline{vv})_y+(\overline{vw})_z -v(v_{xx}+v_{yy}+v_{zz})=0$									
thick b l	x	x	x	x	x	x	x	-	x	x
part par	x	x	x	-	x	x	x	-	x	x
thin layer	x	x	x	-	x	x	-	-	x	-
2nd b l	-	-	-	-	x	x	-	-	-	-
1st b l	-	-	-	-	x	x	-	-	-	-

**w-component**

Reynolds	$uw_x+vw_y+ww_z+(\overline{uw})_x+(\overline{vw})_y+(p/\rho+\overline{ww})_z -v(w_{xx}+w_{yy}+w_{zz})=0$									
thick b l	x	x	x	x	x	x	x	-	x	x
part par	x	x	x	-	x	x	x	-	x	x
thin layer	x	x	x	-	x	x	-	-	x	-
2nd b l	x	x	x	x	x	x	x	-	x	-
1st b l	x	x	x	-	x	x	-	-	x	-

**Legenda**

- thick bl = approssimazione dello strato limite spesso  
(sono conservati i termini del secondo ordine)
- part par = approssimazione parzialmente parabolica
- thin layer = approssimazione dello strato limite sottile
- 2nd bl = approssimazione del secondo ordine dello strato limite
- 1st bl = approssimazione del primo ordine dello strato limite

Figura 8.48. Classi di approssimazioni per le equazioni di Reynolds

Le equazioni dello strato limite spesso sono derivate nell'ipotesi di gradienti elevati nelle direzioni normale e trasversale rispetto alla direzione longitudinale. Le equazioni sono perciò simmetriche rispetto alle coordinate  $y$  e  $z$ , mentre l'uso del termine strato è discutibile. Un'altra conseguenza importante è che la pressione non può essere integrata direttamente, ma entra come quarta variabile indipendente.

Le equazioni parzialmente paraboliche sono derivate dalle equazioni di Reynolds trascurando il gradiente longitudinale delle tensioni viscosive di Reynolds. Queste equazioni spesso differiscono dalle equazioni dello strato limite solamente per l'assenza di gradienti longitudinali nel tensore di Reynolds.

Le equazioni dello strato limite sottile sono derivate trascurando tutti i gradienti delle tensioni viscosive di Reynolds nelle direzioni parallele alla superficie di carena. Le equazioni non sono perciò simmetriche rispetto a  $y$  e  $z$ , ma la pressione è trattata come incognita.

### 8.8.2 Metodi di calcolo

Lo sviluppo di metodi teorici per il calcolo per i flussi a poppa hanno seguito due approcci differenti: uno è una generalizzazione dei metodi dello strato limite, mentre l'altro è una semplificazione delle equazioni di Navier–Stokes.

#### Metodo dello strato limite

Il metodo dello strato limite è il modo tradizionale di considerare il flusso viscoso intorno ad una nave. Il primo tentativo di calcolare lo strato limite su una nave fu effettuato da Uberoi (1968) con un metodo per flussi bidimensionali. Il suo lavoro fu seguito da numerosi altri che tenevano conto degli effetti tridimensionali in maniera esatta o approssimata. Il confronto di parecchi metodi effettuato allo 'SSPA-ITTC Workshop on Ship Boundary Layers' (Larsson, 1981) fornisce un buon riferimento di base.

Il metodo dello strato limite del primo ordine potrebbe prevedere con ragionevole accuratezza la parte sottile dello strato. La maggior parte dei metodi sviluppati con questo approccio produce risultati accademicamente ragionevoli, ma nella zona d'estrema poppa i riscontri sono alquanto scadenti. I metodi che includono effetti di ordine superiore hanno prodotto risultati migliori ma non ancora soddisfacenti.

Queste inadeguatezze corrispondono alle approssimazioni insite nella teoria dello strato limite del primo ordine, le quali possono essere imputate a tre categorie di problemi: quelli legati al calcolo delle pressioni, quelli dovuti al calcolo delle tensioni di taglio e quelli dovuti alla modellazione della geometria di carena. Si ipotizza che la pressione sia costante attraverso lo strato limite ed uguale alla pressione calcolata del flusso potenziale sulla superficie. È trascurata la maggior parte delle tensioni (vedi Figura 8.48). Inoltre, si assumono costanti attraverso lo strato limite le metriche del sistema di coordinate curvilinee per il calcolo del flusso intorno alla carena; in altri termini, si ipotizza che la superficie di carena sia piatta.

Il primo ed il terzo punto sono stati considerati in maniera approssimata da Soejima et al. (1981) utilizzando un metodo alle differenze finite. Metodi integrali, che incorporano gli effetti della pressione e della geometria, sono stati utilizzati da Larsson e Chang (1980), Namagatsu (1981), Toda e Tanaka (1985). Questi metodi tengono conto sia della variazione di pressione dovuta alla curvatura della superficie, sia dell'effetto dello spostamento delle linee di corrente sullo strato limite.

Un metodo del tutto differente è il metodo di Johansson e Larsson (1983), che è una generalizzazione di un metodo di Dyne (1978) per flussi assial-simmetrici. Un metodo alle differenze finite che tratta in maniera esatta la terza categoria degli effetti approssimanti, ossia la geometria della carena, è stato sviluppato da Broberg (1988).

L'approccio dello strato limite ha dimostrato di essere meno preciso dell'approccio parzialmente parabolico. Ciò è dovuto principalmente alle difficoltà di includere nuovi aspetti fisici nell'ambito di una tecnica numerica esistente. Questo approccio ha giocato, comunque, un ruolo importante per la comprensione del flusso a poppa. Esistono alcune applicazioni per le quali la tecnica dello strato limite continua a presentare un interesse rilevante. Una di tali applicazioni è l'ottimizzazione delle forme di carena.

### **Metodo parzialmente parabolico**

L'introduzione degli effetti di ordine superiore nei metodi di calcolo dello strato limite ha portato ad un metodo parzialmente parabolico; ne è un esempio il metodo alle differenze finite di Hoekstra e Raven (1985). Le equazioni sono parzialmente paraboliche, mentre la soluzione tecnica, che utilizza l'equazione della variazione della quantità di moto per integrare la pressione combinata con le interazioni viscoso-potenziiale, resta un approccio dello strato limite.

Il metodo parzialmente parabolico è stato applicato a flussi turbolenti senza separazione a poppa. Risolve le equazioni RANS nell'ipotesi di diffusione trascurabile della variazione della quantità di moto nella direzione dominante del flusso. È basato sulla tecnica ai volumi finiti sviluppata da Patankar e Spalding (1972), che utilizza un algoritmo ad un passo per la correzione della pressione. Le equazioni fondamentali sono trasformate parzialmente in un sistema di coordinate cilindriche distorte. I migliori risultati sono stati ottenuti da Tzabiras (1985) dove le superfici di calcolo sono generate mediante una tecnica di trasformazioni conformi.

Il metodo di Chen e Patel (1985) è legato al metodo suddetto per quanto riguarda l'algoritmo di calcolo della pressione, ma utilizza una correzione della pressione a due passi. Le equazioni fondamentali sono parzialmente trasformate in un sistema di coordinate solidali al corpo.

### Metodo totalmente ellittico

L'approccio totalmente ellittico si riferisce ai metodi che risolvono le equazioni di Reynolds senza altre approssimazioni che non siano quelle del modello di turbolenza e la trattazione delle condizioni al contorno. Il vantaggio principale di questo approccio consiste nel fatto che è in grado di trattare un flusso inverso. Le applicazioni volte ad individuare la separazione tridimensionale trovano il loro limite nelle imprecisioni intrinseche dei modelli di turbolenza.

È possibile tenere conto della diffusione in direzione longitudinale in un codice parzialmente parabolico trasferendo i termini corrispondenti nel termine sorgente. I termini sono mantenuti costanti durante ogni passo: questa tecnica è stata utilizzata per primo da Tzabiras (1985). Il metodo alle differenze finite di Miyata et al. (1987) è stato il primo metodo ad introdurre in maniera diretta la condizione di superficie libera.

## 8.9 Effetto scala sulla scia

Poichè il modello della nave in vasca è provato rispettando la legge di similitudine di Froude, ossia a numeri di Froude eguali a quelli nave, esiste una disparità nel numero di Reynolds che determina una differenza relativa nello spessore dello strato limite tra il modello e la nave al vero: il modello presenta uno strato limite relativamente più spesso. Di conseguenza, per il progetto dell'elica è necessario scalare, o contrarre come si dice frequentemente, la scia misurata sul modello, così che la scia diventi rappresentativa di quella della nave al vero.

La Figura 8.49 illustra le variazioni tipiche che possono presentarsi tra due campi di scia nominale, rispettivamente misurato sul modello (scala 1:14) e sulla nave al vero.

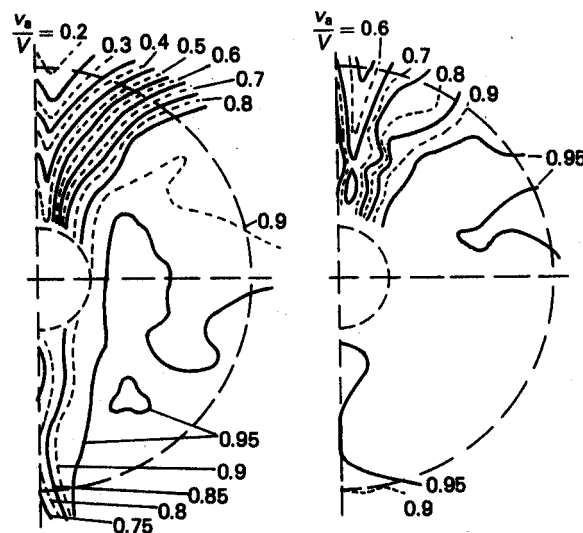


Figura 8.49. Confronto tra isoscie modello ed isoscie nave

Il problema dell'effetto scala si riduce di fatto allo studio della componente viscosa della scia.



### 8.9.1 Scia media volumetrica

Per la determinazione della scia media volumetrica assiale di una nave al vero, può venire utilizzato il suo valore sperimentale ottenuto dalla prova di autopropulsione sul modello, partendo dalla decomposizione classica della frazione di scia

$$w = w_v + w_d + w_w = w_v + w_p$$

Poiché le prove sperimentali sono realizzate rispettando la costanza del numero di Froude nella legge di similitudine e poiché si suppone di operare in un fluido ideale, valgono rispettivamente le seguenti relazioni che portano all'identità della scia potenziale  $w_p$  tra modello e nave al vero

$$w_{w_s} = w_{w_m} \quad \text{e} \quad w_{d_s} = w_{d_m} \quad \implies \quad w_{p_s} = w_{p_m}$$

La scia media volumetrica al vero può essere derivata teoricamente come

$$w_s = (w_m - w_{v_m} - w_{p_m}) + (w_{v_s} + w_{p_s}) = w_m - (w_{v_m} - w_{v_s}) \quad (8.54)$$

dove la scia media volumetrica assiale  $w_m$  è ottenuta dalle prove di autopropulsione sul modello, mentre i valori di  $w_{v_m}$  e  $w_{v_s}$  possono essere ottenuti mediante procedure bidimensionali di correlazione, oppure mediante le equazioni dello strato limite di una lastra piana.

I risultati possono essere migliorabili supponendo che la componente viscosa dipenda linearmente dallo spessore dello strato limite; e poiché il coefficiente di resistenza d'attrito  $C_f$  dipende anch'esso dallo spessore dello strato limite, si ricava

$$w_{v_s} = w_{v_m} \cdot \frac{C_{f_s}}{C_{f_m}}$$

essendo  $C_{f_s}$  e  $C_{f_m}$  i coefficienti d'attrito, rispettivamente della nave e del modello.

Trascurando  $w_{w_s}$  per la sua scarsa entità, dall'equazione (8.54) si ottiene una relazione risolvibile non appena si conosca il valore della scia di spostamento del modello

$$w_s = (w_m - w_{d_m}) \cdot \frac{C_{f_s}}{C_{f_m}} + w_{d_m} \quad (8.55)$$

Sono stati proposti parecchi metodi di correlazione vasca–mare da parte di diversi ricercatori e di vari laboratori idrodinamici. Vengono riportati quelli che negli ultimi decenni hanno trovato maggiore diffusione.

#### Metodo di van Manen–Lap

Van Manen e Lap (1958) proposero di suddividere la scia in una componente di attrito  $w_f$  ed in una componente residua  $w_d$ . La scia dovuta all'attrito viene calcolata dalla distribuzione della velocità entro lo strato limite di una lastra piana equivalente (un apice ne denota i valori corrispondenti), applicando una correzione  $\tau$  per il fattore di forma. La parte di scia indipendente dall'effetto scala è ottenuta per differenza tra la scia totale misurata e la scia d'attrito calcolata.

Risulta quindi

$$\begin{aligned} w_{f_s} &= \tau_s \cdot w'_{f_s} \\ w_{ds} = w_{dm} &= w_m - w_{f_m} = w_m - \tau_m \cdot w'_{f_m} \end{aligned} \quad (8.56)$$

essendo

$$\tau = \frac{C_f}{C'_f} = \frac{(1 - w_f) \cdot w_f}{(1 - w'_f) \cdot w'_f}$$

### Metodo di Taniguchi

Taniguchi (1967) suggerì la formula

$$\frac{1 - w_s}{1 - w_m} = a \left( \frac{C_{f_m}}{C_{f_s} + \Delta C_f} \right)^{1/3} \quad \text{con } a = 1.1 \quad (8.57)$$

la quale fu poi generalizzata dall'ITTC (1969), che adottò il valore  $a = 1.0$  e sostituì l'esponente  $1/3$  con l'esponente  $1/n$ , dove  $n$  deriva dalla relazione

$$n = \frac{1}{0.087B/T + 0.554C_B - 0.497}$$

### Metodo di Sudo

Sudo (1969) propose la formula seguente per le navi cisterna

$$1 - w_s = (1 - w_m) \cdot \left[ (C_{B_A})^2 \cdot \frac{B}{T} \right]^{0.415} \quad (8.58)$$

dove  $C_{B_A}$  è il coefficiente di blocco della metà poppiera della nave.

### Metodo ITTC

L'International Towing Tank Conference decise di utilizzare la proposta di Sasajima e Tanaka (1966), i quali avevano suggerito di adottare l'identità tra scia di spostamento e fattore di deduzione di spinta, ossia  $w_{dm} = t$ . La relazione (8.55) si trasforma quindi nella

$$w_s = (w_m - t) \cdot \frac{C_{f_s}}{C_{f_m}} + t$$

Bowden e Davidson (1975) presentarono un confronto tra i risultati dedotti da questa formula e quelli ottenuti da prove in mare, arrivando a stabilire che è:

$$w_s^* = w_s + 0.04$$

dove  $w_s^*$  è il valore medio desunto dagli esperimenti al vero.

Inoltre, l'ITTC, decidendo di adottare ufficialmente la formula di Sasajima e Tanaka e di aggiungervi una correzione che tenesse conto dell'effetto della presenza del timone dietro l'elica, suggerì che dovesse valere per la scia di spostamenti la relazione corretta

$$w_{dm} = t + 0.04$$

Infine, introducendo tutte le ipotesi suddette, e tenendo conto dell'effetto del fattore di forma sulla resistenza viscosa, l'ITTC (1978) adottò per il valore di scia media volumetrica di una nave la relazione di correlazione

$$w_s = (t + 0.04) + (w_m - t - 0.04) \cdot \frac{(1+k)C_{fs} + \Delta C_f}{(1+k)C_{fm}} \quad (8.59)$$

dove  $k$  è il fattore di forma.

La formula (8.59) fornisce una stima ragionevole per navi dalle forme piene con eliche pesantemente caricate. Per navi dalle forme fini questa formula risulta inaccurata.

### Esame dei vari metodi

Sono stati calcolati gli errori medi e le deviazioni standard inerenti ai metodi suddetti nel caso di estrapolazione modello-nave per tre navi, le cui caratteristiche geometriche ed i cui parametri idrodinamici sono riportati in Tabella 8.7.

Nave	$L_{OA}$	$B$	$T$	$C_B$	$w$	$k$	$t$	$Rn$	$C_f$
Sydney Express modello ( $\lambda = 28.0$ )	218.30	30.50	10.20	0.610	0.34	0.247	0.18	$2.1 \cdot 10^9$	$1.4 \cdot 10^{-3}$
	7.796	1.089	0.364	0.610	0.37	0.247	0.18	$1.3 \cdot 10^7$	$2.9 \cdot 10^{-3}$
St. Michael modello ( $\lambda = 49.0$ )	182.60	32.20	11.60	0.800	0.45	0.370	0.21	$1.7 \cdot 10^9$	$1.4 \cdot 10^{-3}$
	3.727	0.657	0.237	0.800	0.61	0.370	0.21	$4.6 \cdot 10^6$	$3.5 \cdot 10^{-3}$
Caurica modello ( $\lambda = 23.3$ )	164.66	22.70	9.60	0.807	0.34	0.317	0.22	$1.2 \cdot 10^9$	$1.5 \cdot 10^{-3}$
	7.079	0.976	0.413	0.807	0.43	0.317	0.22	$9.5 \cdot 10^7$	$3.1 \cdot 10^{-3}$

Tabella 8.7. Dati modello-nave per la valutazione dei metodi

L'errore medio percentuale  $\varepsilon$  e la deviazione standard  $\sigma$  sono calcolati mediante le espressioni

$$\varepsilon = \frac{\left[ \frac{w_s}{w_m} \right]_r - \left[ \frac{w_s}{w_m} \right]_c}{\left[ \frac{w_s}{w_m} \right]_r} ; \quad x_i = \left( \frac{w_s}{w_m} \right)_c ; \quad \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i ; \quad \sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

dove i pedici  $r$  e  $c$  sono relativi ai rapporti tra la scia media volumetrica al vero e quella modello, calcolati rispettivamente considerando il valore di  $w_s$  misurato al vero e quello calcolato con uno qualunque dei metodi di estrapolazione.

Calcolando gli indici statistici per le tre navi suddette ( $n = 3$ ), ed ordinando i risultati secondo l'errore medio crescente, si può costruire la Tabella 8.8 e si possono derivare le seguenti considerazioni:

- per la correlazione modello–nave il metodo proposto da Sudo è quello che presenta il minore errore medio e la minima deviazione standard;
- non pare che le previsioni ottenute con il procedimento di estrapolazione dell'ITTC siano soddisfacenti, almeno per queste navi;
- gli altri metodi sono chiaramente del tutto insoddisfacenti;
- data la complessità del flusso intorno alla poppa di una nave, è difficile determinare una espressione semplice che permetta di determinare esattamente l'effetto scala.

Metodo	van Manen	Taniguchi	Sudo	ITTC
$\varepsilon$	11.73	13.00	6.23	9.17
$\sigma$	6.08	7.93	4.86	5.30

Tabella 8.8. Errore statistico medio e deviazione standard per alcuni metodi di correlazione

### 8.9.2 Distribuzione di scia

Poiché la legge di similitudine rispetto al numero di Reynolds non viene rispettata durante le prove sperimentali su modelli, esiste una differenza relativa tra lo spessore dello strato limite di una nave e quello di un suo modello, mentre le distribuzioni di velocità sono normalmente simili. Ne deriva che la maniera più facile per ottenere una distribuzione rappresentativa della velocità di scia della nave è quello di contrarre lo strato limite del modello.

Il *metodo della contrazione* è la base di alcuni metodi esistenti per lo scalaggio della scia, quali quello di Sasajima et al. (1966) e quello di Raestad (1972), che si fondano sull'ipotesi che non esista alcuna rilevante separazione del flusso a poppa. I buoni risultati, ottenuti da ambedue i metodi quanto meno per la scia di alcune navi, indicarono che la contrazione dello strato limite è un valido approccio per considerare l'effetto scala sulla scia. Tuttavia, si comprese che era necessario superare certe limitazioni: ad esempio, il principio della contrazione, per come era stato formulato, non era in grado di prevedere le grandi differenze tra le velocità di picco di una nave e del suo modello in scala. Il metodo di Hoekstra (1975) permise un salto qualitativo importante nella determinazione della distribuzione della scia nominale al vero a partire da quella misurata sperimentalmente sul modello. Trattando di questi metodi, va osservato che nell'effetto scala non viene considerata l'influenza della 'scia lontana' e che il flusso è considerato turbolento senza fenomeni di formazione ondosa.

La distribuzione radiale della scia media circonferenziale, necessaria per progettare l'elica adattata alla scia, è generalmente assunta pari a quella ricavata del rilievo di scia nominale modello, corretta nel valore medio relativo ad ogni posizione radiale in maniera del tutto analoga a quanto viene fatto per il valore di scia media assiale.

### Metodo di Sasajima–Tanaka

Sasajima e Tanaka (1966) proposero un approccio bidimensionale per il flusso di navi monoelica, in base al quale la scia totale in un punto viene considerata come la somma delle componenti viscosa e potenziale. La scia di spostamento, puramente potenziale e indipendente dall'effetto scala, viene misurata rimorchiando il modello all'indietro, mentre la scia viscosa, ottenuta dalla scia volumetrica totale deducendo la scia potenziale, viene contratta linearmente verso il piano diametrale (Fig. 8.50).

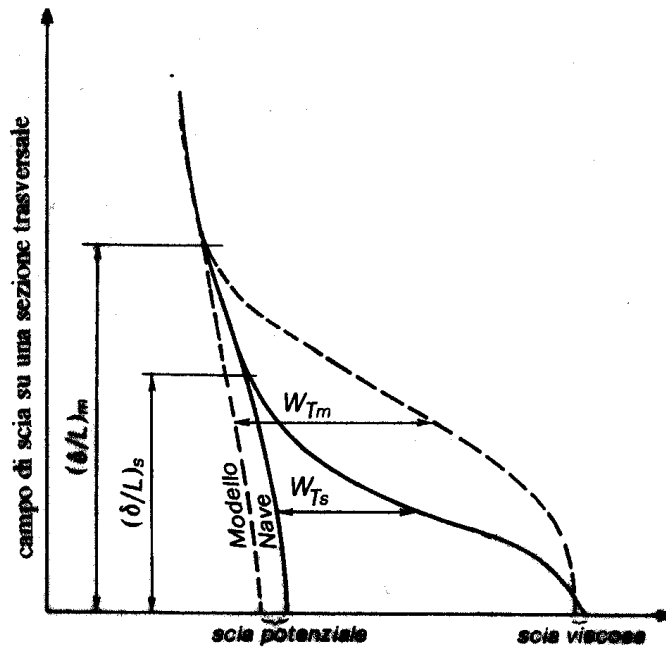


Figura 8.50. Effetto scala sulle componenti di scia

In base all'assunzione che il rapporto della perdita di velocità del flusso sul piano del disco-elica, o vicino a questo piano, è lo stesso per il modello e la nave al vero, Sasajima tenne conto dell'effetto scala sulla componente di scia viscosa mediante la relazione

$$w_{f_s} = w_{f_m} \frac{(1 - w_{p_s})}{(1 - w_{p_m})}$$

Il metodo assume che il rapporto fra lo spessore degli strati limite del modello e della nave, ovvero il *fattore di contrazione*  $c$ , è uguale al rapporto tra i corrispondenti coefficienti di resistenza di attrito; ossia

$$\left(\frac{\delta}{L}\right)_s = c \cdot \left(\frac{\delta}{L}\right)_m = \left(\frac{\delta}{L}\right)_m \cdot \frac{C_{f_s} + \Delta C_f}{C_{f_m}}$$

Se si utilizza la linea di correlazione d'attrito ITTC'57, che include, per la nave al vero, un addendo di correlazione per rugosità,  $\Delta C_f$ , il *coefficiente di contrazione* è determinabile come

$$c = \frac{\frac{0.075}{(\log Rn_s - 2)^2} + \Delta C_f}{\frac{0.075}{(\log Rn_m - 2)^2}} \quad (8.60)$$

dove

$$\Delta C_f = \left[ 105 \cdot \left( \frac{k_s}{L} \right)^{1/3} \right] \cdot 10^{-3}$$

essendo  $k_s$  la rugosità di carena che ha un valore standard pari a  $150 \cdot 10^{-6}$  m per navi idraulicamente lisce.

Il metodo fu inizialmente concepito per navi dalle forme piene con  $C_B = 0.8$  e  $L/B = 5.7$ . Sono stati effettuati Numerosi tentativi per generalizzare e migliorare tale metodo. L'idea base che lo sottende è fondata, in certa misura, sulla idealizzazione della scia di un solido di rivoluzione le cui linee d'acqua terminano a cuspide per evitare separazione; comunque, per tenere conto della vasta tipologia delle forme di navi realmente esistenti quali poppe con bulbo poppiero, poppe ad incrociatore, ecc., apparve chiaro che occorresse ricorrere ad un processo di contrazione tridimensionale più completo.

### 8.9.3 Metodo di Raestad

Raestad (1972), comprendendo che l'approccio di Sasajima e Tanaka portava a risultati insoddisfacenti per navi con bulbo poppiero, aggiunse una contrazione concentrica, pur senza rendere esplicita la modalità di suddivisione della contrazione in due parti, quella relativa alla contrazione concentrica e quella verso il piano diametrale. La contrazione concentrica fu calcolata mediante un nuovo metodo che considerava la contrazione delle linee di corrente.

Questo fu il primo passo verso una trattazione moderna del problema della scia, sebbene non considerasse la vorticità del flusso incidente.

## 8.10 Metodo di Hoekstra

### 8.10.1 Principi base

Hoekstra (1975) considerò inizialmente navi monoelica che non producevano vortici del ginocchio. Nell'applicare il principio della contrazione affrontò i tre seguenti problemi fondamentali:

1. *Contrazione parziale o totale della scia.* È noto che la scia nel piano del disco-elica di una nave ha una tripla origine: è dovuta allo spostamento del flusso prodotto dalla nave,

all'attrito tra le particelle di fluido adiacenti insieme alla condizione di non-scivolamento sulla carena, ed al moto orbitale dell'onda poppiera. Se si ipotizza che queste tre cause siano completamente indipendenti tra loro, la componente di scia potenziale è effettivamente indipendente dalla scala purchè sia soddisfatta la legge di Froude, per cui la scia potenziale non contratta e quella contratta differiscono solo leggermente. Viceversa, se si suppone che le componenti della scia si influenzino reciprocamente, il che è un'ipotesi più realistica, la scia potenziale diviene dipendente dalla scia viscosa, per cui dovrebbe venire contratta in qualche maniera. Si deve perciò ritenere che sia preferibile imputare la contrazione della scia totale alla sola contrazione della scia viscosa.

2. *Entità della contrazione.* Lo spessore dello strato limite è una funzione complicata delle forme di carena, del numero di Reynolds e della rugosità della superficie di carena. Allo scopo di semplificare il metodo, si assume una legge di proporzionalità tra lo spessore dello strato limite ed il coefficiente di attrito della carena, che, al vero, può incorporare un addendo che dà conto della correlazione per rugosità. La contrazione, che esprime il rapporto tra gli spessori dello strato limite al vero ed in scala modello, è quindi riconducibile al rapporto tra i rispettivi coefficienti di attrito.
3. *Direzioni della contrazione.* Trascurando i vortici del ginocchio, esistono diversi tipi di isoscie. In Figura 8.51 sono mostrati tre tipi di isoscie. Nelle Figure 8.51a e 8.51b le isoscie hanno un andamento a 'V', il che indica una contrazione sia verso il piano diametrale, sia in direzione della volta di poppa, anche se in Figura 8.51a risulta più importante la contrazione verso il piano diametrale, mentre la Figura 8.51b enfatizza la contrazione verso la carena al di sopra dell'elica. In Figura 8.51c le isoscie sono simili a cerchi nella parte inferiore del disco-elica, il che attiene ad una contrazione concentrica. Ne consegue che, volendo ottenere un metodo generale, si dovrebbe tenere conto, quanto meno, dei tre suddetti modi della contrazione.

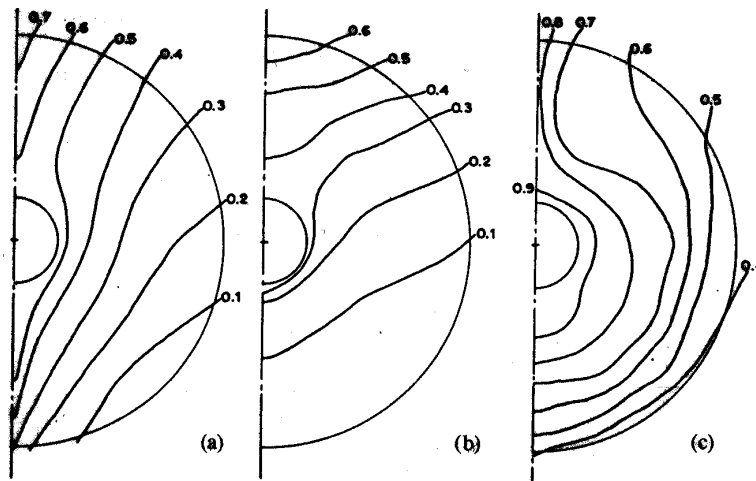


Figura 8.51. Diversi tipi di isoscie senza vortici del ginocchio

Si tratta ora di individuare una procedura che indichi in quale modo la contrazione totale possa essere suddivisa nelle tre componenti suddette. Quella proposta da Hoekstra (1985) si fonda sull'analisi del contenuto armonico della distribuzione della velocità circonferenziale della scia nominale misurata sul modello di carena.

Qualora si fosse in presenza di un ipotetico campo di scia descritto da curve concentriche di iso-velocità, tale campo richiederebbe solamente una contrazione concentrica. L'analisi armonica della distribuzione di velocità circonferenziale del flusso produrrebbe solamente le componenti fondamentali, non essendo presenti le armoniche di ordine più elevato. Analogamente, se la nave fosse sostituita da una lastra piana, si ricaverebbe che il contenuto armonico del campo di scia sarebbe costituito da una componente fondamentale e dalle componenti pari di ordine più elevato, tipico di una distribuzione che richiama una contrazione verso il piano diametrale. Lo stesso campo di scia dovrebbe contrarsi verso l'alto se le componenti di velocità più elevate si presentassero nella parte superiore del disco-elica, dove la differenza di scia tra parte superiore e parte inferiore può essere ottenuta dalle armoniche dispari. È del tutto evidente che esiste una relazione tra la componente fondamentale e la contrazione concentrica, tra le armoniche pari e la contrazione verso il piano diametrale, e tra le armoniche dispari e la contrazione verso la carena al di sopra dell'elica.

La contrazione concentrica può essere determinata a partire dall'*analisi armonica* della distribuzione della velocità assiale ad un certo numero di raggi, calcolando quindi l'integrale radiale di un valore pari all'unità ridotta del termine fondamentale, al quale sia stata sottratta l'ampiezza della parte fluttuante della scia. Successivamente, vengono sovrapposte le armoniche pari e viene determinato il valore da picco a picco della risultante distribuzione di velocità. L'integrazione radiale di questo valore fornisce una misura della contrazione verso il piano diametrale. La stessa procedura viene seguita per le armoniche dispari, dove l'integrale del valore da picco a picco indica la contrazione verso la carena al di sopra dell'elica.

Questa triplice contrazione, che è applicabile sia alla componente di velocità assiale che a quella trasversale, può consentire la previsione di un qualche effetto scala sulle velocità di picco della scia sul piano diametrale. Ciò non è ancora sufficiente a dar conto di significativi effetti scala talvolta riscontrabili; il che è del tutto comprensibile poiché la contrazione dello strato limite può essere considerata soddisfacente come metodo per prevedere gli effetti scala solamente quando avvenga verso una superficie, della nave o del modello, dove sostanzialmente non esista alcun moto relativo del fluido. Questa condizione viene soddisfatta nei casi di contrazione concentrica e di contrazione verso la carena al di sopra dell'elica, ma non è applicabile alla contrazione verso il piano diametrale. Poiché quest'ultima contrazione è spesso importante per le scie delle navi, può esistere un effetto scala imprevedibile sulla velocità di picco della scia causato dal fatto che questo si attenua diversamente per la nave ed il modello, una volta che il flusso abbia abbandonato la poppa. Non è stato ancora sviluppato un modello matematico dell'effetto scala che riproduca in maniera affidabile questo processo di contrazione in un flusso tridimensionale. Si è costretti ad utilizzare, quindi, un approccio empirico che basato sull'ipotesi che esista una contrazione di una certa larghezza (di diffusione) del picco di scia oltre il



piano diametrale. Quella parte della scia che oltrepassa il piano diametrale viene trascurata. Questo approccio porta ad un aumento dell'effetto scala al crescere della pendenza del picco di scia e della distanza tra la poppa ed il piano dell'elica.

Sebbene il metodo descritto per valutare l'effetto scala sia stato sviluppato fundamentalmente per navi monoelica, può essere applicato affidabilmente anche a navi bielica, se si è in grado di scegliere un asse che possa essere considerato come piano di simmetria del campo di scia.

### 8.10.2 Modello matematico

Il modello matematico adeguato a risolvere il problema dell'effetto scala sulla scia, come descritto in precedenza, esclude la presenza di vortici liberi. Il corrispondente codice di calcolo richiede la conoscenza del campo di scia nominale del modello nave e di alcune caratteristiche fondamentali della nave e del modello.

Il *coefficiente di contrazione*  $c$ , calcolato in base all'equazione (8.60), è suddiviso in tre componenti

$$c = ic + jc + kc \quad \text{con} \quad (i + j + |k|) = 1 \quad (8.61)$$

dove  $i$  rappresenta il peso della contrazione concentrica verso il centro della linea d'assi,  $j$  è il peso della contrazione verso il piano diametrale, mentre  $k$  quantifica la l'incidenza relativa della contrazione verso un piano orizzontale posto al di sopra dell'elica, sostitutivo della poppa, o verso la superficie libera se la poppa è immersa in corrispondenza del piano del disco–elica.

Da un punto di vista numerico, quest'ultima contrazione può essere considerata come una contrazione verso l'asse dell'elica combinata con uno spostamento uguale verso l'alto (o verso il basso) per tutti i vettori velocità. Qualora questo identico spostamento, dato da

$$z_o = kz_1(1 - c)$$

sia inizialmente trascurato (dove  $z_1$  è la distanza tra il centro dell'asse dell'elica e la carena o la superficie libera), le coordinate  $(r, \varphi)$  dei punti di applicazione dei vettori di velocità varieranno a causa della triplice contrazione come

$$r_n = i [c(r - r_h) + r_h] + j \left[ r \sqrt{\cos^2 \varphi + c^2 \sin^2 \varphi} \right] + k \left[ r \sqrt{c^2 \cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi} \right] \quad (8.62)$$

$$\varphi_n = i \varphi + j [\arctan(c \tan \varphi)] + k \left[ \arctan \left( \frac{1}{c} \tan \varphi \right) \right] \quad (8.63)$$

dove  $r_h$  è il raggio del mozzo ed il valore  $\varphi = 0$  corrisponde alla posizione delle ore 6.

Quando uno o più dei coefficienti  $i$ ,  $j$  e  $k$  sono negativi, va usato il loro valore assoluto, e nel fattore corrispondente delle formule precedenti (8.62) e (8.63)  $c$  deve essere sostituito dal valore  $(2 - c)$  per tenere conto che si è in presenza di un'espansione anzichè di una contrazione.

Alcuni calcoli preliminari effettuati da Hoekstra indicarono che fosse più opportuno trascurare nella metà inferiore del disco-elica la contrazione verso la parte superiore della carena, così da avere in questa metà inferiore

$$r_n = i [\dots] + j [\dots] + k r$$

$$\varphi_n = i [\dots] + j [\dots] + k \varphi$$

Nella formula (8.62), che fornisce  $r_n$ , si tenne conto della presenza del mozzo solo nell'applicazione della contrazione concentrica. Questo apparve conveniente anche per le altre due contrazioni, per cui, pur mantenendo immutata la coordinata angolare  $\varphi$ , Hoekstra introdusse le seguenti modifiche per ottenere  $r_n$  con maggiore accuratezza.

Se è  $|r \cos \varphi| < 2r_h$ , risulta essere

$$r_n = i [\dots] + j \left[ \sqrt{r^2 \cos^2 \varphi + \{c(r |\sin \varphi| - A) + A\}^2} \right] + k [\dots] \quad (8.64)$$

dove è  $A = \sqrt{r_h^2 - 0.25 \cdot r^2 \cos^2 \varphi}$ , mentre se è  $|r \sin \varphi| < 2r_h$ , la nuova coordinata radiale del punto d'applicazione vale

$$r_n = i [\dots] + j [\dots] + k \left[ \sqrt{\{c(r |\cos \varphi| - B) + B\}^2 + r^2 \sin^2 \varphi} \right] \quad (8.65)$$

dove è  $B = \sqrt{r_h^2 - 0.25 \cdot r^2 \sin^2 \varphi}$ .

Per navi con il calcagnolo andrebbe applicata un'ulteriore correzione, determinando la nuova posizione radiale in base alla relazione

$$r'_n = r_n + (y_o + iz_2)(1 - 2 |\sin \varphi|) \left( 1 - \frac{z_2 - r/R}{0.3} \right)$$

quando siano contemporaneamente  $z_2 - r < 0.3$  e  $0^\circ < \varphi < 30^\circ$ ,  $330^\circ < \varphi < 360^\circ$ . In questa formula di correzione  $z_2$  è la distanza, normalizzata rispetto al raggio dell'elica, tra il centro dell'asse dell'elica ed il calcagnolo.

Le velocità di scia vengono misurate su circonferenze concentriche all'asse dell'elica. In base alla procedura di contrazione descritta, a questi punti, che originariamente hanno eguali coordinate  $\varphi$ , vengono assegnate nuove coordinate angolari  $\varphi_n$ , che risultano eguali a tutti i raggi di misurazione. Di conseguenza, si possono ottenere nuovamente le velocità sulle circonferenze concentriche mediante un'interpolazione radiale. Successivamente, prendendo in considerazione lo spostamento verticale, queste circonferenze vengono intersecate da raggi scelti arbitrariamente che hanno origine in un punto distante  $z_o$  al di sotto (o, se è  $z_o < 0$ , al di sopra) del centro della linea d'asse. Durante questo processo andrebbe nuovamente presa in considerazione la presenza del timone, il che può essere effettuato come segue.

Se è  $r - r_h < (1 + |\cos \varphi|) z_o$ , deve essere

$$z_{o_n} = \frac{r - r_h}{1 + |\cos \varphi|} \quad (8.66)$$

Le velocità nei punti di intersezione delle circonferenze con i raggi sono ottenute mediante interpolazione circonferenziale, mentre una successiva interpolazione radiale produce la velocità in ogni punto desiderato. La procedura di interpolazione da utilizzare è una doppia interpolazione di Lagrange a tre punti. Perché l'interpolazione sia effettivamente possibile, occorre conoscere la scia modello fino ad una certa distanza all'esterno del disco-elica; altrimenti si possono avere probabili errori di estrapolazione.

### 8.10.3 Coefficienti di contrazione

Per quanto riguarda la procedura di contrazione, rimangono da determinare i *coefficienti di contrazione*  $i$ ,  $j$  e  $k$  a partire dal contenuto armonico del campo di scia del modello. Se il campo di scia è simmetrico rispetto al piano diametrico (navi monoelica), la serie di Fourier consiste dei soli termini in coseno con differenze di fase nulle. Se il campo di scia è asimmetrico e noto su tutto il disco-elica (navi bielica), i fattori di contrazione possono essere calcolati separatamente per la metà di destra e per quella di sinistra.

Il valore da picco a picco, sia delle armoniche dispari, sia di quelle pari, deve essere determinato su un congruo numero di raggi. Questo calcolo è semplice per le armoniche dispari in quanto il valore da picco a picco è semplicemente il doppio della somma dei coefficienti di Fourier costituenti, mentre per le armoniche pari il calcolo è più complesso. Perciò si ipotizza che sia abbastanza rappresentativo il valore approssimato della distribuzione di velocità ad un certo raggio, ottenuto utilizzando sei armoniche mediante il metodo dello scarto quadratico medio.

Per calcolare i coefficienti di contrazione, occorre determinare gli integrali radiali delle funzioni  $S_i$ ,  $S_j$  e  $S_k$ , definite dalle relazioni

$$S_i = 1 - A_0 + \begin{cases} A_2 + A_4 + A_6 - \frac{1}{2}S_k & \text{se } S_k \geq S_j \\ A_2 + A_4 + A_6 - S_j & \text{se } S_k < S_j \end{cases} \quad (8.67)$$

$$S_j = -[A_2 + A_4 + A_6 + |\max (A_2 \cos 2\varphi + A_4 \cos 4\varphi + A_6 \cos 6\varphi)|] \quad (8.68)$$

$$S_k = 2(A_1 + A_3 + A_5) \quad (8.69)$$

dove  $A_n$  ( $n = 0, 1, \dots, 6$ ) sono i coefficienti della serie di Fourier. Nell'equazione (8.67) l'addendo  $\max(\dots)$  non va incluso per gli angoli  $\varphi = 0, \pi, 2\pi$ .

Per ridurre l'effetto della dipendenza dei fattori di contrazione dal raggio dell'elica  $R$ , gli integrali vengono calcolati tra  $r_h$  e  $2R$ , così che le funzioni  $S$  tra  $R$  e  $2R$ , dove sono normalmente incognite, sono rappresentate da una curva del terzo ordine con  $dS/dr = 0$  per  $r = 2R$  e  $dS/dr$  continua per  $r = R$ .

Infine, i coefficienti di contrazione vengono ricavati come

$$i = \frac{F_i}{|F_i| + |F_j| + |F_k|} \quad j = \frac{F_j}{|F_i| + |F_j| + |F_k|} \quad k = \frac{F_k}{|F_i| + |F_j| + |F_k|} \quad (8.70)$$

dove sono

$$F_i = \int_{r_h}^{2R} S_i(r) dr, \quad F_j = \int_{r_h}^{2R} S_j(r) dr, \quad F_k = \int_{r_h}^{2R} S_k(r) dr$$

Sul mozzo ( $r = r_h$ ) si impone che siano  $S_i = 1$  e  $S_j = S_k = 0$ .

### Applicazione del metodo ed analisi dei risultati

Sono qui illustrati i risultati dell'applicazione del metodo di valutazione dell'effetto scala di Hoekstra al campo di scia nominale misurato per una serie di modelli delle navi Victory. La serie Victory è tra le più complete 'serie geosim' disponibili. Le misure della scia nominale furono effettuate presso la vasca olandese NMSB (oggi MARIN) su sette modelli costruiti rispettivamente in scala  $\lambda = 50, 40, 36, 30, 25, 23$  e  $18$  e su un'imbarcazione modello in scala  $\lambda = 6$ , provata sia con carena idraulicamente liscia che con carena rugosa. Per il modello con scala  $\lambda = 18$  le prove furono condotte con e senza timone, mentre tutti gli altri modelli non avevano timone. Le misure furono effettuate sul disco-elica a sette raggi pari a  $\bar{r} = 0.315, 0.432, 0.548, 0.666, 0.781, 0.897$  e  $1.014$ . La distribuzione circonferenziale dei valori misurati della componente di scia assiale  $w = V_x/V$  sono riportati nelle Figure 8.52÷8.56.

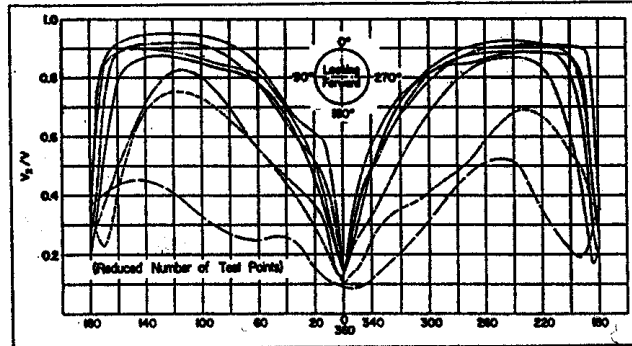


Figura 8.52. Distribuzione circonferenziale di scia ( $\lambda = 6$ )

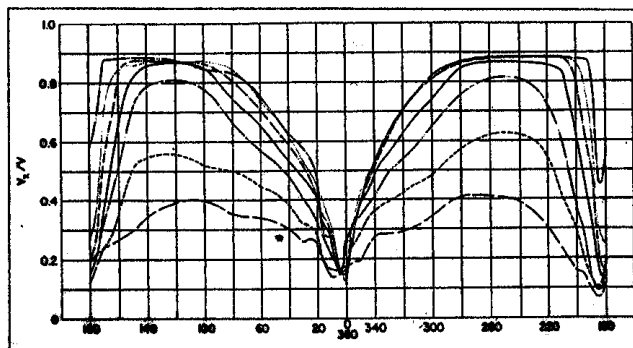


Figura 8.53. Distribuzione circonferenziale di scia ( $\lambda = 18$ )

Per verificare il metodo, fu strutturato il seguente schema. Per valutare la validità del metodo di scalaggio della distribuzione di scia, fu calcolata la scia del modello con fattore di scala  $\lambda_2 = 18$  dai valori di scia dei modelli con scala  $\lambda_1 = 40$  e  $\lambda_1 = 25$ , nonché la scia del modello con scala  $\lambda_2 = 6$  a partire dalle misure sperimentali sul modello con  $\lambda_1 = 18$ . Fu calcolato, infine, il campo di scia della nave al vero a partire dalla distribuzione di scia misurata sui modelli con scala  $\lambda_1 = 40, 25, 18$ .

Le previsioni della frazione di scia sono presentate in Tabella 8.9, dove  $\lambda_1$  indica la scala modello e  $\lambda_2$  è la scala relativa alla distribuzione di scia ottenuta applicando l'effetto scala. Il valore indicato per la frazione di scia al vero nella colonna 'misurata' è il valore estrapolato da Cheng e Hadler (1966), i quali analizzarono in maniera estensiva i dati di scia della serie Victory.

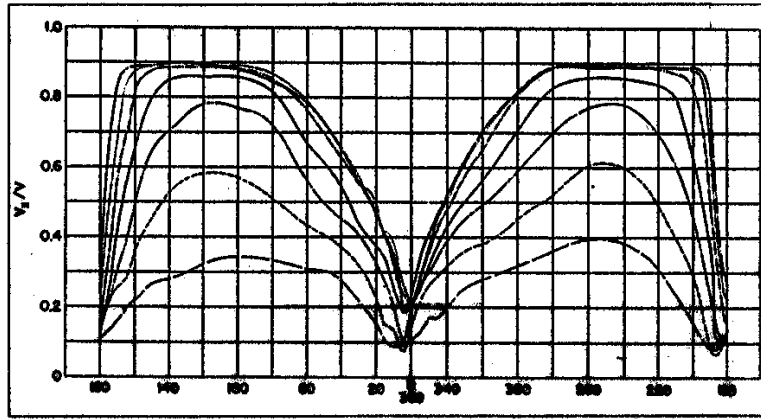


Figura 8.54. Distribuzione circonferenziale di scia ( $\lambda = 25$ )

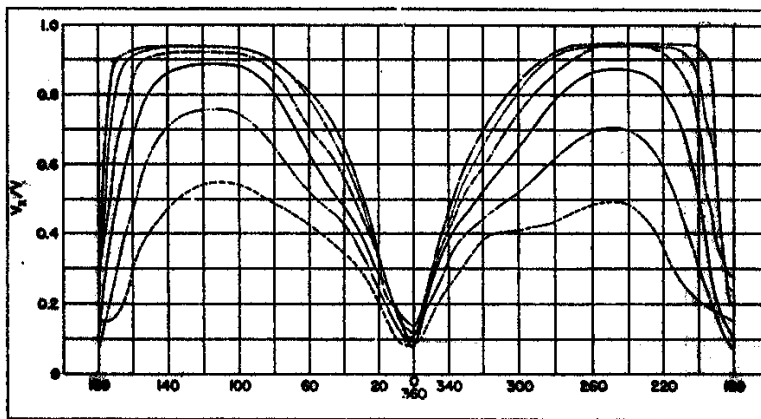
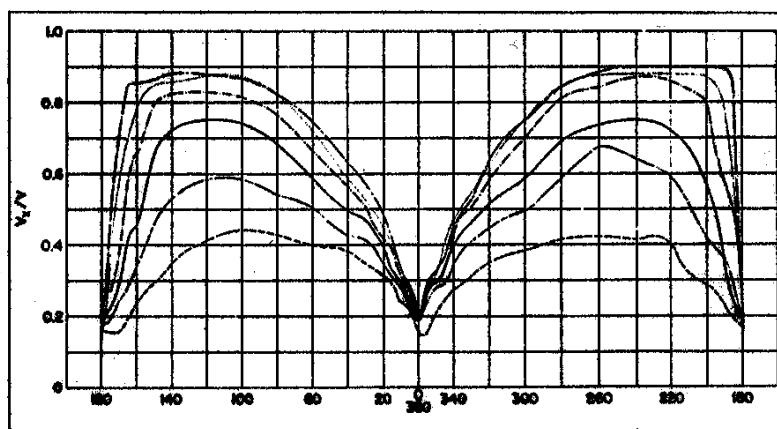


Figura 8.55. Distribuzione circonferenziale di scia ( $\lambda = 40$ )

Figura 8.56. Distribuzione circonferenziale di scia ( $\lambda = 50$ )

Le previsioni ottenute con il metodo di Hoekstra presentano una buona correlazione con le misurazioni. I valori caratteristici dei fattori di contrazione risultarono essere:  $i = 0.20$ ,  $j = 0.60$  e  $k = 0.20$ .

$\lambda_1$ (scala modello)	$\lambda_2$ (scala finale)	timone	$w(\lambda_1)$	$w(\lambda_2)$	
				misurata	scalata
18	6	si	0.392	0.338	0.341
25	18	no	0.380	0.371	0.373
40	18	no	0.404	0.371	0.373
40	1	no	0.404	0.279	0.275
25	1	no	0.380	0.279	0.284
18	1	no	0.371	0.279	0.287

Tabella 8.9. Analisi dell'effetto scala su modelli Victory di diversa grandezza

La Figura 8.57 riporta il confronto tra le distribuzioni radiali misurate e calcolate con la procedura di contrazione della velocità media assiale circonferenziale. La previsione è accettabile anche per la carena rugosa dell'imbarcazione modello con  $\lambda = 6$ , cui è stato imposto un valore del fattore di correlazione pari a  $\Delta C_f = 0.003$ . In questo caso esiste un buon accordo tra le velocità di picco della scia misurata e quelle ottenute mediante il modello matematico, il che può essere dovuto in buona parte al piccolo rapporto di scala considerato.

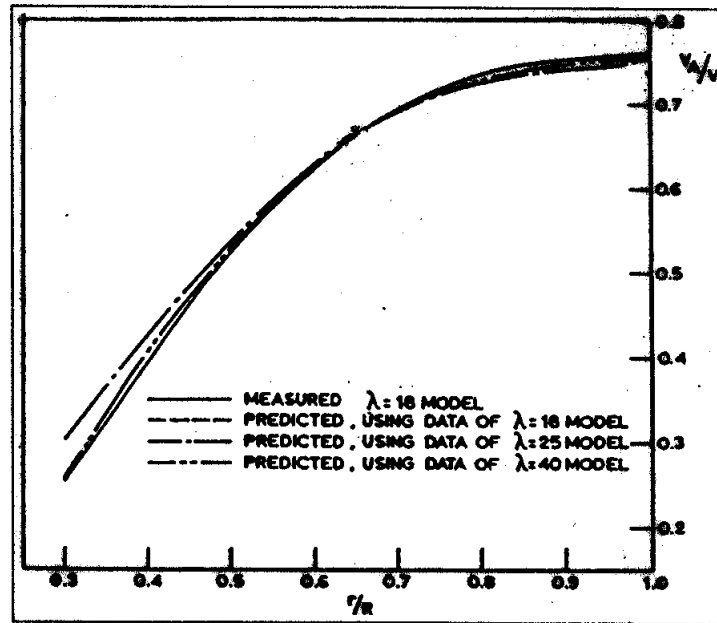


Figura 8.57. Distribuzioni di velocità medie assiali circolari (serie Victory)

## 8.11 Effetto scala in basso fondale

Finora è stata data poca attenzione al problema dell'effetto scala sulla scia nominale in acque di profondità limitata, se si eccettuano poche analisi sistematiche condotte in ambito ITTC, le quali, tuttavia, non forniscono né alcuna idea precisa, né alcuna tendenza, circa l'effetto scala sull'interazione elica-carena, ed in particolare sulla scia nel piano del disco-elica.

Un esame dell'effetto del basso fondale sulla scia nominale (Lazarov et al., 1988) ha mostrato che al diminuire della profondità dell'acqua esso è simile all'effetto che produrrebbe un aumento della larghezza di una nave in acque ristrette, ma di profondità illimitata. Grazie a questa verifica ed alle note relazioni che forniscono le caratteristiche di scia viscosa in funzione del numero di Reynolds in acqua profonda

$$\frac{\delta}{L} \approx C_{F_0}^{1/2} \quad ; \quad \frac{V - V_x}{V} \approx C_{F_0}^{1/2} \quad ; \quad \text{con } \frac{y}{\delta} = \text{cost.} \quad \text{per un corpo bidimensionale}$$

$$\frac{\delta}{L} \approx C_{F_0}^{1/3} \quad ; \quad \frac{V - V_x}{V} \approx C_{F_0}^{1/3} \quad ; \quad \text{con } \frac{y}{\delta} = \text{cost.} \quad \text{per un solido di rivoluzione}$$

dove  $\delta$  è lo spessore dello strato limite e  $C_{F_0}$  è il coefficiente di resistenza d'attrito della lastra piana equivalente, si può supporre che con la transizione da acqua profonda ad acqua bassa diminuisca l'effetto scala sulla scia; ossia, a bassa profondità il flusso sul disco-elica è poco influenzato dal numero di Reynolds.

Lazarov et al. (1988) hanno dimostrato che nella transizione da acqua profonda ad acqua bassa l'effetto scala diminuisce; ossia, in acqua bassa il flusso nel piano del disco-elica è meno influenzata dal numero di Reynolds. Si può ipotizzare che questa conclusione derivi dal fatto che al diminuire della profondità del fondale una parte maggiore del disco-elica è situta nella scia viscosa e che in acqua ultra-bassa tutto il disco-elica si trova in questa scia. È evidente, quindi, che in acqua bassa l'influenza del numero di Reynolds sulla scia, ossia l'effetto scala, diviene più debole.

### Scia nominale

Per quanto riguarda la componente di velocità assiale, esperimenti condotti da Lazarov et al. (1989) hanno dimostrato che su modelli geosim della Serie 60 per  $H/T = 2.0$ , dove  $H$  è la profondità del fondale, la distanza delle isoscie dal piano diametrale diminuisce al crescere di  $Rn$ , ma che questa diminuzione è più irregolare rispetto al caso di acqua profonda, a causa del carattere maggiormente tridimensionale del campo di flusso. Alla profondità relativa minima  $H/T = 1.5$  non è stata osservata alcuna influenza del numero di Reynolds sulla distribuzione di velocità locale. La distanza tra le isoscie rimaneva invariata ed il flusso manteneva il suo carattere tridimensionale, per cui si può affermare che l'effetto scala sulla frazione di scia (nominale ed effettiva) diminuisce nella transizione da fondale illimitato a basso fondale.

Quanto alla distribuzione della velocità trasversale, questa non dipende nè dal numero di Reynolds nè dalla profondità del fondale, mentre in acqua profonda diminuisce il gradiente della velocità tangenziale, così come diminuiscono i picchi di velocità al crescere del numero di Reynolds con una conseguente distribuzione circonferenziale più regolare.

Per quanto riguarda la scia media, per  $H/T = 2.0$  l'effetto scala è minore di quello in acqua profonda. A profondità minori non risulta alcun effetto scala. Da quanto è stato verificato sperimentalmente, si può supporre che al diminuire della profondità dell'acqua una maggiore porzione dell'area del disco-elica venga a trovarsi nella scia viscosa e che in acqua molto bassa tutto il disco-elica si trovi entro questa scia. Risulta evidente, quindi, come in acqua bassa l'influenza del numero di Reynolds sulla scia media è marginale.

### Scia viscosa

La dipendenza della scia viscosa dalla profondità del fondale è simile a quella della resistenza viscosa. In base a tale simiglianza, Lazarov et al. (1988) hanno proposto la semplice relazione

$$\frac{w_{f_\infty} (1 - w_{f_\infty})}{w_{f_\infty} (1 - w_{f_h})} = \frac{(1 + k_\infty) C_{f_\infty}}{(1 + k_h) C_{f_\infty}} \quad (8.71)$$

tra la scia viscosa e la resistenza viscosa a differenti profondità del fondale.

La struttura della formula (8.71) è basata sull'ipotesi di eguaglianza tra il coefficiente di resistenza viscosa determinata mediante estrapolazione tridimensionale e misure nella scia a valle



del propulsore. Tale formula è del tutto valida per velocità fino a  $Fn = 0.15$ . A velocità maggiori, in bassi fondali i valori di  $w_f$  sono sottostimati, probabilmente a causa della dipendenza del fattore di forma dal numero di Froude. Tale risultato deriva dal fatto che, al diminuire di  $H/T$  il fattore di forma effettivo aumenta più rapidamente di quello ottenuto sperimentalmente con il metodo di Prohaska.

## 8.12 Scia effettiva

Uno dei maggiori problemi della moderna idrodinamica navale è costituita ancora dalla notevole difficoltà di determinare la *scia effettiva*, ossia la scia come è vista dall'elica quando spinge la nave, e soprattutto la sua distribuzione. Purtroppo esistono pochissimi risultati di misure complete di scia al vero e quasi nessuna per navi dalle forme molto piene. Una determinazione approssimata della scia effettiva media è ottenibile utilizzando le curve di funzionamento dell'elica isolata in combinazione con i valori della spinta e del momento torcente misurati sul modello dell'elica installata sul modello di carena. Tuttavia, questa procedura sperimentale (prova di *autopropulsione*) non fornisce alcuna informazione circa la distribuzione di scia effettiva, la cui (eventuale) elevata disomogeneità costituisce la causa primaria delle pressioni indotte e delle forze vibratorie generate dall'elica sulle strutture di scafo.

Il cuore del problema è che tutte le teorie dell'elica partono dalle ipotesi che il campo di flusso sia irrotazionale ed illimitato. Tuttavia, tali assunzioni non possono essere soddisfatte proprio perché, nella reale situazione propulsiva di una nave, il campo di flusso nel quale l'elica opera non è semplicemente la somma del campo di flusso nominale e delle velocità indotte calcolate mediante la teoria vorticale sulla base della scia nominale. In pratica ha luogo un'interazione molto complessa che modifica sensibilmente le prestazioni dell'elica.

Si deve perciò ricorrere ancora, per determinare la scia effettiva al vero, ai risultati sperimentali delle prove su modelli. A tale proposito esistono tuttavia due ordini di problemi. Il primo è che i risultati sperimentali introducono inevitabilmente il problema dell'*effetto scala*. Il secondo è che la scia effettiva (modello) non può essere misurata direttamente sul piano del disco–elica. Quest'ultimo problema può essere affrontato secondo due modalità. La prima consiste nel misurare il campo di velocità totale immediatamente davanti all'elica attiva, nel sottrarre le velocità indotte dall'elica, calcolate mediante la teoria vorticale, e nel modificare, infine, il campo di velocità introducendo l'effetto scala. L'altra modalità consiste nel partire dal campo di scia nominale, sottoponendolo a correzione per effetto scala, introducendo, quindi, la variazione prodotta dall'azione dell'elica, per derivare, infine, il campo di scia effettiva al vero.

Al riguardo sono possibili due procedure sequenziali, come indicato dai percorsi **1** e **2** in Figura 8.58.

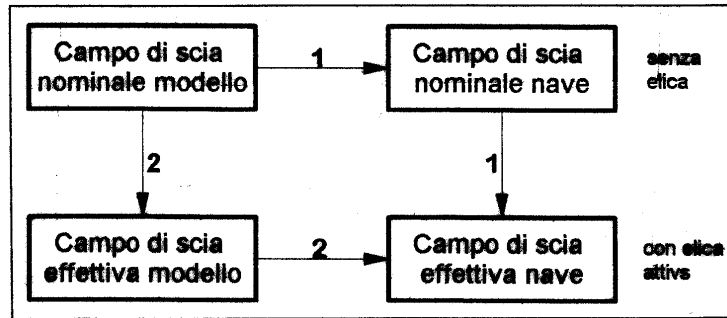


Figura 8.58. Relazioni tra campi di scia

Dal punto di vista progettuale è molto importante conoscere il campo di *velocità effettiva*, in quanto è questo il campo di velocità visto dall'elica, e che dovrebbe costituire la base di dati per il progetto dell'elica e soprattutto per le analisi di cavitazione. Sempre dalla Figura 8.58 è facile comprendere come si possa arrivare alla determinazione della velocità effettiva attraverso due modalità alternative:

- velocità effettiva = velocità nominale + velocità d'interazione;
- velocità effettiva = velocità totale - velocità indotta dall'elica.

### 8.12.1 Confronto tra scia nominale e scia effettiva

L'elica operante dietro la carena di una nave fa variare la scia nominale. La scia che si forma dietro la carena con l'elica attiva è detta *scia effettiva*, che in un sistema di coordinate fisso sulla nave è definita come la velocità totale del flusso, media nel tempo, meno la velocità del flusso potenziale media nel tempo indotta dall'elica. Più semplicemente, la velocità di scia effettiva viene determinata come differenza vettoriale tra la velocità del flusso che attraversa l'elica attiva e la velocità quando l'elica non è installata. Per semplificare il problema oltremodo complesso, si ipotizza che in ambedue i casi siano eguali sia le sezioni idrauliche trasversali del propulsore, sia le velocità indotte assiali totali all'infinito a valle del propulsore.

È importante osservare che, poiché l'elica influenza le proprietà dello strato limite, la scia media nominale sarà normalmente maggiore della scia media effettiva.

Come detto, non esistono ancora oggi metodi teorici affidabili per determinare il campo di scia di una nave. La teoria dello strato limite tridimensionale non è progredita al punto da renderne possibile un'applicazione affidabile nello studio del flusso intorno alle forme poppiere delle navi. E nonostante i recenti progressi dell'idrodinamica computazionale e gli sviluppi formidabili delle potenze e delle velocità di calcolo dei computers, non si è ancora in grado di calcolare la scia in maniera affidabile, soprattutto a causa dell'inadeguatezza dei modelli di turbolenza disponibili.

Il tipo di influenza dell'elica sull'entità e sulla distribuzione della velocità di scia effettiva, così come la differenza tra la scia effettiva e quella nominale, dipendono pesantemente dalle caratteristiche del flusso a poppa e dal carico dell'elica. Per navi con coefficienti di blocco

e carichi idrodinamici abbastanza ridotti, i valori medi circonfenziali della scia nominale e di quella effettiva non differiscono sostanzialmente. Va da sè che tale differenza si accentua quanto più crescono i due parametri suddetti. Infatti, per navi con elevato  $C_B$  e carichi elevati ( $C_T = 5 \div 10$ ), dove la scia viene prodotta prevalentemente dalla viscosità del fluido, l'elica influenza notevolmente la scia, ed in particolare la sua componente viscosa. L'influenza dell'elica sulla separazione dello strato limite rende complessa la conformazione della scia effettiva e la determinazione della sua differenza rispetto alla scia nominale.

Ad esempio, la Figura 8.59(a) mostra le distribuzioni circonfenziali delle componenti assiali della scia nominale,  $w_x$  e della scia effettiva,  $w_{xe}$ , nel piano del disco-elica, di una nave cisterna monoelica con elevato  $C_B$  e con poppa a sigaro. La Figura 8.59(b) illustra l'influenza dell'elica sulla distribuzione radiale delle velocità medie circonfenziali per la stessa nave cisterna. Si può valutare come in questa tipologia di nave sia sensibile la differenza tra le due distribuzioni. Trascurare questa differenza può portare ad errori rilevanti nel calcolo delle caratteristiche idrodinamiche relative all'elica dietro carena.

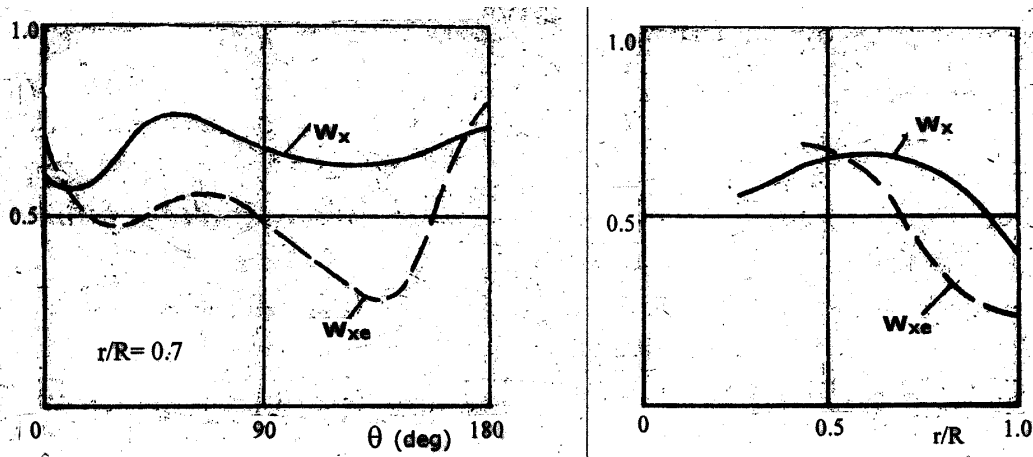


Figura 8.59. Distribuzioni circonfenziali (a) e radiali (b) di scia nominale e scia effettiva

Confrontando i valori medi delle scie nominali e delle scie effettive, si deve osservare che in generale l'azione dell'elica sulla velocità di scia porta ad un aumento della componente potenziale ed ad una diminuzione della componente viscosa. In pratica, per navi con forme poppiere a 'V' e per navi con bassi coefficienti di blocco le variazioni di queste componenti si compensano. Di norma, per queste navi la scia effettiva media è uguale o leggermente maggiore di quella media nominale. Al contrario, per navi con forme piene, la componente viscosa è dominante e la sua riduzione, dovuta all'influenza dell'elica, è molto significativa; in particolare quando si abbia separazione dello strato limite. Questa diminuzione fa sì che la scia media effettiva sia minore di quella nominale. La Figura 8.60 mostra la relazione statistica media tra la frazione di scia nominale e la frazione di scia effettiva, ricavata al KSRI da una generalizzazione statistica di dati sperimentali.

Da quanto detto, risulta evidente che con elica operante la velocità media  $V_A$  del suo moto rispetto al fluido differisce dalla velocità  $V$  di una quantità pari al valore della velocità di scia effettiva.

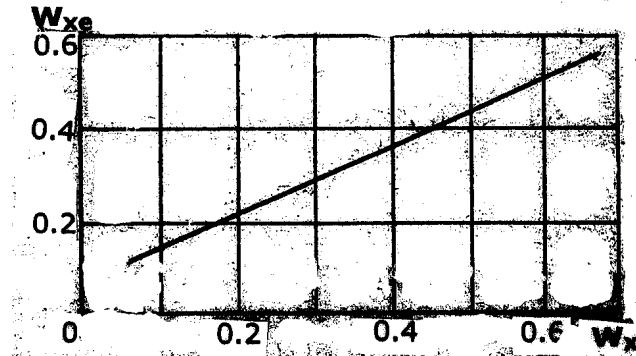


Figura 8.60. Relazione tra scia nominale e scia effettiva

### 8.12.2 Previsione della velocità effettiva

La distribuzione delle velocità intorno all'elica di una nave varia considerevolmente quando l'elica è attiva e sviluppa la spinta. La distribuzione di velocità di afflusso effettiva sperimentata dall'elica dipende dalla mutua interazione tra l'elica e lo strato limite a poppa. La frazione di scia media effettiva, ossia la scia di Taylor  $w$ , può essere derivata dalle caratteristiche di funzionamento dell'elica isolata e dai risultati della prova di autopropulsione sulla base dell'identità di spinta. Ma questa metodologia è una pratica approssimazione ingegneristica, valida solamente per prevedere la potenza assorbita ed il numero di giri dell'elica al vero.

Per navi dalle forme piene con, coefficiente di blocco variante tra 0.79 e 0.85, Welnicki (1990) ha derivato per la scia effettiva la formula

$$w_e = 1.15 C_B - 0.0881L/B \quad (8.72)$$

Teoricamente la velocità effettiva  $V_e$ , che esprime un campo di velocità virtuale, è definita come la velocità ottenuta sottraendo la velocità assiale indotta dall'elica  $u_a$  dalla velocità totale con l'elica attiva  $V_t$ , ossia come

$$V_e = V_t - u_a \quad (8.73)$$

È impossibile misurarne la distribuzione sul piano del disco-elica per le seguenti ragioni:

- in assenza di elica si misura solamente la velocità nominale;
- quando il campo di velocità è misurato con l'elica dietro carena, non si possono effettuare le misure sul piano del disco-elica;
- il campo di velocità totale misurato a proravia e/o a poppavia dell'elica include le velocità indotte dal sistema vorticoso dell'elica, e dipende, quindi, dal modello di elica utilizzato e dalle sue caratteristiche di funzionamento.

Ne consegue che occorre strutturare una *metodologia teorico–sperimentale* per passare dalla scia nominale alla scia effettiva.

Il problema della distribuzione della scia effettiva risulterebbe sostanzialmente risolto se fosse possibile determinare la complessità del flusso poppiere nave in presenza dell’elica attiva. Si possono distinguere due modi, entrambi basati su esperimenti, per prevedere la scia effettiva:

- misure del carico dell’elica, di stock o di progetto, operante nella scia da investigare;
- misure di velocità nel campo di scia là dove il flusso è influenzato dall’elica.

Il primo metodo è l’approccio classico al problema, dove nella prova di autopropulsione i valori sperimentali della spinta e del momento torcente dell’elica dietro la nave sono utilizzati in combinazione con le caratteristiche dell’elica isolata per ricavare la frazione di scia effettiva del modello  $w_m$ . Esistono tre classi di misure addizionali che possono perfezionare questo approccio, il quale, va ricordato, fornisce solamente il valore medio della scia effettiva assiale:

- misure delle distribuzioni di pressione lungo i raggi di pala e lungo le corde;
- misure della distribuzione delle tensioni di pala sul modello o sull’elica al vero, allo scopo di convertire queste informazioni in distribuzioni di pressione;
- misure delle forze e dei momenti su una pala.

Il secondo metodo va preferito in quanto, utilizzando le misure di velocità del campo di scia, fornisce informazioni dirette sul flusso. Possono essere seguite due procedure:

- previsione della scia effettiva dalle misure della distribuzione della velocità nominale;
- previsione della scia effettiva dalle misure della distribuzione della velocità totale.

Per ambedue le procedure sono richiesti strumenti teorici e sperimentali che vanno utilizzati in maniera complementare. Sebbene a questo problema idrodinamico vengano dedicati tuttora molti sforzi, non è ancora disponibile alcuna soluzione del tutto soddisfacente.

### Previsione dalle velocità nominali

In questa procedura, illustrata in Figura 8.61, inizialmente si correggono per effetto scala **(2)** i risultati delle misure della scia nominale sul modello **(1)**.

Essa richiede un processo iterativo nel quale al primo passo si ipotizza che la velocità effettiva sia uguale alla velocità nominale **(3)**. La scia effettiva viene ricavata sottraendo questa velocità dalla velocità nave **(4)**. Si può quindi progettare una nuova elica **(5)** o esaminare un’elica esistente **(6)**. La distribuzione di carico dell’elica va analizzata in ambedue i casi **(7)**, ed eventualmente confrontata con misure sperimentali **(8)**, per essere in grado di calcolare le velocità indotte **(9)**. Per esaminare il carico dell’elica occorre misurarne la spinta e/o il momento torcente.

Per il calcolo delle velocità indotte dall’elica sono disponibili diverse tecniche, quali il modello del disco attuatore, quello della linea portante o il modello della superficie portante. La determinazione dell’interazione sul piano del disco–elica richiede un modello teorico che è decisivo

per i risultati finali di questa procedura. Nelle iterazioni successive viene ottenuta una stima dell'interazione (10) che può essere aggiunta alla velocità nominale per ottenere la distribuzione della velocità effettiva (11). La procedura viene interrotta quando si raggiunge la convergenza tra la velocità effettiva calcolata nel modulo (11) e quella utilizzata al passo precedente.

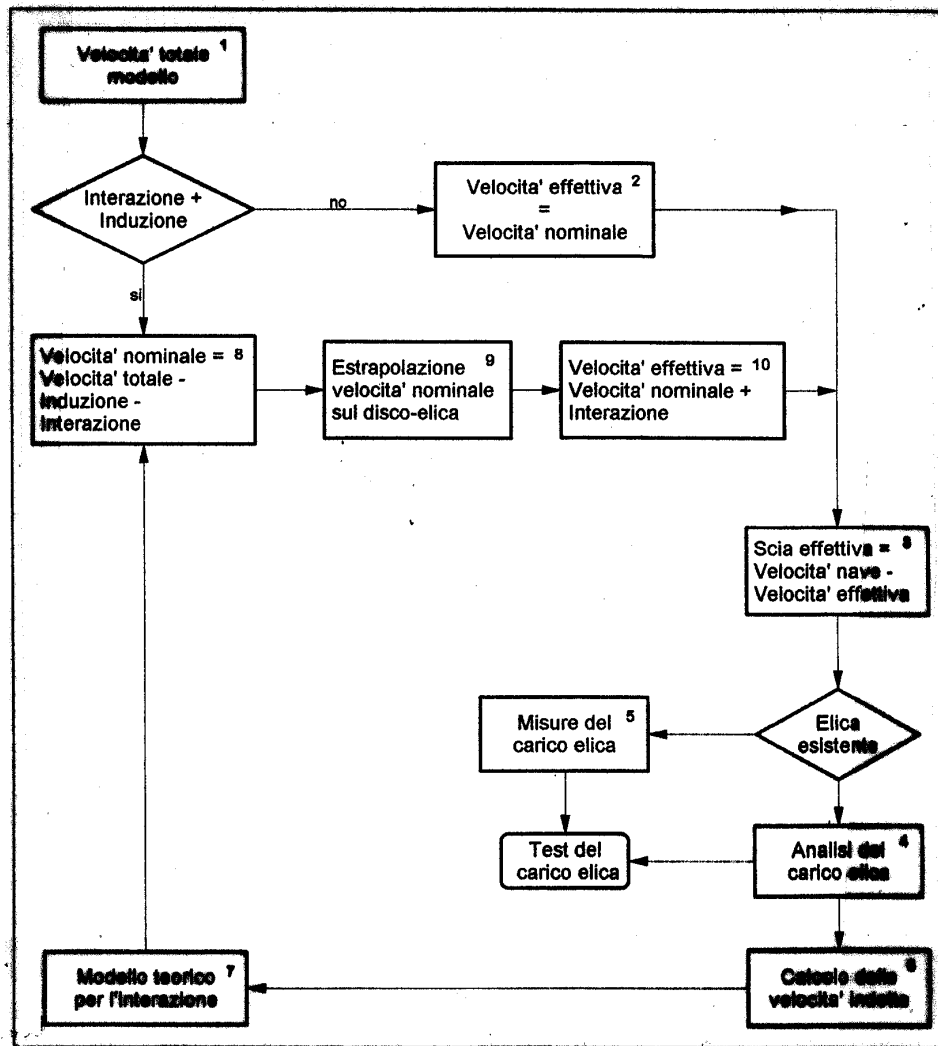


Figura 8.61. Procedura di previsione della scia effettiva dalle velocità nominali

### Previsione dalle velocità totali

La procedura è illustrata in Figura 8.62. Per effettuare le misure dei valori delle velocità totali davanti all'elica operante (1) occorre una strumentazione particolare. L'utilizzo di strumenti classici, quali i tubi di Pitot a cinque fori, è stato sostituito in molti laboratori da velocimetri laser-doppler (LDV) che consentono di misurare i profili di velocità in sezioni molto vicine all'elica.

Inizialmente non è disponibile alcuna stima delle velocità, per cui le velocità nominali sono eguagliate a quelle effettive (2). La scia effettiva è ottenuta sottraendo la velocità effettiva dalla velocità nave (3). Successivamente viene effettuata per l'elica esistente un'analisi del suo carico (4) che, se possibile, va confrontato con le misure sperimentali corrispondenti (5). Sono calcolate, quindi, le velocità indotte (6) utilizzando un adeguato modello teorico (disco attuatore, linea portante o superficie portante), il quale influenza decisamente l'accuratezza e l'affidabilità previsionale dell'interazione (7).

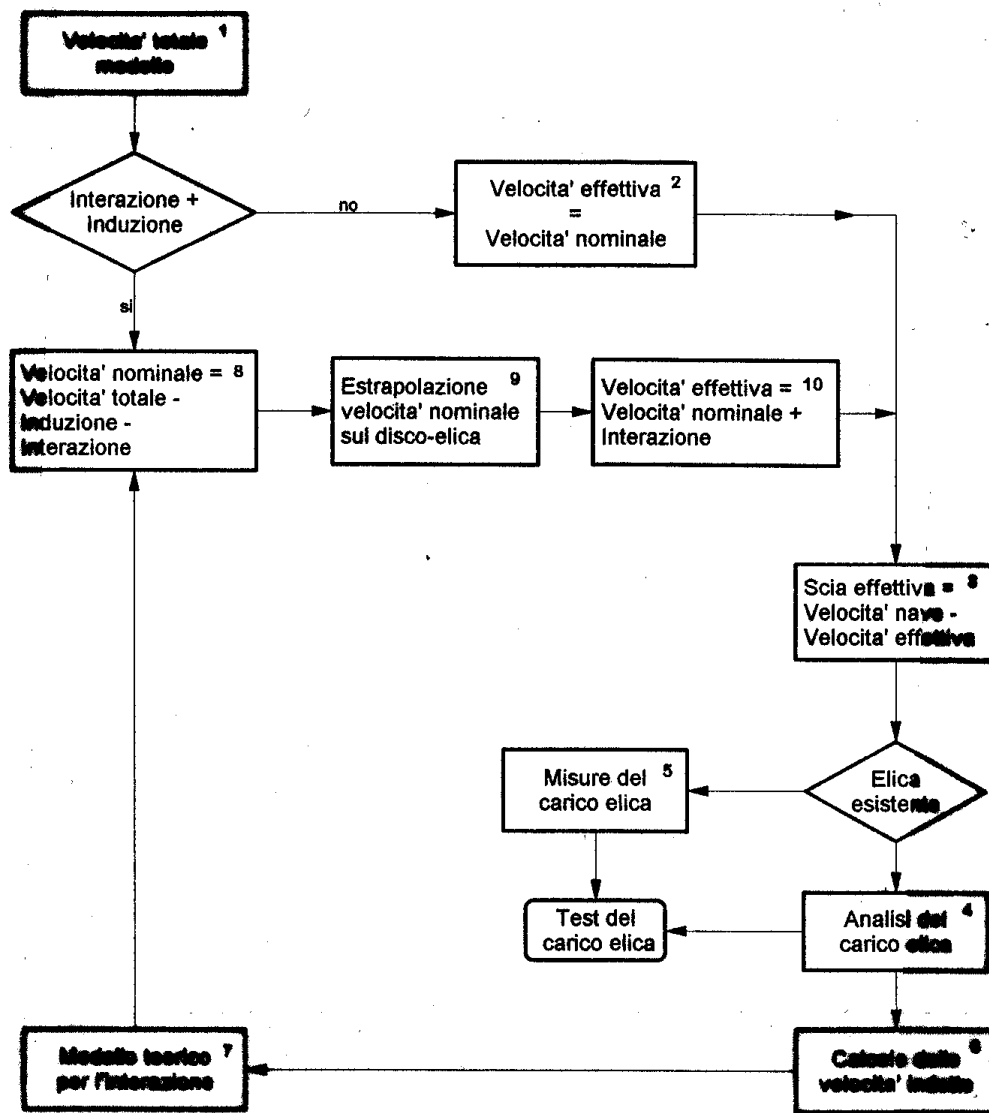


Figura 8.62. Procedura di previsione della scia effettiva dalle velocità totali

Nelle iterazioni successive è possibile ottenere le velocità nominali sottraendo dalle velocità totali le velocità indotte e l'effetto dell'interazione tra elica e strato limite (8). Nelle fasi successive (9) e (10), le velocità nominali ottenute sono estrapolate nel piano del disco-elica e,

quindi, le velocità effettive sono ottenute sommando alle velocità nominali le velocità indotte. La procedura viene interrotta quando la velocità nominale calcolata nel modulo (8) converge a quella utilizzata nel passo iterativo precedente.

La scelta del modello matematico per il progetto dell'elica dipende pesantemente dai requisiti richiesti dalla procedura. Se si ha a disposizione un modello per valutare l'effetto dell'interazione in prossimità del piano del disco-elica, è necessario effettuare le misure il più vicino possibile all'elica, il che, a sua volta, richiede un calcolo molto accurato delle velocità indotte dall'elica. Alternativamente, se si ha a disposizione un modello per l'interazione che includa il flusso anche a monte dell'elica, non occorre misurare il campo di velocità assai vicino all'elica, ed è accettabile una minore precisione nel calcolo delle velocità indotte dall'elica.

### 8.12.3 Modello teorico per l'interazione tra elica e strato limite

Alcuni studi sperimentali (Huang e Groves, 1980; Namagatsu e Takaunaga, 1987) hanno dimostrato che è sufficiente considerare l'influenza dell'elica su uno strato limite poppiero assialsimmetrico entro una zona limitata, la quale si estende a monte dell'elica per una lunghezza pari a due diametri del propulsore, e che ai confini di questa zona la velocità media circonferenziale è esattamente nulla ( $V_\theta = 0$ ) sia con l'elica operante che senza elica.

La formulazione base della teoria dell'interazione tra l'elica e lo strato limite, sviluppata da Huang e Cox (1977), si fonda sulle seguenti ipotesi fondamentali:

- il flusso è assialsimmetrico ed il fluido è non-viscoso ed incompressibile;
- l'interazione tra l'elica e lo strato limite è considerata non-viscosa, per cui sono trascurati sia gli sforzi turbolenti di Reynolds che le perdite viscosse indotte dal propulsore;
- per lo strato limite nominale è ritenuta valida l'approssimazione dello strato limite, in base al quale è  $\partial V_r / \partial x \ll \partial V_x / \partial r$ ;
- a monte dell'elica, dove il campo delle velocità indotte dalla stessa è irrotazionale, la stessa non fornisce alcuna energia al fluido; in altri termini, l'interazione tra l'elica e lo strato limite nella zona di poppa è trascurabile.

È noto che l'equazione vettoriale che governa il moto stazionario di un fluido ideale è data da:

$$\vec{V} \times \vec{\omega} = \frac{1}{\rho} \text{grad}H \quad (8.74)$$

dove  $\vec{V}$  è la velocità del fluido,  $\vec{\omega} = \nabla \times \vec{V} = \text{rot} \vec{V}$  è il vettore vorticità,  $H = p + \frac{1}{2}\rho V^2$  è il battente totale,  $\rho$  è la densità di massa e  $p$  è la pressione statica.

Se si considerano, in un sistema di coordinate cilindriche  $(x, \theta, r)$ , le componenti della velocità del fluido  $\vec{V}(V_x, V_\theta, V_r)$ , nell'ambito di una teoria bidimensionale ( $V_\theta = 0$ ) le componenti assiale e radiale della velocità nominale possono essere espresse tramite la funzione di corrente  $\psi$  come

$$V_x = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \quad , \quad V_r = -\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial x}$$



Si può allora esprimere la componente assiale dell'equazione (8.74) come

$$V_x \left( \frac{\partial V_x}{\partial r} - \frac{\partial V_r}{\partial x} \right) = \frac{1}{\rho} \frac{\partial H}{\partial \psi} \cdot \frac{\partial \psi}{\partial r} = \frac{r V_x}{\rho} \cdot \frac{\partial H}{\partial \psi} \quad (8.75)$$

Poiché le velocità del flusso crescono a causa dell'azione dell'elica, le superfici di corrente risulteranno spostate verso la superficie di carena. Come mostrato in Figura 8.63, in una certa sezione una qualsiasi linea di corrente, distante  $r$  dalla superficie del corpo, si sposta verso il corpo ad una distanza  $r_p$ , per cui la velocità totale  $V_p$  della nuova linea di corrente, con l'elica operante, diviene maggiore della velocità nominale  $V_x$ . La velocità totale  $V_p$ , misurata davanti all'elica, è definita anche *velocità apparente totale*.

Poiché l'elica non cede alcuna energia al fluido a monte e poiché è stato ipotizzato che non esista alcuna perdita viscosa dovuta agli effetti di induzione dell'elica, il battente di pressione totale entro un certo anello di corrente a monte dell'elica rimane costante sia con l'elica operante, sia senza elica; per questo motivo, a monte dell'elica risulta essere

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial H}{\partial \psi} = \frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial H}{\partial \psi} \right)_p$$

o dall'equazione (8.75), moltiplicando per  $\frac{1}{r \cdot V_x}$ , si ottiene

$$\frac{\omega_\theta}{r} = \frac{1}{r} \frac{\partial V_x(r)}{\partial r} - \frac{\partial V_r(r)}{\partial x} = \frac{1}{r_p} \left\{ \frac{\partial V_p(r_p)}{\partial r_p} - \frac{\partial [V_r(r_p) + u_r(r_p)]}{\partial x} \right\} \quad (8.76)$$

dove  $\omega_\theta$  è la componente tangenziale del vettore vorticità ( $\text{rot } \vec{V}$ ).

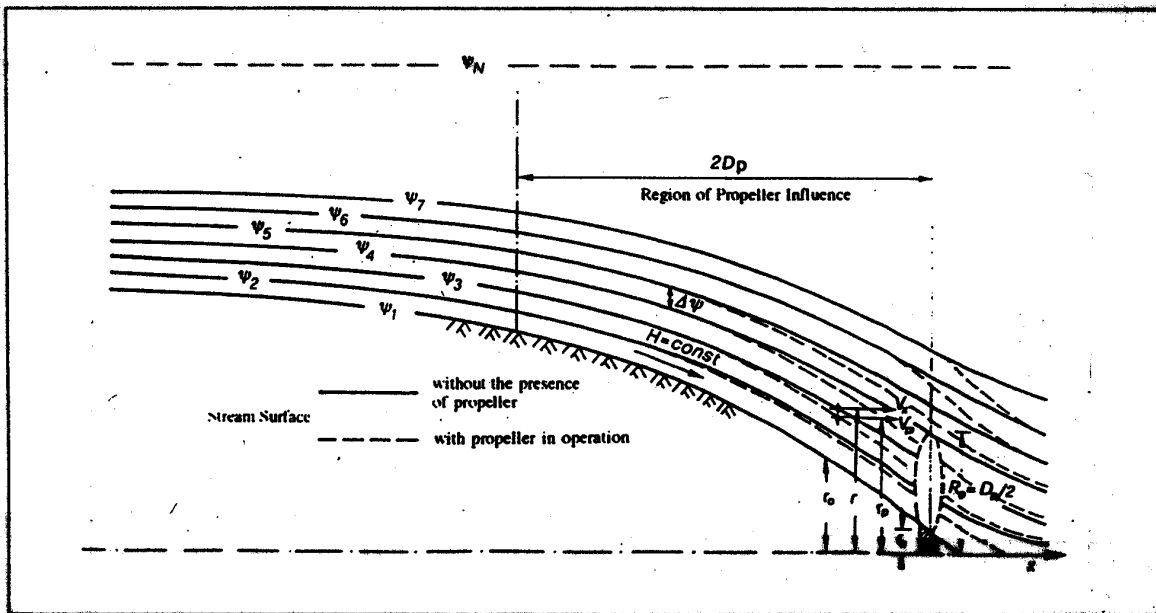


Figura 8.63. Schema del modello dell'interazione tra elica e strato limite

Il valore di  $\omega_\theta/r$  deve essere perciò conservato lungo l'anello di corrente sia con l'elica operante che senza elica. La velocità radiale con l'elica operante viene assunta pari a  $(V_r + u_r)$ , dove  $V_r$  è la velocità radiale del flusso senza elica, mentre  $u_r$  è la velocità radiale media circonferenziale indotta dall'elica.

Poiché è stato ipotizzato che il campo delle velocità indotte dall'elica sia irrotazionale, occorre imporre la condizione di continuità, per cui è

$$(\text{rot } \vec{u}_i)_\theta = (\nabla \times \vec{u}_i)_\theta = \frac{\partial u_r}{\partial x} - \frac{\partial u_a}{\partial r_p} = 0 \quad \Longrightarrow \quad \frac{\partial u_r}{\partial x} = \frac{\partial u_a}{\partial r_p} \quad (8.77)$$

dove  $u_i$  e  $u_a$  sono rispettivamente la velocità totale e la velocità assiale media circonferenziale indotte dall'elica.

Introducendo la condizione (8.77) nell'equazione (8.76) si ricava una relazione semplice che fornisce la posizione della nuova linea di corrente

$$\frac{1}{r} \frac{\partial V_x}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial V_r(r)}{\partial x} = \frac{1}{r_p} \left\{ \frac{\partial V_p(r_p)}{\partial r_p} - \left[ \frac{\partial V_r(r_p)}{\partial x} + \frac{\partial u_r(r_p)}{\partial x} \right] \right\}$$

ovvero

$$\frac{1}{r} \frac{\partial V_x}{\partial r} = \frac{1}{r_p} \left[ \frac{\partial V_p(r_p)}{\partial r_p} - \frac{\partial u_a(r_p)}{\partial r_p} \right] - \left[ \frac{1}{r_p} \frac{\partial V_r(r_p)}{\partial x} - \frac{1}{r} \frac{\partial V_r(r)}{\partial x} \right] \quad (8.78)$$

dove i valori di  $r$  e  $r_p$  sono uguali sulla superficie del corpo.

Si osservi che è stato ipotizzato che per i profili della velocità nominale sia valida l'approssimazione dello strato limite. Questa ipotesi fu testata sperimentalmente da Huang e Groves (1980) per il campo di scia nominale su alcuni modelli di nave. Fu riscontrato che i valori di  $(\partial V_r/\partial x)$ , determinati mediante le misure di velocità dietro due modelli di nave, erano minori di  $0.05 \cdot (\partial V_x/\partial r)$ .

Fu verificato anche che la velocità radiale  $V_r$  varia molto lentamente attraverso lo strato limite. Inoltre, se il valore di  $(r - r_p)/r$  rappresenta la variazione percentuale della posizione radiale di una data linea di corrente in assenza dell'elica rispetto a quando l'elica è operante, si è determinato che questo valore è inferiore a 0.2 per la maggior parte dei casi considerati. Perciò, poiché l'ordine di grandezza dell'ultimo termine nell'equazione (8.78) può essere trascurato essendo

$$\frac{\frac{1}{r_p} \frac{\partial V_r(r_p)}{\partial x} - \frac{1}{r} \frac{\partial V_r(r)}{\partial x}}{\frac{1}{r} \frac{\partial V_x}{\partial r}} \approx \frac{\frac{\partial V_r(r)}{\partial x} \cdot \frac{r - r_p}{r \cdot r_p}}{\frac{1}{r} \frac{\partial V_x}{\partial r}} < 0.1$$

l'equazione (8.78) si riduce alla forma

$$\frac{1}{r} \frac{\partial V_x}{\partial r} = \frac{1}{r_p} \left( \frac{\partial V_p}{\partial r_p} - \frac{\partial u_a}{\partial r_p} \right) \quad (8.79)$$

Ma in un dato anello di corrente il flusso di massa è costante sia con l'elica operante che senza elica, per cui in una qualsiasi posizione longitudinale  $x$  si può scrivere

$$d\psi = r \cdot V_x dr = r_p \cdot V_p dr_p \quad (8.80)$$

Inserendo quest'ultima espressione nell'equazione (8.79) trasformata preventivamente nella

$$\frac{r_p}{r} \cdot \frac{\partial V_x}{\partial r} = \frac{\partial(V_p - u_a)}{\partial r_p}$$

si ricava

$$\frac{V_x}{V_p} \cdot \frac{\partial V_x}{\partial r} \cdot \frac{dr}{dr_p} = \frac{\partial(V_p - u_a)}{\partial r_p} \quad (8.81)$$

ovvero

$$V_x \cdot \frac{\partial V_x}{\partial r} dr = V_p \cdot \frac{\partial(V_p - u_a)}{\partial r_p} dr_p$$

dalla quale in forma differenziale

$$V_x \cdot dV_x = V_p \cdot d(V_p - u_a) \quad (8.82)$$

Le equazioni (8.80) e (8.82) sono le *equazioni che governano l'interazione tra l'elica e lo strato limite..*

Alquanto all'esterno dello strato limite, ossia per  $r \rightarrow \infty$ , il flusso è uniforme, senza alcuna vorticità irrotazionale, per cui è  $dV_x = 0$ ; dall'equazione (8.81) deriva quindi che è  $d(V_p - u_a) = 0$ , ossia  $V_p - u_a = \text{cost.} = V$ , da cui  $V_p = V + u_a$ . Ed essendo  $u_a = 0$  per  $r \rightarrow \infty$ , risulta essere  $V_p = V$ . Analogamente, per un'elica isolata in flusso uniforme deve essere  $dV_x = 0$  nell'equazione (8.82), per cui è  $V_p = V + u_a$ . La velocità totale  $V_p$  per un'elica isolata in flusso uniforme è la somma della velocità uniforme  $V$  e della velocità indotta dall'elica  $u_a$  senza alcuna interazione.

### Calcolo della velocità nominale irrotazionale

Se il campo di velocità nominale è irrotazionale, il lato sinistro dell'equazione (8.76) deve essere nullo, per cui il lato destro della stessa equazione diviene

$$\frac{\partial V_p(r_p)}{\partial r_p} - \frac{\partial V_r(r_p)}{\partial x} - \frac{\partial u_r(r_p)}{\partial x} = 0 \quad (8.83)$$

Utilizzando la condizione di irrotazionalità, espressa dall'equazione (8.77), sia alla velocità nominale che al campo delle velocità indotte dall'elica, si ricava

$$\frac{\partial u_r(r_p)}{\partial x} = \frac{\partial u_a(r_p)}{\partial r_p} \quad \text{e} \quad \frac{\partial V_r(r_p)}{\partial x} = \frac{\partial V_x(r_p)}{\partial r_p}$$

per cui l'equazione (8.83) diviene

$$\frac{\partial V_p(r_p)}{\partial r_p} - \frac{\partial V_x(r_p)}{\partial r_p} - \frac{\partial u_a(r_p)}{\partial r_p} = 0$$

ovvero

$$\frac{\partial}{\partial r_p} [V_p(r_p) - V_x(r_p) - u_a(r_p)] = 0$$

da cui, infine, si ottiene

$$V_p(r_p) = V_x(r_p) + u_a(r_p) \quad (8.84)$$

Si può quindi concludere che la velocità totale  $V_p$  per un'elica operante in un campo di velocità nominale irrotazionale è la somma della corrispondente velocità nominale e della velocità indotta dall'elica senza alcuna interazione addizionale.

### Calcolo della velocità effettiva

Per progettare l'elica, nella migliore delle ipotesi, è disponibile solamente la distribuzione di velocità nominale misurata sul modello. La distribuzione di velocità nominale al vero può essere stimata applicando uno dei metodi di scalaggio descritti in precedenza. Se, come accade nell'equazione (8.73) la velocità effettiva è definita come la velocità totale con l'elica operante ridotta della velocità assiale indotta dall'elica, l'equazione (8.82) diviene

$$V_x dV_x = (V_e + u_a) dV_e \quad (8.85)$$

A grandi distanze radiali dall'asse dell'elica ( $r \rightarrow \infty$ ) i valori delle velocità indotte dal propulsore divengono nulli, per cui la velocità effettiva  $V_e$  diviene eguale alla velocità nominale  $V_x$ .

La forma alle differenze finite dell'equazione (8.85) può essere scritta come

$$[V_{x_{i+1}} + V_{x_i}] [V_{x_{i+1}} - V_{x_i}] = [V_{e_{i+1}} + u_{a_{i+1}} + V_{e_i} + u_{a_i}] (V_{e_{i+1}} - V_{e_i})$$

ovvero

$$V_{e_i} = \sqrt{\left( V_{e_{i+1}} + \frac{u_{a_{i+1}} + u_{a_i}}{2} \right)^2 + (V_{x_{i+1}}^2 - V_{x_i}^2)} - \frac{u_{a_{i+1}} + u_{a_i}}{2} \quad (8.86)$$

In effetti, la distribuzione di velocità nominale è nota dal raggio più interno dell'elica ad una posizione radiale abbastanza grande, dove risulti nulla la velocità assiale  $u_a$  indotta dall'elica: in pratica, per  $r_{max} \geq 3.0R$ , dove  $R$  è il raggio dell'elica. Il valore della velocità effettiva in quel punto è uguale alla velocità nominale ( $V_e = V_x$ ). Questa condizione può essere utilizzata per determinare la velocità effettiva dall'equazione (8.86), passo per passo, dalla posizione radiale iniziale più esterna verso la superficie del corpo, ossia fino al raggio del mozzo. Di solito, allo scopo di evitare un numero di punti inutilmente eccessivo della griglia computazionale vicino

alla superficie del corpo. le velocità nominali sul mozzo, anzichè nulle, sono considerate pari ai valori estrapolati linearmente delle velocità nominali misurate vicino alla superficie stessa.

Nel progetto dell'elica e per la previsione di potenza, poiché la velocità indotta  $u_a$  non è nota inizialmente, occorre ricorrere ad una procedura iterativa. Ad ogni iterazione, la velocità assiale media circonferenziale  $u_a$ , indotta dall'elica, sarà assunta costante entro lo stesso anello di corrente.

### Calcolo della velocità totale apparente e della sua nuova posizione radiale

Come detto, è impossibile misurare la velocità totale sul piano del disco–elica. Allo scopo di validare il metodo teorico, va effettuato un confronto tra i valori della velocità totale  $V_p$  ottenuti per via teorica e quelli misurati sperimentalmente immediatamente a monte dell'elica. La velocità totale apparente è calcolata come  $V_p = V_e + u_a$ , dove, punto per punto,  $V_e$  viene ottenuta mediante l'equazione (8.86), mentre i valori della velocità indotta dall'elica  $u_a$  devono essere calcolati nella posizione alla quale vengono misurate le velocità totali. La nuova posizione radiale di  $V_p$  può essere ottenuta dall'equazione (8.80). La velocità nominale  $V_x$  può essere approssimata con molta accuratezza per un piccolo incremento del raggio  $dr$  come funzione lineare di  $r$ . Sebbene la velocità sulla parete sia nulla, il profilo di velocità può essere estrapolato linearmente verso la parete, ottenendo così una velocità non nulla sulla parete. Poiché  $V_x$  e  $V_p$  possono essere approssimate localmente da una funzione lineare di  $r$  e  $r_p$ , il flusso di massa costante entro gli anelli del tubo di flusso, i cui spessori con elica operante e senza elica valgono rispettivamente

$$dr = r_{i+1} - r_i \quad \text{e} \quad dr_p = r_{p_{i+1}} - r_{p_i}$$

può essere ottenuto integrando l'equazione (8.80), come

$$\psi_{i+1} - \psi_i = \Delta\psi_i = \int_{r_i}^{r_{i+1}} r \cdot V_x dr = \int_{r_{p_i}}^{r_{p_{i+1}}} r_p \cdot V_p dr_p \quad (8.87)$$

essendo

$$V(r) = V_i + [(r - r_i)(r_{i+1} - r_i)](V_{i+1} - V_i) \quad \text{con} \quad r_i \leq r \leq r_{i+1}$$

L'equazione (8.80) può essere trasformata, quindi, nella forma alle differenze finite come

$$\begin{aligned} & \left( r_{i+1}^2 - r_i^2 \right) \left[ (2V_{x_{i+1}} + V_{x_i}) - (V_{x_{i+1}} - V_{x_i}) \frac{r_i}{r_{i+1} + r_i} \right] = \\ & \left( r_{p_{i+1}}^2 - r_{p_i}^2 \right) \left[ (2V_{p_{i+1}} + V_{p_i}) - (V_{p_{i+1}} - V_{p_i}) \frac{r_{p_i}}{r_{p_{i+1}} + r_{p_i}} \right] \end{aligned} \quad (8.88)$$

La condizione per cui è  $r_i = r_{p_i}$  sul raggio del mozzo può essere utilizzata per risolvere la relazione (8.88) rispetto a  $r_{p_{i+1}}$  passo per passo dalla superficie dell'elica verso l'esterno come

$$r_{p_{i+1}} = \frac{r_{p_i}(V_{p_{i+1}} - V_{p_i}) + \sqrt{[r_{p_i}(V_{p_{i+1}} - V_{p_i})]^2 + 4(2V_{p_{i+1}} - V_{p_i})[r_{p_i}^2(V_{p_{i+1}} + 2V_{p_i}) - K]}}{2(2V_{p_{i+1}} - V_{p_i})} \quad (8.89)$$

dove

$$K = (r_{i+1}^2 - r_i^2) \cdot (2V_{x_{i+1}} + V_{x_i}) - r_i(V_{x_{i+1}} - V_{x_i}) \cdot (r_{i+1} - r_i)$$

Sia la velocità effettiva  $V_{e_i}$  che la nuova posizione radiale relativa della velocità totale  $V_{p_{i+1}} = V_{e_{i+1}} + u_{a_{i+1}}$  sono ottenibili come semplici soluzioni delle equazioni (8.86) e (8.89).

La velocità effettiva, indipendente da  $r_p$ , viene risolta verso l'interno a partire da una posizione radiale assai esterna, dove la velocità indotta dall'elica è nulla. Una volta ottenuti i valori di  $V_e$ , la nuova posizione radiale  $r_p$  può essere ottenuta a partire dal raggio del mozzo verso l'esterno. Queste due soluzioni sono disaccoppiate, il che implica che non occorre introdurre alcuna procedura numerica iterativa.

### Calcolo dell'interazione elica-carena

Per la progettazione dell'elica, quando sia nota la distribuzione di scia nominale insieme alla spinta dell'elica ad una data velocità ( $C_T$ ) o alla potenza asse sviluppata ( $C_P$ ), può essere sviluppata una procedura come quella illustrata nel diagramma di flusso riportato in Figura 8.64.

I passi rilevanti della procedura sono i seguenti:

- la distribuzione della scia nominale modello **(1)** viene trasformata in quella al vero introducendo l'effetto scala **(2)**.
- nel primo passo la distribuzione della velocità effettiva viene considerata proporzionale alla distribuzione della velocità nominale al vero **(3)** come

$$V_e(r_p) = C_v \cdot V_x(r_p) \quad \text{dove} \quad C_v = \frac{1 - w_e}{1 - w_x}$$

- il progetto dell'elica adattata alla scia effettiva stimata **(4)** può essere effettuato applicando uno schema di linea portante; l'elica deve produrre la spinta desiderata **(5)**.
- nel modulo **(6)** viene utilizzato un metodo appropriato per calcolare la velocità assiale media indotta dall'elica in base alla distribuzione di circolazione  $\Gamma$  stimata.
- nel modulo **(8)** viene calcolata la nuova distribuzione della velocità effettiva, utilizzando nella prima iterazione l'equazione (8.86).
- la nuova distribuzione della scia effettiva, derivata in base alla scia nominale ed alla velocità assiale indotta dall'elica, viene utilizzata per progettare nuovamente l'elica, ripetendo la procedura a partire dal modulo **(4)** fino a raggiungere la convergenza dei valori di  $\Gamma$  e  $u_a$  **(7)**; in generale, due iterazioni sono sufficienti a livello del progetto preliminare.

- nel modulo (9) vengono calcolate le nuove posizioni delle velocità effettive in base all'equazione (8.89); possono essere derivate, infine, la velocità media effettiva circonferenziale e la scia effettiva media volumetrica.

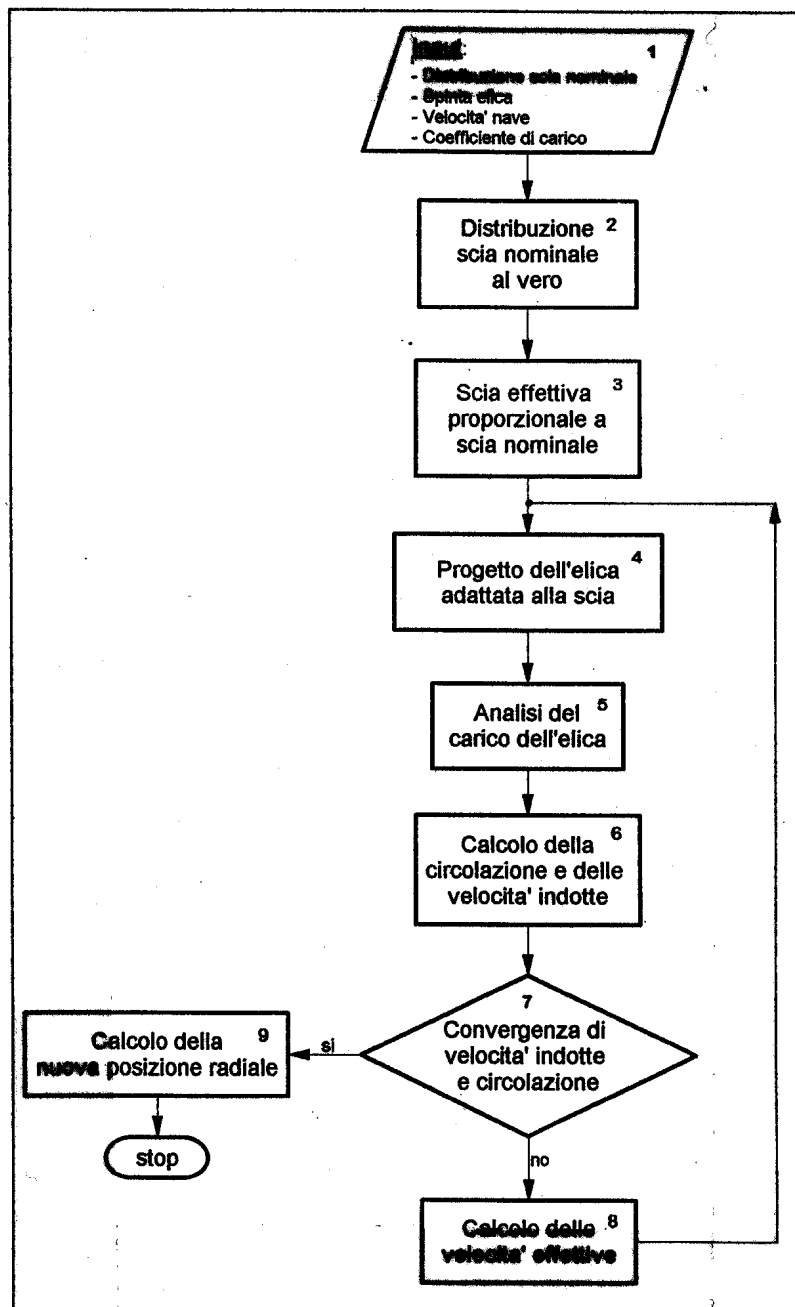


Figura 8.64. Procedura per il calcolo dell'iterazione elica-carena

### 8.13 Fattore di deduzione di spinta

Quando l'acqua fluisce intorno alla carena di una nave che è rimorchiata e che non abbia un'elica installata, si crea un campo di pressione le cui caratteristiche dipendono dalle forme di carena. Se sulla stessa nave si installa un'elica e la nave avanza alla stessa velocità, il campo di pressione intorno alla carena cambia a causa dell'azione dell'elica. L'elica aumenta le velocità del flusso sulla superficie di carena a poppa riducendone, quindi, il campo di pressione locale. Ciò ha l'effetto di aumentare la resistenza della nave rispetto alla resistenza misurata nella prova di rimorchio; questa variazione può essere espressa come

$$T = R(1 + a_R) \quad (8.90)$$

dove  $T$  è la spinta richiesta all'elica e  $a_R$  è il fattore di aumento della resistenza. Un modo alternativo di esprimere l'equazione (8.90) è quello di considerare la resistenza come spinta effettiva dell'elica, ridotta rispetto alla spinta nominale dell'elica stessa per effetto dell'accelerazione del flusso davanti all'elica stessa. Questa accelerazione produce due effetti;

- aumentano le tensioni di taglio nello strato limite facendo crescere la resistenza d'attrito;
- diminuisce la pressione a poppa con conseguente aumento della resistenza

Si può quindi definire la relazione

$$R = T(1 - t) \quad (8.91)$$

dove  $t$  è il *fattore di deduzione di spinta*.

La relazione tra il fattore di deduzione di spinta e il fattore di incremento della resistenza può essere derivato dalle equazioni (8.90) e (8.91) come

$$a_r = \frac{t}{1 - t} \quad \implies \quad t = \frac{a_r}{1 + a_r}$$

Se si effettuano prove sperimentali di resistenza e di autopropulsione su modello, il fattore di deduzione di spinta può essere determinato dalla relazione

$$t = \frac{T_m + F_d - R_c}{T_m}$$

dove  $T_m$  è la spinta modello misurata nella prova di autopropulsione,  $F_d$  è la forza di correlazione che tiene conto del diverso coefficiente di viscosità tra modello e nave al vero, mentre  $R_c$  è la resistenza corretta per effetto della differenza di temperatura tra la prova di resistenza e quella di autopropulsione, calcolata come

$$R_c = \frac{(1 + k)C_{F_{mc}} + C_R}{(1 + k)C_{F_m} + C_R} R_{T_m}$$

dove  $C_{F_{mc}}$  è il coefficiente di resistenza d'attrito alla temperatura della prova di autopropulsione.



### 8.13.1 Componenti del fattore di deduzione di spinta

Analogamente alla frazione di scia, il fattore di deduzione di spinta può essere divisa in tre componenti; rispettivamente, la frazione di deduzione potenziale, viscosa e d'onda, ossia

$$t = t_p + t_v + t_w \quad (8.92)$$

#### Fattore di deduzione di spinta potenziale

Fresenius (1921) fu il primo a distinguere chiaramente tra flusso viscoso e flusso potenziale dietro una carena, dimostrando così la differenza fondamentale nell'interazione tra elica e carena in questi due mondi.

In un flusso ideale l'energia necessaria a muovere un corpo solido contro una forza  $R$  ad una velocità  $V$  deve essere uguale alla potenza sviluppata dall'elica

$$R \cdot V = T \cdot V_A$$

Da questa relazione si può facilmente dedurre che è

$$1 - t_p = 1 - w_p \quad \Rightarrow \quad t_p = w_p$$

Successivamente altri ricercatori (Dickmann, Helmbold) dimostrarono che questa semplice relazione non teneva conto adeguatamente dei vari fenomeni che si manifestano su una nave propulsa da un'elica. In base a considerazioni teoriche derivarono che il carico dell'elica e le forme di carena influenzano la relazione tra scia potenziale e deduzione di spinta potenziale.

Poiché il metodo per la determinazione della scia potenziale non è molto accurato, la differenza nel fattore di deduzione della spinta potenziale tra Fresenius e Dickmann non è di importanza pratica. Si può conservare, quindi, la formula di Fresenius

$$t_p = w_p \quad (8.93)$$

Esistono numerosi metodi per la determinazione della scia potenziale in un flusso viscoso. Il primo fu quello di Helmbold (1931), che separò le componenti di scia determinando la scia totale mediante misure sul modello in marcia avanti e marcia indietro. La prima misurazione indicava la scia totale, la seconda la scia potenziale; la differenza, seppure ignorando la scia d'onda, forniva la scia d'attrito. Questo metodo è attraente grazie alla sua semplicità, anche se non è teoricamente corretto a causa della mutua influenza tra le componenti di scia, che varia considerevolmente se una o più delle componenti sono eliminate o modificate. Per questa ragione Helmbold propose un secondo metodo basato sull'equazione di Bernoulli. La pressione statica del flusso sul disco-elica, così come la pressione totale del flusso indisturbato a grande distanza dietro il modello, sono misurate mediante tubi di Pitot. Si ipotizza che la differenza tra queste pressioni sia una misura della scia potenziale. Questo metodo è accettabile in quanto in un campo di velocità illimitato i fenomeni viscosi si manifestano come variazioni di velocità,

essendo le variazioni di pressione marginali. Un ulteriore vantaggio di questo metodo è che consente di determinare le velocità di scia locali.

### Fattore di deduzione di spinta d'onda

Il sistema ondoso in prossimità della poppa di una nave è influenzato dall'azione dell'elica. Ciò causa una variazione nella resistenza d'onda e rende possibile spiegare fisicamente il concetto di deduzione di spinta d'onda.

Dickmann (1939) dimostrò sia teoricamente, sia sperimentalmente, che il sistema d'onda generato dall'elica è piccolo quando opera ad un'immersione normale. Eventuali variazioni della scia potenziale, risultanti dall'azione dell'elica, sono concentrati nell'immediata vicinanza dell'elica, per cui hanno un'influenza marginale sul sistema d'onda. Quindi, per forme di carena convenzionali e condizioni di carico normali la deduzione di spinta d'onda può essere trascurata.

### Fattore di deduzione di spinta viscoso

Per considerare il caso della deduzione di spinta in un flusso puramente viscoso, Fresenius (1921) assunse un corpo ipotetico che consisteva di un numero di lastre cilindriche concentriche molto sottili, sistemate con i loro assi in direzione del flusso. Il corpo era propulso da un'elica coassiale.

Il fluido a riposo davanti al corpo acquistava una certa velocità causata dalle forze d'attrito lungo le lastre, così che il fluido a valle del corpo possedeva una certa quantità di energia cinetica. Il fluido era accelerato in direzione opposta dall'elica, ed il risultato fu che l'energia cinetica del fluido diminuiva. Il risultato fu che, considerata relativamente, l'elica presentava una perdita a valle; viceversa, se considerata in assoluto, l'elica incrementava l'energia in ingresso.

Se si ipotizza che l'elica sia situata a grande distanza dietro il corpo, l'influenza dell'accelerazione assiale, risultante dalla sua azione, non sarà percettibile sul corpo stesso. La spinta dell'elica è allora eguale alla resistenza del corpo e si può scrivere il rendimento propulsivo totale come

$$\eta_D = \frac{R \cdot V}{P_D} = \frac{V}{V_A} \cdot \frac{R}{T} \cdot \frac{V_A \cdot T}{P_D} = \frac{1 - t}{1 - w_v} \cdot \eta_0$$

Il rendimento propulsivo è, quindi, influenzato favorevolmente dalla scia viscosa. Comunque, se l'elica è sistemata vicino al corpo, la resistenza d'attrito del corpo può aumentare per effetto della maggiore velocità dell'acqua che affluisce all'elica.

Dickmann (1939) dedusse teoricamente che il fattore di deduzione di spinta viscoso è minore di 0.01, per cui può essere trascurato. Allo scopo assunse un'elica ideale sistemata dietro una lunga lastra piana e calcolò l'aumento della resistenza d'attrito, trascurando i termini di secondo ordine delle velocità indotte assiali. Dickmann trascurò, quindi, la disomogeneità circonferenziale del campo di velocità e considerò solamente le variazioni di velocità dovute all'azione dell'elica all'esterno dello strato limite. La sua conclusione, secondo la quale la deduzione di

spinta consiste principalmente della deduzione di spinta potenziale, e che sia la deduzione di spinta d'onda che quella viscosa sono abbastanza piccole da potere essere trascurate, si applica solamente ad un campo di flusso omogeneo o disomogeneo solo radialmente. Ma tale conclusione è basata su una modellazione troppo semplice dei fenomeni prevalenti.

Le formule di Dickmann, che portavano a valori della frazione di scia potenziale pari al 50% dei valori misurati del fattore di deduzione di spinta, erano corrette solamente per valori effettivi della scia potenziale. Si suppose, quindi, che l'azione dell'elica sia in grado di influenzare i fenomeni del flusso dietro la nave in maniera tale che la differenza tra la scia potenziale nominale e la scia potenziale effettiva sia molto grande, grazie alla disomogeneità circonferenziale del campo di scia. Tali differenze potrebbero presentarsi solamente se una separazione dello strato limite fosse cancellata dall'azione dell'elica. Ma ciò può accadere solamente su carene di navi ad alto coefficiente di blocco. Infine, le formule di Dickmann non tenevano conto che la resistenza dovrebbe decrescere a causa della migliore aderenza dello strato limite.

Van Lammeren (1940) condivise l'idea corretta che il fattore di deduzione di spinta di una nave dipende soprattutto dalla disomogeneità circonferenziale del campo di velocità. Meno accettabili sono le sue conclusioni secondo le quali il fattore di deduzione di spinta è praticamente indipendente dalla frazione di scia potenziale ed il fattore di deduzione di spinta viscoso è molto piccolo e può essere trascurato. Durante i suoi esperimenti Van Lammeren variò solamente la scia potenziale introducendo un corpo di rivoluzione dietro il modello e variò successivamente e separatamente la rugosità della superficie del modello. In altri termini, suppose queste due componenti di scia indipendenti l'una dall'altra, il che è scorretto.

Mentre Dickmann e Van Lammeren considerarono molto piccolo, e quindi praticamente trascurabile, il fattore di deduzione di spinta viscoso, Weitbrecht (1941) arrivò teoricamente ad una conclusione opposta. Nei suoi calcoli tenne conto della distanza dell'elica dalla carena. Considerò la deduzione di spinta costituita dalla deduzione di spinta potenziale e dalla deduzione di spinta viscosa. I risultati dei suoi calcoli mostrarono che il fattore di deduzione di spinta viscoso è pari al 20–30% del fattore di deduzione di spinta totale.

Le esperienze decennali su modelli di carena hanno dimostrato che la scia viscosa si estende fino ai raggi più esterni dell'elica, producendo un campo di velocità circonferenzialmente disomogeneo. È risultato evidente che nella zona della maggiore scia viscosa, con un corrispondente carico molto elevato degli elementi di pala, il fattore di deduzione di spinta è abbastanza rilevante da non potere essere trascurato. Le variazioni di velocità prodotte dall'azione dell'elica si manifestano tutte entro lo strato limite.

Si può concludere che la parte del fattore di deduzione di spinta prodotta dalla disomogeneità circonferenziale del campo di velocità è costituita principalmente dal fattore di deduzione di spinta viscoso.

### 8.13.2 Stima euristica del fattore di deduzione di spinta

Il fattore di deduzione di spinta è legato alla frazione di scia, in quanto un'elevata frazione di scia è associata ad un valore elevato fattore di deduzione di spinta, tranne che per le navi con elevato  $C_B$ . Il suo valore dipende in certa misura dal posizionamento del timone rispetto alla linea d'assi.

In assenza di prove su modelli, si può ottenere una stima del fattore di deduzione di spinta dai lavori, tra gli altri, di Harvald (1977), di Holtrop (1978), di Welnicki (1990).

#### MARIN

Il metodo di Holtrop fornisce le seguenti formule di regressione

$$t = \frac{0.25014 (B/L)^{0.28956} (\sqrt{B \cdot T}/D)^{0.2624}}{(1 - C_P + 0.0225 LCB)^{0.01762}} + 0.015 C_{st} \quad \text{per navi monoelica} \quad (8.94)$$

$$t = 0.325 C_B - 0.18885 D/\sqrt{B \cdot T} \quad \text{per navi bielica} \quad (8.95)$$

Il valore del parametro  $C_{st}$  nell'equazione (8.94) è desumibile dalla Tabella 8.1.

#### DMI

L'approccio di Harvald per il calcolo del fattore di deduzione di spinta prevede di derivarlo come somma di tre componenti separate

$$t = t_1 + t_2 + t_3 \quad (8.96)$$

dove  $t_1$ ,  $t_2$  e  $t_3$  sono rispettivamente il valore base derivato dai parametri di forma di carena, una correzione per il tipo di forma delle sezioni poppiere ed una ulteriore correzione che è funzione del rapporto tra diametro dell'elica e lunghezza nave. I valori di questi addendi, relativi a navi monoelica, sono riprodotti in Figura ??.

Kristensen e Lützen (2013) hanno formulato le tre suddette componenti come

$$t_1 = 0.625 B/L + 0.08 + \frac{0.165 - 0.25 B/L}{(0.98 - C_B^2) \cdot [5.25 - 8060 B/L + 20300 (B/L)^2] + 1}$$

$$t_2 = -0.01 F_a \quad t_3 = 2 (D/L - 0.04)$$

Un'ulteriore correzione al valore del fattore di deduzione di spinta così calcolato, denominato  $t_{\text{Harvald}}$ , prodotta da Kristensen e Lützen (2013) per tankers e bulk carriers permette di calcolare  $t$  come

$$t_{\text{corrected}} = 0.7 t_{\text{Harvald}} - 0.26 + 0.04 L/\nabla^{1/3} \quad (8.97)$$

*Navi monoelica*

Una formula di regressione che, forse, meglio approssima i dati derivati da Harvald (1983) dalle sue misure di resistenza ed autopropulsione per diversi tipi di nave è la seguente

$$w = \sum_{i=1, j=1}^8 a_{i,j} C_B^i \left(\frac{B}{L}\right)^j \pm 0.03 + \left(1.98 \frac{D}{L} - 0.08\right) \quad (8.98)$$

dove il segno '+' vale per forme poppiere ad 'U', mentre il segno '-' vale per forme a 'V', e dove i coefficienti  $a_{i,j}$  sono dati in Tabella 8.10

$i$	$j$	$a_{ij}$
0	0	0.44197757E+00
1	0	-0.13492692E+01
2	0	0.11528267E+01
0	1	-0.11373258E+01
1	1	0.60955480E+01
2	1	-0.41455395E+01

Tabella 8.10. Coefficienti per il fattore di deduzione di spinta di navi monoelica

*Navi bielica*

Harvald (1983) ha elaborato analogamente un'equazione di regressione per navi bieliche, la cui formula è

$$w = \sum_i a_i C_B^i + 4 \left(\frac{D}{L} - 0.03\right) - 6 \left(\frac{T}{L} - 0.005\right) + \Delta t \quad (8.99)$$

dove  $\Delta t = 0$  per navi con ringrossi,  $\Delta t = -0.02$  per navi con beaccetti, e dove i coefficienti  $a_i$  sono dati in Tabella 8.11.

$i$	$a_i$
0	0.17300000E+00
1	-0.40928571E+00
2	0.64285714E+00

Tabella 8.11. Coefficienti per il fattore di deduzione di spinta di navi bielica

**CTO**

Sulla base degli stessi risultati utilizzati per definire i valori di scia media nominale ed effettiva per navi dalle forme piene con coefficiente di blocco variante tra 0.79 e 0.85, Welnicki (1990) ha proposto per il fattore di deduzione di spinta la formula lineare

$$t = 1.1 C_B - 0.646 \quad (8.100)$$

È stato verificato che  $t$  dipende pesantemente dalla forma delle sezioni poppiere e dalla distanza dell'elica dalla carena.

### KSRC

Il Krylov State Research Centre ha fornito, tra ke altre, due formule statistiche generaliste

$$t = 0.25 w + 0.14 \quad \text{e} \quad t = 0.7 w + 0.06 \quad (8.101)$$

Una formula più precisa, che presuppone la conoscenza sperimentale del fattore di deduzione di spinta  $t_o$  nella condizione di tiro a punto fisso, permette di determinate il fattore di deduzione di spinta come

$$t = \frac{t_o}{1 - J/(P/D)^*} \approx \frac{t_o}{1 - J/(P/D)} \quad (8.102)$$

dove  $(P/D)^*$  e  $P/D$  sono rispettivamente il rapporto del passo idrodinamico e del passo geometrico dell'elica al raggio  $0.7R$ .

### BSRA

La British Ship Research Association ha fornito la seguente equazione di regressione

$$t = -0.5352 - 1.6837C_B + 1.4935C_B^2 - 1.6625(LCB/L_{BP}) + 0.1705B/\nabla^{1/3} + 0.1504P/D \quad (8.103)$$

dove  $D_t$  è un parametro di deduzione di spinta dedinito come  $B/\nabla^{1/3} \cdot B/\nabla^{1/3}$ .

Un'espressione preferibile è quella che dà conto dell'influenza del rapporto passo-diametro; ossia

$$t = -0.2064 + 0.3246 C_B^2 - 2.1504 C_B (LCB/L_{BP}) + 0.6688P/D \quad (8.104)$$

Queste equazioni sono applicabili per  $0.55 < C_B < 0.85$  e  $0.60 < P/D < 1.10$ .

### Parker

Questo ricercatore del BSRA ha formulato la seguente equazione di regressione piuttosto complessa dal punto di vista statistico, ma che ha il pregio di fare dipendere il fattore di deduzione di spinta dalla velocità nave

$$\begin{aligned} t = & -0.1158 + 0.08859 C_B + 0.3133 C_B^2 + 0.2758 \frac{V}{C_B \sqrt{L}} + \\ & 0.05432 \left( \frac{V}{C_B \sqrt{L}} \right)^2 - 0.02419 \left( \frac{V}{C_B \sqrt{L}} \right)^3 - 0.4542 \frac{V}{\sqrt{L}} + \\ & 0.6044 D_y + 0.05171 \Delta LCB - 0.08622 C_B \Delta LCB \end{aligned} \quad (8.105)$$

dove sono  $D_t = B \cdot D / \nabla^{2/3}$  e  $\delta LCB = 20(C_B - 0.675)$ .

## Propulsione a pod

La formula seguente è stata fornita da Flikkema et al. (2006)

$$t = 0.21593 + 0.099768 C_B - 0.56056 \frac{D}{\sqrt{BT}} \quad (8.106)$$

## 8.14 Rendimento relativo rotativo

Come noto, il rendimento di un'elica nella scia dietro carena è diverso da quello di elica isolata. Due ne sono le ragioni principali:

- il livello di turbolenza nel flusso dietro carena è assai superiore a quello che l'elica sperimenta quando opera in un tubo di flusso omogeneo;
- il flusso dietro carena non è uniforme così che il flusso ad ogni raggio sarà variabile.

### 8.14.1 Determinazione teorica

Poiché l'elica isolata opera in flusso indisturbato, mentre l'elica dietro carena opera in in flusso che è stato disturbato dalla nave, i rendimenti dell'elica nelle due condizioni non sono identici. Se  $T_0$  e  $Q_0$  sono la spinta ed il momento torcente di un'elica isolata con velocità d'avanzo  $V_A$  e numero di giri  $n$ , e se  $T$  e  $Q$  sono la spinte ed il momento torcente della stessa elice dietro carena agli stessi valori di  $V_A$  e  $n$ , i rendimenti dell'elica isolata e dietro carena valgono rispettivamente

$$\eta_0 = \frac{V_A \cdot T_0}{2\pi n Q_0} \quad \text{e} \quad \eta_B = \frac{V_A \cdot T}{2\pi n Q}$$

ed il rendimento relativo rotativo, che è il rapporto tra  $\eta_B$  ed  $\eta_0$ , è dato da

$$\eta_R = \frac{T}{T_0} \cdot \frac{Q_0}{Q} \quad (8.107)$$

Come discusso nella sezione sull'autopropulsione, la velocità d'avanzo è determinata indirettamente mediante l'identità di spinta o l'identità di momento torcente; si ha rispettivamente

$$\begin{aligned} \eta_{R_T} &= \frac{T}{T_0} \\ \eta_{R_Q} &= \frac{Q_0}{Q} \end{aligned} \quad (8.108)$$

La differenza tra i due casi è riscontrabile dall'esempio, riportato in Tabella 8.12, relativo ad un rimorchiatore, dove  $\eta_{R_Q}$  e  $\eta_{R_T}$  sono rispettivamente i valori del rendimento relativo rotativo in identità di spinta e di momento torcente a diversi coefficienti d'avanzo. Ovviamente, ai valori più bassi di  $\eta_R$  corrispondono valori più alti della frazione di scia.

$J_V$	0.000	0.100	0.200	0.300	0.400	0.500
$\eta_{R_Q}$	0.992	0.991	0.984	0.962	0.900	0.795
$\eta_{R_T}$	0.992	0.991	0.984	0.962	0.900	0.795

Tabella 8.12. Rendimenti relativi rotativi di un rimorchiatore

### 8.14.2 Stima euristica

Il rendimento relativo rotativo è di solito vicino a 1.0; vale tra 1.00 e 1.10 per la maggior parte delle navi monoelica e tra 0.95 e 1.00 per navi bielica.

#### Schönherr

*Navi monoelica*

$$\eta_R = 1.020 \quad \text{valore medio} \quad (8.109)$$

*Navi bielica*

$$\eta_R = 0.985 \quad \text{valore medio} \quad (8.110)$$

#### Parker

*Navi monoelica*

$$\eta_R = 1.716 - 2.378C_B + 1.742C_B^2 - 0.0308C_B \frac{V}{\sqrt{L}} + 0.6931 \frac{D}{\nabla^{1/3}} \quad (8.111)$$

dove  $V$  è in nodi e  $L$  in piedi.

#### van Manen

*Navi monoelica*

$$\eta_R = 1.020 - 1.070 \quad ; 1.050 \text{ in media} \quad (8.112)$$

*Navi bielica*

$$\eta_R = 0.950 - 1.000 \quad ; 0.970 \text{ in media} \quad (8.113)$$

#### Holtrop

*Navi monoelica*

$$\eta_R = 0.9922 - 0.05908 \frac{A_E}{A_0} + 0.07424(C_P - 0.0225LCB) \quad (8.114)$$

dove  $LCB$  è



*Navi monoelica veloci*

$$\eta_R = 0.98 \quad (8.115)$$

*Navi bielica*

$$\eta_R = 0.9737 + 0.111(C_P - 0.0225LCB) - 0.06325 P/D \quad (8.116)$$

## 8.15 Metodi sperimentali

Le misurazioni sperimentali del campo di scia nominale sono necessarie soprattutto per il progetto dell'elica finale, ed anche a scopo di ricerca soprattutto per quanto riguarda i vari aspetti degli effetti scala. La determinazione della scia nominale fu sempre realizzata misurando il campo di flusso nel piano del disco–elica mediante apparecchiature standardizzate (tubi sferici, di Prandtl, ecc.). Negli ultimi decenni le misure sperimentali del campo di scia nominale sono state eseguite soprattutto con tubi di Pitot, la cui testa sferica a cinque fori, capace di misurare tutte le tre componenti, viene posizionata su un punto di coordinate  $(r, \theta)$  del disco–elica.

Per lungo tempo i metodi di misura sono stati intrusivi, quali quelli basati su tubi di Prandtl, su tubi di Pitot, su anemometri a filo caldo, ecc. L'influenza sul campo di flusso del posizionamento dell'apparecchiatura di misura è stato sempre oggetto di accesi dibattiti e di controverse metodologie di correzione.

Negli anni '90 ha preso piede diffusamente il velocimetro a raggi laser, che consente non solo di avere misure più precise, ma anche la possibilità di effettuare misure del campo di scia in piani molto vicini al disco–elica, con l'elica operante (*scia effettiva*). Ciò semplifica notevolmente la procedura e la quantità del lavoro sperimentale.

### 8.15.1 Campo di scia nominale

I tubi di Pitot sono fissati 'a rastrello' ai raggi di misurazione e coassialmente all'elica, in modo da potere essere ruotati ad ogni corsa in una delle posizioni angolari prefissate. Il rastrello è fissato sulla linea d'assi in luogo del modello dell'elica. Essi rilevano, in un sistema di coordinate cilindriche solidale alla linea d'assi, la pressione statica e dinamica, consentendo di determinare, in base al teorema di Bernoulli, la velocità locale del flusso nei punti discreti di misurazione. I valori registrati nei punti di rilevazione devono essere sufficienti non tanto a misurare il campo di scia, come si usa dire impropriamente, quanto a potere effettuare interpolazioni credibili che garantiscano la necessaria affidabilità nelle rappresentazioni grafiche della scia.

I tubi di Pitot sono sistemati su piatti speciali che permettono di fissare le coordinate dei punti sui quali si effettuano le misurazioni. Trattandosi di un lavoro specialistico, qui è sufficiente

ricordare che misurata la pressione differenziale  $p_d = p_t - p_s$ , in base al teorema di Bernoulli la velocità nel punto di misurazione vale

$$V = \sqrt{\frac{2p_d}{\rho}}$$

Una volta determinato il differenziale di pressione, tra la pressione totale,  $p_t$ , e quella statica,  $p_s$ , in diversi punti del disco-elica, è possibile ottenere il quadro completo della distribuzione del campo di velocità nello stesso piano. Questi dati, eventualmente corretti per effetto dell'influenza dell'elica (scia effettiva), sono utilizzati per il progetto finale dell'elica dietro carena e per la determinazione delle forze e dei momenti idrodinamici agenti sulle pale dell'elica. Allo scopo, si determinano sia il modulo che la direzione della velocità, il che consente di ricavare le tre componenti del campo di velocità - assiale  $V_x$ , tangenziale  $V_\theta$ , e radiale  $V_r$ .

La qualità di queste misure dipende dalla calibratura dello strumento di misura in flusso uniforme, mentre il flusso della scia, sia radialmente che tangenzialmente, ha l'effetto di spostare il punto di stagnazione sulla testa del tubo di Pitot; un meccanismo, questo, non operante nel modo di calibratura. Esiste, quindi, un errore sistematico che non viene generalmente corretto. Inoltre, i calcoli della frazione di scia (e del fattore di deduzione di spinta), basati su prove sperimentali con lo stesso modello in parecchie grandi vasche e su prove ripetute con lo stesso modello nella stessa vasca, hanno mostrato risultati notevolmente differenti.

Scostamenti simili sono stati riscontrati nelle analisi di *scia effettiva*, ossia con l'elica operante, come riportato da Harvald & Hee (1978, 1988). Misurare la scia effettiva è un'operazione piuttosto complessa: occorre misurare il campo di velocità davanti e dietro l'elica operante e successivamente, ricorrendo ad alcune semplificazioni, occorre calcolare il campo di velocità nel disco-elica introducendovi le velocità indotte dall'elica stessa. A causa della complessità delle attrezzature e delle tecniche utilizzate, questi esperimenti sono effettuati raramente e quasi esclusivamente a scopo di ricerca.

### 8.15.2 Determinazione dei fattori propulsivi

Nella pratica delle vasche navali hanno trovato ampia applicazione i metodi basati su *prove di autopropulsione* su modelli, che permettono di determinare i valori progettuali dei *fattori propulsivi*, confrontando le caratteristiche idrodinamiche dell'elica dietro carena con le curve di funzionamento dell'elica isolata. Le prove di autopropulsione, così come quelle di resistenza, sono effettuate rispettando la legge di similitudine di Froude, il che comporta differenti numeri di Reynolds per la nave al vero e per il suo modello in vasca.

Poiché il coefficiente di carico dell'elica è più elevato in scala modello che al vero, ricomporre questa ineguaglianza è il requisito più importante qualunque sia la tecnica che si adotta per la determinazione dei fattori propulsivi.

Negli anni '60 furono effettuate molte prove comparative in base a tre metodologie delle prove di autopropulsione (continentale, britannico e metodo ibrido utilizzato al KSRI). Furono provati

numerosi modelli di diverse tipologie di nave (differenti forme di carena e velocità di progetto). Ne derivò la conclusione fondamentale sul peso significativo della formazione ondosa (numero di Froude) sull'interazione elica–carena, specialmente sulla deduzione di spinta. L'intensità della componente d'onda della deduzione di spinta (e dell'intervallo di velocità, dove questo effetto è sensibile) dipende dal tipo di nave e di elica.

### Metodo Continentale

Nella pratica di molte vasche ha trovato vasta applicazione il *Metodo Continentale*, detto anche metodo di autopropulsione con correzione d'attrito o metodo con variazione di velocità. In questo metodo il carro di rimorchio si muove alla stessa velocità del modello autopropulso.

Nel Metodo Continentale le misurazioni sono effettuate per un certo numero di punti a differenti velocità modello. L'elica modello viene scaricata da una *forza costante di rimorchio* esterna  $F_D$ , diversa e costante ad ogni velocità modello, predeterminata con precisione e nota come deduzione per attrito. In ogni condizione la velocità di rotazione dell'elica modello è regolata in modo da fornire una spinta dell'elica tale che la forza di rimorchio corrispondente raggiunga il valore prefissato. Questo metodo consente di analizzare gli effetti dell'interazione tra elica e carena *solamente al punto propulsivo*, senza fornire alcuna informazione su tale interazione in condizioni differenti di carico dell'elica. Tuttavia, è il metodo più utilizzato per ragioni di costo ed è considerato il metodo classico per eccellenza. Il Metodo Continentale è generalmente limitato a leggere variazioni di velocità per una condizione di carico dell'elica. Le prove sono condotte spesso solamente all'immersione ed all'assetto nave corrispondenti alla condizione progettuale di pieno carico normale. Di più, in questa condizione si ipotizzano condizioni ambientali del tutto favorevoli, che rimandano al concetto di 'condizioni ideali di prova', corrispondenti alle cosiddette prove al vero. Il Metodo ITTC 1978 rientra in questa categoria. È applicabile solamente quando il sistema propulsivo prevede eliche convenzionali.

Durante la prova, al modello viene applicata dal carro una forza, detta *forza di correzione d'attrito*, che compensa la differenza tra i coefficienti d'attrito del modello e della nave al vero. Il valore di questa forza è determinato mediante la formula

$$F_D = \frac{1}{2} \rho_m V_m^2 S_m [C_{F_{0m}} - C_{F_{0s}} + C_A] \quad (8.117)$$

dove  $\rho_m$  è la densità di massa del fluido in vasca,  $C_{F_{0m}}$  è il coefficiente di resistenza d'attrito del modello,  $C_{F_{0s}}$  è il coefficiente di resistenza d'attrito della nave,  $C_A$  è la correzione del coefficiente d'attrito nella correlazione modello–nave,  $V_m$  è la velocità del modello e  $S_m$  è la superficie bagnata del modello.

### Metodo Britannico

Sebbene fornisca la possibilità di stimare i fattori propulsivi in tutto il campo di possibile funzionamento dell'elica, il cosiddetto *Metodo Britannico* è meno utilizzato per effettuare prove

su modelli autopropulsi. Tale metodo permette di tenere conto sia dell'effetto scala sul carico dell'elica, sia dell'influenza del modo operativo del motore.

Il termine autopropulsione dovrebbe significare esattamente che, nella condizione progettuale, la spinta dell'elica supera la resistenza del modello senza esercitare alcun carico esterno. In tutte le altre condizioni l'elica è sovraccaricata o sottocaricata. Lo scopo delle prove con variazione di carico è quello di investigare le relazioni tra i coefficienti propulsivi ed il carico di spinta dell'elica in tutto l'intervallo rappresentativo delle condizioni operative dell'elica stessa. Questo sistema di prove sperimentali è fondamentalmente identico a quello delle prove condotte con il Metodo Continentale, in quanto sono misurati i valori della spinta  $T_m$ , del momento torcente  $Q_m$ , del numero di giri dell'elica  $n_m$  e della forza esterna di rimorchio del modello  $F_D$ . La resistenza totale  $R_{T_m}$  è la somma della spinta dell'elica e della forza di rimorchio del modello. La relazione tra  $R_{T_m}$  e  $T_m$  è determinata sperimentalmente variando la spinta da  $T_m = 0$  a  $F_D = 0$  (condizione di autopropulsione) a velocità costante.

In questo metodo, il modello si muove sotto l'azione dell'elica che opera a giri costanti ( $n = \text{cost.}$ ), mentre il carro si muove a velocità variabile. Di conseguenza, tra il modello ed il carro agisce una forza d'interazione  $Z$ , che viene rilevata dal dinamometro. Ciò è dovuto al fatto che generalmente la velocità del carro non è la stessa che si avrebbe se il modello fosse solamente autopropulso. Se la velocità del carro è più elevata di quella del modello, allora la forza  $Z$  è considerata negativa, ossia il carro rimorchia il modello. Viceversa, se la velocità del carro è inferiore a quella del modello, la forza  $Z$  è positiva, ed il carro aumenta la forza di resistenza e la forza di rimorchio dell'elica.

Le prove con variazione di carico sono necessarie per investigare l'influenza del carico dell'elica sugli effetti dell'interazione elica-carena in diverse condizioni operative e per determinare fattori propulsivi più realistici. La spinta  $T_m$  del modello, che avanza a velocità costante  $V_m$ , è ridotta da una forza di rimorchio esterna  $F_D$ , dove la spinta e la forza di rimorchio variano tra i limiti seguenti:

$$\begin{aligned} T_{m_0} &= R_{T_m} + T_{t_m} && \text{per } F_D = 0 \quad \text{punto di autopropulsione} \\ T_m &= 0 && \text{per } F_D = F_{D_0} = R_{mp} \end{aligned}$$

dove

$R_{T_m}$  : resistenza totale modello con l'elica (operante) completamente caricata,

$R_{mp}$  : resistenza modello con elica scarica (a vuoto),

$T_{t_m}$  : forza d'interazione tra elica e carena.

L'equilibrio delle forze assiali produce l'equazione

$$T_m = t_m T_m + R_{T_m} - F_D$$

dalla quale si ricava

$$T_m = \frac{R_{T_m} - F_D}{1 - t_m} \quad (8.118)$$

Se si ipotizza, come suggerito da Holtrop (1990), che la resistenza del modello sia costante al variare del carico dell'elica, la differenziazione dell'equazione (8.118) porta a

$$\frac{dT_m}{dF_D} = -\frac{1}{1-t_m} \quad (8.119)$$

dalla quale si può desumere che l'equazione (8.118) è lineare rispetto a  $F_D$  (con pendenza negativa), almeno nell'intervallo tra  $T_{m_0}$ , dove è  $F_D = 0$ , e  $T_m = 0$ , dove è  $F_D = R_{mp}$ .

La pendenza della funzione lineare  $dT_m/dF_D$  è

$$\frac{dT_m}{dF_D} = -\frac{T_{m_0}}{R_{mp}}$$

per cui l'equazione (8.119) fornisce la frazione di deduzione di spinta

$$t_m = 1 - \frac{R_{mp}}{T_{m_0}} \quad (8.120)$$

dove  $R_{mp}$  e  $T_{m_0}$  sono risultati dell'analisi.

Tuttavia, specialmente ad elevati numeri di Froude,  $R_{T_m}$  non è del tutto indipendente dal carico dell'elica. L'elica influenza il flusso ed il campo di pressione nella zona poppiera di carena e, quindi, influenza  $R_{T_m}$ . In virtù del fatto che si assume  $R_{T_m} = \text{cost.}$ , il fattore di deduzione di spinta  $t_m$  terrà conto anche di tutte le altre forze che sono piccole rispetto alle forze d'interazione tra elica e carena, così che l'equazione (8.119) rimane comunque valida.

Durante le prove con variazione di carico, tutte le forze che compaiono nell'equazione (8.120) sono derivate nello stesso esperimento, per cui non si ha alcuna incertezza nei riguardi di  $t$  a causa, ad esempio, di un diverso assetto in corsa, come accade, viceversa, nel Metodo Continentale.

Le osservazioni suddette sono valide sia per navi monoelica che per navi con due o più eliche. Per queste ultime le misurazioni e la valutazione dei risultati sperimentali consentono di derivare differenti valori di  $t$  per ogni elica.

## Metodo KSRC

Il metodo di autopropulsione su modello 'vincolato', utilizzato al KSRC, combina corse a numeri di giri costanti dell'elica ( $n = \text{cost.}$ ) e velocità variabili del carro, con corse a velocità progettuale fissa del modello ( $V_m = \text{cost.}$ ) ma variando i giri dell'elica. La prima modalità di prova consente di ottenere i coefficienti d'interazione elica-carena in funzione del numero di Froude, mentre la seconda consente di derivare l'insieme delle curve dei coefficienti d'interazione ottenute a numeri di Froude costanti e variando il carico dell'elica.

Il dinamometro dell'elica è montato come continuazione della linea d'assi e misura la spinta  $T_m$  ed il momento torcente  $Q_m$  dell'elica. Il dinamometro di rimorchio misura la forza di tiro  $Z$

che si genera tra il modello ed il carro di rimorchio durante le prove di autopropulsione. Questa forza totale  $F_D = R_{T_m} - T_m + (T_m - T_E)$  include tre componenti: la resistenza del modello  $R_{T_m}$ , la spinta dell'elica  $T_m$  e la deduzione di spinta  $(T_m - T_E)$ .

Durante la prova di autopropulsione la forza di tiro  $F_d$  varia da valori positivi nel campo di funzionamento dell'elica pesantemente caricata, attraverso il suo valore nullo nel punto corrispondente al punto propulsivo progettuale, fino a valori negativi nell'intervallo di funzionamento dell'elica leggermente caricata. La resistenza del modello in funzione della velocità, ottenuta dalle prove di resistenza effettuate in precedenza, è ottenuta per calcolare la spinta effettiva  $T_E = R_{T_s}$ .

Il coefficiente di deduzione di spinta è calcolato confrontando i valori della spinta e quelli della spinta effettiva; si ricava questo coefficiente come

$$t = 1 - \frac{K_E}{K_T} \quad (8.121)$$

dove è

$$K_E = \frac{T_E}{\rho n^2 D^4}$$

La frazione di scia è ricavata, eguagliando i coefficienti di spinta, come rapporto tra i coefficienti d'avanzo dell'elica isolata e dell'elica dietro carena

$$w = 1 - \frac{J}{J_v} \quad (8.122)$$

Il *coefficiente d'influenza*, che è l'inverso del rendimento relativo rotativo, è ricavato eguagliando i coefficienti di momento torcente, come rapporto tra i valori del coefficiente d'avanzo dell'elica dietro carena e dell'elica isolata

$$i_Q = \frac{Q(J_v)}{Q(J)} = \frac{K_{Q_b}}{K_Q} \quad (8.123)$$

dove  $K_{Q_b} = f(J_v)$  è il coefficiente di momento torcente dell'elica derivato dalle misurazioni sui propulsori azimutali installati sul modello nave, mentre  $K_Q = f(J)$  è il coefficiente di momento dell'elica ottenuto dalle prove di elica isolata dei propulsori, ottenuti mettendo in relazione i coefficienti d'avanzo identificati applicando l'indentità di spinta per il propulsore libero e dietro l'elica.

Le prove di autopropulsione implicano una modellazione parziale poiché il modello dell'elica non rappresenta strettamente il progetto dell'elica finale. La similitudine geometrica deve assolutamente rispettare il diametro e le luci tra elica e carena. È ammissibile avere deviazioni di parametri quali i rapporti di passo e dell'area espansa, nonché del numero di pale e del tipo di sezioni di pala in quanto, secondo l'esperienza pratica nelle prove di autopropulsione, piccole variazioni di questi parametri hanno effetti trascurabili sui coefficienti d'interazione.

I valori del fattore di deduzione di spinta e del rendimento relativo rotativo ottenuti dall'analisi dei dati modello sono utilizzati per la previsione di potenza al vero senza alcuna correzione.

Al contrario, la frazione di scia media è scalata in base all'ipotesi che la componente viscosa della scia nave  $w_s$  è funzione lineare del rapporto tra i coefficienti di resistenza viscosa al vero e modello; è espressa come

$$w_s = w_m \left( 0.6 \frac{C_{Vs}}{C_{Vm}} + 0.4 \right) \quad (8.124)$$

dove

$$C_{Vm} = (1 + k) \cdot C_{F_{0m}} \quad - \text{coefficiente di resistenza viscosa modello}$$

$$C_{Vs} = (1 + k) \cdot C_{F_{0s}} + \Delta C_{F_0} \quad - \text{coefficiente di resistenza viscosa nave}$$

$$C_{F_0} = \frac{0.455}{\text{Log } Rn}^{2.58} \quad - \text{coefficiente di resistenza d'attrito (Prandtl–Schlichting)}$$

$$\Delta C_{F_0} = \left[ 105 \left( \frac{k_s}{L_{WL}} \right)^{1/3} - 0.64 \right] \quad - \text{coefficiente di resistenza per rugosità di carena}$$

Sulla base dell'esperienza sulle prove di autopropulsione accumulata al Krylov e dei risultati di analisi comparative tra differenti metodologie sperimentali, i vantaggi principali del metodo del KSRI possono essere formulati come segue:

- Una tale procedura consente di coprire un ampio intervallo di carichi idrodinamici; praticamente l'intero intervallo possibile di variazione dell'interazione tra elica e carena, corrispondente all'operatività dell'elica dal tiro a punto fisso al punto di spinta nulla.
- È possibile seguire una modellazione parziale: il modello dell'elica non rappresenta esattamente il progetto dell'elica reale. Ciò deriva dalla frequente impossibilità di costruire un modello dell'elica esattamente simile dal punto di vista geometrico prima di ogni prova, o di rispettare esattamente la configurazione di propulsori non–convenzionali (pods, spintori azimutali, vane wheels, ecc.), per cui si utilizzano le cosiddette eliche di stock collezionate nelle vasche idrodinamiche.
- La combinazione dei due modi di conduzione delle prove (velocità costante - giri variabili; velocità variabile - giri costanti) consente di ottenere i coefficienti dell'interazione elica–carena in funzione del numero di Froude e consente di trovare la distribuzione delle curve dei coefficienti d'interazione ottenuti a numeri di Froude costanti e variando il carico dell'elica.

### 8.15.3 Fattori propulsivi in fondale molto basso

Soprattutto in fondali di profondità limitata, le caratteristiche dell'interazione elica–carena, che comprendono la frazione di scia, il fattore di deduzione di spinta ed il rendimento relativo rotativo, sono determinabili mediante prove di autopropulsione in vasca di rimorchio con basso fondale. Va da sè che le prove di autopropulsione presuppongono prove di resistenza al rimorchio per la stessa condizione di caricazione della nave ed alle stesse profondità del fondale.

I risultati illustrati nel paragrafo sono stati ottenuti per una piccola nave logistica operante in fondali bassi ed estremamente bassi. La nave è propulsa da due propulsori azimutali, il che implica l'inaffidabilità dei risultati qualora si utilizzi il metodo continentale (metodo ITTC) nelle prove di autopropulsione. Per questa ragione, è stato utilizzato un 'metodo ibrido' al 'punto propulsivo modello', che consente la determinazione dei coefficienti propulsivi in un ampio intervallo di carichi idrodinamici sul propulsore.

Infatti, è noto che al diminuire della profondità del fondale cresce drammaticamente la componente di resistenza d'onda e parzialmente la componente di resistenza viscosa non appena si raggiunga il cosiddetto regime critico di velocità, individuabile nell'intervallo  $0.7 \leq Fn_h \leq 0.9$ , dove il numero di Froude per profondità  $h$  è dato da  $Fn_h = V/\sqrt{gh}$ . Ne deriva anche che la più corretta e fruibile rappresentazione dei coefficienti propulsivi è quella che li fa dipendere dal carico idrodinamico.

Nelle prove di autopropulsione sono misurati il momento torcente assorbito dall'elica,  $Q$ , la spinta prodotta dall'elica,  $T$ , il numero di giri dell'elica,  $n$ , la velocità del carro di rimorchio,  $V$ , la forza di scarico sul dinamometro del carro di rimorchio,  $F_D = \sum T_{p_i} - T_E$ , ricavata come differenza tra la spinta totale dello spintore azimutale,  $\sum T_{p_i}$ , e la spinta effettiva (resistenza),  $T_E = R_T$ , del modello così come derivata dalle prove di resistenza.

Il fattore di deduzione di spinta è calcolato in funzione del rapporto tra spinta effettiva e spinta prodotta dal propulsore come

$$t = 1 - \frac{T_E}{\sum_{i=1}^{Z_p} T_{p_i}} \quad (8.125)$$

dove  $\sum T_{p_i}$  è la spinta totale degli spintori azimutali e  $Z_p$  è il numero di propulsori. La frazione di scia ed il rendimento relativo rotativo sono derivati utilizzando le relazioni (8.122) e (8.123).

Come illustrato discutendo il metodo KSRC, le prove di autopropulsione sono state condotte sia a 'giri costanti', sia a 'velocità costante'. Si ricordi che l'approccio a 'giri costanti' consente di ottenere i coefficienti propulsivi in funzione del numero di Froude, mentre il metodo a 'velocità costante' fornisce gli stessi fattori in funzione del coefficiente di carico di spinta effettivo, definito come

$$K_{DE} = \frac{J_v}{\sqrt{K_E}} = V \cdot D \sqrt{\frac{Z_p \cdot \rho}{T_E}} = V \cdot D \sqrt{\frac{Z_p \cdot \rho}{R_T}} \quad (8.126)$$

La corrispondenza tra carico idrodinamico sul modello ed al vero è determinata imponendo la condizione

$$K_{DEm} = K_{DEs}$$

La dipendenza dei coefficienti propulsivi di un piccolo rompighiaccio da evacuazione dal coefficiente di carico effettivo dell'elica,  $K_{DE}$ , sono presentate nelle Figure (8.65), (8.66) e (8.67), rispettivamente per acque quasi profonde, basse ed ultra-basse.



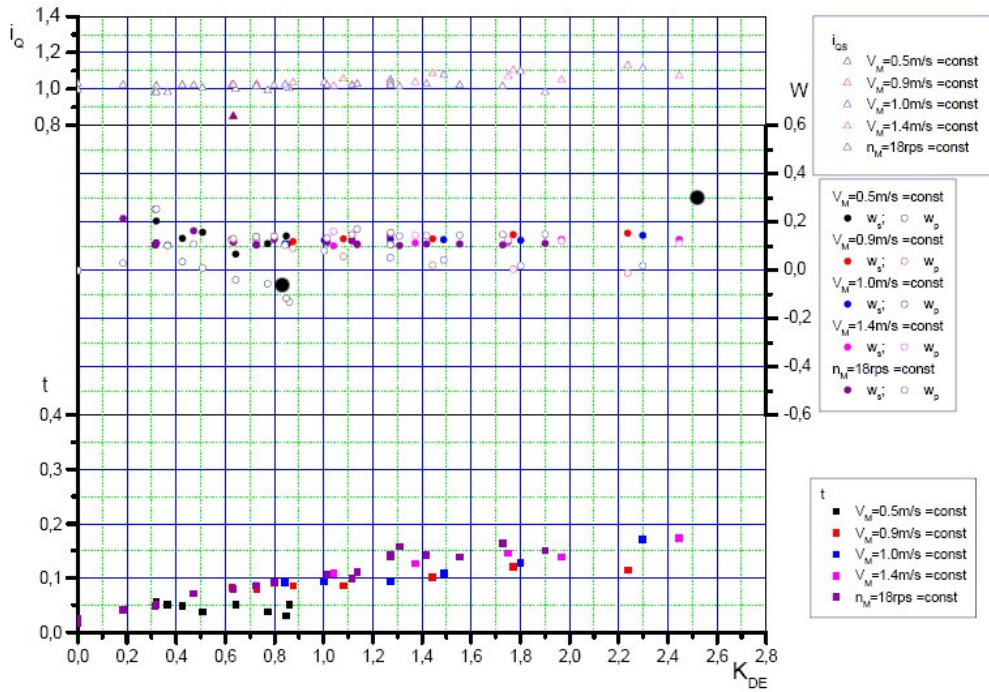


Figura 8.65. Coefficienti propulsivi in funzione del carico in acque quasi-profonde ( $h/T = 6.62$ )

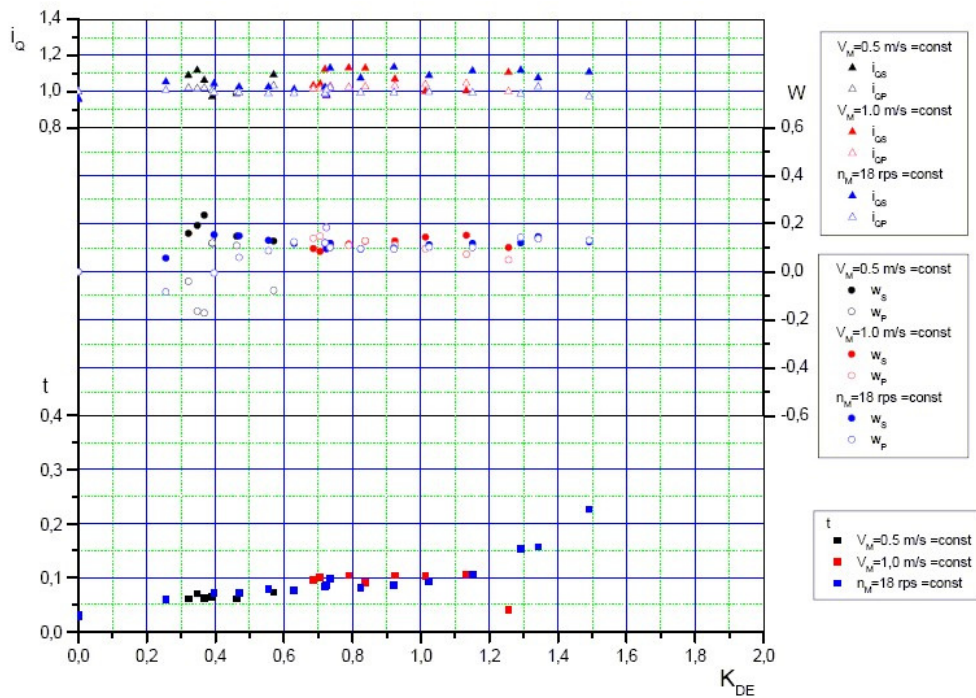


Figura 8.66. Coefficienti propulsivi in funzione del carico in acque basse ( $h/T = 2.00$ )

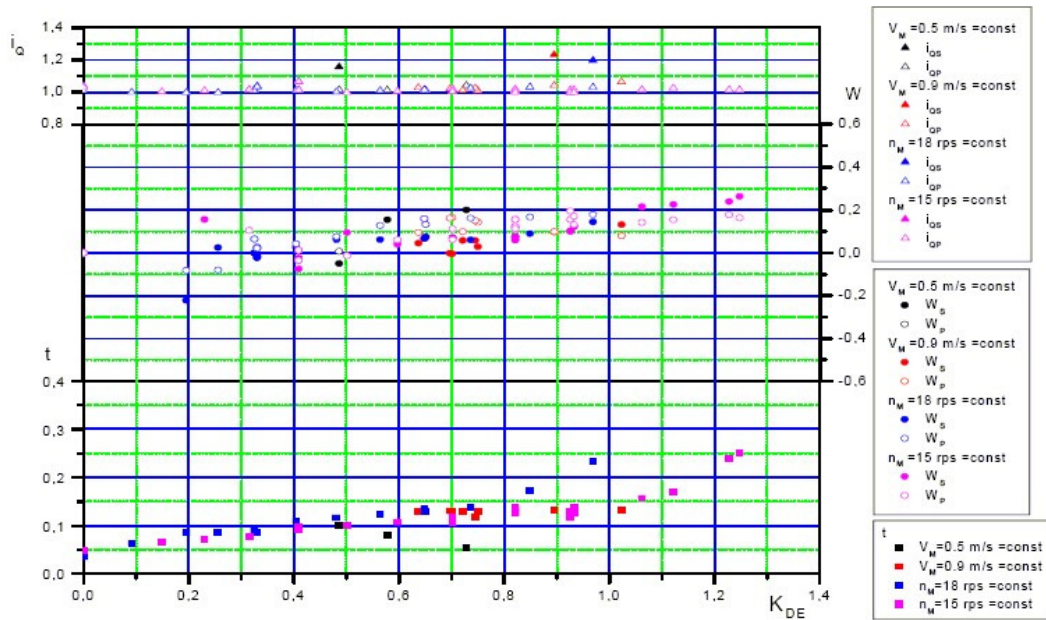


Figura 8.67. Coefficienti propulsivi in funzione del carico in acque ultra-basse ( $h/T = 1.46$ )

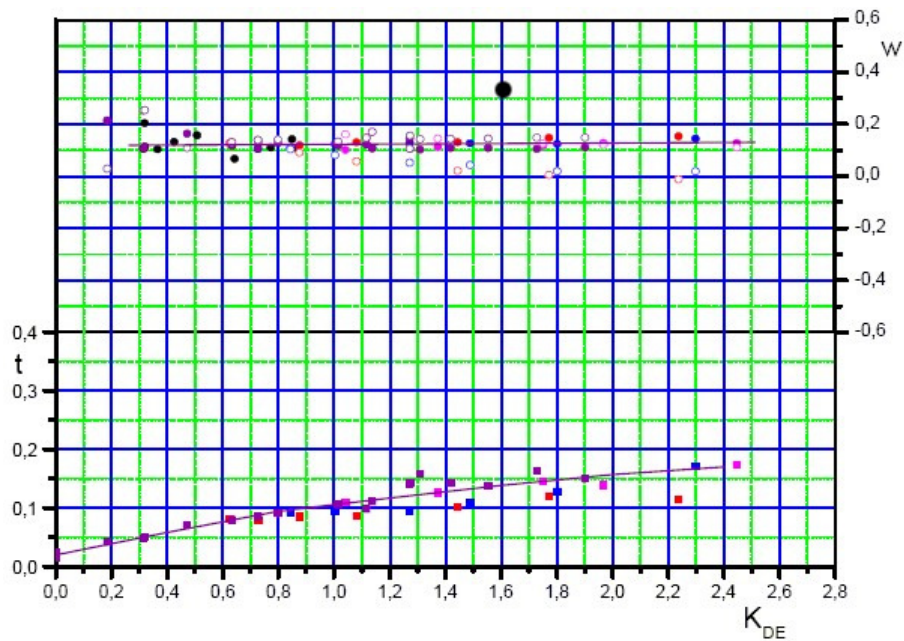


Figura 8.68. Coefficienti propulsivi in funzione del coefficiente d'avanzo ( $h/T = 6.62$ )

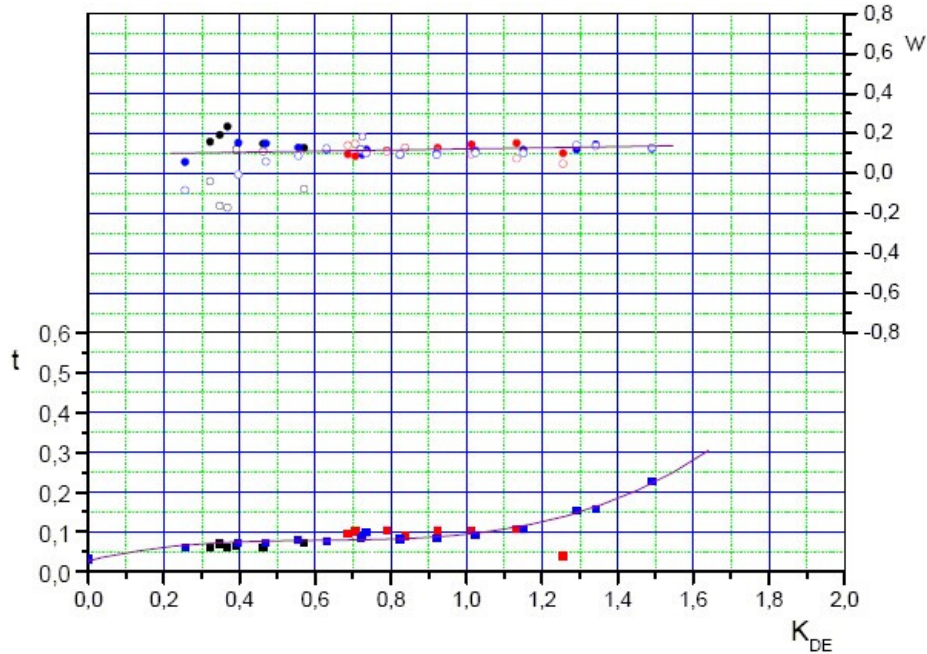


Figura 8.69. Coefficienti propulsivi in funzione del coefficiente d'avanzo ( $h/T = 2.00$ )

Nelle didascalie dei diagrammi suddetti, il pedice  $s$  designa i valori del propulsore di destra, mentre il pedice  $p$  indica quello di sinistra. Le condizioni  $V = \text{cost.}$  e  $n = \text{cost.}$ , alle quali sono state realizzate le prove di autopropulsione, sono specificate nei diagrammi corrispondenti.

L'analisi delle prove di autopropulsione, presentate nelle Figure 8.65 e 8.66, ha consentito di 'mediare' tra i due modi di conduzione delle prove stesse, per i risultati relativi alle condizioni di acqua quasi-profonda e di acqua bassa. Sono state così costruiti i diagrammi dei fattori propulsivi  $w$  e  $t$  in funzione del coefficiente di carico effettivo, riportati nelle Figure 8.68 e 8.69 rispettivamente per acqua quasi-profonda e per acqua bassa.

Nel caso di acqua ultra-bassa ( $h/T = 1.46$ ), se si esamina il diagramma in Figura 8.67, è riscontrabile una notevole discrepanza tra i valori di  $w$  e  $t$  ottenuti conducendo gli esperimenti nel modo a  $V = \text{cost.}$  e nel modo a  $n = \text{cost.}$ , specialmente a velocità d'avanzo crescenti. Questa divergenza, che è una caratteristica 'normale' nelle prove di autopropulsione, risulta esasperata nelle condizioni di acqua estremamente poco profonda.

Allo scopo di processare correttamente le misurazioni effettuate, è stata ricostruita la dipendenza dei coefficienti d'interazione elica–carena nella forma  $w = w(J_v)$ ,  $t = t(J_v)$  e  $K_{DE} = K_{DE}(J_v)$ , dove  $J_v$  è il coefficiente d'avanzo dietro carena.

Sono state così costruite curve addizionali di isovelocità modello - sono quelle tratteggiate e quelle continue pressoché parallele alle prime in Figura 8.70 - corrispondenti ai valori di interesse della velocità nave, come se fossero stati utilizzati vari 'modi virtuali' a velocità costante. La forma della curva del 'modo virtuale' a velocità costante è accettata come la forma della curva del modo effettivamente realizzato a velocità costante più prossima a quella suddetta.

Come utilizzare questo diagramma? Si individua il valore  $J_v$  a partire dal coefficiente di carico  $K_{DE}$ , ed in funzione di  $J_v$  si leggono i fattori propulsivi  $w$  e  $t$  dalla curva di un ‘modo virtuale’ corrispondente alla velocità di interesse.

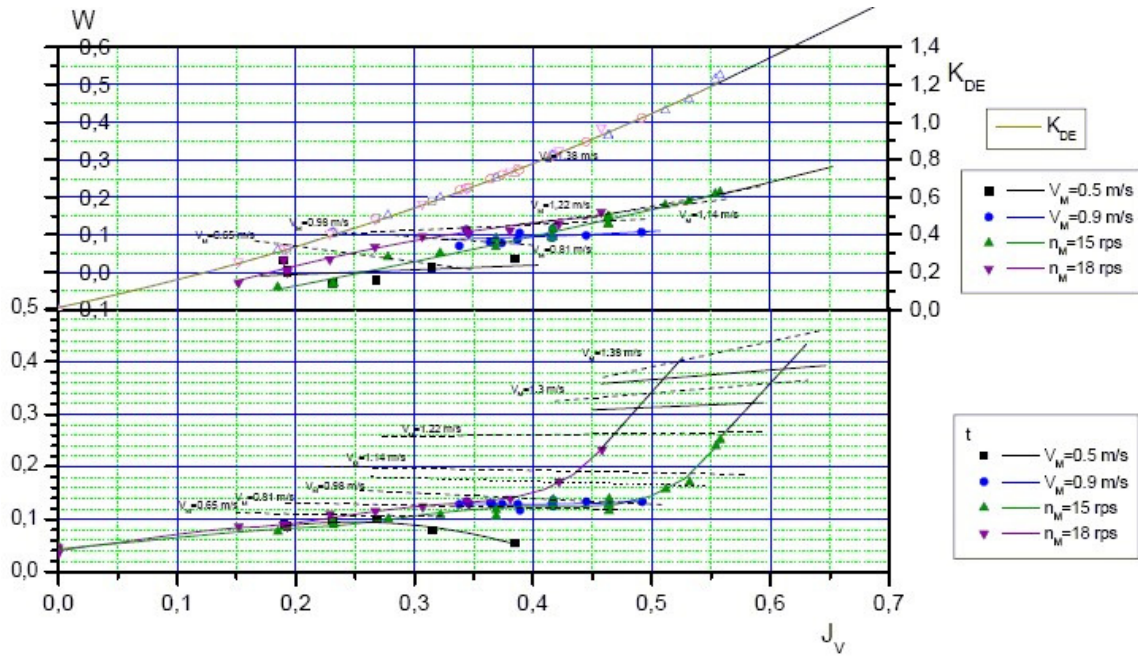


Figura 8.70. Coefficienti propulsivi in funzione del coefficiente d'avanzo ( $h/T = 1.46$ )



## Capitolo 9

# Cavitazione

La *cavitazione* ha rappresentato un fattore dominante nel progetto delle eliche navali fin da quando tale fenomeno fu individuato alla fine del XIX secolo. Influenza ogni aspetto della progettazione e delle prestazioni delle eliche navali, non solo dal punto di vista del rendimento, ma anche per quanto concerne l'erosione, il rumore e le vibrazioni indotte sullo scafo.

La cavitazione, o vaporizzazione di un fluido, è una variazione di fase presente in flussi ad alta velocità, che avviene quando la pressione assoluta locale nel liquido approssima la pressione di vapore alla temperatura ambiente, ovvero eguaglia la cosiddetta *pressione critica*. Le pompe, le turbine idrauliche, le eliche, i cuscinetti, molti dispositivi ed apparecchi idraulici e persino il corpo umano - cuore e giunture delle ginocchia - sono esempi di macchine dove possono insorgere fenomeni indesiderati prodotti dalla cavitazione.

Nel passato tali problemi si manifestavano solamente su navi molto veloci. Ma negli ultimi decenni, il continuo aumento delle dimensioni, del coefficiente di blocco e della larghezza dello specchio di poppa di molte navi, nonché le maggiori potenze installate a bordo hanno prodotto un continuo incremento del carico idrodinamico delle eliche navali; di qui un peggioramento delle loro condizioni dal punto di vista della cavitazione, soprattutto per navi monoelica di grande potenza. Il flusso che investe l'elica, caratterizzato, nelle navi moderne, da una notevole disomogeneità del campo di velocità, rende problematico progettare eliche, ancorché adattate alla scia, tali da evitare del tutto la presenza degli indesiderati effetti indotti dalla cavitazione.

Ben presto si comprese che, quando un corpo è soggetto a cavitazione, il flusso circostante risulta alterato, e si può prevedere una variazione delle sue caratteristiche non appena la zona cavitante sia sufficientemente estesa. Nel caso delle eliche navali, questa variazione dà luogo ad un aumento del numero di giri dell'elica, che si accompagna ad una riduzione della spinta e, seppure in minore misura, del momento torcente assorbito. Allo stesso tempo, decade il rendimento dell'elica con conseguente aumento della potenza assorbita a parità di velocità nave. Ancor prima, la cavitazione si manifesta con rumore, vibrazioni, erosione delle pale dell'elica, dei bracci portaelica e del timone. Più precisamente, le cavità fluttuanti causano alterazione delle forze stazionarie e non-stazionarie agenti sull'elica, con effetti deleteri sul suo rendimento e con irradiazione di pressioni di grande ampiezza che causano rumore e che contribuiscono significativamente ad eccitare vibrazioni sulla superficie dello scafo a poppa.

Nel progetto delle eliche navali è perciò estremamente importante prevenire, o quanto meno limitare, la presenza della cavitazione, anche nelle condizioni di servizio più sfavorevoli. Conoscere i limiti al di là dei quali può avvenire cavitazione è per il progettista un imperativo categorico. Nei veicoli marini veloci la cavitazione può presentarsi diffusamente sulle superfici di sostentamento idrodinamico, quali le zone piane poppiere degli scafi plananti, le ali portanti degli aliscafi e dei catamarani, le pinne dei sottomarini, ecc., che possono subire un grave deterioramento dell'efficienza idrodinamica.

f

## 9.1 Cenni storici

La storia della cavitazione data dalla metà del XVIII secolo, quando il tema divenne oggetto di studio da parte di Eulero (1754). In un articolo letto all'Accademia delle Scienze e delle Arti di Berlino, il matematico svizzero discusse la possibilità che un particolare fenomeno, che fu denominato 'cavitazione' più di un secolo dopo, avvenisse su un particolare progetto di ruota ad acqua, evidenziando l'influenza che questo fenomeno avrebbe potuto avere sul suo rendimento. In campo navale, il fenomeno della cavitazione emerse come significativo alla fine del XIX secolo su piccole eliche veloci applicate ai siluri. Si possono reperire pochi riferimenti diretti alla cavitazione nella letteratura navale fino alla seconda metà del XIX secolo, quando Reynolds (1873) scrisse una serie di articoli riguardanti le cause che determinavano il fuori-giri o 'racing' delle eliche su alcuni piroscafi. Questi articoli introdussero il concetto di cavitazione, così come è inteso ancora oggi, evidenziandone gli effetti sul rendimento dell'elica. Si scoprì che, nei casi di estesa cavitazione, la velocità di rotazione dell'albero aumentava considerevolmente rispetto a quella prevista dalle normali relazioni di assorbimento della potenza. All'epoca si cercò di eliminare il problema ricorrendo a riduttori adeguati che abbassassero il numero di giri dell'elica.

La cavitazione nelle eliche navali di solito si manifesta inizialmente con un aumento del numero di giri dell'elica senza in aumento corrispondente aumento della velocità della nave e furono registrati più tardi durante le prove. Questo 'fuori giri' delle eliche furono osservati per primo da Reynolds nel 1873 e furono registrati da Barnaby esaminando i diari di bordo del cacciatorpediniere inglese 'Daring'. Questa nave non riuscì a raggiungere la velocità richiesta con le eliche installate inizialmente; ma quando furono sostituite con eliche con una maggiore area di pala la velocità raggiunta fu notevolmente superiore a quella richiesta. Il primo ad evidenziare l'importanza della cavitazione in campo navale fu Barnaby (1897), il quale comprese che per ovviare alla caduta di velocità della nave, causata da un ridotto rendimento propulsivo per la presenza di cavità intorno all'elica, occorreva aumentare l'area di pala. Parsons giunse alle stesse conclusioni dopo avere analizzato le prove in mare della 'Turbinia', la sua nave sperimentale mossa da una turbina a vapore collegata ad un'elica a due pale di 0.75 m di diametro. Tutti i risultati di numerosi esperimenti al vero condotti in questi primi studi mostrarono che si poteva ottenere un miglioramento del rendimento dell'elica aumentando l'area della superficie di pala. Nel caso della 'Turbinia', che raggiunse appena 20 nodi alle prove a fronte dei 27 nodi

attesi, il crollo della velocità fu attribuito alla diminuzione della capacità di spinta dell'elica, conseguente all'eccessivo volume di cavitazione. Parsons decise che per assorbire tutta la potenza motore fosse opportuno adottare una sistemazione con tre eliche montate in tandem su ognuna delle tre linee d'asse, sistemando così un insieme di nove eliche di 0.46 m di diametro e con un rapporto d'area sviluppata pari a 0.60. Questa sistemazione consentì alla nave non solo di assorbire tutta la potenza alle corrette velocità di rotazione degli assi, ma permise anche di raggiungere la notevole velocità di 32.75 nodi assorbendo una potenza di 1491 kW. Tuttavia, la configurazione con più eliche per asse fu ben presto abbandonata.

Parsons attribuì a Froude l'adozione del termine 'cavitazione', sebbene tale merito vada assegnato a Barnaby, che fornì anche il primo criterio di cavitazione come limite della pressione specifica al di sopra della quale si sviluppava la cavitazione. Fissò tale limite come  $T/A_p = 0.8 \text{ kg/cm}^2$ . Verso il 1910, Taylor aggiunse che per evitare la cavitazione era necessario mantenere la velocità periferica degli apici di pala al di sotto di 61 m/s. I *criteri della pressione specifica e della velocità periferica* sono concettualmente validi ancora oggi e, sebbene con nuove formulazioni, costituiscono ancora gli strumenti più semplici ed affidabili di controllo della cavitazione nelle fasi iniziali del progetto dell'elica.

Come detto, i primi fenomeni vistosi di cavitazione, dovuti alle elevate velocità di rotazione del propulsore, furono eliminati soprattutto grazie all'introduzione di riduttori ad elevata velocità negli anni precedenti la prima guerra mondiale. Il primo incrociatore con riduttore su ambedue le linee d'assi fu il 'Leonidas' nel 1912. Con la crescita di potenza delle più diverse installazioni motoristiche, gli effetti della cavitazione cominciarono a manifestarsi in altra forma, ossia con erosione e butteratura delle pale, dovute agli elevati carichi di spinta.

Nel tentativo di mettere a fuoco le ragioni del successo delle sue decisioni intuitive, Parsons intraprese una serie di esperimenti su modelli di eliche, allo scopo di investigare la natura della cavitazione. Nel 1895 costruì la prima *galleria di cavitazione* per combattere i catastrofici effetti della cavitazione: crollo della spinta ed erosione delle pale. L'impianto consentiva di sperimentare eliche del diametro di due pollici e fu l'antesignana delle moderne gallerie di cavitazione. Comunque, cosciente dei limiti di questo primo laboratorio sperimentale, Parsons costruì, quindici anni dopo, una galleria di cavitazione molto più grande, nella quale si poterono provare modelli di eliche di diametro fino a dodici pollici. Successivamente, altre grandi gallerie di cavitazione furono costruite in Europa ed in America negli anni '20 e '30 del XX secolo, ognuna delle quali incorporava le lezioni delle precedenti.

Per evitare o, quanto meno, per ridurre gli effetti nocivi della cavitazione, è stato sviluppato nei decenni un formidabile lavoro di ricerca lungo due filoni: il primo riguarda la ricerca di base, ossia lo studio del fenomeno della cavitazione dal punto di vista fisico, idrodinamico e termodinamico; l'altro concerne la ricerca applicata, ossia lo studio, fondamentalmente nei laboratori di cavitazione, del fenomeno della cavitazione navale e dei suoi effetti.



## 9.2 Principi fisici della cavitazione

La cavitazione rimane un fenomeno difficile da descrivere con una teoria univoca e consistente. Banalizzando, il processo fisico che governa l'azione della cavitazione può essere considerato, a livello generale, come un'estensione del ben noto fenomeno in base al quale un liquido bolle, in alta montagna, ad una temperatura inferiore rispetto a quella necessaria al livello del mare. Sebbene i principi fisici che la governano non siano del tutto chiariti, in campo navale la cavitazione interessa fundamentalmente come fenomeno prodotto dalla diminuzione della pressione locale di un fluido in moto, causata dal moto stesso, mentre la temperatura ambiente rimane costante. È opinione diffusa che il modo più diretto di affrontare il fenomeno della cavitazione non possa che consistere nella descrizione e nell'analisi di quanto avviene nel flusso che circonda ed investe il corpo soggetto a cavitazione.

La cavitazione si manifesta come apparizione di *discontinuità di pressione* in certe zone del campo fluido. È una proprietà composita del flusso dei fluidi incompressibili, analoga al numero di Mach nel caso di fluidi compressibili. Nel flusso irrotazionale di un fluido incompressibile e non-viscoso ciò avviene, in base alla legge di Bernoulli, quando la velocità locale del fluido è sufficientemente elevata. Per effetto della discontinuità si formano cavità sotto forma di bolle di vapore oppure di grandi cavità riempite di vapore del fluido o di altri gas, che possono essere disciolti nel fluido o trattenuti dal moto del fluido stesso, oppure riempite da una miscela di vapore e gas. Per l'acqua, nella quale è disciolta solamente una piccola quantità di gas, la *pressione critica*, alla quale si innesca la cavitazione, sarà pressoché uguale alla pressione di vapore del fluido alla temperatura corrispondente, purché le condizioni prevalenti del flusso siano tali che l'aria non possa essere trattenuta. Parsons comprese questo aspetto del fenomeno, per cui fece sì che nella galleria di cavitazione la pressione atmosferica al di sopra del pelo libero fosse ridotta mediante una pompa. Ciò consentì alla cavitazione di comparire a basse velocità di rotazione dell'elica, rendendone più facile l'osservazione.

È difficile dare una definizione sintetica della cavitazione che compare sulle pale dell'elica. In prima approssimazione, la cavitazione può essere definita come una specie di vaporizzazione. Più accurata è la definizione di Lerbs, per cui *la cavitazione è una modifica del flusso caratterizzata dal fatto che, in certe zone del campo di velocità, la pressione decade alla corrispondente pressione di vapore del fluido*. Tale fenomeno è accompagnato dalla trasformazione in vapore saturo di una parte del fluido, la cui omogeneità è perciò alterata. I processi della cavitazione idrodinamica sono sostanzialmente del tipo a vapore, in quanto *le cavità si formano e crescono per vaporizzazione del fluido*, anziché per diffusione dei gas disciolti.

Le bolle devono contenere gas disciolti di dimensioni microscopiche, detti nuclei. Senza questi nuclei l'acqua non vaporizza affatto: né bolle, né cavità. Il volume d'aria contenuto è vicino o addirittura superiore alla saturazione, uno stato che corrisponde a circa 2% di aria nel volume della cavità. Perciò la vaporizzazione, ossia la cavitazione, inizia di solito alla o vicino alla pressione di vapore, che è funzione della temperatura dell'acqua. Quando una bolla di cavitazione è trascinata con il liquido fino a raggiungere una zona di pressione più elevata collassa improvvisamente. Le cavità riempite di vapore collassano violentemente, mentre le cavità con un

elevato contenuto di gas collassano in maniera relativamente più lenta e più calma. Il collasso violento di una cavità riempita di vapore è, infatti, un'implosione ed è causata dall'improvvisa condensazione del vapore. Se le bolle di vapore sono vicine a (o entrano in contatto con) una parete solida quando collassano, le forze esercitate dal liquido creano pressioni locali enormi che causano butterazione del materiale.

Per comprendere i principi della cavitazione, occorre puntualizzare che, sebbene l'ipotesi di incompressibilità sia una consuetudine giustificata nella trattazione dei problemi idrodinamici navali, in realtà tutti i liquidi sono compressibili e soggetti a deformazioni di volume quando intervengono variazioni di pressione e di temperatura. Una semplice interpretazione fisica di questo fatto è che, per effetto dell'influenza della temperatura o della pressione, la distanza tra le molecole di liquido varia nel tempo. Se tale distanza supera un valore critico, il legame tra le particelle di liquido si rompe e si ha un cambiamento di fase. Si consideri, quindi, in primo luogo il diagramma di fase dell'acqua mostrato in Figura 9.1.

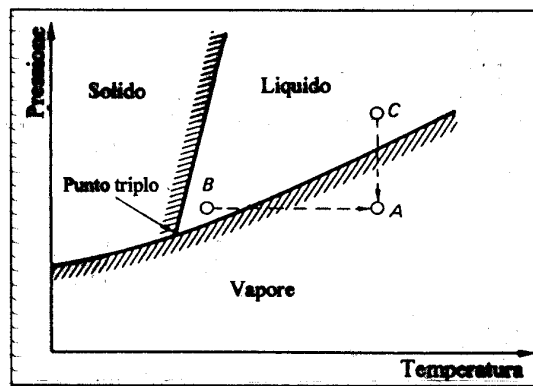


Figura 9.1. Diagramma di fase dell'acqua

Se si ipotizza che la temperatura sia sufficientemente elevata da impedire all'acqua di entrare nella fase solida, l'acqua si trova nello stato liquido in ambedue i punti  $B$  e  $C$  con un'entalpia  $h_{liq}(p,t)$  equivalente a questo stato. Nel punto  $A$ , che si trova nella fase di vapore, il fluido ha un'entalpia  $h_{sur}$  equivalente al vapore surriscaldato. Inoltre, quando attraversa la curva liquido-vapore, il fluido assorbe una variazione dell'entalpia latente  $h_{lat}$ . Nel passaggio da liquido a vapore l'entalpia cresce e nel punto  $A$  del fluido diviene

$$h_A = h_{liq} + h_{lat} + h_{sur}$$

È importante distinguere tra due tipi di vaporizzazione. Il primo è il ben noto processo di vaporizzazione attraverso la superficie che separa liquido e vapore, dove la variazione della pressione di vapore dipende dalla temperatura del liquido, come mostrato in Tabella 9.1. Il secondo si sviluppa lungo la curva di saturazione pressione - temperatura (curva liquido-vapore dell'acqua dolce in Figura 9.1), dove il vapore può coesistere in equilibrio con il suo liquido. Si osservi che la pressione di vapore alle temperature dell'acqua di mare o di fiume è molto inferiore alla pressione atmosferica.

Temperatura [°C]	0	10	20	30	50	75	100
Pressione [kPa]	0.611	1.227	2.337	4.241	12.335	38.550	101.325

Tabella 9.1. Temperature di saturazione dell'acqua dolce

Il fenomeno della cavitazione è il secondo modo in cui può avvenire la vaporizzazione; ciò presuppone la formazione di cavità entro il liquido stesso. In questo caso il processo di creazione di una cavità all'interno del liquido richiede lavoro per formare la nuova interfaccia. Di conseguenza, può accadere che il liquido si trovi soggetto a pressioni inferiori alla normale pressione di vapore, la quale è definita dalla curva liquido–vapore in Figura 9.1, senza che abbia luogo la vaporizzazione.

È possibile iniziare l'esperimento in un punto  $C$ , che è nella fase liquida, e ridurre lentamente la pressione ben al di sotto della pressione di vapore, fino a raggiungere il punto  $A$ , con il fluido che si trova ancora nella fase liquida. In effetti, quando l'acqua è molto pura, la fase liquida può essere estesa ulteriormente finché la pressione diviene negativa; quando un liquido si trova in questi stati di sovraespansione, si afferma che è in una *fase metastabile*. Alternativamente, è possibile ottenere lo stesso effetto a pressione costante, partendo da un punto  $B$  e riscaldando gradualmente il fluido fino ad una fase metastabile nel punto  $A$ . Se si segue l'uno o l'altro di questi percorsi, a pressione costante oppure a temperatura costante, oppure se si segue qualche percorso intermedio, può accadere che il liquido raggiunga una condizione limite in qualche punto al di sotto della curva liquido–vapore, per cui cava o vaporizza.

La latitudine alla quale un liquido può essere portato allo stato metastabile, ad una pressione inferiore a quella del vapore saturo, dipende dalla purezza dell'acqua. Se l'acqua contiene una quantità sufficiente d'aria disciolta, al diminuire della pressione l'aria stessa fuoriesce dalla soluzione e forma *cavità* nelle quali la pressione sarà maggiore della pressione di vapore. Questo fenomeno si verifica anche quando non esistono bolle visibili: accade che bolle submicroscopiche di gas possono fornire *nuclei* sufficienti per la formazione della cavitazione. Da un lato, ne deriva che la cavitazione può manifestarsi sotto forma di vapore o di gas, oppure come combinazione di entrambe. Dall'altro, ne consegue che il punto nel quale avviene la cavitazione può trovarsi sopra o sotto la pressione di vapore corrispondente alla temperatura ambiente.

In assenza di nuclei d'innesco, un liquido può sopportare notevoli tensioni negative senza subire cavitazione. Nel caso di un fluido come l'acqua, che obbedisce all'equazione di van der Waals

$$\left(p + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = RT$$

i valori limite delle tensioni sopportabili sono compresi in un ampio spettro. Ad esempio, alla temperatura ambiente, utilizzando valori adeguati per i coefficienti  $a$  e  $b$  nell'equazione (??), si può dimostrare che il *carico di rottura a trazione* è di circa 500 bar. In Figura 9.2 è mostrata una tipica isoterma insieme al confine di fase ed all'indicazione della resistenza a trazione del liquido.

Tuttavia, è stato riscontrato che il carico di rottura a trazione dei liquidi chimicamente puri è identico alla pressione intrinseca  $a/V^2$  nell'equazione (??), il che comporterebbe per i liquidi una enorme capacità di resistenza alla trazione, dell'ordine dei megapascal. Infatti, se in laboratorio si rende l'acqua perfettamente pura, senza bolle di aria o gas, neanche di dimensioni microscopiche, è del tutto possibile portare sperimentalmente la pressione al di sotto delle zero assoluto fino a raggiungere un valore negativo, che denota carico di trazione, prima che l'acqua si rompa. Ma ciò è in contraddizione con il concetto che le cavità si formano quando la pressione si approssima alla pressione di vapore. In pratica, l'acqua è capace di sopportare carichi di trazione molto elevati, purché subisca un filtraggio rigoroso ed un trattamento preliminare di elevata pressurizzazione. La contraddizione sembra risolvibile se si ipotizza la *presenza di nuclei* intorno ai quali le cavità si formano e crescono. La natura dei nuclei non è ancora compresa perfettamente; potrebbero essere particelle microscopiche di polvere o di altri contaminanti largamente diffusi. Quando sono presenti nuclei solidi ed impermeabili, con diametro di circa  $10 \mu\text{m}$ , l'acqua può sopportare solamente carichi a trazione dell'ordine delle decine di bar. Tuttavia, anche quando le condizioni di pressione locale siano note con precisione, non è facile prevedere quando si innescherà la cavitazione, in quanto si dovrebbe stimare preventivamente la distribuzione e le dimensioni dei nuclei presenti.

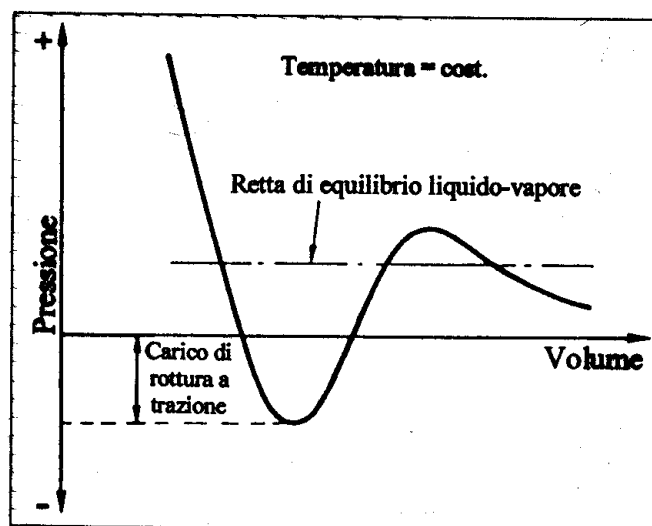


Figura 9.2. Isoterma di van der Waals

Per spiegare la formazione di una cavità, si consideri una piccola bolla sferica di gas di raggio  $R$ , immersa in acqua. Per la condizione di equilibrio statico, la differenza di pressione tra l'interno e l'esterno della superficie della bolla deve bilanciare la forza di *tensione superficiale*, per cui si ha

$$p_v - p_o = \frac{2\chi}{R} \quad (9.1)$$

dove  $p_v$  è la pressione del vapore saturo e/o del gas (pressione interna),  $p_o$  è la pressione assoluta del liquido (pressione esterna), e  $\chi$  è la costante di capillarità.

Questa bolla, che costituisce il nucleo o il germe della cavitazione, comincia a crescere in un fluido a riposo non appena si verifichi la disequaglianza

$$p_v > p_o + \frac{2\chi}{R}$$

Questa disequaglianza mostra che il processo di crescita delle bolle dipende dal loro raggio, dalle proprietà fisiche del fluido e dalla presenza in questo d'impurità che determinano il valore di  $\chi$ , così come dal valore della pressione esterna  $p_o$ . Una notevole influenza può essere esercitata anche dal processo di diffusione dei gas disciolti nell'acqua all'interno della bolla. Da quanto detto, risulta chiaro perché i valori calcolati della resistenza a trazione differiscano così nettamente dai valori teorici ottenibili nell'ipotesi di omogeneità del liquido.

Nelle condizioni date di un flusso, quando le bolle sono trattenute dalla corrente, la loro stabilità e la loro crescita sono sottoposte all'influenza delle forze inerziali, delle forze viscosive e dell'eterogeneità del campo di pressione. Ad un certo punto, la condizione (9.2) non è più rispettata ed il processo di sviluppo della cavitazione, considerato come crescita delle bolle, non può più essere descritto mediante relazioni semplici. I valori di resistenza a trazione del fluido in moto cambiano in funzione della velocità del flusso e della quantità d'aria contenuta. I valori del carico di rottura a trazione crollano, a meno che l'acqua non sia sottoposta ad una forte pressurizzazione preliminare, facilitando il riassorbimento delle bolle, ossia la sparizione dei nuclei di cavitazione.

Nonostante una diffusa letteratura sul tema, tanto la comprensione quanto la previsione della formazione dei nuclei di bolle costituiscono ancora un problema, oggetto di ricerche complesse. In generale, sono stati proposti due modelli principali di formazione di nuclei: il *modello di fessurazione stazionaria* ed i *modelli di nuclei trattenuti* nella corrente fluida (nuclei mobili). Nel primo caso, si suppone normalmente che i nuclei stazionari si trovino in piccole fessurazioni di pareti adiacenti, mentre, al contrario, si ipotizza che i nuclei mobili siano trattenuti entro la corrente principale del fluido. Di conseguenza, i nuclei trattenuti sono considerati la sorgente primaria di cavitazione, sebbene la cavitazione possa essere generata ovviamente da nuclei stazionari posizionati sulla superficie di pala nella zona di minima pressione. Nel secondo caso, i nuclei vanno intesi come grappoli di gas o molecole di vapore di dimensioni sufficienti a consentirne una successiva crescita in presenza di una pressione ridotta.

Tra i modelli di formazione dei nuclei, quelli proposti da Harvey et al. (1947), da Strasberg (1959) e da Cram (1980) sono probabilmente i più importanti. Questi modelli partono dall'assunto che le microparticelle trattenute nel liquido, contenenti al loro interno microfessurazioni asciutte ad angolo acuto, siano una sorgente di formazione di nuclei. Il che comporta che, se una tasca di gas viene trattenuta in una fessurazione e se le condizioni ambientali sono adeguate, questa può esistere in equilibrio stabile piuttosto che dissolversi nel fluido.

L'innescò della cavitazione è legato, comunque, all'aumento della velocità del flusso ed alla riduzione sensibile della pressione nelle zone in depressione della superficie del corpo. Questa riduzione di pressione causa la rottura dell'equilibrio e l'inizio della crescita dei nuclei di

cavitazione, ossia delle bolle di cavitazione che si formano nelle fessurazioni microscopiche della superficie dei corpi. In base all'equazione (9.2), quanto più piccola diviene la bolla, tanto maggiore deve risultare la differenza di pressione attraverso la bolla stessa. Poiché, secondo la legge di Henry, la solubilità di un gas in un liquido è proporzionale alla pressione del gas, è ragionevole ipotizzare che in una piccola bolla il gas dovrebbe dissolversi rapidamente nel liquido. Tuttavia, Harvey et al. (1947) dimostrarono che una tasca di gas può continuare ad esistere entro una fessurazione molto fine della superficie solida, purchè la superficie sia idrofobica o bagnata in maniera imperfetta. Tali fessurazioni possono servire come centri stabili di formazione e di crescita delle bolle di cavitazione.

La Figura 9.3 mostra schematicamente i vari stadi nel processo di formazione dei nuclei in una microparticella. La pressione si riduce andando da sinistra verso destra. Si può osservare come l'interfaccia liquido-gas cambi da una forma convessa ad una forma concava. Può accadere che la cavità nella fessurazione della microparticella cresca in misura tale che una sua parte si stacchi fino a formare una bolla trattenuta nel campo fluido.

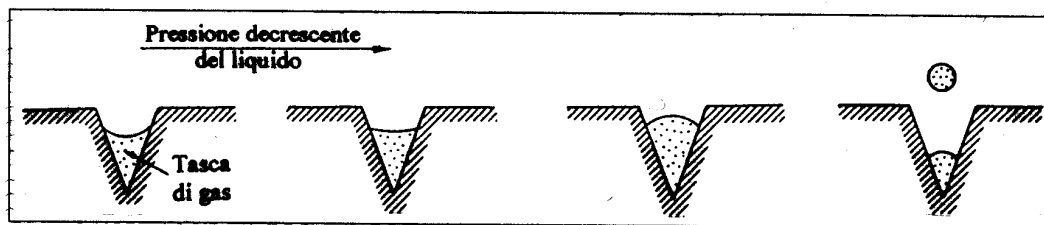


Figura 9.3. Modello di formazione dei nuclei per fessurazione di una microparticella

Trattenute nella corrente, le bolle di cavitazione, sempre pulsanti, crescono ed il loro numero aumenta costantemente. Tuttavia, passando in seguito nella zona dove la pressione comincia a crescere, queste bolle collassano provocando rumore e fluttuazioni istantanee della pressione, le quali provocano l'erosione del materiale della superficie del corpo. Questo fenomeno, tipico della cavitazione a bolle, si manifesta nel flusso intorno a corpi ben sagomati con punti caratterizzati da forti depressioni lungo la loro superficie. Se la velocità continua a crescere, le bolle, unendosi, possono formare sulla superficie del corpo una tasca di gas o aria non disciolta che evolve in una tasca di vapore, come illustrato nella sequenza riportata in Figura 9.4. In realtà la tasca è instabile. All'estremità della tasca sviluppata appare un'inversione del flusso, che provoca il distacco della tasca dalla superficie del corpo con il suo spostamento ulteriore a valle del flusso e con un suo eventuale riattacco. Nel luogo della sua formazione iniziale si forma una nuova tasca ed il ciclo riprende. Queste tasche agiscono come interfacce nelle quali inizia la vaporizzazione del fluido.

Per grandi velocità del flusso, l'estensione della cavitazione aumenta e contestualmente aumenta la sua stabilità. La zona del riassorbimento della cavitazione si situa verso il bordo d'uscita del corpo. Sparisce la struttura globulare della cavitazione, che diviene stazionaria e trasparente. A questo punto l'erosione sparisce. Solamente nella zona del suo riassorbimento rimane una zona di flusso con un mescolamento intenso del fluido e con una non-stazionarietà diffusa.

Quando si osserva la formazione di una tasca stazionaria e trasparente si parla di cavitazione a pellicola. Il flusso intorno ad un profilo, nel quale la cavitazione a pellicola si stende su tutto il dorso o sulla maggior parte della superficie del corpo, e dove il riassorbimento della cavitazione si produce ben a valle del bordo d'uscita del profilo, è detto *supercavitante*. Questo avviene per valori sufficientemente bassi del numero di cavitazione (all'incirca per un valore di  $\sigma$  dimezzato rispetto a  $\sigma_i$ ).

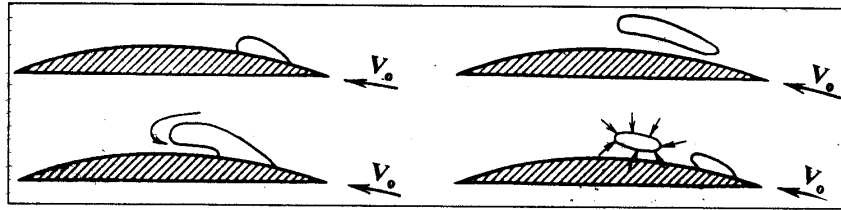


Figura 9.4. Formazione di tasche di vapore

L'apparizione dell'una o dell'altra forma di cavitazione dipende dai parametri geometrici della forma del corpo e dalla legge di distribuzione della pressione sulla sua superficie. Creando corpi di forma speciale, o profili a spigoli vivi detti supercavitanti, si può accelerare il processo di sviluppo della cavitazione a pellicola con riassorbimento della cavità dietro il profilo (Fig. 9.5).

Sono stati proposti altri modelli di formazione dei nuclei - tra gli altri quelli di Fox & Herzfeld (1954) e quello di Plesset (1963) - che hanno svolto un ruolo fondamentale nella comprensione, ancorché imperfetta, del processo globale di formazione dei nuclei. Fox e Herzfeld suggerirono che una pellicola di impurità organiche, ad esempio acidi grassi, si accumula sulla superficie di una bolla sferica di gas per impedire il dissolvimento del gas nel fluido quando la bolla si rimpicciolisce; questa riduzione di dimensioni fa sì che cresca il differenziale di pressione, come desumibile dall'equazione (9.2). In questo modo si postula che i nuclei possano stabilizzarsi durante il periodo in cui la bolla passa attraverso una zona di bassa pressione, dove la pellicola verrebbe spostata, dando luogo all'inizio della formazione di una cavità. Il modello 'a pellicola' è stato rifinito e migliorato successivamente da Yount (1982). Il modello di impurità asciutte di Plesset suggerisce che esse possano favorire la formazione di nuclei di bolle senza che esistano gas diversi dal vapore del liquido, che è inevitabilmente presente.

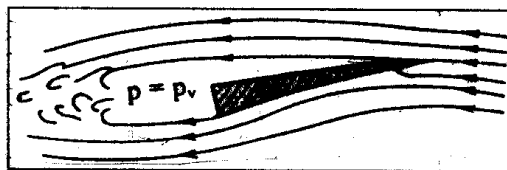


Figura 9.5. Bolla supercavitante

La cavitazione dà luogo ad una serie di altri fenomeni fisici che, sebbene di minore importanza per la propulsione delle navi, sono interessanti dal punto di vista fisico, soprattutto perchè facilitano l'erosione del materiale. Il primo è la *sonoluminescenza*, che è una debole emissione di luce da parte della bolla di cavitazione nella fase finale del suo collasso. Questo fenomeno

è generalmente attribuito alle temperature molto alte prodotte dalla compressione adiabatica dei gas trattenuti entro le bolle di cavitazione collassanti. Fotografie interferometriche hanno mostrato l'esistenza di forti gradienti di densità o di onde d'urto nel liquido circostante le bolle collassanti. Quando le bolle collassano, il fluido circostante può raggiungere temperature di 10000 Kelvin (vedi Conferenza Generale dei Pesi e delle Misure, 1967), mentre Wheeler (1960) ha concluso che aumenti della temperatura nell'ordine dei 500–800°C possono prodursi nei materiali adiacenti la bolla collassante. Il collasso delle bolle si completa in un brevissimo intervallo (da millisecondi a nanosecondi). È stato dimostrato che le onde d'urto risultanti, irradiate attraverso il liquido adiacente la bolla, possono presentare una differenza di pressione fino a 4000 atmosfere.

### 9.3 Meccanismo della cavitazione su un profilo alare

Un liquido come l'acqua comincia a evaporare quando la sua pressione raggiunge la pressione di saturazione del vapore, per cui, se la pressione su qualche punto del dorso della pala cade al livello della pressione di vapore, in quel punto l'acqua comincia a cavitare. In effetti l'acqua di mare contiene piccolissime particelle solide in sospensione e gas disciolti; queste impurità fanno sì che la cavitazione inizi a pressioni in certa misura più elevate della pressione di vapore poiché le particelle solide agiscono quali nuclei per la formazione delle cavità ed i gas disciolti fuoriescono dalla soluzione prima che l'acqua cominci ad evaporare. La cavitazione in acqua di mare può iniziare quando la pressione assoluta raggiunge un valore di 17 kN/m<sup>2</sup> invece della pressione effettiva di vapore che ha un valore di 1.704 kN/m<sup>2</sup> a 15°C per l'acqua dolce, mentre il valore per l'acqua di mare è leggermente inferiore.

È noto che, se in un punto del flusso intorno ad un profilo portante la pressione assoluta scende al di sotto di un valore limite  $p_c$ , l'acqua comincia ad evaporare. Si formano, di solito sul bordo d'ingresso, cavità nelle quali le pressioni interne sono inferiori al valore  $p_c$ . Le bolle si muovono successivamente lungo il profilo, trascinate dal flusso verso zone dove la pressione è maggiore, finché implodono violentemente.

Quando si studia il fenomeno della cavitazione di un fluido in sostanza incompressibile come l'acqua, il valore assoluto della pressione non governa le equazioni del moto, ma vi figura solamente la sua derivata parziale. Questa circostanza favorevole ha consentito, tra l'altro, di modellare il fenomeno attraverso parametri che contengono differenze di pressione, il che ha permesso di applicare sperimentalmente la legge di similitudine non alla pressione assoluta  $p$ , ma a differenze rispetto a  $p$ , quale  $p - p_c$ , assumendo che  $p_c$  sia una costante.

Per comprendere il meccanismo della cavitazione sulle eliche navali, si consideri il profilo di una qualsiasi sezione di pala ed una generica linea di corrente  $AB$  che ha un piccolo angolo d'incidenza rispetto al profilo (Fig. 9.6). Il fluido è assunto omogeneo, non viscoso, bidimensionale, con velocità e pressione totale indisturbate  $V_0$  e  $p_0$ . Se si ipotizza che sia rispettato il principio di continuità, e che le condizioni di velocità e di pressione siano rappresentate dal teorema di



Bernoulli, si può scrivere

$$\frac{p_o}{\rho g} + \frac{V_o^2}{2g} = \text{cost.} \quad \Rightarrow \quad p_o + \frac{1}{2}\rho V_o^2 = \text{cost.}$$

In un punto qualsiasi  $P$  della linea di corrente  $AB$ , nel quale la pressione è  $p_1$  e la velocità è  $V_1$ , sempre in virtù del teorema di Bernoulli, si può imporre che sia

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho V_1^2 = p_o + \frac{1}{2}\rho V_o^2$$

per cui la variazione di pressione in  $P$  rispetto al flusso indisturbato vale

$$\Delta p = p_1 - p_o = \frac{1}{2}\rho (V_o^2 - V_1^2)$$

Questa relazione mostra che la pressione nel punto  $P$  è minore ( $\Delta p < 0$ ) o maggiore ( $\Delta p > 0$ ) della pressione indisturbata a seconda che il flusso lungo la linea di corrente considerata risulti accelerato o decelerato.

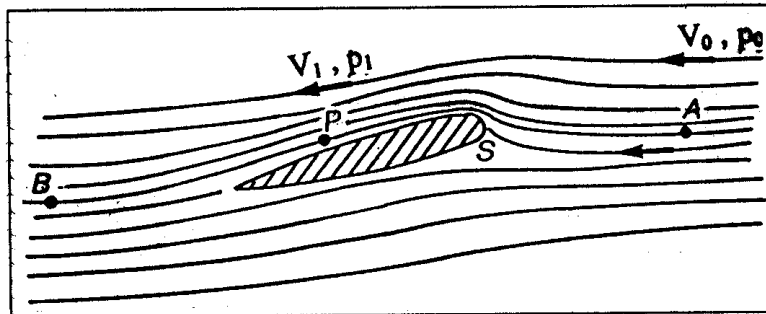


Figura 9.6. Flusso intorno ad un profilo alare

In particolare, esiste un punto  $S$ , in prossimità del bordo d'ingresso del profilo, dove le linee di corrente si separano ed il fluido, seguendo queste linee biforcanti, devia di  $90^\circ$  perdendo completamente velocità ( $V_1 = 0$ ): in altri termini, si annulla la variazione della quantità di moto in direzione dell'avanzamento delle linee di corrente. Conseguentemente, l'incremento di pressione nel punto  $S$  rispetto alla pressione  $p_o$  del fluido circostante indisturbato raggiunge il valore massimo che ammonta a

$$\Delta p = p_1 - p_o = \frac{1}{2}\rho V_o^2$$

Se si considera la linea di corrente divisoria, si definisce il punto  $S$  come *punto di singolarità idrodinamica* o punto di stagnazione, nel quale tutta la velocità si trasforma in *pressione dinamica* (pressione di stagnazione dinamica) pari a

$$q = \frac{1}{2}\rho V_o^2 \quad (9.2)$$

A causa della asimmetria del profilo, o soltanto per effetto dell'asimmetria del flusso causato dall'angolo d'incidenza anche su un profilo simmetrico, le linee di corrente che lambiscono il dorso della pala (percorso lungo) risultano accelerate, il che ha come effetto una riduzione di pressione, mentre il fluido sulla faccia (percorso breve) decelera con un conseguente aumento di pressione. Come noto, sul profilo, a causa di questo gioco pressione–depressione tra faccia e dorso, si crea *portanza*.

In un generico punto  $P$  del campo fluido, vicino al dorso di pala, la pressione  $p_1$  è derivabile come

$$p_1 = p_o + \frac{1}{2}\rho(V_o^2 - V_1^2) = p_o + \Delta p$$

che si annulla quando risulta essere

$$\Delta p = -p_o$$

In tal caso, dal momento che l'acqua ha una ridotta capacità di resistere a trazione, nel punto  $P$  si ha un'interruzione della linea di corrente con formazione di una bolla o di una cavità. Teoricamente, la cavitazione si innesca in quei punti del fluido dove è  $\Delta p = -p_o$ . In realtà questo fenomeno si manifesta ancora prima che sia  $p_1 = 0$ , ovvero quando la pressione  $p_1$  vale  $p_v$  che, alla temperatura ambiente, rappresenta la *pressione di vapore saturo* alla quale inizia l'evaporazione dell'acqua.

Perciò, se si impone che valga il criterio

$$p_v = p_o + \Delta p \quad \Rightarrow \quad \Delta p = -(p_o - p_v)$$

e se si dividono ambedue i termini dell'equazione di destra per la pressione dinamica  $q$ , si ricava la *condizione per l'innesco della cavitazione*, la quale impone che la pressione idrostatica totale assoluta sia eguale o minore della pressione di vapore; ossia

$$-\frac{\Delta p}{q} = \frac{p_o - p_v}{q} \leq \sigma \quad (9.3)$$

Il termine a destra della disequazione viene definito indice di cavitazione di vapore o *numero di cavitazione*, che indica la tendenza o la predisposizione del flusso a cavitare

$$\sigma = \frac{p_o - p_v}{\frac{1}{2}\rho V_o^2} \quad (9.4)$$

dove

$p_o$  : pressione idrostatica assoluta = pressione atmosferica + pressione statica;

$p_v$  : pressione di vapore, dipendente dalla temperatura dell'acqua;

$q$  : pressione dinamica, dipendente dalla massa specifica dell'acqua e dalla velocità del flusso.

Il numero di cavitazione esprime il rapporto tra la pressione idrostatica netta e la cosiddetta pressione dinamica. È una quantità adimensionale, utile a caratterizzare la suscettibilità del

fluido in moto a cavitare. L'andamento di questo rapporto lungo il profilo, che dipende dal carico dell'elica, dalla forma del profilo e dall'angolo d'incidenza del flusso (vedi Capitolo 4), può essere determinato sia sperimentalmente, sia numericamente. Quando il valore di  $\sigma$  è elevato, la cavitazione è improbabile, mentre, quando è basso, la probabilità è grande.

Il flusso locale e, quindi, la geometria del profilo ed il carico dell'elica entrano in gioco attraverso il cosiddetto *coefficiente di pressione minima* di Eulero, peculiare alla particolare posizione sulla sezione di pala ed alla sua condizione operativa, che può essere definito come

$$C_{P_{min}} = \frac{p_{min} - p_o}{\frac{1}{2}\rho V^2} \quad (9.5)$$

dove  $p_{min}$  è la pressione minima in qualche punto del profilo, mentre  $V$  è la velocità relativa totale. Trascurando gli effetti di superficie libera (numero di Froude) e gli effetti viscosi (numero di Reynolds), il coefficiente di pressione minima risulta indipendente dalla dimensione del corpo.

In base alla relazione (9.3), la pressione minima può essere espressa come

$$p_{min} = p_o + \frac{1}{2}\rho V^2 \cdot C_{P_{min}} \quad (9.6)$$

Poiché è  $C_{P_{min}} < 0$ , tale coefficiente può essere sostituito dalla notazione  $|C_{P_{min}}|$  per evidenziare il segno negativo.

Nella condizione critica data da  $p_{min} = p_v$ , la combinazione delle equazioni (9.4) e (9.6) porta alla definizione dell'*indice d'innescò della cavitazione*  $\sigma_i$  come

$$\sigma_i = -C_{P_{min}} = |C_{P_{min}}| \quad (9.7)$$

Poiché il numero di cavitazione è una forma del numero di Eulero (coefficiente di pressione), si può affermare che due corpi geometricamente simili hanno la stessa suscettibilità a cavitare, o hanno lo stesso grado di cavitazione, se presentano lo stesso valore di  $\sigma$ . In altri termini, imporre l'eguaglianza di  $\sigma$  consente di utilizzare la teoria della similitudine per prove sperimentali su modelli in regime di cavitazione.

La Figura 9.7 mostra qualitativamente le distribuzioni di pressione sulla faccia e sul dorso di un profilo alare per due differenti angoli d'incidenza, dove all'angolo  $\alpha_2$  si raggiunge la  $\sigma$  di cavitazione. Se ne desume che l'innescò della cavitazione sul dorso non dipende tanto dal valore medio della depressione sul dorso, quanto dal *picco di depressione*.

Assumendo che sia stata definita la distribuzione di pressione intorno ad un profilo alare, la stessa può essere utilizzata per determinare l'innescò della cavitazione ricavando la pressione minima sul profilo e confrontandola con la pressione di vapore. Il che equivale, in termini adimensionali, a *eguagliare il negativo* del coefficiente di pressione minima  $-|C_{P_{min}}|$  con il numero di cavitazione  $\sigma_i$ . Il che può essere illustrato dalla Figura 9.8 riporta le distribuzioni di pressione intorno ad un profilo alare Göttingen, relative ad un angolo d'incidenza positivo (curve continue) e ad un angolo d'incidenza negativo (curve tratteggiate). È evidenziata l'area di cavitazione sul dorso, corrispondente alla zona intorno al bordo d'ingresso dove

è  $- |C_{P_{min}}| > \sigma$  di cavitazione. Si può anche osservare come, per un angolo  $\alpha$  negativo, la faccia si trovi in depressione lungo un buon tratto della lunghezza di corda, con un picco di pressione ridotto sul bordo d'ingresso dal lato della faccia del profilo.

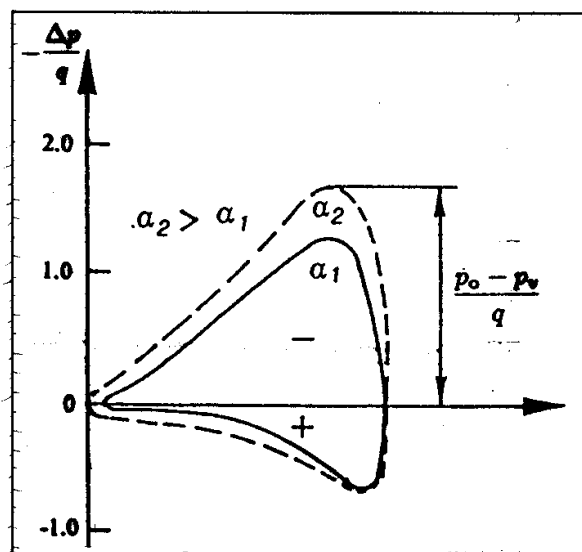


Figura 9.7. Distribuzione di pressione al limite di cavitazione

È importante rimarcare che, a parità di portanza, la sezione più resistente alla cavitazione sarà quella che ha la distribuzione di pressione più regolare ed il picco di pressione meno marcato.

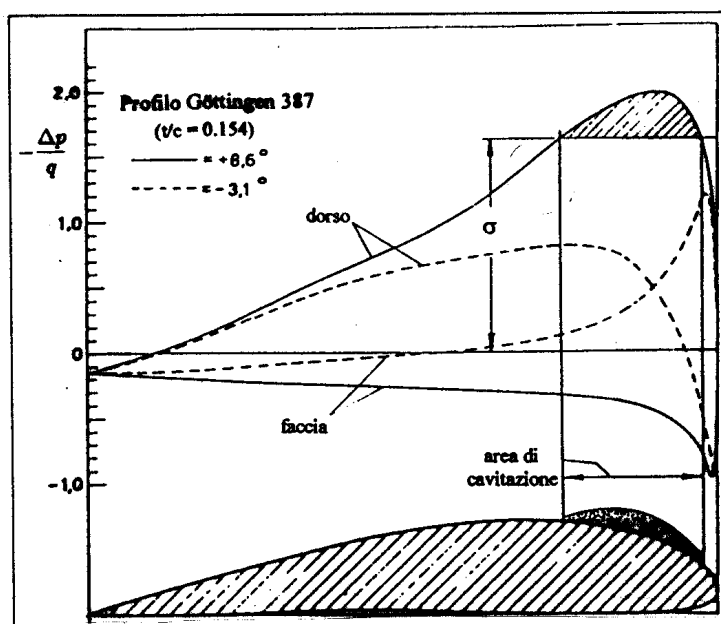


Figura 9.8. Distribuzioni di pressione su un profilo alare Göttingen

Tra i numerosi profili alari ed i profili ogivali, sono questi ultimi i meno suscettibili alla cavitazione. Infatti, furono utilizzati a lungo nelle eliche molto caricate (cacciatorpedinieri ed unità navali molto veloci), così come nelle sezioni esterne delle eliche di serie sistematiche ad ampia latitudine di funzionamento, come le eliche della Serie-B di Wageningen. Nei moderni profili alari la distribuzione di pressione risulta più uniforme, per cui tali profili vengono utilizzati oggi anche su eliche molto caricate. Va sottolineato, ancora una volta, come il rischio di cavitazione non dipende tanto dall'entità della portanza totale (spinta) prodotta dal profilo, come deriverebbe da vari criteri di cavitazione media di pala, quanto piuttosto dalla forma della curva di depressione.

## 9.4 Tipi di Cavitazione

Per definizione, i flussi cavitanti sono zone del campo fluido a flusso multifase. Le due fasi più importanti sono il liquido ed il suo vapore, anche se, in quasi tutti i casi, esiste una quantità di gas, come l'aria, che ha un'influenza significativa sia nell'implosione delle bolle, sia, soprattutto, nel meccanismo del loro innesco. Questa è la ragione per cui la cavitazione è generalmente considerata un regime di flusso bifase a tre componenti. Knapp et al. (1970) hanno preferito classificare il fenomeno della cavitazione idrodinamica in *cavitazione fissa*, *cavitazione mobile*, *cavitazione vorticoso* e *cavitazione vibratoria*.

La cavitazione fissa è tale nel senso che le cavità sviluppate sono attaccate al corpo. In generale, tali cavità hanno un aspetto limpido e trasparente. Al contrario, come indica il suo nome, la cavitazione mobile consiste di singole bolle che si muovono insieme alla corrente libera che scorre lungo il corpo interessato al fenomeno. Le cavità mobili hanno origine dalla rottura di una cavità fissa che si allontana dalla superficie del corpo, oppure derivano da nuclei trattenuti entro il mezzo fluido. La Figura 9.9 indica la differenza sostanziale tra questi due tipi base di cavitazione.

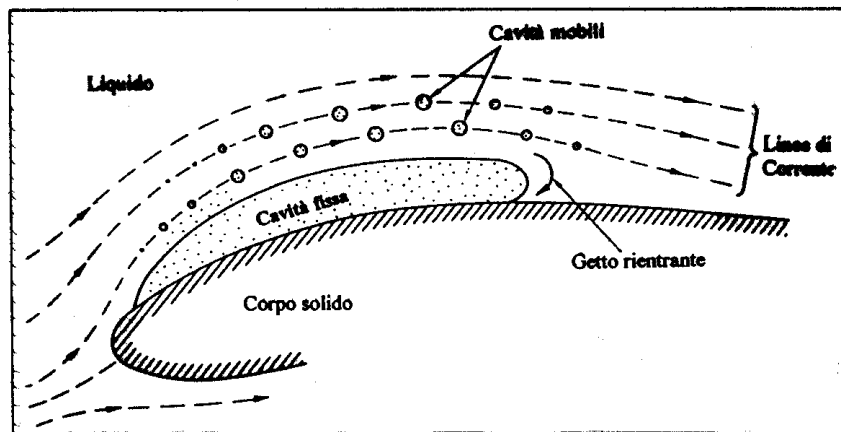


Figura 9.9. Cavità fissa e cavità mobili

La cavitazione vibratoria è causata da pulsazioni di onde di pressione nel liquido, di solito generate perpendicolarmente al piano trasversale del corpo. Tale cavitazione si presenta quando le oscillazioni di pressione sono abbastanza elevate da far sì che la pressione nel liquido raggiunga e/o cada ad intermittenza al di sotto della pressione di vapore. Ultima, ma più importante, la cavitazione vorticoso sarà discussa diffusamente più avanti.

In ogni caso, la fisica del processo della cavitazione non comporta una distinzione tra i diversi modi nei quali è stata classificata la sua manifestazione. Una qualche distinzione, comunque, può tornare utile in pratica. Non esistono standards accettati universalmente per descrivere i diversi tipi di cavitazione. In generale, si può affermare che una descrizione del *carattere* e dell'*estensione della cavitazione* dovrebbe contenere informazioni sulla posizione, sulla dimensione, sulla struttura e sulla dinamica della(e) cavità, e dovrebbe riportare anche la dinamica dominante del flusso. Per quanto riguarda le informazioni relative alla posizione delle cavità, queste possono trovarsi sull'apice di pala, sul raccordo della radice di pala, nello spazio tra pala e mantello di un'elica intubata, sul mozzo e/o sul cappellozzo, sul bordo d'entrata di pala, sul bordo d'uscita, sul dorso e sulla faccia di pala, ecc. La dimensione delle cavità può essere descritta definendo l'area di pala coperta da un certo tipo di cavitazione. La dinamica della cavità può essere catalogata come stazionaria, quasi-stazionaria, instabile, non-stazionaria, transitoria, aderente, tracciante. Le caratteristiche dinamiche del flusso nel quale ha luogo la cavitazione possono essere descritte mediante le notazioni seguenti: strato limite laminare, strato limite turbolento, flusso stazionario, flusso instabile, flusso con separazione, vortici liberi, campi di scia uniformi o non-uniformi. Se si utilizzano altre tecniche di osservazione e visualizzazione (foto ad alta velocità, olografia, diffusione laminare, metodi acustici), sarà opportuno introdurre una terminologia adeguata per descrivere il tipo di cavitazione.

I laboratori sperimentali, che misurano la cavitazione delle eliche navali, forniscono normalmente schizzi e/o fotografie dei modelli di eliche soggetti a cavitazione. Le foto descrivono ciò che è visibile mediante strumenti stroboscopici, mentre gli schizzi fanno riferimento a differenti modi di descrizione della cavitazione: a lamina, a bolle, a nuvola, a strisce, di vortici degli apici o di vortici del mozzo, ecc. Il tipo di cavitazione è determinato sostanzialmente dalla distribuzione della pressione sulle pale dell'elica. Quando si ha un brusco picco di depressione sul bordo d'ingresso delle pale, si ha cavitazione a lamina. Quando la caduta di pressione è graduale e la pressione minima si trova lontana dai bordi di pala, si manifesta cavitazione a bolle. Si ha formazione di cavitazione per vortice sugli apici di pala a seconda dell'entità del carico idrodinamico sugli apici stessi.

### **Cavitazione a lamina**

La *cavitazione a lamina*, la cavità si presenta nella forma di uno strato sottile che copre una grande parte della superficie di pala dell'elica. La cavitazione a lamina si manifesta inizialmente sui bordi d'ingresso del dorso, se le sezioni di pala operano con grandi angoli d'incidenza positivi, causando un ripido picco di pressione negativa vicino al bordo d'ingresso. Viceversa,

se le sezioni operano con incidenza negativa, questo tipo di cavitazione può comparire inizialmente sulla faccia delle pale. La cavitazione a lamina si manifesta perchè, quando le sezioni operano ad angoli d'incidenza diversi da quello ideale (*shock-free angle*), si instaurano elevati gradienti di pressione intorno ai bordi d'ingresso. Se l'angolo d'incidenza aumenta e/o se il numero di cavitazione diminuisce, il flusso non è più in grado di restare aderente al profilo e produce cavità elementari create casualmente da singoli nuclei o da irregolarità del materiale di pala vicino al bordo d'ingresso (Bark, 1985). Dopo una fase di crescita, le cavità elementari formano un unico strato sottile di fluido, che si diffonde dal bordo d'ingresso sulla superficie di pala sia radialmente, sia lungo le corde delle sezioni, sotto forma di una lamina argentea, la cui estensione dipende dalle caratteristiche progettuali dell'elica e dalle condizioni ambientali. Questo tipo di cavitazione comporta un basso rischio di erosione.

La cavitazione a lamina di solito ha origine sul bordo d'ingresso delle pale, quando le sezioni di pala operano a grandi angoli d'incidenza. Se l'angolo d'incidenza è positivo, la cavitazione a lamina avviene sul dorso di pala, mentre se l'angolo d'incidenza ha un grande valore negativo - come avviene per le eliche degli aliscafi - la cavitazione a lamina avviene sulla faccia di pala. Le sezioni di pala che operano ad angoli d'incidenza piccoli o nulli (*shock-free entry*) in genere non soffrono di cavitazione a lamina, a meno che siano progettate per promuovere cavitazione a lamina come nel caso delle eliche supercavitanti.

La Figura 9.10a mostra un esempio di cavitazione a lamina su un modello di elica, dove è visibile anche cavitazione di vortice sull'apice. Questo tipo di cavitazione è generalmente stabile, sebbene possano crearsi situazioni con una certa instabilità, soprattutto quando l'elica opera in una scia alquanto disomogenea. Se è prevedibile instabilità anche al vero, va trovata una soluzione, in quanto l'instabilità può portare ad erosione del materiale di pala e ad indesiderate fluttuazioni di pressione.

### **Cavitazione a bolle**

La *cavitazione a bolle* avviene nelle eliche i cui profili alari non sono progettati per avere una distribuzione di pressione uniforme sul dorso. Le bolle si formano appena a monte della posizione di massimo spessore dove la pressione decade vicino al valore della pressione di vapore; non appena si muovono a valle di questo punto, crescono notevolmente fino a collassare violentemente appena dopo avere raggiunto il punto nel quale la pressione cresce al di sopra della pressione di vapore. L'impatto di una bolla collassante è devastante, e si possono generare tensioni fino a  $2.8 \text{ kN/mm}^2$ . Il ripetuto collasso di queste cavitazioni a bolle sulla superficie di pala dell'elica causa una rapida erosione e talvolta la rottura della stessa. L'erosione per cavitazione a bolle è un problema estremamente serio per le eliche pesantemente caricate.

Si presenta nelle zone a cavallo del centro di corda, oppure nella posizione di massimo spessore delle sezioni di pala (Fig. 9.10b). È influenzata fundamentalmente da quelle componenti della distribuzione di pressione che causano elevate depressioni. La combinazione delle distribuzioni di pressione per curvatura e per spessore hanno un'influenza considerevole sulla suscettibilità

di un'elica a subire cavitazione a bolle. Poichè normalmente si presenta ad angoli d'incidenza ideali, tale tipo di cavitazione tende a svilupparsi nei flussi che non presentano separazione. Come indica il suo nome, la cavitazione a bolle si manifesta sotto forma di singole cavità non-stazionarie che crescono, talvolta in maniera smisurata, collassando rapidamente sulla superficie di pala. Questo tipo di cavitazione è perciò a diretto contatto con il materiale della superficie di pala. La comparsa di bolle cavitanti può essere la maggiore causa di erosione delle pale. L'estendersi della cavitazione a lamina lungo la pala insieme al manifestarsi delle bolle sono il segnale di un generale sovraccarico, che porta quasi sempre ad una caduta della spinta.

La cavitazione a bolle può essere trattata come un processo statistico, se sono noti il numero e le pressioni critiche dei nuclei di cavitazione. Il numero di eventi cavitanti nell'unità di tempo, intorno ad un corpo in moto stazionario in un liquido, è legato direttamente al numero totale di nuclei con pressione critica più elevata della pressione minima nel flusso. L'intensità di ogni evento cavitativo dipende dall'energia accumulata da ognuno dei nuclei durante la sua crescita. Tale energia dipende dalla differenza tra la pressione critica del nucleo e la pressione idrodinamica alla quale è soggetto.

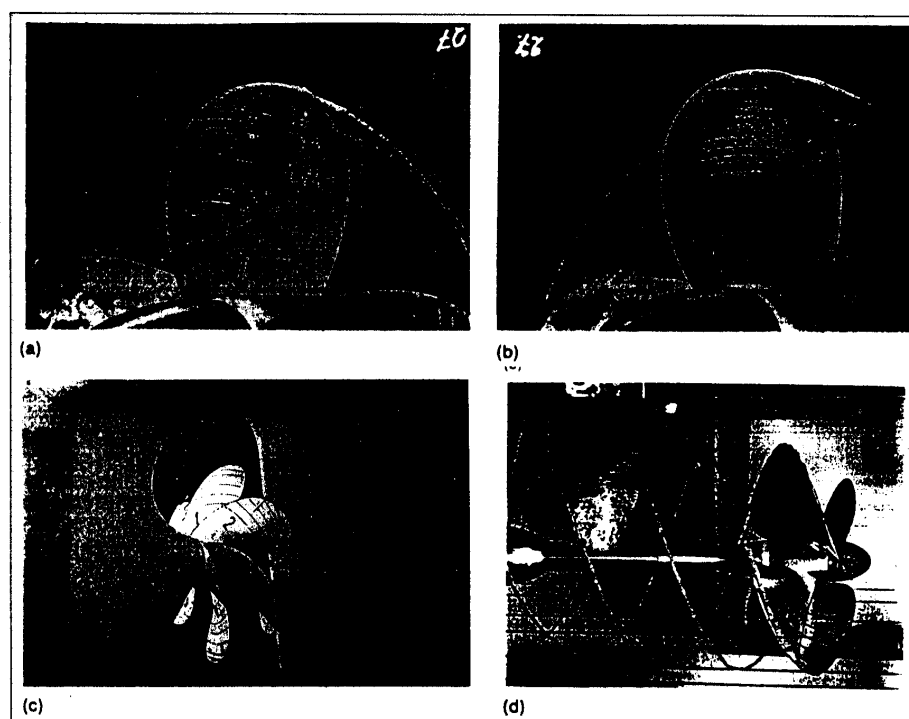


Figura 9.10. Tipi di cavitazione sulle eliche navali

### Cavitazione di vortice

La *cavitazione di vortice* si presenta sui vortici diffusi dagli apici delle pale e dal mozzo delle eliche, come risultato della separazione del flusso e del suo riattacco vicino alle estremità di pala (Fig. 9.11). Rimane difficile da descrivere, anche se l'utilizzo di attrezzature Laser



Doppler Velocimetry (LDV) o Laser Doppler Anemometry (LDA) ha aperto nuove possibilità per studiare questo tipo di cavitazione, evitando che l'apparato sperimentale interagisca con il flusso.

L'intensità del vortice che si diffonde dall'apice di pala cresce a valle a causa dell'incremento delle velocità indotte; la cavitaionr nel vortice d'apice inizia a una certa distanza a valle dell'elica. Un aumento del carico sull'elica fa sì che la cavità del vortice si sposti gradualmente a monte fino a raggiungere l'apice di pala, risultando in quella che è definita *cavitazione di vortice d'apice aderente*. Un ulteriore incremento nel carico dell'elica fa crescere la cavità sulla pala; la cavità si diffonde sotto forma di una lamina dall'apice fino ai raggi più vicini al mozzo. La cavitazione nei vortici diffusi dalle radici delle pale dell'elica appare come un cavo spesso che consiste di un certo numero di **strands**, uno per ogni pala.

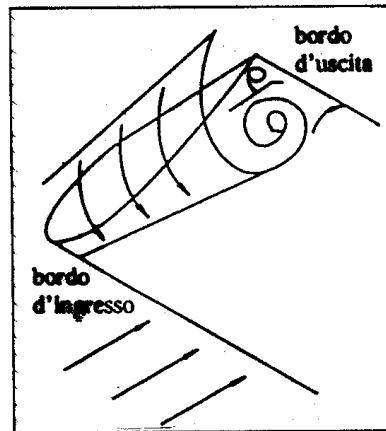


Figura 9.11. Formazione del vortice d'apice

Questo tipo di cavitazione può verificarsi anche quando la pressione sulla pala dell'elica è maggiore della pressione di vapore. Essa è generalmente la prima forma di cavitazione ad apparire. Le si attribuisce il massimo effetto scala ed è considerata la forma di cavitazione più pericolosa. Vortici instabili sono diffusi dall'apice e dal mozzo in maniera simile al modo in cui un'ala portante di allungamento finito genera un vortice alle sue estremità. Le Figure 9.10c e 9.10d mostrano esempi tipici di vortici di cavitazione, rispettivamente sul mozzo e sugli apici.

La cavitazione di vortice sull'apice (*TVC*) è generata dai nuclei a bassa pressione dei vortici diffusi sulla faccia e sul dorso nella zona circostante. In specifiche condizioni relative alla pressione di riferimento, alla velocità media ed all'angolo d'incidenza, la pressione sugli assi dei vortici d'estremità può diminuire al di sotto della pressione di vapore. L'innesco della cavitazione dipende notevolmente dallo spessore dello strato limite sull'apice. Per un'assegnata geometria di pala, l'indice d'innesco aumenta al crescere del numero di Reynolds, dell'angolo d'incidenza, mentre non è influenzato dal rapporto di allungamento di pala. I vortici d'apice si manifestano quando la variazione radiale di circolazione è molto accentuata. La pressione è minima al centro del vortice, ed è questo nucleo vorticoso che cavitava. Nello stadio iniziale, la cavitazione di vortice sull'apice è osservabile ad una certa distanza a valle degli apici di pala.

Infatti, la cavitazione di vortice sembra qui innescarsi in qualche modo, in virtù del fatto che il vortice ha intensità massima proprio nel punto in cui il flusso intorno alla pala si richiude. In questo istante il vortice è ‘distaccato’, ma non appena diviene più robusto, per effetto di un maggiore carico idrodinamico oppure perchè è diminuito il numero di cavitazione, il vortice si muove verso l’apice di pala fino ad aderirvi. All’aumentare ulteriore del carico, i vortici sugli apici diventano più grossi ed assumono la forma di nodi intrecciati. Un singolo vortice robusto rimane dietro ogni apice di pala. Tutti insieme formano, quindi, spire elicoidali che si diffondono nel flusso a poppavia (slipstream). Queste spire si contraggono rapidamente e rappresentano un’immagine efficace della chiusura del flusso dietro l’elica. Il fenomeno della cavitazione di vortice è usuale, anche a numeri di cavitazione relativamente elevati, nelle eliche progettate dal punto di vista dell’ottimizzazione del rendimento, ossia quando si impone la distribuzione ottimale di circolazione radiale (Betz).

Il vortice del mozzo, che si forma al centro del cappellozzo, presenta lo stesso meccanismo di formazione. La circolazione vorticoso è la combinazione della vorticità generata dalla pala in prossimità della sua radice e della vorticità secondaria. Questa vorticità secondaria è dovuta ai gradienti di pressione che si instaurano tra pala e pala ed alla conseguente inversione del flusso. Sebbene sia improbabile che questi vortici cavitino singolarmente data la loro debole intensità, sotto l’influenza della forma a cono convergente del mozzo la loro combinazione alla radice di pala produce un vortice molto robusto con un elevato grado di suscettibilità e di rapidità a cavitare. Quando questo accade, la cavitazione risultante è normalmente molto stabile ed appare all’osservatore come un cavo di funi ‘intrecciate’ il cui numero è pari al numero di pale dell’elica.

### **Cavitazione a nuvola**

La *cavitazione a nuvola*, o cavitazione a schiuma, è stata descritta (Chahine, 1987) come una nuvola di bolle che si staccano dalla miscela schiumogena sul bordo terminale di una cavità a lamina non-stazionaria. Si trova frequentemente in flussi moderatamente separati, dove piccoli vortici costituiscono le origini di piccole cavità. Questo tipo di cavitazione, visibile in Figura 9.10a con tracce in Figura 9.10b, appare come una nebbia o ‘nuvola’ di bolle molto piccole. Si forma quando il flusso dietro una zona di cavitazione a lamina o di cavità di vortice non riesce più a seguire il contorno del profilo, per cui si manifesta una distorsione irregolare della cavità che cresce alla sua terminazione. Al crescere della lamina, la distorsione si diffonde su una parte significativa della cavità, trasformandola in grappoli di bolle grosse ed irregolari, che appaiono come una schiuma. Non è facile determinare precisamente la struttura interna o stimare la percentuale di vuoto della nuvola.

La cavitazione a schiuma appare frequentemente sul bordo d’uscita del dorso di pala quando questa abbandona la posizione relativa al picco di scia, sui bordi d’ingresso della faccia ai raggi esterni di pala, oppure sulla radice di pala se l’elica è installata su un asse inclinato. Il suo riscontro sperimentale dovrebbe essere valutato sempre molto seriamente allo scopo di eliminarla, in quanto è stata verificata un’alta probabilità che possa causare erosione delle pale.

Sebbene manchi ancora una spiegazione conclusiva e, addirittura, una comprensione certa del meccanismo fisico che genera la cavitazione a nuvola, si è ipotizzato che la formazione dei grappoli di bolle sia generata e sviluppata attraverso uno dei processi seguenti:

- *Crescita diretta da nuclei.* La crescita diretta della cavitazione a nuvola può essere stimolata da un gran numero di nuclei distribuiti nell'acqua. Questo processo può creare cavitazione a bolle con una distribuzione fitta di piccole bolle, che appaiono come uno strato di bolle nelle zone di flusso caratterizzate da lente variazioni delle pressioni. Attraverso questo processo, la cavitazione a nuvola può trasformarsi in vortici che si staccano dall'apice di pala.
- *Crescita di distorsioni dietro la cavità.* Questo è il processo associato in genere con l'effettiva cavitazione a nuvola nella zona a valle di una cavità a lamina. Inizialmente le piccole distorsioni crescono fino a formare grosse bolle, che frequentemente si staccano dalla lamina, per essere poi spinte in una zona di pressione più elevata dove collassano violentemente.
- *Transizione di cavità mobili.* Si può avere transizione diretta di una cavità mobile in una nuvola. Questo comportamento, causato da una certa instabilità, è stato osservato negli studi di piccole cavità e soprattutto durante gli stadi finali dell'implosione.
- *Generazione davanti alla pala.* Indica formazione di bolle nella zona a monte della pala, spesso vicino al bordo d'ingresso della cavità a lamina. L'interfaccia della cavità contiene molte piccole bolle ed appare gelatinosa. Esse possono estinguersi e collassare lentamente a causa della pressione che cresce lentamente; in questo caso non sono associate alla cavità a nuvola.
- *Trasporto di nuvole.* Implica il trasporto di formazioni di bolle già esistenti entro una nuova zona della cavità o in una cavità di origine differente. L'esempio tipico è il trasporto di una nuvola da una cavità a lamina entro la cavità del vortice d'apice, dove si sviluppa ulteriormente. La cavità del vortice d'apice può essere inizialmente molto sottile. Dopo la cattura dei grappoli di bolle dalla lamina, una cavità del vortice d'apice può divenire significativamente modulata e disintegrarsi, infine, in parti che implodono violentemente.

### **Cavitazione a vena**

Oltre le principali tipologie, esiste anche un tipo di cavitazione che, talvolta, nei reports delle prove sperimentali su modelli, viene definita *cavitazione a vena*. Questo tipo di cavitazione, come dice il suo nome, forma vene relativamente sottili che, per bassi valori del numero di cavitazione, si estendono trasversalmente lungo le corde della pala, a partire dalla zona del bordo d'ingresso. Riducendo ulteriormente il numero di cavitazione  $\sigma$ , l'eventuale cavitazione a nuvola sul dorso si estende verso il mozzo a partire dall'apice, assumendo la forma di una fascia argentea che si fissa dietro il bordo d'attacco della pala.

### Cavitazione PHV

Un tipo particolare è la cavitazione di vortice tra elica e carena, citata per primo da Huse (1971) come *PHV* (propeller–hull vortex). Il *PHV* può essere descritto semplicemente come l'arco che si instaura, grazie al vortice cavitante, tra apice di pala e scafo della nave. Il lavoro sperimentale con lastre piane, disposte orizzontalmente al di sopra di modelli di eliche in una galleria di cavitazione, ha mostrato che la cavitazione *PHV* è più pronunciata quando le luci sull'apice di pala sono ridotte. È stato osservato che il coefficiente d'avanzo ha una grande influenza sulla sua presenza: quanto più piccolo è il coefficiente d'avanzo, tanto più è probabile lo sviluppo di cavitazione *PHV*.

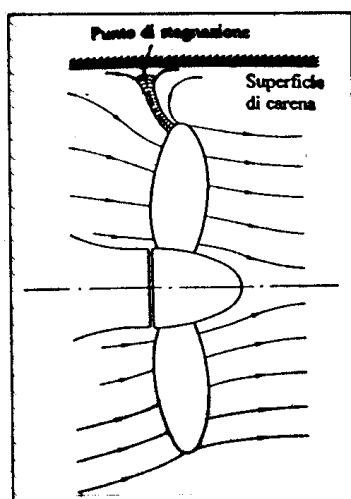


Figura 9.12. Schema di cavitazione *PHV*

Van der Kooij & van der Berg (1978) hanno studiato il problema della cavitazione *PHV* nel caso di eliche intubate ed hanno concluso che la sua presenza dipende fondamentalmente dalla luce tra carena e mantello.

#### 9.4.1 Effetti della Cavitazione

L'accadimento dei diversi tipi di cavitazione su un'elica navale dipende dal numero di cavitazione  $\sigma$  e dal coefficiente d'avanzamento  $J$ , come illustrato in Figura 9.13 con un diagramma ripreso da quello di Newton (1961).

La cavitazione influenza la natura del flusso intorno ad un'elica in quanto accresce la sua disomogeneità. La formazione delle cavità ha l'effetto di alterare virtualmente la forma delle sezioni di pala dell'elica e, come risultato, viene ridotta la spinta e, in misura minore, il momento torcente dell'elica; di conseguenza, diminuisce il rendimento dell'elica. Ne deriva che è necessaria una maggiore potenza motore per raggiungere una data velocità, e nei casi di cavitazione severa la nave potrebbe non raggiungere la velocità prefissata.

La cavitazione può anche causare danni seri all'elica, e talvolta al timone se sistemato nella scia dell'elica. Come detto in precedenza, il collasso delle cavità a bolle determina pressioni di impatto molto elevate e il collasso ripetuto di tali bolle in una particolare zona di pala può causare una rapida erosione della pala che può portare alla sua rottura. Se queste bolle collassano in prossimità dell'apice di pala o sul bordo di uscita dove la sezione di pala è sottile, le risultanti pressioni d'impatto possono causare la piegatura della pala.

Le cavità a lamina e le cavità di vortice di solito si disintegrano in nuvole di bolle molto piccole; il collasso di queste bolle sulle pale dell'elica può danneggiare l'elica. Le bolle della cavitazione a nuvola possono essere trascinate sul timone piazzate dietro l'elica ed influenzano negativamente le sue prestazioni a causa della rottura del flusso nel suo intorno. La corrosione e l'erosione tendono a rinforzarsi dualmente dal momento che i punti di rugosità creati dalla corrosione promuovono la cavitazione, e la superficie prodotta dall'erosione per cavitazione fornisce un luogo per l'attacco della corrosione.

Figura 9.13. Accadimento di diversi tipi di cavitazione

Un altro effetto importante della cavitazione dell'elica è la vibrazione ed il rumore. L'elica induce vibrazioni sullo scafo a poppa attraverso le fluttuazioni di pressione che produce quando opera in una scia non-uniforme. Questi impulsi di pressione e/o riducendo la velocità d'avanzamento sono amplificati enormemente dalla presenza della cavitazione. In aggiunta a questa eccitazione in bassa frequenza, la cavitazione causa anche vibrazioni ad alta frequenza delle pale dell'elica e delle strutture circostanti. Il rumore subacqueo risultante è particolarmente inaccettabile per le navi militari, le cui eliche devono perciò essere progettate per essere non-cavitanti in tutti i loro modi operativi.

### 9.4.2 Prevenione della Cavitazione

A causa degli effetti nocivi della cavitazione, le eliche sono progettate normalmente in maniera che non cavitino nelle diverse condizioni operative, oppure che quanto meno la cavitazione sia mitigata ad un livello per il quale i suoi effetti sono trascurabili. Nel caso di piccole imbraccioni molto veloci, comunque, le condizioni operative delle eliche - potenze e velocità molto elevate, elevati numeri di giri, diametri limitati - sono talvolta tali che evitare la cavitazione è virtualmente impossibile; ragion per cui in questi casi le eliche sono progettate per operare in regime del tutto cavitante,

La cavitazione dell'elica potrebbe essere sostanzialmente ridotta o eliminata in base a tre metodi:

1. incremento del numero di cavitazione;
2. riduzione del carico dell'elica;
3. progettare l'elica per un carico uniforme.

Come noto, un numero di cavitazione inferiore è associato ad una cavitazione crescente; viceversa, un numero di cavitazione maggiore riduce la cavitazione. Il numero di cavitazione può essere aumentato immergendo maggiormente l'elica ed anche diminuendo le velocità relative delle sezioni di pala; ossia, riducendo la velocità di avanzo e/o il numero di giri dell'elica. Comunque, queste variabili sono determinate in generale da altri fattori e vincolanti scelte progettuali, per cui aumentare il numero di cavitazione per ridurre la cavitazione è un'opzione raramente praticabile.

Il carico su un'elica, a parità di spinta  $T$ , dipende dalla sua area espansa. Se si valuta che l'elica sia probabilmente soggetta a cavitazione, una possibile soluzione al problema è quella di aumentare l'area totale delle pale. Il carico può essere frazionato ovviamente distribuendolo su un numero maggiore di pale. Ridurre la velocità della nave e, quindi, la spinta richiesta all'elica ridurrebbe anche la cavitazione, tuttavia, questa non è quasi mai una soluzione progettuale accettabile.

Progettare un'elica che abbia un carico idrodinamico uniforme richiede che le sezioni di pala siano scelte in modo che la distribuzione di pressione sul dorso sia costante il più possibile lungo la corda. È stato osservato che è più probabile ottenere una depressione uniforme se la sezione di pala ha uno 'shock-free entry, ossia se la velocità incidente è tangente al punto centrale della curvatura o se l'angolo d'incidenza è nullo, o se la linea mediana ha una curvatura simmetrica, e se anche l'ancia ed il dorso della sezione hanno una curvatura uniforme. È per questi motivi che le sezioni segmentali, quali quelle della Serie Gawn, sono meno suscettibili di cavitare rispetto alle sezioni alari quali quelle utilizzate ai raggi più interni della Serie B. Una forma popolare di sezione utilizzabile quando si richieda una distribuzione di pressione uniforme sul dorso è il profilo di von Karman che consiste di due archi circolari.

È difficile evitare la cavitazione quando un'elica pesantemente caricata opera in una scia non-uniforme, in quanto la velocità incidente e l'angolo di attacco ad ogni sezione di pala fluttuano in un ampio intervallo e perché molto dipende da quanto la velocità di scia varia ad ogni raggio

di discretizzazione della pala. In ultima analisi, ridurre la cavitazione presuppone che le forme poppiere di carena siano disegnate e che l'elica sia posizionata in maniera tale da avere il flusso più omogeneo possibile.

## 9.5 Modellazione della cavitazione

Il primo tentativo di analizzare teoricamente la crescita e l'implosione di una bolla di vapore o di gas, contenuta in un mezzo liquido continuo, fu effettuato da Besant (1859). In certa misura, questo lavoro precorse i tempi, poichè a metà del XIX secolo la conoscenza della dinamica delle bolle non costituiva ancora una necessità per nessuna applicazione ingegneristica. In ogni caso, la comprensione dell'importanza dei nuclei di cavitazione e della necessità di stabilire una relazione tra dimensione dei nuclei e sviluppo della cavitazione impose alla fine dello stesso secolo di modellare matematicamente la dinamica delle cavità. Tuttavia, nonostante l'enorme mole di ricerca, anche in tempi recenti, non è ancora possibile modellare analiticamente il fenomeno della cavitazione intermittente sulle pale di un'elica navale, a meno di non introdurre alcune ipotesi semplificative. Queste difficoltà hanno molte motivazioni, tra le quali:

- il flusso sulle pale è non-stazionario a causa della disomogeneità del campo di scia;
- le condizioni al contorno, cinematica e dinamica, sulla superficie delle cavità sono nonlineari;
- la posizione istantanea della superficie della cavità non è nota a priori e costituisce parte della soluzione.

Nel corso di un secolo e mezzo sono stati proposti vari modelli descrittivi della dinamica della cavitazione, volti a determinare fondamentalmente la pressione che si sviluppa nella fase d'implosione. La determinazione della dinamica della cavità e la conoscenza dei suoi parametri geometrici, cinematici e dinamici sono di estrema importanza per controllare la forte influenza della cavitazione sull'eccitazione delle pressioni di vibrazione indotte sullo scafo.

### 9.5.1 Cavità stazionaria

Nel tentativo di modellare la cavitazione, inizialmente si fece riferimento alle cavità stazionarie, il cui perimetro fu considerato come una linea di corrente del fluido, lungo la quale la pressione è costante. In tal modo, la cavità stazionaria fu trattabile matematicamente mediante la *teoria delle linee di corrente*. Questa teoria fu applicata da Helmholtz (1868) e Kirchhoff (1868) per tenere conto della scia prodotta da un corpo in moto in un flusso. Ancora Helmholtz e Kirchhoff tentarono di ricavare una soluzione per il flusso intorno ad una lastra piana supercavitante a numero di cavitazione nullo, applicando la teoria delle variabili complesse. Successivamente Levi-Civita estese questo approccio al flusso intorno a corpi tridimensionali. Un numero di cavitazione nullo implica concettualmente una cavità infinita. Il passo successivo nel processo

di soluzione consistette, quindi, nell'introduzione di un numero finito di cavitazione per modellare cavità di dimensioni finite. Si ritenne, quindi, che tale teoria fosse applicabile a flussi bifasi, nei quali il fluido ed il vapore riempiono una cavità. Sorse, comunque, la difficoltà legata all'impossibilità di trattare una cavità finita (chiusa) con il modello di Helmholtz–Kirchhoff, in quanto una cavità chiusa richiede che esista un punto di stagnazione sulla terminazione posteriore. Ma ciò contraddice la condizione iniziale che la velocità del fluido abbia valore costante lungo il perimetro della cavità, ossia lungo la linea di corrente (*cavitazione ideale*).

La formulazione del flusso a numero di cavitazione nullo intorno ad una cavità finita richiede, quindi, che la stessa termini in maniera accettabile sia fisicamente, sia matematicamente. Il flusso è dissipativo nella zone terminale della cavità, per cui è molto difficile valutarlo numericamente. Per superare questa difficoltà, nell'ambito della teoria dei flussi cavitanti, sono stati proposti parecchi modelli di terminazione della cavità. Il primo fu quello introdotto da Riaboušinsky (1944), che impiegò una lastra piana fittizia normale alla direzione della corrente libera come terminazione della cavità (Fig. 9.14). In tale modellazione, poichè la pressione sulla lastra fittizia non è eguale a quella agente sul dorso della cavità, si genera sulla lastra una forza  $R_c$ . La proiezione  $R_{AB}$  di questa forza in direzione del flusso incidente è equivalente alla resistenza prodotta dalla cavità sul profilo alare. Ma il corpo composito, formato dal profilo alare, dal contorno della cavità e dalla lastra piana fittizia ha una resistenza nulla, secondo il paradosso di d'Alembert. La conclusione cui si arriva è fondamentale, in quanto è su questa base che è stato possibile utilizzare la teoria potenziale per trattare un complicato fenomeno dissipativo e non-stazionario come la cavitazione.

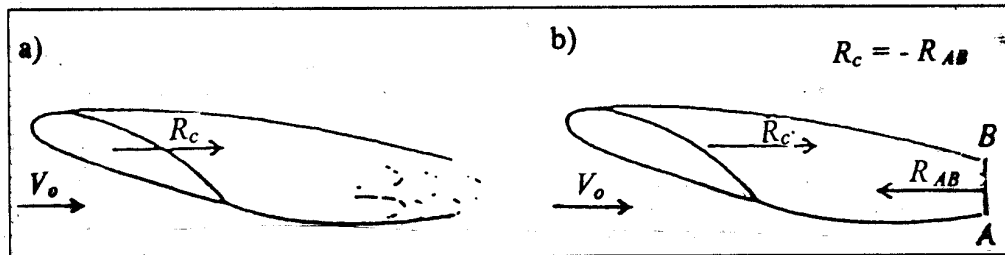


Figura 9.14. Modello di cavità di Riaboušinsky

Un altro modello, proposto da Efros (1946), prevedeva che la terminazione della cavità fosse sostituita da un getto rientrante (Fig. 9.9). Si ipotizzava che per cavità sufficientemente lunghe il flusso alle loro terminazioni avesse una debole interferenza con il flusso intorno al corpo. Questa ipotesi permise l'applicazione di procedure di trasformazioni conformi a cavità di lunghezza finita. Posdunine (1944) fu il pioniere in questo campo, traducendo queste acquisizioni fisico-matematiche alle eliche progettate per operare con grandi cavità che si estendevano fino al bordo di uscita del profilo di pala. Tali eliche furono definite da Posdunine *eliche supercavitanti*.

Questi modelli, molti dei quali furono sviluppati nei tardi anni '40 del XX secolo, sono modelli nonlineari che soddisfano esattamente le condizioni al contorno, cinematica e dinamica, sulla superficie della cavità. Ne derivò una notevole complessità analitica e numerica per la soluzione delle loro equazioni del moto.



### Teoria lineare

A partire dal fatto che molti corpi idrodinamici, per i quali la cavitazione costituisce un problema, hanno una forma allungata e sono progettati in modo che l'angolo d'incidenza del fluido è piccolo, Tulin (1953) sviluppò una *teoria lineare* per la soluzione dell'equazione del moto di una cavità stazionaria. La applicò dapprima al problema di una sezione simmetrica supercavitante di forma qualsiasi ad angolo d'incidenza nullo e numero di cavitazione nullo. I suoi risultati coincisero con i risultati analitici esatti di Kirchhoff (1868) per cunei con piccoli angoli d'ingresso. La teoria fu estesa da Tulin & Burkart (1955) a linee mediane a numero di cavitazione nullo. Il problema della lastra piana supercavitante con angolo d'incidenza diverso da zero ed a numero di cavitazione finito fu trattato per la prima volta da Tulin (1955) sempre mediante la teoria lineare,

Il lavoro di Tulin fu una rivoluzione in campo navale. In quanto ingegnere aeronautico, con grande familiarità nell'applicazione della teoria lineare a sezioni di ali sottili, Tulin percepì rapidamente che, fatte salve alcune modifiche 'navali' per le quali rese omaggio al russo Posdu-nine, la stessa procedura poteva essere applicata a flussi cavitanti generati da cunei e da profili portanti sottili. Diversamente da lui, a quel tempo - e purtroppo questo accade ancora oggi - molti ricercatori navali e molti matematici consideravano un dogma irrinunciabile la nonlinearità dell'equazione di Bernoulli, dimenticando l'utilizzo diffuso della teoria lineare da parte degli aerodinamici. Tulin fu in grado di fornire formule di semplice utilizzo per la portanza, la resistenza ed il momento di beccheggio di profili supercavitanti.

L'approccio di Tulin fu applicato estensivamente. Tra gli altri, Wu (1956) estese la teoria lineare ad un profilo supercavitante di curvatura arbitraria, con una cavità finita, a qualunque numero di cavitazione. Geurst & Verbrugh (1959) svilupparono ulteriormente la teoria lineare di Tulin per profili alari bidimensionali con curvatura parabolica, parzialmente cavitanti ed operanti a numeri di cavitazione finiti. Furono trascurati gli effetti dello spessore, modellando il profilo con la sua linea di curvatura. Lo stesso Geurst (1960) estese questo lavoro di ricerca ad una teoria equivalente per i profili alari supercavitanti.

### Modifica della teoria lineare

La teoria lineare è ovviamente approssimata a causa delle numerose semplificazioni effettuate per permettere procedure matematiche trattabili numericamente. La sua maggiore limitazione consiste nell'inaccuratezza con la quale è valutata la componente tangenziale della velocità del flusso su un profilo alare non-cavitante nella zona intorno al bordo d'ingresso. La teoria linearizzata per profili parzialmente cavitanti prevede che, in condizioni di flusso stazionario, all'aumentare dello spessore del profilo crescono anche l'estensione e la dimensione della cavità. Questo risultato è in contraddizione con il fatto che profili più spessi hanno raggi maggiori del bordo d'ingresso, i quali ritardano l'innescò della cavitazione, per cui dovrebbero sviluppare cavità più piccole.

Tulin & Hsu (1977) furono i primi a dimostrare che l'effetto di un maggiore spessore sul bordo d'ingresso è quello di ridurre la lunghezza e l'area trasversale della cavità. Svilupparono la *teoria della cavità corta* considerando il flusso cavitante come una piccola perturbazione del flusso assunto del tutto nonlineare. Furono così in grado di includere nella loro formulazione lineare gli effetti di non-linearità indotti dallo spessore del profilo. La teoria linearizzata di una piccola cavità stazionaria di Tulin fu estesa, quindi, ai profili alari bidimensionali forniti di spessore, per includervi alcuni effetti non-stazionari con un'analisi in bassa frequenza.

Le prime esperienze numeriche con modellazione delle cavità non-stazionarie tridimensionali sulle pale produssero valori dell'estensione e del volume delle cavità molto maggiori di quelli osservati sperimentalmente sui modelli e sulle navi al vero. Gli aspetti tridimensionali del problema furono ripresi da Leehey (1971), il quale propose una teoria per i profili supercavitanti di allungamento finito. Il suo approccio era analogo a quello proposto da Geurst nel problema della cavitazione bidimensionale, in quanto utilizzava il metodo delle espansioni asintotiche. Uhlman (1978) formulò un metodo numerico nonlineare per l'analisi delle cavità su profili alari parzialmente cavitanti di allungamento finito, utilizzando tecniche di vorticità di superficie ed applicando le esatte condizioni al contorno sulla cavità e sul profilo. Fu confermata, anche se in misura meno consistente, la riduzione prevista da Tulin & Hsu (1977) delle dimensioni della cavità all'aumentare dello spessore di un profilo parzialmente cavitante. Dal punto di vista del calcolo numerico, antesignano è stato il lavoro di Jiang (1977), il quale esaminò il problema tridimensionale applicando una teoria non-stazionaria della superficie portante per profili alari supercavitanti di allungamento finito ed utilizzando la tecnica dello strato di sorgenti vorticosi.

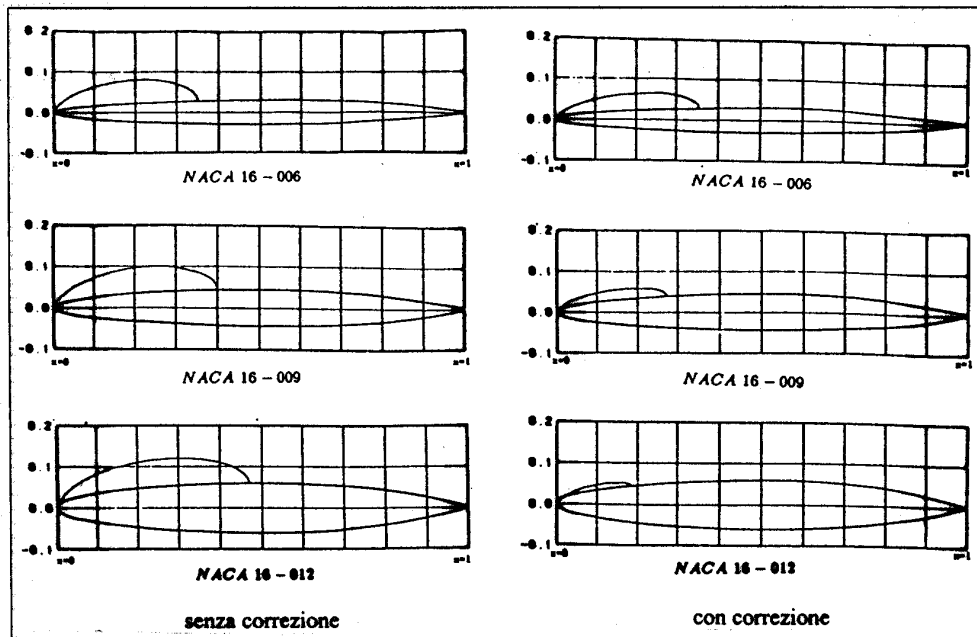


Figura 9.15. Forme di cavità prodotte da una teoria lineare senza e con correzioni

Una procedura di correzione nonlineare per il flusso di una cavità linearizzata è stata sviluppata da Kinnas (1991), che ha riformulato la teoria lineare in termini di distribuzioni incognite di sorgenti e vortici e la ha, quindi, modificata imponendo che la velocità di perturbazione sulla cavità sia variabile, anziché rimanere costante come imposto dalla convenzionale teoria lineare della cavità. In questo modo ha tenuto conto esattamente del fatto che intorno al punto di stagnazione le velocità di perturbazione sono dello stesso ordine di grandezza della velocità della corrente libera. La zona interessata alla non uniformità della velocità sulla cavità corrisponde al raggio del bordo d'ingresso, come dimostrato da Lighthill (1951). I risultati delle previsioni relative alle geometrie delle cavità senza e con correzioni per la non linearità sono riportate in Figura 9.15 per tre profili NACA 16 con rapporti spessore-corda  $t/c = 0.06, 0.09, 0.12$ , mantenendo costanti l'angolo d'incidenza  $\alpha = 4^\circ$  ed il numero di cavitazione  $\sigma = 1.07$ . Si può osservare come con la teoria lineare si abbia una rapida crescita delle dimensioni della cavità all'aumentare dello spessore, in contrasto con la teoria corretta che mostra una *diminuzione delle dimensioni* della cavità all'aumentare dello spessore del profilo.

Le aree delle cavità su due profili alari (NACA 16-006 e NACA 16-012), ottenute con quattro diversi metodi di calcolo, sempre per  $\alpha = 4^\circ$ , sono confrontate in Figura 9.16. Più precisamente sono riportate le aree normalizzate rispetto alla lunghezza di corda del profilo in funzione del rapporto tra l'angolo d'incidenza ed il numero di cavitazione. Si può osservare che sia i risultati di Kinnas che quelli di Tulin & Hsu sono prossimi a quelli prodotti dal calcolo completamente nonlineare di Uhlman (1987) per il profilo NACA 16 con  $t/c = 0.06$ . Di più, sorprendentemente per qualcuno, la teoria lineare con correzioni di Kinnas produce risultati pressoché identici a quelli della teoria nonlineare di Uhlman.

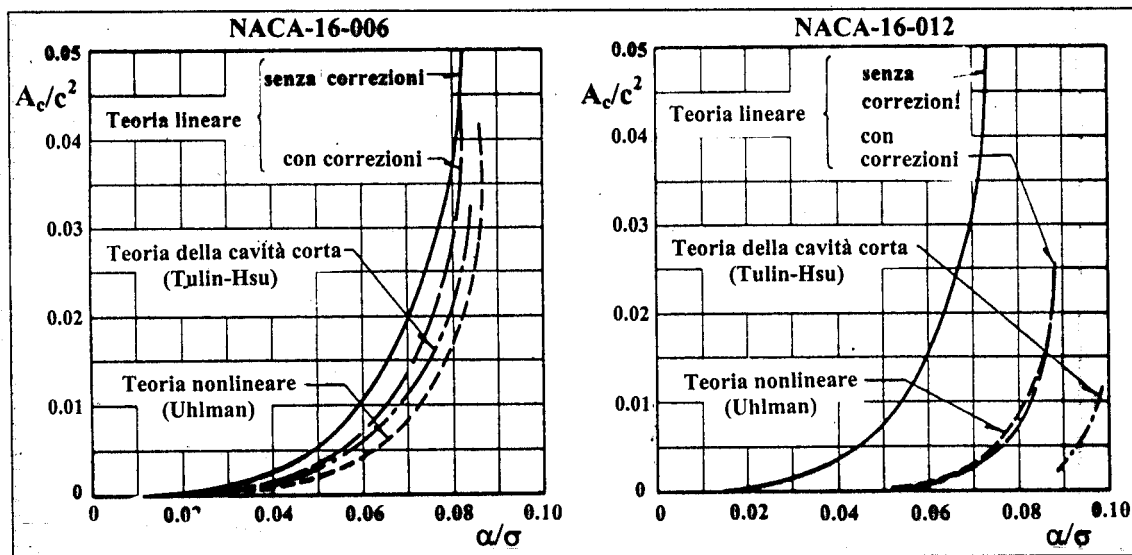


Figura 9.16. Aree relative di cavità su profili alari secondo diverse teorie

Viceversa, per il profilo NACA 16 più spesso ( $t/c = 0.12$ ) le differenze nei risultati tra le teorie lineari e la teoria nonlineare di Uhlman sono notevoli. Tuttavia, i risultati della teoria

lineare corretta di Kinnas sono assai vicini a quelli della teoria nonlineare. È evidente che la correzione è molto meno rilevante per le sezioni più sottili, che nelle pale delle eliche sono situate ai raggi esterni, dove la cavitazione si manifesta più frequentemente. E tanto basta per utilizzare tranquillamente l'approccio quasi-lineare di Kinnas, in quanto è la cavitazione sulle sezioni sottili quella foriera di maggiori preoccupazioni.

### 9.5.2 Cavità non-stazionaria

Rayleigh (1917) fu il primo a sviluppare i fondamenti di base dell'approccio analitico per indagare il comportamento dinamico di singole cavità non-stazionarie in flusso incompressibile. Il suo modello affrontò lo studio del moto radiale di una singola cavità riempita di vapore, che collassa per effetto dell'azione di una pressione esterna stazionaria nel campo fluido. Sebbene basata su una serie di ipotesi fin troppo semplificative, il lavoro di Rayleigh fornisce ancora oggi un buon modello della dinamica dell'implosione di una bolla e, nonostante l'esistenza di teorie più moderne e più avanzate, merita di essere riassunto.

#### Modello di Rayleigh

Nel modello di Rayleigh, ambedue le pressioni, quella  $p_i$  interna alla cavità e quella  $p_o$  del flusso indisturbato, sono considerate costanti. La bolla è definita con riferimento ad un sistema di coordinate sferiche, la cui origine si trova sul centro della bolla stessa ed il cui raggio stazionario è  $R_o$  all'istante iniziale. In un istante successivo  $t$ , sotto l'effetto della pressione esterna  $p_o$ , introdotta al tempo  $t = 0$ , il moto della parete della bolla è dato dall'equazione

$$R \frac{d^2 R}{dt^2} + \frac{3}{2} \left( \frac{dR}{dt} \right)^2 = \frac{1}{\rho} (p_i - p_o) \quad (9.8)$$

dove  $R$  è il raggio istantaneo della bolla e  $\rho$  è la densità del fluido.

Mediante integrazione diretta dell'equazione (9.8), Rayleigh descrisse l'implosione della cavità in funzione del raggio  $R$  al tempo  $t$  come

$$\left( \frac{dR}{dt} \right)^2 = \frac{2}{3} \frac{p_o - p_i}{\rho} \left[ \left( \frac{R_o}{R} \right)^3 - 1 \right] \quad (9.9)$$

Integrando l'equazione (9.9), si ricava numericamente che il tempo  $t_c$  d'implosione della cavità, noto come *tempo d'implosione di Rayleigh*, è pari a

$$t_o = 0.91468 R_o \sqrt{\frac{\rho}{p_o - p_i}} \quad (9.10)$$

Questo tempo  $t_c$  presuppone che, all'istante iniziale, la bolla sia in equilibrio statico con raggio  $R_o$ .

In termini adimensionali, la relazione tra il raggio della bolla ( $x = R/R_o$ ) ed il tempo ( $t/t_c$ ) è derivabile dalla relazione precedente come

$$\frac{t}{t_o} = 1.34 \int_{R/R_o}^1 \frac{dx}{\sqrt{1/x^2 - 1}} \quad (9.11)$$

I risultati di questa equazione, riportati in Figura 9.17, hanno dimostrato di essere in buon accordo con le osservazioni sperimentali su una cavità collassante.

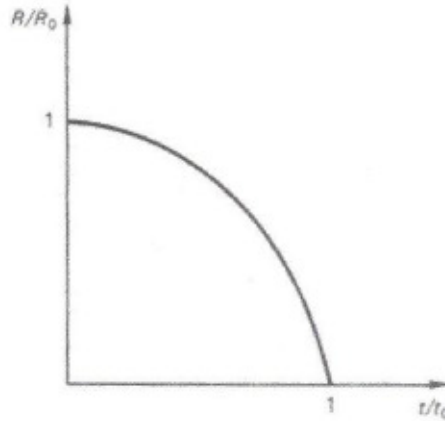


Figura 9.17. Collasso di una cavità di Rayleigh

Il modello dell'implosione di una bolla proposto da Rayleigh ha prodotto una serie di risultati molto significativi per lo studio dei danni prodotti dalla cavitazione. Il modello determina velocità e pressioni infinite nel punto dove la bolla implode, ponendo così le basi per la comprensione del meccanismo dell'erosione. Tuttavia, a causa delle semplificazioni implicite, tale metodo non può rivelare in dettaglio il meccanismo dell'erosione per cavitazione.

Nel suo modello teorico Rayleigh aveva ipotizzato che la pressione all'interno della cavità fosse nulla durante tutta la fase dell'implosione. In realtà, le bolle prodotte nella cavitazione contengono sia gas, sia vapore dell'acqua circostante. Per di più, nelle applicazioni pratiche, il contenuto d'aria delle bolle può essere aumentato artificialmente per ridurre i livelli del rumore, delle vibrazioni, dei danneggiamenti e degli altri effetti che accompagnano la cavitazione. Per tutte queste ragioni, le relazioni analitiche ottenute sulla base della teoria di Rayleigh, che per molto tempo erano servite ad interpretare i risultati sperimentali, divennero ovviamente obsolete.

### Modello di Rayleigh–Plesset

Plesset (1933) studiò il fenomeno del collasso di una bolla sferica con contenuto costante di gas, soggetta ad un campo di pressione esterno. Per descrivere il moto radiale della bolla, trascurando sia lo scambio di calore, sia l'effetto della diffusione rettificata, sviluppò la ben nota *equazione di Rayleigh–Plesset*

$$R \frac{d^2 R}{dt^2} + \frac{3}{2} \left( \frac{dR}{dt} \right)^2 = \frac{1}{\rho} \left( p_i - p_o - \frac{2\tau}{R} \right) \quad (9.12)$$

dove introdusse la tensione superficiale  $\tau$  del fluido, e dove tutte le altre grandezze hanno lo stesso significato dell'equazione originaria di Rayleigh.

La pressione dinamica della miscela di gas non condensabile, contenuta all'interno della bolla, è data da

$$p_i(t) = p_g(t) + p_v$$

dove  $p_g(t)$  e  $p_v$  sono rispettivamente la pressione del gas e la pressione del vapore. Quest'ultima è trascurabile rispetto a quella del gas, il cui comportamento può essere descritto con la semplice relazione

$$p_g = p_{g_o} \left( \frac{R_o}{R} \right)^{3\gamma}$$

dove  $\gamma$  è l'indice della politropica e

$$p_{g_o} = p_\infty + \frac{2\tau}{R_o}$$

è la pressione interna del gas corrispondente al raggio di riposo  $R_o$ , mentre  $p_\infty$  è la pressione statica dell'ambiente.

Poiché nel tempo caratteristico della fase di collasso delle bolle delle eliche navali la pressione esterna si mantiene sensibilmente costante, l'equazione (9.12) diviene semplicemente

$$R \frac{d^2 R}{dt^2} + \frac{3}{2} \left( \frac{dR}{dt} \right)^2 = \frac{1}{\rho} \left[ p_{g_o} \left( \frac{R_o}{R} \right)^{3\gamma} - p_o - \frac{2\tau}{R} \right] \quad (9.13)$$

Si tratta di un'equazione differenziale fortemente nonlineare che può essere risolta solo per via numerica. Tuttavia, trattando l'equazione (9.13) per via analitica si possono ottenere alcune informazioni importanti, seppure approssimate, sugli stadi finali del processo di collasso. Se si introduce il cosiddetto 'contenuto d'aria' della bolla come rapporto fra la pressione all'interno della cavità alla massima espansione, identificata dal raggio  $R_{max}$ , e la pressione idrostatica assoluta del campo esterno, definito da

$$\delta = \frac{p_g(R_{max})}{p_o} = \frac{p_{g_o}}{p_o} \left( \frac{R_o}{R_{max}} \right)^{3\gamma}$$

l'equazione (9.13) può essere scritta nella forma

$$\begin{aligned} \left( \frac{dR}{dt} \right)^2 &= \frac{2}{3} \frac{p_o}{\rho} \left\{ \left( \frac{R_{max}}{R} \right)^3 - 1 - \frac{\delta}{\gamma - 1} \left[ \left( \frac{R_{max}}{R} \right)^{3\gamma} - \left( \frac{R_{max}}{R} \right)^3 \right] + \right. \\ &\quad \left. \frac{3\tau}{p_o \cdot R_{max}} \left[ \left( \frac{R_{max}}{R} \right)^3 - \left( \frac{R_{max}}{R} \right) \right] \right\} \end{aligned} \quad (9.14)$$

L'equazione (9.15) descrive il moto di una cavità nella fase di collasso. Se si considera il caso più comune in cui sia  $\delta \ll 1$  ed il fatto che negli stadi finali dell'implosione è  $R/R_{max} \ll 1$ , annullando il valore della velocità della bolla nell'equazione (9.15), si può ricavare il raggio minimo della bolla come

$$R_{min} = R_{max} \cdot \left[ 1 + \frac{\gamma - 1}{\delta} \left( 1 + \frac{3\tau}{p_o \cdot R_{max}} \right) \right]^{1/3(1-\gamma)} \quad (9.15)$$

La pressione all'interno della cavità assume allora il valore massimo

$$p_{max} = p_{g_o} \left( \frac{R_o}{R_{min}} \right)^{3\gamma}$$

e dunque

$$p_{max} \approx \delta p_o \cdot \left[ 1 + \frac{\gamma - 1}{\delta} \left( 1 + \frac{3\tau}{p_o \cdot R_{max}} \right) \right]^{1/3(1-\gamma)} \quad (9.16)$$

Tale modello teorico della cavità è ovviamente una grossolana descrizione del fenomeno della cavitazione. Ipotizza che la bolla sferica contenga una quantità costante di gas e non include diverse caratteristiche fisiche, tra le quali la viscosità e la compressibilità del liquido. Soluzioni analitiche del modello di Rayleigh–Plesset sono state fornite, tra gli altri, da Cardo et al. (1981) e da Trincas (1982; 1983), i quali hanno utilizzato una tecnica perturbativa adottando il metodo delle multiscale.

La ricerca dei dettagli del meccanismo dell'erosione ha portato negli ultimi decenni ad un imponente lavoro di ricerca che ha permesso di studiare non solo gli effetti della tensione superficiale, delle proprietà interne dei gas e della viscosità, ma anche quelli delle asimmetrie delle bolle che predominano durante il processo dell'implosione. Tipico tra questi studi avanzati è il lavoro di Mitchell & Hammitt (1973), i quali hanno trattato anche gli effetti del gradiente di pressione e della velocità relativa così come della vicinanza di una parete.

Un approccio alternativo sulla dinamica delle bolle portò Plesset & Chapman (1971) ad utilizzare le ipotesi del flusso potenziale, trascurando gli effetti della viscosità a partire dal presupposto che questa caratteristica, nel caso dell'acqua, è raramente importante in questo fenomeno. Essi concentrarono la loro attenzione sul meccanismo d'implosione della bolla per effetto della vicinanza di una parete. Il loro approccio, basato sull'uso di coordinate cilindriche, ha consentito di studiare in dettaglio la formazione del microgetto durante l'implosione, in quanto l'uso delle coordinate sferiche impone che l'analisi numerica termini quando il microgetto si avvicina al centro della bolla iniziale. La Figura 9.18 mostra i risultati del calcolo di una bolla inizialmente sferica che collassa in prossimità di una parete solida, insieme con la formazione del microgetto diretto verso la parete.

Successivamente fu studiata la dinamica delle *cavità a nuvola*, modellando l'interazione tra le bolle. Si arrivò a prevedere la presenza di alte pressioni durante il collasso, considerando l'accoppiamento tra bolle in maniera idealizzata, attraverso una distribuzione simmetrica di bolle di identiche dimensioni.

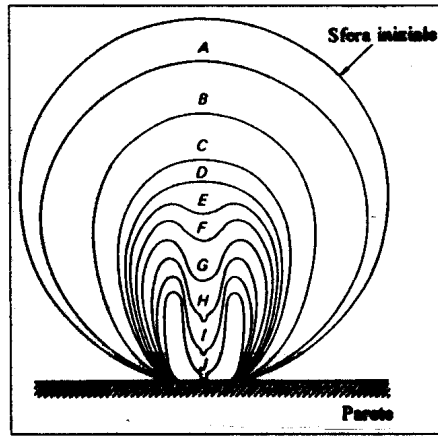


Figura 9.18. Simulazione del collasso di una bolla

### Sviluppi del modello di Rayleigh–Plesset

Isay (1981) produsse un modello semplificato a griglie di bolle per tenere conto della compressibilità del fluido circostante una singola bolla. L'equazione (9.12) di Rayleigh–Plesset fu corretta proprio per introdurre gli effetti della compressibilità del fluido come segue

$$\frac{d^2R}{dt^2} + \frac{3}{2R} \left( \frac{dR}{dt} \right)^2 = \frac{1}{\rho R} \left( p_g - \frac{2\tau}{R} - p_\infty e^{-\alpha/\alpha_{**}} + p_v e^{-\alpha/\alpha_{**}} \right) \quad (9.17)$$

dove  $p_v$  e  $p_\infty$  sono rispettivamente la pressione di vapore e la pressione locale in assenza di bolle,  $\alpha$  è il rapporto locale del volume di gas durante la crescita della bolla,  $\alpha_{**}$  è un parametro empirico e  $\tau$  è la tensione superficiale. Inoltre, Isay dimostrò che le bolle crescenti in un regime instabile raggiungono lo stesso diametro che avrebbero dopo poco tempo in un campo di pressione non-stazionario. Questa scoperta gli consentì di derivare un'espressione analitica per il raggio della bolla proprio prima dell'implosione.

Mills (1991) estese la teoria suddetta, basata sull'ipotesi di flusso omogeneo, alle condizioni di flusso disomogeneo normalmente sperimentato da un'elica, quando la pressione locale è funzione del tempo e della posizione di pala. In un campo di pressione variabile l'equazione (9.17) diviene

$$\frac{3\omega^2}{2} \left( \frac{\partial R_{\phi_o}}{\partial \xi} \right)^2 + R_{\phi_o} \omega^2 \left( \frac{\partial^2 R_{\phi_o}}{\partial \xi^2} \right) = \frac{1}{\rho} [p(R_{\phi_o}) - p(\xi, \phi_o)] \quad (9.18)$$

in base alla quale può essere effettuato il calcolo della dinamica dell'implosione per qualunque raggio della bolla ed in qualunque posizione istantanea di pala. Nell'equazione (9.18)  $\xi$  è la coordinata lungo la corda del profilo,  $\omega$  è la velocità di rotazione dell'elica e  $\phi_o$  è la posizione angolare istantanea di pala.



Il volume di gas  $\alpha_{\phi_o}$ , nella posizione  $\xi$  sulla sezione di pala, può essere derivato mediante la relazione

$$\frac{\alpha_{\phi_o}(\xi)}{1 + \alpha_{\phi_o}(\xi)} = \frac{4\pi}{3} \sum_{j=1}^J \rho_{oj} \cdot R_{oj}^3(\xi, \phi_o) \quad (9.19)$$

in cui  $\rho_{oj}$  è la densità della bolla per ogni tipo di gas ed  $R_o$  è la dimensione iniziale della bolla. Utilizzando le equazioni (9.18) e (9.19), insieme ad una procedura di calcolo di distribuzione di pressione sulla pala in flusso indisturbato, si può stimare l'estensione della cavità sulla superficie di pala.

### Modelli numerici

Molto lavoro di ricerca degli ultimi trenta anni sulla dinamica della cavitazione è basato su modelli analitici che incorporano una qualche forma di linearizzazione. Tuttavia, esistono oggi tecniche, quali metodi integrali a pannelli o metodi di distribuzioni di vorticità di superficie, che consentono ad un classico problema al contorno di Neumann, di Dirichlet, ecc., di essere espresso come integrale di appropriate singolarità distribuite sul perimetro del profilo o sulla superficie del corpo.

Uhlman (1983) ha elaborato un modello numerico nonlineare per il flusso parzialmente cavitante intorno ad un profilo alare bidimensionale (Fig. 9.19). Il suo approccio utilizza una tecnica di vorticità di superficie in combinazione con una procedura iterativa per generare la forma della cavità e la sua parete di terminazione, modificata rispetto a quella di Riaboušinsky. Il confronto con la teoria della cavità sottile di Tulin & Hsu (1977) ha mostrato alcune differenze significative tra i risultati ottenuti con un modello lineare e con un modello nonlineare (Fig. 9.15).

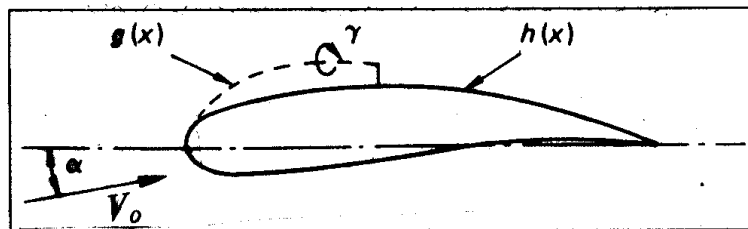


Figura 9.19. Modello di flusso parzialmente cavitante di Uhlman

Stern & Vorus (1983) hanno sviluppato un altro metodo nonlineare per prevedere il comportamento dinamico di una cavitazione non-stazionaria a lamina sulle pale di un'elica. Il metodo modella, ad ogni sezione di pala, la superficie istantanea della cavità come una semiellisse. Il problema della determinazione del valore al contorno del potenziale di velocità del fluido è stato suddiviso in una parte statica ed in una dinamica. È stata adottata una tecnica di soluzione sequenziale, nella quale il problema del potenziale statico è legato alla cavità istantaneamente solidale alla pala, mentre la soluzione del potenziale dinamico rappresenta la reazione istantanea della cavità rispetto al campo potenziale statico, prevedendo così la deformazione della

cavit  ed il suo moto rispetto alla pala. Poich  in questo approccio   conservato il carattere nonlineare della cavitazione non-stazionaria, le previsioni del metodo contengono molte delle caratteristiche osservate sia nella cavitazione stazionaria che in quella non-stazionaria. Gli effetti nonlineari sono risultati particolarmente importanti durante la fase di collasso della cavit . Sono stati identificati due modi di collasso della cavit : il primo   un modo ad alta frequenza dove la cavit  implode verso il bordo d’uscita del profilo; l’altro   un modo a bassa frequenza dove l’implosione si svolge verso il bordo d’ingresso.

Una modellazione pi  moderna e pi  complessa, ancorch  fruibile ingegneristicamente, della cavitazione non-stazionaria   quella sviluppata da Szantyr (1984). Il suo obiettivo fondamentale   stato quello di incorporare il metodo nel progetto di un’elica basato sulla teoria della superficie portante non-stazionaria. Le cavit , che variano dinamicamente, deformano la geometria iniziale della superficie portante. Per ogni posizione di pala analizzata nel campo di flusso non-uniforme, sono imposte la condizione al contorno cinematica sulla pala e la condizione al contorno dinamica sulla superficie della cavit , in base alle quali   calcolata la distribuzione di velocit  dell’espansione della cavit . Si arriva, infine, al calcolo della geometria della cavit  per ogni posizione di pala. La geometria valutata in una posizione antecedente viene considerata come una deformazione della superficie portante nell’attuale posizione di pala, che a sua volta influenza le condizioni al contorno cinematica e dinamica. In tal modo, la cavitazione a lamina non-stazionaria   modellata come un processo continuo, nel quale lo sviluppo precedente della cavit  influenza la sua attuale conformazione. La non-stazionariet  del flusso viene considerata introducendo nel flusso a valle dell’elica le superfici di vortici liberi d’intensit  variabile nel tempo. La variazione dell’intensit  degli strati di vortici segue le fluttuazioni periodiche del carico idrodinamico sulle pale dell’elica e contribuisce al calcolo delle velocit  indotte. Il metodo consente di determinare l’estensione della cavitazione a lamina, l’estensione della cavitazione a bolle ed il diametro del nocciolo cavitante del vortice d’apice.

### 9.5.3 Volume e posizione d’innesco della cavit 

Negli ultimi decenni sono state sviluppate molte ricerche per determinare teoricamente i parametri geometrici fondamentali delle cavit . Nonostante gli innumerevoli lavori basati su tecniche numeriche, finora i risultati migliori sono stati ottenuti mediante metodi analitici. La conoscenza del volume, della posizione e della lunghezza delle cavit    fondamentale per prevedere l’innesco della cavitazione e potere ottimizzare la geometria di pala, qualunque sia la teoria vorticale applicata in sede progettuale.

#### Volume della cavit 

Per prevedere la variazione temporale del volume di una cavit , Holtrop (1984) ha utilizzato una ‘strip-theory’ che determina per ogni pala, in un certo numero di posizioni di corda ai vari raggi, la sezione trasversale di una cavit  a lamina in funzione dell’angolo d’incidenza e del

numero di cavitazione locale. Allo scopo ha sviluppato per il volume elementare della cavità la seguente formula, nella quale le costanti numeriche furono ottenute correlando i valori teorici con le misure sperimentali di pressione indotta dalla cavitazione su modelli

$$\Delta V_c = C \left( \frac{\alpha}{\sigma_l} \right)^m \cdot [1 - e^{-a\alpha/\sigma_l}] \cdot c^2 \Delta r \quad (9.20)$$

dove

- $C$  : coefficiente empirico = 4.4 per navi monoelica  
= 2.8 per navi bielica
- $\alpha$  : angolo d'incidenza effettivo
- $\sigma_l$  : numero di cavitazione locale
- $m$  : esponente empirico = 1.5
- $a = 7.5$  : coefficiente empirico che descrive la transizione della cavitazione
- $c$  : lunghezza di corda
- $\Delta r$  : larghezza della 'strip' della pala

Gli angoli d'incidenza effettivi furono determinati utilizzando i risultati dei calcoli della superficie portante per eliche in flusso uniforme. I risultati di questi calcoli sono stati espressi mediante una formula approssimata che fornisce il rapporto tra gli angoli d'incidenza nominali e quelli effettivi, espresso in funzione dei parametri principali e del carico idrodinamico dell'elica. Questa formula di primo tentativo torna utile quando non si voglia o non si possa ricorrere ai calcoli diretti mediante metodi di superficie portante

$$\alpha = (\alpha_o + \alpha_c) \frac{D}{c_r} \cdot \left\{ 1 + 0.44 \frac{c_{0.7R}}{D} \left( 1 - \frac{r}{R} \right)^{0.25} \cdot (16 + \alpha_o + \alpha_c) \right\} - \alpha_c$$

dove

- $\alpha_o$  : angolo d'incidenza nominale
- $c_r$  : lunghezza di corda al raggio  $r$
- $\alpha_c$  : correzione dell'angolo d'incidenza per curvatura

La correzione dell'angolo d'incidenza per curvatura è data dalla formula

$$\alpha_c = \tan^{-1} \left\{ \left( 1 - \frac{r}{R} \right) \cdot \frac{f}{c} \right\}$$

essendo  $f/c$  il rapporto tra curvatura e corda a  $r = 0.8R$ .

### Distribuzione di pressione, estensione e posizione d'innescò della cavità

Per determinare il numero d'innescò della cavitazione  $\sigma_i$ , è fondamentale conoscere la posizione di corda alla quale ha inizio lo sviluppo della cavità e la distribuzione di pressione intorno alla stessa.

Amronin et al. (1995) hanno affrontato il problema della modellazione di una cavità introducendo l'effetto dell'interazione tra flusso potenziale e flusso viscoso, ossia suddividendo il campo di flusso intorno alla cavità in una zona di flusso ideale ed in una zona corrispondente allo strato limite, essendo incognito il confine di separazione tra le due zone. Secondo questa teoria, la cavità ed il flusso potenziale sono separati dallo strato limite, mentre nella teoria della 'cavitazione ideale' i confini interno ed esterno dello strato limite coincidono, in quanto quest'ultimo non esiste.

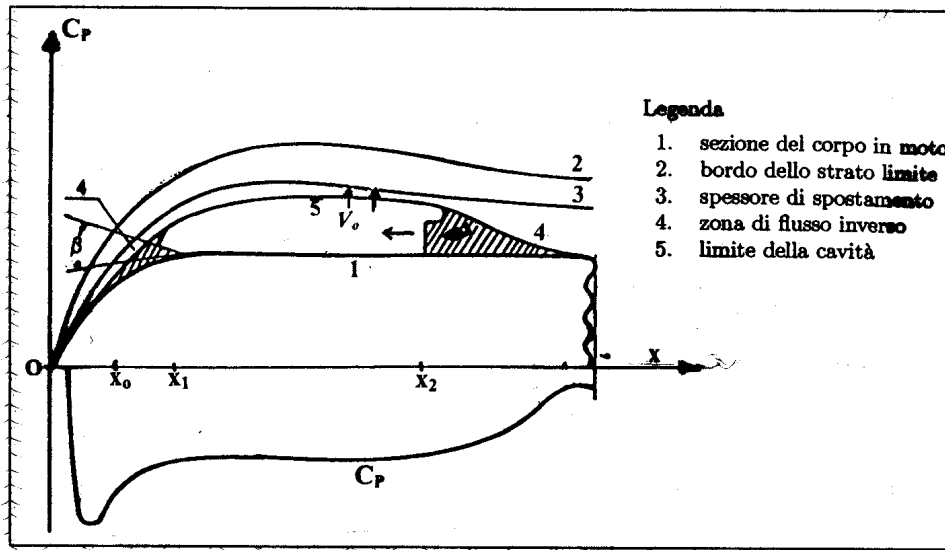


Figura 9.20. Flusso cavitante e coefficiente di pressione in un fluido reale

Secondo la teoria della cavitazione ideale, il bordo iniziale della cavità aderisce al profilo del corpo, restando sempre normale a questo. Viceversa, si deve tenere conto del fatto che, a causa della capillarità nei fluidi reali, si forma sempre tra il bordo d'ingresso della cavità e la superficie del corpo investito dal fluido un angolo  $\beta$  (Fig. 9.20). Si forma così una zona di separazione viscosa sul bordo d'ingresso della cavità. Nella cavitazione ideale la cavità è chiusa da una parete immaginaria (modello di Riaboušinsky) o da linee di corrente inverse che trasportano il fluido fuori dal piano di flusso. Anche lo schema proposto da Amronin prevede un'inversione delle linee di corrente, che dà luogo ad un'altra zona di separazione sul bordo d'uscita della cavità. In questa teoria, si suppone che il fluido penetri nello strato limite attraverso il bordo della cavità, come indicato dalle frecce verso l'alto in Figura 9.20.

Inoltre, la teoria della cavitazione ideale ipotizza che il coefficiente di pressione rimanga costante ( $C_P = -\sigma$ ) lungo il profilo della cavità. I valori dei coefficienti di pressione, calcolati con la nuova teoria sono mostrati in Figura 9.20, dalla quale si desume che la funzione  $C_P$  presenta due zone di pressione crescente sulle terminazioni della cavità ed una zona praticamente isobara nella parte centrale del profilo della cavità. La modellazione numerica della teoria utilizza l'equazione di von Kármán ed è in grado di tenere conto non solamente di  $\sigma$ , ma anche dei valori di  $\beta$ , dei numeri di Reynolds e di Weber, nonché del grado di turbolenza del flusso incidente.

Sulla base della nuova teoria è stato possibile determinare la posizione di una cavità corta sul classico corpo di rivoluzione con la parte anteriore a forma di emisfero. I risultati ottenuti sono stati messi a confronto con i dati sperimentali di Knapp et al. (1970) e con i risultati ottenuti mediante il calcolo a potenziale (Fig. 9.21). La teoria della cavitazione ideale (linea tratteggiata) sovrastima notevolmente le dimensioni della cavità al crescere di  $\sigma$ . Tuttavia, quando la cavità è sufficientemente lunga, le previsioni della teoria della cavitazione ideale risultano piuttosto accurate, anche se sono ancora meno precise di quelle prodotte dalla teoria dei ricercatori russi.

È stato osservato che valori differenti di  $\beta$  comportano un'oscillazione dello spostamento del punto iniziale della cavità fino al 10% del diametro dell'ellissoide.

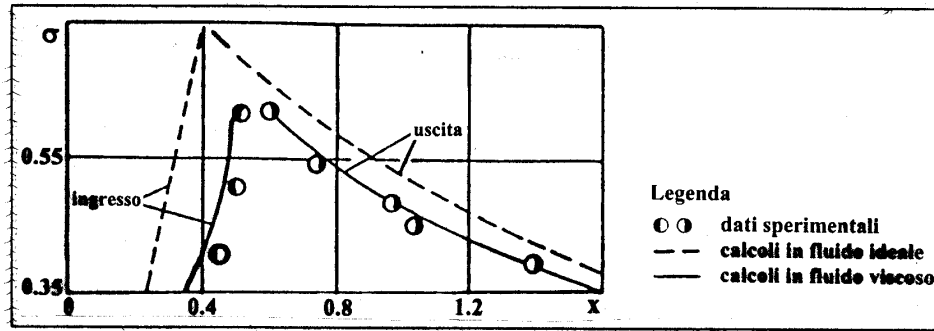


Figura 9.21. Posizione della cavità su un corpo emisferico di rivoluzione

È altrettanto importante determinare, per ogni sezione di pala, la posizione nella quale ha inizio l'innesco della cavitazione. Per elevati numeri di Reynolds, nell'intervallo  $1 \times 10^5 < Rn_{tr} < 1 \times 10^7$ , il punto iniziale  $\bar{x}_1$  della cavità può essere determinato mediante la relazione derivata da Cebeci et al. (1972) come segue

$$Rn_{\theta x_{tr}} = 1.174 \left[ 1 + \frac{22400}{Rn_{x_{tr}}} \right] \cdot Rn_{x_{tr}}^{0.46} \quad (9.21)$$

dove  $Rn_{\theta x_{tr}}$  è il numero di Reynolds basato sullo spessore dello strato limite prodotto dalla variazione della quantità di moto e sulla velocità locale nel punto di transizione, mentre  $Rn_{tr}$  è il numero di Reynolds basato sulla velocità del flusso indisturbato e sulla distanza  $x_i$  del punto di transizione dal bordo d'ingresso. Per valori del numero di Reynolds inferiori a quelli dell'intervallo suddetto, e precisamente per  $1 \times 10^4 < Rn_{tr} < 7 \times 10^5$  vale la relazione

$$Rn_{\theta x_i} = 4.048 Rn_{x_i}^{0.368} \quad (9.22)$$

In questo caso,  $Rn_{\theta x_i}$  è il numero di Reynolds basato sulla velocità locale e sullo spessore per variazione della quantità di moto nel punto d'innesco della cavitazione, mentre  $Rn_{x_i}$  è il numero di Reynolds basato sulla distanza dal bordo d'ingresso lungo il profilo e sulla velocità del flusso indisturbato nella posizione d'innesco della cavitazione.

## 9.6 Innesco della cavitazione

Lo stato attuale delle conoscenze non consente di prevedere accuratamente le condizioni nelle quali può avere inizio l'innesco della cavitazione, sebbene sia trascorso un secolo e mezzo da quando si comprese che il manifestarsi della cavitazione, oltre all'effetto della riduzione di pressione nel fluido adiacente, dipendeva dal grado di purezza del liquido, in termini di concentrazione delle particelle e del contenuto di gas. Oggi è acquisizione comune che la cavitazione di un'elica navale dipende da un insieme di condizioni, tra le quali, appunto, il contenuto di nuclei nell'acqua, lo sviluppo dello strato limite e l'andamento della distribuzione di pressione sulle sezioni di pala. L'innesco della cavitazione non è legata, quindi, solamente all'ambiente nel quale l'elica lavora, ma anche alla geometria delle sezioni di pala ed alle caratteristiche del campo di velocità nel piano del disco-elica.

È risaputo che teoricamente l'innesco della cavitazione avviene quando inizia il processo di vaporizzazione, ossia quando la pressione in una cavità è veramente vicina alla pressione di vapore. In effetti, è stato osservato che la cavitazione può innescarsi per pressioni locali superiori o inferiori alla pressione di vapore, secondo la quantità ed il modo di distribuzione dei nuclei o delle particelle cui aderiscono tasche microscopiche di gas o di aria non disciolta. È più corretto parlare, quindi, di *soglia di cavitazione*. Si può affermare, quindi, che l'innesco della cavitazione ha luogo quando i nuclei, per il fatto di essere soggetti ad una riduzione di pressione, raggiungono una dimensione critica dopo essere cresciuti in maniera esplosiva.

Risolvere il problema della generazione e del controllo dell'innesco della cavitazione nei laboratori sperimentali implica che si creino le condizioni per ottenere l'accuratezza interpretativa dei risultati degli esperimenti su modelli e per prevedere numericamente l'insorgere e lo sviluppo della cavitazione al vero. Ora, per soddisfare in galleria di cavitazione le leggi di similitudine, deve essere rispettata quanto meno l'eguaglianza di due parametri soggetti all'effetto scala, ossia il coefficiente d'avanzo  $J$  e l'indice di cavitazione  $\sigma$ , controllando che l'innesco della cavitazione sul modello abbia luogo alla pressione critica e nelle condizioni sperimentali che sappiano riprodurre il tipo di cavitazione atteso. Altrimenti, le differenze di risposta in cavitazione tra modello ed elica al vero sono ingegneristicamente inaccettabili. Ciò rimanda al problema, mai risolto, dell'effetto scala, irrisolvibile appunto finché non saranno perfettamente compresi e messi sotto controllo tutti i parametri importanti che governano il fenomeno dell'innesco della cavitazione.

### 9.6.1 Nuclei

Il legame tra le molecole d'acqua, che impedisce l'innesco della cavitazione, può essere rotto dalla presenza di piccole quantità di gas libero. A causa della tensione superficiale, questo gas si presenta sotto forma di piccole bolle sferiche, dette nuclei, con raggio che varia tra  $5\ \mu\text{m}$  e  $50\ \mu\text{m}$ . Nell'acqua di mare questi nuclei sono generati costantemente da onde frangenti e probabilmente anche da particelle organiche e/o micro-organismi. In una galleria di cavitazione queste bolle sono generate da una pompa o sono rimesse in circolo dalla stessa elica cavitante.

L'esistenza di *nuclei stabili di gas* è paradossale e non ancora compresa definitivamente, in quanto cavità di gas così piccole ed instabili dovrebbero sparire galleggiando, per effetto della spinta, sulla superficie di un liquido a riposo, come dovrebbe avvenire nel caso di una vasca di rimorchio depressurizzata, mentre le bolle in assoluto più piccole dovrebbero dissolversi rapidamente per diffusione a causa della tensione superficiale. Sono stati studiati vari meccanismi di stabilizzazione dei nuclei, tra i quali vanno citati quelli prodotti da pellicole organiche o da diffusione di gas entro il volume di liquido limitato dalla parete del nucleo. Probabilmente esiste un certo equilibrio tra apparizione e scomparsa di cavità instabili. Quello che è certo è che il meccanismo di formazione delle cavità d'innescio presuppone turbolenza nella corrente libera, oscillazione della superficie libera ed attività biochimiche nel fluido.

Per comprendere meglio la relazione tra crescita delle cavità e soglia d'innescio della cavitazione, si consideri la crescita di due nuclei con raggio iniziale rispettivamente di  $10 \mu\text{m}$  e  $50 \mu\text{m}$ , soggetti ad una pressione esterna che decresce linearmente nel tempo, fino ad annullarsi tendenzialmente. Se si ipotizza che non avvenga alcuna dissipazione di gas attraverso la parete delle bolle, si ottiene quanto mostrato in Figura 9.22.

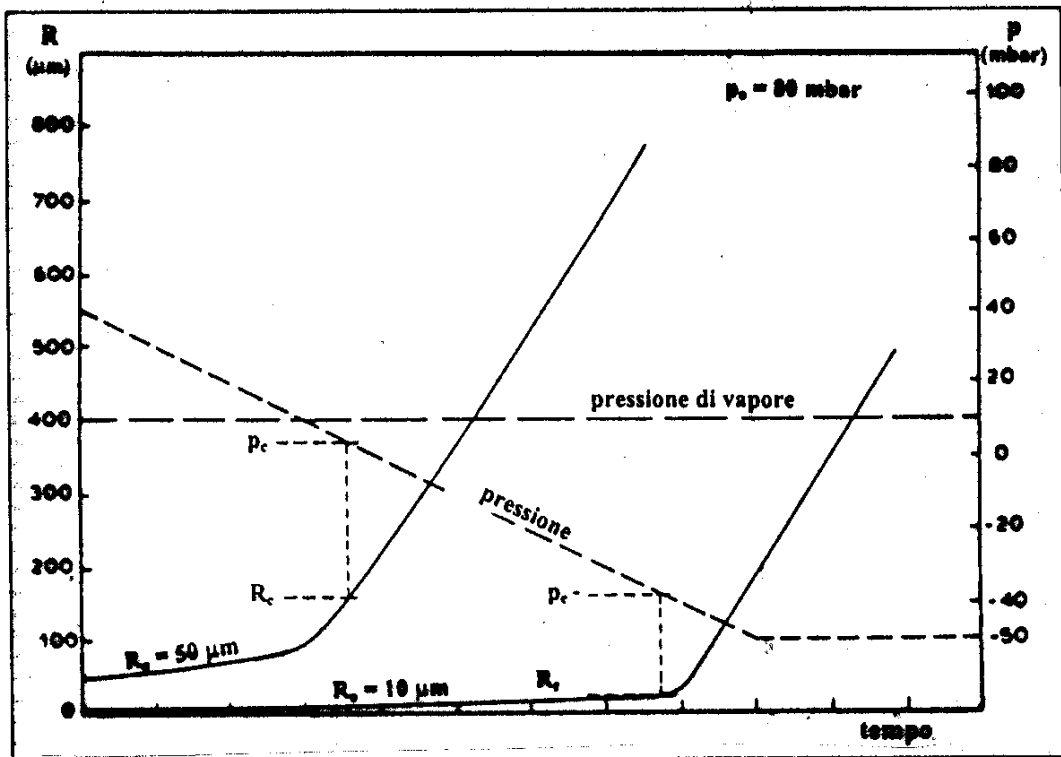


Figura 9.22. Crescita di bolle d'aria al diminuire della pressione

Esiste un istante preciso nel quale la crescita delle bolle diviene molto rapida, in corrispondenza del valore della pressione alla quale ogni bolla di gas diviene instabile. Tale pressione viene detta *pressione critica* ed è definibile mediante la relazione

$$p_c = p_v - \frac{4}{3} \frac{\tau}{R_c}$$

dove  $R_c$  è il raggio della bolla di gas alla pressione critica, dato da

$$R_c = \sqrt{\frac{3k}{2\tau}}$$

essendo  $\tau$  la tensione superficiale, mentre  $k$  è una costante, funzione della quantità di gas nella bolla, la quale dipende dalle condizioni iniziali (dimensione iniziale  $R_o$  della bolla stessa).

La pressione critica è quella alla quale i nuclei devono essere sottoposti per un tempo sufficiente affinché possano espandersi. Il concetto di pressione critica è legato a quello di suscettibilità del liquido alla cavitazione, che è definibile come la pressione di quel nucleo rilevabile come il più debole tra quelli presenti nel liquido. Questo concetto va considerato come l'opposto della resistenza a trazione del liquido. La pressione critica comporta indirettamente la nozione di soglia di rilevazione dell'apparato sperimentale, che può influenzare anche la determinazione dell'innesco della cavitazione. Poiché i nuclei, ognuno con una differente pressione critica, sono distribuiti casualmente nell'acqua, l'innesco della cavitazione a bolle deve essere considerato un fenomeno probabilistico.

Poiché la crescita della bolla è molto rapida quando la pressione è inferiore alla pressione critica, si può considerare la pressione critica come la pressione d'innesco della cavitazione. Le equazioni suddette illustrano due caratteristiche importanti della pressione d'innesco, la quale:

- è sempre inferiore alla pressione di vapore;
- dipende dalla quantità di gas nel nucleo, ossia dalla dimensione iniziale della bolla.

Il contenuto di gas disciolto nell'acqua dovrebbe essere al di sopra di un certo livello, al fine di fornire una quantità sufficiente di nuclei per l'innesco e la crescita della cavitazione. Esiste da sempre un dibattito acceso sull'importanza del contenuto d'aria da introdurre nelle gallerie di cavitazione per simulare correttamente l'innesco e l'estensione della cavitazione al vero. In base all'esperienza, si può affermare che l'influenza del contenuto d'aria è determinante nel caso di cavitazione a bolle - maggiore è il contenuto d'aria, più rapido è l'innesco della cavitazione - mentre può essere trascurata nel caso di cavitazione a lamina. D'altro canto, la pratica ha dimostrato che basta un piccolo contenuto d'aria nell'acqua della galleria di cavitazione per rendere l'osservazione del fenomeno della cavitazione più semplice e più affidabile, specialmente a bassi numeri di cavitazione ( $\sigma = 0.2 \div 0.5$ ).

È stato dimostrato che il contenuto di nuclei nell'acqua di una galleria di cavitazione è importante anche per determinare l'estensione della cavitazione sulle pale dell'elica. Allo scopo, durante gli esperimenti andrebbe misurata la quantità d'aria libera quale proporzione del contenuto di nuclei, piuttosto che il contenuto d'ossigeno o la quantità totale d'aria. La Figura



9.23 illustra in termini generali come il rapporto  $\alpha_k$  esistente nell'acqua tra contenuto d'aria effettiva e contenuto d'aria saturata influenzi decisamente il tasso d'erosione per cavitazione.

L'andamento della curva può essere spiegata in base al fatto che, quando non esiste aria disciolta nell'acqua e non esistono neppure fessurazioni sulla superficie, la resistenza a trazione del fluido è molto elevata; il che impedisce l'innesco della cavitazione. Comunque, non appena si introduce aria, si ha una base per la formazione di nuclei che accelerano il livello di cavitazione ed aumentano il rischio di erosione. Raggiunto un certo contenuto d'aria, l'ulteriore insemminazione di nuclei non accresce lo sviluppo della cavitazione. Se il contenuto d'aria viene aumentato in misura significativa al di là della saturazione, il tasso d'erosione si riduce sensibilmente. Tale fenomeno fisico è noto da tempo ed è stato frequentemente utilizzato per ridurre erosione e rumore. Tuttavia, la pratica ha dimostrato che insufflare aria sulle pale delle eliche è un'operazione delicata, difficile da progettare e che richiede molta esperienza.

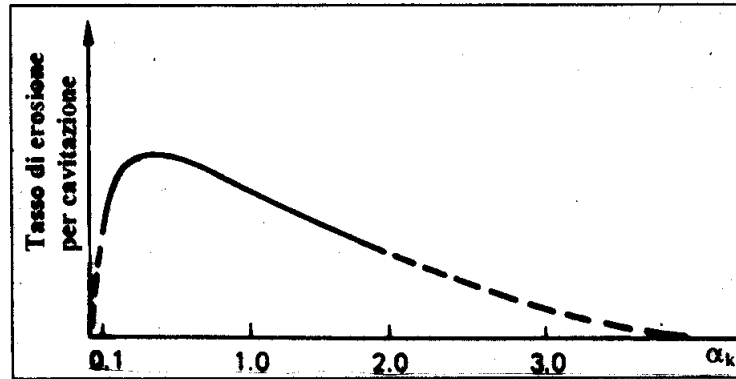
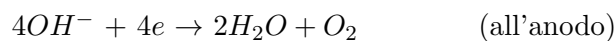
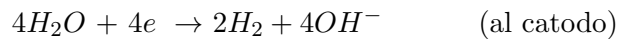


Figura 9.23. Effetto della quantità d'aria sull'erosione per cavitazione

Per governare sperimentalmente l'innesco della cavitazione, Kuiper (1981) esplorò l'effetto dell'introduzione artificiale di nuclei nell'acqua mediante elettrolisi, dove, come noto, le equazioni che governano il processo sono



Poiché il processo dell'elettrolisi produce una quantità d'idrogeno doppia rispetto alla quantità d'ossigeno, il catodo viene utilizzato per la produzione delle bolle. Questa tecnica è nota come 'tecnica della bolla ad idrogeno' per la visualizzazione del flusso. Kuiper ha dimostrato che questa tecnica può essere efficace per visualizzare la cavitazione sulle pale di modelli di eliche. La Figura 9.24 dimostra l'effetto dell'elettrolisi sulla cavitazione a lamina osservata su un modello. Effetti simili possono essere osservati con la cavitazione a bolle. La cavitazione non risulta presente a basse concentrazioni di nuclei e si manifesta solamente arricchendo il contenuto di nuclei. In ogni caso, non bisogna eccedere, ossia non si deve disseminare il flusso di nuclei eccessivamente, in quanto si rischierebbe di mascherare l'effettiva distribuzione della cavitazione.

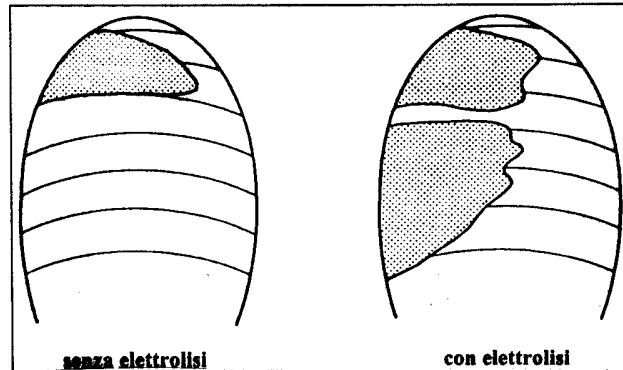


Figura 9.24. Effetto dell'elettrolisi sull'innesco della cavitazione

### 9.6.2 Strato limite sulle pale dei modelli

Come noto dal Capitolo 4, lo strato limite su un profilo alare ha inizio nel punto di stagnazione come strato limite laminare. Nella zona di transizione, la cui posizione dipende, tra l'altro, dal numero di Reynolds locale, lo strato limite laminare diviene turbolento. Poiché il coefficiente d'attrito di un profilo con strato limite turbolento è molto inferiore rispetto a quello in regime laminare, la posizione della transizione verso la turbolenza influenza la resistenza e, quindi, l'efficienza aerodinamica del profilo. In termini di dinamica dell'elica, ciò significa che il momento torcente e, in misura minore, anche la spinta dipendono dalla posizione della transizione.

Quando il numero di Reynolds dell'elica cresce perché aumenta la velocità di rotazione e, quindi, il coefficiente d'avanzo, la zona di transizione si avvicina al bordo d'ingresso ed il momento torcente aumenta. Per l'elica al vero, poiché il numero di Reynolds è molto alto, si può prevedere che la transizione avvenga molto vicino al bordo d'ingresso. È per questa ragione che, per cercare di simulare correttamente l'innesco della cavitazione, anche il numero di Reynolds dell'elica-modello deve essere abbastanza elevato in modo da avere la zona di transizione vicino al bordo d'ingresso, in modo da evitare zone di strato limite laminare. Molti laboratori idrodinamici ritengono che tale condizione d'assenza dello strato limite laminare sia realizzata quando il momento torcente dell'elica-modello diviene pressoché indipendente dal numero di Reynolds. In conformità a misurazioni della spinta e del momento torcente, espressi in funzione del numero di Reynolds, quale *criterio sperimentale* per avere uno strato limite turbolento sul modello è stato adottato quasi dappertutto un numero di Reynolds minimo pari a  $2 \times 10^5$  a  $\bar{r} = 0.7$ . Se questo criterio fosse sufficiente, non si dovrebbero considerare gli effetti scala sull'innesco della cavitazione. Purtroppo non è così.

Per identificare la natura dello strato limite sul dorso di una pala, Kuiper (1981) sviluppò ulteriormente all'ex-NSMB (oggi MARIN) la tecnica degli strati di pittura (ossido di piombo con pigmenti fluorescenti) applicati sul bordo d'ingresso del modello, che vanno a formare strisce molto sottili osservabili e fotografabili mediante illuminazione ultravioletta. Verificò che nella zona dove il carico è generalmente più elevato, ossia ai raggi esterni di pala, può sussistere una

bolla di separazione laminare  $AB$ , molto piccola, vicino al bordo d'ingresso. Lo strato limite diviene turbolento a valle della bolla e, quindi, sul resto della pala in prossimità dell'apice (Fig. 9.25). La separazione laminare ha un effetto decisivo sull'innesco della cavitazione. È indipendente dal numero di Reynolds, mentre dipende dalla distribuzione di pressione, in quanto avviene bruscamente quando il gradiente di pressione aumenta. Progettualmente occorre prestare molta attenzione sia alle forti curvature del bordo d'ingresso, sia alle repentine e forti variazioni del carico idrodinamico.

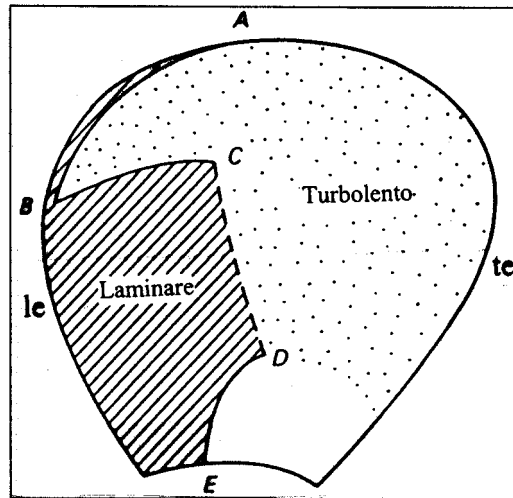


Figura 9.25. Schema dello strato limite sul dorso di un modello

Ancora in Figura 9.25 si può individuare un raggio di separazione  $BC$ , al di sotto del quale il regime di flusso sulla pala è laminare. La sua posizione dipende dal carico dell'elica. La zona  $CD$  è, quindi, una regione di transizione, la cui posizione lungo le corde di pala dipende dal numero di Reynolds locale. Tale zona si trova generalmente ad una certa distanza dal bordo d'ingresso. La zona a monte della curva  $DE$  è una zona di separazione laminare, situata pressoché a metà delle lunghezze di corda, innescata facilmente per effetto dei numeri di Reynolds assai bassi sulle sezioni ai raggi interni, nonché per il fatto che tali sezioni hanno un elevato spessore relativo. Le posizioni dei punti  $B$ ,  $C$  e  $D$  dipendono sensibilmente dalla forma geometrica della pala e dal carico dell'elica, nonché dal numero di Reynolds del flusso incidente.

Sulla faccia delle pale, la struttura dello strato limite è generalmente assai più complessa. In condizioni operative normali, non si verifica alcuna separazione laminare, mentre può esistere una significativa zona laminare vicino al bordo d'ingresso. In genere, la transizione avviene più gradualmente che sul dorso di pala, in quanto il gradiente di pressione è meno accentuato.

Poiché sulla pala di un'elica al vero lo strato limite è turbolento nel punto di minima pressione, ossia dove avviene l'innesco, in galleria di cavitazione si deve cercare di ottenere uno strato limite turbolento nel punto corrispondente del modello. Per far sì che le previsioni sull'innesco della cavitazione al vero siano più accurate, è stata sviluppata una tecnica che prevede l'applicazione di stimolatori di turbolenza dello strato limite, ossia di rugosità microscopiche

distribuite dal bordo d'ingresso fino ad una posizione appropriata a monte o a valle del punto di pressione minima. Tali rugosità intorno al bordo d'ingresso, distribuite quindi nella zona di bassa pressione, causano l'immediata transizione al regime turbolento. Gli elementi rugosi generano nuclei che, a loro volta, provocano l'innesco di ulteriori bolle cavitanti mobili nel flusso a valle. Le fluttuazioni della pressione dinamica combinate con i nuclei di vorticità esistenti negli strati limite turbolenti causano non solamente cavità mobili ma anche l'innesco di cavitazione a lamina, anche quando gli elementi di rugosità non generano microbolle.

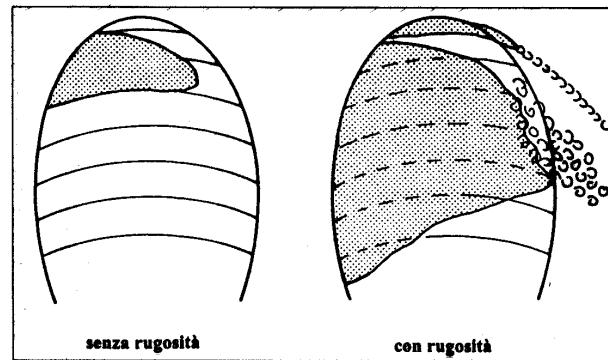


Figura 9.26. Effetto della rugosità sull'innesco della cavitazione

Poiché lo strato limite può essere laminare su una considerevole porzione di pala, e poiché generalmente un aumento del numero di Reynolds arretra la zona di transizione verso il bordo d'ingresso, alcuni laboratori sperimentali hanno effettuato esperimenti stimolando artificialmente lo strato limite per indurre flusso turbolento proprio vicino al bordo d'ingresso. Tale stimolazione può essere realizzata introducendo sul bordo d'ingresso una piccola striscia di granuli di carborundum con spessore dell'ordine dei  $60 \mu\text{m}$ . La Figura 9.26 mostra l'effetto dovuto alla stimolazione di uno strato limite completamente turbolento sulle pale dell'elica operante nelle stesse condizioni iniziali schizzate a sinistra in Figura 9.24.

In questo caso, l'introduzione dell'elettrolisi in combinazione con la rugosità artificiale sul bordo d'ingresso produce ulteriore turbolenza. La pratica di rendere rugoso il bordo d'ingresso non è, comunque, una tecnica adottata da tutti i laboratori sperimentali. Di conseguenza, l'esperienza interpretativa del laboratorio in relazione alla sua procedura sperimentale è un fattore importante nella stima del comportamento cavitativo di un'elica al vero.

### 9.6.3 Effetti viscosi

Per prevedere l'innesco della cavitazione al vero, talvolta negli esperimenti su modelli viene realizzata purtroppo l'ipotesi semplicistica che l'innesco della cavitazione avvenga immediatamente quando la pressione idrostatica raggiunge la pressione di vapore. Ma il problema è ben più complesso e presuppone lo sviluppo e l'applicazione di leggi per il passaggio dal modello al vero (effetti scala), se si vuole che le previsioni al vero siano accurate in misura adeguata.

Occorre partire dall'acquisizione che, almeno in certa misura, l'innescò della cavitazione è condizionato dalla viscosità del flusso che attraversa il corpo portante e dal numero di nuclei di cavitazione presenti nel flusso o sulla superficie del corpo stesso.

I numeri di Reynolds in scala modello sono di norma inferiori di uno o due ordini di grandezza rispetto ai valori delle eliche al vero. Inoltre, le distribuzioni dimensionali delle microbolle o dei nuclei cavitanti nell'acqua di mare non sono in genere riproducibili nei laboratori di cavitazione. Non è sorprendente, quindi, se la cavitazione al vero prevista in base agli esperimenti su modelli possa non essere in accordo con le rilevazioni effettive. Le caratteristiche viscose del regime di flusso (laminare, laminare con separazione, di transizione o completamente turbolento), sul punto o a monte del punto di pressione minima suscettibile di cavitazione, giocano un ruolo estremamente importante nei processi d'innescò della cavitazione su piccoli modelli. Di solito, gli strati limite sui modelli di eliche idraulicamente lisce sono laminari nella posizione di pressione minima e possono rimanere laminari lungo le corde delle sezioni di pala. Viceversa, è assai probabile che nelle eliche al vero la transizione da regime laminare a regime turbolento avvenga a monte della posizione di pressione minima. Le differenze nei regimi di flusso tra modello ed elica al vero sono le maggiori sorgenti dei cosiddetti *effetti scala* sull'innescò della cavitazione. Tecniche affidabili e praticabili per eliminare gli effetti scala nella procedura sperimentale costituirebbero un grande vantaggio per fruire al meglio della sperimentazione della cavitazione su modelli.

L'influenza sull'innescò della cavitazione, o meglio sulla pressione d'innescò, esercitata dalla natura dello strato limite sulla pala è stato oggetto di lunghe controversie, proprio a conferma dell'assoluta rilevanza del problema. Fin dagli anni '50 è noto che le fluttuazioni di elevata pressione nel cuore di uno stabile strato limite turbolento possono innescare cavitazione a pressioni idrostatiche superiori alla pressione di vapore. Successivamente Arakeri & Acosta (1973) dimostrarono che l'innescò della cavitazione può avvenire nella zona di transizione dello strato limite da flusso laminare a flusso turbolento, e più precisamente al riattacco della separazione laminare o in un punto da determinare entro lo strato limite completamente aderente. L'innescò della cavitazione può presentarsi anche come effetto di una bolla di separazione, che si manifesta quando lo strato limite laminare si separa dalla parete. In tal caso, lo strato limite diviene prima instabile, poi turbolento, per aderire nuovamente alla parete. Si forma così una breve 'zona di acqua morta' al di sotto dello strato limite, la cosiddetta *bolla di separazione laminare*.

Gli effetti viscosi influenzano l'innescò della cavitazione, probabilmente a causa delle basse pressioni locali che si instaurano nella zona di transizione o nella zona di riattacco. La pressione critica non è più la pressione media sulla pala dell'elica, ma è la pressione minima presente nello strato limite. Oltre che dalla distribuzione delle dimensioni dei nuclei, la pressione d'innescò dipende, quindi, dalle caratteristiche non-stazionarie dello strato limite, associate con la separazione laminare, le quali sono governate dal numero di Reynolds e dalla distribuzione di pressione sulla pala. Si ricordi che la separazione laminare può essere determinata con sufficiente accuratezza utilizzando la procedura di Thwaites (1960) con le modifiche apportate da Curl e Skan (1957).

Quando lo strato limite presenta una transizione naturale, la velocità d'innescò dipende dalla pressione minima del flusso potenziale e dalla posizione della zona di transizione. A seconda della resistenza alla cavitazione del liquido sia in scala modello che al vero, l'innescò della cavitazione può avvenire o al valore minimo del coefficiente di pressione sulla pala o nella zona di transizione. Quando l'idrodinamica dello strato limite domina il processo dell'innescò della cavitazione e la cavitazione inizia nella zona di transizione, può esistere una differenza significativa tra il numero d'innescò di cavitazione  $\sigma_i$  in scala modello e quello al vero.

Quanto detto evidenzia il rischio insito nell'estrapolare i dati sperimentali d'innescò della cavitazione, soprattutto quando si manifesta accompagnata da una separazione laminare, sull'elica al vero, in quanto può non presentarsi tale fenomeno. Si usa indicare il numero di Reynolds al quale la separazione laminare scompare come numero di Reynolds critico  $Rn_c$ . I flussi nei quali il numero di Reynolds è minore di quello critico sono detti 'subcritici', mentre nel caso opposto sono detti 'supercritici'. Ai numeri di Reynolds supercritici, l'innescò della cavitazione ha luogo quasi sempre nella zona di transizione turbolenta dello strato limite aderente alla parete. Sembra, quindi, che la transizione alla turbolenza influenzi sensibilmente l'innescò della cavitazione, sia che si abbia separazione laminare, sia che lo strato limite rimanga aderente alla parete. Una plausibile spiegazione di questo fatto è che le fluttuazioni normalizzate della pressione o della velocità entro la zona di transizione sono generalmente più elevate di quelle esistenti verso il bordo d'uscita, dove il flusso turbolento è completamente sviluppato.

È ben noto che il processo di transizione è molto sensibile ai disturbi esterni, quindi al livello di turbolenza della corrente libera. Ne consegue che il numero di Reynolds critico può essere differente, per lo stesso modello in due diverse gallerie di cavitazione oppure nello stesso laboratorio, al variare del livello di turbolenza del flusso indisturbato. Le condizioni supercritiche possono essere stimulate mediante tecniche di stabilizzazione dello strato limite, come è accaduto per lunghi decenni nelle prove sperimentali idrodinamiche ed aerodinamiche. In tal modo sono garantiti strati limite turbolenti sui modelli di prova, e diviene possibile fissare e/o controllare la posizione della transizione per permettere previsioni più accurate.

**Assenza di separazione laminare.** Come si può osservare in Figura 9.27, per il profilo al vero la zona di transizione inizia in prossimità della posizione di corda dove il coefficiente della pressione potenziale  $\tilde{C}_{p_{min}} = [(p_p - p_o)/q]_{min}$  è effettivamente minimo, essendo  $p_p$  il valore locale della pressione entro lo strato limite. In scala modello, a parità di condizione cinematica ( $J_m = J_s$ ), la transizione si sposta sensibilmente verso il bordo d'uscita. In Figura 9.27, il valore  $\Delta p_d$  denota la variazione di pressione locale indotta dall'effetto di spostamento dello strato limite,  $\Delta p_t$  indica la fluttuazione della pressione non-stazionaria locale significativa per l'innescò della cavitazione, mentre  $V_o$  e  $p_o$  sono rispettivamente la velocità del flusso incidente il profilo e la pressione ambiente.

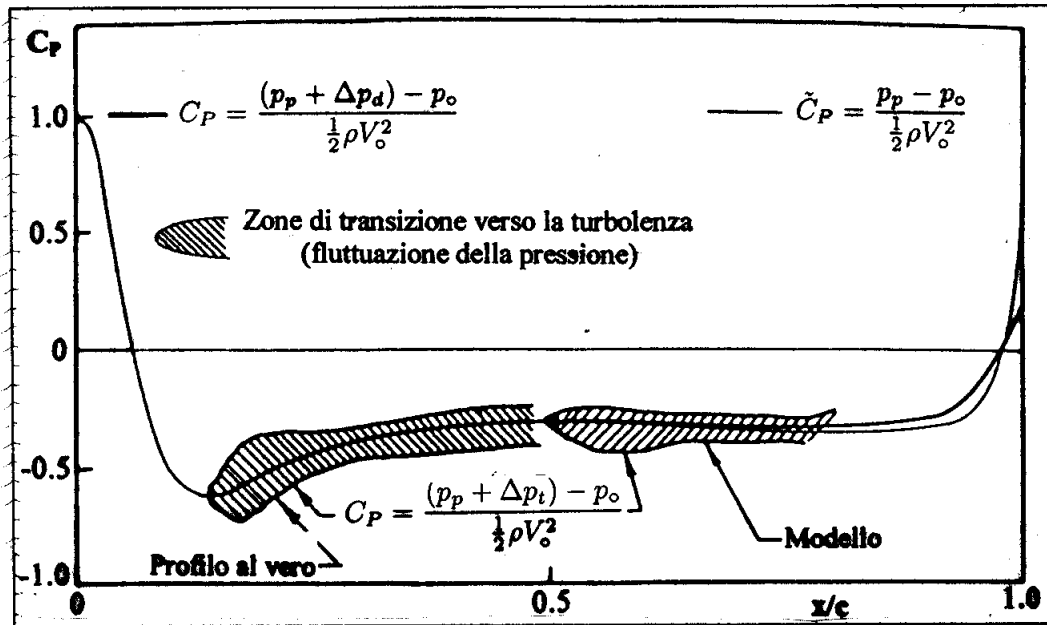


Figura 9.27. Effetto viscoso sulle distribuzioni di pressione senza separazione laminare

**Presenza di separazione laminare.** Se si esamina la distribuzione della depressione sul dorso, quando il parametro  $\bar{p} = (\theta/\nu) \cdot (dV/ds)$  raggiunge il valore -0.09 a valle della posizione cui corrisponde il coefficiente di pressione  $\tilde{C}_{P_{min}}$ , se non si è sviluppata la transizione naturale, è prevedibile che si manifesti separazione laminare. In tal caso, la turbolenza si sviluppa nello strato limite separato, mentre per effetto dell'accresciuta miscelazione, dovuta alle fluttuazioni turbolente di velocità, può accadere che il flusso si riattacchi alla superficie formando una bolla. La lunghezza  $\lambda$  di questa 'bolla d'acqua morta' separata dipende dal numero di Reynolds  $Rn_{\theta_s}$ , ossia dallo spessore  $\theta_s$  dello strato limite prodotto dalla variazione della quantità di moto nel punto di separazione.

Le misure sperimentali di Huang & Hannan (1976) hanno indicato che le fluttuazioni di pressione sono massime nella zona di riattacco del flusso, a circa  $1.5\lambda$  a valle della terminazione della zona della bolla di separazione. Si può concludere che probabilmente l'innescò della cavitazione avviene nello strato limite separato vicino alla terminazione della bolla d'acqua morta che segue la separazione laminare.

Se la bolla di separazione è lunga, la pressione nell'intorno della bolla devia notevolmente dal suo valore potenziale, espresso dal coefficiente di pressione  $\tilde{C}_P$ , come segue

$$C_P = \tilde{C}_P + \frac{\Delta p_s}{\frac{1}{2} \rho V_o^2} + \frac{\Delta p_t}{\frac{1}{2} \rho V_o^2} \quad (9.23)$$

dove  $\Delta p_s$  è la variazione di pressione locale del flusso potenziale dovuta alla presenza della separazione.

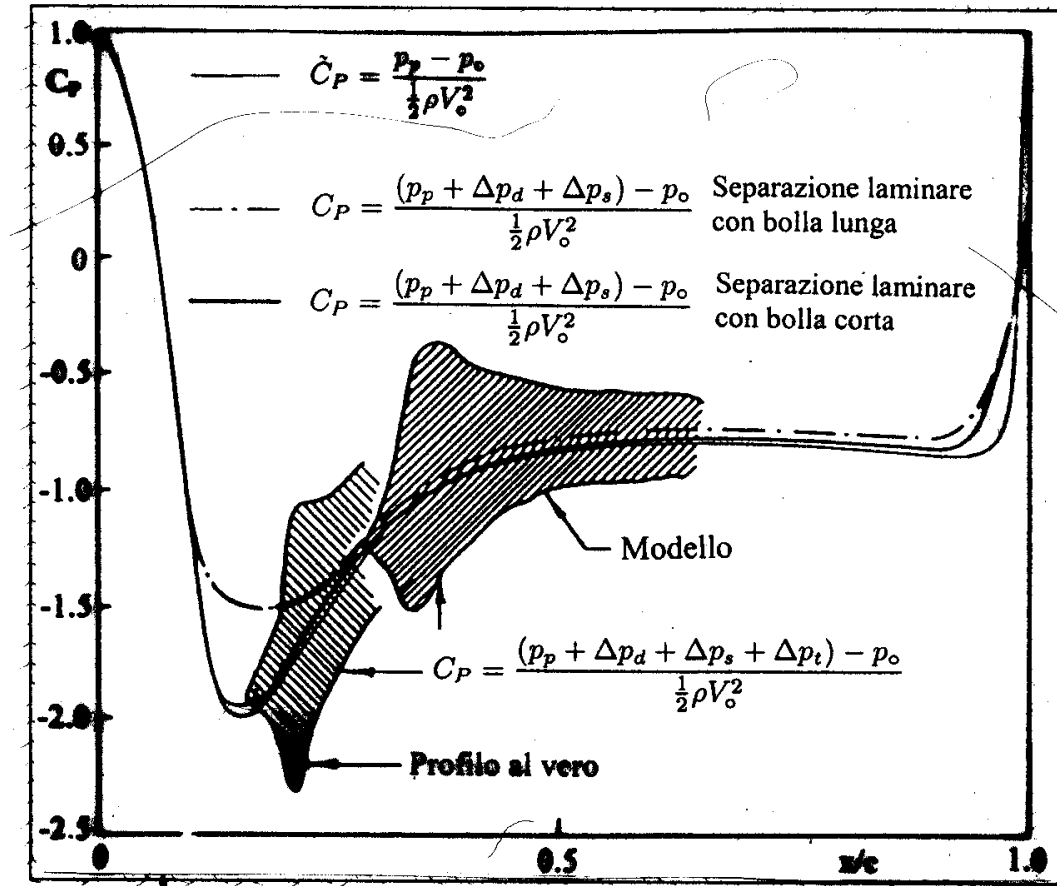


Figura 9.28. Effetto viscoso sulle distribuzioni di pressione con separazione laminare

Nella decomposizione dell'equazione (9.23) ogni termine è pesantemente influenzato dagli effetti viscosi e, quindi, dall'effetto scala. Poiché il calcolo di  $\tilde{C}_P$  richiede la conoscenza del campo di velocità al vero, esso sarà notevolmente dipendente dagli effetti scala sulla scia (vedi Capitolo 9). Le variazioni di pressione  $\Delta p_s$  e  $\Delta p_t$  dipendono sostanzialmente dal regime di flusso e, quindi, dal numero di Reynolds.

Le bolle di separazione sui modelli sono di solito lunghe, per cui i valori di  $\Delta p_s$  sono significativi. Il valore di  $C_{P_s} = \Delta p_s / \frac{1}{2} \rho V_0^2$  di una bolla lunga può essere stimato mediante un calcolo di flusso potenziale lungo la linea di corrente di separazione. Il valore tipico è  $C_{P_s} = -0.3$  per una bolla lunga, mentre nel caso di una bolla corta  $C_{P_s}$  è così piccolo da potere essere trascurato. Comunque, anche quando sono presenti, le bolle di separazione su corpi al vero sono normalmente corte, per cui i valori di  $\Delta p_s$  al vero sono trascurabili, come mostrato in Figura 9.28. Si è trovato che le fluttuazioni di velocità sono massime nello strato al di sopra della terminazione della bolla d'acqua morta. Si ritiene che la cavitazione si inneschi per  $\Delta p_t / \frac{1}{2} \rho V_0^2 = 0.55$ .



### 9.6.4 Effetti della distribuzione di pressione

È spesso difficile separare sperimentalmente gli effetti sull'innescò della cavitazione dovuti alla dinamica dei nuclei dagli effetti viscosi, in quanto i parametri corrispondenti variano simultaneamente al variare della velocità del flusso nella galleria di cavitazione. Se si tiene a mente che le distribuzioni di cavitazione al vero sono stimate di solito a partire dai risultati delle prove su modelli, occorre essere in grado di interpretarle anche dal punto di vista visivo. Gli atti dell'ITTC (1987) hanno fornito una buona sintesi delle conoscenze sull'argomento, classificando i casi di una distribuzione di pressione a picco, di una distribuzione di pressione corrispondente all'incidenza ideale e di una distribuzione di pressione pressoché uniforme. La Figura 9.29 mostra questi tre casi, esemplificando per ognuno le seguenti situazioni: (i) una tipica distribuzione dello strato limite sul dorso a moderati numeri di Reynolds ( $Rn \approx 2 \times 10^5$ ); (ii) una tipica immagine della cavitazione con pochi nuclei; (iii) l'effetto di un aumento della quantità dei nuclei; (iv) l'effetto di un incremento del numero di Reynolds; e (v) l'estrapolazione della distribuzione di cavitazione sull'elica al vero.

#### Distribuzione a picco

In presenza di una *distribuzione di pressione a picco* (Fig. 9.29), se il flusso presenta separazione, si può osservare una cavitazione uniforme a lamina. Se la velocità del flusso rimane costante, risulta debole l'influenza sull'innescò della cavitazione prodotta dall'aumento del contenuto di nuclei, in quanto solo pochi di questi penetrano nella cavità, con un corrispondente irrilevante aumento della pressione parziale del gas. Se il flusso rimane aderente alla superficie di pala, può accadere che non si abbia innescò di cavitazione, anche quando la pressione minima è inferiore alla pressione di vapore. In tal caso il flusso è sensibile alle irregolarità della superficie di pala, che possono causare ulteriore cavitazione a lamina. Nel caso di uno strato limite laminare senza separazione, è piccolo anche l'effetto dell'aumento del contenuto di nuclei, sebbene possa aumentare il numero delle lamine di cavitazione. Inoltre, se il picco di pressione non è troppo stretto, si può osservare anche una certa cavitazione a bolle.

Nella zona di pala interessata da separazione del flusso, è piccolo l'effetto del numero di Reynolds sulla cavitazione a lamina; comunque, a numeri di Reynolds più elevati, l'apparizione della cavità diviene più 'schiumosa'. Nel caso alternativo di una zona di flusso laminare aderente alla pala, l'effetto dell'aumento del numero di Reynolds è indiretto, in quanto lo strato limite diviene più sottile e, quindi, le irregolarità della superficie di pala risultano relativamente più pronunciate. Si genera un numero superiore di lamine di cavitazione che, a numeri di Reynolds maggiori ovvero a velocità del flusso più elevate, tenderanno a riunirsi in uno strato schiumoso. In questi casi, la cavitazione sul bordo d'ingresso rimane a strisce, forse con spazi vuoti tra le strisce stesse.

Quando si vogliono trasferire al vero le osservazioni ed i risultati della cavitazione prodotta da una distribuzione di pressione a picco, si deve tenere presente che, nel caso di una debole cavitazione laminare, lo strato limite in scala modello presenta in genere una bolla di separazione

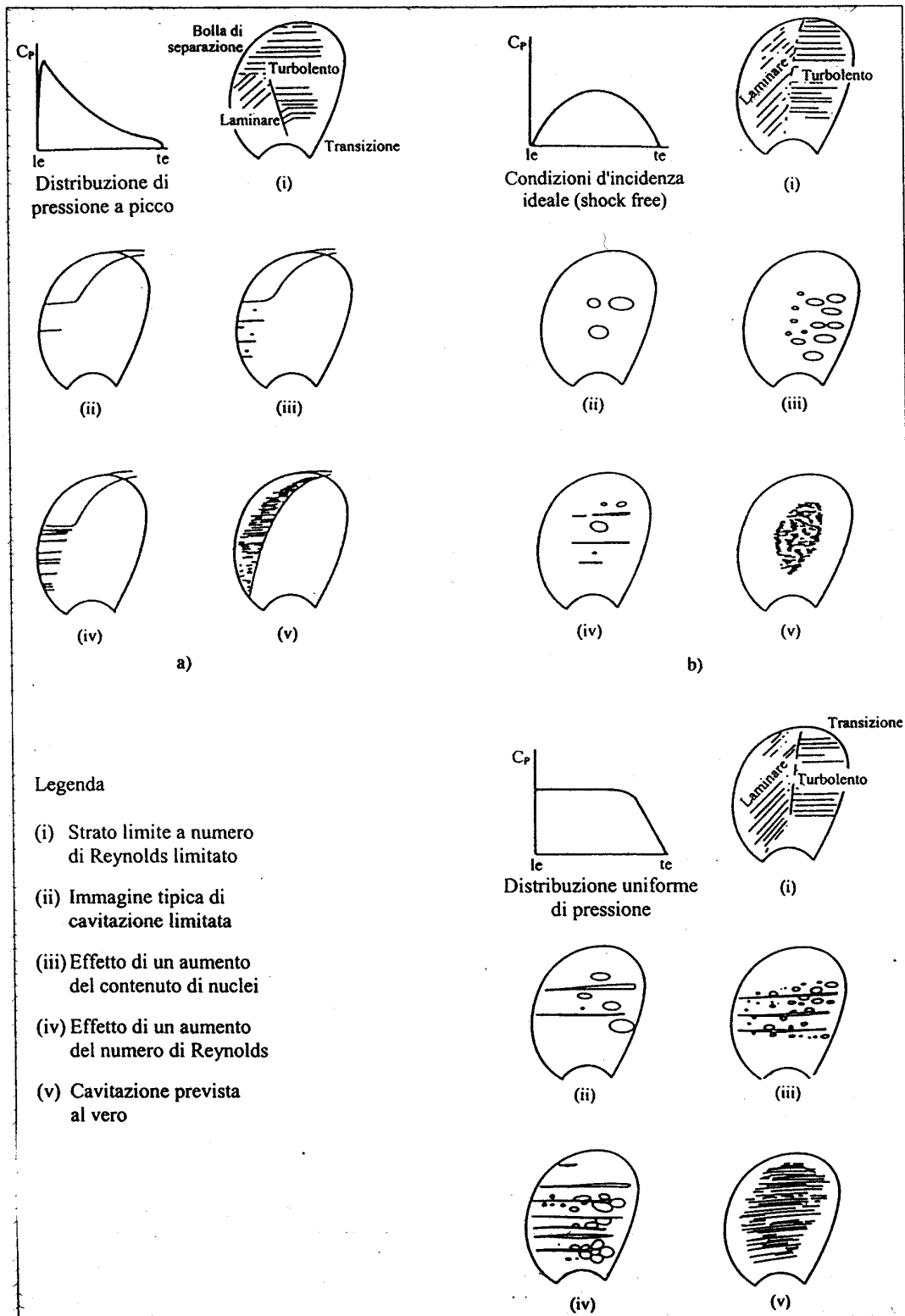


Figura 9.29. Interpretazione visuale della cavitazione su modelli

laminare. Di conseguenza, gli effetti scala sull'innesco e sullo sviluppo della cavitazione sono probabilmente irrilevanti nella maggior parte dei casi. Quando si hanno zone di flusso laminare aderente alla pala, gli effetti scala tendono ad essere notevoli, per cui è opportuno applicare rugosità sul bordo d'ingresso del modello. In alternativa, le prove andrebbero condotte ad elevati numeri di Reynolds. Le lamine di cavitazione, individuate nelle zone di flusso laminare aderente alla pala, indicano la presenza al vero di un'estesa cavità a lamina, come mostrato in Figura 9.29a.

### **Distribuzione con incidenza ideale**

Nel caso di una *distribuzione di pressione ideale*, come mostrato in Figura 9.29b, la distribuzione dello strato limite sulla pala di un'elica-modello, per numeri di Reynolds moderati, varia rispetto a quello osservato nel caso di distribuzione di pressione a picco. In questo caso si può prevedere che si sviluppi cavitazione a bolle, la cui estensione dipende sostanzialmente dal contenuto di nuclei nel fluido. Contrariamente a quanto avviene con distribuzione di pressione a picco, l'effetto del numero di Reynolds è irrilevante. Tuttavia, va sottolineato che il contenuto di nuclei può variare con la velocità, come avviene per la pressione critica dei nuclei, il che può produrre un aumento della cavitazione a bolle. Anche a causa dello strato limite relativamente più sottile a numeri di Reynolds più elevati, le irregolarità della superficie possono generare nuclei più rapidamente, il che produce strisce di bolle o cavitazione a spot.

Per questo tipo di distribuzione di pressione gli effetti scala sono rilevanti sia al momento dell'innesco, sia in presenza di cavitazione sviluppata. Per ridurre l'effetto scala, il contenuto di nuclei in galleria di cavitazione, così come il numero di Reynolds, dovrebbero essere quanto più elevati possibile. È raccomandata l'applicazione di rugosità sul bordo d'ingresso. Quando avviene cavitazione a bolle in scala modello, si deve prevedere che la cavità al vero assuma la forma di una nuvola a schiuma, con conseguente erosione di pala.

### **Distribuzione uniforme**

Nel caso di *distribuzione di pressione uniforme* (Fig. 9.29c), si può prevedere ancora lo sviluppo di cavitazione a bolle. Le bolle raggiungono la loro dimensione massima nella zona di pressione effettivamente uniforme, oppure a valle di questa. Si possono generare anche lunghe lamine di cavitazione, che hanno origine sul bordo d'ingresso. Queste lamine possono avere l'aspetto di strisce ricche di bolle molto instabili che si mescolano tra loro, così che sembra che si formi una nuvola.

L'effetto dell'aumento del contenuto di nuclei è simile a quello della cavitazione a bolle, in quanto le bolle divengono più piccole e più estese. Se viene applicata della rugosità, si forma una cavità a lamina, che assume un aspetto di nuvola sul bordo d'uscita. L'influenza del numero di Reynolds su una distribuzione di pressione uniforme è sostanziale: aumenta il numero di lamine, il che frequentemente causa la formazione di una cavitazione a lamina anziché di una

cavitazione a bolle. L'extrapolazione al vero risulta in una cavitazione a lamine schiumose.

### 9.6.5 Calcolo dell'innesco della cavitazione

#### Velocità d'innesco

Riprendendo la relazione (9.6), quando la velocità risultante  $V$  diviene sufficientemente elevata, si arriva ad un valore critico o velocità d'innesco  $V_i$  per cui risulta essere

$$p_{min} = p_o - \frac{1}{2}\rho V_i^2 \cdot |C_{P_{min}}| = p_v$$

quando la pressione esistente è ridotta alla pressione di vapore nel punto della sezione dove il coefficiente di pressione è minimo ( $|C_{P_{min}}|$ ).

Per confrontare il coefficiente di pressione minimo con il numero di cavitazione, la relazione precedente può essere esplicitata rispetto a  $|C_{P_{min}}|$  come

$$|C_{P_{min}}| = \frac{p_o - p_v}{\frac{1}{2}\rho V_i^2}$$

Si può osservare che il termine a destra di questa equazione è proprio il valore raggiunto dal numero di cavitazione quando la velocità di riferimento  $V$  raggiunge il valore critico  $V_i$ . Ne deriva che la *condizione nominale per l'innesco della cavitazione* può essere identificata come

$$\sigma_i = |C_{P_{min}}| = \frac{p_o - p_v}{\frac{1}{2}\rho V_i^2} \quad (9.24)$$

Quando il numero di cavitazione è più elevato del numero d'innesco della cavitazione ( $\sigma > \sigma_i$ ) non si ha cavitazione. Ogni volta che è  $\sigma < \sigma_i$  esiste cavitazione e, quando  $\sigma \rightarrow 0$ , in base alla teoria del primo ordine, le lunghezze delle cavità diventano infinitamente lunghe.

L'equazione (9.24) consente di ricavare la velocità d'innesco  $V_i$  come

$$V_i = \sqrt{\frac{2[(p_o - p_v)/\rho + gh]}{|C_{P_{min}}|}} \quad (9.25)$$

Alla temperatura dell'acqua di mare di 10°C e con un battente trascurabile ( $h < 1$  m), si può ricavare la formula semplice ma abbastanza accurata

$$V_i = \frac{14}{|C_{P_{min}}|} \text{ [m/s]} \approx \frac{27.2}{|C_{P_{min}}|} \text{ [kn]}$$

Poiché per la serie NACA-16 -  $a=0.8$ , che è una delle composizioni aerodinamiche più frequenti nei profili alari di eliche navali, il coefficiente di pressione minima è

$$C_{P_{min}} = -0.00125 \frac{(\alpha - \alpha_i)^2}{(t/c)^2} - 2.28 t/c \mp 0.56 C_{L_i}$$

con  $C_{L_i} = 14.92 f/c$ ,  $\alpha_i = 1.40^\circ C_{L_i}$ , e dove la differenza  $(\alpha - \alpha_i)$  è espressa in gradi, sempre per  $h$  e  $p_v$  trascurabili.

Una formula importante e facile da applicare per la velocità d'innescò è

$$V_i = \frac{14}{\sqrt{2.28 t/c + 0.56 C_{L_i} + 0.00125(\alpha - \alpha_i)^2/(t/c)^2}} \quad [\text{m/s}]$$

Un limite superiore per le velocità di cavitazione ammissibili a piccole immersioni è

$$V_i = \frac{14}{\sqrt{k(t/c) + 0.5 C_{L_i}}} \quad [\text{m/s}] \quad (9.26)$$

dove il coefficiente  $k$  vale 2 per una linea mediana ellittica e vale 0.5 per un carico uniforme o linea mediana logaritmica ( $a=1.0$ ).

Se a piccole immersioni dell'apice di pala ( $h \leq 1$  m) si ricavano velocità d'innescò superiori ai valori ottenuti con la formula (9.25), i risultati devono essere considerati sospetti. Per immersioni intermedie la velocità d'innescò può essere calcolata come

$$V_i = \frac{14(1 + 0.050 h - 0.00126 h^2 + \dots)}{\sqrt{2.28 t/c + 0.56 C_{L_i} + 0.00125(\alpha - \alpha_i)^2/(t/c)^2}} \quad [\text{m/s}]$$

purché sia  $h \leq 6$  m, con un errore inferiore all'1%.

La formula generale della velocità d'innescò della cavitazione è data da

$$V_i = \sqrt{\frac{k(97.66 + gh)}{(t/c) \cdot [\partial C_{P_{min}}/\partial(t/c)] + (\partial C_{P_{min}}/\partial C_{L_i}) \cdot C_{L_i} + k(\alpha - \alpha_i)^2/(\rho l_e/c)}} \quad [\text{m/s}] \quad (9.27)$$

con  $\partial C_{P_{min}}/\partial C_{L_i} = 0.56$  per una distribuzione di pressione a tetto ( $a=0.8$ ), mentre la deviazione angolare  $(\alpha - \alpha_i)$  è espressa in radianti e dove l'angolo d'incidenza ideale  $\alpha_i$  viene ricavato mediante la formula (4.60).

Va evidenziato che le formule suddette implicano il calcolo dei coefficienti di pressione minima dei profili alari. Esse forniscono una chiara indicazione del ruolo svolto dai diversi parametri geometrici ed idrodinamici, e possono essere usate affidabilmente per stime preliminari, tranne nel caso in cui la deviazione angolare sia molto piccola. Per calcolare manualmente la velocità d'innescò, data dalla formula (9.26), per qualunque corpo torna utile il nomogramma riportato in Figura 9.30, che fornisce il legame tra immersione della sezione di pala, indice di cavitazione, e velocità d'innescò della cavitazione.

Per stimare la velocità della cavitazione incipiente, è sufficiente tracciare una retta che unisce  $h$  (m) e  $\sigma$  di una specifica sezione: la velocità d'innescò risultante è data dall'intercetta sulla scala di  $V_i$  (m/s).



Figura 9.30. Nomogramma per la velocità d'innescò

### Indice d'innescò

Fino a questo punto, discutendo dell'innescò della cavitazione non si è fatta menzione alcuna della cavitazione per vortice d'apice. Tale forma di cavitazione è molto spesso il primo tipo che si può osservare nelle gallerie di cavitazione. La previsione della sua insorgenza è particolarmente importante nel progetto di eliche 'silenti', in quanto un vortice cavitante rappresenta una significativa sorgente di rumore. Nel campo generale della meccanica dei fluidi e dell'aerodinamica, il fenomeno della rottura dei vortici è stato studiato diffusamente. Esso si manifesta con un improvviso ingrandimento del vortice, che dà quindi luogo ad un regime di flusso particolarmente confuso. Comunque, la cavitazione per vortice d'apice è un fenomeno che finora è stato poco compreso, in generale per l'obiettivo complessità del flusso che vi si instaura.

English (1979) discusse questo fenomeno per una serie di eliche di navi portacontainers, dove fu riscontrato sperimentalmente un forte effetto d'accoppiamento tra la velocità ed il contenuto di gas sull'innescò della cavitazione per vortice d'apice. Le osservazioni sperimentali hanno mostrato che il raggio del nucleo cavitante di un vortice d'apice all'approssimarsi dell'innescò è relativamente costante, indipendentemente dalla distanza dall'apice di pala, mentre l'intensità del vortice aumenta rapidamente al crescere della distanza dall'apice di pala a causa dell'arrotolamento degli strati vorticosi. Questo spiega perché talvolta capita di osservare che la cavitazione del vortice d'apice inizi ad una certa distanza dall'apice di pala; in ogni caso, ciò dipende dalle caratteristiche dello strato limite sulla pala intorno all'apice.

Kuiper (1981) ha evidenziato che il raggio del nucleo cavitante di un vortice d'apice non dipende dal numero di Reynolds e dalla quantità di nuclei, per cui può essere utilizzato come base per la determinazione dell'innescò della cavitazione, sia in scala modello, sia per l'elica al vero. Utilizzando i dati pubblicati da Chandrashekhara (1978) ed i risultati delle prove su un'elica progettata appositamente per studiare i fenomeni del vortice d'apice, Kuiper ha proposto la seguente relazione che fornisce una buona stima iniziale per l'*indice d'innescò della cavitazione* di un vortice d'apice per eliche in scala modello, sia convenzionali che assai scaricate all'apice

$$\sigma_{ni} = 0.12 \left[ \left( \frac{P}{D} \right)_{0.9R} - J \right]^{1.4} \cdot Rn^{0.35} \quad (9.28)$$

Per determinare l'innescò della cavitazione, è stato studiato l'effetto della stimolazione di turbolenza, sul bordo d'ingresso di profili alari bidimensionali (Kuiper, 1983; Shen, 1985) nel determinare i coefficienti di pressione, nonché la posizione della separazione laminare e/o il punto d'inizio della transizione da regime laminare a regime turbolento. È stato ricavato che i numeri d'innescò misurati per la cavitazione a lamina sul bordo d'ingresso di profili alari, stimolati con rugosità sui bordi d'ingresso, sono vicini ai valori calcolati di  $-C_{P_{min}}$ . In assenza di stimolazione di turbolenza, Kuiper (1983) rilevò su modelli di profili NACA che l'innescò

della cavitazione è del tipo a cavità mobili entro lo strato limite laminare anche in presenza di un considerevole picco di depressione.

Huang & Shen (1986) hanno rilevato su una tipica elica a cinque pale, nella condizione progettuale, l'innescò della cavitazione sul dorso sotto forma di bolle mobili a metà della lunghezza di corda. Tuttavia, in condizioni di carico più leggere, la cavitazione a lamina sul bordo d'ingresso del dorso iniziava vicino all'apice e si estendeva verso i raggi più interni al diminuire del numero di cavitazione. Per prevedere l'innescò della cavitazione sulla superficie di pala a diversi valori di  $J$ , occorre conoscere precisamente le distribuzioni di pressione sulla superficie di pala. In Figura 9.31 sono messi a confronto i valori calcolati del coefficiente di pressione minima  $C_{P_{min}}$  (curve continue e tratteggiate) ed i valori sperimentali d'innescò della cavitazione  $\sigma_i$  (simboli), ambedue per  $Rn_{0.7R} = (1.4 \div 2.4) \times 10^6$  ed a vari raggi adimensionali.

Si può osservare la ottima corrispondenza tra valori teorici e valori sperimentali. È evidente che la zona di funzionamento esente da cavitazione si restringe andando verso i raggi esterni di pala. Tuttavia, se le eliche sono provate a basse velocità o in laboratori sperimentali con basse popolazioni di nuclei, per ridurre gli effetti scala sulla cavitazione a bolle sul dorso e per limitare la riduzione della spinta, è necessario ricorrere all'introduzione di rugosità sul bordo d'ingresso o ad insemminazione di microbolle per aumentare gli eventi della cavitazione.

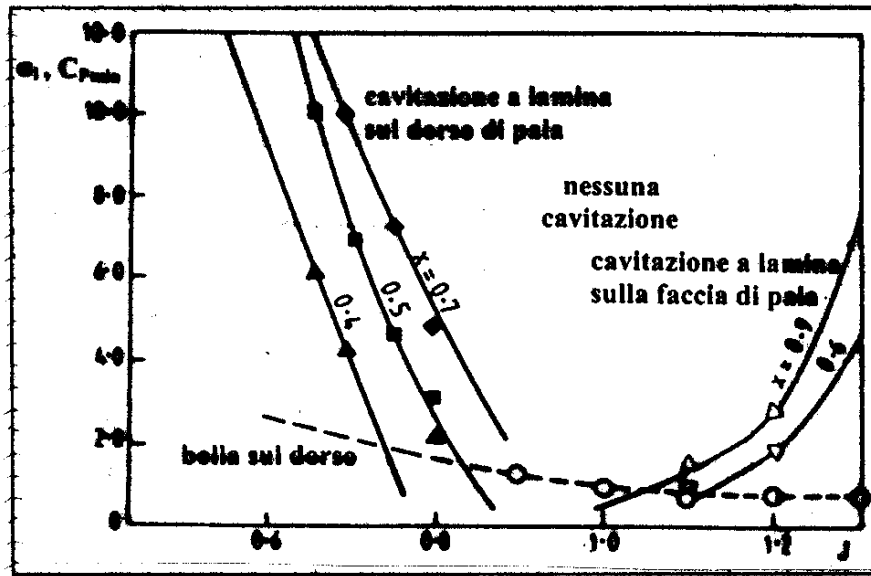


Figura 9.31. Confronto tra  $\sigma_i$  misurati e calcolati

### Effetti viscosi sull'indice d'innescò

Mentre molti laboratori idrodinamici assumono che per la cavitazione a lamina e di vortice alla radice valga l'identità

$$\sigma_{is} = \sigma_{im}$$

nel caso di cavitazione per vortice d'apice deve essere considerato l'effetto scala dovuto all'influenza della viscosità. In genere si utilizza la legge di McCormick, secondo la quale è

$$\frac{\sigma_{is}}{\sigma_{im}} = \left( \frac{Rn_s}{Rn_m} \right)^m \quad (9.29)$$

dove l'esponente  $m$  è stato determinato da McCormick pari a 0.35–0.40, in base a prove su profili alari a bassi numeri di Reynolds. L'analisi di dati sperimentali su modelli di eliche moderne indica che un valore  $m = 0.30$  è più opportuno (ITTC, 1990).

Sebbene quasi tutte le analisi ed i progetti di eliche siano effettuati utilizzando valori medi delle caratteristiche del flusso, è ben noto che l'elica al vero opera in un campo di flusso turbolento e genera, a sua volta, il proprio strato limite turbolento. La presenza della turbolenza può essere riflessa nell'espressione del coefficiente di pressione locale mediante la relazione

$$C'_P = C_P + (1 - C_P) \cdot c_p(\bar{r}, t)$$

dove  $C_P$  è il coefficiente medio di pressione del flusso, mentre il coefficiente di pressione indotto dalla turbolenza  $c_p(\bar{r}, t)$  è definito in funzione della velocità media locale  $V_l$  come

$$c_p(\bar{r}, t) = \frac{p(\bar{r}, t)}{\frac{1}{2}\rho V_l^2}$$

La presenza della turbolenza nel flusso incidente influenza anche il moto delle bolle nel fluido fornendo eccitazione idrodinamica ai nuclei.

Una manifestazione di questo effetto è stata ricavata da Odabasi (1995) che ha modificato l'approccio di Akuličev (1965), in base al quale il moto delle bolle di raggio iniziale  $R_o$  è descritto come

$$\frac{R}{L} \frac{d^2(R/L)}{dt^2} - \frac{3}{2} \left( \frac{d(R/L)}{dt} \right)^2 = -\sigma - C_P - \frac{4\sigma}{\rho R V_l^2} + \frac{p_g}{\frac{1}{2}\rho V_l^2} \left( \frac{R_o}{R} \right)^{3\gamma} - (1 - C_P) \cdot c_p(\bar{r}, t) \quad (9.30)$$

dove  $L$  è una scala di lunghezza del corpo, che, in genere, corrisponde alla lunghezza di corda del profilo.

Utilizzando l'equazione (9.30) ed applicando il teorema dell'equilibrio statico, l'indice d'innesco proposto da Odabasi è determinato come

$$\sigma_i = \left\{ -C_P - \frac{4\sigma}{\rho R V_l^2} + \frac{p_g}{\frac{1}{2}\rho V_l^2} \cdot \left( \frac{R_o}{R} \right)^{3\gamma} - (1 - C_P) \cdot c_p(\bar{r}, t) \right\}_{min} \quad (9.31)$$

### 9.6.6 Innesco su profili NACA

Come noto, esistono due tipi primati di cavitazione, che presuppongono requisiti conflittuali per la loro minimizzazione, ovvero la cavitazione a lamina sul bordo d'ingresso e la cavitazione a bolle. È possibile progettare un'elica operante in una scia circonferenzialmente uniforme in



modo che le sezioni di pala operino allo stesso angolo d'incidenza ideale. A tale angolo d'incidenza si avrà la maggiore resistenza all'insorgere della cavitazione. Ma quando si forma cavitazione, questa si presenta nella zona a metà delle lunghezze di corda e consisterà di molte piccole bolle. Questo fenomeno va assolutamente evitato.

All'angolo d'incidenza ideale tutto il carico di pala deriva dalla curvatura del profilo, la quale va scelta in modo da evitare zone locali di bassa pressione, ritardando così lo sviluppo della cavitazione. Per un profilo alare sottile e con basso coefficiente di portanza, tipico delle eliche, il numero di cavitazione incipiente all'angolo d'incidenza ideale,  $\sigma_{ii}$ , può essere stimato semplicemente combinando linearmente i contributi della linea mediana e dello spessore; ossia

$$\sigma_{ii} = A \cdot C_L + B \cdot t/c \quad (9.32)$$

dove le costanti  $A$  e  $B$  dipendono rispettivamente dal tipo di linea mediana e dalla distribuzione di spessore impiegata.

Teoricamente, il valore minimo di  $A$  è 0.500, il che corrisponde ad una linea mediana NACA  $a = 1.0$ , per la quale si ha una distribuzione di pressione costante. Questa linea mediana risulterà in una separazione del flusso sul bordo d'ingresso e, quindi, in una maggiore resistenza. Il minimo valore pratico di  $A$  è 0.556 che corrisponde ad una linea mediana NACA  $a = 0.8$ . Analogamente, il valore minimo di  $B$  è 2.00, il che corrisponde ad una distribuzione ellittica di spessore. Anche una tale distribuzione produrrà una resistenza elevata a causa dello spesso bordo d'ingresso. Il minimo valore pratico di  $B$  è 2.36, che riflette una sezione di pala simile ai profili della serie-16 NACA. Ne consegue che il minimo valore pratico per il numero di cavitazione incipiente ideale è

$$\sigma_{ii} = 0.556 C_L + 2.56 t/c \quad (9.33)$$

Perciò, per evitare cavitazione a bolle sul dorso di pala, il numero di cavitazione incipiente deve essere inferiore al numero di cavitazione effettivo per la sezione di pala dell'elica operante. Naturalmente, ciò comporta che si abbiano bassi coefficienti di portanza o sezioni sottili, oppure ambedue, in modo da avere  $\sigma_{ii}$  quanto più basso possibile. Inoltre, queste considerazioni hanno effetti rilevanti sulla potenza massima richiesta.

## 9.7 Estensione della cavitazione

Nel progetto iniziale di un'elica è sufficiente conoscere le condizioni medie (stazionarie) del flusso incidente, desumibili da misure sperimentali su modelli (prove di autopropulsione) o da stime empirico-statistiche. Nelle fasi più avanzate del progetto occorre condurre un'analisi accurata della cavitazione, che presuppone la conoscenza delle condizioni del flusso incidente (distribuzione di scia effettiva) sulle singole sezioni di pala nel giro di rotazione dell'elica. Tale analisi può essere effettuata con un approccio quasi-stazionario utilizzando procedure basate sui metodi della linea portante con correzioni per superficie portante, oppure mediante metodi non-stazionari basati sulla teoria della superficie portante. La scelta del metodo dipende

sostanzialmente dal know-how e dalle informazioni idrodinamiche disponibili, anche se logicamente sarebbe preferibile disporre di codici non-stazionari quando il rischio di cavitazione è elevato. In ogni modo, stante l'attuale (in)affidabilità dei codici di fluidodinamica numerica, le prove sperimentali sono ancora ineludibili.

La Figura 9.32 mostra un tipico modo di illustrare l'estensione della cavitazione sulla pala di un'elica a diverse posizioni angolari. Sono messi a confronto, per una nave bielica, i risultati di un'analisi teorica condotta da van Oossanen (1974) con i risultati sperimentali ottenuti in una galleria di cavitazione. Tale presentazione, di vaga lettura, ha senso qualitativo se è relativa ad almeno due differenti condizioni di carico come, appunto, in questo caso. In particolare, sono riportate le estensioni calcolate con un metodo teorico ibrido e quelle misurate in due diverse condizioni di carico e, quindi, per due differenti condizioni cavitative, a due velocità nave. È del tutto evidente che occorra esplicitare maggiormente tale problematica.

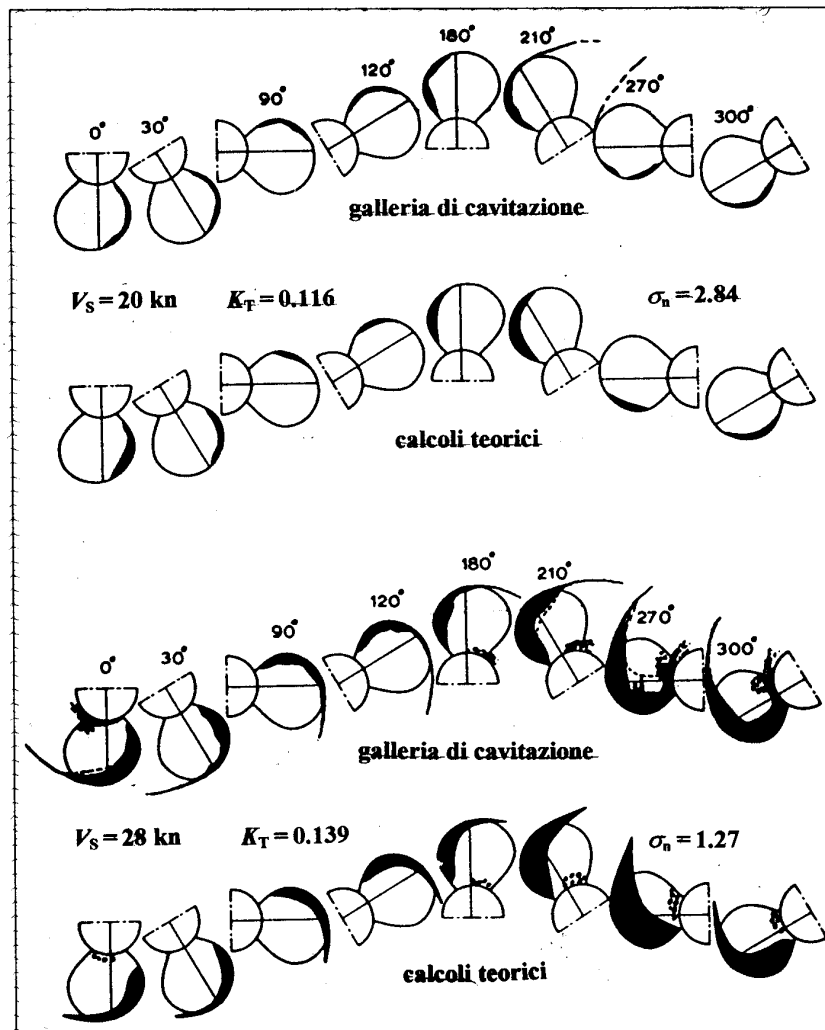


Figura 9.32. Confronto tra cavitazione teorica e cavitazione osservata

L'analisi approfondita della cavitazione presuppone il calcolo del tipo e dell'estensione della cavitazione. Con questo obiettivo, Ligtelijn & Kuiper (1983) investigarono l'importanza delle armoniche di ordine più elevato nell'analisi della distribuzione di scia, fornendo indicazioni sul grado di accuratezza da rispettare nella modellazione della scia stessa. Confrontarono i risultati dei calcoli basati sulla teoria della superficie portante con i risultati di prove su modelli in galleria di cavitazione, in un caso nel quale la caratteristica specifica del campo di velocità era un accentuato picco di scia. Fu ricavato che sono fondamentalmente le armoniche di ordine inferiore ad influenzare la previsione della lunghezza della cavità e che la differenza ottenuta da due diversi calcoli, con quattro e con dieci armoniche, era trascurabile.

Da un punto di vista teorico, la previsione dell'estensione della cavitazione su un profilo alare può essere effettuata utilizzando un approccio pseudo-bidimensionale della distribuzione di pressione da combinare con criteri di cavitazione, oppure utilizzando una qualche tecnica di modellazione della cavitazione. L'utilizzo di distribuzioni di pressione sulle sezioni, calcolate con una teoria potenziale, quale quella sviluppata da Theodorssen (1931), per determinare l'innescò e l'estensione della cavitazione, è stato condotto tradizionalmente intersecando la curva di depressione sul profilo con il numero di cavitazione, come indicato in Figura 9.33a.

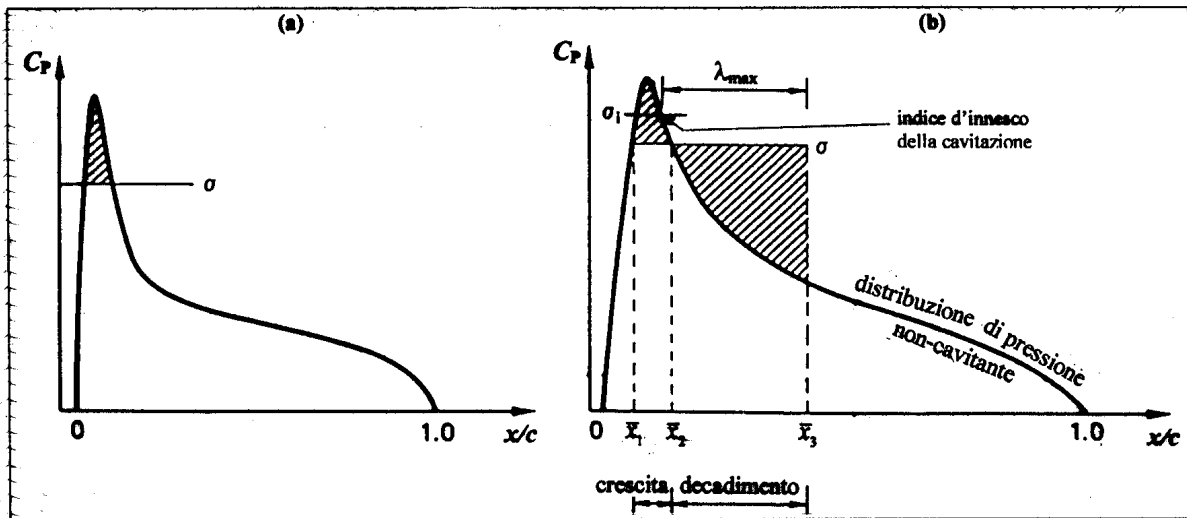


Figura 9.33. Determinazione dell'estensione della cavitazione

Tuttavia, tale tipo d'analisi non tiene conto né del tempo impiegato da un nucleo per crescere dalla sua dimensione microscopica nella corrente libera fino a divenire una cavità visibile, e neppure del tempo che trascorre per la sua susseguente implosione.

Sebbene l'evoluzione dei parametri che determinano la dinamica della crescita e dell'implosione delle cavità non sia stata ancora compresa pienamente, sono stati effettuati nel tempo diversi tentativi per derivare approssimazioni ingegneristiche fruibili nei calcoli navali. Tra questi si può fare riferimento al lavoro di van Oossanen (1974), che partì dall'assunto che nel determinare l'estensione della cavitazione si deve valutare in prima approssimazione l'effetto dell'isteresi

temporale tra l'innescò ed l'esaurirsi della cavitazione. La conoscenza dell'*isteresi della cavitazione* è importante in quanto l'evoluzione dell'indice di cavitazione è diversa tra cavitazione incipiente e cavitazione declinante. Per calcolare l'estensione della cavitazione, è necessario considerare questo fenomeno in quanto è attraverso la conoscenza del ritardo temporale tra innescò ed esaurirsi della cavitazione che si può risalire alla lunghezza delle cavità.

Va da sè che se le condizioni fisico-chimiche per la crescita di un nucleo, fino a divenire una cavità macroscopica, fossero identiche a quelle per il decadimento della cavità non si avrebbe alcuna isteresi. D'altra parte, se fossero note le condizioni del fluido e le caratteristiche del flusso per l'innescò della cavitazione, sarebbe possibile prevedere quando e dove la cavità collasserebbe.

Nel determinare l'estensione della cavitazione, si potrebbe determinare in prima approssimazione l'effetto del fattore tempo sia sulla genesi che sull'implosione di una cavità, qualora fosse nota la distribuzione della pressione sul profilo non-cavitante e se potesse essere ricavata una relazione per l'effetto scala a partire dall'esame dei nuclei su superfici lisce in scala modello. Una tale relazione è stata costruita introducendo il *parametro di similitudine* di Knapp (1952) per cavità sferiche, dedotto da una modifica dell'equazione di Rayleigh per descrivere la crescita e l'implosione di una bolla. L'equazione semplificata per il *raggio massimo della bolla* è

$$R = kt \sqrt{\Delta p / \rho}$$

dove

- $k$  = costante
- $t$  = tempo di crescita e di decadimento del raggio della bolla
- $\Delta p$  = tensione effettiva del liquido che causa la crescita o il decadimento della cavità
- $\rho$  = densità del fluido

Nel suo approccio ibrido, van Oossanen (1974) ha considerato il flusso intorno ad un profilo immerso che presenta una distribuzione di pressione con un minimo a picco nella condizione di non-cavitazione (Fig. 9.33b). Se si assume che  $\sigma_i$  indichi l'indice di cavitazione all'innescò, quando si riduce l'indice di cavitazione ad un certo valore di  $\sigma$ , la cavità cresce a partire da una posizione  $\bar{x}_1$  lungo la corda del profilo quando diviene  $-C_P = \sigma_i$ , fino a raggiungere la dimensione massima, per poi iniziare a svanire alla coordinata adimensionale di corda  $\bar{x}_3$ , che corrisponde alla lunghezza della cavità. Il parametro di similitudine di Knapp definisce il rapporto  $Kn$  come segue

$$Kn = \frac{t_d \sqrt{\frac{(\Delta p)_d}{\rho}}}{t_g \sqrt{\frac{(\Delta p)_g}{\rho}}} \quad (9.34)$$

dove i suffissi  $d$  e  $g$  sono riferiti rispettivamente alle fasi di declino e di crescita relativamente sia ai tempi associati, sia alla tensione effettiva del liquido.

Introducendo la formula che fornisce la lunghezza della cavità e quella relativa alla distribuzione di pressione su un profilo non-cavitante, il parametro di similitudine di Knapp è formulato come

$$Kn = \frac{\int_{\bar{x}_2}^{\bar{x}_3} \frac{d\bar{x}}{V_{\bar{x}}} \cdot \sqrt{\int_{\bar{x}_2}^{\bar{x}_3} \frac{1}{2} \rho V_o^2 [\sigma + C_P(\bar{x})] d\bar{x}}}{\int_{\bar{x}_1}^{\bar{x}_2} \frac{d\bar{x}}{V_{\bar{x}}} \cdot \sqrt{\int_{\bar{x}_1}^{\bar{x}_2} -\frac{1}{2} \rho V_o^2 [\sigma + C_P(\bar{x})] d\bar{x}}} \quad (9.35)$$

dove  $V_o$  è la velocità della corrente libera, mentre  $V_{\bar{x}}$  è la velocità locale del flusso all'ascissa di corda  $\bar{x} = x/c$ .

Qualora non fosse nota la posizione di  $\bar{x}_3$ , ossia la terminazione della cavità, la stessa potrebbe essere determinata risolvendo inversamente l'equazione (9.35) attraverso una procedura iterativa, non appena si conoscesse il valore di  $Kn$ . In generale, il parametro di similitudine di Knapp dipende dal tipo di distribuzione di pressione, dal valore del rapporto  $\sigma/\sigma_i$ , dalla velocità del flusso indisturbato, dalle dimensioni del profilo, e dalle caratteristiche dei nuclei di aria o di gas trattenuti nella bolla. Un tentativo di trovare una relazione generale per  $Kn$  fu intrapreso da van Oossanen, in base ai risultati delle misure di cavitazione su un profilo NACA 4412 (Daily, 1944; Kermeen, 1956), in quanto questo è probabilmente l'unico profilo alare standard sul quale siano state misurate sia le caratteristiche d'innesco della cavitazione, sia le distribuzioni di pressione.

Per facilitare la determinazione di una funzione analitica per  $Kn$ , van Oossanen (1975) ne costruì il logaritmo decimale in funzione del rapporto  $\sigma/\sigma_i$ , per diversi valori della grandezza adimensionale  $\text{Log}(\theta_i/c)$ , dove  $\theta_i$  è lo spessore dello strato limite laminare per variazione della sua quantità di moto nella posizione d'innesco della cavitazione. Quest'ultima grandezza fu scelta in quanto, in una specifica posizione del profilo o della pala dal bordo d'ingresso, riflette significativamente la storia della pressione a monte ed il valore assoluto della velocità.

Fu prodotta infine la formula

$$\begin{aligned} \text{Log } Kn = & 9.407 - 84.88(\sigma/\sigma_i)^2 + 75.99(\sigma/\sigma_i)^3 - \frac{0.5607}{(\sigma/\sigma_i)} + \text{Log} \left( \frac{\theta_i}{c} \right) \times \\ & \left[ 1.671 + 4.565(\sigma/\sigma_i) - 32(\sigma/\sigma_i)^2 + 25.87(\sigma/\sigma_i)^3 - \frac{0.1384}{(\sigma/\sigma_i)} \right] \quad (9.36) \end{aligned}$$

ottenuta da un'analisi di regressione multipla del coefficiente  $Kn$ .

La correlazione finale ottenuta per il profilo NACA 4412 è mostrata in Figura 9.34, dove la legenda annessa ricorda che il valore di  $\text{Log}(\theta_i/c)$  dipende dall'angolo d'incidenza. Non compare una variabile importante come il contenuto d'aria, in quanto gli esperimenti furono condotti ad un valore costante della percentuale di contenuto d'aria.

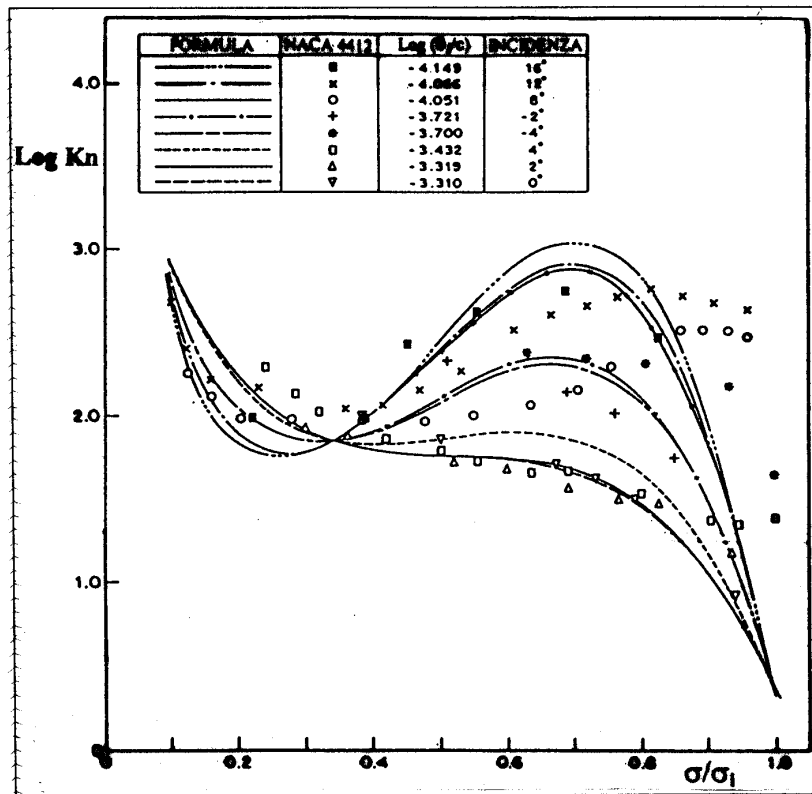


Figura 9.34. Correlazione tra la formulazione di  $Kn$  ed i dati sperimentali (NACA 4412)

Per valori specifici di  $(\theta_i/c)$  e di  $\sigma/\sigma_i$  la lunghezza della cavità può essere determinata in base all'equazione (9.35), non appena  $Kn$  sia stato calcolato mediante l'equazione (9.36). Una procedura iterativa è necessaria per risolvere l'equazione (9.35) rispetto a  $\bar{x}_3$ . Si ipotizza che la cavità inizi nel punto d'innescò, così come calcolato mediante il metodo illustrato precedentemente.

Dal punto di vista del tipo di cavitazione, è stato suggerito che quando il rapporto  $(\theta_i/c)$  è maggiore di 0.0003 si presenta cavitazione a bolle, mentre per valori inferiori di tale rapporto si sviluppa cavitazione a lamina.

Dopo avere determinato la lunghezza della cavità, van Oossanen estese questo approccio per individuare ed approssimare la forma della distribuzione di pressione su una sezione cavitante. Allo scopo ipotizzò che la lunghezza della cavità fosse minore della metà della lunghezza di corda della sezione. È noto dagli studi sulla distribuzione di pressione sui profili cavitanti che la parte isobara della distribuzione di pressione corrisponde alla posizione effettiva della cavità. All'esterno di questa zona, dopo avere attraversato un'adeguata zona di transizione, la pressione ridiventa approssimativamente quella di un flusso non-cavitante su un profilo alare. Van Ooosanen ha formulato l'ipotesi che la lunghezza della zona di transizione sia pressoché uguale alla lunghezza della cavità e che la distribuzione risultante di pressione sia approssimativamente quella illustrata in Figura 9.35.

La procedura adottata da van Oossanen produce correlazioni soddisfacenti rispetto alle distribuzioni di cavitazione per eliche leggermente e moderatamente caricate. Per eliche molto caricate, che operino in scie assai disomogenee, i risultati ottenibili sono meno soddisfacenti, anche se rimangono utili qualitativamente.

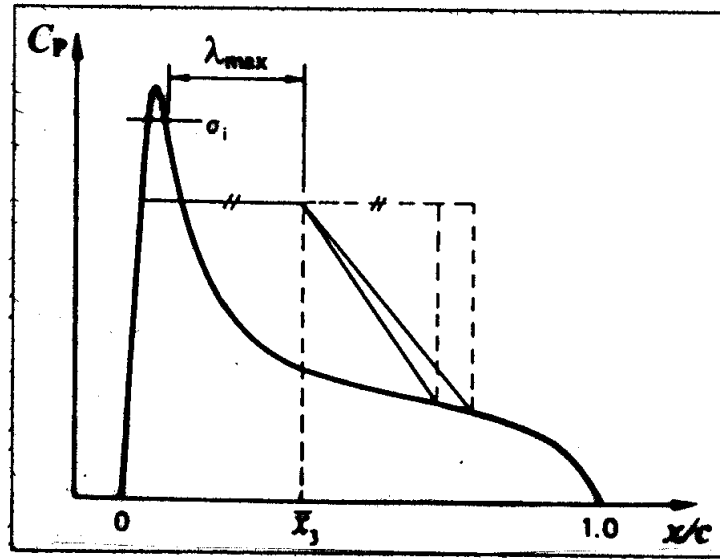


Figura 9.35. Costruzione approssimata di una distribuzione di pressione cavitante

Quanto all'effetto scala sull'estensione della cavitazione, non può essere assolutamente trascurato se, nella posizione d'innesco della cavitazione, il valore di  $\theta_i/c$  differisce tra scala modello e scala al vero. Ciò è particolarmente vero per  $(\theta_i/c) \leq 0.0003$ , in quanto il valore di  $Kn$  varia apprezzabilmente al variare di  $\theta_i/c$ . Poiché questo campo di valori di  $\theta_i/c$  sembra essere associato alla cavitazione a lamina sia sul dorso, sia sulla faccia, si può concludere che è molto probabile un effetto scala relativamente all'estensione della cavitazione a lamina. Ciò non significa che non esistano effetti scala per gli altri tipi di cavitazione. In particolare, un certo effetto scala esiste sull'estensione della cavitazione a bolle, a causa dei diversi valori corrispondenti che risultano dal calcolo degli indici  $\sigma_i$ .

## 9.8 Danni prodotti dalla cavitazione

La cavitazione può produrre effetti nocivi quando l'elica opera in un ambiente particolarmente sfavorevole in termini di immersione relativamente bassa o di elevata disomogeneità del flusso incidente, ed i cui effetti non possono essere evitati neanche con un buon progetto dell'elica. Ovviamente effetti dannosi insorgono comunemente quando il progetto dell'elica è scadente. In ogni caso la cavitazione è per l'elica e, complessivamente, per il rendimento propulsivo, una sorgente primaria di danneggiamenti e di decadimento.

Quando cava, invece di operare in un fluido omogeneo, l'elica si trova ad agire in un liquido

contenente anche vapore e gas. Il danno prodotto dalla cavitazione è causato sostanzialmente dalla forza impulsiva susseguente al collasso della cavità, la quale è ascrivibile ad *onde d'urto* e/o ad *impatto dei microgetti*. L'interpretazione del fenomeno dell'onda d'urto è stata suffragata sia da calcoli sistematici di pressione per una cavità che collassa, sia da esperimenti nei quali è stato stimato, tra l'altro, il picco della pressione di collasso, pari almeno ad 1 MPa. L'interpretazione del formarsi di un microgetto può essere fatta discendere dall'osservazione che le bolle crescono e collassano asimmetricamente vicino ad una parete solida e che, durante il collasso, getti ad altissima velocità impattano violentemente sulla superficie di pala.

Evitare i danni prodotti dalla cavitazione implica la capacità di prevedere con molta accuratezza il campo di scia effettivo che influenza la distribuzione del carico idrodinamico sulle pale dell'elica e/o il campo di velocità del flusso inclinato per certe sistemazioni dell'apparato propulsivo.

### Perdita di rendimento

Quando l'estensione della cavitazione, che di solito inizia sugli apici delle pale per poi diffondersi verso le sezioni più interne, risulta sufficientemente estesa (50–75% della lunghezza di pala), si produce una considerevole riduzione della spinta, seguita da una diminuzione del momento torcente, il che determina in pratica un notevole aumento del numero dei giri dell'elica per assorbire la stessa potenza. Poiché la diminuzione della spinta è maggiore della diminuzione del momento torcente, si ha una contemporanea riduzione del rendimento dell'elica. A parità di potenza motore disponibile, un'elica cavitante fa avanzare la nave ad una velocità inferiore rispetto a quella raggiungibile in condizioni di non-cavitazione.

Conducendo opportuni esperimenti su modelli nelle gallerie di cavitazione, si possono studiare queste problematiche e trovare il modo di ridurre, e talvolta di evitare, gli effetti deleteri della cavitazione. Si può fare ricorso ad una galleria di cavitazione convenzionale quando si vogliono determinare solamente le caratteristiche dell'elica a diversi numeri di cavitazione. Le caratteristiche di funzionamento possono essere diagrammate, come si usa fare per un'elica isolata non-cavitante, mediante diverse serie di curve. La Figura 9.36 illustra le curve di  $K_T$ ,  $K_Q$  ed  $\eta_o$ , tutte per valori fissi di  $Z$ , di  $A_E/A_0$  e di  $P/D$ , ognuna corrispondente ad un particolare valore del numero di cavitazione, dove è  $\sigma_o > \sigma_1 > \sigma_2$ , essendo  $\sigma_o$  l'indice di cavitazione corrispondente ad assenza di cavitazione.

La caratteristica di spinta  $K_T$  crolla ai bassi valori di  $J$ ; tende, comunque, a diminuire a partire da coefficienti d'avanzo tanto più alti quanto più è basso l'indice di cavitazione. Sulle eliche convenzionali, ossia su quelle che non sono né supercavitanti né ventilate, si verifica una diminuzione sensibile del rendimento solamente quando si sviluppa un'estesa cavitazione a lamina sul dorso di pala, dell'ordine del 30–40% e più dell'area di pala. Dal punto di vista del motore principale, questa condizione cavitativa produce un rapido incremento del numero di giri senza un aumento corrispondente della velocità nave.



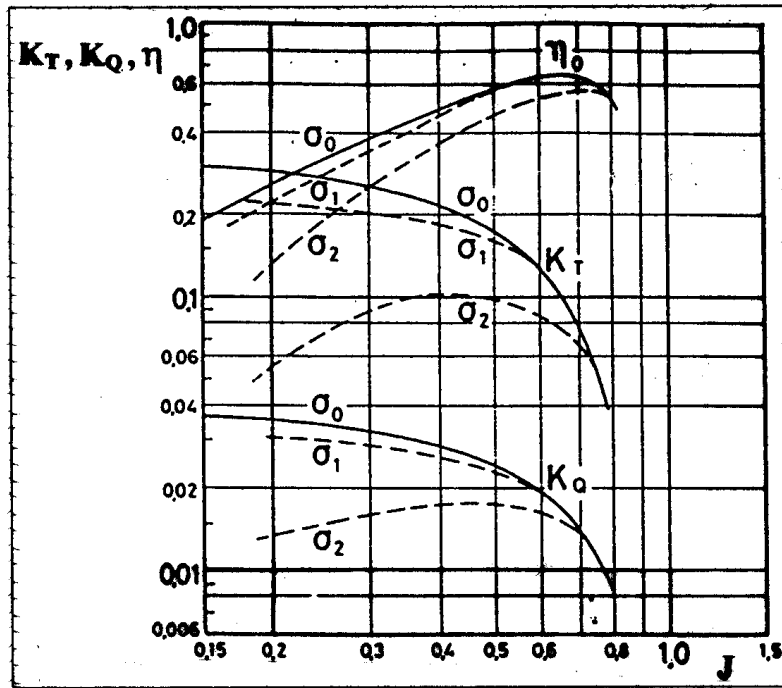


Figura 9.36. Diagramma di funzionamento di un'elica cavitante

### Erosione di pala

La cavitazione può causare erosione del materiale. Tale fenomeno può presentarsi in molte forme e con intensità molto differenti. Sebbene siano poche le eliche che non inducano cavitazione in qualche punto del disco-elica, non tutte esibiscono, comunque, erosione per cavitazione. È semplicistico e sbagliato, quindi, correlare deterministicamente la presenza di cavitazione sulle pale all'erosione del materiale. Fondamentalmente esistono due tipi di meccanismi d'erosione: onde d'urto prodotte nel processo di 'rimbalzo' delle bolle di cavitazione (Fig. 9.37a) ed impatto di microgetti generati da bolle collassanti (Fig. 9.37b).

Le bolle di cavitazione non possono persistere quando sono trascinate in una zona dove la pressione risale ad un valore superiore alla pressione di vapore del fluido, per cui implodono. Il collasso delle bolle di cavitazione produce una pressione elevatissima che può indurre distruzione del materiale. L'erosione avviene dapprima sul punto di collasso e quasi mai nel punto d'innesco della cavità. Si ritiene generalmente che siano le cavità mobili che scorrono intorno ad una cavità fissa oppure i grappoli di microbolle che si generano dalla rottura di una cavità e, quindi, la cavitazione a bolle ed a nuvola, gli agenti responsabili dell'attacco per erosione al materiale di pala.

La Figura 9.37a mostra un disegno schematico del collasso di una bolla che, in questo caso, ha attraversato il flusso intorno ad una cavità fissa che si trova aderente alla superficie di un profilo alare. Poiché a valle della cavità fissa si ha un recupero di pressione, la bolla raggiunge

il punto d'implosione nella zona di stagnazione dietro la terminazione a valle della cavità fissa. Il meccanismo dell'implosione genera un insieme di onde di pressione d'urto, dove l'entità della pressione di ognuna è inversamente proporzionale alla distanza radiale dal punto di collasso.

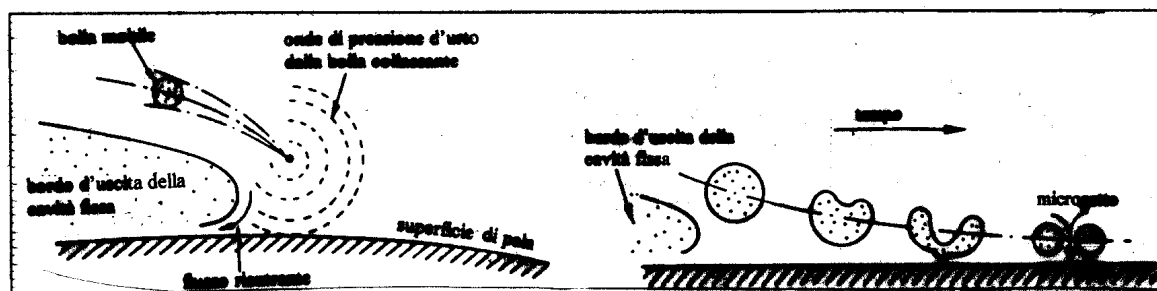


Figura 9.37. Meccanismo d'erosione durante l'implosione di una bolla

Oltre le pressioni generate dall'implosione della bolla, se il meccanismo del collasso ha luogo in prossimità di una superficie limite solida (la pala dell'elica), si forma un microgetto diretto verso la superficie stessa (Fig. 9.37b). La formazione di un microgetto in prossimità della superficie di pala può essere spiegata, sebbene in termini oltremodo semplificati, ipotizzando che una bolla sferica inizi a collassare in prossimità di una parete rigida. Se la forma sferica della bolla dovesse conservarsi durante il collasso, il moto radiale del fluido dovrebbe essere uniforme in tutti i punti intorno alla bolla durante l'implosione. Tuttavia, la presenza della parete restringe l'afflusso d'acqua alla bolla collassante man mano che vi si avvicina. Ne deriva che la parte superiore della bolla, ossia quella lontana dalla parete, tende ad implodere più rapidamente, portando ad una progressiva asimmetria della bolla, come riportato in Figura 9.37b e come già mostrato in Figura 9.18. Ciò provoca il moto del centroide della bolla verso la parete, con una variazione lineare della sua quantità di moto. Questo fenomeno comporta un'accelerazione della massa aggiunta della bolla verso la parete man mano che avanza l'implosione, il che può causare la formazione di un microgetto ad alta velocità. La formazione del microgetto, con una velocità che si suppone possa raggiungere i 1000 m/s, è normalmente considerata una delle cause più importanti dei danni prodotti dall'erosione per cavitazione.

Tuttavia, oltre al microgetto, è importante anche l'evento finale del collasso della bolla, quello del 'rinvio elastico', che consiste nella ricrescita della massa di vapore e di gas della cavità, dovuta probabilmente al gas trattenuto ed al vapore non condensato nel breve tempo disponibile per il collasso fondamentale. Il processo del 'rinvio elastico' è considerato importante, poiché è noto che l'intensità degli impulsi di pressione nel liquido, dovuta alla crescita di una bolla, è notevolmente maggiore di quella che si presenta nella fase del collasso. Si ritiene perciò che questo meccanismo fornisca un contributo importante al processo dannoso originato dall'impatto del microgetto.

Notevoli energie sono state spese per correlare alcune proprietà meccaniche del materiale dell'elica, facilmente misurabili, con la sua capacità di resistere ai danni per erosione. Allo stato attuale delle conoscenze, il problema fondamentale rimane l'impossibilità di calcolare con precisione le tensioni che agiscono sulla superficie di pala di un'elica durante la cavitazione.

Occorreranno ulteriori ricerche sul fenomeno dell'erosione dell'elica prima di potere giungere a procedure che forniscano previsioni affidabili. Il danno per erosione sulla pala di un'elica si manifesta normalmente con un deterioramento o con lo sviluppo di rugosità sulla superficie di pala, fino a produrre una deformazione plastica che fa sì che la superficie assuma l'apparenza di una buccia d'arancia. Questa deformazione della superficie è causata essenzialmente da un bombardamento, casuale e su grande scala, della superficie da parte del microgetto o delle onde di pressione prodotte dalle cavità collassanti. La deformazione prosegue fino a produrre un'estesa rottura a fatica della superficie, con il materiale che inizia a subire erosione.

La velocità con la quale può avere luogo l'erosione è variabile: in alcuni casi estremi il materiale può essere danneggiato sensibilmente in poche ore, mentre in altre circostanze l'erosione si sviluppa lentamente nei mesi o negli anni. In alcuni casi l'erosione inizia per poi arrestarsi, stabilizzandosi senza erosione ulteriore. Questa stabilizzazione ha luogo quando viene raggiunta una certa profondità critica, oppure quando il profilo della cavità è tale da causare e promuovere favorevoli condizioni di flusso sul bordo del materiale, che non sente gli effetti distruttivi del microgetto e delle onde di pressione prodotte dal collasso della cavità. In altri casi, la formazione di una cavità per erosione primaria causa un disturbo del flusso sufficiente a reintrodurre cavitazione a valle; ciò può dare origine ad erosione secondaria dopo il collasso di questa cavitazione addizionale.

Come detto, nonostante estese ricerche, non si comprende ancora esattamente in che modo si sviluppi il fenomeno dell'erosione, ma probabilmente esiste un rapporto di causalità di natura fisico-chimica-metallurgica. Si possono distinguere due tipi di erosione per le eliche navali: (i) usura generale o crescita della rugosità su un'area considerevole; (ii) butteratura ed erosione rapida in aree locali. L'erosione per cavitazione può avvenire in qualunque parte della pala di un'elica, ma si manifesta più frequentemente in tre aree, ossia sull'apice dove la velocità periferica è massima, sui raggi intorno a  $0.7R$  dove il carico idrodinamico è massimo, e verso la radice dove le sezioni sono più grosse e la distribuzione di pressione viene influenzata negativamente dal piccolo interspazio tra le pale.

L'erosione per cavitazione nelle zone della radice di pala è un problema frequente per le eliche che operano in condizioni di flusso obliquo su scafi a media ed alta velocità. Ciò è dovuto fondamentalmente alle pronunciate variazioni cicliche degli angoli d'incidenza. Sono stati suggeriti diversi interventi per limitare tale erosione: variazione della distribuzione di spessore e di curvatura, modifica della forma del mozzo e dei raggi dei raccordi alla radice, riduzione delle lunghezze di corda intorno alla radice, alleggerimenti dei bracci portaelica. Qualunque sia il provvedimento adottato, va sempre tenuto presente la sua incidenza sulla robustezza meccanica della pala. Infatti, la non risoluzione dei problemi della cavitazione alla radice ha spinto talvolta i progettisti a misure disperate quali la perforazione, con fori abbastanza larghi dal dorso alla faccia, della zona intorno alla radice di pala. Tali misure non sono comunque raccomandabili, se non come ultima risorsa. Si dovrebbe agire piuttosto sulla forma del mozzo, preferendo una forma del cono leggermente divergente verso poppa.

Finora sono stati seguiti due approcci per ridurre l'erosione per cavitazione:

- criteri empirici per scegliere correttamente le dimensioni principali dell'elica in relazione alle condizioni operative ed alla distribuzione di scia (diagrammi di cavitazione);
- procedure progettuali, supportate da codici di calcolo sofisticati, volte a ridurre la cavitazione sulle pale dell'elica di assegnata geometria.

Mentre il primo approccio non ha avuto sviluppi importanti dall'inizio degli anni '70, il secondo ha progredito parallelamente alle teorie della superficie portante ed ai metodi numerici.

Non è per niente facile progettare eliche esenti da erosione, rispettandone tutti i vincoli, senza peggiorarne altre caratteristiche. Nel processo progettuale si dovrà integrare la ricerca di base sulla dinamica delle bolle con la risposta del materiale costitutivo. A questo scopo, tre attività possono essere considerate primarie:

- previsione della distribuzione della cavitazione sulle pale dell'elica, inclusa quella relativa allo stadio finale del collasso (implica la previsione della cavitazione non-stazionaria);
- previsione delle pressioni d'impulso indotte sulle pale dell'elica;
- previsione della risposta del materiale alle pressioni impulsive.

Poiché i metodi teorici per l'analisi ed il controllo della cavitazione non sono ancora del tutto consolidati, a causa della complessità dei fenomeni fisici connessi, gli esperimenti su modelli rimangono uno strumento vitale nel processo progettuale per individuare le aree di erosione sulle pale dell'elica.

### **Rumore e vibrazioni**

La cavitazione può causare spiacevoli fenomeni di vibrazione e rumore, di notevole intensità. Il rumore è accompagnato da intense vibrazioni ad alta frequenza, causa di grossi disturbi per l'equipaggio ed i passeggeri. Il legame tra cavitazione e rumore non è del tutto chiaro. Si può convenire con van Manen (1963) che quando l'elica 'canta', probabilmente è presente una piccola bolla di cavitazione, in genere sul bordo d'uscita, che 'danza' sulla pala. È allora naturale che la pala vibri in qualche particolare modo di vibrazione, e che dei vortici si diffondano dal bordo d'uscita. La diffusione periodica di questi vortici influenza il flusso attorno alla sezione di pala, producendo una sequenza di eventi dove la periodicità suddetta, la risposta delle pale, e l'incidenza della cavitazione incipiente in un punto della pala, determinano se il rumore è continuo o intermittente, elevato o udibile debolmente.

Le vibrazioni sono causate soprattutto dall'eccitazione prodotta da eliche cavitanti. La carena viene eccitata dall'elica soprattutto in due modi: (i) il carico non-stazionario della pala dell'elica può essere trasmesso alla carena attraverso la linea d'assi (*bearing forces*); (ii) il campo di pressione che accompagna la rotazione della pala dell'elica viene trasmesso alla superficie di carena attraverso il fluido: si creano pressioni di vibrazione sul fasciame dello scafo (*surface forces*). Numerosi esperimenti su modelli hanno dimostrato che i due tipi di forze sono dello

stesso ordine di grandezza in condizioni di non-cavitazione. Ma in presenza di un'estesa cavitazione non-stazionaria, le forze di superficie sono di almeno un ordine di grandezza più elevate delle forze sulla linea d'assi. Di conseguenza, l'entità delle forze di superficie è determinata in larga parte dall'entità e dall'estensione della cavitazione presente sull'elica. Se queste forze vengono determinate mediante esperimenti su modelli, le prove devono essere condotte con attrezzature nelle quali l'elica cavitante venga fatta lavorare nel campo di scia effettivo.

### Piegatura della pala

La cavitazione può portare al fenomeno della 'piegatura del bordo d'uscita', che, come dice il nome, è una flessione fisica del bordo d'uscita della pala (Fig. 9.38). Questa flessione della pala è causata dall'azione di martellamento prodotto dall'implosione per cavitazione in prossimità del bordo di uscita delle sezioni più spesse della pala. Quando è presente, si manifesta verso la faccia della pala ai raggi  $\bar{x} = 0.8-0.9$ , più spesso sui profili alari che sui profili ogivali ('Serie B').

Van Manen (1963) ne ha dato una spiegazione plausibile. Si consideri una lastra piana come rappresentativa della sezione di pala. Essa assume una curvatura fittizia sul dorso, indotta dal flusso. Quando la sezione entra nel picco di scia, la curvatura diminuisce sul bordo d'ingresso con un aumento contemporaneo dell'angolo d'incidenza, il che produce una pesante cavitazione a lamina sul dorso del bordo d'ingresso. Quando la sezione lascia il picco di scia, viene indotto un aumento della curvatura con una riduzione degli angoli d'incidenza. Sparisce la cavitazione a lamina sul bordo d'ingresso e crescono rapidamente bolle di cavitazione verso metà corda. Il periodo relativamente lungo disponibile per la crescita delle bolle e la loro simultanea diffusione verso il bordo d'uscita, in prossimità del punto di stagnazione, causa il collasso simultaneo. Questo spiega la piegatura dei bordi d'uscita verso la faccia, causato dal collasso delle bolle stesse oppure dalle onde d'urto.

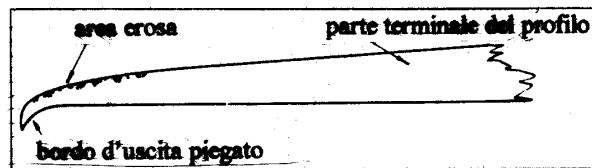


Figura 9.38. Bordo d'uscita piegato ed eroso

Ne deriva che le sezioni di pala con moderata curvatura soffrono meno di questo fenomeno rispetto ai profili con curvatura elevata, come confermato dalla statistica di osservazioni al vero.

## 9.9 Problematiche progettuali

Le condizioni cavitative, nelle quali un'elica si trova ad operare, hanno un'enorme influenza non solo sulle caratteristiche geometriche progettuali dell'elica, ma soprattutto sul tipo di elica da utilizzare. Aed a lungod esempio, si tratta di decidere, se, per una certa applicazione e per assegnate condizioni cinematiche, convenga utilizzare un'elica convenzionale, oppure un'elica supercavitante, oppure ancora un'elica parzialmente immersa. Un'utile guida iniziale per la scelta del tipo di elica più adeguata ad una particolare applicazione è fornita dal diagramma riportato in Figura 9.39, derivato dal lavoro sempre attuale di Tachmindji e Morgan (1958).

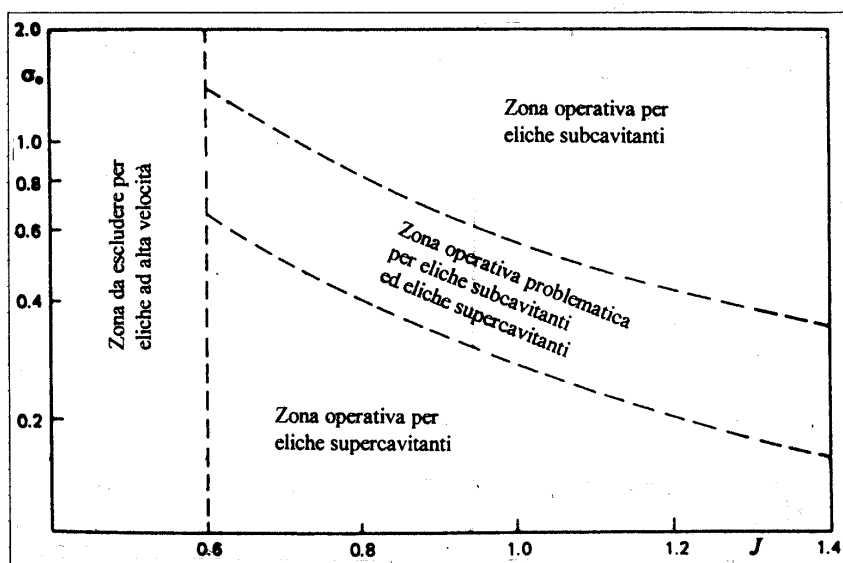


Figura 9.39. Zone operative per diverse tipologie di eliche

Tale diagramma indica fundamentalmente l'influenza delle velocità del flusso incidente, delle dimensioni dell'elica e del battente statico, e fornisce sostanzialmente, sulla base di questi parametri, sintetizzati nel coefficiente d'avanzamento e nel numero di cavitazione, una guida relativa alle zone di funzionamento più consone alle eliche convenzionali, alle eliche supercavitanti, oppure ad altre tipologie di eliche. L'area intermedia del diagramma è relativa ad una zona grigia di funzionamento che dipende, tra l'altro, sia dalle fluttuazioni del campo di scia, sia dall'eventuale inclinazione della linea d'assi. Qualora nessuna delle opzioni suddette fornisca una risposta ragionevole al problema progettuale specifico, vanno esplorati altri concetti di propulsori, quali eliche ventilate, idrogetti ed i più recenti idrogetti ventilati.

Sebbene la teoria vorticale abbia consentito di studiare le influenze prodotte sul progetto dell'elica, e, quindi, sulle sue caratteristiche cavitative, dalla disomogeneità, sia radiale che circonferenziale, del campo di velocità, nelle *fasi iniziali del progetto*, quando della scia si conoscono solamente valori medi statistici, è utile disporre di semplici principi guida per controllare il livello medio di cavitazione sul disco elica. In tal modo il progettista può scegliere l'area espansa

minima necessaria ad evitare eccessiva cavitazione ed eventuale erosione delle pale nelle condizioni medie di servizio. Tali linee guida costituiscono i cosiddetti *criteri di cavitazione*.

Quando si possa e si debba utilizzare la teoria vorticale, è opportuno ricorrere a procedure ed informazioni relative al modo di controllo dell'*innesco della cavitazione*. Poiché la variazione circonferenziale del campo di scia fa sí che l'angolo d'incidenza effettivo vari tra  $4^\circ$  e  $-1^\circ$ , conoscere l'effetto della variazione della *distribuzione di velocità* su un profilo alare diviene imprescindibile per ottimizzare la scelta delle variabili e dei parametri  $(c, t, f)$  che governano le caratteristiche idrodinamiche del profilo. In altri termini, occorre sapere come varia la capacità di un profilo di produrre portanza al variare del numero di cavitazione locale.

### 9.9.1 Indice di cavitazione

Il parametro base della cavitazione, utilizzato nella progettazione dell'elica, è l'indice o *numero di cavitazione*. In termini generali, nella sua forma fondamentale l'indice di cavitazione, definito come rapporto tra pressione statica e pressione dinamica, è esprimibile come

$$\sigma = \frac{\tilde{p} - p_c}{\frac{1}{2}\rho\tilde{V}^2} \quad (9.37)$$

dove  $\tilde{p}$  è la pressione caratteristica e  $\tilde{V}$  è la velocità caratteristica del flusso, mentre  $p_c$  è la pressione del contenuto della cavità.

La rappresentazione di tale coefficiente di pressione ha, comunque, molte forme nelle quali la pressione caratteristica può essere resa indipendente dall'immersione  $h$  della linea d'assi per fornire un valore medio sul disco-elica; oppure, può essere correlata all'immersione locale di una sezione nella posizione verticale di pala o in qualche altra posizione angolare istantanea. A sua volta, la pressione dinamica può essere definita in vari modi: sulla base delle singole componenti di velocità, quali la velocità d'avanzo del flusso indisturbato e/o la velocità di rotazione dell'elica, ovvero in funzione della loro combinazione vettoriale, considerandone i valori medi oppure i valori locali, eventualmente corretti per tenere conto delle componenti della velocità indotta. La Tabella 9.2 definisce alcune delle più comuni formulazioni del numero di cavitazione utilizzate nella tecnologia dell'elica, dove  $x = r/R$  è il raggio adimensionale della sezione,  $u_a$  e  $u_t$  sono le componenti assiale e tangenziale della velocità indotta,  $\omega$  è la velocità angolare e  $V_t$  è la componente tangenziale della velocità del flusso inclinato. L'indice di cavitazione che si adotta dipende dalle informazioni disponibili e/o dallo specifico obiettivo idrodinamico. Va osservato che, tra gli indici di cavitazione riportati, solamente  $\sigma_p$  e  $\sigma_l$  danno conto del carico idrodinamico dell'elica.

Nelle applicazioni alle eliche navali, l'indice di cavitazione può variare significativamente dall'apice al fondo del disco dell'elica, per cui può accadere che nella rotazione l'elica 'veda' periodicamente differenti regimi di flusso e che le pale dell'elica cavitino ad ogni giro solamente in un ben preciso settore angolare. L'estensione della cavitazione può variare durante la rotazione dell'elica, andando da bolle intermittenti a grandi lamine completamente sviluppate.

Definizione	Simbolo	Formulazione
Numero di cavitazione medio basato sulla corrente libera	$\sigma_o$	$\frac{p_o - p_v}{\frac{1}{2}\rho V_A^2}$
Numero di cavitazione locale basato sulla velocità di rotazione	$\sigma_r$	$\frac{p_o - p_v}{\frac{1}{2}\rho(xR\omega)^2}$
Numero di cavitazione basato sulla velocità media d'afflusso	$\sigma_p$	$\frac{p_o - p_v}{\frac{1}{2}\rho(V_A + u_a)^2}$
Numero di cavitazione locale basato sul vettore velocità	$\sigma$	$\frac{p_o - p_v}{\frac{1}{2}\rho[V_A^2 + (xR\omega)^2]}$
Numero di cavitazione progettuale basato sul coefficiente d'avanzo	$\sigma_a$	$\frac{\sigma}{(1-w)^2} \cdot \left[ \frac{J^2}{J^2 + 4.84} \right]$
Numero di cavitazione locale basato sulla velocità d'interazione	$\sigma_l$	$\frac{p_o - p_v + \rho g(h - xR \cos \theta)}{\frac{1}{2}\rho \{ [V_A(x,\theta) + u_a(x,\theta)]^2 + [xR\omega - V_t(x,\theta) - u_t(x,\theta)]^2 \}}$

Tabella 9.2. Formulazioni del numero di cavitazione

Esistono due cause ben distinte che determinano la variazione di  $\sigma$ . La prima è che nel numeratore dell'equazione (9.37) una parte significativa della pressione caratteristica  $\tilde{p}$  è la pressione idrostatica, che è minima quando l'elemento di pala si trova vicino alla superficie libera, mentre è massima quando ruota verso il fondo. Infatti, al ruotare dell'elica, la pressione statica sulla sezione di pala varia di  $\pm\rho gr$  rispetto all'asse dell'elica, per cui può avvenire *cavitazione transitoria* nella parte superiore del disco-elica. La seconda causa è dovuta al fatto che la parte dinamica della pressione caratteristica nel numeratore di  $\sigma$  e la velocità caratteristica  $\tilde{V}$  al denominatore variano circonfenzialmente per effetto della disomogeneità della scia della nave. Questo fenomeno è pronunciato specialmente vicino all'apice del disco-elica dove si hanno maggiori fluttuazioni di pressione entro lo strato limite della carena.

Tre sono i regimi di flusso identificabili in base al valore di  $\sigma$ . Il primo, che vale per  $\sigma$  abbastanza grande, corrisponde ad un flusso non-cavitante. Il secondo regime si instaura per valori ridotti di  $\sigma$ , quando viene raggiunta una condizione di cavitazione limitata con un numero relativamente piccolo di bolle nel campo di flusso. Il terzo regime, flusso cavitante, si presenta quando  $\sigma$  viene ridotto ulteriormente: le bolle aumentano sia di numero che di dimensioni finché, per  $\sigma$  sufficientemente basso, si ha una cavitazione completamente sviluppata; le bolle vanno soggette a coalescenza formando una singola grande cavità (Plesset, 1971).



### 9.9.2 Criteri di cavitazione

A partire dai loro primi lavori, relativi a misurazioni sia su modelli che su eliche al vero, Parsons, Barnaby e Thornycroft conclusero correttamente che la cavitazione estrema sul dorso, tale da causare un crollo della spinta, poteva essere evitata aumentando l'area della superficie di pala. Il primo di tali criteri, che imponeva un limite di 77.57 kPa al carico di spinta, fu derivato alla fine del XIX secolo. Poco dopo, si intuì che la velocità periferica all'apice di pala fosse un criterio migliore per prevenire la cavitazione dell'elica; fu raccomandato un valore massimo di 61 m/s.

Furono sviluppati successivamente effettivi *criteri di cavitazione*, che utilizzavano come indice la spinta media per unità di superficie proiettata di pala ( $T/A_P$ ). Un notevole lavoro di sviluppo fu portato avanti nella prima metà del XX secolo, fino a giungere a forme più raffinate di criteri progettuali, sempre basati sul carico di spinta.

Sebbene le proprietà cavitative delle eliche potessero essere giudicate fin da allora conducendo esperimenti nelle gallerie di cavitazione, apparve ben presto opportuno disporre di strumenti progettuali che garantissero rapidamente una sufficiente sicurezza contro l'insorgenza della cavitazione. A parità di coefficiente di portanza prodotto da una sezione di pala, la depressione massima sul dorso dipende dalla forma del profilo e dalle condizioni del flusso nel quale opera. Qualunque criterio proponibile per evitare la cavitazione deve tenere conto di questi fattori. Misure sistematiche della distribuzione di pressione intorno a profili alari hanno prodotto molte informazioni utili per il controllo della cavitazione media nel progetto di eliche subcavitanti.

Nel corso degli anni, questi dati hanno consentito di costruire e proporre numerosi *diagrammi di cavitazione* (Eggert, 1932; Lerbs, 1938), che risultarono e risultano indispensabili per controllare la cavitazione media (sul disco-elica) negli stadi iniziali di progetto. Due tra i più noti di questi criteri sono quelli derivati da Keller (1966) e da Burrill & Emerson (1978). Molte eliche sono ancora oggi progettate inizialmente mediante diagrammi derivati da prove sperimentali su serie sistematiche. Ed anche quando il progetto dell'elica sia svolto mediante codici numerici basati su teorie vorticali, è necessario partire da un diametro dell'elica determinato mediante diagrammi progettuali che conglobino gli effetti cavitativi.

Il *diagramma di cavitazione* utilizzato più frequentemente e da lungo tempo per fornire una guida mirante ad evitare erosione e cavitazione eccessive nelle condizioni medie di servizio è stato quello prodotto da Burrill (1943). Ad onor del vero, dal punto di vista concettuale, un diagramma di questo tipo fu proposto per primo da Laurent (1938), il quale introdusse il coefficiente  $\tau_c$  per esprimere il carico medio di spinta sulle pale, ossia il rapporto  $T/A_P$  tra spinta per unità d'area di pala proiettata e la pressione di stagnazione  $q$ , ovvero per individuare il rapporto di area minima richiesta a fronte di una percentuale ammissibile di cavitazione sul dorso. Burrill riportò il coefficiente  $\tau_c$  in funzione del numero di cavitazione basato sulla risultante della velocità d'avanzo e della velocità periferica al raggio  $0.7R$ .

Il *diagramma di Burrill*, illustrato in Figura 9.40, fu il risultato di analisi sistematiche di un numero rilevante di eliche, in parte progettate con la teoria vorticale, ed in parte esaminate dapprima in galleria di cavitazione e poi riesaminate in base a misurazioni al vero.

Il diagramma fornisce il valore limite di un coefficiente di carico di spinta  $\tau_c$  in funzione del numero di cavitazione  $\sigma_{0.7R}$ , definito come

$$\sigma_{0.7R} = \frac{p_{atm} - p_v + \rho gh}{\frac{1}{2}\rho[V_A^2 + (0.8\pi nD)^2]}$$

Come può essere osservato dalla Figura 9.40, un numero di cavitazione minore è associato ad una cavitazione crescente, e viceversa.

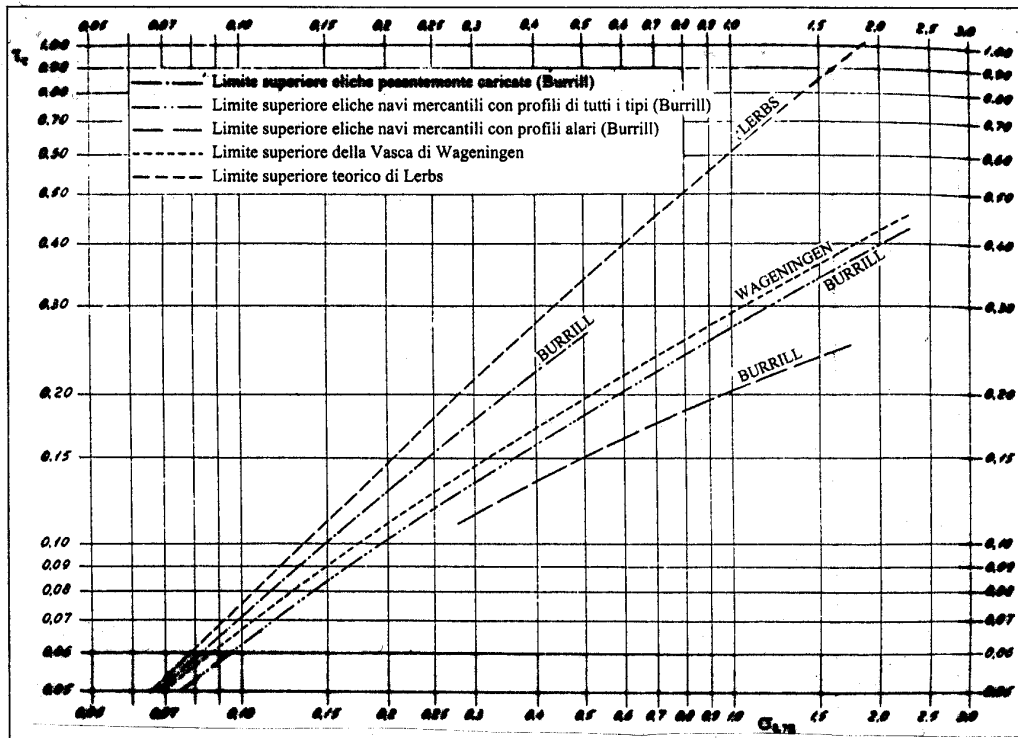


Figura 9.40. Diagramma di cavitazione di Burrill

Tali analisi hanno permesso di definire le *curve limite* per particolari intervalli di carico delle eliche. Ogni curva limite indica il livello massimo ammissibile di cavitazione sul dorso, al di sotto del quale l'elica dovrebbe operare per evitare cavitazione eccessiva ed erosione nelle condizioni medie di servizio. Le curve limite sono quelle proposte da Burrill per diverse tipologie di eliche, quella (Vasca di Wageningen) utilizzata per lungo tempo dall'attuale MARIN, nonché la curva limite teorica prodotta da Lerbs (1948), la quale mette in relazione il coefficiente di portanza  $C_L$  di una particolare forma di profilo con il coefficiente di pressione minima  $-\Delta p/q$  relativo all'angolo d'incidenza ideale dei profili. Si può osservare che la curva teorica di Lerbs e le curve empiriche di cavitazione hanno andamento analogo.

Nel *criterio di Burrill*, proposto per eliche convenzionali a passo fisso, in corrispondenza del numero di cavitazione locale  $\sigma_{0.7R} = (p_o - p_v)/q_{0.7R}$ , sulla curva limite scelta viene letto il *coefficiente di carico medio di spinta*  $\tau_c$  espresso come

$$\tau_c = \frac{T/A_{Pmin}}{q_{0.7R}} = \frac{T}{\frac{1}{2}\rho A_{Pmin} V_{0.7R}^2} \quad (9.38)$$

Il valore di  $\tau_c$  così determinato consente di derivare l'area proiettata minima dell'elica come

$$A_{Pmin} = \frac{T}{\frac{1}{2}\rho\tau_c [V_A^2 + (0.7\pi nD)^2]} \quad (9.39)$$

Se si vuole utilizzare la relazione (9.38) in fase di verifica, occorre determinare preventivamente l'area proiettata di pala.

Allo scopo può tornare utile la seguente relazione empirica, fornita da Burrill per il calcolo dell'area proiettata  $A_P$ , che è valida solamente per eliche a passo fisso di geometria convenzionale e profilo di pala non ellittico

$$A_P \approx A_D (1.067 - 0.229 P/D)$$

Per eliche con profili di pala ellittici, questa formula dovrebbe essere modificata nella relazione

$$A_P \approx A_D (1.082 - 0.229 P/D)$$

Il diagramma di Burrill ebbe la sua genesi nell'esperienza con eliche al vero. Fornisce le curve che suggeriscono i limiti superiori di  $T/A_P$  per eliche pesantemente caricate e per eliche moderatamente e leggermente caricate, funzionali a garantire contro rilevante cavitazione media sul dorso. Una terza curva indica i limiti di  $T/A_P$  da non superare per evitare la cavitazione sulla faccia delle eliche di rimorchiatori e pescherecci a strascico. Prove sperimentali sistematiche di una serie di eliche-modello con dorsi circolari, condotte nella galleria di cavitazione del King's College di Newcastle, confermò che in generale i risultati sui modelli erano in buon accordo con l'esperienza al vero che costituiva la base del diagramma (Gawn & Burrill, 1957).

Dati sperimentali pubblicati successivamente da Burrill & Emerson (1962) mostrarono che la linea limite per le eliche di navi militari si trova vicine alla linea che rappresenta il 10% di cavitazione sul dorso, mentre la linea limite per la eliche di navi mercantili si trova vicina ad una linea che rappresenta il 5% di cavitazione sul dorso. Le tre linee nel diagramma di Burrill possono essere rappresentate con ottima accuratezza dalle seguenti equazioni:

1. Eliche di navi militari con sezioni di pala speciali

$$\tau_c = 0.0130 + 0.5284\sigma_{0.7R} + 0.3285\sigma_{0.7R}^2 - 1.0204\sigma_{0.7R}^3 \quad \text{per } 0.11 \leq \sigma_{0.7R} \leq 0.43 \quad (9.40)$$

2. Eliche di navi mercantili con sezioni di pala con profili alari

$$\tau_c = 0.0321 + 0.3886\sigma_{0.7R} - 0.1984\sigma_{0.7R}^2 + 0.0501\sigma_{0.7R}^3 \quad \text{per } 0.12 \leq \sigma_{0.7R} \leq 1.50 \quad (9.41)$$

## 3. Eliche di rimorchiatori e di pescherecci

$$\tau_c = 0.0416 + 0.2893\sigma_{0.7R} - 0.1756\sigma_{0.7R}^2 + 0.0466\sigma_{0.7R}^3 \quad \text{per } 0.28 \leq \sigma_{0.7R} \leq 1.60 \quad (9.42)$$

Successivamente fu provata, a diversi indici di cavitazione, una serie sistematica di modelli di eliche a quattro pale per navi mercantili (Serie KCD) in un ampio intervallo di valori del rapporto di passo e del numero di cavitazione (Burrill & Emerson, 1963). I risultati consentirono di aggiungere al diagramma di Burrill le curve che indicano un'estensione della cavitazione sul dorso rispettivamente pari a 2.5%, 5%, 10% e 30%, così come riportato in Figura 9.41.

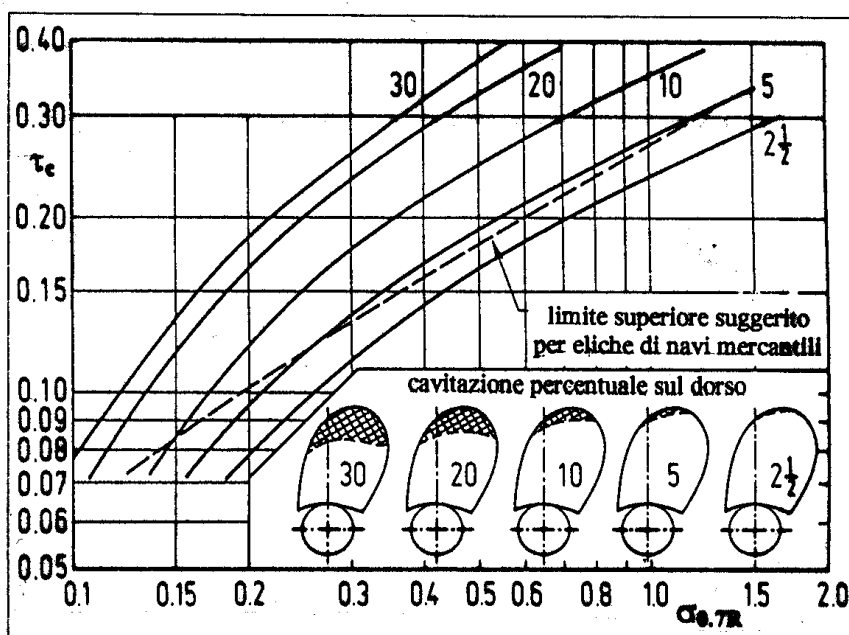


Figura 9.41. Diagramma di cavitazione per la 'Serie KCD'

Si può osservare come l'originaria curva limite 'empirica' fornita da Burrill per eliche di navi mercantili si trovi molto vicina alla nuova curva relativa al 5% di cavitazione sul dorso. Poiché fu verificato che la maggior parte delle eliche sperimentate in galleria di cavitazione, nella condizione media di servizio, mostravano una cavitazione dello stesso tipo e di pari estensione di quella di eliche al vero soggette a debole erosione, la curva indicante *cavitazione sul dorso al 5%* divenne un criterio adeguato da rispettare nelle fasi iniziali del progetto.

Burrill & Emerson (1963) produssero allo stesso tempo una serie di diagrammi progettuali per le eliche della 'Serie KCD' a quattro, cinque e sei pale, con rapporto di area espansa pari a 0.60 e valori del numero di cavitazione, definito a meno del rapporto  $t/c$ , pari a  $\sigma = 2, 4, 6, 8$ . L'estremo inferiore  $\sigma = 2$  corrisponde approssimativamente al caso di un veloce transatlantico bielica con una distribuzione di scia alquanto uniforme, mentre il valore all'estremo opposto  $\sigma = 8$  è relativo ad una grande nave da carico monoelica con una distribuzione di scia molto disomogenea. Furono studiati gli effetti della variazione del rapporto di passo, dell'area espansa, della distribuzione del passo e, in qualche misura, delle variazioni della forma del profilo di pala.

Furono prodotti diagrammi di progetto nella classica forma  $B_P-\delta$ , insieme a semplici diagrammi di cavitazione derivati dai risultati sperimentali. Uno dei diagrammi di progetto, mostrato in Figura 9.42, è caratterizzato dalle due curve limite di cavitazione sulla faccia e sul dorso, dove per quest'ultima è stata ammessa un'estensione della cavitazione sull'apice pari al 5%. La maggior parte delle misure sperimentali fu effettuata in una corrente di flusso uniforme, sebbene i risultati conclusivi siano relativi a prove in un campo di scia radialmente variabile.

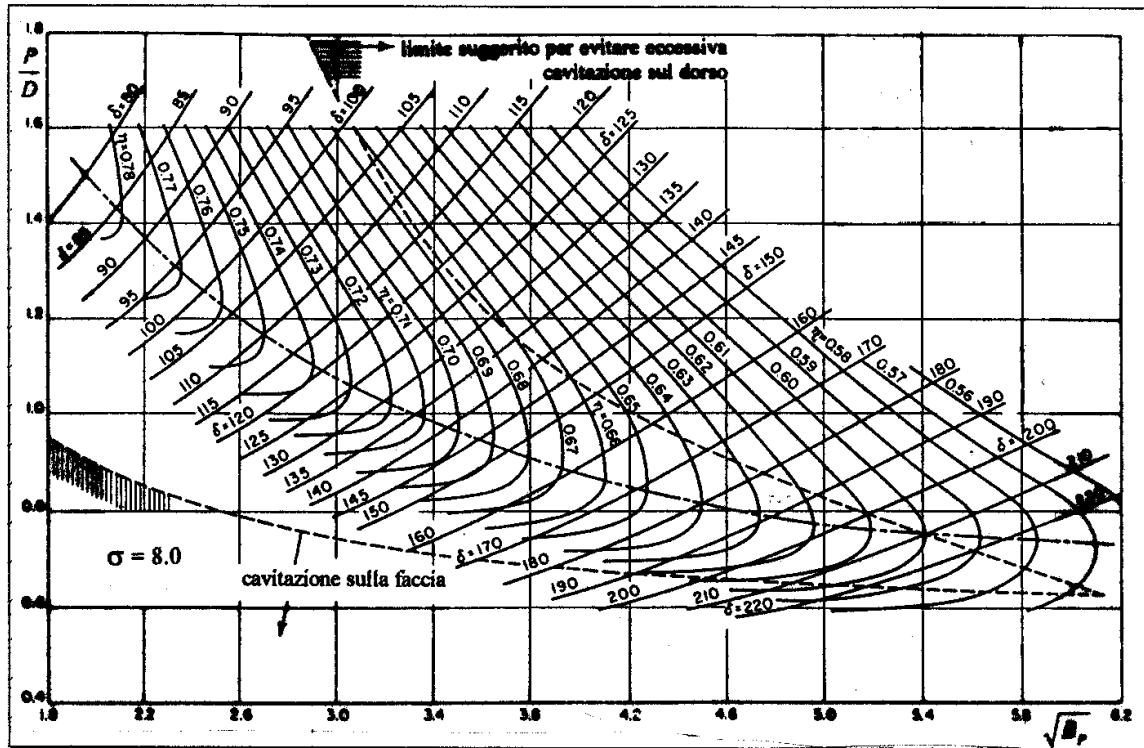


Figura 9.42. Diagramma ' $B_P-\delta$ ' per controllo della cavitazione

Il criterio di Burrill relativo alle eliche di navi mercantili può essere tradotto nella condizione in base alla quale l'area espansa necessaria deve essere almeno pari a

$$\left(\frac{A_E}{A_0}\right)_{min} = \frac{T}{A_0 (1.067 - 0.229 P/D)(0.3 \sqrt{\sigma} - 0.03) \cdot q} \quad (9.43)$$

dove il numero di cavitazione e la pressione dinamica sono relativi al raggio  $r = 0.7R$ .

Il criterio di cavitazione utilizzato più frequentemente per le eliche di navi mercantili è quello dovuto a Kelle, che fornisce il rapporto di area espansa minimo per evitare la cavitazione

$$\left(\frac{A_E}{A_0}\right)_{min} = \frac{(1.3 + 0.3Z) T}{(p_o - p_v) D^2} + k \quad (9.44)$$

dove il valore della costante  $k$  varia in dipendenza del numero di eliche e della velocità della nave come segue:

- $k = 0$  per navi bieliche veloci con poppa a specchio,
- $k = 0.1$  per navi bieliche di velocità moderata con poppa as incrociatore,
- $k = 0.2$  per navi monoeliche.

Sia la formula di Burrill che la formula di Keller sono state utilizzate con notevole successo dai progettisti di eliche come strumenti per stimare il rapporto d'area espansa nelle fasi iniziali del progetto. In molti casi, soprattutto per piccole navi e per imbarcazioni, questi metodi, ed altri forse ancora più approssimati, sono considerati esaustivi per l'analisi della cavitazione. Al contrario, per grandi navi e per quelle delle quali è disponibile il campo di scia nominale, l'analisi della cavitazione dovrebbe proseguire fino alla valutazione delle distribuzioni di pressione sulle sezioni di pala, stimando la loro tendenza verso l'innesco della cavitazione, nonché la sua estensione qualora si sviluppi.

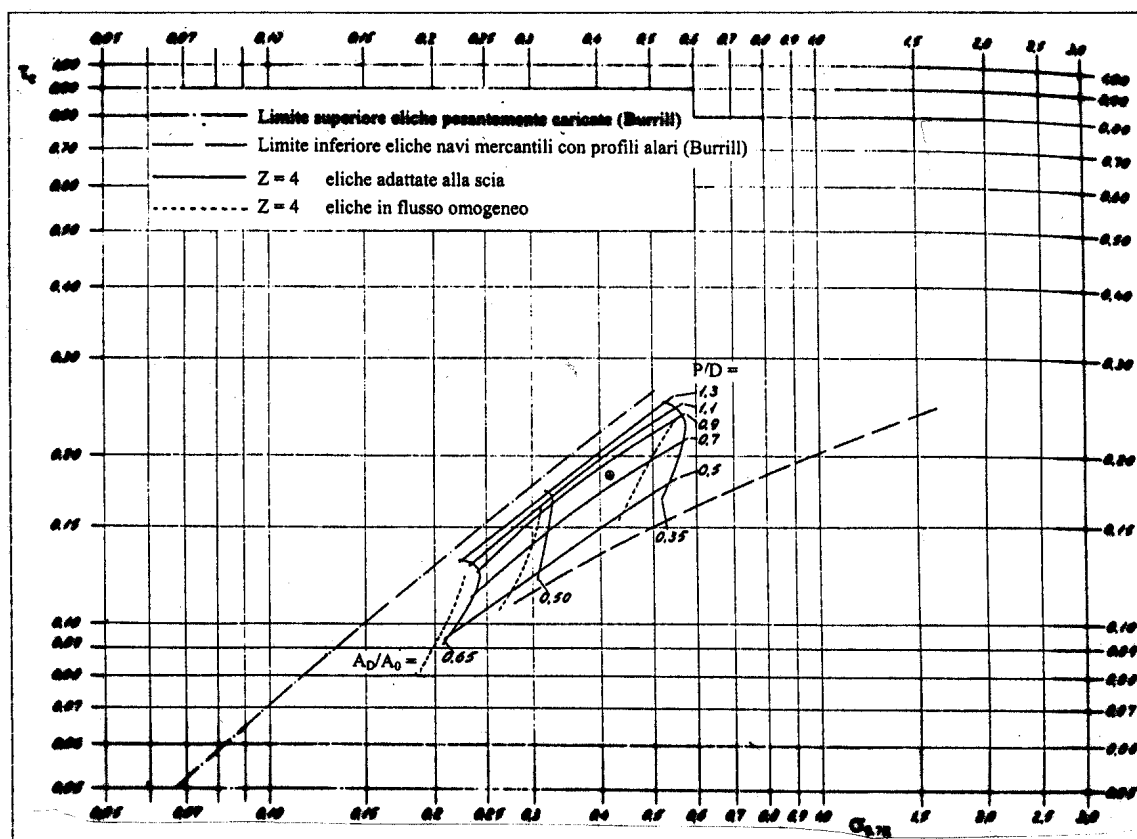


Figura 9.43. Diagramma di verifica delle curve limite di cavitazione

Van Manen ha utilizzato la teoria vorticale per effettuare calcoli su eliche di serie con due, tre, quattro, e cinque pale, a diversi rapporti di area espansa e per diversi rapporti di passo. Ai profili più esterni, che sono quelli più esposti al rischio di cavitazione, furono imposte curvature tali

da garantire un'incidenza ideale. Furono ricavati gli angoli d'incidenza effettivi ed i valori della depressione massima sul dorso per sezioni discrete di pala. Poiché gli angoli d'incidenza dipendono dalla distribuzione di scia nella quale l'elica si trova ad operare, i calcoli furono effettuati utilizzando la scia circonferenziale media ad ogni raggio. I risultati, tracciati sul diagramma di Burrill in Figura 9.43 per la sub-serie di eliche a quattro pale, indicano la dipendenza dei criteri di cavitazione da alcuni parametri progettuali, in particolare dal rapporto di passo  $P/D$ . Appare evidente come l'intervallo di carico idrodinamico individuato da Burrill, compreso tra eliche leggermente ed eliche pesantemente caricate, corrisponde a quello risultante dai calcoli mediante la teoria vorticale. È altrettanto evidente che il criterio di cavitazione non può essere univoco; in altri termini, la cavitazione non può essere controllata da un'unica curva, ossia dal solo rapporto di area di pala.

Per sezioni di pala con debole curvatura, con distribuzione dello spessore di tipo ellittico e per valori di  $\sigma$  compresi tra 0.1 e 0.6, il valore ottimale di  $t/c$ , ossia il valore del rapporto spessore-corda che assicura il più ampio intervallo degli angoli d'incidenza per i quali l'elica è esente da cavitazione, può essere determinato con sufficiente approssimazione mediante la relazione

$$t/c = 0.3\sigma - 0.012$$

Per scafi veloci, nell'intervallo di velocità tra 15 e 45 nodi, una relazione approssimata per l'indice di cavitazione locale è stata fornita da Kress (1979) come

$$\sigma = 1.6 - 0.03 V_S \quad (9.45)$$

dove  $V_S$  è espresso in nodi.

Per i profili lenticolari a faccia piana della 'Serie KCA', ossia per le eliche di serie tipiche per i regimi semidislocanti, Blount & Fox (1978) hanno derivato il valore massimo ammissibile del coefficiente di carico di spinta in funzione del numero di cavitazione basato sul coefficiente d'avanzo, come

$$\tau_c = 0.494 \sigma_a^{0.88} \quad (9.46)$$

ammettendo una cavitazione del 10% sul dorso di pala, il che è del tutto accettabile per imbarcazioni veloci.

Trasformando il coefficiente di carico come funzione  $\tau_c = f(K_T, J, A_D/A_0, P/D)$ , la cavitazione sul dorso al 10% può essere espressa attraverso il coefficiente di spinta al punto progettuale come

$$K_T = 0.1937 \sigma_a^{0.88} \cdot \frac{A_D}{A_0} \cdot \left[ 1.067 - 0.229 \frac{P}{D} \right] \cdot (J^2 + 4.84)$$

Calcolato  $K_T$ , il criterio di cavitazione può essere espresso mediante la seguente relazione

$$\frac{A_D}{A_0} \geq \frac{K_T}{0.1937 \cdot [\sigma_a / (1-w)^2]^{0.88}} \cdot \left[ 1.067 - 0.229 \frac{P}{D} \right] \cdot (J^2 + 4.84)^{0.12} \cdot J^{1.76} \quad (9.47)$$

Se si riduce funzionalmente la relazione precedente a  $\tau_c = k \cdot \sigma_a$  (Hadler & Hubble, 1971), dove  $k=0.55$  per cavitazione su dorso al 10% e  $k=0.36$  per cavitazione sul dorso al 2.5%, la condizione (9.47) si riduce alla

$$\frac{A_D}{A_0} \geq \frac{2.55 (1-w)^2 \cdot K_T}{k \cdot \sigma_a \cdot J^2 \cdot \left[ 1.067 - 0.229 \frac{P}{D} \right]}$$

Un interessante criterio di cavitazione, definibile come *criterio di erosione per cavitazione* è quello desumibile dalla Figura 9.44, che consente di determinare l'area di pala richiesta sulla base di statistiche di prove di erosione condotte nella grande galleria di cavitazione dello SSPA (Lindgren & Bjärne, 1980) e di osservazioni al vero.

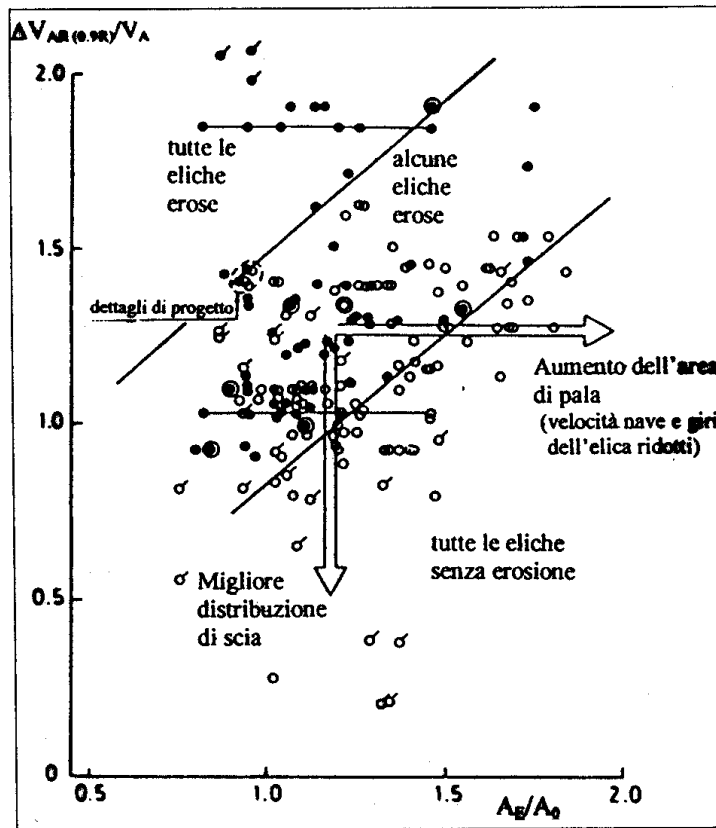


Figura 9.44. Intervalli guida per l'area di pala

Il diagramma riporta in ascissa il rapporto tra area espansa ed area disco ed in ordinata il rapporto tra la variazione massima di velocità del flusso a 0.9R ed il valore medio volumetrico della velocità d'avanzo sul disco-elica, distinguendo tra zone nelle quali le eliche sono esenti da erosione e zone dove l'erosione è pressoché certa. Le frecce indicano gli effetti di eventuali scelte o risultati progettuali.



### 9.9.3 Effetti della distribuzione di velocità

Nel Capitolo 4 sono stati discussi vari metodi per il calcolo della distribuzione di pressione intorno ad un profilo alare, che, soprattutto intorno al bordo d'ingresso, dipende notevolmente dall'angolo d'incidenza. La Figura 9.45 mostra qualitativamente l'andamento delle distribuzioni di velocità su un tipico profilo alare in un flusso non-cavitante, per angoli d'incidenza positivi (a), ideali (b) e negativi (c). Si desume come le aree in depressione sulla superficie di pala varino corrispondentemente, facilitando l'innesco della cavitazione rispettivamente sul bordo d'ingresso del dorso, a metà corda sul dorso, e sul bordo d'ingresso della faccia.

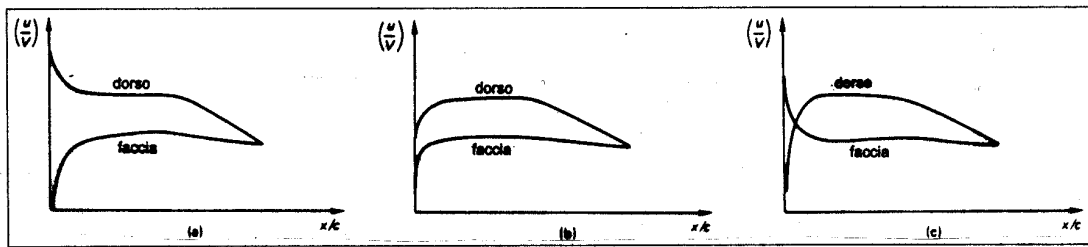


Figura 9.45. Distribuzioni di velocità su classici profili alari

In presenza di cavitazione sulla sezione di pala, la distribuzione di pressione risulta tanto più modificata quanto più diminuisce il numero di cavitazione, come fu dimostrato da Balhan (1951) mediante una serie di esperimenti su profili alari bidimensionali.

La Figura 9.46 mostra per il coefficiente di pressione una tipica serie di risultati sperimentali, ottenuti da misurazioni su un profilo Kármán-Trefftz, che presenta rapporti di spessore e di curvatura rispettivamente pari a 2.94% e 2.20%, ad un angolo d'incidenza di  $5^\circ$ . Si possono confrontare le variazioni di forma della distribuzione di pressione, per numeri di cavitazione che si riducono da 4.0 a 0.3, con i risultati teorici ottenuti applicando una teoria potenziale.

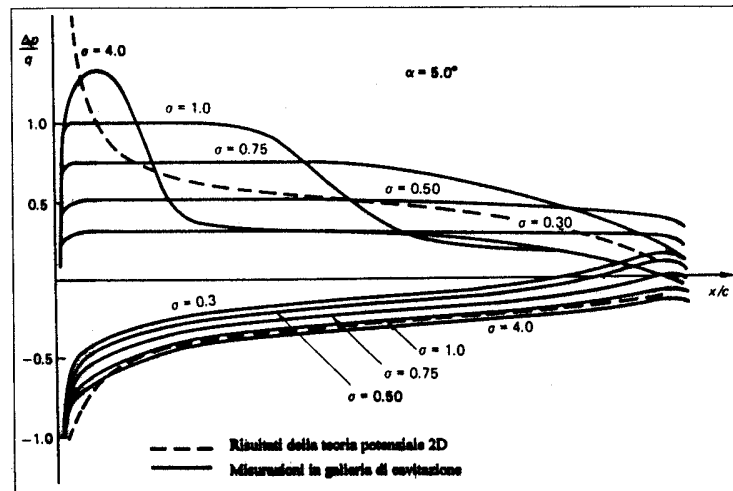


Figura 9.46. Effetto della cavitazione sulla distribuzione di pressione

La Figura 9.46 mostra per il coefficiente di pressione una tipica serie di risultati sperimentali, ottenuti da misurazioni su un profilo Kármán–Trefftz, che presenta rapporti di spessore e di curvatura rispettivamente pari a 2.94% e 2.20%, ad un angolo d'incidenza di  $5^\circ$ . Si possono confrontare le variazioni di forma della distribuzione di pressione, per numeri di cavitazione che si riducono da 4.0 a 0.3, con i risultati teorici ottenuti applicando una teoria potenziale.

L'influenza che queste variazioni della distribuzione di pressione hanno sul coefficiente di portanza (di un profilo Karman-Trefftz) può essere dedotta analizzando la Figura 9.47. Si evince come il coefficiente di portanza vari in funzione del numero di cavitazione e dell'angolo d'incidenza del profilo alare. Si può osservare come, per valori degli angoli d'incidenza bassi e moderati ( $0^\circ \leq \alpha \leq 2.5^\circ$ ), i valori di  $C_L$  sono indipendenti dal numero di cavitazione, mentre, quando gli angoli d'incidenza diventano rilevanti - intorno ai  $5^\circ$  - il coefficiente di portanza varia significativamente al variare del numero di cavitazione, purché quest'ultimo presenti valori ridotti.

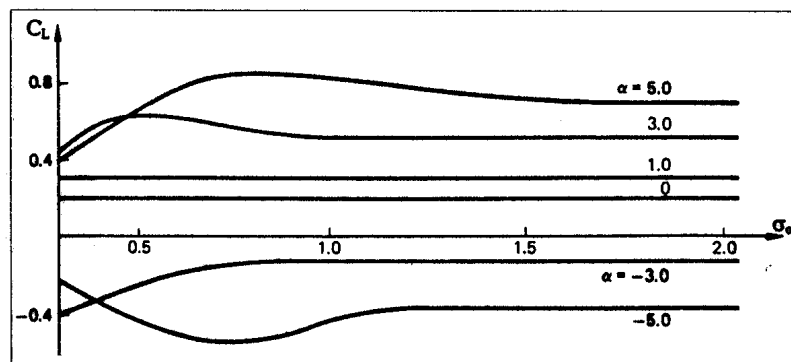


Figura 9.47. Effetto della cavitazione sul coefficiente di portanza del profilo

#### 9.9.4 Diagrammi di innesco della cavitazione

Le caratteristiche di cavitazione di un profilo bidimensionale sono determinate individuando la pressione minima sulla superficie del profilo in un ampio intervallo dell'angolo d'incidenza. Tali caratteristiche sono riportate in un diagramma variamente definito come *inviluppo della pressione minima*, *diagramma d'innesco della cavitazione*, oppure *bucket di cavitazione*. Lo scopo di questi diagrammi è di aiutare il progettista a scegliere per i profili portanti i punti operativi che abbiano il margine più ampio possibile rispetto al rischio di cavitazione.

Le misure di pressione sui profili alari, condotte in gallerie di cavitazione, mostrano che esiste un legame stretto tra il coefficiente di pressione  $\Delta p/q$ , il coefficiente di portanza  $C_L$ , ed il rapporto di spessore  $t/c$ . Applicando i diagrammi d'innesco della cavitazione, una volta determinato lo spessore di pala in base a requisiti di robustezza, noto il coefficiente di portanza  $C_L$  per le varie sezioni di pala, si può scegliere, ad ogni raggio, la lunghezza dell'elemento di pala in modo che i valori assoluti del coefficiente di pressione  $\Delta p/q$  sui lati in pressione ed in depressione siano inferiori al numero di cavitazione locale  $\sigma_l$ .

Nella progettazione delle sezioni di pala di un'elica torna utile, quindi, l'utilizzo dei buckets di cavitazione (Brockett, 1966), che traducono in un diagramma bidimensionale il comportamento cavitativo di una sezione di pala. La Figura 9.48 evidenzia gli aspetti fondamentali di tale tipo di diagramma, che riporta l'angolo d'incidenza di un profilo portante in funzione del numero di cavitazione locale per  $f/c = \text{cost.}$  e  $t/c = \text{cost.}$ . L'ampiezza del bucket, definita dal parametro  $\alpha_d$ , è un indice della capacità del profilo alare di operare senza cavitazione. È riportata una sola curva del bucket per meglio illustrare le zone soggette a diverse tipologie di cavitazione, separate da quella di non-cavitazione dalla curva d'innescio della cavitazione. Nel diagramma sono identificabili quattro aree primarie: (i) l'area esente da cavitazione, separata, mediante la curva d'innescio della cavitazione, dalle aree nelle quali è prevedibile che esistano (ii) cavitazione a lamine sul dorso, (iii) cavitazione a bolle e (iv) cavitazione a lamine sulla faccia.

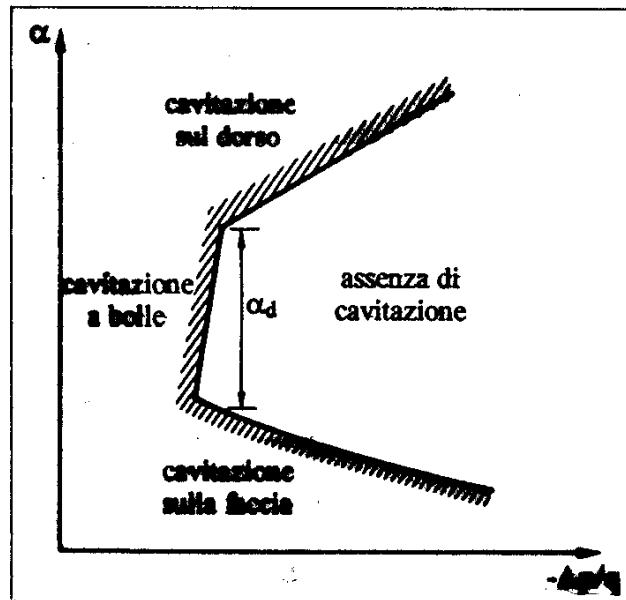


Figura 9.48. Bucket di cavitazione di un profilo alare

Il punto di migliore utilizzo del profilo alare è il punto *A* che si trova sull'involuppo della curva di pressione minima (Fig. 9.49). In teoria, utilizzando i metodi della linea portante e/o della superficie portante, questo punto operativo potrebbe essere ottenuto progettando il profilo all'angolo d'incidenza ideale. In pratica, la variazione della scia della nave sul disco-elica, i leggeri scostamenti della frazione di scia rispetto alle previsioni, e le variazioni delle condizioni operative rispetto al punto progettuale richiedono un approccio più conservativo.

Il punto progettuale da utilizzare - punto *D* in Figura 9.49 - consente un'operatività senza cavitazione su un intervallo dell'angolo d'incidenza che va dal punto *B* al punto *C*. Se il valore assoluto di  $C_{P_{min}}$  è maggiore di  $\sigma$ , numero di cavitazione locale del flusso al raggio d'interesse, la lunghezza di corda va aumentata finché i due valori risultino quanto meno eguali.

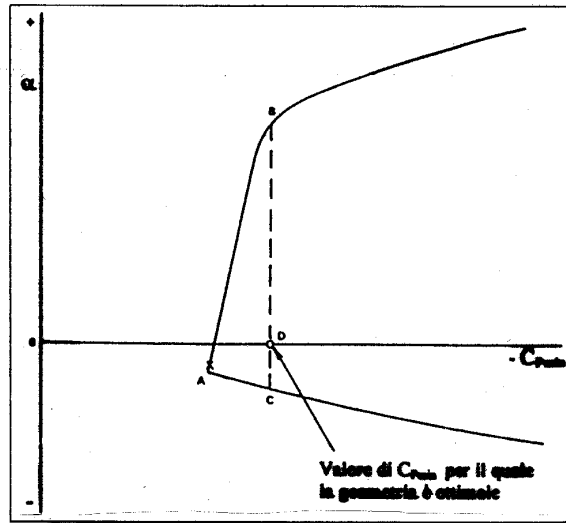


Figura 9.49. Involuppo di pressione minima di un profilo alare

La Figura 9.50 evidenzia il modo classico di Brockett di rappresentare il diagramma d'innescò della cavitazione per un profilo alare, mantenendone costante la curvatura relativa, ma variando parametricamente lo spessore relativo. Tale tipo di diagramma viene prodotto sulla base di calcoli sistematici su un profilo alare madre. Parecchie rappresentazioni disponibili in letteratura sono confortate da misure sperimentali (Shan, 1985).

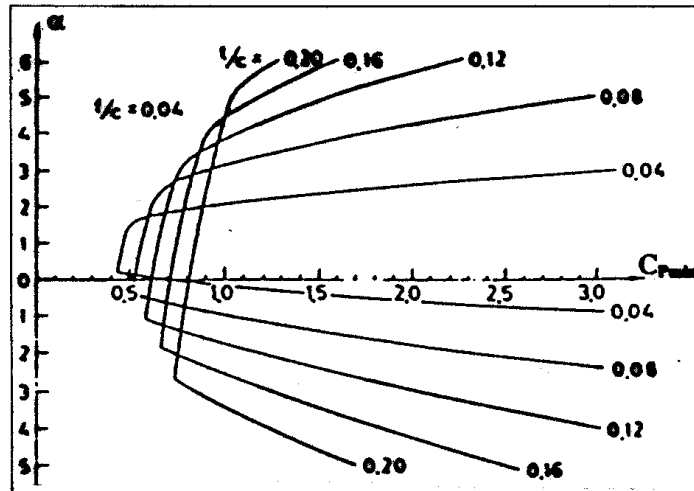


Figura 9.50. Bucket di cavitazione di Brockett

Per una assegnata lunghezza di corda, sono le distribuzioni di curvatura e di spessore che determinano fondamentalmente le caratteristiche di cavitazione e di portanza della sezione di pala. I buckets di cavitazione sono costruiti come involuppo dei punti di pressione minima al variare dell'angolo d'incidenza, cui corrispondono curve limite teoriche per la portanza, delle quali, per alcuni profili standard, sono riportate le formulazioni in Tabella 9.3.

Profilo	Curvatura	Coefficiente di portanza
Walchner		$C_L = \frac{\pi}{2} \left( \sigma - \frac{8t}{\pi c} \right)$
NACA 16	$f/c = 0$	$C_L = 0.1097 \left( 1 - 0.61 \frac{t}{c} \right) \alpha$
NACA 16	$f/c = 0.01$	$C_L = 0.1097 \left( 1 - 0.61 \frac{t}{c} \right) (\alpha + 1.07)$
NACA 65	$f/c = 0.02$	$C_L = 0.1097 \left( 1 - 0.61 \frac{t}{c} \right) (\alpha + 2.13)$
NACA 65	$f/c = 0.03$	$C_L = 0.1097 \left( 1 - 0.61 \frac{t}{c} \right) (\alpha + 3.20)$
NACA 65	$f/c = 0.04$	$C_L = 0.1097 \left( 1 - 0.61 \frac{t}{c} \right) (\alpha + 4.26)$
NACA 65	$f/c = 0.05$	$C_L = 0.1097 \left( 1 - 0.61 \frac{t}{c} \right) (\alpha + 5.33)$

Tabella 9.3. Formule del coefficiente di portanza

Dal punto di vista di una determinazione sintetica, i risultati di Brockett (1966) hanno permesso di calcolare il *numero di cavitazione limite* mediante la seguente equazione di regressione

$$\sigma_{lim} = -C_{Pmin} = 26.67 \frac{f_m^2}{c^2} + 8.09 \frac{f_m}{c} + 10 \frac{f_m \cdot t_m}{c^2} + 3.03 \frac{t_m}{c} \quad (9.48)$$

Esistono parecchie varianti del bucket di cavitazione di Brockett. Nakajima (1961) e Ito (1969) hanno proposto un altro tipo di diagramma d'innescò della cavitazione, nel quale in ascissa è riportato il rapporto di spessore, in ordinata è indicato il coefficiente di portanza, mentre il numero di cavitazione costituisce il parametro. Un esempio di questo tipo di diagramma è riportato in Figura 9.51 per una sezione di pala della 'Serie B' al raggio 0.6R.

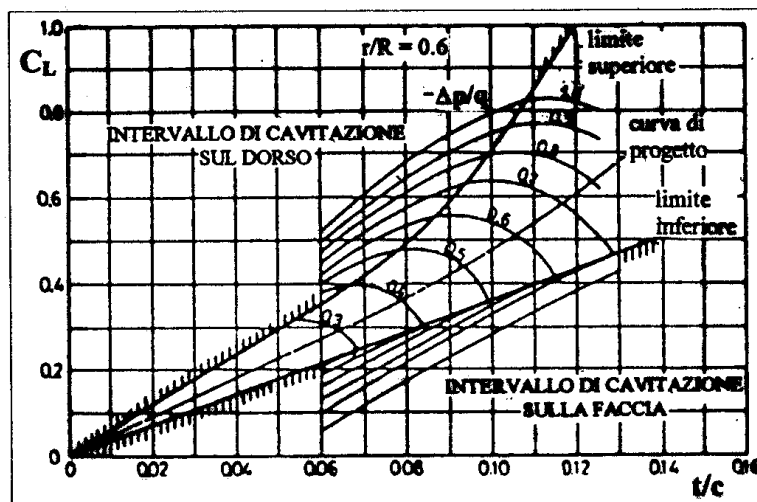


Figura 9.51. Diagramma d'innescò della cavitazione

Tale diagramma consente di derivare il numero di cavitazione progettuale relativo ad ogni sezione di pala, del cui profilo sia nota la geometria e, quindi, sia determinabile il coefficiente di portanza in base a formule del tipo di quelle riportate in Tabella 9.3.

Per facilitare le scelte progettuali iniziali, i risultati dei calcoli di Brockett sono stati tradotti in diagrammi, quale quello riportato in Figura 9.52 per il profilo alare prodotto dalla distribuzione di spessore NACA 66\* sulla linea mediana  $a = 0.8$ .

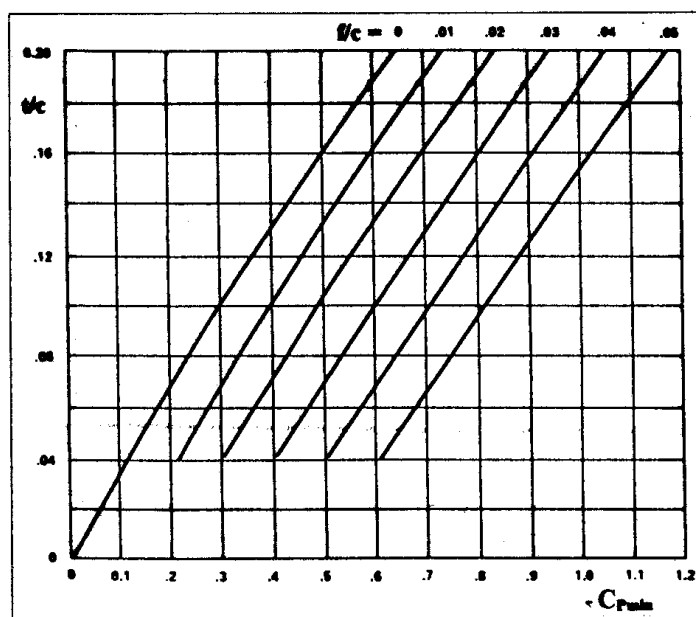


Figura 9.52. Geometria ottimale per un assegnato  $-C_{P_{min}}$

Le curve sottese consentono di determinare il coefficiente di pressione progettuale minimo in funzione dei rapporti curvatura/corda e spessore/corda, oppure di scegliere la migliore combinazione di tali rapporti per un assegnato indice di cavitazione.

La Figura 9.53 è un altro diagramma tipico d'innescò della cavitazione, che mostra l'intervallo dei coefficienti di portanza entro il quale il profilo risulta esente da cavitazione, quando sia scelta correttamente la triade  $t/c$ ,  $f/c$  e  $\sigma$ .

Infine, la Figura 9.54 mostra un bucket di cavitazione costruito sulla base di misure sperimentali ottenute da profili lenticolari. Questo lavoro, condotto da Walchner (1947), mostra chiaramente, per diversi valori dello spessore relativo, l'effetto della forma del bordo d'ingresso sulle caratteristiche d'innescò della cavitazione. Quando la sezione di pala presenta un bordo d'ingresso affilato come una lama, l'incidenza 'shock-free' avviene ad un unico angolo d'incidenza. Convien, quindi, arrotondare i bordi d'ingresso (e d'uscita) in modo tale da garantire una condizione d'incidenza quasi-ideale entro un intervallo di circa  $3^\circ$ . Inoltre, per le condizioni d'incidenza ideale, si può osservare l'ottima correlazione con la linea limite teorica (retta tratteggiata in Figura 9.54).

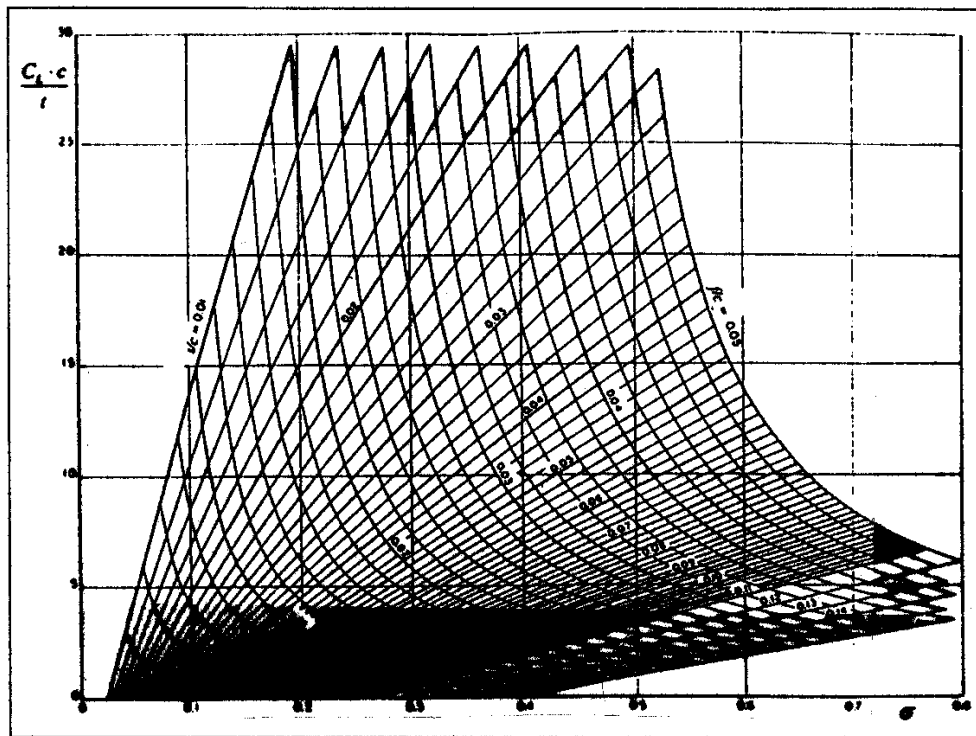


Figura 9.53. Diagramma tipico d'innescò della cavitazione

### 9.9.5 Modi di controllo e riduzione della cavitazione

Come noto, la cavitazione può presentarsi sia sulla faccia, sia sul dorso di un profilo alare o di una pala. Anche se la cavitazione sul dorso è molto più frequente, la cavitazione sulla faccia si presenta spessom anche su eliche convenzionali, alle basse andature, in presenza di distribuzioni di scia molto tormentate, su eliche a pale orientabili quando funzionano a passi inferiori a quelli di progetto, in eliche di aliscafi.

Quando la scia media assiale è elevata con distribuzione assai disomogenea, l'angolo d'incidenza di ogni sezione di pala varia notevolmente durante ogni rotazione dell'elica. Può capitare che le pale siano esenti da cavitazione in posizione orizzontale, cui corrispondono velocità relativamente elevate, mentre presentano cavitazione sul dorso quando attraversano la zona superiore del pozzo dell'elica, dove, a causa della scia viscosa, le velocità assiali delle vene fluide sono basse. Viceversa, quando gli apici di pala sono esenti da cavitazione sul dorso in posizione verticale, può accadere che si abbia cavitazione sulla faccia in altre zone del disco elica.

In un campo di scia circonferenzialmente variabile, l'estensione della cavitazione sulle pale rispetto alla loro posizione angolare è governata sostanzialmente dalla curvatura del flusso sulle pale. Tale spostamento del flusso varia la curvatura effettiva delle sezioni di pala, il che porta a differenze significative della portanza, della resistenza e delle distribuzioni di carico lungo la corda rispetto alla situazione che si avrebbe in flusso uniforme.

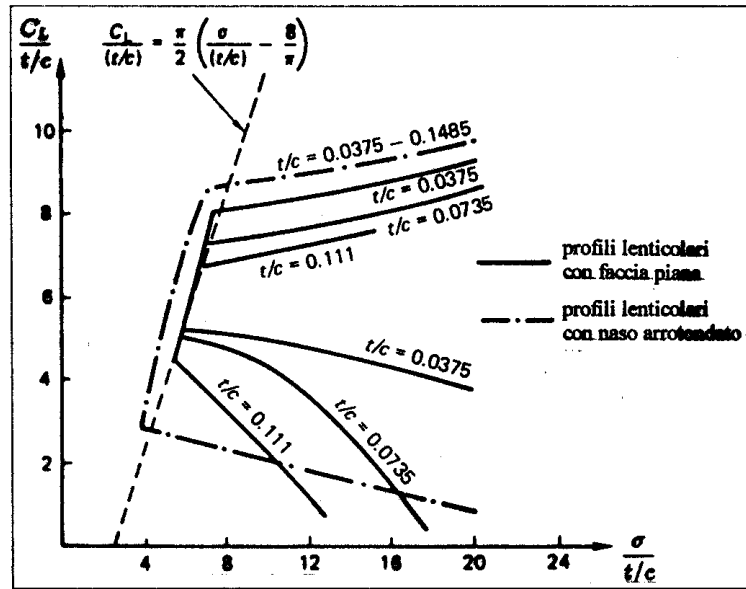


Figura 9.54. Bucket di cavitazione per profili lenticolari

Questo fenomeno è la causa principale delle diverse condizioni tra ‘elica isolata’ ed ‘elica dietro carena’. La curvatura indotta massima si presenta quando le lunghezze di corda delle sezioni di pala coincidono con le lunghezze degli archi dell’area proiettata di pala corrispondenti al periodo delle armoniche di scia di ampiezza massima. Analiticamente, questo si traduce nel seguente *criterio progettuale*

$$0.5 \left( \frac{2\pi}{m} \cdot \bar{r} \right) > c(x) \cdot \cos \left[ \tan^{-1} \frac{P(x)}{2\pi\bar{r}} \right] > 1.5 \left( \frac{2\pi}{m} \cdot \bar{r} \right) \quad (9.49)$$

dove  $m$  è l’ordine dell’armonica che presenta le ampiezze massime.

Quanto alla variazione dell’estensione della cavitazione in dipendenza della posizione angolare di pala, essa è trascurabile, tranne quando l’escursione nel giro del valore dell’indice di cavitazione, basato sulla velocità risultante e sulla pressione statica ad ogni sezione di pala, è superiore a circa il 40%.

Tutti questi elementi dovrebbero essere tenuti a mente nella scelta progettuale del numero di pale e del rapporto d’area espansa. Per controllare la cavitazione di eliche con elevato numero di giri e fortemente caricate, in sede progettuale si può intervenire come segue

- aumentare l’area espansa, riducendo, quindi, la spinta per unità di superficie;
- ridurre gli angoli di passo e gli angoli di incidenza, imponendo diametri leggermente maggiori;
- adottare un passo variabile ai diversi raggi, allo scopo di ridurre il carico nelle zone critiche;
- evitare che si instaurino forti depressioni sul dorso delle pale, adottando sezioni di pala che forniscano una distribuzione di pressione il più possibile uniforme;



- evitare picchi di pressione (depressione) locale vicino al bordo di ingresso, imponendo un'opportuna curvatura ed un'appropriata forma del bordo di ingresso;
- ridurre lo spessore delle pale, compatibilmente con i requisiti di robustezza.

Quando l'elica è caricata molto leggermente, per certi profili esiste la possibilità, soprattutto in presenza di una scia non-uniforme, che l'angolo d'incidenza divenga negativo. Se il profilo alare è progettato in modo da lavorare con piccoli angoli d'incidenza, considerando che questi variano per effetto della distribuzione di scia media circonferenziale, può accadere che nella zona di scia ridotta un piccolo angolo d'incidenza ideale possa dar luogo ad un angolo d'incidenza effettivo negativo. In questo caso, la pressione sulla faccia del profilo si riduce ad una striscia sottile in prossimità del bordo d'ingresso che viene a trovarsi in depressione, fino ad arrivare a sviluppo di cavitazione sulla faccia. Si può evitare la cavitazione sulla faccia disegnando un bordo d'attacco più arrotondato ed aumentando la curvatura della sezione di pala. Quando la cavitazione è del tutto sviluppata, si ha un aumento del numero di giri, cresce il regresso e crescono anche gli angoli d'incidenza, per cui la cavitazione sulla faccia si riduce gradualmente fino a scomparire.

### 9.9.6 Progetto di eliche cavitanti

Come è noto, la cavitazione sulle pale di un'elica produce sostanzialmente tre effetti indesiderati:

- riduzione dei valori delle caratteristiche di funzionamento dell'elica;
- erosione;
- generazione di rumore e vibrazioni.

Il progettista di eliche di navi veloci deve avere sempre presenti questi tre effetti, in quanto può risultare significativa la loro influenza sulle caratteristiche propulsive ed operative della nave. È assai importante conoscere le variazioni delle caratteristiche di funzionamento dell'elica prodotte dalla cavitazione fin dalle fasi iniziali del progetto, soprattutto per le navi veloci, in quanto mutano gli elementi costitutivi nella sintesi decisionale relativa alle migliori combinazioni possibili tra potenza dell'apparato motore principale, giri, diametro dell'elica e velocità nave. I problemi connessi con l'erosione, il rumore e le vibrazioni prodotti dalla cavitazione, nonché i problemi della robustezza dell'elica, sono risolti correggendo la geometria dell'elica. In generale, il progetto dell'elica finale per una veloce nave moderna è un risultato di compromesso tra molti requisiti conflittuali. Va sottolineato che le caratteristiche di funzionamento dell'elica in condizioni cavitative sono importanti non solamente dal punto di vista del progetto finale dell'elica, ma anche per ottenere previsioni affidabili circa le prestazioni propulsive delle navi veloci che presentano di solito più di un unico regime operativo, tra i quali sono di interesse primario i regimi corrispondenti alla velocità massima, alla velocità economica ottimale ed alla velocità corrispondente alla cresta di resistenza.

Ogni elica, indipendentemente dalle sue caratteristiche costruttive, può trovarsi ad operare in condizioni cavitative a certi regimi di navigazione. Per le navi veloci, che operino a velocità tra

i 25 ed i 40 nodi, la cavitazione dell'elica non può essere evitata. In questi casi, l'elica deve cavitare nei modi previsti progettualmente. Secondo il livello di sviluppo della cavitazione, le eliche sono classificate come *eliche transcavitanti* ed *eliche supercavitanti*. Per valori molto bassi di  $\sigma$ , che si riscontrano, ad esempio, negli scafi molto veloci con numero di giri assai elevato, la cavitazione a lamine può estendersi su tutto il dorso della pala, fino a portarlo in condizioni di completa cavitazione: a quel punto, il dorso cessa di generare spinta, che è prodotta solamente dalla faccia dell'elica.

Lo sviluppo della cavitazione sulle pale di un'elica, che operi in un campo di flusso uniforme, dipende dal numero di cavitazione  $\sigma$ , dal coefficiente d'avanzo  $J$ , dalla geometria delle sezioni di pala, dal numero di pale  $Z$  e dalle caratteristiche geometriche fondamentali dell'elica, ossia dal rapporto di area espansa  $A_E/A_0$  e dal rapporto di passo medio  $P/D$ . Le caratteristiche di funzionamento dell'elica, ossia la spinta  $T$  ed il momento torcente  $Q$ , sono influenzate da tutti i parametri suddetti. È pratica usuale e conveniente effettuare prove su modelli di serie di eliche dove i parametri geometrici fondamentali ( $P/D$ ,  $A_E/A_0$  e  $Z$ ) vengono variati sistematicamente. In tal modo vengono ottenute informazioni significative che sono applicabili direttamente al progetto ed all'analisi dell'elica. Finora sono state sviluppate un certo numero di serie di eliche subcavitanti e poche serie cavitanti.

Il progetto teorico di eliche cavitanti presenta difficoltà rilevanti, in quanto è incognita la forma della cavità. Sono note parecchie procedure per il progetto di eliche supercavitanti, che utilizzano la teoria della linea portante combinata con correzioni per effetto cascata in cavitazione. È assai complesso sviluppare una corretta procedura progettuale per le eliche transcavitanti, in quanto alcune sezioni di pala operano in condizioni supercavitanti, mentre altre sono parzialmente cavitanti. Per tutte queste ragioni, nella pratica corrente le eliche cavitanti sono progettate utilizzando inizialmente i risultati di prove di serie sistematiche di eliche in gallerie di cavitazione. È tipico introdurre come parametro aggiuntivo il numero di cavitazione dell'elica, per cui occorre disporre di diagrammi progettuali e/o di equazioni di regressione per ogni combinazione tra rapporto di area espansa, numero di pale, rapporto di passo e numero di cavitazione.

Devono essere sottolineate alcune peculiarità delle caratteristiche dell'elica in condizioni di cavitazione, tra le quali le pronunciate riduzioni della spinta e del momento torcente al crescere dell'estensione della cavitazione. Questi fenomeni possono condurre ad una situazione nella quale non esiste alcuna elica di serie sistematiche in grado di produrre la spinta richiesta nelle operazioni ad elevate velocità. Questa circostanza è stata opportunamente enfatizzata da Blount & Hubble (1981), che hanno fornito le equazioni corrispondenti per i *valori limite dei coefficienti di carico* della spinta e del momento torcente, definiti come

$$\tau_c = \frac{T}{\frac{1}{2}\rho A_P \cdot V^2} \quad (9.50)$$

$$q_c = \frac{Q}{\frac{1}{2}\rho A_P \cdot D^2 \cdot V^2} \quad (9.51)$$

Si può facilmente dimostrare che i coefficienti  $\tau_c$  e  $q_c$  possono essere introdotti direttamente nei coefficienti progettuali  $K_d$  e  $K'_d$ , usati nel sistema di Pappel per la determinazione del numero di giri ottimale dell'elica, rispettivamente mediante l'approccio del 'carenista' e quello del 'macchinista'.

Le relative relazioni da utilizzare sono

$$K_d = \frac{1}{0.393 \tau_c \cdot A_P / A_0} \quad (9.52)$$

$$K'_d = \frac{0.405 J}{q_c \cdot A_P / A_0} \quad (9.53)$$

L'introduzione dei limiti di carico è di vitale importanza per un corretto progetto di elica cavitante. Comunque, nell'applicazione di questi criteri il progettista deve procedere con prudenza a causa degli effetti scala prodotti dalla viscosità sulle caratteristiche dell'elica. Blount & Fox (1976) hanno proposto una riduzione del 20% dei valori del coefficiente di carico ottenuti da prove su modelli. La rigida limitazione di questa riduzione può essere discutibile, ma è ovviamente necessaria per ottenere le desiderate prestazioni dell'elica al vero. In questo contesto l'esperienza del progettista è cruciale.

La disuniformità del flusso e l'influenza della cavitazione sull'interazione elica-carena sono altri problemi importanti. Le prove propulsive standard condotte nelle vasche di rimorchio in similitudine di Froude non sono in grado di fornire una modellazione adeguata dei fenomeni cavitativi. Le appendici, la luce verticale sull'apice di pala, la luce tra elica e timone, l'interazione elica-elica nelle configurazioni multielica, hanno una certa influenza. Tutti questi effetti devono essere considerati nel progetto di eliche cavitanti, anche se non possono essere proposte raccomandazioni e linee guida generali.

### 9.9.7 Eliche in flusso inclinato

In molti scafi veloci, la sistemazione di sistemi propulsivi con assi inclinati è pressoché inevitabile per potere installare le eliche subcavitanti al di sotto della carena, garantendo che siano del tutto immerse ed evitando il rischio di risucchio d'aria o di ventilazione, qualunque sia l'angolo d'assetto in corsa. Le prestazioni dell'elica in flusso inclinato costituiscono un problema rilevante per gli scafi i cui regimi idrodinamici vanno dal semidislocante al planante, in quanto le condizioni che si instaurano sono la sorgente principale di cavitazione, di vibrazioni, nonché delle fluttuazioni del momento torcente e delle forze prodotte dall'elica. Infatti, nella zona poppiere delle carene veloci, che montano eliche su assi inclinati, è presente una disuniformità del flusso tangenziale, la cui velocità ad ogni raggio varia con legge armonica durante il giro dell'elica. Tale variazione sinusoidale della velocità tangenziale, causata appunto dall'inclinazione del flusso, produce sia una variazione periodica delle caratteristiche di funzionamento dell'elica sia la comparsa di forze trasversali dovute all'eccentricità del punto di applicazione

della spinta. A parità del coefficiente d'avanzo, la variazione nonlineare della spinta e del momento torcente fa sì che, a certi istanti, l'elica non-cavitante sviluppi una maggiore spinta ed assorba un momento torcente maggiore rispetto alle condizioni corrispondenti di elica isolata in flusso assiale.

A causa della variazione ciclica della velocità tangenziale, varia periodicamente anche l'angolo d'incidenza sui singoli profili delle sezioni di pala. La variazione massima dell'angolo d'incidenza geometrico per piccoli angoli d'inclinazione della linea d'assi, la quale, come noto, si presenta per posizioni angolari delle pale pari a  $90^\circ$  o  $270^\circ$ , è stata fornita da Allison (1978) come

$$\Delta\alpha = \pm \frac{\varepsilon}{\left(\frac{\pi r}{J_\varepsilon}\right)^2 + 1}$$

Tale relazione indica che la variazione dell'angolo d'incidenza cresce dall'apice alla radice di pala, il che è confortante stante la minore sensibilità alle oscillazioni di  $\alpha$  da parte dei profili più spessi e, quindi, con bordi d'ingresso più arrotondati. Tali oscillazioni dell'angolo d'incidenza vanno tenute progettualmente in conto, in quando possono causare cavitazione aggiuntiva in un'elica subcavitante vicina al limite di cavitazione. Infatti, a causa della variazione dell'angolo d'incidenza crescono le oscillazioni della spinta e del momento torcente, l'eccentricità della spinta, i momenti flettenti sulla pala e sulla linea d'assi, così come i carichi sui cuscinetti della linea d'assi. Si intensificano i fenomeni cavitativi, che contribuiscono addizionalmente all'incremento della non-stazionarietà della pressione indotta dall'elica sulla carena.

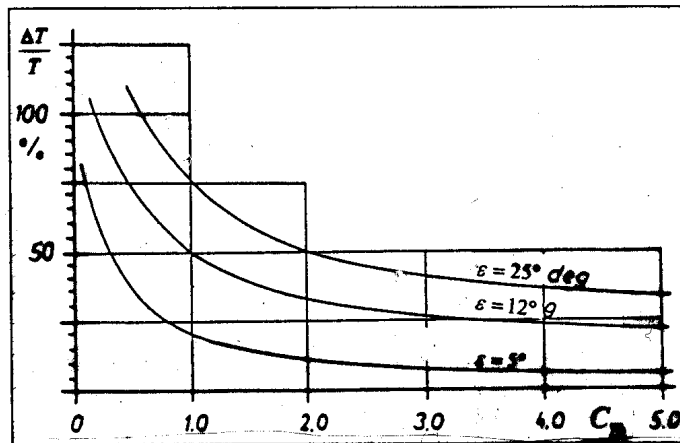


Figura 9.55. Fluttuazioni della spinta per effetto del flusso inclinato

I maggiori carichi di pressione aggravano le vibrazioni di carena e la probabilità di rotture a fatica del fasciame sovrastante l'elica. Le radici di pala sono esposte a cavitazione severa sulla faccia a causa dei grandi angoli d'incidenza negativi. Comunque, le fluttuazioni della spinta, che possono tradursi in valori della fluttuazione del carico di spinta per gli scafi veloci pari dall'80% al 100% di quello medio (Fig. 9.55), sono ridotte notevolmente al descrecere del numero di cavitazione.

Infine, va osservato che nel caso di eliche installate su scafi plananti, l'inclinazione della linea d'assi fa sì che la portanza generata dalle eliche possa variare notevolmente l'assetto dinamico.

### Metodo KSRC–BSHC

Sadovnikov et al. (1981) svilupparono un metodo basato sulla teoria della superficie portante per il progetto di eliche cavitanti in flusso obliquo, in base al quale fu successivamente costruita e sperimentata la serie sistematica di eliche transcavitanti SK (Mavlyudov et al., 1982). I risultati sperimentali ottenuti indicarono che era possibile adattare un'elica esistente al flusso inclinato.

A partire dal fatto che la teoria vorticale non–stazionaria presenta notevoli difficoltà, legate soprattutto alla non conoscenza della forma delle cavità, Sadovnikov & Kozhukharov (1981) hanno proposto un approccio quasi–stazionario, che consente una stima semplificata delle prestazioni di un'elica cavitante in flusso inclinato a partire dalle informazioni disponibili circa le condizioni della stessa elica in flusso assiale. Se si assumono per le condizioni di flusso inclinato le stesse ipotesi che stanno alla base dell'analisi dell'elica isolata in flusso assiale (trascurare la componente radiale  $V_r$  della velocità sebbene possa influenzare lo spessore dello strato limite, numero finito di pale, perdite sull'apice di pala, ecc.), le caratteristiche idrodinamiche dell'elica in flusso obliquo (coefficiente di spinta  $K_T$ , coefficiente di momento torcente  $K_Q$  e coefficiente di forza trasversale  $K_Y$ ) sono determinabili, in funzione del coefficiente d'avanzo  $J_o$  e dell'indice di cavitazione  $\sigma$ , utilizzando le corrispondenti caratteristiche in flusso assiale

$$K_T(J_o, \sigma) = \frac{aZ}{\pi} \cdot \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \int_{\bar{r}_h}^1 K_T^\circ(J_\varepsilon, \sigma) \cdot \left(\frac{J_o}{J_\varepsilon}\right)^2 \cdot f_T^*(\bar{r}) \, d\theta d\bar{r} \quad (9.54)$$

$$K_Q(J_o, \sigma) = \frac{aZ}{\pi} \cdot \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \int_{\bar{r}_h}^1 K_Q^\circ(J_\varepsilon, \sigma) \cdot \left(\frac{J_o}{J_\varepsilon}\right)^2 \cdot f_Q^*(\bar{r}) \, d\theta d\bar{r} \quad (9.55)$$

$$K_Y(J_o, \sigma) = \frac{2aZ}{\pi} \cdot \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \int_{\bar{r}_h}^1 K_Q^\circ(J_\varepsilon, \sigma) \cdot \left(\frac{J_o}{J_\varepsilon}\right)^2 \cdot \frac{\sin \theta}{\bar{r}} f_Q^*(\bar{r}) \, d\theta d\bar{r} \quad (9.56)$$

dove  $\varepsilon$  è l'angolo d'inclinazione della linea d'assi, mentre  $\theta$  è la posizione angolare di pala (la posizione verticale di pala alle ore dodici corrisponde a  $\theta = 0$ ).

Il valore del coefficiente d'avanzo locale, ad ogni sezione di pala dell'elica, è ottenibile come

$$J_\varepsilon = \frac{J_o}{1 - \frac{J_o}{\pi \bar{r}} \cdot \tan \varepsilon \cdot \sin \theta} \quad (9.57)$$

Le funzioni  $f_T^*$  ed  $f_Q^*$ , nonché il fattore  $a$ , che appaiono nelle equazioni (9.54), (9.55) e (9.56), rappresentano la distribuzione radiale del carico idrodinamico sulla pala in flusso assiale come

$$\frac{dK_T}{d\bar{r}} = a \cdot f_T^*(\bar{r}) \cdot K_T^\circ \quad (9.58)$$

$$\frac{dK_Q}{d\bar{r}} = a \cdot f_Q^*(\bar{r}) \cdot K_Q^\circ \quad (9.59)$$

La valutazione teorica della distribuzione radiale delle forze dell'elica per valori differenti del coefficiente d'avanzo e dell'indice di cavitazione è estremamente difficile e complessa. In ogni caso, se si ipotizza che in flusso assiale la distribuzione radiale del carico segua una legge ellittica, le equazioni (9.54), (9.55) e (9.56) assumono la forma

$$K_T(J_o, \sigma) = \frac{8}{\pi(1 - \bar{r}_h)^2} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \int_{\bar{r}_h}^1 K_T^\circ(J_\varepsilon, \sigma) \cdot \left(\frac{J_o}{J_\varepsilon}\right)^2 \cdot \sqrt{(1 - \bar{r})(\bar{r} - \bar{r}_h)} d\theta d\bar{r} \quad (9.60)$$

$$K_Q(J_o, \sigma) = \frac{8}{\pi(1 - \bar{r}_h)^2} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \int_{\bar{r}_h}^1 K_Q^\circ(J_\varepsilon, \sigma) \cdot \left(\frac{J_o}{J_\varepsilon}\right)^2 \cdot \sqrt{(1 - \bar{r})(\bar{r} - \bar{r}_h)} d\theta d\bar{r} \quad (9.61)$$

$$K_Y(J_o, \sigma) = \frac{16}{\pi(1 - \bar{r}_h)^2} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \int_{\bar{r}_h}^1 K_Q^\circ(J_\varepsilon, \sigma) \cdot \left(\frac{J_o}{J_\varepsilon}\right)^2 \cdot \frac{\sqrt{(1 - \bar{r})(\bar{r} - \bar{r}_h)}}{\bar{r}} \sin \theta d\theta d\bar{r} \quad (9.62)$$

Per semplificare i calcoli, si può eliminare la doppia integrazione per arrivare alle *formule approssimate*

$$K_T(J_o, \sigma) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} K_T^\circ(J_\varepsilon, \sigma) \cdot \left(\frac{J_o}{J_\varepsilon}\right)^2 d\theta \quad (9.63)$$

$$K_Q(J_o, \sigma) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} K_Q^\circ(J_\varepsilon, \sigma) \cdot \left(\frac{J_o}{J_\varepsilon}\right)^2 d\theta \quad (9.64)$$

$$K_Y(J_o, \sigma) = \frac{1}{\pi \bar{r}_o} \int_0^{2\pi} K_Q^\circ(J_\varepsilon, \sigma) \cdot \left(\frac{J_o}{J_\varepsilon}\right)^2 \sin \theta d\theta \quad (9.65)$$

dove  $\bar{r}_o$  è il raggio adimensionale del punto d'applicazione della spinta.

Qualora si utilizzino le formule approssimate, i valori del coefficiente d'avanzo sono desumibili dalla seguente equazione nonlineare

$$J_\varepsilon \tan^{-1} \frac{(1 - \bar{r}_h) \pi \cdot J_\varepsilon}{J_\varepsilon^2 + \pi^2 \bar{r}_h} = J_o \tan^{-1} \frac{(1 - \bar{r}_h) \pi J_o}{J_o^2 (1 + \tan \varepsilon \cdot \sin \theta) + (1 + \bar{r}_h) \pi J_o \cdot \tan \varepsilon \cdot \sin \theta + \pi^2 \bar{r}_h} \quad (9.66)$$

la quale rappresenta la soluzione che meglio soddisfa il rispetto della condizione di eguaglianza tra i numeri di cavitazione locali e gli angoli d'incidenza relativi al flusso inclinato ed al flusso assiale.

Per implementare il corrispondente programma di calcolo, occorre preliminarmente risolvere l'equazione nonlineare (9.66) allo scopo di ricavare il coefficiente d'avanzo in flusso inclinato. Per determinare i valori corrispondenti di  $K_T^\circ$  e  $K_Q^\circ$ , compresi nelle equazioni (9.63), (9.64) e (9.65), occorre disporre di una banca dati sperimentale dalla quale derivarli mediante interpolazione. Si possono introdurre, infine, coefficienti correttivi sulla base del confronto tra risultati teorici e risultati sperimentali.

In Figura 9.56 sono riportati alcuni risultati tipici di calcoli sistematici condotti al Bulgarian Ship Hydrodynamic Centre. Il confronto tra i risultati teorici e quelli sperimentali mostra che, negli intervalli esaminati di variazione del numero di cavitazione e dell'angolo d'inclinazione, i coefficienti di spinta e di momento torcente teorici differiscono leggermente dai corrispondenti dati sperimentali.

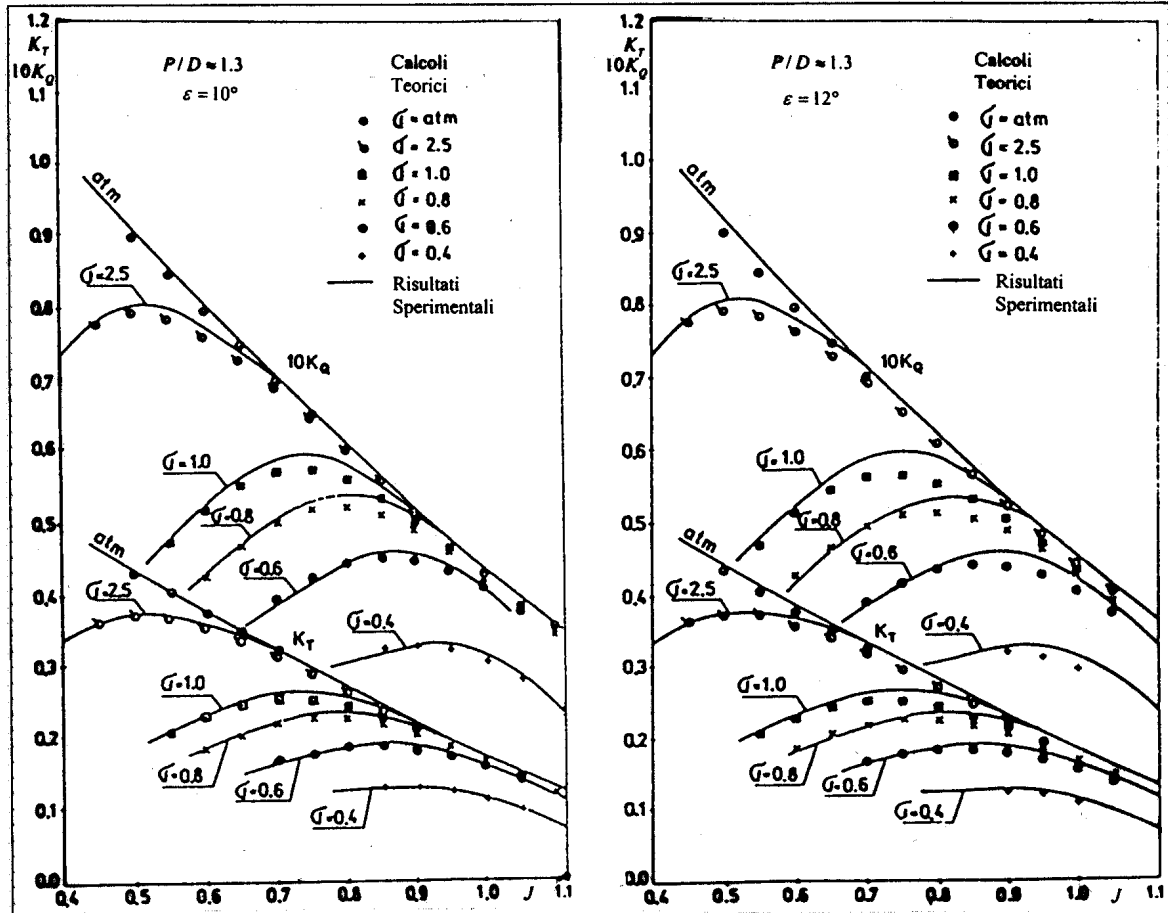


Figura 9.56. Caratteristiche di funzionamento di eliche in flusso inclinato

Va osservato che i valori di  $K_T$  ottenuti con la formula (9.60) forniscono risultati che sono inferiori dall'1% al 3% rispetto a quelli ricavabili mediante la formula semplificata (9.63). L'analisi di tutti i risultati disponibili conferma che le formule semplificate, che forniscono le caratteristiche di funzionamento in flusso inclinato, sono sufficientemente accurate dal punto di vista della pratica ingegneristica.

La *forza trasversale*, che agisce sull'elica in flusso inclinato, è particolarmente importante, in quanto influenza la spinta effettiva dell'elica ed il corrispondente rendimento. In Figura 9.57 sono diagrammati alcuni calcoli della forza trasversale, ottenuti applicando la formula (9.65), dove il raggio dell'elemento di pala equivalente è  $\bar{r} = 0.6$ . I risultati sono riportati come rapporto tra il coefficiente relativo ed il coefficiente di spinta, espresso in funzione dell'angolo

d'inclinazione della linea d'assi, mantenendo fissi il numero di cavitazione ed il rapporto di passo. È interessante osservare che le relazioni  $K_Y/K_T = f(\varepsilon)$  (con  $\sigma = \text{cost.}$ ,  $P/D = \text{cost.}$  e  $J_o = \text{cost.}$ ) sono pressoché lineari. Si può notare che, a parità degli altri parametri, una diminuzione del numero di cavitazione comporta una riduzione del rapporto  $K_Y/K_T$ .

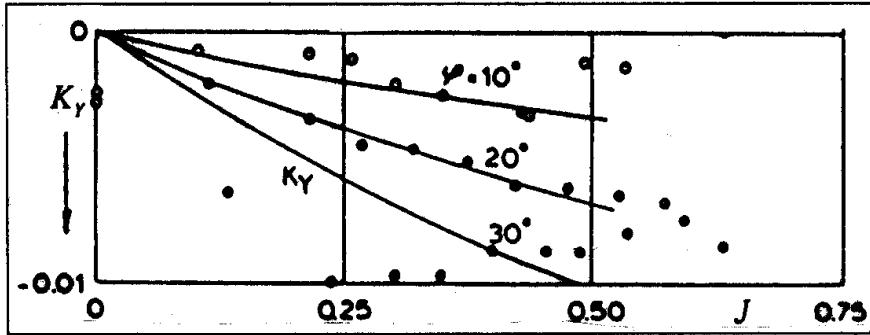


Figura 9.57. Forza trasversale normalizzata in flusso inclinato

È stato verificato che i valori ottenuti con la formula approssimata sono inferiori del 10÷15% rispetto a quelli ricavabili con la formula (9.62). Il che indica un'influenza marcata della distribuzione radiale del carico idrodinamico sul valore della forza trasversale, per cui vanno apportati fattori correttivi ai risultati teorici.

### Metodo MARIN

L'effetto dei fenomeni originati sull'elica dal flusso inclinato è valutato dal MARIN in base ad un metodo sviluppato da Gutsche (1964) per eliche convenzionali, ed esteso da Taniguchi et al. (1966) ad eliche cavitanti. Il metodo è basato su un'analisi quasi-stazionaria del flusso sulle pale dell'elica. Ad ogni posizione angolare delle pale la spinta ed il momento torcente istantanei sono funzioni del numero di cavitazione locale e del coefficiente d'avanzo locale. Se si ipotizza che la spinta ed il momento torcente istantanei possano essere desunti dai diagrammi di funzionamento dell'elica isolata in flusso assiale, la spinta ed il momento torcente totali in flusso inclinato possono essere derivati integrando i valori istantanei su tutta la circonferenza.

A partire dai valori dei coefficienti in flusso assiale  $K_T^o = f_1(J_o, \sigma_o)$ ,  $K_Q^o = f_2(J_o, \sigma_o)$ , i valori corretti  $K_{T\varepsilon} = g_1(J_o, \sigma_o)$  e  $K_{Q\varepsilon} = g_2(J_o, \sigma_o)$  per un'elica installata su un asse con angolo d'inclinazione longitudinale  $\varepsilon$  sono calcolati come segue

$$K_{T\varepsilon} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} K_T^o(J, \sigma) \cdot \left(\frac{n_\theta}{n}\right)^2 d\theta \quad (9.67)$$

$$K_{Q\varepsilon} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} K_Q^o(J, \sigma) \cdot \left(\frac{n_\theta}{n}\right)^2 d\theta \quad (9.68)$$



dove le variabili indipendenti sono determinate in funzione delle grandezze in flusso assiale  $J_o$  e  $\sigma_o$  mediante le relazioni

$$J = \frac{J_o \cos \varepsilon}{0.7\pi - J_o \sin \varepsilon \sin \theta} \quad ; \quad \frac{n\theta}{n} = 1 - \frac{J_o \cdot k_c}{0.7\pi} \sin \varepsilon \sin \theta \quad ; \quad \sigma = \frac{\sigma_o}{\cos^2 \varepsilon}$$

La costante  $k_c$  è una correzione empirica, introdotta per tenere conto degli effetti dinamici. Gutsche (1964) ricavò che questa costante valeva  $k_c = 2.0$  per le eliche convenzionali subcavitanti. Questo valore fornisce risultati ragionevoli per coefficienti d'avanzo fino a  $J = 1.3-1.4$ . Per valori di  $J$  più elevati, che corrispondono alla cinematica delle eliche transcavitanti e supercavitanti, questa correzione si rivelò inadeguata. Taniguchi et al. (1966) suggerirono un valore  $k_c = 1.0$ .

L'esperienza del MARIN (Stierman, 1985) ha dimostrato che la costante di correzione è esprimibile più correttamente in funzione del coefficiente d'avanzo come

$$k_c = 1.0 - 0.2 J$$

Questa formula si è rivelata del tutto corretta per  $J > 3.0$ , ossia per eliche supercavitanti, mentre probabilmente gli effetti del flusso inclinato risultano leggermente sottostimati per valori inferiori del coefficiente d'avanzo.

Quanto alla forza trasversale dell'elica, avendo ipotizzato che sia derivabile dalla relazione  $(Q/0.7R) \cdot \sin \theta$ , il suo coefficiente adimensionale è stato formulato come

$$K_Y = \frac{1}{2\pi \bar{r}_{0.7}} \int_0^\pi K_Q^\circ(J, \sigma) \cdot \left(\frac{n\theta}{n}\right)^2 \sin \theta \, d\theta \quad (9.69)$$

Per eliche convenzionali, Gutsche (1964) diagrammò il coefficiente della forza trasversale  $K_Y$  in funzione del coefficiente d'avanzo, per variazioni discrete dell'angolo d'inclinazione longitudinale  $\varepsilon$  (Fig. 9.57). Si può osservare che la forza trasversale è di un ordine di grandezza inferiore alla spinta e che, a parità del coefficiente d'avanzo, cresce pressoché linearmente con  $\varepsilon$ .

## 9.10 Metodi sperimentali

Oggi i requisiti sempre più stringenti circa il rumore prodotto dalle eliche e le caratteristiche delle vibrazioni a bordo delle navi rendono essenziale effettuare previsioni accurate. L'elica è considerata la sorgente critica di tali fenomeni. In particolare lo sono le fluttuazioni di pressione indotta da eliche cavitanti, che spesso generano rumore e vibrazioni inaccettabili. Al di là della fase concettuale del progetto, quando sono sufficienti approcci statistici che forniscano meri risultati di confronto tra differenti soluzioni progettuali in competizione, nella fase del progetto preliminare è richiesta molta accuratezza nella determinazione dell'eccitazione prodotta da un'elica cavitante. Va aggiunto che variazioni progettuali dell'elica e delle forme di carena, volte a ridurre gli effetti della cavitazione, comportano spesso una riduzione del

rendimento propulsivo. Questo aspetto, ossia il fatto che in molti casi l'entità delle eccitazioni vibratorie ed il rendimento propulsivo sono interconnessi, obbliga i progettisti ad impiegare i metodi più raffinati ed affidabili finora sviluppati. Questi sono da un lato i calcoli numerici e gli esperimenti su modelli volti a determinare le forze di eccitazione, e dall'altro i calcoli agli elementi finiti che servono a determinare la risposta dello scafo. In particolare, per le navi che presentano una probabile criticità rispetto alle vibrazioni, la determinazione delle forze eccitanti utilizzando prove su modelli va considerata essenziale nel processo progettuale. Infatti, i metodi numerici per la determinazione della distribuzione della cavitazione sulle pale di un'elica sono per ora limitati alla sola cavitazione a lamina, mentre ulteriori sviluppi sono ancora attesi per una modellazione più affidabile della cavitazione a bolle, a nuvola e di vortice.

### 9.10.1 Evoluzione storica

Fino agli anni '50 del XX secolo, i metodi progettuali industriali si servivano decisamente di dati e diagrammi di progetto ottenuti da serie sistematiche, quali la B-Series di Troost (1940; 1951), provata in assenza di cavitazione, o la Serie KCA del King's College, costituita di modelli da 16 pollici, provati in regime cavitativo da Burrill & Emerson (1963) nella galleria di cavitazione di Newcastle-upon-Tyne.

Negli anni '60 le velocità delle navi e le potenze installate crebbero notevolmente, il che obbligò ad utilizzare più frequentemente i laboratori di cavitazione esistenti. Negli anni '70, quando apparve del tutto evidente l'influenza del campo di scia delle navi monoelica nella generazione di eccitazioni fluttuanti sulla carena, prodotte da eliche cavitanti (Huse,1972), furono progettati laboratori innovativi. Le costruzioni del grande tunnel dello SSPA, del canale di circolazione di Berlino, delle vasche depressurizzate del KSRC e del MARIN, si resero necessarie per potere riprodurre correttamente le tre componenti del campo di scia nominale e per studiare le interazioni sia tra elica e carena, sia tra elica e superficie libera, in regimi di cavitazione. Contemporaneamente divenne possibile effettuare misure al vero dei campi di scia delle navi mediante l'uso di sistemi LDV (Weitendorf, 1978). Inoltre, in molti progetti di ricerca divenne consuetudine misurare le pressioni al vero sul fasciame di scafo, mentre presero piede le tecniche fotografiche subacquee, le riprese cinematografiche ad alta velocità e le registrazioni video della dinamica delle cavità sulle pale dell'elica. Nello stesso decennio ebbero inizio molti studi sperimentali sui modelli di nave, a partire dal lavoro pionieristico di Huse (1972) in Norvegia, seguito da lavori sistematici al MARIN, allo SSPA, all'HSVA ed al KSRC.

Risolvendo i tanti problemi incontrati nell'individuare la correlazione tra l'eccitazione delle vibrazioni e la cavitazione dell'elica, fin dagli anni '80 i progettisti ed i laboratori sperimentali compresero del tutto gli effetti negativi prodotti sulle forze di eccitazione vibratoria dalla disomogeneità della scia, dalle grandi potenze installate, dall'elevata velocità di rotazione della linea d'assi e dalle luci insufficienti. Oggi solamente un numero marginale di combinazioni anomale di elica e carena potrebbe causare sorprese quando la nave entra in esercizio.

Purtroppo, non tutti i progettisti sono sufficientemente coscienti della necessità di effettuare prove sperimentali e calcoli numerici per l'analisi dell'elica prima di passare al progetto esecutivo. Qualora si rilevino problemi operativi nonostante la sperimentazione e l'analisi numerica, una delle cause potrebbe essere attribuita all'eccessiva fiducia nei risultati di certe prove sperimentali o dei calcoli teorici. Può capitare che lo specialista sottovaluti alcuni aspetti fondamentali nel processo di modellazione del fenomeno cavitativo; ad esempio, che venga simulata la sola scia assiale, trascurando il flusso tangenziale o l'interazione tra elica e carena. La qualità dei risultati delle prove sperimentali può essere molto sensibile alle condizioni di prova, per cui va prestata molta attenzione alle procedure sperimentali impiegate. La configurazione sperimentale e la simulazione della scia influenzano i risultati in maniera sostanziale. Poiché la distribuzione di scia nominale in scala modello costituisce normalmente la base per la simulazione della scia, i suoi valori devono essere sempre forniti. Se si applicano correzioni per ottenere la stima della scia al vero, vanno rese disponibili ambedue le distribuzioni.

### 9.10.2 Legge di similitudine

Se si vogliono studiare la cavitazione ed i suoi effetti utilizzando modelli di eliche, occorre garantire la similitudine meccanica del flusso, in quanto ogni deviazione dai requisiti di similitudine accresce la rilevanza degli effetti scala. In una galleria di cavitazione la sperimentazione su modelli è generalmente effettuata in *identità di spinta*, il che richiede essenzialmente che sia rispettata l'eguaglianza del numero di cavitazione e del coefficiente d'avanzo.

Per definire la legge di similitudine nell'esame dei modelli, si può ricorrere, ancora una volta, all'analisi dimensionale. I coefficienti di spinta e di momento torcente, nonché il rendimento dell'elica, possono essere espressi funzionalmente nella forma

$$\left. \begin{array}{l} K_T \\ K_Q \\ \eta_o \end{array} \right\} = f \left[ \frac{V_A^2}{gD}, \frac{V_A}{nD}, \frac{p}{\rho V_A^2}, \frac{V_A D}{\nu} \right] \quad (9.70)$$

Le prove di cavitazione vanno condotte in modo tale che le forze normalizzate (spinta, momento) siano uguali per il modello e per il prototipo al vero, per cui dovrebbero essere soddisfatte contemporaneamente le condizioni di similitudine geometrica, cinematica e dinamica.

Per quanto riguarda la *similitudine geometrica*, il modello deve rappresentare l'elica effettiva in scala ridotta. Il modello deve essere, quindi, un 'geosim' dell'elica al vero, garantendo la massima precisione nella sua costruzione per assicurare che le tolleranze sulle dimensioni progettuali siano soddisfacenti dal punto di vista della sperimentazione sul modello. Se le tolleranze non fossero soddisfacenti, si otterrebbero dalle prove sul modello false descrizioni della cavitazione e del fenomeno del suo innesco. Il concetto del 'geosim' dovrebbe valere anche per la carena, ma, a causa delle dimensioni limitate delle gallerie di cavitazione, ciò è possibile di rado. Insorgono ulteriori problemi dovuti alla presenza della superficie libera ed all'effetto parete delle gallerie, i quali si manifestano, ad esempio, nella riflessione delle onde di pressione generate dalle cavità.

I segnali registrati dai trasduttori di pressione sul modello di carena saranno la somma delle onde di pressione generate direttamente dalle cavità e di quelle riflesse dalle pareti della galleria. Allo scopo di tenere queste ultime sotto controllo, le condizioni di riflessione della galleria vanno incluse nella procedura di calibrazione.

La *similitudine cinematica* viene soddisfatta se è applicabile la legge di Newton, ossia se è

$$J = J_0 \quad \Rightarrow \quad V_{A_m} = \frac{n_m}{n_s} \cdot \frac{V_{A_s}}{\lambda} \quad (9.71)$$

dove  $V_{A_m}$  è la velocità del fluido nella sezione di prova della galleria di cavitazione. Ciò implica che la velocità d'avanzo del modello e quella della nave abbiano la stessa direzione, il che comporta che la distribuzione di scia in scala modello sia equivalente alla distribuzione di scia prodotta dalla nave.

La *similitudine dinamica* è realizzata del tutto soltanto se sono considerati simultaneamente e correttamente gli effetti della gravità, della viscosità, della tensione superficiale, delle caratteristiche della vaporizzazione, della pressione statica, della velocità, della densità del fluido, della diffusione dei gas, ecc. Purtroppo, in una reale situazione sperimentale che voglia rappresentare un'elica al vero utilizzando un suo modello, è impossibile soddisfare simultaneamente l'eguaglianza di tutti i numeri idrodinamici. In base all'analisi dimensionale, relativa alla sperimentazione della cavitazione, i numeri idrodinamici da considerare sono:

$$\text{numero di Froude} \quad Fn = \frac{V_A}{\sqrt{gD}}$$

$$\text{numero di Reynolds} \quad Rn = \frac{V_A D}{\nu}$$

$$\text{numero di Weber} \quad Wn = \frac{\rho V_A^2 R}{\tau}$$

$$\text{coefficiente d'avanzo} \quad J = \frac{V_A}{nD}$$

$$\text{numero di cavitazione} \quad \sigma_o = \frac{p - p_v}{\frac{1}{2}\rho V_A^2}$$

Se si ipotizza che le proprietà dell'acqua di mare e dell'acqua nella galleria di cavitazione siano identiche, si può evidenziare che l'identità simultanea può essere ottenuta solamente per le seguenti combinazioni di numeri adimensionali:

1.  $Fn$ ,  $\sigma_o$  e  $J$ , quando possano essere scelte liberamente solamente la pressione e la velocità di rotazione;
2.  $Rn$ ,  $\sigma_o$ ,  $J$  e  $\psi$ , dove  $\psi$  è il numero del contenuto di gas, quando possano essere scelte liberamente solamente la pressione e la velocità di rotazione, e non si hanno problemi a raggiungere elevate velocità del flusso per ottenere il numero di Reynolds voluto;

3.  $Wn$ ,  $\sigma_o$ ,  $J$  e  $\psi$ , quando ancora una volta possano essere scelte liberamente la pressione e la velocità di rotazione.

Quando si analizza la cavitazione negli esperimenti su modelli, la similitudine dinamica richiede anche che vengano prese in considerazione: (i) la legge che impone eguale numero di cavitazione; (ii) la legge di Weber; (iii) l'influenza del contenuto d'aria nell'acqua.

Per quanto riguarda la prima condizione, occorre riprodurre gli stessi fenomeni che ingenerano cavitazione, il che comporta che sia

$$\left(\frac{p_o - p_v}{\frac{1}{2}\rho V^2}\right)_m = \left(\frac{p_o - p_v}{\frac{1}{2}\rho V^2}\right)_s \quad \Rightarrow \quad \left(\frac{\Delta p}{q}\right)_m = \left(\frac{\Delta p}{q}\right)_s \quad (9.72)$$

L'eguaglianza del numero di Weber nei volumi delle cavità impone la similitudine delle tensioni superficiali nelle bolle di cavitazione. Il numero di Weber è dato da

$$Wn = \frac{\rho V^2 R}{\tau} \quad (9.73)$$

dove  $\tau$  è la tensione superficiale,  $\rho$  è la massa specifica del fluido,  $V$  è la sua velocità,  $R$  è il raggio della bolla.

Se la capillarità cinematica è definita come  $\chi = \tau/\rho$ , per la legge di similitudine del numero di Weber deve essere

$$V_{Am} = V_{As} \sqrt{\frac{\chi_m}{\chi_s}} \cdot \sqrt{\lambda} \quad (9.74)$$

Riassumendo, le varie leggi di similitudine portano alle seguenti relazioni

$$\left\{ \begin{array}{ll} V_m = c_1 V_s \lambda^{-1} & (J_m = J_s) \\ V_m = c_2 V_s \lambda^{-1/2} & (\text{Froude}) \\ V_m = c_3 V_s \lambda & (\text{Reynolds}) \\ V_m = c_4 V_s & (\sigma_m = \sigma_s) \\ V_m = c_5 V_s \lambda^{1/2} & (\text{Weber}) \end{array} \right. \quad (9.75)$$

È evidente che tutte queste condizioni non possono venire soddisfatte contemporaneamente. In ogni caso, per potere applicare la legge di Newton, *deve essere sempre soddisfatta la condizione cinematica*. Se la velocità fosse scelta in conformità alla legge di Froude, il numero di Reynolds risulterebbe, in generale, così piccolo che parte della pala vicino al mozzo si troverebbe ad operare nella zona subcritica, mentre la parte rimanente opererebbe nella zona di transizione. Questo fatto non è grave per quanto riguarda le forze in gioco, poiché sono relativamente piccole in vicinanza del mozzo, ma è importante per quanto riguarda la cavitazione. In generale, si ignora la legge di Froude, che governa invece le prove tradizionali di elica isolata. Ignorare l'identità del numero di Froude comporta che, per una data posizione radiale di pala e per una

certa posizione angolare sul disco-elica, il numero di cavitazione locale non sia lo stesso per il modello e per la nave. In effetti, in queste condizioni l'identità del numero di cavitazione tra modello e nave è ottenuta solamente in un punto, di solito fissato sull'asse di rotazione dell'elica. Questa scelta, sebbene assicuri l'eguaglianza del numero medio di cavitazione, non modella correttamente il fenomeno cavitativo, in quanto le condizioni per l'innescò della cavitazione non sono le stesse di quelle richieste una volta che la cavitazione sia sviluppata completamente. Newton (1961) ha discusso l'influenza del numero di Froude sull'insorgere della cavitazione per vortice d'apice, che è risultata essere notevole. Ne consegue che, quando si intraprendono studi di cavitazione delle eliche navali, il numero di Froude dovrebbe essere modellato correttamente. Per potere migliorare la simulazione sperimentale del campo di pressione sul disco-elica, Newton ha suggerito di utilizzare un numero di cavitazione nominale basato sulla posizione a  $0.7R$  con la pala posta verticalmente verso l'alto.

Variando sistematicamente il fattore scala, la temperatura dell'acqua, la velocità e la pressione statica, o meglio mantenendo costanti due di questi parametri mentre faceva variare gli altri due, Lerbs dimostrò, sia sperimentalmente che numericamente, che è di importanza fondamentale rispettare la condizione che impone *uguale numero di cavitazione*, ossia  $\sigma_m = \sigma_s$ .

Poiché non è possibile soddisfare simultaneamente l'identità del numero di Reynolds e quella del numero di Froude, le velocità del flusso vanno scelte quanto più elevate possibile per minimizzare le differenze dei numeri di Reynolds tra modello ed elica al vero. Tuttavia, effettuare le prove al corretto  $Rn$  è pressoché impossibile. In ogni caso, esso dovrebbe essere scelto sempre in modo tale che tutte le sezioni di pala operino al di sopra del *valore critico* del  $Rn$  locale corrispondente. Se il numero locale di Reynolds, relativo ad una certa zona dell'elica, è troppo basso, c'è il rischio che l'elica modello lavori in flusso laminare, mentre l'elica al vero opererà in flusso turbolento. Non è possibile stabilire un criterio che indichi il numero di Reynolds minimo utilizzabile per una corretta simulazione dell'innescò della cavitazione, in quanto esso dipende pesantemente dalla distribuzione del campo di scia sul disco-elica e dalla distribuzione di pressione sulle pale, nonché dai tipi e dalle dimensioni dei profili di pala. D'altra parte, gli sviluppi concernenti l'applicazione di rugosità sui bordi d'ingresso delle pale per stimolare la turbolenza sembrano aprire nuove strade per ridurre gli effetti scala sull'innescò della cavitazione. In prima approssimazione, si può dire che durante le prove di cavitazione eliche di  $20 \div 25$  cm di diametro dovrebbero operare ad una velocità di rotazione minima intorno ai 25–30 giri al secondo, per assicurare un  $Rn \simeq 10^6$ .

In questo caso, il numero di Reynolds è definito come

$$Rn = \frac{c_{0.75R} \sqrt{V_A^2 + (\pi n D)^2}}{\nu} \quad (9.76)$$

ovvero, in alternativa, come

$$Rn = 5.3 \frac{A_E/A_0}{Z} \cdot \frac{nD}{\nu} \quad (9.77)$$

Quanto alla legge di Weber, anche quando il numero critico di Reynolds venga superato, la velocità del flusso nelle prove sperimentali non risulta abbastanza elevata da soddisfare questa legge.

### 9.10.3 Effetti scala

I problemi legati agli effetti scala nel trasferimento dei risultati della cavitazione sul modello ai valori dell'elica al vero, così come tra modelli di diverse dimensioni, sono stati trattati a più riprese nel contesto di singole problematiche (effetti viscosi, estensione delle cavità, ecc.). Qui sono discussi in generale i principali effetti scala, a partire dalla constatazione che essi hanno origine fondamentalmente dal non rispetto della classica legge di similitudine. Questa legge afferma che la cavitazione insorge e si sviluppa quando il coefficiente di pressione minima è uguale al numero di cavitazione basato sulla pressione di vapore, senza tenere in alcun conto le variazioni di scala, di velocità e di proprietà del fluido.

Le prove sono effettuate normalmente in gallerie di cavitazione. Tuttavia, gli effetti scala fanno sì che la previsione del comportamento cavitativo di un'elica al vero costituisca un problema complesso. L'esame delle misure al vero costituisce perciò una parte vitale del lavoro di ricerca e sviluppo per risolvere questo problema. A tale riguardo vanno citati i lavori rilevanti di Weitendorf et Keller (1978), Friesch (1984), Kux et Laudan (1985), Friesch et Weitendorf (1987), Blake et al. (1990). I loro studi costituiscono una buona base per definire procedure di trasferimento al vero dei dati sperimentali su modelli; servono anche per la validazione di metodi di previsione teorica. Le analisi al vero comprendono misure di scia, osservazioni della cavitazione, nonché misure delle fluttuazioni di pressione e di rumore.

La revisione teorica, da parte dell'ITTC, delle procedure di scalaggio modello-vero per la distribuzione della cavitazione ha puntualmente confermato che è molto importante scalare il campo di scia nel piano del disco-elica. Va ribadito che purtroppo non è ancora stato sviluppato un metodo affidabile di previsione teorica del campo di scia al vero. Si deve ricorrere ancora a procedure di scalaggio che trasformano la scia nominale modello in scia nominale al vero (Sasajima, 1969; Hoekstra, 1975; de Vidovich, 1997) o effettiva (Huang et Groves, 1980).

La cavitazione subita da un'elica nelle varie posizioni del disco è influenzata fondamentalmente dalle velocità di afflusso e, quindi, dalla simulazione del campo di scia, per la quale sono disponibili ed utilizzati diversi metodi. Il più semplice si avvale di un'attrezzatura di sensori a filo, detta finestra di scia, posizionata a monte dell'elica, realizzata per tentativi fino ad ottenere una simulazione accettabile del campo di scia. Un approccio più conveniente utilizza un modello fittizio della carena, che comprende il corpo prodiero ed il corpo poppiero con un corpo cilindrico centrale accorciato. Questo metodo predice le caratteristiche generali del campo di scia, mentre la 'riproduzione fine' viene realizzata con una finestra di scia semplificata montata sul corpo della carena fittizia. In numerosi laboratori può oggi essere utilizzato un modello completo di carena in galleria di cavitazione, purché abbia dimensioni adeguate. Tuttavia, riproducendo il campo di scia nominale modello, viene risolta solamente una parte

del problema del flusso che investe l'elica, poiché vanno considerati sia gli effetti scala sulla scia nave, sia gli effetti indotti dall'elica. Ne consegue che deve essere simulato correttamente il campo di velocità effettivo; ma i metodi finora sviluppati sono ancora nella fase embrionale.

Gli effetti scala sono di varia natura. Quelli dovuti alla viscosità derivano sostanzialmente dai fenomeni connessi con lo strato limite, i quali, a loro volta, dipendono dal numero di Reynolds. Gli effetti del flusso laminare sui modelli di eliche sono stati studiati a lungo, soprattutto per quanto concerne l'innescò della cavitazione (Kuiper, 1981). Allo scopo di simulare condizioni sperimentali a numeri di Reynolds più elevati e di aumentare l'indice d'innescò della cavitazione, è divenuto abituale stimolare lo strato limite mediante rugosità, assumendo che l'innescò della cavitazione avvenga alla pressione di vapore. Tuttavia, la determinazione di una relazione di scalaggio per la cavitazione incipiente rimane un problema irrisolto, in quanto è molto difficile separare gli effetti dell'innescò della cavitazione gassosa sulle rugosità da quello del coefficiente di pressione minima  $C_{P_{min}}$ .

Gli effetti della dinamica della bolla, dovuti alle influenze dei nuclei, del volume della cavità, del contenuto di gas e della tensione superficiale, possono contribuire considerevolmente agli effetti scala. In base a considerazioni di stabilità statica, si può osservare che bolle molto piccole, con raggio da 3 a 30  $\mu\text{m}$ , crescono solamente a pressioni inferiori alla pressione di vapore. Ragion per cui non tutte le bolle partecipano alla dinamica della cavitazione, se non si scende al di sotto della pressione di vapore. Sono stati studiati diffusamente gli effetti rilevanti che le variazioni del diametro e del numero di giri hanno sull'estensione della cavitazione. Ad elevati numeri di giri e/o nelle zone del campo fluido esterne al disco-elica le pressioni minime assolute sono molto inferiori, per cui si ha la crescita di un maggiore numero di nuclei.

Le pareti di una galleria di cavitazione influenzano le condizioni di flusso nella sezione di prova. Se l'elica viene considerata un disco-attuatore, ossia con un numero infinito di pale, le correzioni per effetto delle pareti della galleria di cavitazione possono essere calcolate, per un'elica non-cavitante, secondo il metodo di Wood & Harris (1920), sviluppato per modelli di eliche per aeromobili in gallerie del vento. Van Manen (1963) ha dimostrato che per un'elica con un numero finito di pale, questa influenza è trascurabile per i normali rapporti tra area del disco-elica ed area della sezione trasversale della galleria di cavitazione. Tuttavia, correzioni equivalenti e validate per eliche cavitanti devono essere ancora derivate.

La cavitazione viene registrata tradizionalmente mediante uno sketch di cavitazione (Fig. 9.58), il quale non è altro che l'interpretazione da parte dello sperimentatore del tipo di cavitazione e dell'estensione osservata a varie posizioni della pala intorno al disco-elica. In molti casi, questo metodo è stato sostituito o integrato con l'uso di fotografie fatte con lampada stroboscopica attiva o mediante registrazioni con videocamere.

Le osservazioni della cavitazione al vero richiedono la sistemazione di finestre di osservazione in varie posizioni della carena. L'illuminazione stroboscopica viene diretta sull'elica attraverso una delle finestre di osservazione, mentre dalle altre si effettuano registrazioni mediante videocamere ed osservazioni dirette. Per ottenere buoni risultati, occorre una visione notturna per minimizzare la luce ambiente ed è essenziale che l'acqua sia pulita e trasparente.



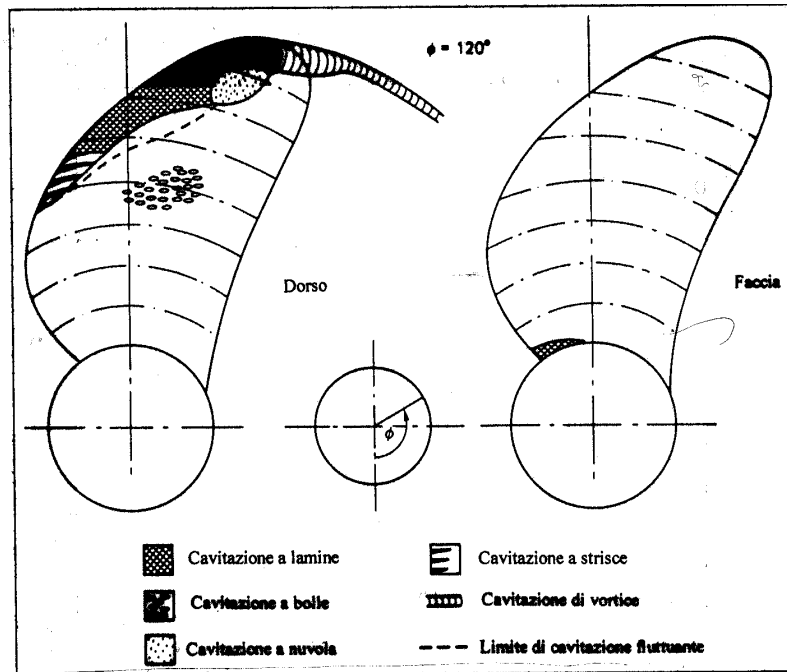


Figura 9.58. Tipico schizzo di cavitazione

Come detto in precedenza, un altro aspetto importante è costituito dal contenuto di nuclei dell'acqua. Per misurarlo esistono vari mezzi, che possono essere suddivisi in due classi principali. Il primo consiste nell'estrarre un campione dell'acqua dalla galleria di cavitazione costringendola a cavitare, ottenendo così informazioni circa la suscettibilità del liquido a cavitare. Il secondo tipo consiste nell'impiego di metodi olografici ed a luce stroboscopica, i quali forniscono informazioni sulla distribuzione dei nuclei.

Un esempio della prima classe è quello nel quale l'acqua della galleria di cavitazione viene fatta passare attraverso un venturimetro di vetro la cui pressione è stata regolata in modo tale che nella gola del venturimetro esplode un numero limitato di bolle, nell'ordine delle venti bolle al secondo. Il riscontro delle bolle che passano attraverso il venturimetro avviene mediante strumenti ottici.

Per quanto riguarda il secondo gruppo di metodi, si può distinguere tra l'uso della lampada stroboscopica ed il metodo olografico. Va rimarcato che le tecniche a luce stroboscopica sono migliorate continuamente dopo la loro introduzione a metà degli anni '20, fino a divenire assolutamente affidabili nella pratica corrente. La circuiteria della lampada stroboscopica viene eccitata dalla velocità di rotazione dell'asse del modello dell'elica, combinata con un moltiplicatore ed un regolatore di fase per tenere conto delle differenze nel numero di pale e della posizione intorno al disco-elica. Il metodo olografico discrimina tra particelle e bolle, per cui può essere considerato un metodo assoluto, estremamente utile, fra l'altro, per tarare la galleria di cavitazione. Tuttavia, l'analisi degli ologrammi è noioso, rendendolo poco utile nel lavoro di routine.

Negli studi della cavitazione, è divenuta importante la ricerca sull'uso della sonoluminescenza. Tale fenomeno è generalmente attribuito alle elevate temperature interne prodotte dalla compressione, essenzialmente adiabatica, del gas permanente e del vapore trattenuti all'interno di una bolla di cavitazione collassante.

#### 9.10.4 Apparatı sperimentali

Oggi le vasche di rimorchio e le gallerie di cavitazione sono i due apparati sperimentali utilizzati piú frequentemente per risolvere i problemi pratici nel campo della propulsione navale. Le vasche di rimorchio convenzionali consentono di effettuare svariati esperimenti che tengono conto degli effetti della superficie libera, mediante simulazioni che rispettano l'eguaglianza del numero di Froude. Comunque, le vasche di rimorchio non consentono, in linea di principio, lo studio dei fenomeni legati alla cavitazione. Al contrario, le gallerie di cavitazione assicurano la simulazione su modelli rispettando l'eguaglianza del numero di cavitazione, ma nella maggior parte dei casi non consentono di tenere conto della presenza della superficie libera, anche se questa può essere costruita in una sezione operativa della galleria di cavitazione. Tra l'altro, bisogna tenere conto che esiste un'influenza significativa da parte delle pareti della galleria sulle caratteristiche interne del flusso.

I canali di circolazione risolvono in buona parte i problemi irrisolti nelle classiche gallerie di cavitazione. Nell'ultimo decennio hanno avuto un nuovo sviluppo, soprattutto perché consentono di ridurre gli effetti scala lavorando ad elevati numeri di Reynolds.

Le vasche di rimorchio depressurizzate sono state concepite per simulare correttamente e simultaneamente sia i fenomeni cavitativi, sia gli effetti della superficie libera. La prima vasca di rimorchio depressurizzata al mondo fu costruita nel 1966 in Russia, all'ex KSRI. Fu seguita nel 1972 dalla vasca depressurizzata dell'attuale MARIN. Più recentemente ne è stata costruita una a Wuxi in Cina.

#### Gallerie di cavitazione

La scienza sperimentale dello studio della cavitazione su modelli di eliche fu introdotta da Parsons, quando tentò di risolvere i problemi cavitativi della sua nave prototipo 'Turbina'. Egli costruì la prima galleria di cavitazione, costituita da una condotta rettangolare di rame a sezione uniforme. L'asse dell'elica fu inserito orizzontalmente attraverso una ghiandola nella zona superiore della galleria, mosso inizialmente da un piccolo motore verticale a vapore, e più tardi da un motore elettrico. All'interno della galleria, Parsons sistemò alcune finestre su ogni lato e fissò uno specchio piano su un prolungamento dell'albero, che rifletteva la luce da una lampada ad arco, allo scopo di illuminare il modello dell'elica con un periodo prefissato ad ogni giro. Il diametro massimo del modello dell'elica era di soli 2 pollici e la cavitazione iniziava intorno ai 1200 giri al minuto. Nel costruire la galleria di cavitazione, Parsons riconobbe l'importanza della pressione statica e rese possibile la riduzione della pressione atmosferica mediante una

pompa ad aria, in modo da consentire l'osservazione della cavitazione a velocità di rotazione inferiori. Questo apparato precursore delle moderne gallerie di cavitazione, costruito nel 1895, è conservato, ancora funzionante, presso il Dipartimento di Tecnologia Marina all'Università di Newcastle-upon-Tyne. È citato frequentemente tra le attrezzature di quella università, fornendo in tal modo un interessante elemento di conoscenza circa gli sviluppi che hanno avuto luogo durante oltre un secolo. Nel 1910 Parsons costruì un laboratorio più grande a Wallsend, nel quale fu in grado di provare modelli di eliche fino a 12 pollici di diametro. La galleria di cavitazione, costituita da una condotta chiusa, aveva una sezione utile di  $0.70 \text{ m} \times 0.76 \text{ m}$ . La velocità del flusso nella sezione di prova era controllata da una pompa di circolazione a velocità variabile. Il modello dell'elica era sistemato su un dinamometro in grado di misurare la spinta, il momento torcente e la velocità di rotazione. Contrariamente alla prima, questa galleria di cavitazione non si è conservata fino ai nostri giorni.

Negli anni successivi, tra le due guerre mondiali furono costruiti numerosi laboratori di cavitazione sia in Europa che negli Stati Uniti. Una galleria di cavitazione con una sezione utile di dimensioni simili a quella di Wallsend fu costruita nel 1929 al David Taylor Model Basin. Seguirono i laboratori di Hamburg, Roma, Leningrad, Wageningen, MIT, Haslar, ecc.

Le prime gallerie di cavitazione furono concepite per le sole prove di eliche isolate. Quelle più moderne hanno sezioni operative maggiori che consentono prove di eliche installate su modelli fittizi di carena o addirittura su modelli esatti di carena in scala. Tipica tra le gallerie di cavitazione tradizionali è quella del MARIN, mostrata in Figura 9.59.

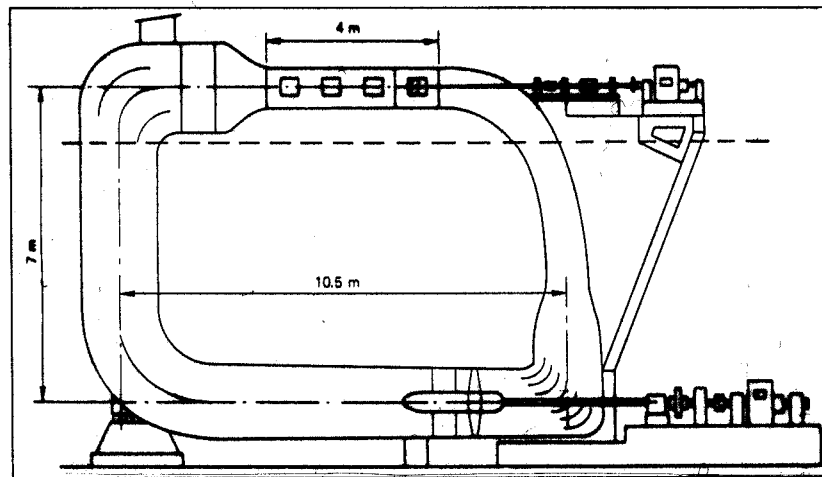


Figura 9.59. Tipica galleria di cavitazione moderna

La galleria è di solito montata verticalmente ed è costituita da una condotta chiusa di ricircolazione che consente velocità e pressione variabili. Diminuendo la pressione al di sopra della superficie libera, si può ottenere la voluta condizione di cavitazione per l'elica modello. In queste gallerie di cavitazione sono tipiche velocità di  $10\text{--}11 \text{ m/s}$  e pressioni di  $10\text{--}180 \text{ kPa}$ , che permettono di raggiungere numeri di cavitazione variabili tra  $0.2$  e  $6.0$ .

Sebbene i risultati di misure di pressione e di cavitazione sui profili alari forniscano materiale

sufficiente per valutare le loro caratteristiche di cavitazione, essi non possono venire utilizzati per prevedere, nel progetto di un'elica, né la perdita di spinta dovuta alla cavitazione, né il comportamento dell'elica stessa quando cavita.

Alcuni moderni laboratori di cavitazione hanno sezioni di prova variabili, consentendo di installare quella di dimensioni appropriate nel corpo della galleria in modo e rispettando così i requisiti particolari delle specifiche. Un tale laboratorio esiste allo SSPA, dove la lunghezza della sezione di prova può essere variata da 2.5 m a 9.6 m, permettendo di inserire interi modelli di carena all'interno della galleria. In tali gallerie di cavitazione la massima velocità ottenibile nella sezione utile dipende dalla sezione di prova utilizzata per le misurazioni.

Per adeguarsi alle richieste sempre più pressanti della ricerca nel campo dell'idrodinamica navale, è stata costruita una serie di grandi gallerie di cavitazione negli Stati Uniti, in Germania ed in Francia. La Figura 9.60 mostra il Grand Tunnel Hydrodynamique situato a Le Val de Reuil, noto come Bassin d'Essais des Carenes de Paris.

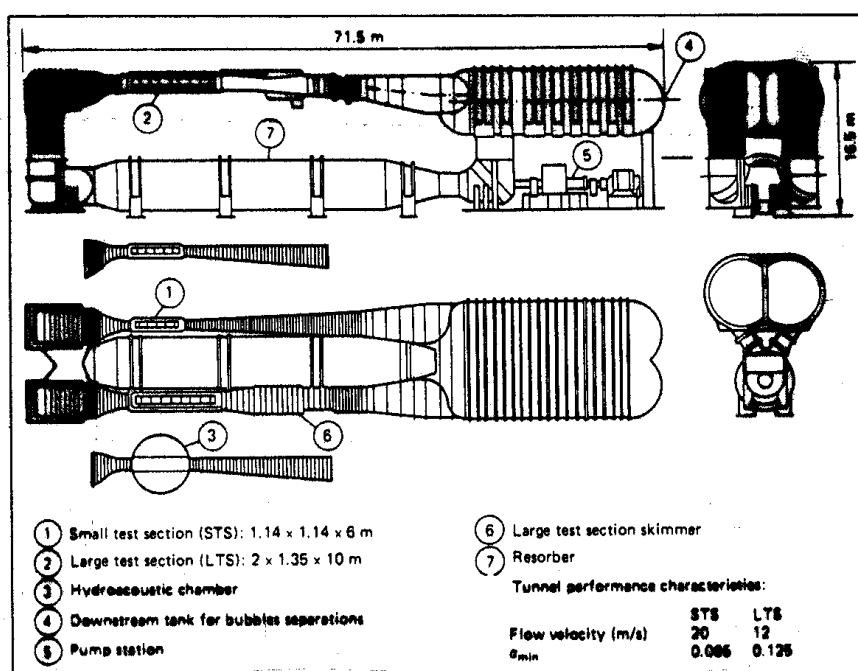


Figura 9.60. Grand Tunnel Hydrodynamique

Questa grande galleria di cavitazione ha due sezioni di prova parallele; la maggiore delle due ha una sezione trasversale di 2.0 m  $\times$  1.35 m ed è lunga 10 m, mentre la minore ha una sezione quadrata di 1.14 m di lato ed è lunga 6 m. Consente velocità massime del flusso rispettivamente pari a 12 m/s ed a 20 m/s. La maggiore può essere utilizzata sia come sezione di prova a superficie libera, sia come sezione completamente sommersa.

In Figura 9.60 la grande vasca a valle (4) è utilizzata per rimuovere l'aria prodotta oppure iniettata nella sezione di prova. Questa vasca ha un volume totale di 1600 m<sup>3</sup> e può rimuovere l'aria dalle dispersioni con frazioni di vuoto fino al 10%. Nessuna bolla maggiore di 100  $\mu$ m

può passare attraverso la vasca alla massima velocità del flusso. In questo laboratorio, le concentrazioni dei nuclei di cavitazione sono controllate automaticamente da generatori di nuclei e da sistemi di misurazione. In aggiunta alla grande vasca a valle, un assorbitore, di 5 m di diametro, assicura che nessun nucleo rientri nella sezione di prova dopo un giro. Inoltre, per ridurre il rumore del flusso, la velocità dell'acqua è mantenuta al di sotto di 2.5 m/s nella sezione di prova.

### Canali di circolazione

Considerazioni sulla dinamica delle bolle e confronti tra modelli ed eliche al vero hanno indicato che le eliche modello operanti ad elevate velocità di rotazione in un canale di circolazione forniscono risultati migliori di quelli ottenuti in gallerie di cavitazione a superficie libera. Il vantaggio deriva dal fatto che, pur eliminando la superficie libera, gli effetti scala possono essere minimizzati sperimentando su modelli di eliche al numero di Reynolds più elevato possibile.

I grandi canali di circolazione consentono di simulare realisticamente il campo di scia ed il conseguente comportamento cavitativo delle eliche. Presentano il vantaggio economico di potere utilizzare gli stessi modelli sui quali vengono effettuate le prove di resistenza ed autopropulsione.

Un grande canale di circolazione, denominato HYKAT, è stato costruito in Germania, al laboratorio HSVA di Hamburg. Le dimensioni della sezione idraulica sono 2.8 m × 1.6 m × 11.0 m, con una velocità massima del flusso pari a 12.6 m/s. Le prove di cavitazione sulle eliche sono condotte di solito a velocità di rotazione dai 20 ai 30 giri al secondo, che sono fino a tre volte più elevate di quelle relative al rispetto della legge di similitudine di Froude. Questo fatto comporta una riduzione dello spessore dello strato limite della carena modello avvicinando la scia modello a quella al vero.

Allo scopo di simulare ancora meglio la scia, si usa combinare le zone poppiere originali dei modelli con false prore accorciate. Se si vuole che il rapporto tra spessore dello strato limite e lunghezza nave sia identico per il modello e per la nave al vero, l'identità  $(\delta/L)_m = (\delta/L)_s$ , dove  $\delta$  è lo spessore dello strato limite, si traduce nella relazione

$$L_m = L_s \cdot \left( \frac{V_c}{V_s} \right)^{0.111}$$

dove  $V_c$  è la velocità dell'acqua nel canale di circolazione.

Oltre a consentire l'inserimento di modelli di carena completi, di dimensioni pari a quelle dei modelli utilizzati nelle vasche rettilinee di rimorchio, uno dei maggiori benefici di questa grande galleria consiste nel suo funzionamento oltremodo silenzioso, il che consente una maggiore facilità di misurazione del rumore ed un ampio spettro di possibilità di ricerca nel campo della cavitazione e dell'idroacustica. La Figura 9.61 mostra i livelli misurati del rumore di fondo prodotto dall'HYKAT rispetto a quello rilevabile nelle gallerie di cavitazione convenzionali, per differenti contenuti di gas in acqua.

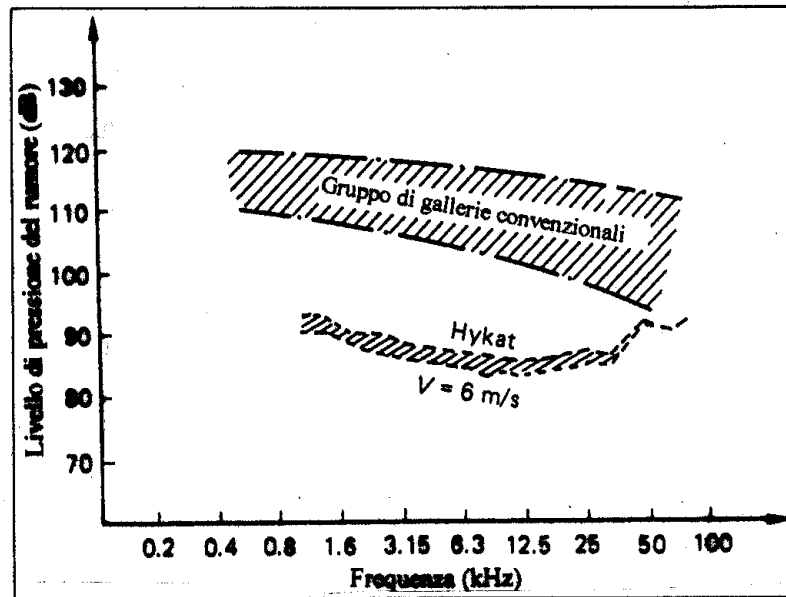


Figura 9.61. Confronto tra livelli di rumore di fondo

Il laboratorio costruito all'inizio degli anni '90 negli Stati Uniti, noto come il Morgan Large Cavitation Channel (LCC), situato a Memphis e gestito dal David Taylor Research Center, è oggi il canale di circolazione a pressione controllata più grande nel mondo (Fig. 9.62). Ha una sezione idraulica di circa  $10 \text{ m}^2$  e consente di sperimentare su modelli di nave lunghi fino a 13 m con velocità dell'acqua fino a 35 nodi.

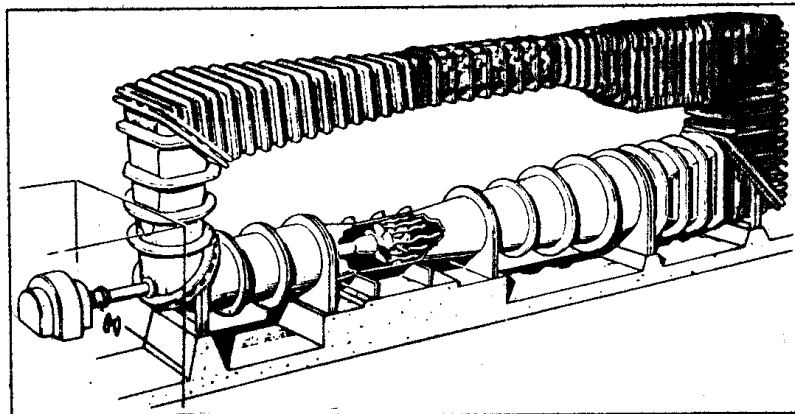


Figura 9.62. Vista longitudinale del Large Cavitation Channel

L'elevata velocità combinata con una pressione variabile consente misurazioni simultanee della cavitazione e del rumore dell'elica. Il LLC consente di misurare la potenza propulsiva, il rendimento idrodinamico e l'acustica di grandi modelli di nave, di sottomarini e di siluri. Utilizza tecniche avanzate di riduzione del rumore idroacustico.

Weitendorf e Friesch (1987, 1989) condussero su otto navi portacontainers una vasta campagna di misurazioni al vero ed in scala modello in canale di circolazione, nonché una serie di calcoli teorici a partire sia dalla scia modello che della scia al vero, relativamente alle fluttuazioni di pressione indotta alla frequenza di pala. Il confronto tra i risultati è riportato in Figura 9.63.

È del tutto evidente la notevole discrepanza tra i risultati sperimentali (modello vs. vero), nonché tra questi ultimi ed i risultati teorici. Tali differenze vanno imputate non solo alla cavitazione delle eliche, ma anche al campo di flusso incidente, che è ovviamente ben differente per i modelli e per la navi al vero, in quanto queste presentano uno strato limite relativamente più sottile.

I risultati riportati mostrano in maniera definitiva che gli effetti scala sulle distribuzioni di scia effettiva sono responsabili delle maggiori discrepanze tra valori al vero e valori modello. Va sottolineato che, a partire dal lavoro di Hadler (1984), è un fatto acquisito che per misurare sperimentalmente le fluttuazioni di pressione indotte da un'elica cavitante occorre riprodurre la distribuzione di scia effettiva al vero. Va osservato, infine, che la similitudine in potenza, la quale impone solamente la similitudine della scia media, non è sufficiente quando si tratta di studiare sperimentalmente gli effetti della cavitazione, in quanto le pressioni indotte sulla carena sono correlate non linearmente a tutte le armoniche di scia.

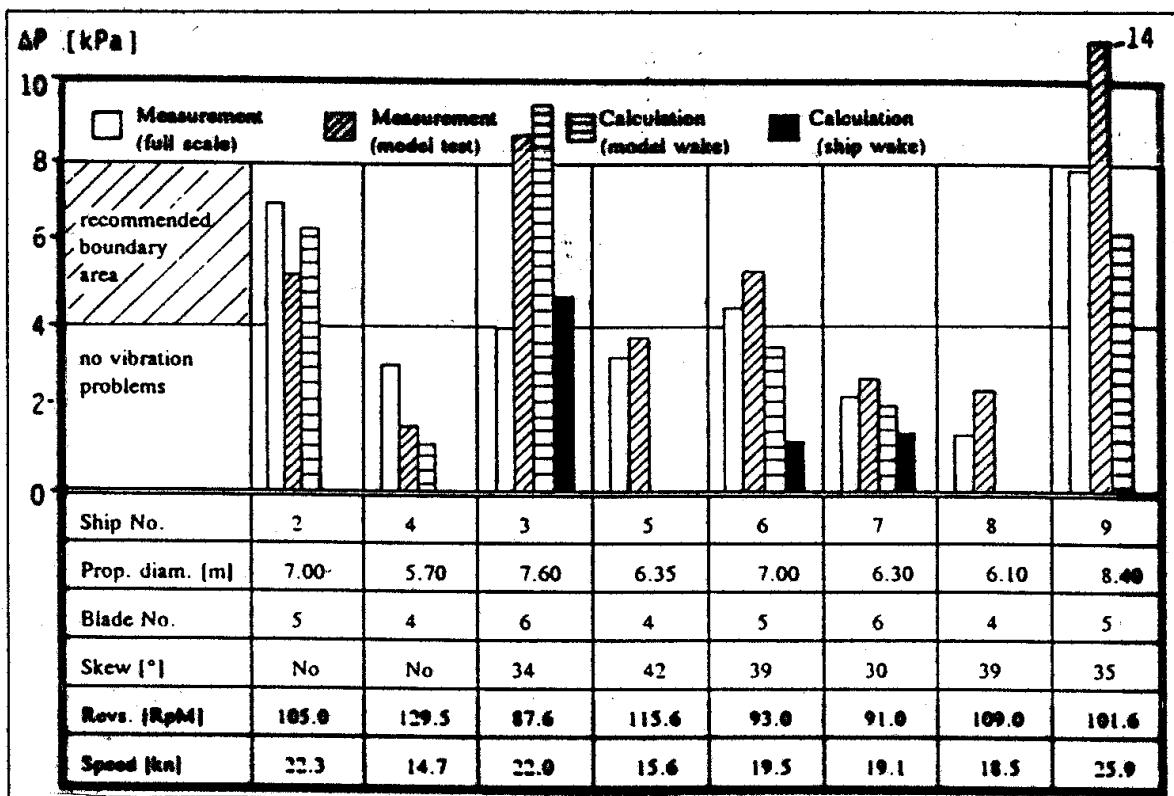


Figura 9.63. Fluttuazioni di pressione alla frequenza di pala

### Vasche di rimorchio depressurizzate

Le gallerie di cavitazione presentano un certo numero di limitazioni dovute al fatto che esiste una influenza significativa delle loro pareti sul flusso che, tra l'altro, è invertito: infatti, il modello è fermo nella sezione di prova ed investito dall'acqua mossa da una pompa. Quando si provano le eliche con i modelli di carena, di norma la superficie libera non è prodotta; si sistema perciò un lamierino piano intorno al modello di carena che simula grossolanamente la superficie libera senza la presenza di onde. Quanto alle prove su eliche ventilate in gallerie di cavitazione, i loro risultati non possono essere considerati come assolutamente affidabili, in quanto si è in presenza di un flusso non uniforme davanti all'elica causato dalla presenza della scia della parete: più vicina è la superficie libera simulata, più viene rallentato il flusso incidente.

Le *vasche di rimorchio depressurizzate* (DTT) sono esenti dalle suddette limitazioni delle gallerie di cavitazione. Sono vasche rettilinee convenzionali racchiuse in un involucro in pressione, dal quale si può estrarre aria per ridurre la pressione interna. Le DTT sono utilizzate per una simulazione corretta e simultanea sia dei fenomeni cavitativi, sia degli effetti di superficie libera. La capacità di depressurizzazione complica ovviamente sia la costruzione iniziale che la sua gestione, in quanto occorre una serie di serrande dell'aria che permettono al personale di stare sul carro per effettuare e controllare le misurazioni.

Una vasca depressurizzata consente di misurare il fenomeno della cavitazione su un'elica mantenendo simultaneamente l'identità del numero di Froude, del numero di cavitazione e del coefficiente d'avanzo. Inoltre, come accade nelle grandi gallerie di cavitazione a sezione di prova variabile, il flusso intorno al modello completo di carena facilita considerevolmente la modellazione del flusso all'elica, sebbene siano ancora presenti gli effetti scala sulla scia. In una vasca depressurizzata gli effetti di superficie libera sono modellabili rapidamente, e le pareti ed il fondo sono relativamente lontani dal modello.

Al mondo esistono due di questi laboratori, uno di proprietà del MARIN ed uno a Wuxi. La vasca depressurizzata del MARIN ha dimensioni pari a  $240\text{ m} \times 18\text{ m} \times 8\text{ m}$  ed è stata progettata per essere depressurizzata fino ad una pressione di 0.04 atmosfere in circa otto ore. È situata ad Ede, presso Wageningen. Possono essere simulate onde unidirezionali.

La DTT del KSRC, mostrata in Figura 9.64, è stata smantellata nel 2010, in quanto il Krylov può trasferire sulle navi mercantili tecniche sviluppate in ambito militare, che permettono di non ricorrere alla vasca depressurizzata per misurare i livelli di pressione indotta (vibrazioni) da eliche cavitanti. Aveva una lunghezza totale di 60 m e la sezione di misurazione quadrata con lato di 6 m. La profondità dell'acqua durante la prove variava da 3.5 a 3.7 m. Potevano essere simulate onde unidirezionali.

Lo schema principale dell'apparato sperimentale è presentato in Figura 9.65. Le sue dimensioni e le attrezzature in dotazione consentivano di effettuare affidabilmente prove di cavitazione utili al progetto di navi, specialmente di quelle veloci, ed alla verifica puntuale delle pressioni indotte (vibrazioni) da eliche cavitanti.





Figura 9.64. La-vasca depressurizzata del KSRC, oggi smantellata

Le caratteristiche tecniche fondamentali erano le seguenti:

- velocità massima di 6 m/s del carro di rimorchio;
- pressione minima all'interno della vasca pari al 3% della pressione atmosferica;
- numero di cavitazione molto basso nelle prove su modelli di eliche immerse;
- numero di cavitazione molto basso nelle prove su ali ed eliche ventilate;
- lunghezza massima di 7 m per i modelli di carena;
- larghezza massima di 0.8 m per i modelli di carena.

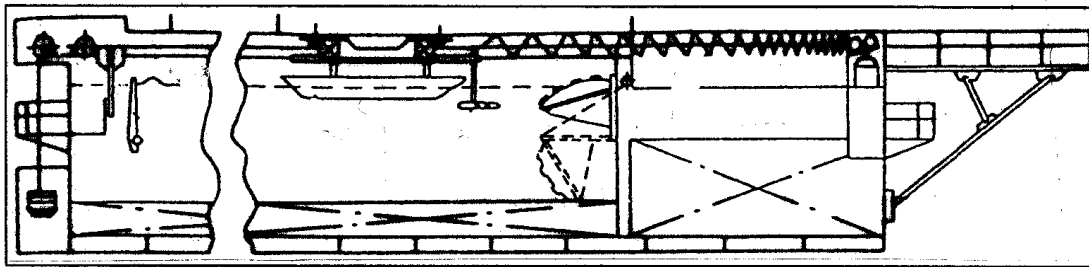


Figura 9.65. Schema del DTT del KSRC

### 9.10.5 Inseminazione dei nuclei

Come noto, lo sviluppo della cavitazione dipende principalmente dal contenuto d'aria non disciolta, presente nell'acqua come microbolle che costituiscono i nuclei di cavitazione. Il numero di tali nuclei per un volume d'acqua prefissato viene ricavato mediante misurazioni idroacustiche del rumore prodotto da bolle collassanti, dopo avere ridotto la pressione fino ad un valore molto vicino alla pressione di vapore saturo.

In una galleria di cavitazione, i meccanismi di formazione dei nuclei sono, in certo qual modo, differenti dalle situazioni al vero, in quanto sono governati dalle specifiche condizioni sperimentali (evoluzione della pressione, turbolenza, quantità di gas disciolti, ecc.). Le caratteristiche dei laboratori sperimentali esistenti si differenziano notevolmente quanto al contenuto di nuclei ed alle velocità operative, nonché per effetto della geometria della galleria di cavitazione o della vasca di rimorchio depressurizzata (Kuiper, 1983). Per quanto riguarda l'*innesco della cavitazione*, ne derivano differenze che possono essere specifiche per ogni singolo laboratorio.

Per molto tempo si ritenne che, allo scopo di ottenere, intorno al modello ed al prototipo al vero, lo stesso numero di eventi di cavitazione a bolle per unità di tempo, come richiesto dalle leggi di similitudine, la densità dei nuclei nell'acqua del laboratorio dovesse essere  $\lambda^3$  volte maggiore di quella al vero, purché in ambedue i casi la cavitazione fosse esaminata alla stessa velocità, essendo  $\lambda$  il rapporto di scala.

Successivamente, Pan et Zhang (1985) dimostrarono che, in termini di spettri dimensionali delle microbolle, le condizioni di similitudine per l'*inseminazione dei nuclei* sono meglio rispettate dalla legge

$$n_m(R_o) = \lambda^{-2\nu(\alpha+1)} \cdot n_s(R_o) \quad (9.78)$$

dove  $n$  indica il numero di nuclei di raggio  $R_o$  per unità di volume, mentre si ipotizza che la distribuzione dei nuclei in mare sia fornita da una legge empirica del tipo

$$n_s = \alpha \cdot \log R_o + \beta$$

dove  $\alpha$  e  $\beta$  sono costanti sperimentali. Nel contempo, le velocità caratteristiche dei flussi sono legate dalla relazione

$$\frac{V_m}{V_s} = \left(\frac{1}{\lambda}\right)^\nu$$

con  $\nu = 0.5$  quando sia rispettata la legge di similitudine per il numero di Froude.

I risultati sperimentali hanno dimostrato che, agli usuali rapporti di scala, la distribuzione spettrale dei nuclei necessaria per l'innesco della cavitazione sui modelli di eliche è molto diversa dalla corrispondente distribuzione spettrale al vero.

Sebbene non ci sia ancora modo di determinare gli spettri ideali negli apparati sperimentali di cavitazione, si possono evidenziare due elementi base

- la concentrazione dei nuclei nelle prove sperimentali deve essere sempre maggiore che nell'acqua di mare;
- le differenze nelle concentrazioni dei nuclei tra modello e prototipo al vero possono essere ridotte sperimentando a velocità elevate in scala modello; comunque, per velocità di prova assai inferiori alle velocità al vero, ossia quando si rispetta la similitudine del numero di Froude, la pressione critica dei nuclei intorno al modello deve essere più elevata di quella dei nuclei intorno all'elica al vero e molto vicina alla pressione di vapore.

È stato verificato sperimentalmente che il *raggio critico*  $R_c$  della bolla, la quale alla pressione ambiente  $p_{min}$  crescerà in maniera esplosiva, è derivabile come (Shen et al., 1989)

$$R_c = \frac{2\tau(3\gamma - 1)}{3\gamma} \cdot \frac{1}{p_v - p_{min}} = \frac{2\tau(3\gamma - 1)}{3\gamma} \cdot \frac{1}{\frac{1}{2}\rho V_\infty^2 [-C_{P_{min}} - \sigma_v]} \quad (9.79)$$

dove la costante della politropica  $\gamma$  varia tra 1.0 (isoterma) e 1.4 (adiabatica),  $\tau$  denota la tensione superficiale gas-liquido,  $C_{P_{min}}$  è il coefficiente di pressione minima sul corpo al di sopra del quale le microbolle cavitano, e  $\sigma_v$  indica il numero di cavitazione del vapore. La condizione necessaria per la crescita delle bolle è che le microbolle contenute nell'acqua abbiano raggio maggiore di  $R_c$ . In ogni caso, la condizione per la rivelazione della cavitazione dipende non solo dalla distribuzione di  $C_P$ , ma anche dalla sensitività e dalla taratura dei sensori utilizzati. Si può utilizzare l'equazione di Rayleigh-Plesset per risolvere la dinamica della crescita e del collasso della bolla, introducendovi la variazione del picco di depressione.

Pan (1989) sintetizzò lo stato dell'arte nella ricerca sull'inseminazione dei nuclei, osservando che la funzione di distribuzione di densità dei nuclei dipende dal raggio della bolla, elevato alla quarta potenza negativa per l'acqua sovrasaturata localmente ed alla sesta potenza negativa per l'acqua sottosaturata localmente. La maggior parte dei dati sperimentali indica che il numero totale  $N$  di nuclei, che possono partecipare alla cavitazione della bolla, è l'integrale della funzione di densità  $n(R)$ , calcolato dalla dimensione critica della bolla  $R_c$  all'infinito, ossia

$$N = \int_{R_c}^{\infty} n(R) dR = \frac{A}{m-1} \cdot \left[ \frac{3\gamma}{2\tau(3\gamma-1)} \right]^{m-1} \cdot \left[ \frac{1}{2} \rho V_\infty^2 (-C_{P_{min}} - \sigma_v) \right]^{m-1} \quad (9.80)$$

dove va da sé che solamente le bolle di raggio superiore a  $R_c$  partecipano alla cavitazione a bolle. Il modo più efficace per incrementare il numero di nuclei che partecipano alla cavitazione a bolle è di aumentare la velocità di prova in quanto è  $N \approx \rho V_\infty^{(2m-1)}$ , dove la potenza  $m$  varia tra 4 e 6.

Tendenze simili sono prevedibili per altri tipi di cavitazione. Comunque, non sono ancora state determinate le relazioni relative all'inseminazione dei nuclei nel caso di cavitazione non-stazionaria e di cavitazione per vortice.

Nel caso di una vasca di rimorchio depressurizzata, l'analisi dei dati relativi al contenuto dei nuclei ha dimostrato che alla pressione atmosferica l'acqua ha caratteristiche simili all'acqua distillata, come si può osservare dalle curve 1 e 2 in Figura 9.66, dove il contenuto di nuclei  $N$  per unità di volume è diagrammato rispetto al raggio  $R$  dei nuclei. La curva 1 corrisponde alla pressione atmosferica prodotta in condizioni di vuoto appena accennato. La curva 2 descrive la situazione nella quale l'acqua si trova alla pressione atmosferica prima delle misurazioni. Il contenuto dei nuclei cresce significativamente quando la pressione sulla superficie libera decresce per effetto della crescita delle microbolle dovuto alla liberazione dell'aria in esse contenuta. A basse pressioni il contenuto dei nuclei (curva 4) è vicino a quello della maggior parte delle gallerie di cavitazione (curva 5). È stato ricavato che in 5÷8 ore  $N$  si dimezza, rimanendo accettabile per una corretta simulazione dei fenomeni cavitativi. Il che indica che non occorre introdurre ulteriori nuclei nell'acqua, in quanto l'effettuazione di una serie sperimentale non dura più di otto ore.

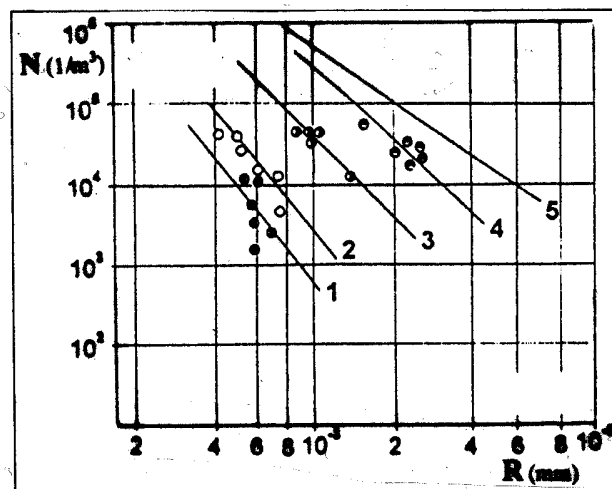


Figura 9.66. Contenuto d'aria dispersa nel DTT del KSRI

Se l'acqua è mantenuta a bassa pressione per un tempo superiore, può risultare eccessivamente dura. Ad esempio, in due giorni il contenuto dei nuclei risulta ridotto di dieci volte, come mostrato dalla curva 3 in Figura 9.66, il che può comportare una sovrastima delle qualità cavitative dei modelli in regime di cavitazione.

Alcuni risultati di prove su un profilo alare, condotte per differenti periodi di durata della depressione, sono riportati in Figura 9.67, in termini di coefficiente di portanza rispetto al numero di cavitazione. Il tempo di esposizione in depressione influenza il numero di cavitazione al quale le caratteristiche idrodinamiche del profilo alare iniziano a decadere. Si verifica una riduzione significativa di  $C_L$ , dovuta alla variazione della durezza dell'acqua, quando il tempo di esposizione a bassa pressione è di almeno due giorni. Per un periodo inferiore alle ventiquattro ore, le caratteristiche idrodinamiche del profilo alare sembrano essere immutate.

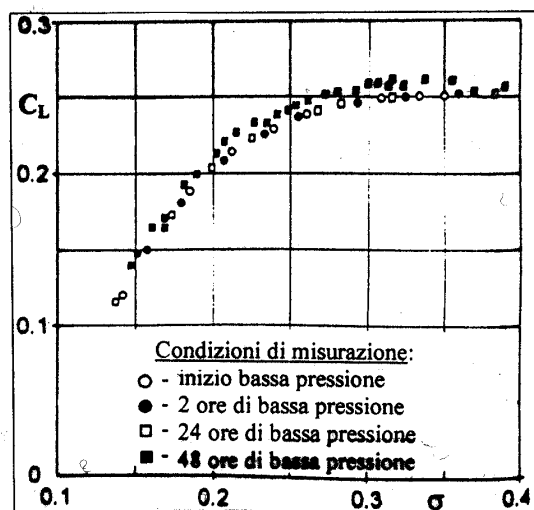


Figura 9.67. Misure del coefficiente di portanza in una vasca depressurizzata

Gli studi sperimentali hanno dimostrato che alla pressione atmosferica il contenuto d'aria nell'acqua di una vasca di rimorchio depressurizzata ritorna normale in tempi abbastanza rapidi.

## Capitolo 10

# Rumore

Il problema del rumore e delle vibrazioni a bordo delle navi è divenuto esplosivo negli anni a causa della crescita delle dimensioni, delle potenze e delle velocità, ed anche a causa dell'utilizzo di acciai ad elevata resistenza e di alluminio per ottenere strutture più leggere. Controllare i livelli di rumore a bordo delle navi è diventato un requisito importante, sia dal punto di vista progettuale che da quello operativo, per gli ingegneri navali, gli armatori, gli equipaggi ed i registri di classifica. I problemi di un eccessivo rumore possono emergere in qualunque momento durante la vita di una nave, mavdi solito, se esso esiste, si manifesterà fin dalle prove in mare.

Il rumore generato dalla nave ha un impatto diretto sulla qualità delle postazioni di lavoro e dei locali abitativi dell'equipaggio e dei passeggeri, ed influenza anche terze parti quando la nave naviga lungo costa, in baie, in canali o viene rimorchiata in banchina. È un fenomeno indesiderabile in quanto:

- può causare danni uditivi;
- può causare la non udibilità di segnali da altre navi e/o disturbare la risposta di sonars, ecoscandagli, ecc.;
- può rendere difficile le comunicazioni verbali;
- può causare stress, affaticamento e perdita di sonno.

Le principali sorgenti di rumore a bordo delle navi sono i motori propulsivi ed i macchinari ausiliari, la ventilazione e le persone stesse. Raggiungere un accordo tra armatore e cantiere circa l'esistenza e l'intensità di un rumore non è semplice a causa dell'assenza di standards precisi ed universalmente accettati.

Studiare e risolvere i problemi connessi con il rumore esistente sulla nave e da questo irradiato sott'acqua presuppone una certa conoscenza dell'acustica, ossia della *fisica del suono*. Nell'architettura navale e nell'industria navale l'acustica è importante in quanto riguarda tutti gli aspetti connessi con il *controllo del rumore*, sia di quello a bordo delle navi, sia di quello irradiato sott'acqua.

Quantificare e controllare l'intensità ed il contenuto spettrale del rumore irradiato nell'acqua dall'elica è fondamentale da molti decenni per le navi militari, da molti anni per le navi da ricerca oceanografica e sempre più per le navi da perforazione con posizionamento dinamico. Oggi, lo studio del rumore va assumendo un'importanza crescente nel settore delle navi mercantili e delle navi offshore, e probabilmente ne avrà ancora di più nel prossimo futuro.

## 10.1 Acustica e navi

L'acustica è la *scienza del suono*, che si occupa della generazione, della trasmissione e della ricezione del suono. Oggi il termine suono è utilizzato non solo per i fenomeni aerei che possono essere sentiti dall'orecchio umano, ma per tutti quelli che poggiano sugli stessi principi fisici. A seconda del mezzo nel quale il suono si propaga, si può distinguere tra *suono aereo*, *suono subacqueo* e *suono strutturale*.

Nell'industria navale l'acustica è importante per quanto riguarda il *controllo del rumore*; in questo contesto si può definire semplicemente il *rumore come suono indesiderato*. In generale, esistono tre categorie base per classificare le risposte soggettive al rumore: le soglie di percezione, di scomodità e di tolleranza. L'esposizione ai livelli superiori estremi può comportare non solo una riduzione del comfort fisico dell'equipaggio e dei passeggeri, ma anche danni potenziali al corpo umano.

Gli ingegneri navali devono occuparsi del controllo del rumore sulle navi sia a bordo che sott'acqua. Nel primo caso, la questione primaria è la vivibilità dell'equipaggio e dei passeggeri, nonché la non-esistenza di qualsiasi problema di comunicazione. Il secondo caso è importante per le navi militari, le navi da ricerca e le navi che richiedono posizionamento dinamico.

A livello scientifico il controllo del rumore sulle navi presuppone lo studio di tre classi di problemi:

1. sorgente del suono:
  - idrodinamica, prodotta dai propulsori,
  - meccanica, generata dagli scarichi e dalle vibrazioni dei motori e dei macchinari,
  - artificiale, indotta da trasduttori quali sonars attivi ed ecoscandagli;
2. trasmissione del suono:
  - attraverso la struttura della nave,
  - attraverso l'aria,
  - attraverso l'acqua;
3. ricezione del suono:
  - attraverso l'orecchio umano e l'udito dei pesci,
  - attraverso trasduttori, quali microfoni, idrofoni, sonars.

## 10.2 Fisica del suono

Lo studio dell'acustica navale non può essere intrapreso senza alcune conoscenze basilari sulla fisica del suono. Knudsen fu il primo a pubblicare nel 1948 un report che condensava un insieme di misure ed osservazioni da poco declassificate, che coprivano sorgenti e livelli di rumore per un'ampia gamma di condizioni ed in ambienti assai distanti tra loro. I metodi di generazione fisica del rumore furono descritti compiutamente per la prima volta da Ross (1981).

Da un punto di vista fisico, il suono può essere definito come una rapida *variazione di pressione* (compressione e rarefazione), in un mezzo compressibile, rispetto alla pressione atmosferica, e che dipende dal tempo e dalla posizione nello spazio della sorgente sonora. Se si genera un disturbo sonoro in un punto specifico del mezzo fluido o di una nave, lo stesso disturbo sonoro verrà percepito in altri punti con un certo ritardo temporale. Se il mezzo fluido fosse considerato perfettamente incompressibile, come si ipotizza in idrodinamica, non verrebbe generato alcun suono effettivo, mentre un disturbo locale sarebbe percepito in tutto il mezzo fluido nello stesso istante; il suono corrispondente è detto anche pseudo-suono.

Le onde sonore appartengono alla categoria delle onde longitudinali, dette anche *onde di compressione*, nelle quali le particelle fluide si spostano nella direzione di propagazione. Al contrario, nelle onde trasversali, quali sono le onde di superficie, lo spostamento delle particelle avviene perpendicolarmente alla direzione di propagazione del suono.

In pratica, la complessità delle sorgenti, combinata con le disomogeneità del mezzo fluido, rende la propagazione dell'onda del suono molto più complicata che nei casi suddetti. Tuttavia, le sorgenti complicate possono essere spesso considerate come una distribuzione di sorgenti semplici (puntiformi). Alcune caratteristiche fondamentali del rumore derivano dalle relazioni tra le varie quantità acustiche (pressione, densità, ecc.).

Generalmente una *sorgente sonora* produce una variazione di pressione che è irradiata in tutte le direzioni, anche se in alcuni casi la direzione di propagazione è ben definita. Ad esempio, si parla di *onde piane* se la propagazione dell'onda è monodimensionale. Un altro esempio sono le onde sferiche che si propagano solamente in direzione radiale; tale tipo di suono può essere prodotto da una sfera pulsante in un mezzo omogeneo. Se la sfera è piccola rispetto alla lunghezza d'onda del suono irradiato, si parla di *sorgente puntiforme* o *monopolo*.

La velocità di propagazione dell'onda di pressione (onda di rumore) è detta *velocità del suono*. Essa è determinata dalla compressibilità (o elasticità), nonché dalla densità di massa del mezzo fluido. Non solo i mezzi gassosi, ma anche i mezzi fluidi e solidi, che sono più o meno compressibili, possono agire come mezzo per la propagazione del suono. Un'altra caratteristica della propagazione del suono è il fatto che trasporta energia. Nella maggior parte dei casi, la quantità di energia trasportata è una piccola frazione dell'energia necessaria a produrre il suono. Il rendimento acustico dipende sostanzialmente dalla modalità di generazione del suono.



La velocità del suono in acqua è tre-quattro volte superiore a quella in aria, come indicato in Tabella 10.1, dove i valori sono approssimati, in quanto variano con le condizioni ambientali.

Mezzo di trasmissione del suono	Velocità (m/s)
Aria a 21°	344
Acqua dolce	1480
Acqua salata a 21° e 3.5% di salinità	1520

Tabella 10.1. Velocità del suono in aria ed in acqua al livello del mare

Per determinare più precisamente la velocità del suono in acqua di mare,  $c_s$ , si può utilizzare l'equazione di Lovett (1978)

$$\begin{aligned}
 c_s = & 1449.05 + 4.57t - 0.0521t^2 + 0.00023t^3 + (1.333 - 0.0126t + \\
 & 0.00009t^2) \cdot (s - 35) + (16.23 + 0.0253t) \cdot (1 - 0.0026 \cos \phi) z + \\
 & (0.213 - 0.01t) \cdot (1 - 0.0026 \cos \phi)^2 z^2 + \\
 & [0.016 + 0.0002(s - 35)] \cdot (s - 35) \cdot (0.1 - 0.00026 \cos \phi) T \cdot z
 \end{aligned} \tag{10.1}$$

dove

- $t$  : temperatura dell'acqua (Celsius)
- $s$  : salinità dell'acqua (parti per migliaia)
- $z$  : profondità dell'acqua (km)
- $\phi$  : latitudine (gradi)

La suddetta equazione di regressione è valida essenzialmente in tutti i mari fino ad una profondità di 4000 m, con una deviazione standard di 0.02 m/s.

In un campo sonoro la distanza che intercorre tra due successive compressioni, ossia tra due valori massimi della variazione di pressione, è definita *lunghezza d'onda* del suono nel mezzo considerato

$$\lambda = \frac{c_s}{f} \tag{10.2}$$

dove  $f$  è la frequenza del suono<sup>1</sup> legata al periodo  $T$  dalla relazione

$$f = \frac{1}{T}$$

Come diretta conseguenza della maggiore velocità del suono in acqua rispetto a quella in aria, le *lunghezze d'onda* in acqua saranno maggiori che in aria nello stesso rapporto tra le velocità. Oltre alla frequenza, le oscillazioni sonore sono caratterizzate da un'*ampiezza*, ovvero da un contenuto energetico superiore ad un valore minimo di pressione, definita *soglia di udibilità*, pari a  $2 \cdot 10^{-5}$  Pa.

<sup>1</sup>Frequenza del suono è il numero di variazioni di pressione (oscillazioni) al secondo [ $s^{-1}$ ] o [Hz]

La quantità di energia emessa da una sorgente sonora nell'unità di tempo è detta *potenza sonora*, che è misurata in Watt. Se irradiata in un mezzo elastico attraverso una superficie  $S$  perpendicolarmente alla direzione del suono, la potenza sonora è pari, a meno della densità del fluido, al rapporto tra la forza di pressione sonora  $p \cdot S$  e la velocità di spostamento delle particelle  $c_s$  in direzione del suono. Essa è correlata alla pressione sonora dall'equazione

$$P_w = \frac{p^2}{\rho c_s} S \quad [\text{W}]$$

Si definisce *intensità sonora*  $J$  la grandezza che esprime la potenza sonora irradiata da una sorgente sonora su un fronte d'onda  $S$  come

$$J = \frac{p^2}{\rho c_s} \quad [\text{W/m}^2]$$

### 10.2.1 Livelli sonori

È stato ricavato che la trasmissibilità del suono in acqua è influenzata considerevolmente dalla caratteristica in frequenza della sorgente del rumore. In generale, in acqua le elevate frequenze sono attenuate notevolmente al crescere della distanza dalla sorgente, mentre le frequenze più basse sono assorbite assai di meno, per cui vanno considerate più importanti dal punto di vista dell'analisi del rumore irradiato dalla nave.

Le sorgenti sonore irradiano con potenze assai variabili che vanno dal bisbiglio ( $10^{-9}$  W) ai razzi vettori ( $5 \cdot 10^7$  W). Questa enorme differenza della potenza irradiata suggerisce di utilizzare una scala logaritmica per rappresentare le potenze in maniera più compatta (Fig. 10.1). Queste scale sono dette *livelli di potenza* e sono fornite rispetto ad un certo valore di riferimento. L'unità dei livelli di pressione del suono è il familiare *decibel*, che è una scala logaritmica, il cui vantaggio consiste nel fatto che l'orecchio umano è più o meno logaritmico.

Considerato l'enorme campo di variazione delle grandezze acustiche, non conviene esprimere in valori assoluti grandezze quali pressione, intensità e potenza. È preferibile esprimerle mediante il logaritmo del rapporto tra i valori di queste grandezze ed i relativi valori di riferimento, assunti come 'livelli zero'. Un vantaggio dell'utilizzo della scala decibel, come modo di rappresentazione delle pressioni del suono, è che la percezione dell'intensità del suono da parte dell'orecchio umano copre un intervallo di frequenze assai vasto (da 20 a 20000 Hz), che conviene comprimere mediante una *scala logaritmica*; anche perché l'intensità delle sensazioni uditive è pressoché proporzionale al logaritmo dello stimolo e non al valore assoluto dello stesso.

La definizione originale del *decibel* fu basata, quindi, sul livello  $L$  di una generica grandezza acustica  $G$ , formulandola come logaritmo decimale del rapporto tra il valore in esame ed il valore di riferimento

$$L = 10 \text{Log} \frac{G}{G_o} \quad [\text{dB re } G_o] \quad (10.3)$$

dove  $G_o$  è un valore di riferimento.

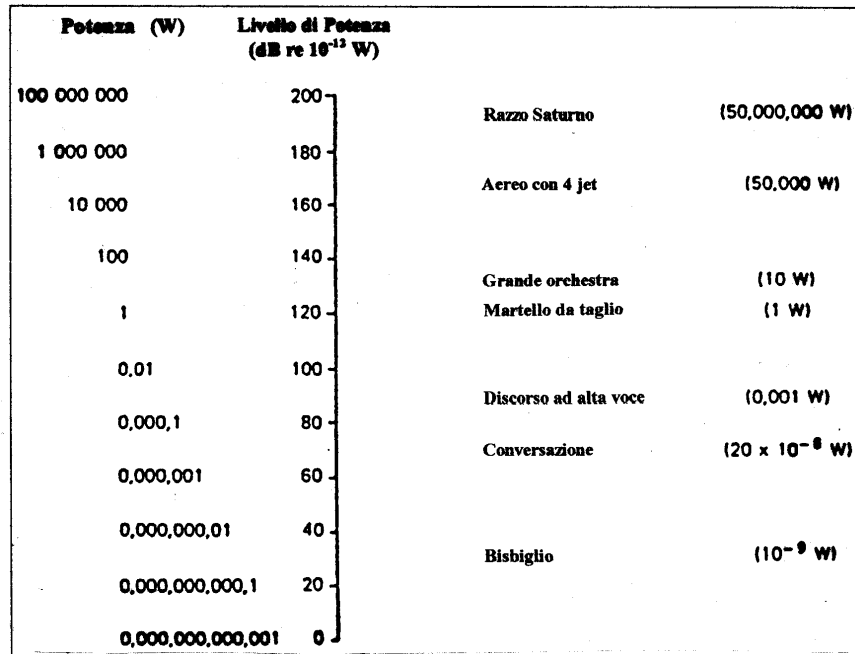


Figura 10.1. Potenza del suono e livelli di potenza di alcune sorgenti di rumore

L'utilizzo di questa scala iniziale si estese dalla sua originale applicazione nella teoria lineare della trasmissione per divenire la base di molte misure di diverse grandezze fisiche. Nell'ambito della determinazione del rumore, il *livello di pressione sonora*,  $L_p$ , è la misura fondamentale della pressione del suono, definita in funzione di un rapporto di pressione come segue

$$L_p = 10 \text{Log} \frac{p^2}{p_o^2} = 20 \text{Log} \frac{p}{p_o} \quad (10.4)$$

dove  $p$  è la pressione effettiva del suono, misurata in un punto di interesse, e  $p_o$  è la pressione di riferimento del suono<sup>2</sup>, pari a 20  $\mu\text{Pa}$  in aria, a 2  $\mu\text{Pa}$  in acqua ed a 1  $\mu\text{Pa}$  in altri mezzi di trasmissione, cui viene assegnato il valore di zero decibel.

Un sommario dei più importanti livelli acustici, misurati in decibel, insieme alle loro formulazioni ed ai relativi valori di riferimento, è fornito in Tabella 10.2.

Occorre sottolineare il fatto che generalmente i dati di potenza sonora, relativi alle sorgenti di volta in volta esaminate, devono essere forniti dai costruttori dei motori e dei macchinari con apposito certificato, per cui di solito i valori in questione costituiscono il dato noto dal quale partire per il calcolo dei livelli di pressione sonora che si trasmettono ad una certa distanza dalle suddette sorgenti. Talora i dati sono forniti anche sotto forma di livelli di pressione sonora, rilevabili ad una certa distanza dalla sorgente in punti precisati e ben individuabili.

<sup>2</sup>La pressione di riferimento è la soglia di udibilità, ossia la pressione del suono più bassa possibile, inferiore in aria di circa 5 miliardi di volte alla pressione atmosferica.

Livelli acustici	Formulazioni	Valori di riferimento
Livello di pressione sonora in aria	$L_p = 20 \text{ Log}(p/p_o)$	$p_o = 2 \times 10^{-5} \text{ Pa}$
Livello di pressione sonora in acqua	$L_p = 20 \text{ Log}(p/p_o)$	$p_o = 2 \times 10^{-6} \text{ Pa}$
Livello di accelerazione sonora	$L_a = 20 \text{ Log}(a/a_o)$	$a_o = 2 \times 10^{-6} \text{ m}^3/\text{s}$
Livello di velocità sonora	$L_v = 20 \text{ Log}(v/v_o)$	$v_o = 2 \times 10^{-9} \text{ m/s}$
Livello di forza sonora	$L_F = 20 \text{ Log}(F/F_o)$	$F_o = 2 \times 10^{-6} \text{ N}$
Livello di potenza sonora	$L_P = 20 \text{ Log}(P/P_o)$	$P_o = 2 \times 10^{-12} \text{ W}$
Livello di intensità sonora	$L_J = 20 \text{ Log}(I/I_o)$	$J_o = 2 \times 10^{-12} \text{ W/m}^2$
Livello di densità di energia sonora	$L_W = 20 \text{ Log}(W/W_o)$	$W_o = 2 \times 10^{-12} \text{ J/m}^3$
Livello di energia sonora	$L_E = 20 \text{ Log}(E/E_o)$	$E_o = 2 \times 10^{-12} \text{ J}$

Tabella 10.2. Livelli acustici standardizzati

L'utilizzo del decibel, ossia di una scala logaritmica, risulta del tutto vantaggioso nella pratica. La conseguenza più importante è che un raddoppio o un dimezzamento dell'energia sonora non determina un raddoppio o un dimezzamento del livello sonoro, ma solo un incremento o un decremento di 3 dB. Sommare il livello sonoro prodotto da due sorgenti eguali significa aumentare il livello di pressione del suono di 6 dB, mentre, quando le due sorgenti sono completamente scorrelate, l'aumento è solamente di 3 dB.

### 10.2.2 Misura del rumore

La Tabella 10.3 mostra la conversione della scala in decibel in rapporti di pressione. Questa tabella di conversione può essere utilizzata quando, assegnati due livelli di pressione del suono  $L_{p_1}$  e  $L_{p_2}$ , si voglia esprimere la loro differenza,  $\Delta L_p$ , indipendentemente dalla loro pressione di riferimento  $p_o$ .

Si utilizza allora la relazione

$$\Delta L_p = L_{p_2} - L_{p_1} = 20 \left[ \text{Log} \frac{p_2}{p_o} - \text{Log} \frac{p_1}{p_o} \right]$$

che si traduce, eliminando la pressione di riferimento, nell'equazione

$$\Delta L_p = 20 \text{ Log} \frac{p_2}{p_1} \tag{10.5}$$

Dalla Tabella 10.3 si può desumere che una variazione, ad esempio, di 6 dB causa il raddoppio o il dimezzamento della pressione del suono. Analogamente, una variazione di 12 dB significa quadruplicare o ridurre ad un quarto il livello di pressione sonora.

### 10.2.3 Decibel A

Poiché l'orecchio umano non risponde egualmente alle diverse frequenze entro il campo di pressione del suono udibile, l'industria ha individuato alcune scale di ponderazione per correggere i

livelli effettivi della pressione fisica in modo da tradurli in quelli percepiti dall'orecchio umano. Tali scale sono note anche come *caratteristiche di filtro*, *A*, *B* e *C*, degli spettri di rumore effettivo per l'intervallo del suono percepibile dall'orecchio umano, ossia da 20 Hz a 20 kHz.

Rapporto di pressione	- dB +	Rapporto di pressione
1.000	0.0	1.000
0.989	0.1	1.012
0.977	0.2	1.023
0.966	0.3	1.035
0.955	0.4	1.047
0.933	0.6	1.072
0.912	0.8	1.096
0.891	1.0	1.122
0.841	1.5	1.189
0.794	2.0	1.259
0.708	3.0	1.413
0.631	4.0	1.585
0.562	5.0	1.778
0.501	6.0	1.995
0.446	7.0	2.244
0.397	8.0	2.518
0.355	9.0	2.818
0.316	10.0	3.162
0.251	12.0	3.981
0.199	14.0	5.036
0.158	16.0	6.324
0.126	18.0	7.943
0.100	20.0	10.000
0.0316	40.0	31.62
0.0100	40.0	100.0
0.0032	50.0	316.2
$10^{-3}$	60.0	$10^3$
$10^{-4}$	80.0	$10^4$
$10^{-5}$	100.0	$10^5$

Tabella 10.3. Conversione da decibel al rapporto di pressione del suono

Il livello di pressione sonora  $L_{p(A)}$ , misurata in ‘decibel *A*-pesato’, dB(A), è quello che ha trovato maggiore diffusione, soprattutto perché la curva di ponderazione-*A* segue le curve di sensibilità uditiva (curve isofoniche) in maniera semplificata. Per ogni banda di frequenza, al livello del rumore espresso in decibel è applicato un fattore peso nella stessa banda. I singoli livelli filtrati in ogni banda sono poi sommati in senso logaritmico derivando un singolo valore per il dB(A)

$$\Delta L_{A\text{-pesato}} [dB(A)] = 10 \text{ Log} \left( \sum_i 10^{\frac{dB_i - AF_i}{10}} \right) \quad (10.6)$$

dove  $dB_i$  sono i livelli in decibel del suono misurato nella banda di frequenza  $i$ -ma, mentre  $AF_i$  è il valore del peso  $A$  nella stessa banda di frequenza.

Tale modo di misurazione è divenuto la *grandezza psicoacustica base* per esprimere la risposta soggettiva degli individui ai rumori. Dai dati riportati in Figura 10.2 si può osservare un marcato crollo nella risposta relativa per frequenze inferiori a 1 kHz.

Se si utilizza il filtro  $A$ , la misurazione del livello del suono in dB(A) è meno sensibile alle frequenze molto alte e molto basse. Se si pesano i suoni con la curva di ponderazione  $A$ , si ottengono i livelli globali di pressione sonora in scala  $A$ , a partire dalla conoscenza dello spettro di un suono per bande di ottava o terzi di ottava. La procedura è la seguente:

- si correggono i valori  $L_p$  delle varie bande secondo i fattori correttivi della curva  $A$  ottenendo i valori corretti  $L_{p(A)}$ ;
- si trasformano i livelli  $L_{p(A)}$  nei valori del rapporto  $\{p(A)/p\}^2 = 1/10 \cdot 10^{\text{Log } L_{p(A)}}$ ;
- si effettua la sommatoria  $\sum\{p(A)/p\}^2$ ;
- si calcola il valore globale del livello di pressione sonora  $L_{p(A)} = 10 \text{Log } \sum\{p(A)/p\}^2$ .

Il fonometro integratore, comunemente utilizzato per le misurazioni acustiche, effettua automaticamente le operazioni della procedura suddetta.

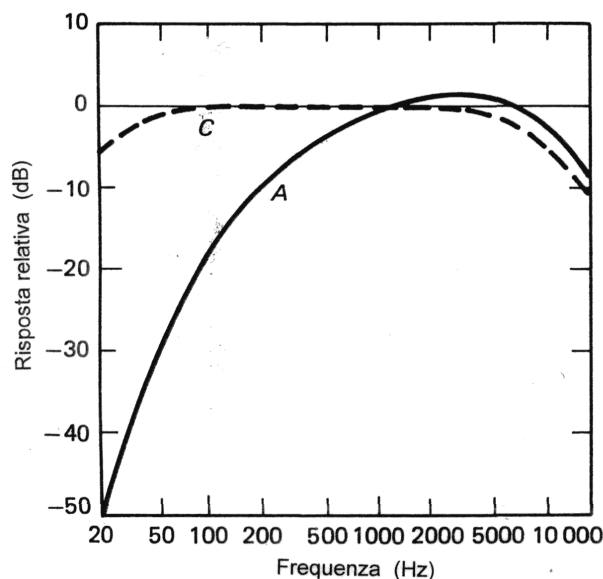


Figura 10.2. Caratteristiche di filtro per i livelli di rumore pesati 'A' e 'C'

#### 10.2.4 Spettri e larghezze di banda

I fenomeni acustici sono tipicamente *fenomeni spettrali*, per cui i loro effetti sono funzione della frequenza, oltre che del contenuto energetico. Il fenomeno del rumore è influenzato sostanzialmente dallo spettro di emissione della sorgente sonora. Lo studio dell'acustica richiede,

quindi, l'*analisi spettrale delle sorgenti sonore* e l'analisi dei modi di risposta dei mezzi adottati per il controllo e la limitazione del rumore. L'*analisi acustica* di un evento sonoro consiste, quindi, nel comprendere la distribuzione del contenuto energetico del suono alle varie frequenze interessate dall'evento stesso; ciò avviene rappresentando il suono in esame su un diagramma pressione/frequenza.

Nel caso ideale si può assumere che la variazione di pressione segua una legge sinusoidale (fluttuazione armonica), che dal punto di vista acustico costituisce un *tono puro* con un'unica frequenza  $f$ . Tuttavia, i suoni complessi non sono in generale rappresentabili con una semplice sinusoide. Sono sempre composti, comunque, da un numero variabile di suoni perfettamente sinusoidali. Se si assume che le componenti del suono siano costituite da una frequenza fondamentale e da un numero di frequenze che stanno in rapporti semplici con la frequenza fondamentale, il suono risultante è un *suono periodico*; in questo caso le fluttuazioni di pressione possono essere formulate come sviluppo in serie di Fourier

$$p(t) = \sum_{n=1}^N \hat{p}_n \sin(2\pi f_n t + \phi_n) \quad (10.7)$$

dove  $\hat{p}_n$ ,  $f_n$  e  $\phi_n$  sono le componenti dell'armonica  $n^{\text{ma}}$ , relative rispettivamente all'ampiezza, alla frequenza ed alla fase del segnale di pressione.

Se la pressione  $\hat{p}_n$  è diagrammata rispetto alla frequenza, si ricava il cosiddetto *spettro di ampiezza*, che costituisce un esempio di analisi spettrale dove le informazioni nel dominio del tempo sono convertite in informazioni nel dominio delle frequenze. Due esempi sono forniti in Figura 10.3.

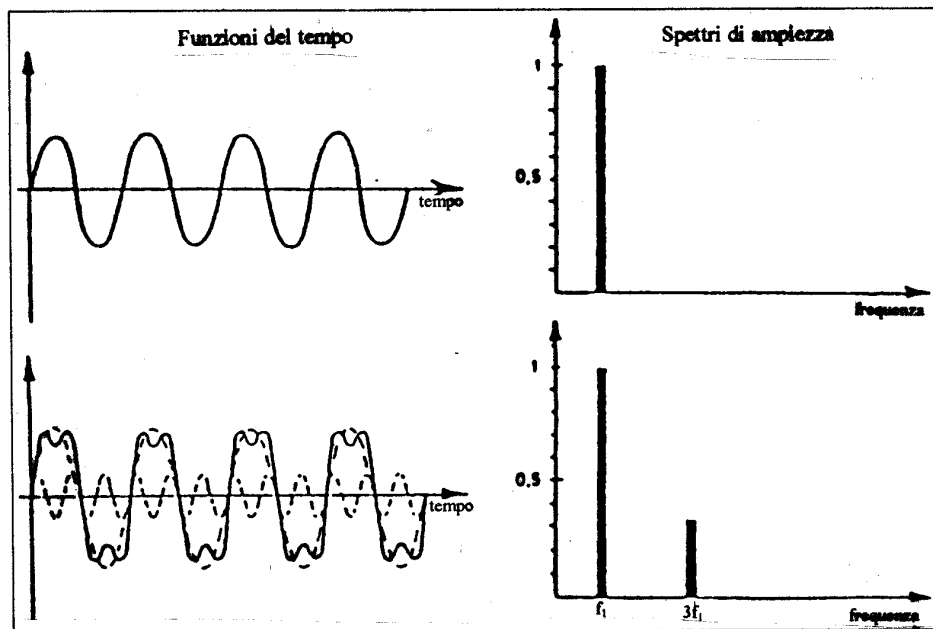


Figura 10.3. Spettri di ampiezza derivati da differenti segnali periodici

In acustica si preferisce elaborare i dati nel dominio della frequenza per varie ragioni:

- l'orecchio umano e la fauna marina possono distinguere molto bene frequenze differenti;
- un certo livello del suono non è sentito con lo stesso tono a frequenze diverse;
- la trasmissione del suono è selettiva in frequenza, il che significa che le misure di controllo del rumore sono più efficienti in un ben preciso intervallo di frequenza;
- la registrazione con mezzi acustici del rumore prodotto dalle navi è effettuata di solito conoscendone lo spettro di ampiezza.

Le variazioni di pressione  $\Delta p$  sono sia positive (compressione) che negative (rarefazione), per cui la loro entità non può essere espressa con il valore medio che risulterebbe nullo. Come base di riferimento per il livello del suono non si prende l'ampiezza della pressione fluttuante, proprio perché è una grandezza non-stazionaria, ma si introduce il concetto di *pressione sonora efficace*, definita come radice quadratica media

$$p_{\text{eff}} = p_{\text{rms}} = \sqrt{\langle p^2(t) \rangle} = \sqrt{\int_0^T \frac{\Delta p^2}{T} d\tau} \quad (10.8)$$

dove il simbolo  $\langle \rangle$  indica il valore medio.

Oltre le sorgenti di suono che hanno un predominante carattere periodico, nella pratica si presentano molte sorgenti che sono più irregolari. Le fluttuazioni di pressione hanno un carattere casuale. Quando il tipo di suono corrispondente non può essere costituito di toni puri, si parla di rumore. L'energia del suono, o meglio l'energia del rumore, è più o meno suddivisa con continuità su un ampio intervallo di frequenze. Inoltre, il rumore può essere suddiviso in processi casuali stazionari e non-stazionari. Nel prosieguo sono trattati solamente i *processi casuali stazionari*, tra i quali va annoverata la cavitazione dell'elica.

A questo punto è opportuno descrivere la procedura di determinazione degli spettri del suono. Il segnale investigato attraversa un filtro, che elimina tutte le componenti del segnale con frequenze esterne all'intervallo di frequenza d'interesse. La cosiddetta *larghezza di banda* è la differenza tra la frequenza più alta e quella più bassa nell'intervallo suddetto. Il segnale risultante è successivamente elevato al quadrato e mediato. Applicando questa procedura ad una serie di bande di frequenza contigue si ottiene uno *spettro di potenza*. La procedura è visualizzata in Figura 10.4.

Lo spettro di potenza può essere espresso matematicamente come

$$\langle p^2 \rangle (f_m, \Delta f) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T p^2(t, f_m, \Delta f) dt \quad (10.9)$$

dove  $f_m$  rappresenta la cosiddetta *frequenza centrale*, definita come la media geometrica, ad esempio, di  $f_1$  e  $f_2$

$$f_m = \sqrt{f_1 \cdot f_2} \quad (10.10)$$

e dove  $\Delta f$  è la larghezza di banda in Hz per ogni filtro di banda di un terzo d'ottava.



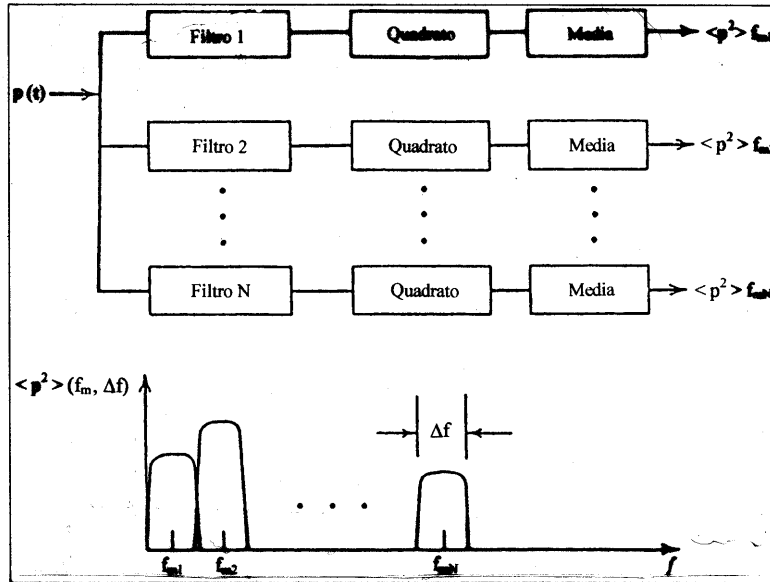


Figura 10.4. Procedura di derivazione di uno spettro di potenza

Nella pratica, lo spettro utilizzato più frequentemente è lo *spettro del suono*, che è derivabile semplicemente dallo spettro suddetto come

$$L_p(f^m, \Delta f) = 10 \text{Log} \frac{\langle p^2 \rangle(f_m, \Delta f)}{p_0^2} \quad (10.11)$$

Va sottolineato che il contenuto in frequenza di segnali casuali e stazionari è descritto di solito mediante la *densità spettrale di potenza* come

$$G_P(f) = \lim_{\Delta f \rightarrow 0} \frac{\langle p^2 \rangle(f_m, \Delta f)}{\Delta f} \quad (10.12)$$

La rappresentazione grafica di  $G_P(f)$  è detta *spettro della densità di potenza*.

Tuttavia, poiché la capacità selettiva dell'orecchio umano si manifesta non per ciascuna delle circa diciottomila frequenze udibili ma per gruppi di frequenze definite *bande critiche*, l'analisi in frequenza è fatta per *bande di ottava* o suddividendo le stesse in *bande di terzi di ottava*, la cui somma dei singoli contenuti energetici corrisponde ovviamente a quello della banda di ottava, con il vantaggio però di potere conoscere più in dettaglio la distribuzione energetica del suono. A livello normativo le analisi in frequenza sono abitualmente prescritte in terzi di ottava o terzi di bande di ottava (mutuando tale denominazione dal campo musicale). L'analisi acustica viene condotta sulla base della conoscenza dei livelli globali (di potenza, intensità o pressione sonora) per ciascuna delle bande suddette, a partire dai livelli spettrali per ciascuna delle frequenze comprese nella banda.

A parità di contenuto energetico del suono ( $L_p = \text{cost.}$ ), all'interno di ciascuna banda critica la sensazione sonora di intensità soggettiva rimane all'incirca costante, comunque vari la frequenza o la larghezza di banda dei suoni.

Teoricamente la larghezza di banda  $\Delta f$  può essere scelta arbitrariamente. In pratica sono utilizzati soprattutto i tre tipi seguenti:

1.  $\Delta f = 1 \text{ Hz}$  (banda stretta)
2.  $f_{m_2}/f_{m_1} = 2 \rightarrow \Delta f = (2^{1/2} - 2^{-1/2})f_m$  (banda di ottava<sup>3</sup>)
3.  $f_{m_2}/f_{m_1} = 2^{1/3} \rightarrow \Delta f = (2^{1/6} - 2^{-1/6})f_m$  (banda di un terzo di ottava)

Nel caso di banda stretta, la larghezza di banda è costante nell'intero intervallo di frequenza. Negli altri casi è costante il rapporto tra la larghezza di banda e la frequenza centrale. Il caso 2. è la definizione della *banda di ottava*, che è la banda di filtro usata più comunemente per la suddivisione dello spettro del suono in zone nelle quali la frequenza superiore,  $f_{m_2}$ , è doppia della frequenza inferiore,  $f_{m_1}$ . Il caso 3. definisce la banda di un terzo di ottava in maniera analoga.

Le correlazioni tra le frequenze limite inferiore  $f_1$  e superiore  $f_2$ , la frequenza centrale  $f_m$  e la larghezza di banda  $\Delta f$  sono le seguenti:

- per bande di ottava

$$\Delta f = f_{m_2} - f_{m_1} = 0.71f_m$$

$$f_{m_2} = 2f_{m_1}$$

$$f_o = \sqrt{f_{m_1} \cdot f_{m_2}}$$

- per bande di terzi di ottava

$$\Delta f = f_{m_2} - f_{m_1} = 0.23f_m$$

$$f_{m_2} = 1.259f_{m_1}$$

$$f_o = \sqrt{f_{m_1} \cdot f_{m_2}}$$

In generale, le misure acustiche fanno uso di filtri di ottava e di un terzo di ottava per studiare e definire gli spettri di rumore. I filtri attenuano il rumore non rilevante nella banda considerata. Un filtro di un terzo di ottava è quello in cui il rapporto tra i limiti di banda superiore ed inferiore, ossia l'intervallo delle frequenze attraverso il quale il filtro consentirà di passare è  $2^{1/3}$  (ossia 1.2599). Nel caso del filtro di ottava il rapporto tra i limiti di banda superiore ed inferiore è pari a 2 e, così come i filtri di un terzo di ottava, sono normalmente centrati su una delle frequenze centrali preferite nell'ISO R266. Queste frequenze centrali sono definite come la media geometrica dei limiti superiore ed inferiore della banda in scala logaritmica. Sono calcolate come monomio  $10^{(n/10)}$ , dove  $n$  è il numero di banda; in pratica i valori nominali sono utilizzati per identificare le frequenze centrali.

<sup>3</sup>Una banda di ottava è un campo di frequenze delle quali la più elevata è doppia di quella più bassa. Le otto bande di ottava sono 20–75, 75–150, 150–300, 300–600, 600–1200, 1200–2400, 2400–4800, e 4800–10000. La prima e l'ultima banda sono in realtà più di un'ottava. Le frequenze centrali di queste bande sono rispettivamente 39, 106, 212, 425, 850, 1700, 3400 e 6900 cicli al secondo.

Frequenze centrali nominali	Bande di terzi di ottava	Bande di ottava
1.25	1.12 - 1.41	
1.6	1.41 - 1.78	
2.0	1.78 - 2.24	1.41 - 2.82
2.5	2.24 - 2.82	
3.15	2.82 - 3.55	
4	3.55 - 4.47	2.82 - 5.62
5	4.47 - 5.62	
6.3	5.62 - 7.08	
8	7.08 - 8.91	5.62 - 11.2
10	8.91 - 11.2	
12.5	11.1 - 14.1	
16	14.1 - 17.8	11.2 - 22.4
20	22.4 - 28.2	
31.5	28.2 - 35.5	22.4 - 44.7
40	35.5 - 44.7	
50	44.7 - 56.2	
63	56.2 - 70.8	44.7 - 89.1
80	70.8 - 89.1	
100	89.1 - 112	
125	112 - 141	89.1 - 178
160	141 - 178	
200	178 - 224	
250	224 - 282	178 - 355
315	282 - 355	
400	355 - 447	
500	447 - 562	355 - 708
630	562 - 708	
800	708 - 891	
1000	891 - 1120	708 - 1410
1250	1120 - 1410	
1600	1410 - 1780	
2000	1780 - 2240	1410 - 2820
2500	2240 - 2820	
3150	2820 - 3550	
4000	3550 - 4470	2820 - 5620
5000	4470 - 5620	
6300	5620 - 7080	
8000	7080 - 8910	5620 - 11200
10000	8910 - 11200	
12500	11200 - 14100	
16000	14100 - 17800	11200 - 22400
20000	17800 - 22400	

Tabella 10.4. Bande di ottava e di terzi di ottava in funzione delle frequenze centrali nominali

La Tabella 10.4, dove tutte le grandezze sono espresse in Hertz, fornisce l'elenco delle bande di ottava e del terzo di ottava in relazione all'intervallo udibile preso come riferimento.

È sempre possibile derivare uno spettro con larghezze di banda ampia a partire da uno con larghezze di banda stretta, agendo sulle pressioni quadratiche medie e non sui livelli di decibel. Per una banda di frequenza larga la pressione quadratica media è uguale alla somma delle pressioni quadratiche medie nella serie delle bande strette che insieme formano la banda larga. Ne consegue che quando la larghezza di banda cresce, i livelli di rumore aumentano e i dettagli dello spettro vanno persi, come è palesemente desumibile dalla Figura 10.5. È del tutto evidente che l'operazione inversa non è possibile, anche se talvolta viene effettuata la conversione da larghezze di banda larga in larghezze di banda stretta allo scopo di aggiustare il livello di riferimento: il risultato è uno spettro 'avviato' con larghezza di banda di 1 Hz.

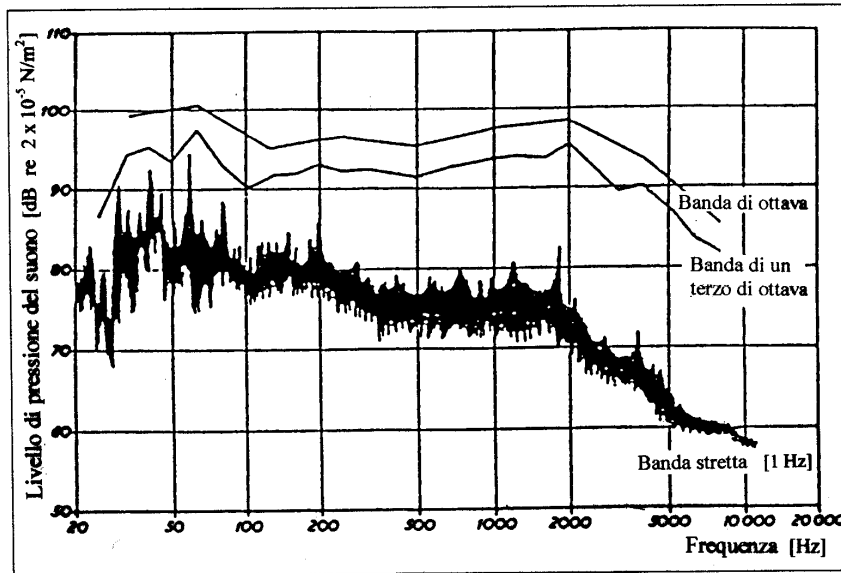


Figura 10.5. Spettri di rumore per differenti larghezze di banda

Sulla base di questo concetto la pressione quadratica media è proporzionale alla larghezza di banda, così che il livello  $L_{p1}$  per una larghezza di banda pari a  $\Delta f_1$  può essere convertito al livello  $L_{p2}$  per una larghezza di banda pari a  $\Delta f_2$  in base alla relazione

$$L_{p2} = L_{p1} + 10 \text{Log} \frac{\Delta f_2}{\Delta f_1} \quad (10.13)$$

la quale mostra che la differenza nel livello di suono tra le bande di ottava e le bande di un terzo di ottava è pari a

$$L_{p_{\text{oct}}} - L_{p_{1/3\text{oct}}} = 4.85 \quad (10.14)$$

La conversione da livelli di banda di ottava a livelli di banda di 1 Hz è ottenibile dall'espressione

$$L_{p_{1\text{Hz}}} = L_{p_{\text{oct}}} + 1.51 - 10 \text{Log} f_m \quad (10.15)$$

Infine, per convertire livelli di banda di un terzo di ottava in livelli di banda di 1 Hz si deve utilizzare la formula

$$L_{p1\text{Hz}} = L_{p1/3\text{oct}} + 6.35 - 10 \text{Log } f_m \quad (10.16)$$

Quando  $f_m$  cresce, la differenza tra i livelli della banda di frequenza larga 1 Hz ed i livelli delle bande di ottava o di un terzo di ottava cresce di una quantità pari a 3 dB per ottava. Oltre ad influenzare il livello, la conversione influenza anche la pendenza dello spettro.

Si è sempre fatto riferimento agli spettri, trascurando le differenze nelle larghezze di banda. In pratica, comunque, il termine spettro è riservato al caso con larghezza di banda costante e pari ad 1 Hz. In tutti gli altri casi, si parla di *livello di pressione del suono*.

A bordo delle navi, lo *spettro del suono* è comunemente rappresentato disegnando i livelli più rilevanti di banda di ottava alle frequenze centrali di ottava da 31.5 Hz fino a 8 kHz.

### 10.3 Rumore a bordo delle navi

La previsione e l'analisi delle sorgenti di rumore sono aspetti essenziali da trattare nella progettazione e costruzione di tutti i tipi di nave.

Tuttavia, mentre il tema del rumore prodotto dall'elica è fondamentale sia per le navi mercantili che per quelle militari, le motivazioni di questa importanza hanno origini differenti. L'eccezione è costituita dalle navi oceanografiche, che presentano requisiti per il rumore simili alle navi militari, in quanto utilizzano strumenti che hanno frequenze elevate fino a 10 kHz.

La crescente consapevolezza dei rischi per la salute, prodotti dall'esposizione prolungata ad elevati livelli di rumore, ha portato per le navi mercantili alla formulazione di livelli raccomandati di soglia per il rumore da parte dell'International Maritime Organisation (IMO, 1981).

Oltre i livelli di rumore massimi ammissibili raccomandati per le navi mercantili, occorre considerare anche il comfort dei passeggeri ed il disturbo loro arrecato nelle navi da crociera e nei traghetti. Per apprezzare l'entità del problema del rumore dell'elica è istruttivo confrontare i livelli di rumore raccomandati dall'IMO con i risultati delle misure al vero su diverse tipologie di navi, registrate entro lo scafo vicino all'elica. Le misure di Flising (1978) sono mostrate in Figura 10.6 per diverse tipologie di navi che vanno dai tankers agli spintori del Reno. Si può osservare che furono rilevati frequentemente livelli di rumore di 100–110 dB(A) alle bande di frequenza più basse. Queste misure furono registrate in posizioni prossime all'elica, ossia nel gavone di poppa e vicino alla paratia del gavone. Se si considerano ancora i livelli di rumore riportati in Figura 10.6, che mostrano livelli di rumore dell'ordine dei 100 dB nella zona del gavone, occorre, in base alla Tabella 10.3, che questi livelli di pressione del suono siano ridotti considerevolmente durante il tempo di trasmissione prima di raggiunger una cabina o un locale comune.

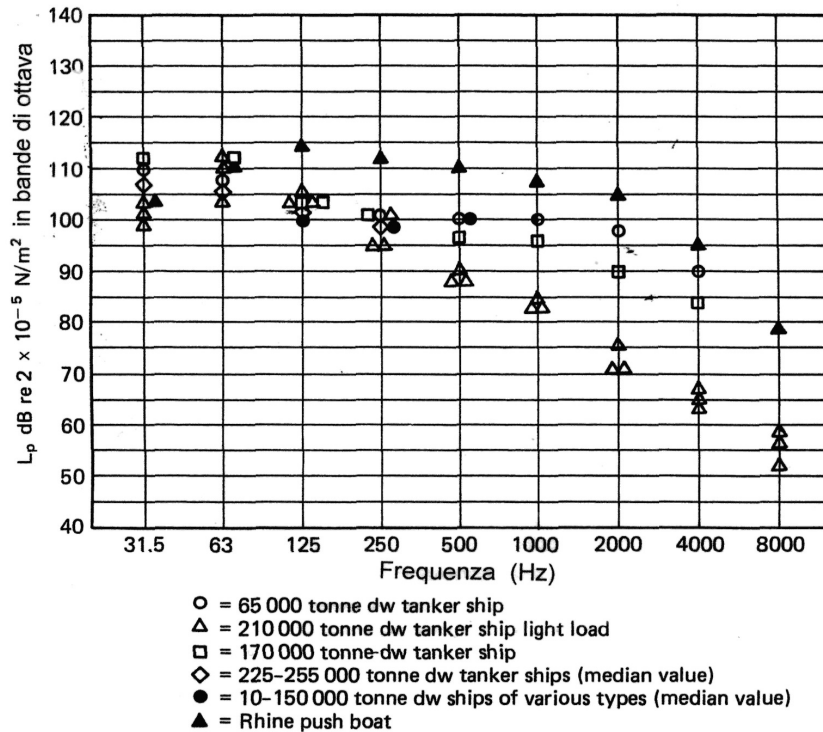


Figura 10.6. Livelli di pressione del suono nello scafo vicino all'elica

L'origine dell'interesse navale relativamente al rumore deriva da un insieme di vincoli progettuali alquanto diversi e che, in larga misura, sono duplici. Innanzi tutto, esiste un'interferenza tra il rumore generato dalla nave sui suoi sensori ed i sistemi d'arma sulle navi militari ed i sistemi di misura sulle navi da ricerca (ecoscandagli, multibeam); esiste poi il rumore irradiato, che è trasmesso dalla nave al campo fluido lontano e che può essere udito dal nemico (navi militari) o dai pesci (navi da ricerca per i banchi di pesce - FRV).

Quanto detto porta ad un'importante distinzione tra diversi tipi di rumore generati da vari macchinari e componenti della nave, come segue:

- *rumore interno*: è il rumore generato da tutte le sorgenti a bordo della nave, da considerare in termini degli effetti che produce sulle attrezzature e sul personale di bordo;
- *rumore irradiato*: è il rumore generato dalla nave e percepito ad una certa distanza dalla nave stessa.

Ovviamente, la maggior parte delle navi mercantili, tranne certe navi specializzate, sono interessate dal solo rumore interno, mentre le navi militari, le navi da ricerca, le navi idrografiche e molte navi offshore hanno a che fare con ambedue i tipi di rumore.

I carenisti sono i responsabili principali della generazione del *rumore idrodinamico*, soprattutto di quello prodotto dalle eliche, in quanto sono queste la sorgente di rumore dominante, soprattutto se i motori principali e gli ausiliari hanno fondazioni resilienti.

### 10.3.1 Rumore ambientale

Esistono molte sorgenti di rumore ambientale, che possono essere classificate come:

- *sorgenti fisiche*: sismiche, termiche, dovute al vento, alla turbolenza, agli iceberg;
- *sorgenti biologiche*: dovute a suoni e movimenti di pesci e fauna marina;
- *sorgenti idromeccaniche*: macchinari di bordo, elica, pompe, ventilatori, tubolature, ecc.

Tutte queste sorgenti contribuiscono alla generazione di livelli di rumore di fondo, anche se il livello di rumore ambientale non è il risultato solamente delle sorgenti di rumore, in quanto dipende anche dalle condizioni di propagazione e di assorbimento del suono in acqua. La propagazione è dominata dalle condizioni termiche dell'acqua, particolarmente dalla profondità della termoclina, anche se la struttura del fondo marino e della superficie libera vi contribuiscono in misura sostanziale. Il suono è trasmesso facilmente in sedimenti morbidi, ma è riflesso dalle rocce con perdite molto deboli. I livelli di rumore sono ridotti dall'assorbimento sia nell'acqua di mare che nel fondo marino.

La generazione del rumore è dominata da differenti fenomeni fisici a diverse bande di frequenza. Al di sopra dei 20 kHz, il rumore termico è generato dalle collisioni molecolari. Per frequenze tra 200 Hz e 50 kHz il principale fattore di rumore è la complessa interazione tra vento e superficie del mare. Le oscillazioni delle bolle indotte dal vento e la cavitazione sono altre sorgenti di rumore in prossimità della superficie del mare. Lo spettro risultante dipende dai contributi di questi diversi meccanismi di generazione del suono e dalle condizioni di assorbimento locale. Il suono alle basse frequenze si propaga nell'acqua di mare con basso assorbimento fino a grandi distanze, mentre diminuisce l'ampiezza delle componenti ad alta frequenza.

Il rumore locale generato sul fondo del mare pone problemi nella individuazione dei banchi di pesce mediante ecoscandagli. Questo rumore ha origine dai movimenti e dalle collisioni di particelle di sabbia o ghiaia, causate dall'azione della marea, e copre un'ampia banda di frequenze da valori inferiori a 30 kHz a valori superiori a 300 kHz. La presenza del ghiaccio incrementa notevolmente lo spettro del rumore, attenuando gli effetti del rumore indotto dal vento quando il mare si ghiaccia ed accrescendolo negli stadi intermedi.

Quando si considera il rumore generato dalle navi, è utile farlo nel contesto del livello di rumore ambientale in acqua profonda, come fecero Wenz (1962) e Perrone (1969). I risultati dei loro lavori sono mostrati in Figura 10.7, ottenuti da misure effettuate con ricevitori unidirezionali. Si può osservare che al di sotto dei 20 Hz predominano la turbolenza oceanica ed il rumore sismico, mentre nell'intervallo da 20 Hz a circa 200 Hz i contributi maggiori provengono dal rumore biologico e dal traffico delle navi. Al di sopra dei 500 Hz fino a circa 20 kHz l'agitazione della superficie locale del mare è la sorgente più intensa del rumore ambientale, ed al di sopra dei 50 kHz l'agitazione termica delle molecole d'acqua diviene un'importante sorgente di rumore, in quanto il livello spettrale del rumore aumenta di circa 6 dB per ottava. Nel caso di acqua bassa i livelli di rumore possono essere considerevolmente maggiori a causa dei maggiori carichi idrodinamici sui propulsori, delle onde frangenti, del maggiore rumore biologico, dei rumori costieri, ecc.

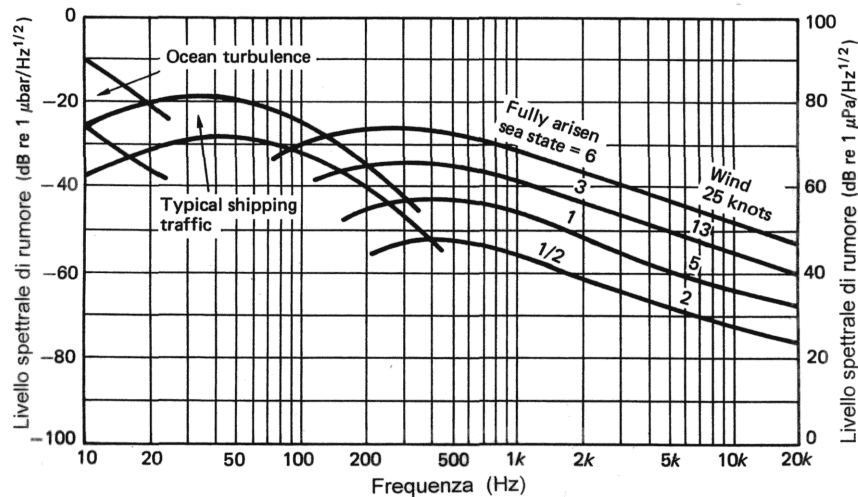


Figura 10.7. Rumore ambientale in acqua profonda

Il rumore ambientale nel mare cresce continuamente quando ci si avvicina alle basse frequenze, ossia al di sotto dei 50 Hz. Da 200 Hz a 10 kHz domina il rumore della nave, che costituisce parte dello spettro del rumore ambientale. La sorgente di rumore prevalente è l'elica, seguita dai macchinari rotanti, quali i motori principali, i riduttori, i generatori ed i ventilatori. Esistono altre sorgenti, quali la diffusione di vortici dalla carena, il rumore generato da tubolature aperte verso il mare o che scaricano in mare, ed il rumore associato alla scia.

Il rumore prodotto da una nave dipende dalla zona operativa, come riportato da Zakarauskas et al. (1990), che rilevarono l'effetto prodotto dal tipo di sedimento del fondale e dalla profondità della termoclina, che dominano la propagazione.

### 10.3.2 Rumore dell'elica

L'elica è una sorgente acustica indesiderata. Il rumore generato dall'elica può avere origine da quattro cause distinte, ossia *cavitazione*, *pala cantante*, *rotazione di pala* e *turbolenza*, che possono essere analizzate separatamente.

#### Rumore di cavitazione

Tra le sorgenti di rumore quella dell'elica, in particolare quella dell'elica cavitante, è la più dannosa per le operazioni di rilevazione acustica in quanto i suoi livelli di rumore dominanti possono coprire un'ampia banda di frequenze (Sasajima et al., 1986). Quasi tutte le eliche delle navi di superficie producono rumore; soprattutto alle alte velocità la cavitazione fornisce normalmente il maggiore contributo alla generazione del rumore irradiato nel campo fluido e talvolta del rumore a bordo. Il rumore di cavitazione è a banda estremamente larga anche se il suo spettro presenta molto spesso un certo numero di picchi a frequenze multiple della frequenza di pala ( $5 \div 100$  Hz). Il massimo livello di rumore si verifica all'incirca tra 50 e 300 Hz.



### **Rumore di pala cantante**

Le pale di un'elica cantante producono toni forti a frequenze tra 100 e 1000 Hz. Nello spettro del livello di rumore si possono osservare parecchi picchi ripidi a diversi valori discreti delle frequenze. Il canto è causato dalle vibrazioni prodotte dalle deformazioni idroelastiche delle pale.

I picchi hanno origine a frequenze correlate alle frequenze naturali dei vari modi di vibrazione della pala. L'eccitazione di pala necessaria a produrre questo effetto è indotta dalla diffusione dei vortici sul suo bordo di uscita. Quando la 'frequenza di diffusione' coincide con la frequenza naturale di pala, si ha un canto che può essere molto rumoroso. Questo fenomeno può essere ridotto e/o eliminato introducendo un cosiddetto cuneo anti-canto (van Manen, 1963).

### **Rumore da rotazione di pala**

Il rumore da rotazione di pala è legato al campo di pressione prodotto intorno alle pale dallo spessore dei suoi profili e dal carico idrodinamico sulla pala. Durante la rotazione dell'elica, il rumore è prodotto dalla variazione continua sia del campo di pressione, sia della sua distribuzione. Questo tipo di rumore è tipicamente a bassa frequenza e del tipo a dipolo. Nel campo fluido lontano è difficilmente percepibile.

### **Rumore di turbolenza**

La turbolenza non-stazionaria è una sorgente di rumore del tipo quadripolo. Questo tipo di rumore ha un'efficienza molto bassa nell'acqua, per cui il rumore irradiato nel campo fluido lontano è pressoché trascurabile. La turbolenza indotta dall'elica può essere importante quando avviene che:

- la turbolenza generi una sorgente di rumore che, quanto agli effetti di radiazione, è più attiva della turbolenza stessa, grazie all'attivazione delle oscillazioni delle bolle nella scia ed all'interazione del flusso turbolento con il timone;
- nella zona turbolenta le fluttuazioni di pressione siano molto rilevanti, specialmente nelle componenti a bassa frequenza.

## **10.4 Natura del rumore dell'elica**

Esistono quattro meccanismi principali in base ai quali un'elica può generare onde di pressione nell'acqua e dar luogo, quindi, a rumore. Questi sono:

- lo spostamento dell'acqua da parte delle pale dell'elica;
- la differenza di pressione tra le superfici in pressione e depressione delle pale dell'elica quando questa ruota;

- la fluttuazione periodica dei volumi delle cavità, causata dall'azione delle pale nel campo di scia variabile dietro la nave;
- il processo del collasso improvviso, associato con la durata del tempo di implosione di una bolla o di un vortice d'apice.

Le prime due cause sono associate all'azione dell'elica sia nel suo stato cavitante che in quello non-cavitante, ma producono solamente effetti non-cavitanti. Gli ultimi due fenomeni sono fenomeni dipendenti dalla cavitazione, per cui avvengono solamente quando l'elica è soggetta a cavitazione.

Il rumore dell'elica può essere considerato costituito, quindi, da due componenti: una non-cavitante ed una cavitante. Prima dell'innesco della cavitazione sono importanti tutte le componenti del rumore prodotto dai macchinari, dalla carena e dall'elica. Dopo l'innesco della cavitazione, mentre occorre tenere ancora conto delle suddette sorgenti di rumore, il rumore dell'elica diviene il fattore dominante. La Figura 10.8 mostra il livello spettrale di rumore sul sonar di una nave militare, confrontando tra loro i livelli di rumore prodotti dallo strato limite della carena, dai macchinari, dall'impianto elettrico e dall'elica cavitante. Si deve osservare che, in questo caso, poiché l'elica si trova longitudinalmente dalla parte opposta rispetto al sonar, la sua importanza quale sorgente di rumore può essere apprezzata e diviene dominante solo a velocità superiori ai 25 nodi.

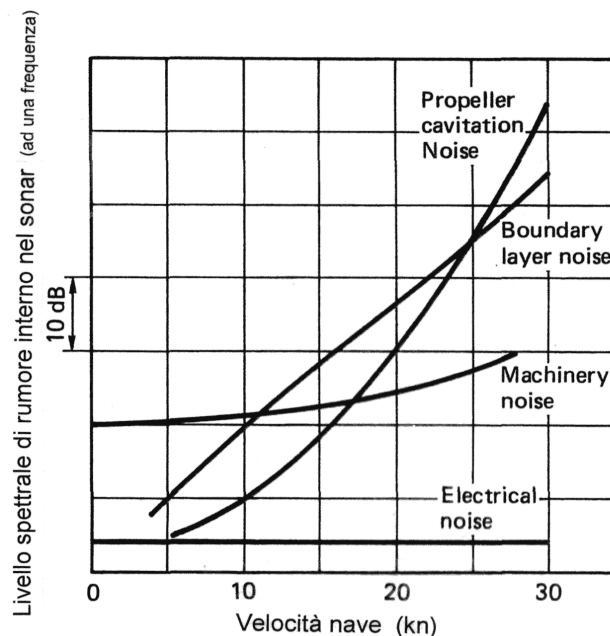


Figura 10.8. Rumore nel sonar dovuto a varie sorgenti in funzione della velocità

Il rumore dell'elica comprende una serie di componenti periodiche, dette toni, alla frequenza di pala ed ai suoi multipli, insieme ad uno spettro di rumore ad alta frequenza dovuto agli effetti della cavitazione e dello strato limite sulle pale. La Figura 10.9 mostra uno spettro di rumore irradiato dalla cavitazione, basato sull'analisi della banda di un terzo di ottava; seguendo la

pratica normale, i livelli di pressione del suono sono riferiti ad un livello di  $1 \mu\text{Pa}$ . Entro questo spettro di rumore, quello prodotto dalla rotazione dell'elica è comunemente al di sotto della soglia uditiva, sebbene non al di sotto dei limiti di ricezione dei sensori: nel caso di un'elica a quattro pale che ruoti a 250 rpm, si ha una frequenza di pala di 16.7 Hz ( $f = Z \cdot n$ ), che è giusto al di sotto del campo uditivo degli umani che varia da 20 a 20000 Hz.

Nel considerare la generazione del rumore, conviene distinguere, quindi, tra rumore non-cavitante e cavitante. Il primo caso, di scarso interesse per le navi mercantili, è tuttavia di notevole interesse nel caso delle navi da ricerca e delle navi militari, quali le fregate anti-sommergibile, che devono operare silenziosamente per individuare minacce potenziali. Per queste navi il team progettuale deve mirare ad estendere quanto più possibile il campo non-cavitante di operatività della nave.

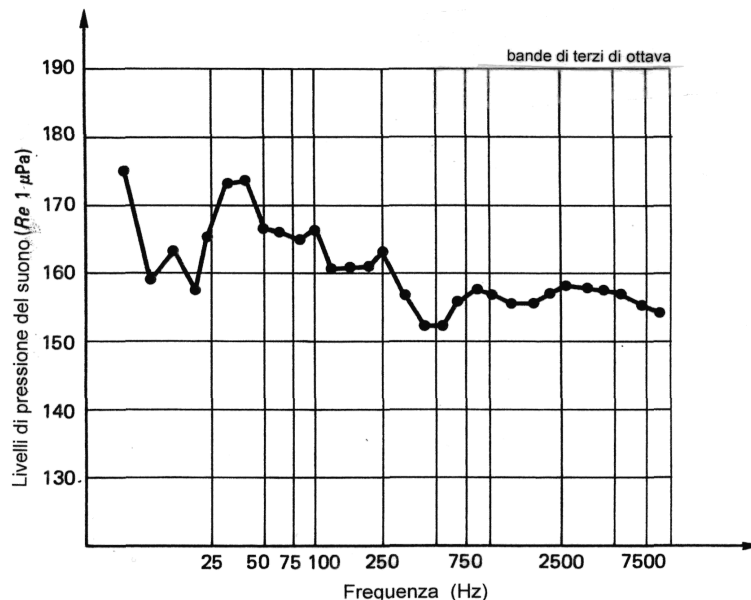


Figura 10.9. Spettri del rumore irradiato dalla cavitazione sullo scafo al vero

#### 10.4.1 Elica non-cavitante

L'elica navale nel suo stato non-cavitante, così come altre turbomacchine, produce una segnatura del rumore del tipo schizzato in Figura 10.10. Si può osservare che esistono toni distinti associati alle frequenze di pala insieme ad un rumore a banda larga alle frequenze più elevate.

Il rumore a banda larga comprende componenti causate dalla turbolenza che investe l'elica e vari effetti limite quali la diffusione di vorticità ed il rumore sul bordo di uscita delle pale. Per analizzare il rumore dell'elica non-cavitante, si può ricorrere a certe similarità tra l'elica navale come sorgente di rumore, le eliche delle aeromobili ed i rotori degli elicotteri. Dal punto di vista della previsione del rumore prodotto dalle componenti a banda stretta, un'elica marina può essere considerata come una sorgente compatta di rumore, in quanto il prodotto del numero

d'onda<sup>4</sup> per il raggio è molto inferiore all'unità. Questo fatto semplifica considerevolmente la determinazione analitica delle caratteristiche del rumore di un'elica non-cavitante rispetto, ad esempio, a quelle di un rotore di elicottero. Questa semplificazione è controbilanciata dalla densità dell'acqua, che fa aumentare la massa aggiunta delle pale dell'elica navale rispetto a quella dell'elica aeronautica in aria.

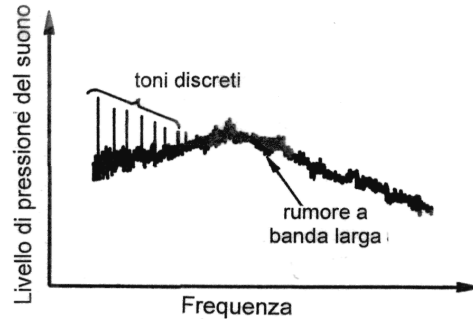


Figura 10.10. Spettro idealizzato di rumore da elica non-cavitante

L'analisi delle componenti a banda larga è differente. La non-stazionarietà è causata dalla variazione circonferenziale del campo di scia. Inoltre, nel caso di turbolenza sul bordo di ingresso della pala si deve considerare il suo livello nel flusso incidente.

Il rumore sul bordo d'uscita è forse quello meno compreso tra i meccanismi del rumore a banda larga, poiché implica una conoscenza dettagliata del flusso intorno al bordo d'uscita delle sezioni. Il ruolo della viscosità entro lo strato limite è un parametro cruciale nella stima dei livelli del rumore irradiato prodotto, ed è ancora oggetto di ricerca. La Figura 10.11 permette di apprezzare i livelli del suono prodotto dal bordo di uscita e dalla turbolenza sul bordo d'ingresso.

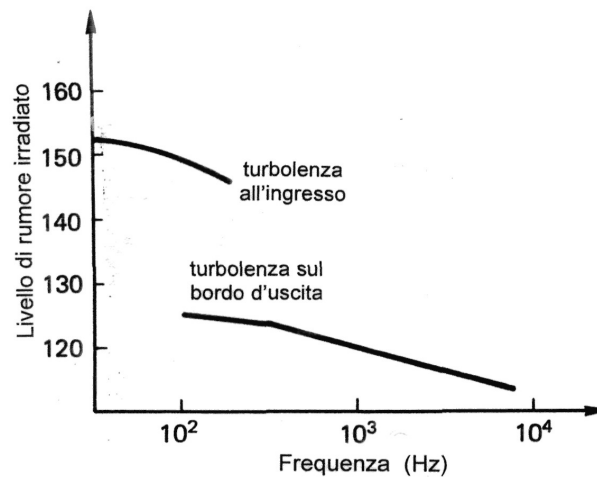


Figura 10.11. Tipici livelli di rumore irradiato da un profilo portante in acqua disturbata

<sup>4</sup>il numero d'onda è il rapporto tra la frequenza e la velocità del suono.

Il problema della minimizzazione del rumore delle eliche navali subcavitanti per via teorica è ancora nella sua infanzia, in quanto la soluzione completa richiede sia il calcolo accurato del flusso viscoso sulle pale dell'elica, sia la modellazione dello spettro di turbolenza in ingresso, oltre la disponibilità dei dati relativi al campo di scia.

Infine, oltre gli effetti suddetti, esistono anche effetti idroelastici e della flora-fauna marina (fouling) che vanno tenuti in conto nel caso di rumore non-cavitativo.

#### 10.4.2 Elica cavitante

Il collasso delle bolle di cavitazione crea onde d'urto e, quindi, rumore che è essenzialmente 'rumore bianco' che copre una banda di frequenze fino a 1 MHz. Dal punto di vista teorico, il problema del rumore irradiato dalla cavitazione è stato trattato, ancora recentemente, in base alla dinamica di una singola bolla cavitante in un campo di pressione variabile lungo la superficie di una sezione di pala. In queste condizioni la bolla subirà fluttuazioni del volume e, di conseguenza, irradierà energia acustica. Utilizzando questo approccio, ed ipotizzando che le bolle si formino casualmente, la densità spettrale di potenza di un grappolo di bolle diviene il prodotto tra il numero di bolle generate nell'unità di tempo e la densità spettrale di energia dovuta alla crescita ed al collasso di una singola bolla. Tali modelli sono in grado di prevedere solo parzialmente il comportamento reale delle pale di un'elica cavitante, e tendono ad effettuare previsioni errate per densità molto alte delle bolle.

Arakeri e Shanmuganthan (1985) hanno mostrato in maniera schematica (Fig. 10.12) il contributo relativo di differenti tipi di cavitazione allo spettro di potenza del suono. Si può apprezzare la diversa influenza che un certo tipo di cavitazione ha su uno spettro continuo o su uno spettro discreto.

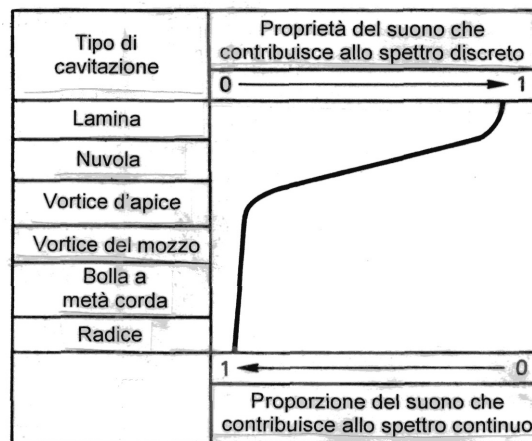


Figura 10.12. Contributo relativo di diversi tipi di cavitazione alla spettro di potenza del suono

La previsione del rumore di cavitazione mediante metodi teorici è ancora più complicata che per un'elica non-cavitante. A tutt'oggi l'inadeguatezza dei metodi teorici, incapaci di tenere

conto adeguatamente dello strato limite e della dinamica della cavitazione, tende a precluderne il loro utilizzo. Di conseguenza, la maggior parte delle previsioni è effettuata utilizzando modelli di eliche operanti in una galleria di cavitazione.

Van der Kooij (1986) ha mostrato (Fig. 10.13), mediante prove su modelli con pale lisce e rugose, che il rumore generato dalla cavitazione a bolle cresce inizialmente con il numero di bolle, per poi cadere bruscamente quando è presente un gran numero di bolle. Nel caso della pala liscia furono indotte diverse densità di bolle variando la corrente elettrolitica da intensità nulla fino a  $I = 2.4$  A, mentre nel caso di pala rugosa fu generato un grande numero di bolle applicando rugosità artificiale sul bordo d'ingresso con una corrente elettrolitica di intensità pari a  $I = 2.4$  A.

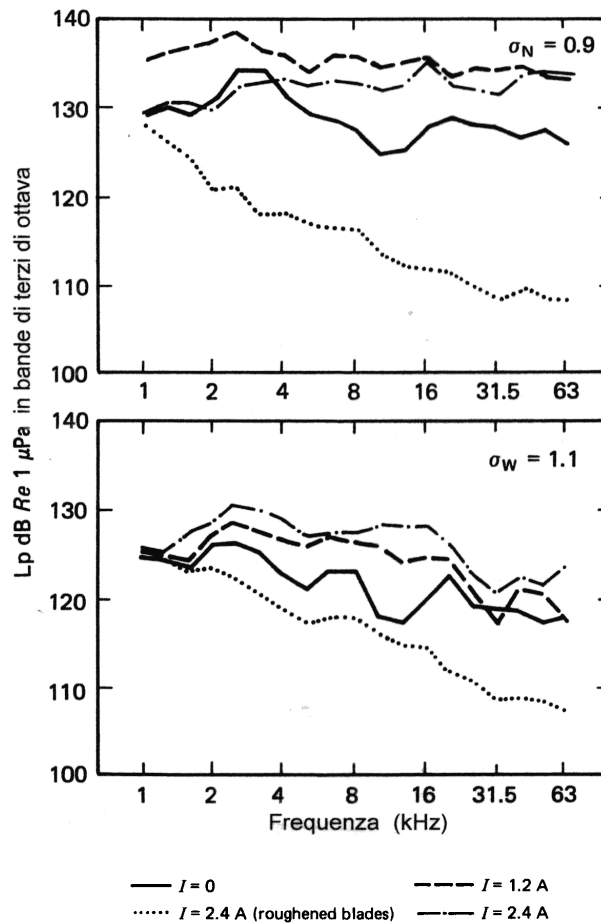


Figura 10.13. Spettri di pressione del suono misurati su pale lisce e pale rugose

Il rumore emesso da un'elica cavitante dipende dal tipo di cavitazione presente in una particolare condizione operativa. Ad esempio, i diversi tipi di cavitazione (a lamina, a bolle, ecc.) producono diverse segnature di rumore, come mostrato in Figura 10.14, dove si può osservare l'ampio intervallo di spettri del suono generati dalla stessa elica per quattro specifiche condizioni di carico.

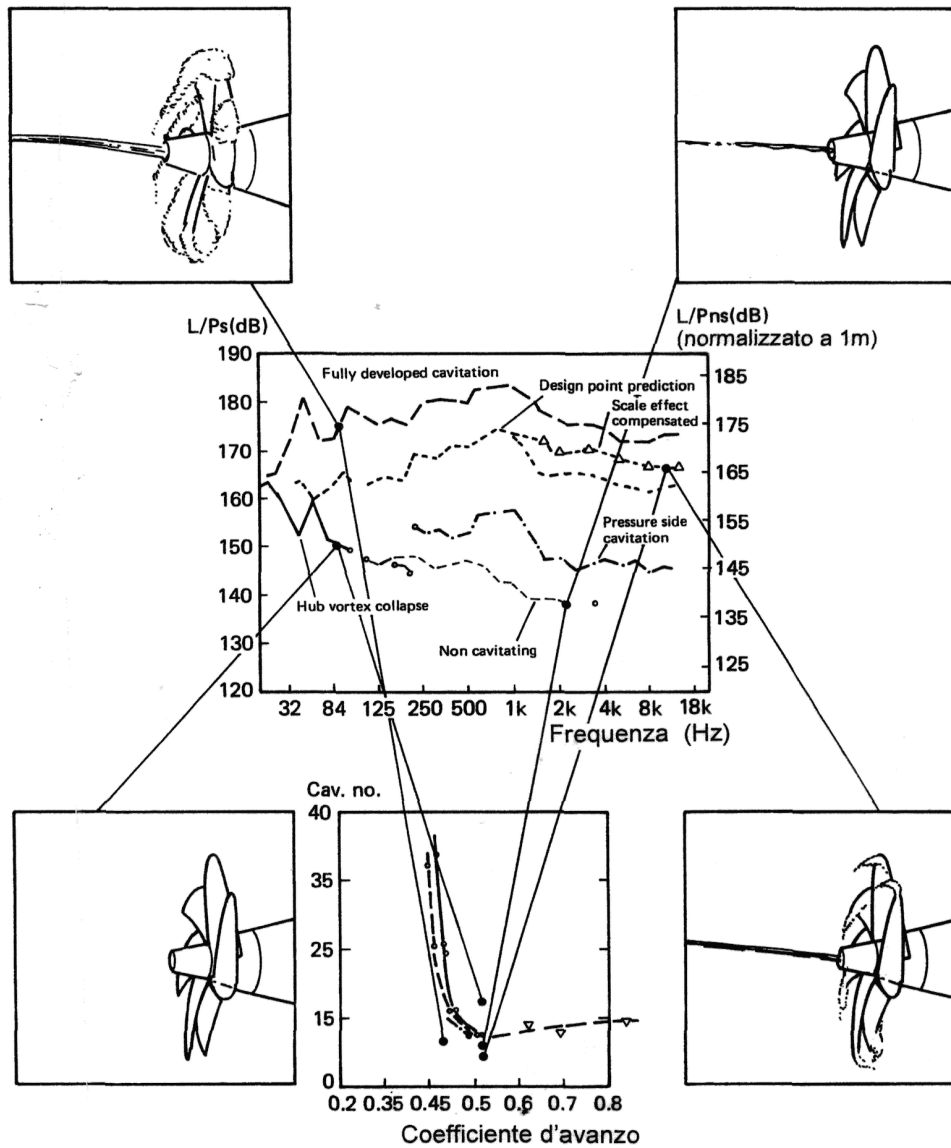


Figura 10.14. Effetto del tipo di cavitazione sugli spettri di rumore

Le misurazioni del rumore sono oggi un'attività regolare in molti programmi di prove in gallerie di cavitazione. Lo scopo di queste prove può essere quello di confrontare, per uno specifico progetto gli spettri di rumore generati dalla stessa elica in diverse condizioni di carico; oppure, di effettuare confronti tra diverse eliche; o ancora, di prevedere gli spettri di rumore al vero in diverse condizioni di carico. Comunque, quando si affronta lo studio del rumore in una galleria di cavitazione, la presenza delle pareti della galleria influenza i risultati in una misura tale che i risultati non sono rappresentativi delle condizioni di un campo fluido libero a meno di non effettuare adeguate correzioni. Si deve perciò sviluppare un fattore di correzione sostituendo una sorgente di rumore calibrata al posto dell'elica, in modo da potere effettuare un confronto su quale sarebbe il livello di rumore nel campo libero senza le pareti della galleria di cavitazione.

Ciò porta alla definizione per ogni singola configurazione di una funzione di trasferimento della forma

$$P_{ff} = \phi P_t$$

dove  $P_{ff}$  è lo spettro di rumore richiesto nel campo libero,  $P_t$  è lo spettro di rumore misurato nella galleria di cavitazione e  $\phi$  è la funzione di trasferimento tra la galleria di cavitazione ed il campo libero.

Il meccanismo fisico del rumore di cavitazione non è stato ancora compreso completamente e precisamente. È disponibile, comunque, una notevole mole di dati sperimentali che può essere utilizzata nel progetto delle eliche e nell'interpretazione dei risultati sperimentali su modelli.

### 10.4.3 Relazione tra tipo di cavitazione e livello del rumore

Knapp et al. (1970) osservarono che il rumore di cavitazione raggiunge il suo picco negli stadi iniziali dell'innesco della cavitazione. L'intensità del rumore idrodinamico irradiato da un'elica cavitante dipende fondamentalmente dall'energia accumulata dai nuclei durante la crescita delle bolle. Come tale, il rumore prodotto dalla cavitazione a bolle può essere descritto come una sovrapposizione casuale di eventi indipendenti o di sequenze di eventi isolati. Il rumore irradiato è influenzato dalla distribuzione delle bolle, le quali a loro volta sono notevolmente determinate dalla concentrazione dei nuclei. Quando le bolle di cavitazione collassano, viene generato rumore a banda larga, che è irradiato nel fluido circostante e trasferito alle strutture della nave.

Le eliche con cavitazione per vortice d'apice producono rumore per effetto del collasso dei vortici a valle dell'elica. Le eliche con ambedue i tipi di cavitazione, a bolle e di vortice d'apice, producono una distribuzione dell'intensità del rumore pressoché costante dal piano del disco-elica fino al punto di collasso del vortice cavitante. Il campo di pressione nella zona di pala soggetta a cavitazione a bolle è relativamente inferiore, dal punto di vista acustico, a quello prodotto dal collasso del vortice d'apice.

Qualunque sia il tipo di cavitazione, i livelli di rumore prodotti da un'elica cavitante sono superiori a quelli prodotti da un'elica totalmente subcavitante. Tuttavia, si deve arguire che tipi di cavitazione molto diversi possono produrre livelli di rumore molto differenti. In certa misura, il progettista può influenzare la presenza dell'uno o dell'altro tipo di cavitazione, lungo il processo progettuale dell'elica. Per progettare eliche silenziose, è perciò importante conoscere la relazione tra il tipo di cavitazione e la produzione del rumore. Purtroppo, a questo proposito non esistono regole generali. Prove sperimentali su modelli hanno dimostrato che il rumore prodotto dall'elica aumenta con l'innesco ed il successivo collasso della cavitazione nelle zone di bassa pressione sulla pala.

I risultati della ricerca in questo settore possono essere schematizzati come segue:

- la *cavitazione a nuvola* produce i livelli di rumore più elevati:
  - l'instabilità di una cavità a lamina sul bordo d'ingresso determina l'estensione della cavitazione a nuvola,



- quanto più elevate sono la frequenza ridotta e l'ampiezza di oscillazione del picco di scia, tanto maggiore è la cavitazione a nuvola;
- in flusso uniforme la *cavitazione a bolle* produce più rumore della cavitazione a lamina, mentre il contrario avviene in un flusso non-omogeneo;
- la *cavitazione a lamina* in flusso uniforme produce meno rumore della cavitazione a bolle:
  - tuttavia, in flusso non-uniforme le cavità a lamina sono più instabili, fino a formare cavitazione a nuvola che produce livelli di rumore più elevati,
  - la cavitazione a lamina sulla faccia è una sorgente di rumore più intensa rispetto a quella sul dorso,
  - al crescere del rumore, è prevedibile una lamina di cavitazione più estesa radialmente;
- la *cavitazione per vortice d'apice* è, tra i vari tipi di cavitazione, quella che causa i livelli di rumore più bassi;
- la *cavitazione per vortice del mozzo* produce un livello di rumore inferiore a quello prodotto dal vortice d'apice: è stata attribuita (Latorre, 1981) alla rottura della cavità del vortice del mozzo, che degenera in bolle che si distaccano.

Sulla base di queste considerazioni non possono essere desunte relazioni certe tra il tipo di cavitazione ed il conseguente livello di rumore. Comunque, le misure sistematiche di rumore prodotto da diversi tipi di cavitazione hanno condotto alla conclusione generale che il rumore prodotto dalla cavitazione a bolle è superiore a quello della cavitazione a lamina, e che quest'ultimo è maggiore del rumore prodotto dalla cavitazione per vortice d'apice.

Il problema è a più variabili, essendo numerose le grandezze che giocano un ruolo rilevante in questo fenomeno:

- l'estensione e la posizione della cavitazione;
- la quantità di instabilità della cavitazione;
- l'interazione con altri tipi di cavitazione;
- le condizioni di prova.

#### 10.4.4 Modellazione dei vortici d'apice

Una delle sorgenti più importanti dell'emissione del rumore è la cavitazione prodotta dal vortice sull'apice di pala, il quale è sempre presente ogni qualvolta si parla di cavitazione. A questo scopo sono riassunti alcuni elementi relativi alla modellazione del vortice d'apice, ai suoi effetti scala e ad alcune tecniche sperimentali.

La ricerca pluridecennale, teorica e sperimentale, sulla formazione dei vortici d'apice ha prodotto una vasta letteratura. Una revisione pressoché completa dei modelli teorici proposti è disponibile nel lavoro di Sarpkaya (1988). L'analisi di molti risultati sperimentali ha portato

alla conclusione che il modello più applicabile è basato sul vortice di Rankine e/o sulle sue modifiche, che includono spesso la dissipazione della vorticità. Senza mettere in discussione questa modellazione, che è confortata da una messe di dati sperimentali, Koronowicz (1992) è giunto alla conclusione che per modellare correttamente i vortici liberi nella corrente a valle occorre modificare la struttura dei vortici concatenati sulla pala. L'evidenza sperimentale ha mostrato che i vortici liberi non si distaccano mai dal bordo d'uscita di pala, ma piuttosto in prossimità del bordo d'ingresso sul dorso di pala, soprattutto nelle pale con elevato 'skew-back'. Si può osservare una marcata variazione nelle distribuzioni di velocità e di pressione, ma soprattutto nella distribuzione di vorticità concatenata in questa zona di pala.

In base alla teoria delle eliche con elevato 'skew-back', Greeley et Kerwin (1982) hanno suggerito di modellare la vorticità di un'elica con un vortice d'apice addizionale, espressione dei fenomeni presenti sul bordo d'ingresso di pala. Questa modellazione non risponde appieno alle leggi dei flussi vorticosi - 'in primis' al teorema di conservazione della vorticità - in quanto il vortice addizionale non è legato alla vorticità concatenata che rappresenta la pala stessa.

Il problema della formazione di vorticità concentrata in prossimità di un'ala fu trattato da Thwaites (1960) il quale, citando il lavoro di Betz (1950), sostenne che un flusso con vorticità fortemente concentrata, con un nucleo ruotante come un corpo rigido, può essere generato solamente attraverso l'avvolgimento delle superfici vorticide in un processo cumulativo di vorticità. Il cosiddetto 'attacco' dei vortici vicino al bordo d'ingresso sul dorso di pala, osservato sperimentalmente, può essere il risultato della separazione della superficie libera vorticosa molto lontano dal bordo d'uscita e della sua rapida deformazione. Tale separazione non è stata mai osservata simultaneamente sulla faccia di pala, dove la superficie dei vortici liberi si separa sempre in prossimità del bordo d'uscita. Se si vuole modellare questo fenomeno teoricamente, devono essere introdotti due punti di separazione indipendenti su ogni profilo della sezione di pala, prevedendo la formazione di due sistemi vorticosi liberi. Ciò richiede l'introduzione della cosiddetta *superficie portante a doppio strato* (DLLS), con sistemi indipendenti di vortici concatenati su ambedue i lati della pala, al fine di simulare correttamente il sistema vorticoso libero deformante. Una caratteristica del modello a doppio strato è che i punti di separazione dei vortici liberi sulla faccia e sul dorso sono indipendenti.

La *vorticità portante* è calcolata in base ad una classica teoria della superficie portante a strato singolo. Tale vorticità compare quando una sezione di pala opera ad un certo angolo d'incidenza e/o quando la sua linea mediana non è piana. È legata direttamente alla portanza - di qui il suo nome -, ma può esistere anche quando la linea mediana ha una forma simmetrica ad 'S', o quando un profilo alare opera all'angolo di portanza nulla. La vorticità portante non può essere assimilata alla velocità indotta tangenziale, che dipende dalla vorticità totale. La vorticità portante è solamente una delle componenti della vorticità totale, che può essere suddivisa in maniera simile alla velocità tangenziale su un profilo come

$$V_{st} = V_o \cdot \sin \varphi + V_d + V_\gamma \quad (10.17)$$

dove

$V_o \cdot \sin \varphi$  : componente di velocità del flusso indisturbato,

$V_d$  : componente indotta da sorgenti e pozzi che modellano lo spessore finito del profilo,

$V_\gamma$  : componente di velocità indotta dalla vorticità portante.

Il modello DLLS proposto è basato sull'ipotesi che la vorticità portante su ambedue i lati di pala possa essere calcolata mediante la relazione

$$\gamma = V_\gamma = V_{st} - (V_o \cdot \sin \varphi + V_d) \quad (10.18)$$

assumendo che il termine  $(V_o \cdot \sin \varphi + V_d)$  sia determinato ad angolo d'incidenza nullo per un profilo simmetrico che abbia distribuzione di spessore identica al profilo effettivo.

La Figura 10.15 illustra la differenza tra linee portanti a singolo (a) ed a doppio strato (b). La presenza della vorticità secondaria, indipendente dal sistema di vortici liberi, avvicina questo modello teorico alla realtà fisica più dei modelli basati sulla teoria della superficie portante a singolo strato.

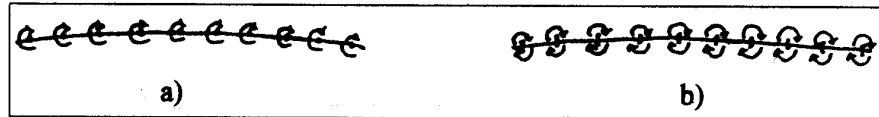


Figura 10.15. Vortici in modelli a singolo ed a doppio strato

La Figura 10.16 mostra la distribuzione di vorticità portante, ottenuta mediante il *modello a doppio strato*, su un profilo alare che ha distribuzione di spessore NACA 16 intorno ad una linea mediana  $a = 0.8$ , con angolo di incidenza ideale.

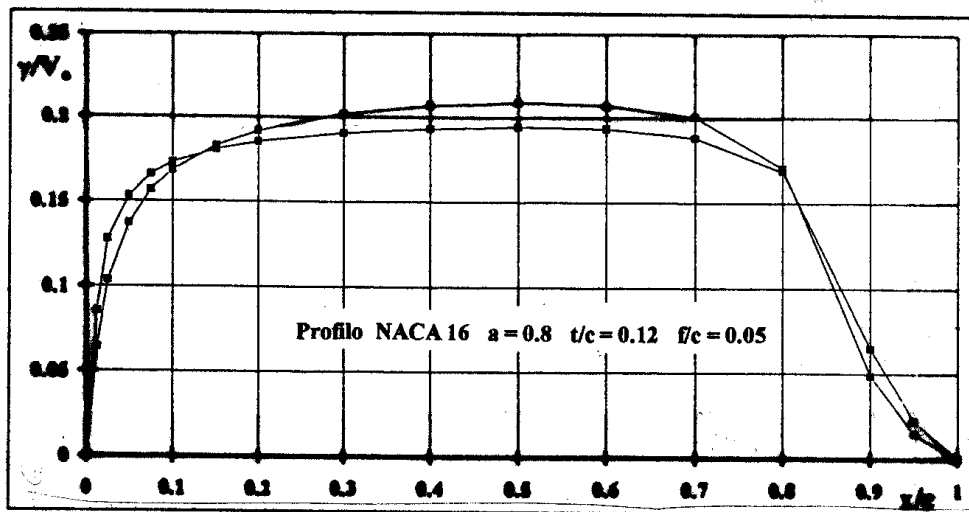


Figura 10.16. Vorticità portante

L'algoritmo per la determinazione del sistema deformato a vortici liberi nella zona intorno all'apice di pala è basato su un modello vorticoso composto da un insieme di linee vorticose di intensità costante  $\Delta\Gamma = \Gamma_{max}/N$ , dove  $\Gamma_{max}$  è il valore massimo della circolazione concatenata sulla pala ed  $N$  è il numero di linee vorticose, che viene mantenuto invariato durante ogni esecuzione. Nei passi successivi del calcolo viene determinata la posizione dei punti di separazione sul dorso di pala, dove i vortici concatenati si staccano e si trasformano in vortici liberi.

Per prevedere la cavitazione per vortice d'apice, dopo avere definito la geometria del sistema dei vortici liberi, occorre determinare il campo di pressione nella zona di formazione del vortice d'apice. L'analisi di molti calcoli teorici permette di affermare che le condizioni adeguate all'innescò della cavitazione per vortice d'apice esistono solamente nella zona iniziale del sistema di vortici liberi. Questa zona vicina all'apice, che è relativamente piccola, agisce come una 'fabbrica di nuclei', dove ha luogo una rapida crescita delle bolle. I riscontri sperimentali mostrano che i nuclei sono risucchiati nel centro del vortice d'estremità.

Quando la pressione nel centro del vortice crolla al di sotto della pressione critica, la quale dipende dalla dimensione iniziale dei nuclei, si ha una crescita esplosiva dei nuclei, che dà luogo all'innescò della cavitazione. Il comportamento dei nuclei nel campo di pressione variabile può essere studiato utilizzando l'equazione di Rayleigh–Plesset.

Il rumore di cavitazione per vortice d'apice  $n_{tvc}$  può essere composto come

$$n_{tvc} = n_i + n_c \quad (10.19)$$

dove  $n_i$  rappresenta il rumore prodotto dall'innescò della cavitazione per vortice d'apice, mentre  $n_c$  rappresenta il rumore del collasso generato dalla cavitazione per vortice d'apice.

Se la cavità è aderente all'apice di pala, si instaura una forte dipendenza dell'innescò della cavitazione per vortice d'apice dal numero di Reynolds, dall'angolo d'incidenza, dal rapporto di passo, dalla circolazione del nucleo vorticoso e dal raggio della bolla, che è legato allo spessore dello strato limite ed ai nuclei presenti nell'acqua. L'apparire di tale rumore può venire ritardato imponendo un maggiore rapporto  $P/D$ . Di solito, l'emissione acustica del vortice d'apice cavitante inizia con toni molto alti (2–3 kHz), la cui frequenza diminuisce al ridursi della pressione.

## 10.5 Previsione del rumore di cavitazione

Il livello di rumore in una certa posizione è determinata dall'intensità della sorgente della cavitazione e dalla modalità di trasmissione dalla sorgente fino al punto di misurazione. In fase progettuale ci si limita di solito alla previsione dell'intensità della sorgente mediante metodi empirici e/o metodi sperimentali.

### 10.5.1 Metodi sperimentali

Quando è richiesta una previsione definitiva dell'emissione di spettri di rumore da parte di una specifica combinazione elica-carena, a tutt'oggi le analisi di prove sperimentali sono ancora l'unico mezzo realistico di ottenerla. L'approccio sperimentale consente di ottenere una maggiore precisione e previsioni affidabili anche in presenza di eliche non convenzionali. Si hanno, comunque, alcuni svantaggi sintetizzabili nel fatto che gli esperimenti non possono essere effettuati nelle fasi iniziali del progetto, sono relativamente costosi e non consentono di ottimizzare l'elica (e la nave).

Bark (1986) ha discusso la correlazione ottenibile e le probabili ragioni che possono portare ad una disparità nella correlazione tra misure su modello e grandezze al vero. La Figura 10.17 mostra una buona correlazione del rumore adimensionale in bande di terzi di ottava utilizzando i livelli medi rms. Il diagramma mostra i risultati per una nave ed il suo modello per tre diversi valori di velocità nave e di numero di giri dell'elica, con un unico contenuto di gas ( $\alpha/\alpha_s = 0.4$ ) nelle prove sperimentali.

Il rumore adimensionale  $L(K_p)$ , diagrammato in Figura 10.17, è dato da

$$L(K_p) = 20 \text{ Log } 10^6 K_p \quad \text{dove } K_p = 20 \text{ Log } \left[ \frac{p_{\text{rms}} \cdot 10^6}{\rho n^2 D^2} \right]$$

Nel suo studio Bark ha ricavato che si ha la migliore correlazione tra nave e modello alle velocità più elevate del fluido e che l'influenza del contenuto di gas non è particolarmente rilevante nell'intervallo  $0.4 < \alpha/\alpha_s < 0.7$ . Ovviamente, se il contenuto di gas fosse portato ad un valore troppo elevato, il rumore alle alte frequenze sarebbe smorzato dalle bolle di gas (van der Kooij, 1986).

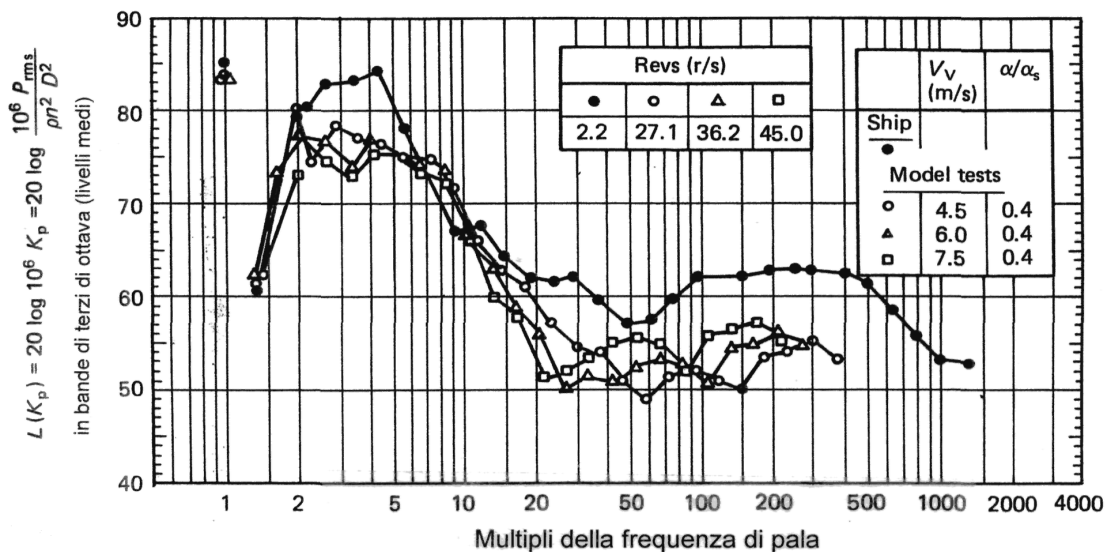


Figura 10.17. Rumore adimensionale rappresentato come  $L(K_p)$  in bande di terzi di banda

In Figura 10.17 si può osservare che la forma dello spettro è simile tra scala modello e nave al vero, sebbene si possano osservare certe deviazioni nello scalaggio della frequenza, il che può essere attribuito alla riflessione dell'onda sonora sulla carena al vero, oppure alla non adeguatezza della metodologia di scalaggio della cavitazione.

### 10.5.2 Metodi empirici

Nelle fasi iniziali del progetto dell'elica, oppure quando non si possono effettuare prove su modelli per ragioni di costo, si può ricorrere a stime del rumore dell'elica basate su espressioni derivate da misure precedenti. Questo modo di previsione non è così accurato come quello basato su prove su modelli, e deve essere utilizzato con grande prudenza poiché i valori derivabili dalle formule empirico-statistiche sono basati su dati storici, talvolta assai vecchi e, quindi, non sono strettamente applicabili alle navi moderne.

I modelli empirici utilizzano formulazioni semplici derivate dall'esperienza, dipendenti da poche variabili, comunque note fin dalle fasi iniziali del progetto. Talvolta questi metodi incorporano alcune formulazioni teoriche.

Utili per questo approccio empirico-statistico sono i dati sugli spettri di rumore irradiati da navi di superficie americane, inglesi e canadesi, rilevati durante la Seconda Guerra Mondiale. Nel 1945 lo US Office of Scientific Research and Development convertì i risultati delle misurazioni in livelli di rumore prodotti dalla sorgente ad 1 metro, normalizzati rispetto ad un valore di riferimento di  $1 \mu\text{Pa}$ , utilizzando un processo con un margine di errore di 3 dB. Questa analisi portò alla seguente espressione per il livello di rumore  $L_s$  in funzione della frequenza

$$L_s = L'_s + 20(1 - \text{Log}f) \quad \text{per } 100 \text{ Hz} < f < 10 \text{ kHz} \quad (10.20)$$

dove  $L'_s$  è il livello globale del suono misurato nella banda da 100 Hz a 10 kHz.

Misurazioni successive, effettuate nel secondo dopoguerra su numerose navi da carico e navi cisterna, mostrarono che deviazioni di 1–3 dB nel livello globale del suono  $L'_s$  erano riscontrabili in larga parte dello spettro. La rianalisi delle vecchie misurazioni, effettuata da Ross (1986), insieme all'introduzione di dati più attuali, mostrarono che il termine  $L'_s$  poteva essere espresso in funzione della velocità periferica dell'elica all'apice di pala. Per navi di lunghezza maggiore di 100 metri è stata proposta la seguente espressione

$$L_s \simeq 175 + 60 \text{Log} \frac{u_t}{25} + \text{Log} \frac{Z}{4} \quad (10.21)$$

dove  $u_t$  è la velocità periferica dell'apice di pala nell'intervallo 15–50 m/s.

In conclusione, le equazioni (10.20) e (10.21) possono essere utilizzate per ottenere una stima approssimata per lo spettro di rumore riferito ad un livello della sorgente posta ad 1 m di distanza.

Il controllo del rumore emesso da un'elica può essere effettuato modificando il progetto dell'elica stessa, oppure tentando di sopprimere il rumore acustico sulla nave. Ambedue queste strategie

progettuali sono applicabili alle navi mercantili in quanto sono legati al rumore interno nella maggioranza dei casi. Nelle applicazioni alle navi militari ed alle navi da ricerca, il problema legato al rumore irradiato in acqua obbliga spesso ad eliminare completamente la sorgente del rumore.

Nelle applicazioni alle navi militari è più importante la previsione del rumore subacqueo irradiato. La misura corrispondente è l'intensità della sorgente dell'elica, che è il livello fittizio della pressione del suono ad una distanza di 1 m dal centro della sorgente. Le pressioni del suono al vero sono valutate di solito in un *intervallo di suono*.

In alternativa alla formula (10.20) una stima dello spettro di livello della sorgente si possono utilizzare le formule pubblicate da Ross e da Brown. La formula di Ross può essere espressa come

$$L_s(f) = 135 - 10 \text{Log} (Z \cdot N^6 \cdot D^6 \cdot f^2) \quad (10.22)$$

Questa espressione è valida approssimativamente per frequenze superiori a 200 Hz su navi più lunghe di 100 m in presenza di cavitazione.

La relazione semiempirica di Brown è formulata come

$$L_s(f) = 163 - 10 \text{Log} (Z \cdot N^3 \cdot D^4 \cdot f^2) \quad (10.23)$$

dove il termine costante può essere sostituito con il valore 170 nel caso di eliche intubate.

Mediante questa espressione si può stimare l'estremo superiore dello spettro del livello della sorgente. Brown non ha fornito alcuna limitazione per quanto riguarda la lunghezza della nave. Va rimarcato che queste formule risalgono agli anni '70. Le eliche moderne sono meno rumorose di parecchi decibel.

### 10.5.3 Misure al vero

La misura del rumore irradiato è un'attività primaria tra le prove in mare delle navi militari e delle navi da ricerca. Tali prove forniscono un contributo significativo per lo sviluppo dei progetti futuri di questi tipi di navi.

Tali misure sono effettuate in bande di frequenza del suono predefinite, utilizzando due idrofoni: uno diretto sotto la traccia della nave e l'altro orientato lateralmente ad almeno 100 m dalla traccia. La profondità dell'acqua è importante: l'idrofono orientato sulla traccia della nave non dovrebbe trovarsi ad una profondità minore di 20 m, mentre se la profondità è tra i 20 m ed i 60 m, l'idrofono dovrebbe essere fissato sul fondo. Nelle zone dove la profondità è superiore a 60 m, l'idrofono dovrebbe essere sistemato ad una distanza dalla superficie libera pari ad un terzo della profondità del fondale. Inoltre, gli intervalli del rumore durante le prove in mare devono essere scelti in modo che i livelli acustici del rumore di fondo siano molto inferiori ai probabili livelli di rumore dei macchinari più silenziosi e che il livello della riflessione del fondo sia insignificante.

Lo scopo dei due idrofoni è differente. Quello che si trova sulla traccia della nave serve fondamentalmente per lo studio dettagliato degli spettri del suono nell'intervallo di frequenza da 10 a 1200 Hz, mentre l'idrofono laterale mira ad un intervallo di frequenza più ampio, da 10 a 80000 Hz. Le caratteristiche delle prestazioni degli idrofoni sono particolarmente importanti e durante le sperimentazioni occorre fare riferimento a procedure consolidate; nel caso di navi militari si può fare riferimento agli standards NATO STANAG.

Durante le prove di rumore al vero la nave deve navigare in condizioni stazionarie, con uso minimo del timone. Prima e durante le prove, allo scopo di stabilire le velocità di innesco della cavitazione sulle eliche, devono essere rilevati i giri del motore, i giri dell'elica e la velocità effettiva della nave. Devono essere misurati accuratamente anche gli spettri delle vibrazioni dei motori principali e dei più importanti macchinari ausiliari. Quando la nave presenta grandi variazioni di immersione, le misure del rumore dovrebbero essere effettuate almeno nelle condizioni operative estreme. Infine, è utile misurare dall'esterno gli spettri di rumore irradiati dalla nave quando la nave è ancorata, ma le eliche di posizionamento ed i macchinari sono attivi.

## 10.6 Scalaggio del rumore di cavitazione

La complessa struttura stocastica del rumore di cavitazione rende piuttosto discutibili le leggi di scalaggio finora sviluppate. I problemi connessi da affrontare sono sostanzialmente i seguenti:

- lo scalaggio del rumore prodotto negli stadi di cavitazione incipiente;
- lo scalaggio del rumore prodotto dalla cavitazione di bolle in movimento sulla pala;
- i notevoli effetti scala nel dominio a bassa frequenza dello spettro del rumore e le discrepanze tra valori in scala modello ed al vero a causa dei diversi numeri di Reynolds.

Le relazioni fondamentali relative all'effetto scala richiedono il rispetto delle condizioni di similitudine, un modello matematico per la descrizione della dinamica della cavitazione ed un altro modello che simuli la generazione e l'irradiazione del rumore. Non è possibile, comunque, soddisfare simultaneamente tutti questi requisiti nelle prove sperimentali di cavitazione, per cui è possibile, ma purtroppo necessario, rispettare solamente le più rilevanti.

È comunque importante incorporare, nella legge di scalaggio, il rapporto del numero di cavitazione tra modello ed elica al vero. Si potrebbe pensare che uguali numeri di cavitazione producano identiche mappe di cavitazione, al vero e sul modello. In realtà, se si vuole raggiungere questo risultato, occorre fissare il numero di cavitazione modello ad un valore più basso. Ma tale scelta produce differenti pressioni di rumore sul modello ed al vero. Le leggi di scalaggio devono tenere conto di questi aspetti nella previsione sperimentale del rumore.

È noto che le caratteristiche del rumore per cavitazione sono diverse tra acqua dolce ed acqua di mare. È discutibile l'utilizzo dell'acqua dolce in un laboratorio di cavitazione per simulare il rumore di cavitazione prodotto da un'elica al vero, se non si considerano gli effetti della differente distribuzione e concentrazione dei nuclei. Allo stato attuale delle conoscenze circa i



processi fisici relativi al rumore per cavitazione, il rispetto di alcune condizioni fisiche è ancora di esclusivo interesse accademico, in quanto richiederebbe attrezzature sperimentali che non sono ancora disponibili. Certi affinamenti non possono ancora essere considerati in maniera ingegneristicamente plausibile; tra questi l'esempio più classico è la trattazione degli effetti del numero di Reynolds. Esiste, quindi, il bisogno di stabilire soluzioni praticabili.

### 10.6.1 Metodo generale

Il requisito base per derivare la previsione del rumore al vero dalle misure su modello è che la dinamica della cavitazione sia identica tra elica modello ed elica al vero.

Per scalare il rumore di cavitazione, sono introdotte le seguenti ipotesi per quanto riguarda le dimensioni e la cinematica delle bolle in un flusso potenziale stazionario che investe corpi geometricamente simili ad un numero di cavitazione costante: a) la dimensione della cavità è scalata mediante una lunghezza caratteristica  $L$  (si assume  $L$  pari al diametro dell'elica), purché anche la dimensione della bolla iniziale scali con  $L$  o cresca ben al di sopra della sua dimensione iniziale; b) il raggio adimensionale della cavità è funzione solamente del tempo adimensionale  $f \cdot L/c$ , dove  $f$  è la frequenza e  $c$  è una velocità caratteristica; c) la quantità di eventi cavitativi è funzione dell'inverso del tempo caratteristico.

Le leggi dello scalaggio sono basate sulla produzione di onde di pressione generate da una bolla sferica pulsante ed immersa in un volume infinito d'acqua, per la quale la pressione in un punto lontano dalla bolla può essere espressa come

$$p(r, t) = \frac{\rho}{3r} \cdot \frac{d^2 R^3}{dt^2}$$

dove  $R$  è il raggio della bolla,  $t$  è il tempo,  $r$  è la distanza dal centro della bolla e  $\rho$  è la densità dell'acqua.

In questa ipotesi, si è soliti utilizzare la seguente formulazione per lo *scalaggio dello spettro continuo di potenza*  $G(f)$

$$\frac{G_s(f_s)}{G_m(f_m)} = \left( \frac{r_m D_s}{r_s D_m} \right)^2 \cdot \left( \frac{\rho_s}{\rho_m} \right)^{0.5} \cdot \left[ \frac{(p_o - p_v)_s}{(p_o - p_v)_m} \right]^{1.5} \cdot \frac{D_s}{D_m} \cdot \left( \frac{\sigma_m}{\sigma_s} \right)^{1.5} \quad (10.24)$$

dove  $r$  è la distanza tra il punto di osservazione e la sorgente del rumore,  $\rho$  è la densità di massa,  $p_o - p_v$  è la pressione statica,  $\sigma$  è il numero di cavitazione, mentre i pedici  $s$  e  $m$  attengono rispettivamente alle grandezze nave ed alle grandezze modello.

Lo *scalaggio della frequenza* è realizzata mediante la relazione (Baiter, 1974)

$$\frac{f_s}{f_m} = \left( \frac{\rho_m}{\rho_s} \right)^{0.5} \cdot \left[ \frac{(p_o - p_v)_s}{(p_o - p_v)_m} \right]^{0.5} \cdot \frac{D_m}{D_s} \cdot \left( \frac{\sigma_m}{\sigma_s} \right)^{0.5} \quad (10.25)$$

Se si accettano queste formulazioni e se con  $L_p(f, \Delta f)$  si indica il livello di pressione del suono, dove  $\Delta f$  è la banda di frequenza intorno alla frequenza centrale  $f$ , è pratica comune applicare il seguente approccio allo scalaggio per spettri continui di potenza

$$\left[ \frac{L_{p_s}(f_s, \Delta f_s)}{L_{p_m}(f_m, \Delta f_m)} \right]^2 = \frac{G_s(f_s)}{G_m(f_m)} \cdot \frac{\Delta f_s}{\Delta f_m} \quad (10.26)$$

Se la larghezza di banda  $\Delta f$  è proporzionale alla frequenza centrale, ossia se è  $\Delta f = a f$  dove  $a = \text{cost.}$  (si ricava dalla Tabella 10.4) l'equazione (10.26) si trasforma nella relazione

$$\left[ \frac{L_{p_s}(f_s, \Delta f_s)}{L_{p_m}(f_m, \Delta f_m)} \right]^2 = \left( \frac{r_m D_s}{r_s D_m} \right)^2 \cdot \left[ \frac{(p_o - p_v)_s}{(p_o - p_v)_m} \right]^2 \cdot \left( \frac{\sigma_m}{\sigma_s} \right)^2 \quad (10.27)$$

Se si assume la similitudine per una frequenza ridotta, l'equazione (10.27) può essere trasformata dalla sua dipendenza dal rapporto tra le pressioni statiche, che guida il collasso della bolla, ad una dipendenza dalla velocità caratteristica  $nD$ . Per larghezze di banda proporzionali lo scalaggio della pressione di rumore è realizzato come

$$\left[ \frac{L_{p_s}(f_s, \Delta f_s)}{L_{p_m}(f_m, \Delta f_m)} \right]^2 = \left( \frac{r_m D_s}{r_s D_m} \right)^2 \cdot \left( \frac{\sigma_m}{\sigma_s} \right)^2 \cdot \left( \frac{n_s D_s}{n_m D_m} \right)^4 \quad (10.28)$$

dove la quarta potenza della velocità caratteristica può arrivare fino alla sesta, dipendendo soprattutto dal livello di concentrazione dei nuclei nel caso di cavitazione a bolle mobili.

Per avere risultati più affidabili alle basse frequenze, Lovik (1981) introdusse nella procedura di scalaggio un fattore che tenesse conto del contenuto di gas, che, come mostrato in Figura 10.18, ha un'influenza molto pronunciata sul rumore alle alte frequenze. Questo accade in quanto maggiore è il contenuto di gas, maggiore è la quantità di gas permanente contenuta nelle bolle di cavitazione. Un maggiore contenuto di gas ha un effetto smorzante nella fase di collasso e riduce il livello di rumore, soprattutto nel dominio delle alte frequenze.

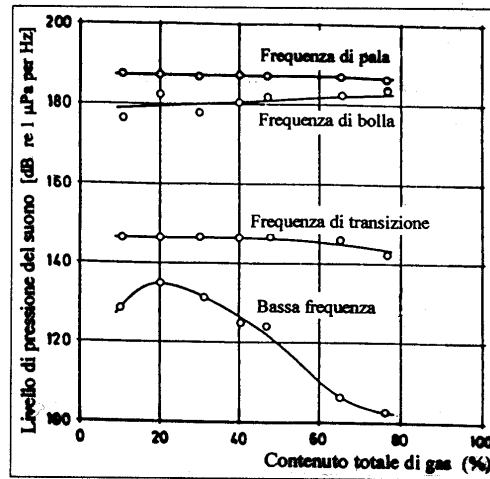


Figura 10.18. Influenza del contenuto di gas sul livello di pressione del suono

In base alle ipotesi dell'acustica lineare, Lovik (1981) ha proposto la seguente modifica della equazione (10.24) relativa allo scalaggio dello spettro continuo di potenza

$$\frac{G_s^*(f_s)}{G_m^*(f_m)} = \frac{G_s(f_s)}{G_m(f_m)} \cdot \left( \frac{Q_s}{Q_m} \right)^{0.5(\gamma-1)} \quad (10.29)$$

dove l'asterisco denota la legge di scalaggio modificata,  $\gamma$  è il rapporto dei calori specifici dei gas permanenti e  $Q$  è il fattore di gas proporzionale al rapporto tra la pressione dinamica e la pressione minima nella cavità.

Analogamente, lo scalaggio della frequenza, dato nella formula (10.25), è modificato come

$$\frac{f_s^*}{f_m^*} = \frac{f_s}{f_m} \cdot \frac{Q_s(Q_m + 1)}{Q_m(Q_s + 1)} \quad (10.30)$$

Il fattore di gas  $Q$  varia da 1 a 1000, il che corrisponde a variazioni del livello di potenza intorno ai 40 dB.

Tutte le formulazioni suddette trascurano gli effetti prodotti dalla viscosità, dalla tensione superficiale e dai gas non condensabili contenuti nelle bolle. Inoltre, si ipotizza che le bolle si muovano alla velocità locale del flusso potenziale anche se, in effetti, lo scalaggio della pressione di rumore è influenzato dagli effetti dello strato limite.

Ritornando allo scalaggio della frequenza, in relazione alle prime due sorgenti di rumore citate in precedenza, ossia lo spostamento dell'acqua da parte del profilo di pala e la differenza di pressione tra faccia e dorso della pala, è evidente che esse sono legate alla frequenza di pala, per cui il numero di giri dell'elica può fornire un adeguato riferimento. Comunque, nel caso di elica cavitante, il processo di collasso non può essere fatto dipendere dalla frequenza di pala. Per superare questo problema si può derivare un adeguato riferimento temporale dalla formula di Rayleigh che fornisce il tempo di collasso di una bolla riempita di vapore; ossia

$$T_c = 0.915 R_{\max} \left( \frac{\rho}{\Delta p} \right)^{1/2} \quad (10.31)$$

dove  $R_{\max}$  è il raggio massimo della bolla prima del collasso e  $\Delta p$  è la differenza di pressione tra l'interno e l'esterno della cavità.

Se si adimensionalizza l'equazione (10.31), la legge di scalaggio della frequenza diviene

$$\frac{f_s}{f_m} = \frac{n_s}{n_m} \left( \frac{\sigma_s}{\sigma_m} \right)^{1/2} \quad (10.32)$$

Questa formula non è corretta per la legge di scalaggio della frequenza per un'elica non-cavitante o anche per un'elica leggermente cavitante; può essere semplificata come

$$\frac{f_s}{f_m} = \frac{n_s}{n_m} \quad (10.33)$$

Comunque, si può osservare che purché  $\sigma_s$  e  $\sigma_m$  siano uguali, il che è un prerequisito per la similitudine in cavitazione, le formule (10.32) e (10.33) diventano identiche, per cui l'equazione (10.33) è sufficiente.

L'ipotesi relativa all'estensione della cavità ad eguali numeri di cavitazione è ragionevole in condizioni di cavitazione ben sviluppata. Comunque, ciò non è vero quando si sviluppa l'innescò della cavitazione, poiché le prove su modelli soffrono per effetto scala, che richiede che sia  $\sigma_s > \sigma_m$  per estensioni equivalenti della cavitazione. Si deve concludere che nella fase di innescò della cavitazione la formula (10.33) non è applicabile.

### 10.6.2 Metodo ITTC

Una pratica comune nell'analisi e nella presentazione dei livelli di rumore è quella di ridurre i valori misurati dei *livelli di pressione del suono* in ogni terzo di banda di ottava ad una larghezza di banda equivalente di 1 Hz mediante la formula di correzione raccomandata dall'ITTC (1978)

$$L_{p1\text{Hz}} = L_{p_m} - 10 \text{Log } \Delta f \quad (10.34)$$

dove  $L_{p1\text{Hz}}$  è il livello di pressione del suono ridotto ad una larghezza di banda di 1 Hz in dB (re 1  $\mu\text{Pa}$ );  $L_{p_m}$  è il livello di pressione del suono misurato in dB (re 1  $\mu\text{Pa}$ ); e  $\Delta f$  è la larghezza di banda per ogni filtro di banda di un terzo di ottava in Hz.

L'ITTC richiede anche che i livelli di pressione del suono siano corretti ad una distanza standard di 1 metro utilizzando la relazione seguente

$$L_p = L_{p1\text{Hz}} + 20 \text{Log } r \quad (10.35)$$

dove  $r$  è la distanza di riferimento verticale alla quale il livello di rumore è stato misurato.

Dopo avere convertito i livelli di pressione del suono per il rumore totale ed il rumore di fondo ai valori equivalenti di 1 Hz ad 1 m, se si utilizzano le equazioni (10.34) e (10.35), il livello di pressione del rumore pulito  $L_{p_n}$  dell'elica ad ogni frequenza centrale può essere calcolato utilizzando la seguente formula di sottrazione logaritmica (Ross, 1976)

$$L_{p_n} = 10 \text{Log} \left[ 10^{L_{p_t}/10} - 10^{L_{p_b}/10} \right] L_{p1\text{Hz}} + 20 \text{Log } r \quad (10.36)$$

dove  $L_{p_t}$  è il livello di pressione del suono totale misurato ad una larghezza di banda equivalente di 1 Hz e ad 1 m di distanza (1 dB; re 1  $\mu\text{Pa}$ ), mentre  $L_{p_b}$  è il livello di pressione del suono totale misurato ad una larghezza di banda equivalente di 1 Hz e ad 1 m di distanza (1 dB; re 1  $\mu\text{Pa}$ ).

Sebbene esistano alcune procedure di scalaggio per ottenere il livello di rumore al vero di un'elica a partire da prove su modelli (Lovik, 1981; Bark, 1985), le previsioni di solito forniscono livelli di rumore più elevati rispetto a quelli ottenuti da misure al vero. Ciò può essere spiegato con il fatto che le prove di rumore su modello sono effettuate di solito in un ambiente alquanto riflettente (elevato livello di rumore di fondo dovuto al dinamometro, alla girante, ecc.) e che causano difficoltà nell'interpretare il rumore pulito dell'elica (ITTC, 1987).

Per questa ragione, è impossibile ottenere una previsione accurata del rumore dell'elica al vero da prove su modello effettuate in galleria di cavitazione senza una conoscenza dettagliata dell'influenza della vicinanza delle pareti della galleria e di altri fattori che potrebbero influenzare

lo scalaggio dal modello al vero. La determinazione dei fattori di correlazione da applicare alle misure sui modelli imporrebbe un vasto programma di prove su modello ed al vero. Non risulta che esistano laboratori che abbiano costruito questi fattori correttivi.

Comunque, un'approssimazione accettabile per giungere ai livelli di rumore al vero è disponibile utilizzando le leggi di scalaggio raccomandate dal Cavitation Committee dell'ITTC (1987). Queste leggi tengono conto solamente delle differenze nelle dimensioni e nelle condizioni operative tra elica modello ed elica al vero, e non tengono conto del fatto che le misure sul modello sono effettuate in una galleria di cavitazione.

L'incremento del rumore passando dalla scala modello al vero è dato da

$$\Delta L_p = 20 \text{Log} \left[ \left( \frac{D_s}{D_m} \right)^z \cdot \left( \frac{r_m}{r_s} \right)^x \cdot \left( \frac{\sigma_s}{\sigma_m} \right)^{y/2} \cdot \left( \frac{n_s D_s}{n_m D_m} \right)^y \cdot \left( \frac{\rho_s}{\rho_m} \right)^{y/2} \right] \quad [\text{dB}] \quad (10.37)$$

dove gli esponenti  $x$ ,  $y$  e  $z$  sono derivati da un'analisi statistica, mentre lo spostamento della frequenza è ottenibile mediante la relazione (10.33).

## 10.7 Rumore dei propulsori trasversali

I propulsori trasversali sono tra le maggiori sorgenti di rumore, anche perché sono integrati nella struttura di scafo senza che ci sia il mezzo fluido tra loro e la superficie di carena.

Un metodo di previsione del rumore per i propulsori trasversali a passo variabile, sviluppato dalla Lips (Dekker, 1987), è basato su un grande numero di misurazioni effettuate a bordo di diversi tipi di nave. In sintesi, il rumore emesso da un propulsore trasversale è definito come

$$L_p(P_B, \Delta\theta, L/D, \Delta L) = L_{p_o}(P_B, \Delta L_o) - L_{p_\Delta}(\Delta\theta, L/D, \Delta L) \quad (10.38)$$

dove

- $L_p$  livello di rumore previsto nel punto di interesse [dB(A)]
- $L_{p_o}$  livello base alla massima potenza ( $P_B$ ) in una cabina standard situata vicino allo spintore trasversale sul cielo del doppio fondo
- $L_{p_\Delta}$  variazione del livello di rumore dovuto alla variazione del passo ( $\Delta\theta$ ), al rapporto  $L/D$  tra lunghezza del tunnel ed il diametro, ed alla posizione sulla nave  $\Delta L$

Da un'analisi statistica basata sui risultati suddetti, si è ricavato che il *livello base del rumore* nell'equazione (10.38) può essere calcolato mediante l'espressione

$$L_{p_o}(P_B, \Delta L_o) = 108.013 - 7.074K + 10.029K^2 + (24.058 - 4.689K + 0.615K^2) \cdot \text{Log} P_B \quad (10.39)$$

dove  $K = I/D$  ( $1 \leq K \leq 3$ ) è l'immersione dell'asse del tunnel adimensionalizzata rispetto al diametro.

Per quanto riguarda la *variazione del livello di rumore*, può essere definita come

$$L_{p\Delta}(\Delta\theta, L/D, \Delta L) = L_p(\Delta\theta) + L_p(L/D) + L_p(\Delta L) \quad (10.40)$$

nella quale

$$L_p(\Delta\theta) = 26.775 - 13.387 \text{Log}(\Delta P_B)$$

$$L_p(L/D) = -4.393 + 14.593 \text{Log}(L/D)$$

$$L_p(\Delta L) = 10 \exp[0.904827 + 0.968977 \text{Log} D_K - 0.348142 (\text{Log} D_K)^2] + 10 \exp[0.22233 - 0.126009 D_K + 0.007657 D_K^2] Fr$$

e dove

- $\Delta P_B$  percentuale di MCR al quale lavora il propulsore trasversale
- $L/D$  varia nell'intervallo  $1 < L/D < 10$
- $D_K$  varia nell'intervallo  $1 < D_K < 5$  ( $D_K = 0$  sul cielo del doppio fondo)
- $Fr$  varia nell'intervallo  $1 < Fr < 50$

Il Germanischer Lloyd (GL) è l'unico Registro di Classifica che impone limiti di rumore per le operazioni di manovra, quali quelli riportati in Tabella 10.5.

Area	E	1	2	3	4
Cabine di prima classe	52	54	56	58	60
Cabine standard	54	56	58	60	62
Locali pubblici	58	60	62	64	66
Spazi aperti	64	66	68	70	72

Tabella 10.5. Limiti di rumore in manovra imposti dal GL [dB(A)]

Tra le contromisure da adottare per mascherare il rumore irradiato, anziché utilizzare eliche del tipo Kaplan, si possono adottare eliche ad elevato skew-back e/o installare un sistema d'iniezione d'aria. Questo sistema consiste di un velo di aria compressa sparata da ambedue i lati intorno al mantello del tunnel del propulsore.

## 10.8 Modi di riduzione del rumore subacqueo

In generale, la riduzione del rumore a bordo delle navi e del rumore subacqueo irradiato concerne la riduzione dell'intensità della sorgente, ossia la diminuzione della cavitazione di pala e la sua influenza sul livello di rumore alle varie frequenze. Concettualmente, si tratta di un problema analogo a quello generato dalle vibrazioni della nave. Una riduzione delle ampiezze di pressione delle armoniche inferiori di pala non diminuisce automaticamente il livello di rumore alle frequenze più alte. In ogni caso, i punti seguenti sono importanti per il controllo del rumore:

- campo di scia della carena;
- progetto dell'elica;
- mezzi esterni quali schermi acustici, rivestimenti ed iniezione d'aria.

Il rumore può essere ridotto sia agendo sull'intensità della sorgente, sia influenzando la trasmissione del suono. Si tratta di agire sia sul rumore a bordo (interno) che sul rumore subacqueo (esterno); più precisamente:

- *Rumore interno*. Un modo di ridurre il livello di rumore interno è quello di aumentare lo spessore del fasciame di scafo, soluzione che è efficiente solamente alle basse frequenze. Un'altra possibilità è quella di utilizzare materiale smorzante sul fasciame, anche se questa tecnica non è efficace al di sotto di 1 kHz di frequenza. Una terza possibilità consiste nel sistemare una sospensione con molle su una parte del fasciame. Infine, si potrebbe utilizzare, ovviamente, l'iniezione d'aria. In pratica, nessuna di queste misure viene adottata frequentemente.
- *Rumore esterno*. Non è facile intervenire sulla trasmissione del rumore irradiato in acqua. Si potrebbe iniettare intorno alla sorgente una griglia di bolle d'aria o applicare un mantello intorno all'elica.

### 10.8.1 Tipologie di navi e di propulsori

Va ribadito che il rumore indotto dall'elica è fondamentalmente legato alla cavitazione. Questo fenomeno è assolutamente critico sulle piccole navi, dove le cabine e gli spazi comuni sono vicini all'elica, ma può essere rilevante anche nelle zone poppiere delle grandi navi. A livello progettuale è necessaria un'attenta pianificazione acustica. Sono spesso adottate a posteriori misure di riduzione del rumore, le quali a volte risultano assai costose in quanto molti rimedi fin qui adottati sono inefficaci proprio nelle zone a bassa frequenza, che corrispondono alle frequenze del rumore prodotto dall'elica. Di qui l'opportunità di risolvere o quanto meno di ridurre il problema fin dalla fase del progetto di base.

Gli sviluppi dell'industria offshore hanno fatto crescere negli ultimi due decenni l'interesse per il problema del rumore subacqueo indotto dalla cavitazione dell'elica. Le eliche intubate e le eliche azimutali per il posizionamento dinamico sono installate, ormai di regola, su navi da perforazione equipaggiate con sistemi di posizionamento idroacustici. Il rumore irradiato nel campo fluido minaccia di interferire con l'operatività di questi sistemi. L'eventuale perdita di controllo del posizionamento durante la perforazione può essere disastroso. I sistemi di posizionamento acustico operano a frequenze molto alte (30–40 kHz). Molte analisi di misure al vero hanno mostrato che la profondità operativa critica delle navi offshore, che utilizzano sistemi di posizionamento idroacustico, dipende dal rumore prodotto dalla cavitazione dell'elica.

Molti sono i problemi da affrontare nel prevedere il rumore di cavitazione se si vuole aumentare la profondità critica e la sicurezza operativa di queste navi; tra gli altri:

- rendere i metodi teorici più affidabili, avendo a disposizione una maggiore quantità di dati e di informazioni da esperimenti su modelli e da misure al vero;

- studiare l'influenza dell'idrodinamica degli spintori e della struttura di scafo sui livelli di rumore;
- comprendere meglio la trasmissione subacquea delle bolle in prossimità delle strutture e della superficie libera.

Studi estensivi sui pescherecci dotati di attrezzature idroacustiche per la ricerca del pesce hanno dimostrato che statisticamente 80% dei pescherecci opera al di sotto del 60÷80% della velocità massima a causa dei disturbi prodotti dal rumore di cavitazione dell'elica.

In generale, le conclusioni di molti lavori possono essere così sintetizzate:

- le eliche intubate sono meno rumorose delle eliche libere;
- le navi con forme piene producono più rumore delle navi dalle forme fini;
- esiste una correlazione stretta tra rumore subacqueo irradiato ed erosione di pala: le navi con eliche soggette ad erosione di pala presentano livelli di rumore più alti.

### 10.8.2 Influenza del campo di scia

Una causa importante del comportamento instabile della cavitazione è la disomogeneità del campo di flusso che investe l'elica. Si deve prevedere un effetto negativo se ha luogo separazione entro lo strato limite, oppure se il campo di scia trasversale è non uniforme. In generale, la riduzione della disuniformità di scia, ottenuta modificando le forme di poppa, riduce il livello di rumore indotto dalla cavitazione; valgono, comunque, le seguenti osservazioni:

- nel progetto concettuale e di base si possono utilizzare i risultati ed i criteri proposti da diversi centri di ricerca per quanto riguarda i modi di riduzione dell'erosione di pala (Lindgren et Bjarne, 1987);
- per diminuire il rumore irradiato subacqueo è fondamentale ridurre il picco di scia nella zona bassa del disco-elica;
- gli elementi strutturali dell'involucro ed i supporti degli spintori possono dar luogo a separazione del flusso e ad elevati livelli di rumore nella condizione di tiro.

### 10.8.3 Influenza delle caratteristiche dell'elica

Il progetto di eliche a basso rumore è di estrema importanza e richiede informazioni dalle prove su modelli in gallerie di cavitazione. Raggiungere un basso livello di emissione acustica da parte delle eliche è uno dei requisiti primari per una buona funzionalità di navi quali le navi militari, le navi oceanografiche, le navi offshore, i pescherecci e le navi passeggeri.

La riduzione fino alla soppressione del rumore irradiato richiede che il rumore sia limitato alla fonte, il che può essere ottenuto attivando una delle modifiche seguenti o una delle loro combinazioni:

- ri-progettazione delle forme di carena per avere un campo di scia più omogeneo,



- variazione della distribuzione radiale dello ‘skew’,
- variazione della distribuzione radiale del passo,
- modifica della geometria del bordo d’ingresso e/o del bordo d’uscita,
- variazione della lunghezza di corda delle sezioni.

La riduzione del rumore a livello progettuale dipende non solo dai parametri principali dell’elica, ma anche dai dettagli geometrici della stessa. Un parametro fondamentale è la velocità periferica dell’apice di pala, che andrebbe mantenuta al di sotto dei 30 m/s. Sono state proposte varie formulazioni che legano la sorgente di rumore all’area di pala interessata dalla cavitazione. Tutte concordano nel dedurre che il livello di rumore irradiato alle frequenze più alte diminuisce riducendo la quantità di cavitazione a lamina.

L’elica va progettata in maniera tale che l’innesco della cavitazione sia ritardato o in modo che il tipo di cavitazione sia relativamente silenzioso. Il primo metodo è applicato solamente sulle navi militari, in quanto esse navigano di solito a basse velocità. Navigare al di sotto della velocità d’innesco è economicamente inaccettabile per le navi mercantili, per le quali è più utile il secondo approccio.

Da un punto di vista quantitativo, le eliche navali dovrebbero essere progettate in modo da avere una minima cavitazione a lamina, per evitare instabilità delle lamine e, quindi, rumorosa cavitazione a nuvola. Può essere preferibile avere cavitazione per vortice d’apice, come spesso avviene sulle eliche con ‘elevato skew-back’. Le stesse considerazioni valgono per le eliche trasversali di manovra, tranne che per la cavitazione di vortice che può essere foriera di rumore elevato nelle operazioni di tiro.

#### 10.8.4 Mezzi esterni

I mezzi esterni di attenuazione del rumore, quali schermi acustici e materiali per la riduzione della pressione, sono stati descritti in dettaglio da Brown e Norton (1979).

L’effetto di schermatura prodotto dal mantello di un’elica intubata dipende soprattutto dal rapporto tra la sua lunghezza ed il suo diametro, ed è molto efficace alle frequenze più alte. Per valori di  $L/D$  maggiori di 1.0 risulta notevolmente ridotto il rumore subacqueo ad alta frequenza irradiato perpendicolarmente al piano orizzontale contenente l’asse della spinta.

L’applicazione di materiali di rilascio della pressione nel mantello o lungo il percorso di propagazione del rumore in acqua può ridurre i livelli di pressione del rumore irradiato ed assorbito. La riduzione del livello di rumore varia con la frequenza dello stesso; la riduzione massima avviene quando il parametro adimensionale  $f \cdot D/c$ , dove  $c$  è la velocità del suono nell’acqua, è compreso tra 0.1 e 2.0.

I sistemi d’iniezione d’aria per ridurre il rumore emesso è un metodo utilizzato di frequente sulle navi militari, dove l’aria è iniettata nelle cavità attraverso fori lungo il bordo d’ingresso delle pale. La maggior parte dell’energia del suono è irradiata nell’ultima fase del collasso cavitativo. Le implosioni sono meno severe quando le cavità sono riempite d’aria in prossimità del bordo

d'ingresso. Tale applicazione è considerata troppo costosa per le navi mercantili. Tuttavia, nelle eliche intubate i sistemi d'iniezione d'aria non presentano alcun problema tecnologico, né richiedono costi aggiuntivi. La depressione intorno al bordo d'ingresso del mantello, insieme a quella sulle pale, è abbastanza elevata da attirare l'aria nella zona degli apici di pala. Si possono ottenere grandi riduzioni del rumore emesso: ad alte frequenze ( $f > 5 \div 10$  kHz) si può avere una riduzione di 10–20 dB.

## 10.9 Livelli di rumore nel progetto della nave

Non c'è dubbio che i livelli di rumore subacqueo irradiato dalla nave ed il rumore a bordo della nave stessa vadano controllati fin dalle fasi iniziali del progetto. I requisiti relativi vanno applicati non solo alle navi da lavoro (navi oceanografiche, rimorchiatori, navi offshore), dove gli effetti del rumore possono portare a limitazioni nella registrazione di dati sismici, di banchi di pesce, ecc., ma anche nelle cabine di qualunque nave.

Negli ultimi decenni si sono susseguite diverse evoluzioni tecniche che hanno portato a livelli più elevati di rumore, quali l'utilizzo sempre più diffuso di motori diesel più leggeri e veloci, la crescita continua e significativa della potenza propulsiva delle navi con carichi idrodinamici spesso più pesanti, lo spostamento degli alloggi verso poppa al di sopra dell'apparato motore e più vicino all'elica. Questi fatti hanno portato diverse istituzioni e centri di ricerca a sviluppare raccomandazioni, linee guida e regolamenti sui livelli di rumore massimi ammissibili, sia trasmessi nei locali della nave (rumore interno), sia irradiati sott'acqua (rumore esterno). Ciò ha portato a misure di sicurezza e di riduzione del rumore qualora i suoi livelli superino certi valori predefiniti.

Le specifiche possono variare da poche parole ad una pagina intera. I requisiti intesi a limitare i livelli di rumore ammissibili in vari tipi di locali a bordo delle navi sono inclusi nelle specifiche. Possono esistere variazioni considerevoli tra i livelli di rumore ammissibili per tipi identici di locali a bordo tra una specifica e un'altra.

Per avere livelli di rumore entro i limiti richiesti, occorre che i progettisti si occupino di tutte le sorgenti di rumore, dei complessi percorsi di trasmissione del rumore attraverso la nave, della varietà di posizioni dei ricevitori e di parecchi metodi di classificazione del rumore in relazione all'ambiente di lavoro, alla sicurezza ed al comfort a bordo.

### 10.9.1 Trasmissione del rumore interno

Il rumore nei locali abitativi si trasmette attraverso due modalità di propagazione dell'energia sonora:

- per *via aerea*, nel caso in cui le onde sonore, emesse da una qualunque sorgente e trasmesse direttamente o attraverso i ponti e le pareti divisorie, siano percepite dall'orecchio umano;

- per *via strutturale*, attraverso le connessioni delle tubolature, il sistema dei gas di scarico, gli accoppiamenti della linea d'assi, nel caso in cui le onde sonore siano generate da urti e vibrazioni prodotte sulle strutture dell'ambiente disturbato.

I requisiti acustici richiesti ai diversi componenti saranno diversi in relazione a queste diverse modalità di propagazione dell'energia sonora; in particolare, nel caso di rumore aereo prodotto nel locale dove è presente la sorgente sonora si dovranno garantire requisiti di assorbimento acustico sulle superfici di separazione tra ambienti diversi; nel caso di rumori aerei trasmessi attraverso le pareti divisorie, occorre soddisfare i requisiti di isolamento acustico; infine, nel caso di rumore strutturale occorre provvedere all'isolamento dai rumori d'impatto.

Il rumore strutturale è trasmesso attraverso lo scafo dai motori principali, dai macchinari e dall'elica. Le contromisure da adottare sono l'isolamento delle sorgenti e del lato interno dei compartimenti, l'installazione su resilienti delle paratie, dei soffitti e dei pavimenti, nonché l'incremento dell'assorbimento del rumore nei diversi ambienti della nave.

### Rumore aereo

Il rumore aereo descrive l'energia sonora irradiata in aria immediatamente intorno alla sorgente. La Tabella 10.6 riporta la distribuzione tipica del rumore aereo, misurato in dB(A), in diverse zone di navi di varia tipologia.

Tipo di nave	Sala macchine	Sala di controllo	Ponte principale	Ponte di navigazione	Stazione radio	Plancia
Tanker	95-105	65-75	65	55	50	65
Ro-Ro/Dry Cargo	100-110	70-80	65-75	60-70	60-70	75-85
Ro-Ro/Pax	105-110	70-80	55-70	60	55	65
Navi da Carico Secco	100-110	70-75	65-70	60	55	70
Navi da Carico Secco	100-110	70-75	65-70	60	55	70
Rimorchiatori, Supply	100-110	70-75	65-70	60	55	70

Tabella 10.6. Rumore aereo tipico sulle navi

Le sorgenti principali del rumore irradiato per via aerea sono i motori principali, le turbosoffianti, i riduttori, le caldaie, le eliche, le pompe, i ventilatori ed i compressori. Occorre conoscere a priori le intensità di queste sorgenti, per valutare sia la potenza del rumore aereo, sia le forze vibratorie trasmesse attraverso i punti di connessione alla struttura. Tali dati devono essere derivati da prove a terra. In pratica, poiché non si può misurare la forza del suono, la si determina come  $forza = velocità\ di\ vibrazione \times impedenza\ meccanica^5$ , il che significa che oltre a misurare la velocità di vibrazione si deve determinare anche l'impedenza delle fondazioni.

Poiché la struttura delle macchine può contribuire in misura significativa all'effettiva impedenza delle fondazioni, per apprezzare l'effetto delle fondazioni sui livelli di rumore delle sorgenti

<sup>5</sup>L'impedenza meccanica è definita come il rapporto complesso tra la forza agente su un mezzo meccanico e la velocità lineare di vibrazione risultante.

occorre effettuare misure sperimentali sui motori sia al banco che a bordo. A livello progettuale si utilizzano dati empirici per i motori ed altri macchinari in modo da derivare il livello del rumore; di questi dati si parlerà nella sezione relativa alla stima dei livelli del suono.

La Tabella 10.7, che mostra i livelli in dB(A) misurati in prossimità delle diverse sorgenti di rumore, serve a dimostrare la severità relativa del problema della riduzione del rumore, in quanto generalmente i livelli di rumore nei locali abitativi devono essere attenuati almeno a 60 dB(A).

Macchinari		Sorgenti di rumore	Livello mediano
Motori principali	Diesel lento	Turbosoffiante	103
		Radiazione della carcassa	
	Diesel medio/veloce	Turbosoffiante	105
		Radiazione della carcassa	
		Riduttore	
	Turbina a gas	Radiazione della carcassa	93
	Ingresso e scarico		
Macchinari ausiliari	Generatori diesel	Turbosoffiante	102
		Radiazione della carcassa	
	Turbogeneratori	Riduttore	97
	Pompe	Difficile da generalizzare	–
	Compressori	Ingresso d'aria e uscita	87
		Radiazione della carcassa	
	Caldaia principale	Rumore del ventilatore	91
	Rumore della fiamma		
Caldaia ausiliaria	Rumore del ventilatore	96	
			Rumore della fiamma

Tabella 10.7. Livelli di rumore in dB(A) prodotti da diverse sorgenti

Per ogni sorgente di rumore nella nave è relativamente semplice convertire il livello di potenza del rumore nel livello di pressione del rumore in un punto dell'ambiente dove si trova la sorgente, ossia il suo rumore aereo, purché l'assorbimento acustico<sup>6</sup> in quell'ambiente possa essere quantificato. I coefficienti che definiscono l'assorbimento sono derivati mediante esperimenti che misurano il tempo di riverbero<sup>7</sup>. Per calcolare i livelli del rumore aereo negli ambienti adiacenti alla sorgente di rumore, occorrono informazioni ulteriori sulle proprietà isolanti dei materiali intorno alla sorgente. Allo scopo si introduce il concetto di *indice di riduzione del suono R*, che dipende dal *coefficiente di trasmissione*  $\tau$ , definito come il rapporto tra l'energia totale del suono, trasmessa attraverso la parete, e l'energia totale del suono incidente; in altri termini,  $\tau$  esprime la percentuale di energia sonora che attraversa la parete.

<sup>6</sup>L'assorbimento del rumore avviene per dissipazione della sua energia quando attraversa un materiale; assorbenti efficienti sono generalmente materiali fibrosi o porosi.

<sup>7</sup>Il tempo di riverbero è il tempo necessario affinché il livello di pressione del suono scenda sotto i 60 decibel.

Queste due grandezze sono legate dalla relazione

$$R = 10 \text{Log} \frac{1}{\tau} \quad [\text{dB}] \quad (10.41)$$

Il valore di  $R$  varia con la frequenza e la direzione di provenienza del suono, oltre che con le proprietà geometriche e fisiche del rumore. La determinazione sperimentale di  $R$  in campo acustico è effettuata in laboratorio secondo il procedimento prescritto dalla norma UNI 8270/3 conforme alla ISO 140/III.

### Rumore strutturale

Si definisce rumore strutturale il fenomeno dinamico originato dalle vibrazioni di un macchinario in funzione, che è trasmesso attraverso la sua fondazione alla struttura elastica dello scafo. Il rumore strutturale descrive la propagazione dell'energia vibratoria che si diffonde attraverso la struttura nave alle superfici dello spazio ricevente dove è successivamente irradiata come rumore in quel locale. Nelle strutture metalliche, che hanno uno smorzamento proprio molto piccolo, il rumore strutturale si propaga, con bassa perdita di energia, in funzione della frequenza fondamentale di eccitazione del macchinario.

Le sorgenti del rumore strutturale sono date da:

- eccitazione della vibrazione di una struttura da parte di forze alternate o impulsive, quali le vibrazioni trasmesse da motori diesel, eliche, motori elettrici, compressori, ecc.
- eccitazione della struttura da parte dell'onda di pressione di un rumore aereo incidente.

Il rumore strutturale è molto più complesso del rumore aereo, e sono richieste numerose ipotesi semplificative per potere effettuare stime di questo tipo di rumore. Le intensità delle sorgenti non possono essere fornite semplicemente in funzione delle forze in gioco; sono definite piuttosto in funzione delle velocità medie di vibrazione alla base della sorgente.

Per i motori montati rigidamente occorre conoscere i valori sperimentali dell'impedenza delle fondazioni, per consentire le correzioni da apportare alle velocità di vibrazione. Per i motori montati su resilienti, allo scopo di precisare le velocità di vibrazione sulla struttura principale dello scafo al di sotto delle fondazioni, occorre fornire la *perdita per inserimento*. Questa grandezza è definita come la differenza, in decibel, tra due livelli di potenza del suono (livelli di velocità di vibrazione, o altri livelli simili), che sono misurati nello stesso punto prima e dopo avere effettuato una modifica del sistema.

Per ridurre il rumore strutturale è pratica comune inserire isolanti di vibrazione tra la sorgente del rumore e la struttura principale. La perdita di rumore per inserimento è data da

$$IL = 10 \text{Log} \left( \frac{F_1}{F_2} \right) \quad [\text{dB}] \quad (10.42)$$

dove  $F_1$  e  $F_2$  sono le forze agenti sulla struttura principale, rispettivamente senza e con gli isolatori di vibrazione. In maniera simile si possono misurare le forze e, quindi, le perdite per inserimento di un pavimento galleggiante.

In generale, è difficile misurare le forze, per cui la perdita di rumore per inserimento può essere espressa come

$$IL = 10 \text{Log} \left( \frac{V_1}{V_2} \right) \quad [\text{dB}] \quad (10.43)$$

dove  $V_1$  e  $V_2$  sono le velocità di vibrazione della struttura principale, rispettivamente senza e con gli isolatori di vibrazione.

Queste velocità rappresentano l'energia del rumore, che comprende le onde flettenti, longitudinali e trasversali, che sono poi trasferite attraverso la struttura lungo percorsi che sono fin troppo complessi da modellare in dettaglio. Per strutture semplici sono state utilizzate procedure analitiche che si servono di un approccio statistico basato sull'energia, ma che finora non si sono mostrate soddisfacenti ed adeguate per le più complesse strutture delle navi.

I dati empirici della trasmissione strutturale del rumore sono ottenibili sistemando un eccitatore, con caratteristiche note di forza, nella posizione di una sorgente, e misurando la risposta in varie posizioni della struttura. Esistono diverse modalità per condurre questi esperimenti e presentarne i risultati, ma con molti problemi: difficoltà di introdurre la corretta miscela di energie d'onda nelle corrette posizioni delle sorgenti di rumore; difficoltà di identificare lo scambio di energia tra i diversi tipi d'onda che avviene ad ogni variazione di impedenza; difficoltà di caratterizzare le numerose configurazioni delle strutture della nave in modelli che possano essere applicati in nuovi progetti; difficoltà di ricavare la media del trasferimento di energia per ognuno di questi modelli. La somma di tutti questi problemi spinge, quindi, verso la necessità di disporre di accettabili procedure semplificate.

### 10.9.2 Livelli di rumore massimi ammissibili

Raccomandazioni sui limiti del livello di rumore massimo ammissibile sulle navi mercantili (vedi Tabella 10.8) sono state esperite in un certo numero di Stati e proposte dall'IMO (1981). I livelli di rumore sono definiti per diverse posizioni a bordo in termini di dB(A) e di livelli di pressione in banda di ottava; questi ultimi sono definiti di solito come valori NR (*noise rating*).

La Risoluzione A.468(XII) dell'IMO, dal titolo *Codice sui Livelli di Rumore a Bordo delle Navi*, costituisce ancora la guida di riferimento per quasi tutti gli Stati membri dell'organizzazione. È intesa ad evitare l'accadimento di livelli di rumore potenzialmente pericolosi a bordo delle navi ed a fornire standards che garantiscano un ambiente accettabile per l'equipaggio.

Il personale di bordo che entra in locali con livelli di rumore maggiori di 85 dB(A) devono indossare protezioni alle orecchie, mentre il limite di 110 dB(A) per i locali macchine impone di usare cuffie ed altri mezzi per attenuare il rumore percepito.

Esistono anche raccomandazioni che stabiliscono i valori minimi per l'isolazione del rumore aereo tra gli spazi dei macchinari e gli spazi abitativi, e tra spazi abitativi adiacenti. Queste raccomandazioni sono fornite in termini di indice di riduzione del rumore  $R$ , oppure di un indice di isolamento del rumore, derivato dai valori di  $R$ .

Posizione	Livelli di rumore massimi ammissibili e spettri di frequenza						
	Inghilterra		Svezia		Norvegia		IMO (1981)
	dB(A)	NR	dB(A)	NR	dB(A)	NR	dB(A)
Locale macchine senza sala di controllo	90	85	85	85	90	85	90
Locale macchine con sala di controllo	110	105	100	105	110	105	110
Sala di controllo dei macchinari	75	70	100	105	110	105	75
Locali di lavoro	90	85	75	80	85	80	85
Depositi	90	85	75	80	90	85	90
Aree di lavoro sul ponte e nelle stive	90	85	65	65	–	–	65
Cucina e cambusa	70	65	65	60	70	65	65
Plancia	65	60	70	65	65	60	65
Spazi pubblici aperti	65	60	65	60	65	60	75
Cabine e infermeria	60	55	–	–	60	55	60

Tabella 10.8. Regolamenti per il rumore

Oltre i livelli di rumore ammissibili, sono stati forniti dall'IMO ulteriori raccomandazioni per evitare danni uditivi, sia in termini di tempo di esposizione che di livelli massimi per un'esposizione temporanea.

### 10.9.3 Sorgenti di rumore

Dove possibile, lo spettro caratteristico del rumore di questi elementi del sistema propulsivo deve essere fornito in funzione delle variazioni dell'ampiezza e della frequenza della segnatura della nave. Alcune configurazioni del sistema propulsivo producono più di altre maggiori livelli di rumore. L'entità delle effettive differenze dipende da molti fattori, tra i quali la struttura e la tecnologia costruttiva dello scafo, e particolarmente gli aspetti operativi legati al controllo della velocità. L'ultimo effetto è molto più rilevante nel caso di eliche a passo variabile. Le tecnologie disponibili consentono di formulare progettualmente una combinazione di macchinari che, quando siano adeguatamente isolati ed isolanti, possono ridurre il rumore irradiato ad un livello accettabile.

In pratica, quando si voglia progettare e/o costruire una nave, occorre raggiungere un compromesso nel formulare la specifica relativa al rumore subacqueo irradiato. La segnatura del rumore di una nave è costituita dalla somma dei suoni prodotti da tutti i macchinari. Le macchine rotanti e quelle alternative producono rumore sia aereo che strutturale (vibrazioni).

### Motori e generatori

L'unica soluzione funzionale ad una bassa emissione di rumore è la propulsione *diesel-elettrica*. La Figura 10.19 mostra una vista in pianta della sistemazione del sistema propulsivo di una nave da ricerca, dove si deve osservare la molteplicità dei cosiddetti *gensets* ed i motori elettrici per

avere flessibilità operativa. Le sorgenti di potenza sono i gensets, costituiti dalla combinazione di un motore diesel e di un alternatore (AC).

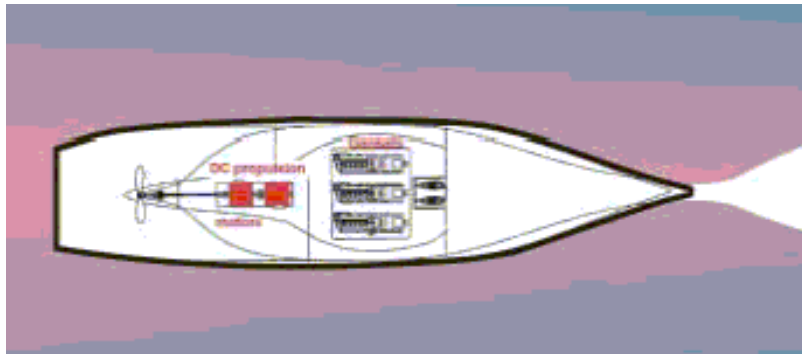


Figura 10.19. Unità principali del sistema propulsivo

Di solito, si hanno due, tre o anche quattro di queste unità, a seconda della potenza richiesta per garantire la massima velocità ed un affidabile funzionamento di tutti gli impianti ed i servizi di bordo. Questa sistemazione permette di isolare individualmente i gensets dalla carena per ridurre la trasmissione delle vibrazioni minimizzando così la irradiazione del rumore subacqueo. Si utilizza un sistema di isolamento dove il motore diesel ed il generatore sono collegati da separatori ad una struttura intermedia. Il lato inferiore di questa struttura ha un altro insieme di isolatori mediante i quali è fissata alle selle dello scafo. Sebbene tale sistemazione sembri semplice, occorrono una progettazione e calcoli precisi. In prima approssimazione, i livelli vibratorii prodotti dal motore devono essere ridotti di almeno un centinaio di volte sulle selle dello scafo. Sia i motori diesel che gli alternatori devono garantire bassi livelli intrinseci di vibrazione, il che richiede prodotti di alta qualità e ben bilanciati. È facile intuire come il rumore si generi nei motori, ma esistono anche forze significative prodotte dagli alternatori, le quali devono essere controllate per impedire che eccitino a vibrazione il fasciame di scafo.

### Sistema propulsivo

La potenza richiesta da molte navi oceanografiche varia probabilmente da circa 1.5 MW a 6 MW, per cui sono necessari grandi motori elettrici per fare ruotare l'elica. Le vibrazioni prodotte da un motore elettrico riflettono la natura della sua sorgente di potenza, così che la corrente alternata (AC) non è adatta e la corrente diretta (DC) diviene la scelta obbligatoria. Poiché i gensets contengono gli alternatori, per trascinare il motore propulsivo a corrente continua occorre convertire il loro output in corrente diretta utilizzando sistemi elettronici che consentono anche un controllo preciso della velocità della nave.

Le grandi forze meccaniche presenti nella propulsione delle navi rendono impraticabile montare i motori propulsivi su resilienti per isolare le piccole vibrazioni di carena, comunque presenti; al contrario, sono montati rigidamente sulla nave ed accoppiati direttamente alla linea d'assi. La rotazione della linea d'assi produce una frequenza discreta di rotazione e delle sue armoniche che, per un numero di giri pari a 150 RPM, sono 2.5, 5.0, 7.5 Hz, ecc.



## Elica

L'elica è la sorgente più importante del rumore subacqueo. Poiché è situata all'esterno della carena, il rumore è trasmesso direttamente in acqua. Una sorgente primaria di questo rumore è la cavitazione, ed in particolare la cavitazione a bolle. Questa sorgente di rumore produce generalmente un ampio picco di rumore tra 100 e 500 Hz. Ma poiché la dimensione delle bolle varia ampiamente, il rumore di cavitazione si estende alle elevate frequenze utilizzate dagli ecoscandagli.

Un altro rumore dell'elica è causato dagli impulsi di pressione generati dalle pale quando passano vicino alla carena, per cui le luci devono essere le più ampie possibile. Il progetto dell'elica deve eliminare, minimizzare o ritardare l'innesco della cavitazione a quando la nave è in transito.

Le eliche producono anche frequenze discrete dovute alla velocità di rotazione delle pale. Per un'elica a quattro pale che ruoti a 150 RPM la frequenza di pala è 10 Hz. La maggior parte delle navi a bassa generazione di rumore utilizzano oggi eliche a cinque pale così che, a parità di numero di giri, la frequenza di pala sarà di 12.5 Hz, anche se sono spesso le armoniche di queste frequenze che vanno monitorate.

### 10.9.4 Campo di rumore irradiato

Le descrizioni precedenti forniscono un'indicazione circa le maggiori sorgenti di rumore riscontrabili nelle navi da ricerca, le cui vibrazioni sono accoppiate attraverso la carena oppure direttamente in acqua. Il processo di generazione del rumore è dinamico ed ogni nave ha una segnatura propria, legata alla sua velocità, alle condizioni di carico, all'assetto, nonché alla quantità ed al tipo dei macchinari in funzione. Per determinare la sua segnatura, la nave viene fatta navigare in un 'intervallo di rumore calibrato' con particolare attenzione alle velocità più elevate.

Durante le prove di rumore, sono effettuate le misurazioni dei suoi livelli a dritta ed a sinistra, ed a volte sulla chiglia. Per semplificare la descrizione della segnatura del rumore, la pratica vuole che si faccia la media dei livelli di rumore a dritta ed a sinistra, ma, poiché possono esserci differenze rilevanti tra i due lati, i dati sono conservati per ogni evenienza. Le caratteristiche del campo di rumore irradiato dipendono dalle forme di carena, con l'irradiazione su ogni murata della nave che cresce di livello andando verso la chiglia.

Poiché le forme di carena si stringono verso prora, ha luogo ciò che è noto come andamento a farfalla: si ha una significativa caduta del livello di rumore direttamente davanti alla nave. Il rumore in acqua viaggia a circa 1500 m/s, mentre una nave oceanografica viaggia a 5.5-6.0 m/s in trasferimento ed a circa 1.5-2.0 m/s alle velocità di tiro e di strascico delle reti, per cui, ad esempio, il rumore raggiunge i banchi di pesce prima che la nave sia vicina fisicamente.

## 10.10 Previsione dei livelli di rumore

Esistono parecchie procedure di diversa complessità per prevedere i livelli di rumore nei diversi locali delle navi. La scelta di una specifica procedura dipenderà dall'esperienza dei progettisti in campo acustico, dai dati disponibili, dalle grandezze da calcolare e dall'accuratezza richiesta.

I tipi base delle procedure di previsione sono descritte nel seguito insieme ad una discussione sull'accuratezza prevedibile.

### 10.10.1 Stima dei livelli di rumore da dati sperimentali

Il mezzo più semplice per stimare i livelli di rumore è di utilizzare le misure effettuate su una nave simile. Ovviamente, l'accuratezza di questo approccio dipende dal grado di simiglianza tra la nave in progetto e la nave di confronto, dove le due navi sono simili come dimensioni, configurazione, apparato motore e macchinari.

Un'estensione della procedura della nave simile è l'analisi dei livelli di rumore necessari a derivare relazioni empiriche basate su parametri semplici della nave. Il vantaggio principale di questo approccio è che possono essere effettuate previsioni affidabili in quei casi nei quali non esistono sufficientemente navi similari nella banca dati. Comunque, anche l'utilizzo delle migliori formule empiriche generali, ottenute mediante un processo di determinazione statistica, non garantisce un'adeguata accuratezza in molti casi singoli.

### 10.10.2 Procedura per la stima dei livelli di rumore in decibel

Per stimare i livelli di rumore in decibel nelle navi con motori diesel si può utilizzare la procedura basata sul semplice modello analitico riportato in Figura 10.20.

Questo modello è il più semplice possibile; tuttavia, tiene conto dei fattori principali che influenzano i livelli di rumore nei locali delle navi: tra questi, la velocità nave, la potenza dei motori propulsivi e dei generatori diesel, la distanza tra la sorgente del rumore ed il locale di interesse, il grado di isolamento acustico e la separazione tra rumore aereo e rumore strutturale.

La procedura è valida solamente per stimare i livelli di rumore negli spazi abitativi, per cui le intensità delle sorgenti sono convenientemente rappresentate dal livello di rumore che ci si aspetterebbe in una *cabina standard*. La cabina standard è adiacente allo spazio dove è situata la sorgente che trasmette il rumore aereo, oppure nella stessa posizione della sorgente nel caso di trasmissione del rumore strutturale. Una cabina standard è definita come un compartimento di circa 3 m<sup>2</sup> e 2.2 metri in altezza, con i mobili e senza mezzi di riduzione del rumore.

Le attenuazioni del rumore strutturale tra la posizione della sorgente e quella del locale dove sono richieste le stime del rumore sono note da prove al vero. Il livello di rumore stimato in una cabina standard può essere corretto per ogni speciale trattamento acustico incorporato, introducendo attenuazioni misurate preventivamente. Il livello di rumore stimato è poi corretto,

se necessario, utilizzando dati comparativi da prove al vero in locali che non sono classificati come standard, quale, ad esempio, la cambusa.

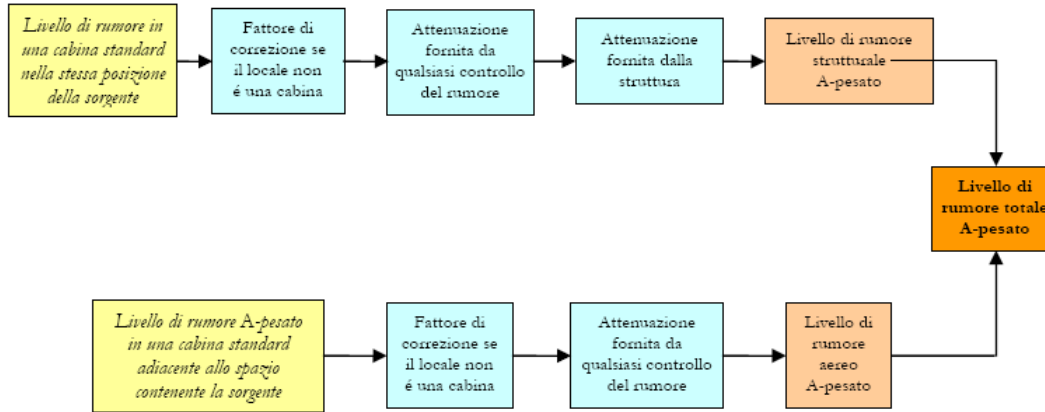


Figura 10.20. Schema della procedura per stimare i livelli di rumore

Sono state sviluppate relazioni empiriche per stimare i livelli di rumore aereo generati dai motori diesel e dai riduttori, ed i livelli di rumore strutturale generati dai motori diesel, dai riduttori e dalle eliche. Le formule successive non forniscono strettamente le intensità delle sorgenti poiché includono alcune proprietà di trasmissione, radiazione ed assorbimento; sono applicabili, comunque, nella prima fase dei calcoli quando si deve determinare il livello di rumore in una cabina standard nella posizione della sorgente piuttosto che le intensità stesse delle sorgenti.

### *Motori diesel*

Il livello di rumore aereo generato da un motore diesel è dato dalla seguente espressione che assume la forma generale

$$L_A = A \log N + B \log P + C$$

dove

- $L_A$  : livello di rumore in decibel ad una distanza precisata dal motore,
- $N$  : velocità di rotazione del motore,
- $P$  : potenza del motore alla velocità suddetta,
- $A, B, C$  : valori derivati dall'analisi statistica dei dati misurati.

Questo semplice relazione può essere applicata anche al rumore strutturale. Nel caso del rumore aereo, sono inclusi sia l'effetto della dimensione dello spazio contenente la sorgente che le dimensioni della sorgente.

Per il *rumore aereo prodotto dai motori diesel* la formula generale diviene

$$L_{AA} = 10 \log N + 5.65 \log P - \frac{V}{3} + b + 18.8 \quad (10.44)$$

dove

- $L_{AA}$  : livello di rumore in decibel in una cabina standard immediatamente adiacente allo spazio nel quale si trova la sorgente
- $N$  : velocità di rotazione del motore (RPM)
- $P$  : potenza alla suddetta velocità (kW)
- $V$  : volume della sala macchine ( $\text{m}^3 \times 10^{-2}$ )
- $b$  : ingombro trasversale del motore (m)

Per il *rumore strutturale prodotto dai motori diesel* valgono le formule

$$L_{AS} = 10 \text{Log } N + 5.7 \text{Log } P + 24.1 \quad \text{per piccoli motori veloci} \quad (10.45)$$

$$L_{AS} = 10 \text{Log } N + 5.0 \text{Log } P + 34.2 \quad \text{per motori veloci e di media velocità} \quad (10.46)$$

$$L_{AS} = 10 \text{Log } N + 5.0 \text{Log } P + 30.7 \quad \text{per motori lenti} \quad (10.47)$$

dove  $L_{AS}$  è il livello di rumore in decibel in una cabina standard situata nella stessa posizione della sorgente e dove i piccoli motori sono quelli di potenza inferiore ai 2000 kW.

#### *Riduttori*

Le formule per la stima del livello di rumore aereo prodotto dai riduttori ad una distanza stabilita dipende dalla potenza trasmessa, dalla loro dimensione e da un fattore di qualità. Questo tipo di relazione è stata modificata per includervi l'influenza dello spazio contenente la sorgente ed è stata estesa per il rumore strutturale.

Per il *livello di rumore aereo generato dai riduttori* si ha la formula

$$L_{AA} = 10 \text{Log } P - 14 \text{Log} \left( 1 + \frac{D_g}{2} \right) - \frac{V}{3} + D + 29.5 \quad (10.48)$$

dove

- $L_{AA}$  : livello di rumore A-pesato in una cabina standard adiacente alla sorgente
- $D_g$  : diametro della ruota grande del riduttore (m)

La formula per il *livello di rumore strutturale generato dai riduttori* è

$$L_{AS} = 10 \text{Log } P - 14 \text{Log} \left( 1 + \frac{D}{2} \right) + 36 \quad (10.49)$$

dove  $L_{AS}$  è il livello di rumore in decibel in una cabina standard adiacente alla sorgente.

#### *Eliche*

Per il *livello di rumore prodotto dalle eliche* si ha la formula generale

$$L_{AS} = A \text{Log } P + B$$

dove

$P$  : potenza trasmessa (kW)

$A, B$  : valori empirici

Sulla base di misure sperimentali sono state costruite diverse formule statistiche:

$$L_{AS} = 20 \text{ Log } P - 1.5 \quad (10.50)$$

$$L_{AS} = 20 \text{ Log } P - 8Z - \Delta + 32.5 \quad (10.51)$$

$$L_{AS} = 20 \text{ Log } \left( \frac{P \cdot k}{c/D} \right) - 8Z - \Delta + 23 \quad (10.52)$$

dove

$L_{AS}$  : livello di rumore (dB(A)) in una cabina standard dove si trova la sorgente

$Z$  : numero delle pale dell'elica

$k$  : fattore di forma della sezione al di sopra dell'elica (Fig. 10.21)

$c$  : luce verticale dell'elica (m)

$D$  : diametro dell'elica (m)

$\Delta$  : fattore di carico (0 per il pieno carico, 8 per la zavorra)

Tra le formule precedenti si sceglie quella che fornisce il livello di rumore più elevato.

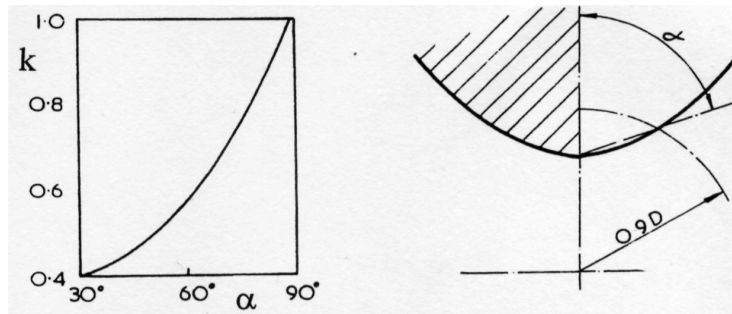


Figura 10.21. Fattore  $k$  della sezione al di sopra dell'apice dell'elica

### 10.10.3 Attenuazione del rumore

Per ottenere il livello di rumore aereo in una cabina adiacente allo spazio dove si trova la sorgente, le formule suddette, quando necessario, includono l'effetto delle proprietà di isolamento della parete dal rumore.

Mentre il contributo della trasmissione del rumore aereo nelle posizioni più lontane dalla sorgente può essere considerato insignificante, il contributo del rumore strutturale è significativo in tutte le posizioni della nave, per cui è necessario definirne l'attenuazione in funzione della distanza dalla sorgente.

L'attenuazione del rumore dipende dal numero di discontinuità nel percorso di trasmissione. Il modello analitico proposto vale fondamentalmente per le navi con struttura trasversale, dove le discontinuità sono rappresentate dalle ossature per la propagazione in direzione longitudinale, e dai ponti per la propagazione in direzione verticale.

Le misure indicano che per la propagazione verticale l'attenuazione è tipicamente di 4–5 dB per i primi ponti e qualcosa di meno, da 1 a 2 dB, per i ponti successivi. La Tabella 10.9, dove i ponti e la sala macchine sono numerati verticalmente a partire dal cielo del doppio fondo, illustra i coefficienti d'attenuazione suggeriti.

Posizione dello spazio ricevente	Motori diesel e riduttori		Elica (al livello 1)
	Posizione della sorgente (livello 1)	(livello 2)	
Livello 2	4.00	0.00	12.0
Livello 3	8.80	4.30	16.0
Livello 4	12.75	9.25	19.0
Livello 6	15.00	12.60	21.0
Livello 6	17.20	14.10	22.0
Livello 7	19.40	15.50	23.5
Livello 8	21.00	16.50	24.5
Livello 9	22.00	18.00	25.5
Livello 10	23.00	19.00	26.5

Tabella 10.9. Fattori di attenuazione verticale per il rumore strutturale (dB)

Per la propagazione longitudinale la situazione è in qualche modo meno chiara. Alcuni autori suggeriscono che l'attenuazione totale tra la sorgente del rumore e la posizione della risposta può essere calcolata mediante la relazione

$$\text{Attenuazione totale} = \sqrt{(\text{Attenuazione verticale})^2 + (\text{Attenuazione longitudinale})^2}$$

dove le attenuazioni sono espresse in decibel.

Per quanto riguarda l'attenuazione longitudinale, può essere assunto un valore costante di 0.68 dB per ossatura per il rumore generato dai motori diesel e dai riduttori. Il valore corrispondente per il rumore dell'elica è di 1.0 dB per ossatura. Le distanze sono prese tra il centro dello spazio ricevente ed il punto più vicino della sorgente.

Descrizione	$F_a$	Descrizione	$F_a$
Plancia	9.5	Salone ufficiali	4.5
Stazione radio	5.5	Infermeria	3.5
Mensa ufficiali	7.0	Cambusa	9.5
Mensa equipaggio	5.0	Spazi pubblici	7.5

Tabella 10.10. Fattori addittivi rispetto ad una cabina standard

Le differenze nel livello di rumore tra una cabina standard ed altri locali, quali cambuse, mensse, plance, sono state derivate da dati di prove al vero; i fattori addittivi,  $F_a$ , rispetto ad una cabina standard sono dati in Tabella 10.10.

La procedura di calcolo del rumore strutturale consente di tenere conto di differenti trattamenti acustici. Si possono così ottenere valori di attenuazione per le fondazioni dei motori su resilienti, oppure per i pavimenti flottanti ed i rivestimenti assorbenti applicati alla cabina standard. I valori dell'attenuazione possono essere applicati in maniera differenziata alle componenti sia del rumore aereo che di quello strutturale. La Tabella 10.11 presenta quelli che possono essere considerati valori di attenuazione realisticamente ottenibili per vari trattamenti acustici.

Tipo di rumore	Trattamento acustico	Sorgente di rumore			
		Motore diesel $P \leq 2000$ kW	Motore diesel $P \geq 2000$ kW	Riduttore	Elica
Rumore aereo	Pavimento flottante	10	10	10	–
Rumore strutturale	Pavimento flottante	6	5	6	4
	Pavimento flottante con misure additive	10	10	10	7
	Macchinari con fondazioni flessibili	8-18	18	15	–
	Plancia con fondazioni flessibili	10	10	10	10

Tabella 10.11. Fattori di correzione per gli altri spazi da aggiungere alla cabina standard

Nel caso di macchinari con fondazioni flessibili, dove la sorgente di rumore è un piccolo motore diesel, il fattore di attenuazione è di 8 o di 18 dB(A) se la distanza dal motore al fasciame della nave è rispettivamente minore o maggiore di 2 metri.

#### 10.10.4 Procedure per la stima dei livelli di rumore in banda di ottava

Un progresso logico nello sviluppo delle procedure di previsione del rumore consiste nel considerare il percorso di trasmissione in maggiore dettaglio e di stimare i livelli di pressione del suono in bande di ottava piuttosto che in decibel. I modelli analitici per le procedure di stima del rumore prodotto dai motori e di quello prodotto dall'elica sono illustrate rispettivamente nelle Figure 10.22 e 10.23.

Lo spettro della banda di ottava in un locale dipende dalle caratteristiche in frequenza delle sorgenti di rumore, dall'attenuazione strutturale, dalle coperture dei ponti e dai rivestimenti dei compartimenti, e da ogni altro trattamento acustico. Una conseguenza di questa dipendenza dalla frequenza è che l'effetto di un particolare trattamento acustico varierà da nave a nave. Tuttavia, nelle procedure più semplici si assume che l'effetto del trattamento acustico sia costante. Anche i livelli A-pesati, calcolati dai livelli di rumore in bande di ottava, dovrebbero essere più accurati poichè saranno derivati da dati di attenuazione e sorgente in banda di

ottava.

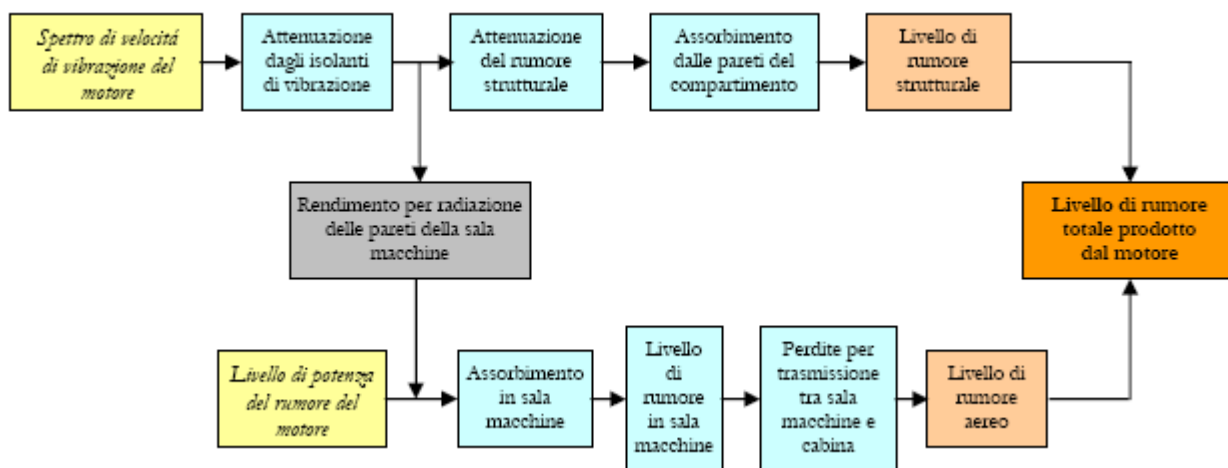


Figura 10.22. Schema della procedura per stimare i livelli di rumore dei motori

Il rumore strutturale ed aereo prodotto dai motori ed il rumore strutturale generato dall'elica sono calcolati separatamente. In un programma di calcolo che implementi queste procedure si dovranno confrontare i livelli stimati con i livelli obiettivo e correggere, quindi, le specifiche acustiche finché l'obiettivo è soddisfatto oppure quando i trattamenti acustici sono esauriti. Esistono difficoltà nel fornire dati accurati sulla sorgente del rumore aereo e sui livelli di velocità per il rumore strutturale; in assenza di questi elementi, occorre affidarsi ai livelli di rumore stimati da relazioni empiriche derivate da misure ottenute da prove in mare.

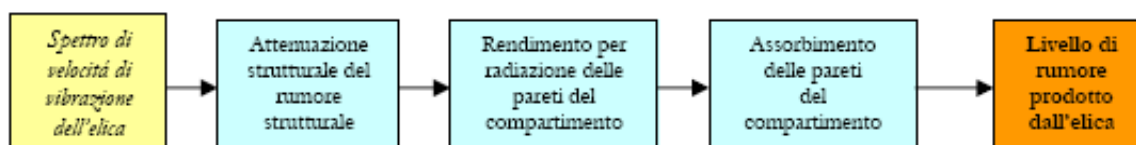


Figura 10.23. Schema della procedura per stimare i livelli di rumore dell'elica

### Motori diesel e riduttori

I livelli di rumore aereo e strutturale differiscono significativamente per i motori diesel. I dati disponibili indicano che la velocità di rotazione e la potenza sviluppata sono, in questo ordine, i parametri più significativi. A causa delle difficoltà nel reperire misurazioni relative ai riduttori, in quanto sono richiesti sistemazioni speciali per eliminare l'effetto del motore principale, non è stata proposta un'equazione dedicata per la stima dei livelli di rumore in banda di ottava. L'effetto dei riduttori associati con i motori diesel di media velocità è stato, comunque, preso in considerazione nelle equazioni (10.53) e (10.54).



Per il *rumore aereo*

$$L_w = [10 \text{ Log } N + 5.5 \text{ Log } P - 43] A + B \quad (10.53)$$

dove

- $L_w$  : livello di potenza del rumore in banda d'ottava (re  $10^{-12}$  W)
- $N$  : velocità di rotazione nominale (RPM)
- $P$  : potenza nominale (kW)
- $A, B$  : valori empirici che variano con la banda di ottava

Il livello di potenza del rumore è calcolato perché, diversamente dal livello di pressione del rumore, questa quantità dovrebbe restare costante se misurata in laboratorio oppure in sala macchine. Se è noto l'assorbimento in sala macchine e se si ipotizza che la sorgente sia collocata sul cielo del doppio fondo, oppure su un copertono, e se irradia il rumore uniformemente in tutte le direzioni, il livello di pressione del rumore può essere determinato utilizzando la relazione

$$L_p = L_w + 10 \text{ Log } \left[ \frac{1}{2\pi r^2} + \frac{4(1 - \bar{\alpha})}{S_T} \right] \quad (10.54)$$

dove

- $L_p$  : livello di pressione del rumore
- $L_w$  : livello di potenza del rumore dall'equazione (10.53)
- $r$  : distanza dalla sorgente (m)
- $\bar{\alpha}$  : coefficiente d'assorbimento medio
- $S_T$  : area della superficie totale in sala macchine ( $\text{m}^2$ )

Ambedue le equazioni (10.53) e (10.54) sono applicate ad ogni banda d'ottava.

Il *rumore strutturale* è stimato mediante l'equazione

$$L_v = [10 \text{ Log } N + 5.5 \text{ Log } P - 43] C + D \quad (10.55)$$

dove

- $L_v$  : livello di velocità in banda d'ottave (re  $10^{-8}$  m/s)
- $C, D$  : valori empirici che variano con la banda d'ottava

## Eliche

Sono state suggerite varie formule di diversa complessità per stimare l'intensità del rumore delle eliche. Alcune sono basate sul livello di pressione del rumore nel compartimento dell'agghiaccio del timone, che è una conveniente posizione standard. La maggior parte delle formule proposte forniscono risultati simili per navi convenzionali nella condizione di pieno carico e con eliche a quattro pale.

I livelli di rumore strutturale per le eliche sono definite nella procedura di previsione dal livello di velocità di vibrazione del fasciame al di sopra dell'elica. Il livello di velocità utilizzato dovrebbe essere la media di almeno cinque misure in direzione normale al fasciame.

La relazione derivata da dati misurati al vero è

$$L_v = 20 \text{Log} P + C \quad (10.56)$$

dove

- $L_v$  livello di velocità di vibrazione in banda di ottava (re  $10^{-8}$  m/s)
- $P$  potenza (kW)
- $C$  valore empirico che variano con la banda d'ottave

Anche l'equazione (10.58) è applicata ad ogni banda d'ottava.

### Trasmissione del rumore aereo

Per una nave con un sistema integrato di ponti, paratie e rivestimenti, la trasmissione del rumore aereo è significativo solamente tra locali adiacenti. Il livello di pressione del suono in uno spazio adiacente dipende dalle proprietà isolanti del rumore della separazione comune e dall'assorbimento nello spazio ricevente. Le proprietà di isolare il rumore da parte di una superficie di separazione sono quantificate dall'indice di riduzione del rumore per la varie bande di ottava. Se la sorgente del rumore è un macchinario che si trova in un locale separato da una cabina da un unico ponte, il livello di rumore nella cabina è dato da

$$L_{pc} = L_{pm} - R + 10 \text{Log} \left[ \frac{S_d (1 - \bar{\alpha})}{S_c \cdot \bar{\alpha}} \right] \quad (10.57)$$

dove

- $L_{pc}$  livello di pressione del rumore nella cabina
- $L_{pm}$  livello di pressione del rumore nel locale macchine
- $R$  indice di riduzione del rumore per il ponte che separa i due locali
- $S_d$  area del ponte ( $\text{m}^2$ )
- $S_c$  superficie totale della cabina ( $\text{m}^2$ )
- $\bar{\alpha}$  coefficiente di assorbimento medio nella cabina

L'equazione (10.57), applicabile a tutti i locali con una separazione comune, può essere utilizzata con livelli misurati di pressione del rumore, oppure con valori stimati mediante le equazioni (10.53) e (10.54).

### Trasmissione del rumore strutturale

Per i macchinari i livelli di rumore sono presentati come livelli di velocità media di vibrazione sulla fondazione della macchina o in altri punti significativi di eccitazione. È necessario

determinare, comunque, il livello di rumore sul cielo del doppio fondo o sul pianale dove è installato il macchinario. La differenza nel livello di velocità tra la fondazione del macchinario ed il cielo del doppio fondo è rappresentata semplicemente dalla media di tutti i valori misurati disponibili, qualora si disponga di un numero limitato di dati, che non consentono di correlare la differenza suddetta con il progetto della fondazione e della struttura circostante.

Il rumore strutturale prodotto dai macchinari e dalle eliche risulta attenuato al crescere della distanza dalla sorgente. L'attenuazione è determinata dal numero di discontinuità nel percorso della trasmissione, quali ossature e connessioni dei ponti, dallo smorzamento e dall'energia irradiata dalla struttura. Utilizzando le differenze nel livello di velocità tra la posizione della sorgente ed altre posizioni, misurate durante prove di eccitazione, furono derivati fattori di attenuazione basati semplicemente sul numero di ossature e di ponti tra la sorgente ed il locale ricevente. La relazione utilizzata per determinare le differenze nel livello in banda di ottava tra il cielo del doppio fondo (o il pianale) ed il ponte dove si trova il locale ricevente è

$$L_{v_2} = L_{v_1} - (aN_f^b + cN_d^d)^e \quad (10.58)$$

dove

- $L_{v_1}$  : livello di velocità di vibrazione media (re  $10^{-8}$  m/s) del cielo del doppio fondo (o del pianale)
- $L_{v_2}$  : livello di velocità di vibrazione media (re  $10^{-8}$  m/s) del ponte di acciaio del locale ricevente
- $N_f$  : numero di ossature tra la sorgente ed il locale ricevente
- $N_d$  : numero di ponti tra la sorgente ed il locale ricevente
- $a, b, c, d, e$  : valori empirici da prove di eccitazione (variano con le bande di ottava)

Anche questa equazione è applicata ad ogni banda di ottava.

### Livelli di rumore nel locale ricevente

Il livello di pressione del rumore in un locale, risultante dal rumore strutturale irradiato, dipende soprattutto dall'efficienza della radiazione della superficie di separazione, dal suo livello di velocità e dall'assorbimento acustico nel locale. Il livello di pressione del rumore irradiato da tale superficie è dato da

$$L_p = 10 \text{Log } \sigma + L_{v_d} - \Delta L_v + 10 \text{Log} \left( 1 + \frac{4S_r}{S_t \cdot \bar{\alpha}} \right) - 14 \quad (10.59)$$

dove

- $L_p$  : livello di pressione del rumore irradiato dalla superficie
- $\sigma$  : efficienza di irradiazione della superficie
- $L_{v_d}$  : livello di velocità medio del ponte di acciaio
- $\Delta L_v$  : differenza nel livello di velocità tra il ponte d'acciaio e la superficie
- $S_r$  : area della superficie di irradiazione ( $\text{m}^2$ )

$S_t$  : area totale della superficie dello spazio ( $m^2$ )

$\bar{\alpha}$  : coefficiente di assorbimento medio nella cabina

La suddetta equazione è applicata per ogni banda di ottava e ad ogni superficie del locale.

Quando i livelli di rumore massimi ammissibili rappresentano requisiti contrattuali o normativi, è ovviamente importante conoscere il grado di confidenza che dovrebbe essere associato con i livelli di rumore stimati.

Le due procedure illustrate in precedenza furono utilizzate per calcolare i livelli di rumore in 500 spazi di 18 navi (Ward e Hoyland, 1979). Gli errori risultanti, oltre a fornire un mezzo per migliorare le equazioni, sono stati analizzati per consentire di definire statisticamente l'accuratezza delle procedure di stima. Questi risultati, che sono mostrati in Tabella 10.12, indicano l'accuratezza che un utente deve attendersi applicando le procedure suddette.

Intervallo di errore	Probabilità di errore nella stima del livello di rumore entro il campo indicato							
	Navi con diesel di bassa velocità (tutti gli spazi)		Navi con diesel di media velocità (tutti gli spazi)		Navi con diesel di bassa velocità (sole cabine)		Navi con diesel di media velocità (sole cabine)	
	dB(A) <sup>(1)</sup>	Ottava <sup>(2)</sup>	dB(A)	Ottava	dB(A)	Ottava	dB(A)	Ottava
± 2 dB	0.49	0.41	0.29	0.43	0.56	0.41	0.31	0.47
± 4 dB	0.72	0.64	0.58	0.71	0.74	0.63	0.63	0.76
± 6 dB	0.89	0.80	0.84	0.83	0.91	0.80	0.80	0.86
± 8 dB	0.97	0.90	0.94	0.91	0.98	0.91	0.91	0.90
± 10 dB	0.99	0.96	0.96	1.00	1.00	0.99	0.99	1.00
± 12 dB	1.00	0.99	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
± 14 dB	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00

(1) Livelli in dB(A) stimati con il metodo semplice  
(2) Livelli in dB(A) calcolati stimando i livelli di pressione del rumore in banda d'ottava

Tabella 10.12. Distribuzione degli errori nei livelli stimati in dB(A)

I risultati sono stati separati in quattro gruppi. Il primo punto da osservare è che il più semplice dei due metodi stima livelli di rumore più accurati per navi con motori diesel lenti, ma livelli meno accurati per navi con motori diesel di media velocità. Comunque, questi risultati possono essere confrontati solamente in termini di dB(A), mentre i livelli in banda di ottava saranno richiesti nella fase contrattuale del progetto.

I livelli di rumore stimato utilizzati nell'analisi dell'errore sono stati calcolati ipotizzando che le sorgenti principali del rumore fossero i motori principali, l'elica ed i generatori diesel ausiliari. È possibile perciò che l'errore nelle procedure di previsione non sia così grande come appare, poiché possono essere esistite altre sorgenti significative di rumore quando si effettuavano le misurazioni.

## 10.11 Controllo progettuale del rumore

Per potere considerare tutti gli aspetti del controllo del rumore, dalle fasi iniziali del progetto fino alla costruzione della nave ed al suo completamento, è utile stilare una lista di elementi da considerare e di compiti da svolgere. Una lista può prevedere: tutti i macchinari che generano rumore; le loro caratteristiche ed i fattori che influenzano la loro scelta; il lay-out dei macchinari; gli isolatori delle vibrazioni; le fondazioni; i silenziatori; il lay-out degli alloggi; i percorsi delle tubolature e dei cavi; le intercapedini; i ponti flottanti e le paratie; i soffitti sospesi; i dettagli dell'allestimento. Le due voci imprescindibili nel controllo progettuale del rumore riguardano:

- *macchinari ed allestimento*
  - posizionare, se possibile, le maggiori sorgenti di rumore sul cielo del doppio fondo,
  - raggruppare i macchinari in gruppi su basamenti robusti,
  - esaminare se non sia il caso di fissare isolatori di vibrazione e/o silenziatori,
  - installare macchinari con basse velocità di rotazione e bilanciamento ottimale,
  - adottare connessioni flessibili per tutte le attrezzature montate su resilienti,
  - trattare i sistemi idraulici con speciali silenziatori e smorzatori,
  - limitare le velocità nelle tubolature ed isolare acusticamente gli attraversamenti delle paratie,
  - verificare con i fornitori dei motori che siano adeguati i silenziatori dei gas di scarico,
  - utilizzare sistemi di ventilazione con velocità ridotte, evitare bruschi cambiamenti di diametro nelle tubolature, montare i ventilatori su resilienti con connessioni flessibili e silenziatori all'ingresso,
  - creare gabbie acustiche per i generatori, i compressori, la timoneria, l'impianto di refrigerazione,
  - mantenere i modi di vibrazione della struttura il più lontano possibile dalle frequenze di rotazione della linea d'assi a tutte le velocità operative,
  - escludere macchinari, valvole e orifici dalle zone critiche per il rumore,
  - escludere tubolature in vicinanza di sonar ed idrofoni,
  - sistemare le prese d'aspirazione e gli scarichi il più lontano possibile dal ponte di comando e dai locali comuni,
  - pianificare la sostituzione di attrezzature e macchinari, oppure la sistemazione di fondazioni, qualora ciò si rivelasse necessario dopo le prove di rumore;
  
- *alloggi*
  - evitare di sistemare gli spazi abitativi vicini a macchinari o attrezzature rumorose,
  - utilizzare come casse e magazzini gli spazi adiacenti ai compartimenti rumorosi,
  - sistemare le cabine quanto più lontano possibile dai propulsori, dagli spintori laterali e dai macchinari,

- non dovrebbero esistere connessioni rigide tra i macchinari ed i ponti sovrastanti,
- fornire una lista dei dettagli essenziali sia per il progetto che per la costruzione.

Ogni progetto è un compromesso tra molti requisiti, dei quali il controllo del rumore è solamente uno dei tanti; tuttavia il risultato deve essere sempre lo stesso, ossia la nave deve essere progettata per rispettare i livelli di rumore richiesti.

Non appena siano stati stabiliti i piani generali della nave, le maggiori sorgenti di rumore e le loro caratteristiche operative, è possibile stimare i livelli di rumore nei diversi locali abitativi. Quando questi superano i livelli ammissibili, sono richiesti calcoli ulteriori per stabilire le misure addizionali di riduzione del rumore ritenute necessarie.

Il rumore eccessivo sembra essere associato alla cavitazione dell'elica, per cui si suggeriscono le linee guida fornite da molti istituti di ricerca per evitare non solo eccessive forze di pressione indotte dall'elica sullo scafo alla frequenza di pala ed alle armoniche basse, ma anche di evitare l'eccitazione ad alta frequenza nel campo acustico. Queste indicazioni riguardano essenzialmente la combinazione della velocità periferica dell'elica ed il suo indice di cavitazione all'apice del disco-elica con la disomogeneità della scia. Quanto più severo è il gradiente della scia attraverso il disco-elica, tanto più alto va mantenuto l'indice di cavitazione riducendo la velocità di rotazione, per evitare eccessive pressioni sulla carena a tutte le frequenze. Comunque, esisterà sempre una certa quantità di cavitazione per cui a poppa ci sarà sempre del rumore; il che richiede la dovuta attenzione quando si progetta la posizione dei locali abitativi.

Il rumore aereo riverberato, che ha origine da sorgenti strutturali e aeree, può essere ridotto aumentando l'assorbimento acustico nello spazio. Si può stimare la riduzione utilizzando la relazione

$$\Delta L_p = 10 \text{Log} \frac{\bar{\alpha}_2}{\bar{\alpha}_1} \quad (10.60)$$

dove

- $\Delta L_p$  variazione nel livello di pressione del rumore,
- $\bar{\alpha}_2$  coefficiente di assorbimento medio prima del trattamento,
- $\bar{\alpha}_1$  coefficiente di assorbimento medio dopo il trattamento.

In pratica, in parte grazie all'irradiazione diretta del rumore, la riduzione ottenibile del livello di rumore è di circa 3 dB in una cabina tipica.

Il rumore aereo trasmesso dagli spazi adiacenti può essere ridotto migliorando le proprietà di isolamento del rumore aereo della superficie che separa i due spazi. Nel caso particolare in cui non si voglia variare l'assorbimento totale nello spazio ricevente, la riduzione nel livello di rumore è data da

$$\Delta L_p = R_2 - R_1 \quad (10.61)$$

dove

$R_1$  indice di riduzione del rumore per la separazione originale,

$R_2$  indice di riduzione del rumore per la separazione migliorata.

I livelli di rumore aereo possono essere ridotti racchiudendo la sorgente singola, ottenendo una riduzione nei livelli di rumore fino a 20 dB, ma ovviamente non si potrebbe ottenere questo miglioramento per il livello di rumore totale in una sala macchine, a meno di non riservare un trattamento ad ogni rilevante sorgente di rumore.

Il rumore strutturale può essere ridotto isolando le superfici, il che è essenziale nelle navi più piccole con motori diesel di media velocità. Occorre sottolineare che i regolamenti richiedono che i pavimenti flottanti ed i rivestimenti montati su resilienti siano progettati e costruiti per evitare il loro collasso o il passaggio di fumi se fossero distrutti da un incendio. Nelle piccole navi tutte le tecniche di controllo del rumore consentono una riduzione massima nel livello di rumore, ad esempio in una cabina, di circa 10 dB; il che può non essere sufficiente per raggiungere livelli di rumore accettabili negli spazi abitativi. In tali casi, le soluzioni raccomandate sono di montare su resilienti tutta la plancia e su isolatori di vibrazioni i motori principali e gli ausiliari.

Una modalità ulteriore di riduzione del rumore strutturale consiste nell'introdurre smorzatori addizionali. Sebbene questa tecnica possa essere utile in certe situazioni, la sua applicazione generale è limitata dal peso e dai costi associati. Infatti, per bloccare lo strato per lo smorzamento viscoso applicato alla lamiera di acciaio esistente occorre un'altra lamiera pesante di acciaio. Lo smorzatore dovrebbe essere posizionato il più vicino possibile alla sorgente per limitare il materiale richiesto.

Per i compartimenti che contengono motori e/o macchinari, i requisiti per il livello di rumore specificano un massimo di 85–90 dB(A) dove non esista una sala di controllo. Tali livelli sono aumentati fino a 105 o 100 dB(A) quando sia installata una sala di controllo per la quale sono fissati rispettivamente i livelli di 70 o 75 dB(A). Ciò significa che nella maggior parte delle navi sia richiesta una sala di controllo. In un progetto convenzionale i livelli di rumore aereo in una sala di controllo possono essere ridotti ai livelli richiesti rispetto a quelli di una sala macchine, ma il rumore strutturale costituisce spesso un problema di difficile soluzione.

Mentre è possibile generalizzare l'attenuazione del rumore prodotta da un particolare trattamento, in pratica si possono presentare ampie variazioni che richiedono una progettazione attenta. Ad esempio, l'effetto sul livello di rumore prodotto da pavimenti flottanti e rivestimenti montati su resilienti varia da 3 a circa 17 dB, a seconda della sorgente, dei materiali, e della forma e del tipo di spazio.

Oltre a stimare i livelli di rumore derivanti dai motori principali e dagli ausiliari, è necessario considerare anche altre sorgenti di rumore quali la ventilazione e le prese delle turbosoffianti

Il rumore della ventilazione negli spazi abitativi può essere eccessivo a causa della scarsa qualità degli sbocchi di uscita e dell'alta velocità dell'aria che li attraversa. Il sistema dovrebbe essere a pressione costante per evitare un flusso di velocità elevata attraverso gli sbocchi lasciati aperti quando la maggioranza degli stessi sono stati chiusi. Normalmente il rumore di

ventilazione dovrebbe fare aumentare di 2 o 3 dB il livello di rumore negli spazi abitativi. Un progetto scadente potrebbe far lievitare il rumore di 15 dB. Il che è importante se si tiene a mente che normalmente i livelli di rumore raccomandati devono essere rispettati con il sistema di ventilazione funzionante alla massima capacità.

Un requisito abituale richiede di ridurre l'intensità del rumore irradiato da un'apertura nelle tubolature; esempi tipici sono i ventilatori del sistema HVAC e le prese delle turbosoffianti. L'intensità del rumore entro una tubolatura, e perciò l'energia di rumore irradiato da una sua apertura, può essere ridotto impiegando un silenziatore assorbente, posto vicino alla sorgente.

## 10.12 Sviluppo normativi

Il problema dell'impatto del rumore sulle persone a bordo è stato affrontato da molto tempo. Il primo documento IMO (1981), che stabilisce i requisiti per limitare i livelli di rumore e per ridurre l'esposizione al rumore, ha costituito per varie istituzioni la base per la formulazione delle norme successive. La preoccupazione dei primi regolamenti era focalizzata sugli equipaggi e sulla loro salute definendo i livelli di pressione massimi ammissibili nei vari locali, il tempo massimo di esposizione e l'indice minimo di isolamento delle divisioni verticali tra i locali.

Lo "Special Purpose Vessel Code" dell'IMO si applica alle navi in servizio, in particolare a navi nuove da almeno 1600 tonnellate di stazza lorda. Non è applicabile ai veicoli marini con sostentamento dinamico, ai pescherecci, alle navi posatubi, alle navi e chiatte da sollevamento, a unità mobili da perforazione, agli yachts, alle navi militari, ed alle navi non propulse da mezzi meccanici. Inoltre, il Codice non si applica alle cabine e ad altri locali passeggeri.

Oltre al documento dell'IMO, quasi tutti i Registri di Clasifica hanno fornito ulteriori notazioni di classe, dette Classi di Comfort (CC), dedicate sia agli equipaggi che ai passeggeri. I limiti di rumore imposti dai Registri sono perciò più severi di quelli contenuti nel Codice IMO, anche se non tengono conto del tempo di esposizione. Si può affermare che oggi, per quanto riguarda il rumore a bordo delle navi, le norme ed i requisiti sono del tutto sviluppati, come risultato della buona conoscenza del fenomeno accumulata in decenni di esperienza.

Attualmente il vecchio Codice IMO è in corso di revisione (IMO, 2009), con l'obiettivo di rendere obbligatori i limiti di rumore che saranno probabilmente abbassati. I requisiti vanno evolvendo verso formulazioni più restrittive, quale risultato del progresso tecnico e della maggiore attenzione per gli aspetti del comfort acustico.

### 10.12.1 Rumore interno

Il vantaggio maggiore nel misurare il livello di rumore in dB(A) è che il comfort di un ambiente è valutato mediante un singolo valore facilmente calcolabile. D'altra parte, poiché è una specie di indicatore globale, il livello dB(A) non è generalmente in grado di catturare e valutare correttamente la distribuzione in frequenza dell'energia sonora. In altri settori della tecnica, oltre



all'indicatore  $L_{A\text{-pesato}}$ , sono utilizzati altri metodi per valutare i disturbi del rumore allo scopo di tenere conto della distribuzione di energia in tutto il campo di frequenze. In questi metodi l'energia del suono è suddivisa in bande di frequenza ed il disturbo è valutato separatamente.

La *dose di rumore* è un indicatore utilizzato per preservare la salute dei membri dell'equipaggio in un ambiente di lavoro rumoroso (Glorig, 1988). Valuta l'energia totale percepita da una persona durante un periodo fisso (di solito otto o ventiquattro ore). Viene definito un livello massimo ammissibile, mantenuto costante nelle otto o nelle ventiquattro ore, che corrisponde all'energia massima ammissibile.

In effetti, durante il lavoro, ogni membro dell'equipaggio può essere esposto a differenti livelli per diversi periodi di tempo. Per confrontare queste esposizioni viene fissato un altro parametro, il cosiddetto *tasso di scambio*, che stabilisce quanto aumenta il livello ammissibile dimezzando il tempo di esposizione. Mediante questo parametro è possibile calcolare per ogni coppia (livello + tempo di esposizione) la percentuale dell'energia ammissibile totale. È fissato un limite del 100% per la somma dei diversi contributi; se lo si supera, vanno prese le dovute contromisure.

La percentuale di energia è valutata mediante la formula

$$Dose (\%) = 100 \sum_i \frac{t_i \cdot 2^{\left(\frac{L_i - \text{massimo}}{\text{tassodiscambio}}\right)}}{8} \quad (10.62)$$

dove  $t_i$  è il tempo  $i$ -mo di esposizione al livello sonoro  $L_i$ .

Nelle normative sono presenti differenti livelli massimi ammissibili e tassi di scambio. Ad esempio, nel Codice IMO il livello ammissibile è fissato a 80 dB(A) per 24 ore ed il tasso di scambio è 3 dB(A). Da un punto di vista energetico, il tasso di scambio di 3 dB(A) corrisponde ad un limite costante sull'energia percepita.

Gli indicatori discussi finora sono riferiti al rumore che raggiunge la posizione ricevente. Più precisamente, i limiti in dB(A) sono riferiti ad un ambiente specifico, mentre i limiti per la dose di rumore sono riferiti ad uno specifico membro dell'equipaggio, che potrebbe essere esposto a rumore in diversi ambienti durante le ore del turno. Il soddisfacimento di questi limiti può essere ottenuto a livello progettuale mediante un'attenta pianificazione acustica a bordo, agendo sulle sorgenti (motori, ventilazione, ecc.), oppure sui percorsi di trasmissione, oppure su ambedue.

D'altra parte, esistono casi nei quali la sorgente di rumore è rappresentata dalle persone a bordo. In questo caso, l'unico elemento della catena del rumore sul quale sia possibile agire è il percorso della trasmissione. Per questo motivo il codice IMO impone requisiti su parti precise del percorso di trasmissione, che mirano soprattutto a mantenere silenzio nelle cabine. Queste esigenze sono espresse mediante due indicatori: l'indice di isolamento ed il livello del rumore d'impatto.

Per valutare l'*indice di isolamento*, si deve calcolare la perdita di trasmissione apparente per ogni frequenza di banda (di solito bande di un terzo di ottava). Questo indice valuta la capacità

di una suddivisione tra due spazi, ossia tra cabine e cabine, e tra spazi pubblici e cabine, di ridurre il livello del suono trasmesso dallo spazio sorgente allo spazio ricevente. È definito come

$$R' = 10 \text{ Log} \frac{W_1 + W_2}{W_3} \quad [\text{dB}] \quad (10.63)$$

dove  $W_1$  è il potere acustico incidente sulla parete,  $W_2$  è il potere acustico trasmesso all'ambiente ricevente attraverso la parete e  $W_3$  è il potere acustico trasmesso all'ambiente ricevente attraverso i vari percorsi di trasmissione che uniscono le due posizioni.

Per valutare il *livello del rumore d'impatto*, si deve calcolare il livello standardizzato della pressione del rumore d'impatto in ogni banda di frequenza (di solito le bande di un terzo di ottava). È definito come

$$L'_{nt} = L_i - 10 \text{ Log} \frac{T}{T_o} \quad [\text{dB}] \quad (10.64)$$

dove  $L_i$  è il livello di pressione del rumore d'impatto,  $T$  è il tempo di riverbero nel locale ricevente e  $T_o = 0.5$  s è il tempo di riverbero di riferimento.

Questo indice fa riferimento alla suddivisione orizzontale degli spazi a bordo; in particolare, ai ponti che separano uno spazio pubblico (ristoranti, saloni, ecc.) da una cabina allo scopo di controllare il rumore trasmesso allo spazio sottostante dalle persone che camminano sul ponte.

Tutti gli indicatori suddetti sono utilizzati ampiamente nelle norme e nei requisiti miranti al controllo del disturbo da rumore. Tuttavia, alcuni aspetti del disturbo da rumore connessi con situazioni particolari che possono verificarsi a bordo delle navi (concentrazioni dell'energia nel tempo o in frequenza), possono sfuggire ad una valutazione condotta con gli indicatori classici.

Per quanto riguarda la concentrazione del rumore nel tempo, è stato introdotto un indicatore specifico denominato *risvegli %* (Finegold, 1974). Questo criterio di disturbo del sonno è basato sul livello di esposizione al suono A-pesato,  $L_{AE}$ , ottenuto da un'analisi di regressione di dati ottenuti da numerosi studi di disturbi del sonno e che ha prodotto l'equazione

$$\text{Risvegli \%} = 7.1 \cdot 10^6 \cdot L_{AE}^{3.5} \quad (10.65)$$

Questo indicatore permette di correlare i risvegli percentuali ad il livello di esposizione interno, determinando così il disturbo del sonno dovuto al rumore.

### 10.12.2 Rumore aereo

Il problema del rumore aereo prodotto dalle navi è stato affrontato solo recentemente, per cui non esiste ancora un quadro normativo. A livello europeo l'unica direttiva che tratta le emissioni del rumore prodotto dai veicoli marini è la Direttiva 2003/44 dell'Unione Europea nella quale sono dati i limiti per il rumore aereo prodotto alla sorgente per le imbarcazioni da diporto con motori fuoribordo in funzione della potenza motore.

Il bisogno di regolamenti specifici per il rumore delle navi è evidenziato dal numero crescente di lamentele, inviate in Europa alle autorità locali, riguardanti il disturbo da rumore prodotto dalle navi in banchina, all'ingresso in porto, oppure in navigazione lungo le coste.

Come detto, non esiste alcun indicatore specifico circa le emissioni di rumore aereo da parte delle navi. L'indicatore utilizzato attualmente nelle normative è il *livello giorno-sera-notte*,  $L_{den}$ . Contenuto nella Direttiva 2002/49/EC,  $L_{den}$  vuole rappresentare l'impatto del rumore emesso dalle sorgenti principali (strada, veicoli ferroviari ed aerei, impianti industriali, macchinari e motori) nel breve, medio e lungo termine. Tale indicatore è definito come

$$L_{den} = 10 \text{ Log } \frac{1}{24} \left( 12 \cdot 10^{\frac{L_{giorno}}{10}} + 4 \cdot 10^{\frac{L_{sera}+5}{10}} + 8 \cdot 10^{\frac{L_{notte}+10}{10}} \right) \quad (10.66)$$

dove  $L_{giorno}$ ,  $L_{sera}$  e  $L_{notte}$  sono i livelli di suono medi a lungo termine A-pesati, determinati lungo tutti i periodi diurni, serali e notturni di un anno intero.

I livelli concernenti i tre periodi della giornata sono pesati secondo la durata (12 ore per il giorno, 4 ore per la sera e 8 ore per la notte) e mediante una penalità (5 dB per la sera e 10 dB per la notte) che dà conto del fatto che il rumore in queste ore può essere più fastidioso e può disturbare il sonno.

La situazione del rumore aereo è complicata dal fatto che i livelli di rumore nelle posizioni riceventi sono correlati ai livelli di rumore alla sorgente in base alle caratteristiche dei percorsi di trasmissione. Non esistono a tutt'oggi standards per le emissioni del rumore aereo da potere utilizzare nel progetto di una nave. Da una parte, bisognerebbe osservare che è difficile caratterizzare adeguatamente una sorgente di rumore grande e complessa. Dall'altra, imporre limiti all'emissione del rumore aereo non garantisce in sé il raggiungimento dell'obiettivo finale (controllo del rumore al ricevitore), dal momento che il risultato finale dipende anche dalle caratteristiche locali dell'ambiente.

### 10.12.3 Rumore subacqueo

Il problema dell'impatto delle emissioni del *rumore subacqueo* prodotte dalle navi sulla fauna marina ha iniziato ad essere oggetto di ricerca solamente agli inizi degli anni '90. Anche se non esistono ancora norme obbligatorie che impongano di limitare l'emissione di rumore subacqueo, molte istituzioni e centri di ricerca hanno trattato il problema della preservazione dei cetacei a causa del loro ruolo fondamentale nell'ecosistema. Esistono molti documenti che si sono occupati del rumore pericoloso per la fauna marina, ma menzionano appena le navi quali sorgente senza affrontare direttamente il problema del rumore dovuto al traffico marittimo. L'IMO ha costituito un gruppo di lavoro che sta trattando l'impatto del rumore subacqueo delle navi sui mammiferi marini (IMO, 2007; IMO, 2010).

In letteratura due istituzioni hanno affrontato il problema di fissare limiti numerici al rumore subacqueo prodotto dalle navi: lo "International Council for the Exploration of the Sea" (ICES) (Milton, 1995) ed il Det norske Veritas (DnV, 2010). I limiti dell'ICES sono pensati per

le navi oceanografiche da pesca (FRV) allo scopo di minimizzare le variazioni compartimentali dei banchi di pesce. Il DnV fornisce i limiti per differenti tipi di navi. Le curve limite sono basate sui dati di emissione del rumore subacqueo da parte di navi esistenti.

Per quanto riguarda gli standards per misurare la segnatura subacquea di una nave, i più recenti sono quelli proposti da ANSI/ASA (2009) e DnV (2010), che verifica il controllo dei limiti imposti dal Registro stesso nei suoi requisiti per la "Notazione di Classe Silenziosa".

La definizione dei bisogni per il controllo delle emissioni del rumore subacqueo è difficile proprio perché è difficile definire gli obiettivi generali di tale controllo: le caratteristiche del ricevente non sono ben definite, in quanto le varie specie di fauna marina hanno diverse sensibilità al rumore. Paradossalmente, rispetto alla situazione del rumore aereo, gli standards per la caratterizzazione della segnatura subacquea sono già disponibili, arrivando addirittura a formulare i limiti per l'emissione del rumore.

#### 10.12.4 Classe Comfort

Nella costruzione di una nuova nave viene data una crescente importanza al comfort. Soprattutto per le navi da crociera gli armatori trovano essenziale assicurare ai propri clienti le condizioni più confortevoli a bordo, il che si traduce nelle specifiche contrattuali in valori limite massimi ammissibili o nel richiedere la "Notazione di Classe Comfort".

La Classe Comfort è una notazione di classe addizionale fornita dal Registro di Classifica allo scopo di certificare il comfort a bordo legato al rumore, alle vibrazioni e ad altri eventuali problemi quali la climatizzazione a bordo. Tutti i Registri adottano parametri simili da controllare per l'ottenimento della certificazione, anche se ognuno impone differenti requisiti e definisce varie categorie di comfort. In generale, per ottenere la Notazione di Classe il Registro può richiedere l'approvazione dei piani generali, le certificazioni dei materiali e le prove effettuate durante la costruzione e le prove in mare.

Ogni Registro mette a confronto il livello minimo, il livello massimo ed un livello medio. L'idea di definire una 'media' è dovuta al vasto e differente spettro di valori che ogni Registro potrebbe accettare. Infatti, il Germanischer Lloyd ha cinque diverse classi, mentre il Det norske Veritas ed il Bureau Veritas hanno solamente tre classi. Un esempio è riportato in Tabella 10.13.

GL		DnV		BV	
Classe	dB(A)	Classe	dB(A)	Classe	dB(A)
E	64	1	65	1	65
1	66	2	65	2	70
2	68	3	70	3	75
3	70				
4	75				

Tabella 10.13. Limiti di rumore nei ponti esposti

In Tabella 10.14 sono illustrati i diversi limiti di rumore nelle aree passeggeri richiesti dai tre Registri suddetti.

Area	Registro	Massimo	Minimo	Media
Cabine di prima classe	GL	52.0	44.0	48.0
	DnV	50.0	44.0	47.0
	BV	50.0	45.0	47.3
Cabine standard	GL	54.0	46.0	50.0
	DnV	55.0	49.0	52.0
	BV	56.0	49.0	52.7
Locali pubblici	GL	60.0	52.0	56.0
	DnV	62.0	55.0	58.3
	BV	64.5	58.3	61.3
Spazi aperti	GL	75.0	64.0	68.6
	DnV	70.0	65.0	66.7
	BV	75.0	65.0	70.0

Tabella 10.14. Limiti di rumore nei locali passeggeri [dB(A)]

Un altro confronto interessante può essere effettuato tra i requisiti imposti dai Registri per i limiti di rumore nelle zone abitate e frequentate dall'equipaggio (Tab. 10.15).

Area	Registro	Massimo	Minimo	Media
Cabine	GL	58.0	44.0	48.0
	DnV	60.0	44.0	47.0
	BV	60.0	45.0	47.3
Mense	GL	65.0	46.0	50.0
	DnV	65.0	49.0	52.0
	BV	63.0	49.0	52.7
Cambuse	GL	75.0	52.0	56.0
	DnV	—	—	—
	BV	76.0	70.0	73.0
Laboratori	GL	85.0	80.0	83.0
	DnV	—	—	—
	BV	85.0	85.0	85.0
ECR	GL	75.0	67.0	71.0
	DnV	75.0	70.0	71.7
	BV	75.0	70.0	72.7

Tabella 10.15. Limiti di rumore nei locali per l'equipaggio [dB(A)]

### 10.13 Rumore nelle navi oceanografiche

Le navi oceanografiche da ricerca servono fundamentalmente per specifiche ricerche in mare: esplorazione dei mari e dei fondali marini, ricerca biologica e di banchi di pesce, ricerca idrografica, osservazioni meteorologiche e studio dei minerali in mare.

È opinione comune che il rumore andrebbe mantenuto al livello minimo, ma giustificabile economicamente. Allo stesso tempo, comunque, deve essere un obiettivo economico quello di potere installare tutta la potenza necessaria nello spazio minore possibile. A fronte di questo scenario contraddittorio, compito dei progettisti è ottenere il migliore risultato acustico entro i limiti tecnici e di budget di un contratto. Sebbene anche il progetto di una nave oceanografica si muova entro continui compromessi tra prestazioni, costi, abitabilità, e molti altri attributi, è assolutamente prioritario avere il controllo sulle caratteristiche acustiche della nave. Negli ultimi decenni la potenza delle navi oceanografiche è cresciuta enormemente, così che elevati livelli di rumore subacqueo sono pressoché inevitabili, a meno di non prendere adeguati provvedimenti progettuali. Motori diesel, generatori e motori di propulsione contribuiscono significativamente allo spettro di rumore a bassa frequenza.

Nelle specifiche progettuali per questa classe di navi vanno incluse perciò le caratteristiche acustiche di tutti i sistemi di bordo, e non devono essere trascurati i modi della loro installazione e la loro collocazione. Un'attenzione speciale va dedicata all'isolamento del rumore dei macchinari, inclusi quelli previsti per il riscaldamento, la ventilazione ed il condizionamento dell'aria. Altri criteri progettuali devono servire a limitare il rumore irradiato dalla nave in acqua, in quanto potrebbe distorcere gli obiettivi della ricerca biologica, le prestazioni del sistema acustico e la qualità dell'abitabilità. Il rumore e le vibrazioni su una nave oceanografica influenzano direttamente l'efficienza delle attrezzature e degli strumenti scientifici, nonché la capacità di effettuare misure accurate e di garantire il comfort a bordo. I particolari strumenti scientifici utilizzati nelle varie operazioni di ricerca dettano i livelli di rumore ritenuti accettabili.

Il processo della generazione del rumore è dinamico ed ogni nave ha la sua specifica segnatura dipendente dalla velocità, dalla condizione di carico, dall'assetto, dal numero e dal tipo di motori. Per determinarne la segnatura, la nave è fatta muovere su un 'intervallo di rumore calibrato' con particolare attenzione per velocità minori ed uguali a 11 nodi. Le misure dei livelli di rumore sono effettuate a dritta ed a sinistra dello scafo e, più recentemente, anche sul fondo della nave. Per semplificare, la pratica vuole che si medi tra i valori di dritta e di sinistra ma, poiché possono esserci differenze importanti, si conservano i dati rilevati su ambedue i lati nave. La mappa del rumore irradiato dipende dalle forme di carena, mentre la radiazione su ogni lato della nave aumenta andando verso il fondo della nave.

Durante i rilievi idroacustici è probabile che sia sufficiente fare funzionare uno solo dei motori in quanto, per effettuare queste misure, è sufficiente che la nave si muova ad una velocità non superiore a 8 nodi, ossia ben al di sotto della velocità massima. Tuttavia, si potrebbe avere una certa asimmetria dell'irradiazione del rumore da parte della carena, che dipende dalla posizione del motore utilizzato e dall'efficienza dei materiali e delle misure di isolamento. Durante le operazioni di misura si hanno variazioni del carico dei generatori e dell'elica, per cui, soprattutto quando si risale controvento, si ha un maggiore carico sull'elica e, quindi, maggiore rischio di cavitazione con conseguente aumento del rumore. Alle frequenze corrispondenti, la sorgente di rumore non è limitata all'elica. Le pompe possono creare una grande quantità di rumore

e devono essere scelte con attenzione durante il progetto della nave per rispettare i requisiti relativi al rumore e non superarne i limiti predefiniti. Per le stesse ragioni, le tubolature non devono presentare brusche piegature che possono causare cavitazione.

Oltre a quello prodotto dall'elica, il 'rumore proprio' di una nave comprende anche il rumore che è generato sulla/dalla nave stessa, e che è ricevuto dagli ecoscandagli. Questo incremento del rumore proprio può essere dovuto alle aperture nello scafo, alla rugosità di carena, alle saldature di spessore troppo elevato; è necessario, quindi, prestare attenzione a questi aspetti durante la costruzione della nave.

## 10.14 Rumore nei pescherecci da ricerca

Le navi da ricerca di banchi di pesce (FRV - fisheries research vessels) sono il mezzo più importante disponibile ai biologi, così che è essenziale che esse consentano di campionare i banchi di pesce con il minimo di disturbo dovuto al rumore subacqueo. Queste navi richiedono il rispetto di criteri di rumore legati sia al rumore interno, sia al rumore irradiato esternamente.

Per molti anni, la filosofia progettuale per questo tipo di navi fu fin troppo semplice: si pensava che, per potere svolgere le ricerche fosse sufficiente aggiungere nei pescherecci convenzionali pochi laboratori scientifici al posto delle stive per il pesce. Quando crebbe l'evidenza circa gli effetti del rumore della nave sui banchi di pesce, furono effettuati esperimenti che dimostrarono essere i motori diesel, i riduttori ed in particolare le eliche, soprattutto se a passo variabile, le cause principali dell'elevato livello di rumore irradiato. In particolare, il rumore dell'elica cavitante è il fattore dominante del rumore subacqueo.

Veenstra (1989) ha discusso estensivamente le caratteristiche generali progettuali dei piccoli e medi pescherecci dal punto di vista acustico, individuando i problemi sostanziali derivanti dall'esistenza del rumore strutturale e di quello aereo. Ciò nonostante, per prevedere il livello di rumore prodotto dai componenti il sistema propulsivo di un FRV, ancora recentemente per questo tipo di nave è stata utilizzata la stessa procedura adoperata per le navi mercantili, il che spiega perché molte delle navi da ricerca esistenti siano alquanto rumorose. Ma la crescente complessità delle ricerche oceanografiche ed il bisogno di campionamenti affidabili sui banchi di pesce ha portato ad un riesame dei requisiti sul rumore irradiato.

L'ICES ha costruito una banca dati sistematizzando le misure effettuate negli anni '80 e '90 per rilevare il comportamento dei banchi di pesce. Tale banca dati include anche i dati sul rumore irradiato da molti FRV (Mitson, 2002). È stato così possibile determinare i campi di frequenze ed i corrispondenti livelli di rumore percepiti da diverse specie di pesci (Fig. 10.24), ognuna delle quali reagisce a certe frequenze di rumore, prodotto soprattutto dai motori e dall'elica, che può interferire con le misurazioni. Poiché per individuare i banchi di pesce sono utilizzati metodi acustici, è necessario che i segnali degli ecoscandagli non corrano il rischio di essere contaminati.

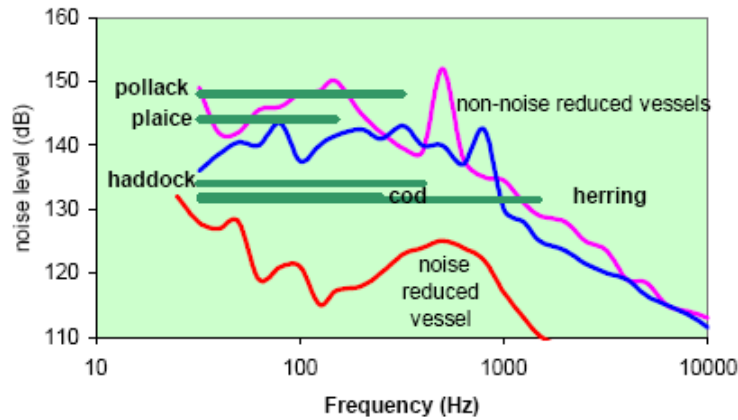


Figura 10.24. Livelli di reazione di diversi tipi di pesce

La Figura 10.25 mostra a quali distanze, per diverse navi da ricerca, i pesci iniziano a fuggire sentendo il rumore prodotto dalla nave.

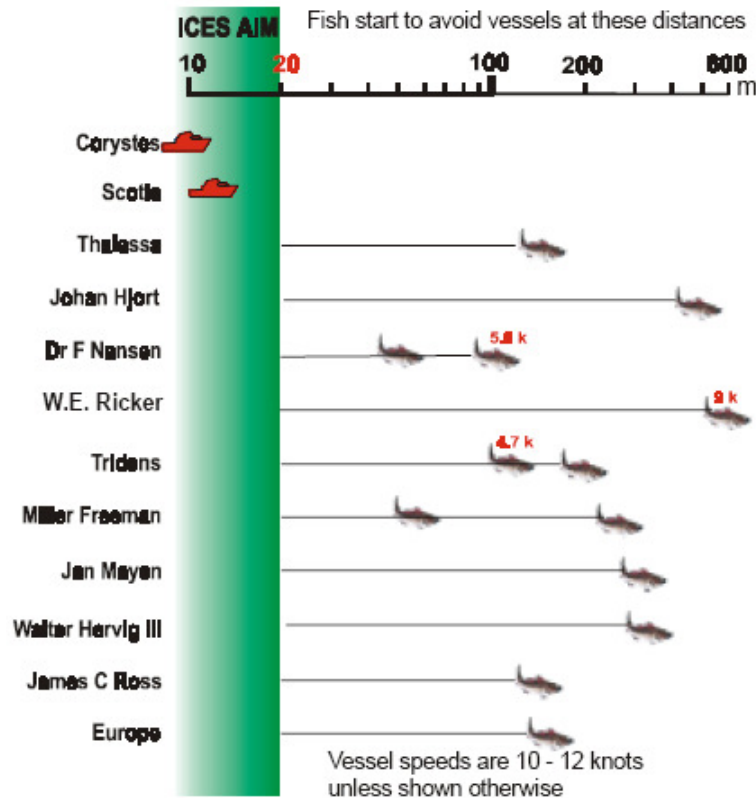


Figura 10.25. Distanze sonore per diversi FRV

Le velocità nave sono di 10–12 nodi, a meno che non sia indicato diversamente. Le due navi più rumorose utilizzavano, come molte altre, eliche a passo variabile, indicando che le CPP non sono l'unico fattore significativo che innalza i livelli di rumore. Le distanze limite per la maggior parte delle altre navi sono tra 100 e 300 metri, il che non deve essere casuale. La nave



Corystes (Kay et al., 1991) è probabilmente la nave più silenziosa, sebbene anche la Scotia rispetti le raccomandazioni dell'ICES.

Due sono gli scopi primari che spingono verso la riduzione del rumore nelle navi da ricerca di banchi di pesce: il primo obiettivo è assicurare che i pesci non fuggano dalla traccia percorsa dalla nave quando si avvicina e che il rumore irradiato non causi una concentrazione artificiale di pesci sotto la nave. Il secondo obiettivo è di impedire che il rumore sia integrato come segnale o che siano contaminati gli eco dei pesci ricevuti e processati dall'attrezzatura di rilevamento acustico.

### 10.14.1 Raccomandazioni ICES

È noto che il rumore della nave può disturbare la campionatura delle popolazioni di pesce; di qui la necessità di costruire navi con rumore ridotto. A basse frequenze un FRV non deve causare la fuga dei banchi di pesce quando utilizza reti o metodi di valutazione acustica. Allo scopo l'ICES raccomanda per i FRV la specifica illustrata in Figura 10.26, che è basata sostanzialmente su due criteri: evitare la reazione di fuga dei pesci e garantire affidabili rilievi acustici. Questi due fattori determinano separatamente le zone a bassa frequenza ( $1 \text{ Hz} < f < 1 \text{ kHz}$ ) e ad alta frequenza ( $1 \text{ kHz} < f < 1000 \text{ kHz}$ ) della specifica. I dettagli di questi criteri sono descritti da Mitson (1995).

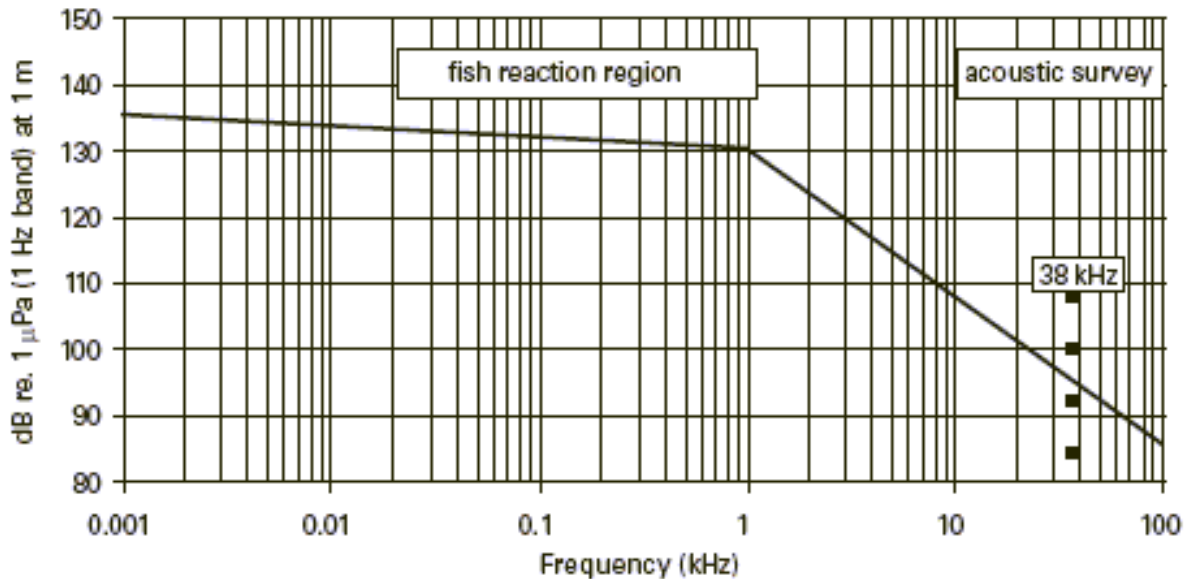


Figura 10.26. Massimo rumore subacqueo irradiato raccomandato dall'ICES

La specifica per il livello di rumore proposta per le navi FRV, come derivabile dal diagramma in Figura 10.26, è fornita dalle equazioni

$$NL(\text{dB re. } 1\mu\text{Pa at } 1\text{m}) = \begin{cases} 135 - 1.66 \text{ Log } f_{\text{Hz}} & \text{da } 1 \text{ Hz a } 1 \text{ kHz} \\ 130 - 226 \text{ Log } f_{\text{kHz}} & \text{da } 1 \text{ kHz a } 100 \text{ kHz} \end{cases} \quad (10.67)$$

Il limite riportato nelle raccomandazioni ICES valgono per tutte le navi adibite alla ricerca di banchi di pesce che avanzino alla velocità di 11 nodi. Tuttavia, poiché esistono difficoltà intrinseche nel controllare e/o misurare il rumore subacqueo a frequenze minori di 10 Hz e maggiori di 50 kHz, molti esperti raccomandano di applicare l'intervallo da 10 Hz e 50 kHz per il controllo del rumore irradiato sott'acqua.

I livelli di rumore che fanno sì che i pesci reagiscano negativamente all'avvicinarsi di una nave sono quelli relativi alla zona a bassa frequenza dello spettro. Più precisamente questi livelli sono collegati alla soglia auditiva dei merluzzi e delle aringhe. Tra le specie commestibili, questi pesci sono quelli che hanno un'elevata e simile sensibilità al rumore, sebbene le aringhe mantengano tale capacità in un intervallo di frequenze più ampie.

Per i livelli ad elevata frequenza, una prestazione accettabile a 38 kHz è il requisito primario per un FRV, sebbene si debbano considerare frequenze più basse, quali 12 e 18 kHz, che sono oggi utilizzate più frequentemente.

Il diagramma in Figura 10.26 dovrebbe essere considerato come una specifica conservativa per le navi a rumore ridotto, in quanto rappresenta la migliore prestazione di una nave nuova. Quando le navi invecchiano, l'usura meccanica dei macchinari causa la generazione di livelli più elevati di rumore. Può essere richiesta una specifica più stringente se si prendono in considerazione gli effetti dell'invecchiamento del macchinario e gli accresciuti livelli di rumore.

### **Livelli di rumore a bassa frequenza**

Il comportamento reattivo dei pesci in relazione ad una nave è dovuto agli elevati livelli di rumore a bassa frequenza. Il primo requisito per i rilievi idroacustici è che la nave alla velocità corrispondente non causi un disturbo indesiderato alla distribuzione naturale dei banchi di pesce. Ciò significa che i pesci non devono essere spaventati dalla nave che si avvicina, affinché non siano mancati dal fascio acustico; né devono essere spinti ad immergersi al di sotto della nave a causa dell'angolo di sbandamento indotto che ridurrebbe l'intensità della misura con una conseguente sottostima della popolazione.

La specifica per il livello di rumore a bassa frequenza, mostrata in Figura 10.26, è stata determinata a partire dalla distanza massima accettabile di reazione dei pesci, pari a 20 m. Per raggiungerlo, il rumore della nave non deve superare 132 dB re 1  $\mu$ Pa (banda di 1 Hz) ad 1 m nella banda di frequenza da 20 Hz a 1.2 kHz.

Questo livello è effettivo sia per i merluzzi che per le aringhe, ed è applicabile su tutta la banda auditiva di massima sensibilità delle aringhe, a causa della loro maggiore larghezza di banda. Per ragioni pratiche la specifica non è mostrata come una linea continua ad un livello di 132 dB. La specifica a bassa frequenza è individuata dal segmento che va da 135 dB a 1 Hz a 130 dB a 1 kHz per minimizzare le difficoltà di progettisti e costruttori nel soddisfare il requisito essenziale relativo al rumore.

### **Livelli di rumore ad alta frequenza**

I livelli di rumore ad alta frequenza sono stati determinati riferendosi a tipici livelli di rumore ambientale e fissando il livello di rumore accettabile proprio al di sopra ( $\approx 6$  dB). Quando questo è calcolato all'indietro, sul trasduttore si ottiene un livello di 95 dB re 1  $\mu$ Pa (banda di 1 Hz) ad 1 metro a 38 kHz. A 18 kHz il livello di rumore della nave è stato fissato a 102 dB e la retta che congiunge il livello a questa frequenza ed a 38 kHz interseca con la specifica a bassa frequenza ad 1 kHz (130 dB). La maggior parte delle signature del rumore prodotto dalle navi iniziano a 'roll off' dopo 1 kHz ad un tasso di circa 20 dB per decade e casualmente il segmento dell'alta frequenza della specifica presenta un pendenza simile.

Una volta specificati i requisiti per i livelli di rumore di un FRV, si raccomanda che siano effettuate le misurazioni nelle seguenti condizioni operative:

- navigazione libera alla velocità di rilievo ed a velocità di crociera;
- rimorchio di un parangale;
- rimorchio di una rete a strascico.

A basse frequenze il livello dato dalla relazione (10.68) dovrebbe evitare la fuga di merluzzi, aringhe, e pesci simili a distanze dalla nave superiori a 20 metri.

I livelli di rumore ad alta frequenza sono determinati fondamentalmente dal bisogno di percepire e processare i segnali dei banchi di pesce a 38 kHz per i rilievi acustici e dalla necessità di evitare che il rumore sia integrato come segnale.

Le misure devono essere presentate come dB re 1  $\mu$ Pa (banda da 1 Hz) ad 1 m, per frequenze da 1 Hz a 100 kHz. Le misure a banda stretta vanno effettuate in appropriate larghezze di banda fino a 5 kHz.

#### **10.14.2 Misure progettuali per ridurre il rumore subacqueo**

Il problema di limitare entro il limite massimo ammissibile, raccomandato dall'ICES, il livello di rumore subacqueo irradiato dall'elica diviene tanto più stringente quanto più è piccolo il FRV. A parità di velocità cresce il carico idrodinamico sull'elica, che spesso causa cavitazione ed un livello più elevato di rumore subacqueo. Le eliche sono le maggiori sorgenti di rumore sia a bassa che ad alta frequenza. Quest'ultimo non dovrebbe ridurre il campo di rilevazione dell'ecoscandaglio. Inoltre, per piccole navi da ricerca, esiste poco spazio per controbilanciare il rumore prodotto dai motori e da altri macchinari.

Quanto ai problemi di natura idrodinamica, occorre disegnare carene con forme fini, con poche appendici sull'opera viva e senza brusche variazioni delle linee di carena allo scopo di minimizzare i disturbi indotti dal rumore dell'acqua sugli strumenti di misura.

Per progettare la nave con un basso rumore subacqueo, devono essere affrontati correttamente i problemi derivanti dalle sorgenti e dai meccanismi del rumore, suddivisibili in tre gruppi, come da Tabella 10.16.

Sorgente di rumore	Dominio di frequenza	Decisioni progettuali contro il rumore
Motori di propulsione Motori generatori Riduttori, pompe	$\leq 10$ kHz	Fondazioni su resilienti anti-rumore Macchinari a bassa emissione di rumore Materiali strutturali smorzanti Supporti elastici per il motore principale Evitare risonanze sulla struttura
Cavitazione dell'elica	1 kHz - 100 kHz	Mantenere sufficienti luci sull'apice di pala Ridurre il carico dell'elica - dimensioni ottimali della nave - curva ottimale del $C_P$ - minima resistenza al moto Omogeneizzare la scia intorno all'elica - bulbo poppiere - sezioni trasversali a 'V' Basso numero di giri e grande diametro dell'elica Elica con elevato 'skew-back' Elica profondamente immersa
Trascinamento di bolle d'aria dal pelo libero intorno alla prora		Forme ad 'U' a prora verso il fondo Portello a cerniera

Tabella 10.16. Sorgenti di rumore e interventi progettuali per contrastarlo

Molto è stato detto in precedenza sul rumore prodotto da motori, macchinari ed eliche. Quanto al problema del trascinamento di bolle d'aria a prora, le forme delle sezioni ad 'U' vicino al fondo evitano che le bolle vi arrivino, disturbando così sonar ed ecoscandagli. I portelli a cerniera fissati all'ingresso dei propulsori trasversali evitano l'interferenza delle bolle d'aria stagnanti ad elevate velocità nave con le bolle intermittenti che fuoriescono a causa del moto di beccheggio.

### Rumore dei motori

Il primo gruppo è il rumore proveniente dalle vibrazioni indotte dai motori principali, dai generatori, dai riduttori e dalle pompe installate in sala macchine. Il dominio di frequenza di questo rumore è generalmente minore di 10 kHz. Allo scopo di mantenere il rapporto segnale-rumore entro un valore di soglia imposto dal buon funzionamento degli strumenti acustici, è indispensabile ottenere il massimo della silenziosità da parte di tutto il sistema propulsivo. La

potenza motore dei FRV varia tra 2000 e 6000 kW così che sono richiesti grandi motori elettrici per alimentare i propulsori.

I generatori diesel costituiscono la sorgente principale di rumore, soprattutto quando la nave è in condizioni di tiro. Per quello o quelli da utilizzare nelle ‘operazioni silenziose’, si raccomanda un loro doppio isolamento e di posizionarli quanto più possibile lontano dallo scafo. Per ridurre il rumore subacqueo irradiato dai motori diesel, devono essere installate adeguate fondazioni elastiche. Quanto al riduttore, talvolta produce un picco di rumore significativo intorno a 1 kHz, per cui anche qui va installata una fondazione elastica.

In questo caso occorre progettare un adeguato sistema a molle per evitare vibrazioni torsionali, in quanto motore principale e riduttore sono collegati mediante un giunto elastico. Poiché i rumori prodotti da motori e macchinari sono generati soprattutto in sala macchine, è utile rivestire le pareti della sala macchine con una pittura smorzante.

Quanto all’utilizzo di sistemi tipo Azipod, essi presentano vantaggi e svantaggi. Hanno un flusso omogeneo sull’elica, il che riduce il rumore dell’elica, ma comportano il notevole svantaggio che il motore elettrico nella gondola si trova in acqua e potrebbe contribuire alquanto al rumore subacqueo. Inoltre, trattandosi di motori AC, questi tendono ad essere più rumorosi dei DC.

### Rumore di cavitazione

Il rumore prodotto dall’elica è il più dannoso per le operazioni di rilevamento idroacustico poiché i livelli di rumore dominante possono coprire un’ampia banda di frequenze. Il dominio di frequenza del rumore di cavitazione dell’elica, che disturba gli strumenti acustici, varia tra 1 kHz e 100 kHz. Per ridurre il rumore subacqueo, occorre applicare una serie di provvedimenti quali quelle elencate in Tabella 10.16. Nonostante lo sviluppo di sofisticati codici numerici per determinare i livelli di rumore irradiato dall’elica, per ottenere la necessaria accuratezza è assolutamente necessario effettuare prove sul modello dell’elica in galleria di cavitazione.

Per ridurre il carico dell’elica, causa primaria della cavitazione fonte di rumore, è necessario diminuire la resistenza di carena, scegliere un’elica di grande diametro e basso numero di giri, e progettare accuratamente il sistema propulsivo considerando le caratteristiche acustiche della nave. Allo scopo, sono richiesti i seguenti passi:

- ottimizzare i parametri di forma dello scafo ( $L/B$ ,  $B/T$ ,  $C_P$ ,  $C_X$ ,  $C_{VP}$ );
- ottimizzare la distribuzione longitudinale del volume di carena;
- ottimizzare le forme dell’estrema poppa.

Sebbene i parametri  $L/B$ ,  $B/T$ ,  $C_P$ ,  $C_X$ ,  $C_{VP}$  siano importanti per le prestazioni dinamiche e la stabilità della nave, occorre sceglierli in maniera tale da minimizzare la resistenza al moto.

### Stima dell’area di cavitazione

Per stimare l’area della superficie di pala interessata dalla cavitazione, si può ricorrere al metodo empirico di Brown (1976). La Figura 10.27 (diagramma di Burrill) mostra le relazioni tra il

coefficiente di carico di spinta  $\tau$ , il numero di cavitazione  $\sigma$ , calcolato al raggio  $\bar{r} = 0.7$  ed il rapporto tra l'area di cavitazione sul dorso delle pale e l'area del disco elica ( $A_c/A_o$ ).

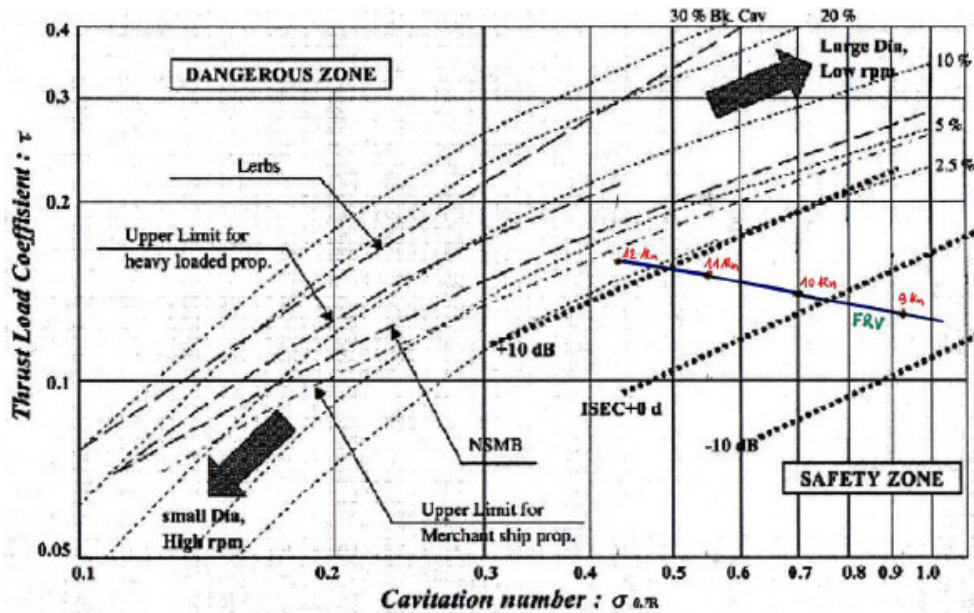


Figura 10.27. Inserimento delle raccomandazioni ICES sul diagramma di cavitazione di Burrill

Quando  $\tau$  diventa alto e  $\sigma_{\bar{r}=0.7}$  basso, la cavitazione sul dorso dell'elica tende ad essere rappresentata decisamente nella zona superiore a sinistra del diagramma di Burrill. In questa figura, i valori di  $\tau$  e  $\sigma_{\bar{r}=0.7}$  di alcune navi da ricerca di banchi di pesce sono diagrammati introducendo la velocità nave come parametro. Per la nave 'K', che è un grande FRV, la coppia  $\tau$  e  $\sigma$  a 10 nodi di velocità di transito ( $Fn = 0.18$ ) individua un punto nel lato in basso a destra del diagramma, il che sta ad indicare che la resistenza nave ed il coefficiente di carico di spinta sono molto bassi. Per la nave 'Taka-maru', che è un piccolo FRV, il risultato a 8 nodi di velocità di transito ( $Fn = 0.26$ ) mostra caratteristiche simili alla nave 'K'. I livelli misurati di rumore irradiato subacqueo delle due navi suddette sono approssimativamente pari a 10 dB dal livello massimo raccomandato dall'ICES nella zona ad alta frequenza. Si può osservare che le caratteristiche  $\tau$ - $\sigma$  di queste navi ben progettate si trovano sul diagramma di Burrill a meno dell'1% di area di cavitazione sul dorso. Sullo stesso diagramma di Burrill sono riportati i valori della coppia  $\tau$ - $\sigma$  per un FRV sviluppato a livello di analisi preliminare (Trincas, 2010).

Sebbene siano poche le misure disponibili per correlare le caratteristiche  $\tau$ - $\sigma$  con i livelli di rumore subacqueo, Yoshimura e Koyanagi (2004) hanno risolto positivamente tale correlazione mediante le formule empiriche

$$\lambda = \begin{cases} 0.110 \sigma^{2/3} & \text{per il massimo livello ICES - 10 dB} \\ 0.165 \sigma^{2/3} & \text{per il massimo livello ICES} \\ 0.215 \sigma^{2/3} & \text{per il massimo livello ICES + 10 dB} \end{cases} \quad (10.68)$$

Le curve corrispondenti a queste formule sono tratteggiate in grassetto in Figura 10.27. Mediante questo diagramma si può ragionevolmente determinare la relazione tra il coefficiente di carico ed il numero di cavitazione per controllare il livello richiesto di rumore irradiato subacqueo. Si può stimare anche la relazione tra l'area di cavitazione sulla superficie di pala ed il corrispondente livello di rumore.

Il secondo punto importante per minimizzare la cavitazione dell'elica è la riduzione della disomogeneità di scia sul piano del disco-elica. Allo scopo è necessario adottare un bulbo poppiero e forme fini a poppa. Per piccoli FRV, comunque, le sezioni trasversali a poppa tendono ad essere allargate per creare spazio sufficiente in sala macchine, il che peggiora la qualità della scia. In tali casi, non si può non ricorrere ad un'elica ad elevato skew per ridurre la cavitazione.

### Stima del livello di rumore subacqueo

Lo spettro del rumore subacqueo irradiato indotto dalla cavitazione dell'elica può essere determinato con il metodo di Brown (1976). Il livello di rumore,  $L_n$  (dB re,  $1\mu\text{Pa}$  a 1 m), è calcolato mediante la formula

$$NL(\text{dB re. } 1\mu\text{Pa at } 1\text{m}) = 163 + 10 \text{Log} \frac{Z \cdot D^4 \cdot n^3}{f} + 10 \text{Log} \frac{A_c}{A_o} \quad (10.69)$$

Per lo stesso FRV citato in precedenza, sono stati calcolati i livelli di rumore in base alla formula (10.69) per diverse velocità nave ed ipotizzando diversi valori del rapporto tra l'area di cavitazione sul dorso delle pale e l'area del disco elica. Il diagramma riportato in Figura 10.28 mostra che la suddetta nave da ricerca di banchi di pesce dovrebbe offrire buone prestazioni acustiche nel rispetto delle raccomandazioni ICES. Nel diagramma sono riportate le relazioni rumore-frequenza per diversi valori dell'area di pala soggetta a cavitazione, ossia  $A_c/A_o = 1\%$ , 5%, 10%, 20%, 30%, andando dal segmento blu continuo a quello rosso tratteggiato.

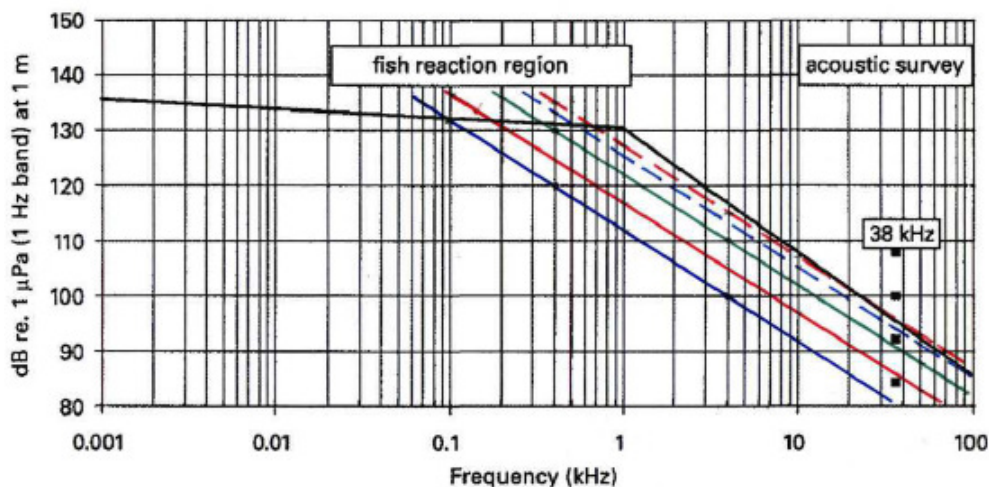


Figura 10.28. Stima del rumore di cavitazione irradiato su un FRV turco

## Capitolo 11

# Forze vibratorie indotte dall'elica

Negli ultimi cinque decenni, con la crescita delle dimensioni e della velocità delle navi sono cresciuti i problemi generati dalle vibrazioni, ed in particolare da quelle indotte dalle eliche lungo la linea d'assi e sulla poppa. Oltre agli effetti indesiderati su equipaggio e passeggeri, livelli di vibrazione eccessivi sulla nave possono causare rotture per fatica di elementi strutturali localie/o malfunzionamenti di macchinari ed attrezzature di bordo

la previsione delle vibrazioni di carena eccitate dall'elica e lo sviluppo di procedure progettuali volte a minimizzarle costituiscono problemi complessi. Oggi i livelli di vibrazione possono essere previsti con precisione sempre maggiore a partire dalle fasi iniziali del progetto. Vanno rispettati i requisiti contrattuali decisi con l'armatore ed i limiti stabiliti dai regolamenti specifici per ogni tipo di nave. Questi limiti massimi sono fissati per garantire il comfort dei passeggeri e l'efficienza dell'equipaggio. Il controllo dei valori massimi ammissibili costituisce un obiettivo economico-finanziario.

Presentare un basso livello delle vibrazioni è una qualità importante per una nave di elevata qualità per garantirne l'abilità, la sicurezza e la funzionalità. Questo requisito vale soprattutto per certi tipi di navi mercantili monoelica, per le navi passeggeri, per le navi militari e per le navi oceanografiche. Richieste restrittive sulla geometria delle forme poppiere e/o sulle sistemazioni dei propulsori hanno portato a geometrie di carena che producono distribuzioni alquanto disomogenee delle velocità di scia. Nell'industria navale si sono verificati molti casi nei quali la nave è stata temporaneamente, con conseguenti modifiche costose) definitivamente rifiutata dall'armatore a causa di livelli di vibrazione troppo elevati. Oltre il danno economico diretto, sarà grave la perdita di reputazione e di immagine da parte del cantiere navale costruttore.

Gli armatori richiedono sempre più frequentemente una riduzione delle vibrazioni (e del rumore) al di sotto dei livelli normativi. Inoltre, è in atto una crescente tendenza a stabilire standards regolamentari sempre più stringenti. Tuttavia, per molti armatori di navi mercantili, un vero interesse nei vari aspetti delle vibrazioni indotte idrodinamicamente inizia quando il livello delle vibrazioni in una nuova costruzione cresce al punto tale da disturbare l'equipaggio e le operazioni di bordo. Ad esempio, la scelta progettuale tra una nave monoelica ed una nave



bielica, dove la seconda è più onerosa sia nel costo di costruzione che nei costi operativi, deve essere guidata fundamentalmente da considerazioni relative alle vibrazioni che, in generale, sono inferiori nella configurazione bielica.

Il problema delle vibrazioni a bordo è sempre presente, se non altro perché su una nave sono montati necessariamente numerosi macchinari ed impianti che eccitano vibrazioni. Più spesso sono i fenomeni idrodinamici sono responsabili di eccitare elevate vibrazioni: in questo caso è l'elica, o più precisamente l'interazione tra elica e carena, a giocare il ruolo fondamentale.

Questo capitolo non intende occuparsi delle vibrazioni di carena in senso stretto, ma tratta gli aspetti specifici delle forze di eccitazione generate dall'elica come fattore primario di vibrazione. Poiché l'elica opera in un campo di velocità più o meno disomogeneo, si genera un campo di pressioni fluttuanti che impattano pesantemente la carena, soprattutto se l'elica è soggette a cavitazione. L'effetto di massa aggiunta delle pale dell'elica, la pressione dinamica non-stazionaria dovuta alle velocità indotte dall'elica e soprattutto l'effetto dell'estensione della cavitazione contribuiscono alle forze di eccitazione delle vibrazioni. L'integrazione del campo di pressione non-stazionaria sulla carena fornisce l'entità delle forze di vibrazione che agiscono sulla struttura dello scafo.

## 11.1 Excursus storico

Fino al termine degli anni '60, le prove su modelli di elica furono focalizzate nel misurare il campo di pressione indotta sullo scafo dall'elica non-cavitante. La prima volta che gli atti dell'ITTC dettero conto delle forze vibratorie di superficie avvenne quando (ITTC, 1966) si comprese che la quota prevalente delle fluttuazioni di pressione ha una frequenza corrispondente al prodotto tra numero di pale e numero di giri dell'elica. Gli esperimenti su modelli mostrarono la grande importanza delle armoniche di ordine inferiore della distribuzione di scia. Nel contempo si prese atto della necessità di dovere considerare l'effetto scala quando le fluttuazioni della pressione di eccitazione sono derivate da misure su modelli.

In quegli anni iniziò lo sviluppo dei metodi teorici della superficie portante per le eliche operanti in scie non-uniformi e si comprese l'importanza di una corretta rappresentazione del campo di scia effettiva, per cui si costruirono grandi gallerie di cavitazione nelle quali poterono essere provati modelli di nave scalati geometricamente con diversi fattori di scale (i cosiddetti "geosims").

Alla fine del XIV ITTC (1975) divenne chiaro che la cavitazione dell'elica ha un effetto marginale sulle "bearing forces" (forze sulla linea d'assi), mentre si comprese definitivamente che la cavitazione contribuisce alle forze di pressione in tre modi; attraverso il moto delle cavità, le loro variazioni di volume ed il vortice d'apice. Fu chiaro che le cavità pulsanti o collassanti sulle pale o in prossimità delle stesse sono la causa più importante di eccitazione sullo scafo. Seguì negli anni '70 e '80 un periodo di grande sviluppo del calcolo numerico. Migliorarono i codici basati sulle teorie della superficie portante linearizzata ed apparvero i codici BEM

(Boundary Element Method) nonlineari ed i codici a pannelli. La maggior parte di questi metodi erano limitati alla cavitazione a lamina, mentre risultavano ancora inadeguati per simulare la cavitazione a bolle, la cavitazione a nuvola e la cavitazione per vortice d'apice.

Ancora più recentemente (ITTC, 2008) risultava evidente il grande scarto con i dati sperimentali, sia su modello che al vero, nell'esame dell'accuratezza dei codici CFD, a potenziale, per la previsione dell'estensione dei diversi tipi di cavitazione, tranne che per le forze fluttuanti di pressione prodotte dalla cavitazione a lamina. A tuttoggi, i metodi RANS sono ancora inadeguati se si vuole evitare di ricorrere a prove sperimentali. Risultano utili, comunque, per correggere gli effetti dovuti alla viscosità del fluido sulla scia. Metodi basati sulle equazioni dello strato limite, oppure correzioni empiriche per viscosità, sono incorporate frequentemente nei metodi a flusso potenziale.

Questo excursus storico indica che c'è ancora molto da migliorare nella previsione delle forze di pressione indotte dall'elica. Le miglorie vanno ricercate nei seguenti campi:

- simulazione sperimentale del campo di scia effettivo della nave;
- modellazione del meccanismo che sottende la cavitazione per vortice d'apice di pala e per vortice sul bordo d'ingresso;
- riduzione dell'influenza delle pressioni indotte da vibrazioni paraassite sulla carena;
- ulteriore sviluppo delle tecniche numeriche di previsione della cavitazione.

I parametri principali che influenzano le pressioni non-stazionarie sono il carico dell'elica, la distribuzione radiale del carico, il diametro ed il numero di pale dell'elica, lo spessore di pala, il numero di giri, la luce all'apice di pala, la luce assiale davanti e dietro l'elica. A causa dello spessore di pala, la pressione massima si trova leggermente dietro il piano del disco-elica.

## 11.2 Vibrazioni delle navi

L'interazione dell'elica con il campo di scia irregolare nel quale opera e con l'adiacente struttura dello scafo genera forze periodiche che possono eccitare vibrazioni. Le vibrazioni a bordo della nave sono la risposta della struttura di scafo alle forze di vibrazione di diversa natura. La frequenza naturale e l'ampiezza della risonanza variano con le dimensioni e la distribuzione della massa della nave, nonché con la rigidità della struttura di scafo. Di conseguenza, se si riesce ad ottenere una riduzione delle forze di eccitazione ed a limitare i livelli di vibrazione in misura accettabile, la struttura nave sarà più leggera e sarà evitata la risonanza. La previsione delle forze di vibrazione sullo scafo includono le seguenti attività:

- determinazione dell'entità e della frequenza delle forze di eccitazione, soprattutto di quelle generate dall'elica;
- identificazione delle proprietà del sistema nave, quali frequenze naturali, forme dei modi di vibrazione e caratteristiche di smorzamento;
- relazione tra l'eccitazione ed i livelli di vibrazione in base alla previsione delle risposte del sistema nave a queste forze;

- determinazione dei livelli massimi ammissibili di eccitazione e delle conseguenti vibrazioni.

Qui ci si limita alla prima attività. In estrema sintesi, sono trattati i seguenti temi: la fisica di base relativa al modo con il quale le pressioni alla frequenza di pala, ed ai suoi multipli, sono generate dalle eliche; le forze non-stazionarie generate dall'elica sulla linea d'assi; le pressioni indotte sulle strutture in prossimità dell'elica; le forze sull'elica stessa ed il momento flettente di pala; la sintesi di alcuni risultati sperimentali da prove su modelli e da misure al vero, che hanno permesso di individuare quali siano i parametri progettuali che producono gli effetti predominanti.

Per un'adeguata previsione delle forze di vibrazione deve essere considerata una catena di relazioni di cause ed effetti. Questa catena ha origine nel campo di *scia effettiva* sul piano del disco-elica, seguita dal progetto dell'elica, dalle condizioni operative di quest'ultima e dalla dinamica della cavitazione risultante.

A fronte del rischio di vibrazioni eccessive, è importante conoscere quali siano le possibilità di ridurre il rischio mediante variazione del numero di pale, variazione della geometria dell'elica, installazione di sistemi a poppa per omogeneizzare la scia, ecc.

L'esperienza ha dimostrato che la maniera più efficace di trattare le vibrazioni consiste nel ridurre le forze di eccitazione, che normalmente sono generate dall'interazione elica-carena, dai motori principali e dai macchinari ausiliari, nonché dall'azione delle onde.

Il mare è una sorgente di eccitazione quando la nave attraversa le onde con un certo angolo d'incontro. Combinando le caratteristiche d'onda, la velocità a nave e l'angolo d'incontro si possono derivare le frequenze di eccitazione dovute alle onde. In generale, tali frequenze sono minori di 2 Hz.

Le vibrazioni dovute ai macchinari costituiscono una problematica assai complessa. Vanno considerati la massa degli elementi ruotanti o alternativi, le fondazioni dei motori, i disallineamenti e le frequenze di passaggio dei denti dei riduttori. Le eccitazioni prodotte dai motori sono facilmente identificabili in quanto le loro frequenze sono correlate direttamente ai giri motore. Oggi i motori sono montati molto spesso su fondazioni elastiche; se il dimensionamento di queste fondazioni è corretto, i livelli delle eccitazioni prodotte dai motori e che si estendono lungo la nave possono essere considerati insignificanti.

Il progressivo aumento della potenza motore assorbita dai propulsori, la tendenza ad installare verso l'estrema poppa i motori ed i locali abitativi per ragioni economiche e di sicurezza, hanno prodotto pressione sull'industria cantieristica verso il rispetto di stringenti livelli di vibrazione accettabili. Un aumento della potenza, se si mantengono pressoché costanti le dimensioni della nave, porta naturalmente a forze di eccitazione maggiori. Questo vale sia per le forze di pressione sulla carena, dove la cavitazione gioca un ruolo decisivo, sia per le reazioni dinamiche sui cuscinetti della linea d'assi.

I livelli di vibrazione (e rumore) sulle navi sono determinati dalle caratteristiche della sorgente, della trasmissione e del ricevente. È noto che le vibrazioni (ed il rumore) a bassa frequenza (fino a poche centinaia di Hertz) sono difficili da smorzare e, quando sia possibile, l'aggiunta di

massa e rigidità nella fase di 'recupero' e 'rimedio' del progetto è costosa e complessa. Ragion per cui i problemi vibratori devono essere evitati attraverso l'identificazione ed il trattamento delle loro sorgenti primarie fin dalle fasi iniziali del progetto.

Su qualsiasi nave o veicolo marino molte sono le sorgenti di eccitazione delle vibrazioni (e del rumore); tra le principali vanno annoverate:

- la crescita della potenza dei motori principali;
- le pressioni irradiate dall'elica e le forze sulla linea d'assi;
- gli impianti di condizionamento;
- i macchinari di manovra, quali gli spintori trasversali;
- i macchinari per l'ancoraggio e la movimentazione del carico;
- le aperture di scafo e gli scarichi;
- i fenomeni di slamming a prora ed a poppa;
- i meccanismi di diffusione dei vortici.

Sono fornite alcune linee guida che possano aiutare a ridurre le forze di eccitazione generate dall'elica e, quindi, a progettare navi che presentino risposte ridotte in tutti i modi vibratori. Sono appena accennati i metodi di previsione delle risposte dello scafo, che sono oggetto di studio delle vibrazioni delle strutture navali. Non sono descritti i fondamenti dei metodi numerici per calcolare le pressioni generate dall'elica. Qui il tema principale è lo studio dell'elica come sorgente principale dell'eccitazione delle vibrazioni a bordo delle navi.

È praticamente impossibile costruire una nave che sia del tutto esente da vibrazioni, anche se fortunatamente per molte navi questo non è un problema rilevante. Per quanto riguarda l'obiettivo di evitare la risonanza, va sottolineato che i modi di vibrazione di una carena sono così numerosi che prevederli ed evitarli del tutto, mediante modifiche a livello progettuale, è un'operazione di grande difficoltà. Le vibrazioni diventano, comunque, un problema quando causano:

- rotture a fatica di importanti elementi strutturali della nave e di componenti dei macchinari;
- impedimenti seri al corretto funzionamento della nave e necessità di più frequenti manutenzioni dei componenti essenziali dei macchinari e delle attrezzature;
- disturbo e ridotto comfort per l'equipaggio (e per i passeggeri) ed influenza negativa sulle loro prestazioni.

Il livello di vibrazioni sufficiente a causare rotture a fatica in una struttura è approssimativamente dieci volte superiore a quello che causa problemi di comfort a bordo e di operatività all'equipaggio. Tali danneggiamenti sono più frequenti in zone della nave vicine alle sorgenti dell'eccitazione vibratoria, e particolarmente all'estrema poppa. L'importanza relativa delle diverse cause che producono disturbi e scarso comfort a bordo è riportata nella statistica in Tabella 11.1.

L'intervallo delle frequenze per i fenomeni riassunti nel termine 'vibrazioni a bordo delle navi' varia grosso modo tra 0.5 e 50 Hz. In senso lato, il livello delle vibrazioni dipende da tre parametri:

- entità delle forze di eccitazione;
- flessibilità della struttura;
- fattore di amplificazione dinamica a diverse frequenze.

<i>Cause di disturbo</i>	<i>Passeggeri</i>	<i>Equipaggio</i>
Elevati stati di mare	24%	24%
Elevati livelli di rumore	22%	22%
Climatizzazione	22%	13%
Vibrazioni	17%	34%
Altre cause	15%	7%

Tabella 11.1. Cause di disturbo e di disagio a bordo delle navi

Ne deriva che se si vuole ridurre il rischio di eccessive vibrazioni si dovrebbe separatamente o congiuntamente:

- ridurre l'entità delle forze di eccitazione;
- evitare strutture poco rigide;
- evitare condizioni di risonanza strutturale.

Molto spesso le soluzioni possibili per ridurre i problemi vibratorie per le navi già operanti sono costose e richiedono un lungo fermo nave, per cui è necessario effettuare analisi progressive, appropriate alla fase specifica, lungo il processo progettuale. Allo scopo, si devono considerare tutte le sorgenti di eccitazione ed i tipi di risposta. Una sintesi dei tipi di risposta più importanti è fornita in Tabella 11.2, dove è indicato anche l'accoppiamento tra la sorgente di eccitazione e le singole risposte.

<i>Sorgente di eccitazione</i>	<i>Tipi di risposta</i>		
	<i>Risonanza della struttura di scafo</i>	<i>Risonanza della sovrastruttura</i>	<i>Vibrazioni forzate a poppa</i>
Elica	Eccitazione solo quando $Z$ e $RPM$ sono molto bassi	Possibile	Possibile
Motore diesel lento	Possibili vibrazioni verticali	Improbabile	Possibile per risonanza della struttura di scafo
Linea d'assi	Possibili vibrazioni longitudinali e trasversali	Possibile	Improbabile

Tabella 11.2. Relazione tra sorgenti di eccitazione e tipi di risposta

Le vibrazioni di scafo che si trasmettono alle sovrastrutture sono l'oggetto primario da tenere sotto controllo. La Tabella 11.3 conferma che l'elica è la sorgente primaria delle vibrazioni: sono riportati i tipi di vibrazione nelle sovrastrutture di quarantasette navi registrati dal Det norske Veritas (DnV), dove per vibrazione mista si intende l'insieme di vibrazioni globali e locali.

Risultò che l'elica era responsabile di questi problemi almeno per l'80%. Le navi, le cui tipologie più frequenti erano navi cisterna, gasiere, bulk carriers, chemichiere, coprivano un grande campo dimensionale, con lunghezze tra 60 e 320 metri. L'esperienza ha indicato, comunque, che altri tipi di navi, quali le ro-ro, sono addirittura più sensibili all'eccitazione dell'elica.

Sorgente di eccitazione	Tipo di vibrazione			Totale
	Globale	Locale	Mista	
Elica	10	27		37
Motore	4			4
Elica/Motore		3	2	5
Stati di mare severi	1			1
Totale	15	30	2	47

Tabella 11.3. Accadimenti di problemi vibratorii a seconda della sorgente di eccitazione

Quando l'elica risulta essere la principale sorgente di eccitazione, occorre determinare gli impulsi di pressione indotta.

La Figura 11.1, dove

$P$  : livello di rischio di danni strutturali,

$\Delta P_Z$  : impulso di pressione alla frequenza di pala,

$\Delta P_{tot}$  : impulso di pressione totale,

fornisce un'indicazione circa l'importanza di mantenere bassi gli impulsi di pressione indotta dall'elica, allo scopo di ridurre il rischio di rotture a fatica nelle strutture di poppa.

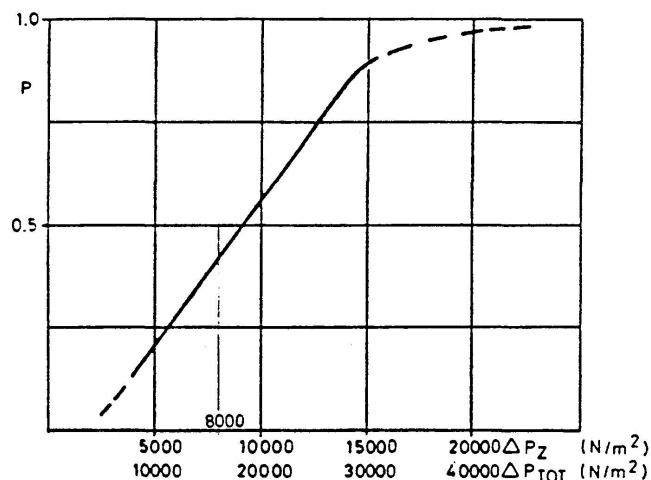


Figura 11.1. Limite superiore raccomandato per impulso di pressione singola e totale rispetto alla probabilità di rotture nella estrema struttura poppiera

Tale diagramma è basato su dati relativi a rotture registrate nel gavone poppiero di venti navi dove erano stati misurati gli impulsi di pressione. Secondo questo esame, 60% delle navi con ampiezze di pressione dell'ordine di 10 kPa, ad una frequenza uguale alla frequenza di pala,

hanno registrato rotture a fatica. Un altro 20% delle navi con ampiezze di pressione di 5 kPa hanno avuto rotture simili. La pressione massima ammissibile di 8 kPa va considerata un semplice indice di riferimento.

### 11.3 L'elica come sorgente di eccitazione

L'elica è la sorgente primaria delle forze di eccitazione delle vibrazioni sulle strutture di una nave, con frequenze dell'ordine di pala e multiple dell'ordine di pala, le quali, quando associate a cavitazione severa, possono causare fenomeni di fatica e scadente vivibilità a bordo. Si tratta, quindi, di analizzare i vari aspetti fisici ed ingegneristici correlati alle forze ed ai momenti non-stazionari trasmessi dall'elica sulla linea d'assi e sullo scafo della nave, generate dal flusso tridimensionale non-uniforme che investe l'elica. I fenomeni dovuti alle variazioni spaziali del flusso, quali spinta e momento torcente fluttuanti, forze fluttuanti sulla linea d'assi, tensioni di pala fluttuanti, sono tutti periodici e funzione del numero di giri dell'elica. Le forze ed i momenti trasferiti alla linea d'assi sono la somma delle forze e dei momenti su ogni pala dell'elica.

L'interazione dell'elica con la scia irregolare nella quale opera e con la carena adiacente genera forze periodiche che possono eccitare vibrazioni sullo scafo e sugli elementi ad esso collegati. Va da sé che è auspicabile ridurre l'ampiezza di queste forze al minimo livello possibile. Le forze periodiche agenti sulla carena presentano semplici componenti armoniche alla frequenza di pala e multiple della frequenza di pala.

L'elica e la nave interagiscono secondo diverse modalità, attraverso l'accoppiamento tra il sistema della linea d'assi e lo scafo, oppure attraverso gli impulsi di pressione trasmessi dall'elica alla superficie di carena attraverso l'acqua. Le *forze ed i momenti d'interazione* comprendono una *componente costante* ed una *componente fluttuante*. Le componenti costanti di questa interazione hanno origine da elementi quali il peso, l'inerzia dell'elica ed il valore medio della scia, mentre le forze di interazione fluttuanti derivano principalmente dalla disomogeneità del campo di scia generato dalla carena e danno luogo a variazioni in frequenza delle forze indotte dall'elica.

Tra le famiglie di forze e momenti che causano vibrazioni sullo scafo si è soliti distinguere due categorie separate:

- forze e momenti sulla linea d'assi (*bearing forces*), trasmessi alla carena attraverso l'albero ed i cuscinetti), che comprendono:
  - spinta e momento torcente fluttuanti ;
  - forze e momenti verticali e trasversali;
- forze sulla superficie di carena (*surface forces*), associate con il campo di velocità e pressione fluttuante indotto dall'elica.

Mentre le forze sulla linea d'assi sono il fattore predominante per le vibrazioni sulla stessa linea d'assi, il fattore predominante per le vibrazioni sulle strutture di scafo sono le fluttuazioni di pressione a poppa sul fasciame esterno.

Entrambe possono essere determinate mediante calcoli teorici e prove su modelli. Pericolose per la tenuta meccanica delle pale dell'elica, che vengono sottoposte a fatica sotto l'azione di sforzi ciclici, una parte delle eccitazioni si trasmette al sistema propulsivo (linea d'assi, riduttore, motore) generando per reazione sul reggispinta le cosiddette *bearing forces* (forze sulla linea d'assi), mentre un'altra si trasmette alla nave stessa attraverso i cuscinetti, i reggispinta e le fondazioni dell'apparato motore. Questo tipo di eccitazione è legato direttamente alle fluttuazioni del carico idrodinamico su ogni sezione di pala (portanza non-stazionaria), che è investito dal flusso sotto un angolo d'incidenza che varia periodicamente. Tranne casi estremi, la cavitazione dell'elica gioca un ruolo secondario o trascurabile in questo tipo di eccitazione. Le fluttuazioni derivano dalla *disuniformità circonferenziale del campo di scia*.

Un'altra parte dell'eccitazione si trasmette attraverso l'acqua direttamente dall'elica alla carena, e ad appendici quali i bracci portaelica ed i timoni. Le forze generate nell'interazione elica-carena, e che sono la causa primaria delle pressioni fluttuanti e delle vibrazioni indotte, vengono definite *surface forces* (forze di superficie). Questo tipo di eccitazione, che è un effetto dell'interazione idrodinamica elica-carena e che decresce molto rapidamente al crescere della distanza dall'elica, dipende essenzialmente dalle violente variazioni del volume delle lamine o dei vortici di cavitazione che si sviluppano durante il passaggio delle pale nei settori angolari di scia elevata.

Le forze sulla linea d'assi hanno un preciso punto di applicazione all'intersezione tra la linea d'assi ed il piano del disco-elica. Producono sulla carena un moto verticale, un moto trasversale ed una rotazione. Al contrario, le forze di superficie hanno una zona di applicazione non precisa, in quanto sono distribuite lungo la superficie dello scafo poppiero. Per determinare queste forze è necessario calcolare le pressioni indotte dall'elica (a partire dal potenziale di velocità) e, quindi, integrare queste pressioni lungo la superficie di scafo. Si deve sottolineare che le pressioni indotte in punti differenti non sono in fase temporale (vettori non-stazionari), per cui occorre operare un'integrazione vettoriale nello spazio tridimensionale.

In condizioni di non-cavitazione le forze di eccitazione prodotte dalle 'bearing forces' e dalle 'surface forces' sono dello stesso ordine di grandezza; ma quando l'elica cavita, le forze fluttuanti sulla superficie di carena possono avere valori da dieci a quindici volte superiori a quelli riscontrabili in condizioni di non-cavitazione. Le forze di eccitazione dell'elica in condizioni di non-cavitazione sono dell'ordine della frequenza di pala e, in generale, possono essere mantenute entro limiti accettabili imponendo luci assai ampie. Le stesse forze in condizioni di cavitazione possono eccitare livelli critici di vibrazione a frequenze dell'ordine della frequenza di pala e di multipli della frequenza di pala; le vibrazioni variano dall'ordine della frequenza di pala per l'estrema poppa e la sovrastruttura a modi di vibrazione più elevati, tipici dei ponti, dei macchinari, delle strumentazioni, ecc.

Le forze ed i momenti eccitanti dell'elica risultano, quindi, variabili con la posizione angolare delle pale ad ogni istante; sono dette generalmente *forze idrodinamiche non-stazionarie*. I vettori medi delle forze e dei momenti eccitanti prodotti dall'elica e dal motore sono rappresentati in Figura 11.2: il sistema di forze è costituito da forze e momenti che non possono essere ridotti



ad un singolo vettore, in quanto ognuna è la somma di armoniche che quasi mai sono in fase. La *forza totale* che si esercita sulla nave è la *somma vettoriale* delle forze di superficie e delle forze sulla linea d'assi.

Qui sono di interesse solamente le forze sulla linea d'assi e le forze di pressione prodotte dall'elica. Delle sei componenti che rappresentano il carico totale di reazione agente sull'elica, è utile solamente la spinta  $T$ . Le altre sono tutte nocive, a partire dal momento torcente  $Q$  che è uguale e contrario alla coppia motrice, e che può indurre *vibrazioni torsionali* sulla linea d'assi se le sue fluttuazioni assumono valori significativi. Dal punto di vista delle vibrazioni, pericolose sono anche le forze ed i momenti verticali ed orizzontali nel piano del disco-elica che possono generare vibrazioni flessionali sulla linea d'assi e sullo scafo.

space-0.5mm

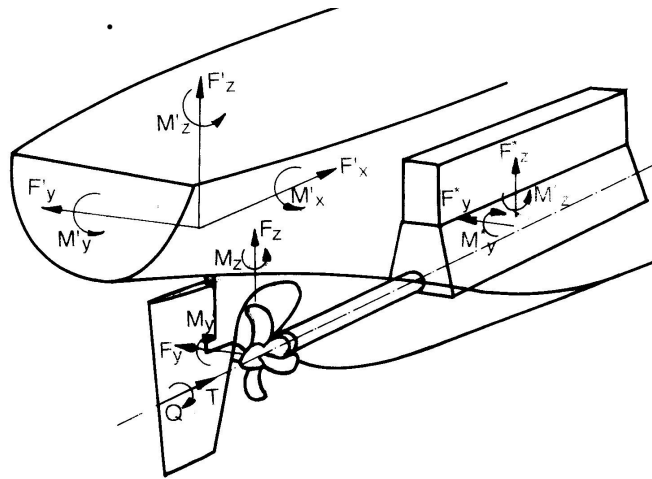


Figura 11.2. Sorgenti principali di eccitazione delle vibrazioni a poppa

Per il calcolo delle vibrazioni indotte dalle forze e dei momenti fluttuanti sono state sviluppate procedure analitiche che, qualsiasi siano le teorie sottese, richiedono:

- la previsione delle forze di eccitazione sull'elica e sulla carena dovuta al campo di pressione che circonda l'elica;
- la previsione della risposta della nave a queste eccitazioni.

## 11.4 Forze sulla linea d'assi

Il progetto del sistema della linea d'assi delle grandi navi moderne, quali VLCC, LNG e megacontainer, è in grande misura dettata dai requisiti relativi ai livelli di vibrazione in navigazione. Questa attività progettuale è diventata complessa e stringente perché deve rispondere adeguatamente alle pressioni da parte degli armatori che impongono contrattualmente requisiti eccezionali insieme ad una sicura efficienza operativa.

Come ogni sistema meccanico, il sistema elica - linea d'assi, sostenuto da cuscinetti elastici, ha un comportamento dinamico. Piccole forze di eccitazione con frequenze uguali alle frequenze di risonanza di questo sistema genereranno vibrazioni notevoli, accompagnate da grandi forze dinamiche di reazione sui cuscinetti. Sebbene queste forze e questi momenti siano di entità considerevole, non lo sono al punto da generare direttamente vibrazioni severe sulla carena. Comunque, a causa del comportamento dinamico della linea d'assi, le reazioni dinamiche dei cuscinetti (sul reggispinta o sull'astuccio portaelica) possono raggiungere valori da dieci a venti volte superiori a quelli riscontrabili mediante considerazioni puramente statiche.

Complessivamente il sistema della linea d'assi può subire tre tipi di vibrazioni a seconda della sua configurazione, della struttura di supporto e dei carichi prodotti dall'elica. Queste vibrazioni sono assiali (longitudinali), torsionali (che talvolta sono strettamente accoppiate alle prime) e trasversali (lateralmente).

Per i progettisti la maggiore preoccupazione è legata alle frequenze alle quali il non-bilanciamento ed i carichi dell'elica agiscono sulla linea d'assi, in quanto servono a definire la sua *velocità critica* che, per una certa frequenza di eccitazione e per un suo specifico modo di vibrazione, è la velocità di rotazione dell'elica alla quale la frequenza di eccitazione è uguale alla frequenza naturale della linea d'assi per quel modo di vibrazione. Se la velocità di rotazione dell'elica raggiunge un valore uguale ad una delle velocità critiche, si avrà nel sistema della linea d'assi vibrazione trasversale risonante.

Le forze ed i momenti trasversali generati dall'elica, operante nel campo di scia della nave, agiranno a frequenze di eccitazione date dalla relazione

$$f_e = q n Z \quad (q = 1, 2, 3, \dots) \quad (11.1)$$

dove  $q$  è un numero intero positivo,  $Z$  è il numero di pale e  $n$  (rps) è la velocità di rotazione della linea d'assi. Per  $q = 1$ , si parla di *frequenza di pala* (o dell'ordine di pala).

I carichi dell'elica alla frequenza di pala ed ai suoi multipli interi sono generati dalle varie componenti armoniche delle velocità del campo di scia. La modalità con la quale un'elica genera forze e momenti in risposta a queste armoniche di scia dipende dal numero di pale. Poiché le distanze tra le pale sono eguali, le forze ed i momenti trasmessi alla linea d'assi possono essere espressi in serie di Fourier come componenti dei multipli della frequenza di pala.

Esistono due modi principali per mitigare le forze sulla linea d'assi:

- variando il carico fluttuante sulle pale progettando l'elica con skew-back così in modo che le pale entrino progressivamente nel picco di scia;
- variando il numero di pale.

La Tabella 11.4 mostra come un'elica di  $Z$  pale ( $Z = 1, 2, \dots, 7$ ) genera carichi trasversali in risposta ad un'armonica di scia di ordine  $q^{\text{mo}}$  ( $q = 1, 2, \dots, 22$ ). Ad esempio, un'elica con cinque pale ( $Z = 5$ ) genera *carichi stazionari* (medi) in risposta alle armoniche del primo ordine, e *carichi non-stazionari* alla frequenza di eccitazione  $f_e = 5n$  in risposta alle armoniche di scia

del quarto e del sesto ordine, carichi non-stazionari a  $f_e = 10n$  in risposta alle armoniche di scia del nono e dell'undicesimo ordine. Fortunatamente, solamente i carichi di ordine inferiore hanno un significato pratico per le vibrazioni trasversali della linea d'assi.

Armonica $q$	$Z$						
	1	2	3	4	5	6	7
1	x	x	x	x	x	x	x
2	x		x				
3	x	x		x			
4	x		x		x		
5	x	x	x	x		x	
6	x				x		x
7	x	x	x	x		x	
8	x		x				x
9	x	x		x	x		
10	x		x				
11	x	x	x	x	x	x	
12	x						
13	x	x	x	x		x	x
14	x		x		x		
15	x	x		x			x
16	x		x		x		
17	x	x	x	x		x	
18	x						
19	x	x	x	x	x	x	
20	x		x				x
21	x	x		x	x		
22	x		x				x

Tabella 11.4. Relazione tra numero di pale e frequenze delle armoniche

Lw ampiezze misurate della prima armonica, intorno agli 8 kPa negli anni '70, sono oggi intorno a 3 kPa sulle navi da carico, ed intono a 2.5 kPa nelle navi passeggeri bielica. Queste ampiezze sono oggi calcolabili correttamente, come verificato senza sorprese durante le prove in mare. Ciò non significa che l'entità e la distribuzione della cavitazione siano calcolate con precisione, ma che le conseguenze della cavitazione sulle forze eccitanti sono trascurabili purché la cavitazione di pala non sia severa. Per una certa applicazione, le forze ed i momenti generati da un'elica a passo fisso in assenza di cavitazione severa sono all'incirca proporzionali al quadrato dei giri dell'elica, in quanto per una parte considerevole della velocità di servizio della nave l'elica opererà ad un coefficiente d'avanzo nominalmente costante.

Le entità della spinta e del momento flettente orizzontale trasferiti sulla linea d'assi alla frequenza di pala per il modello di una nave cisterna da 220000 dwt con elica convenzionale sono illustrate in Figura 11.3, distinguendo tra tre, quattro e cinque pale.

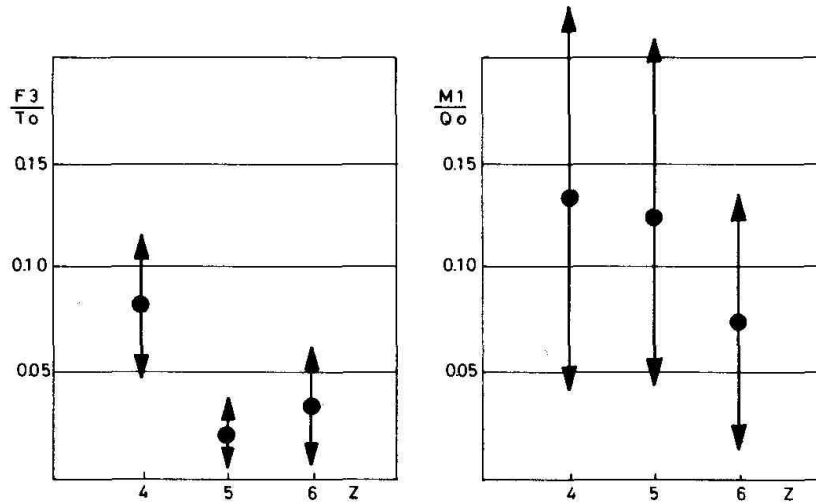


Figura 11.3. Valori medi e deviazioni standard normalizzati della spinta ( $F_3$ ) e del momento flettente orizzontale ( $M_1$ ) su una nave cisterna alla frequenza di pala

In generale, le eliche con un numero dispari di pale inducono fluttuazioni inferiori della spinta, ma maggiori momenti flettenti rispetto alle eliche con un numero pari di pale. Questa considerazione conferma quanto riscontrabile in Figura 11.3. I momenti flettenti hanno, comunque, la tendenza a diminuire al crescere del numero di pale. Di norma, la cavitazione non ha un'influenza significativa sulle forze dell'elica trasmesse attraverso la linea d'assi.

Generalmente, la fluttuazione della spinta può raggiungere il 10% della spinta media, ma di solito varia tra 2% e 8%. I valori delle fluttuazioni delle forze in direzione trasversale e verticale oscillano tra 1% e 2% della spinta media. Nella maggior parte dei casi, la fluttuazione del momento intorno all'asse trasversale è predominante (5-20% del momento torcente) rispetto alle fluttuazioni del momento intorno all'asse verticale e del momento torcente (1-10%).

Negli anni '80, fu condotta su venti navi antitattica delle forze e dei momenti alla frequenza di pala ed al doppio della frequenza di pala (Veritec, 1985). I risultati di questi calcoli sono utili per potere effettuare stime preliminari delle forze dinamiche prodotte dall'elica nella fase concettuale del progetto. La Tabella 11.5 mostra i risultati di questi calcoli in termini di valori medi e dei loro intervalli. Ognuna delle sei componenti sono espressi come percentuali della spinta media  $T_o$  e del momento torcente medio  $Q_o$ .

				Numero di pale			
				4	5	6	
Componente alla frequenza di pala	Spinta	$F_x^{(1)}$	Media	0.084 $T_o$	0.020 $T_o$	0.036 $T_o$	
			Intervallo	$\pm 0.031 T_o$	$\pm 0.020 T_o$	$\pm 0.036 T_o$	
	Forza orizzontale	$F_y^{(1)}$	Media	0.012 $T_o$	0.021 $T_o$	0.009 $T_o$	
			Intervallo	$\pm 0.011 T_o$	$\pm 0.016 T_o$	$\pm 0.004 T_o$	
	Forza verticale	$F_z^{(1)}$	Media	0.008 $T_o$	0.011 $T_o$	0.003 $T_o$	
			Intervallo	$\pm 0.004 T_o$	$\pm 0.009 T_o$	$\pm 0.002 T_o$	
	Momento torcente	$Q_x^{(1)}$	Media	0.062 $Q_o$	0.0011 $Q_o$	0.030 $Q_o$	
			Intervallo	$\pm 0.025 Q_o$	$\pm 0.008 Q_o$	$\pm 0.020 Q_o$	
	Momento orizzontale	$M_y^{(1)}$	Media	0.138 $Q_o$	0.125 $Q_o$	0.073 $Q_o$	
			Intervallo	$\pm 0.090 Q_o$	$\pm 0.085 Q_o$	$\pm 0.062 Q_o$	
	Momento verticale	$M_z^{(1)}$	Media	0.075 $Q_o$	0.039 $Q_o$	0.040 $Q_o$	
			Intervallo	$\pm 0.050 Q_o$	$\pm 0.026 Q_o$	$\pm 0.015 Q_o$	
	Componente di frequenza doppia della frequenza di pala	Spinta	$F_x^{(2)}$	Media	0.022 $T_o$	0.017 $T_o$	0.015 $T_o$
				Intervallo	$\pm 0.004 T_o$	$\pm 0.003 T_o$	$\pm 0.002 T_o$
Forza orizzontale		$F_y^{(2)}$	Media	0.001 $T_o$	0.006 $T_o$	0.002 $T_o$	
			Intervallo	$\pm 0.001 T_o$	$\pm 0.003 T_o$	$\pm 0.001 T_o$	
Forza verticale		$F_z^{(2)}$	Media	0.008 $T_o$	0.002 $T_o$	0.001 $T_o$	
			Intervallo	$\pm 0.004 T_o$	$\pm 0.002 T_o$	$\pm 0.001 T_o$	
Momento torcente		$Q_x^{(2)}$	Media	0.016 $Q_o$	0.0014 $Q_o$	0.010 $Q_o$	
			Intervallo	$\pm 0.010 Q_o$	$\pm 0.008 Q_o$	$\pm 0.002 Q_o$	
Momento orizzontale		$M_y^{(2)}$	Media	0.040 $Q_o$	0.080 $Q_o$	0.015 $Q_o$	
			Intervallo	$\pm 0.036 Q_o$	$\pm 0.040 Q_o$	$\pm 0.002 Q_o$	
Momento verticale		$M_z^{(2)}$	Media	0.019 $Q_o$	0.012 $Q_o$	0.007 $Q_o$	
			Intervallo	$\pm 0.013 Q_o$	$\pm 0.011 Q_o$	$\pm 0.002 Q_o$	

Tabella 11.5. Statistica di forze e momenti non-stazionari

## 11.5 Teoria di Murray

Il calcolo delle forze fluttuanti su un'elica si svolge attraverso tre fasi. La prima concerne la variazione, dovuta alla scia, della velocità radiale e circonferenziale del flusso sulle pale. Il passo successivo attiene al calcolo della distribuzione della portanza fluttuante su una sezione di pala, associata al flusso fluttuante. La fase finale consiste nel calcolo delle forze e dei momenti sulle pale.

### 11.5.1 Analisi della scia nominale

La scia è uno degli aspetti più critici se si vogliono evitare inaccettabili livelli di vibrazione. I problemi delle vibrazioni indotte dall'elica iniziano da inadeguate forme di poppa della carena, che si manifestano in una scia non uniforme. Purtroppo, le forze di eccitazione prodotte dall'elica sono molto più difficili da quantificare rispetto alle forze di eccitazione generate da motori e macchinari ruotanti. Questa difficoltà deriva dalla complessità dell'idrodinamica non-stazionaria dell'elica operante in una scia disomogenea. Le vibrazioni indotte dall'elica non costituirebbero un problema progettuale se in flusso incidente sul piano del disco-elica fosse circonferenzialmente uniforme.

Si assume che le misure della scia siano state effettuate su una serie di cerchi concentrici coassiali con l'elica e che le misure consistano almeno dei valori della velocità assiale del flusso e dei valori della velocità tangenziale se questi sono di entità significativa. Idealmente le misure del campo di velocità andrebbero effettuate in presenza dell'elica operante. Probabilmente non è necessario che l'elica utilizzata sperimentalmente sia identica (in scala) a quella per la quale i calcoli saranno effettuati. Normalmente ci si aspetta di dovere effettuare i calcoli per una serie di possibili progetti di eliche opranti nello stesso campo di scia.

Comunque, la scia è misurata normalmente in assenza dell'elica (scia nominale), nel qual caso il progettista dell'elica dovrà effettuare delle correzioni, sia per l'effetto complessivo dell'elica che agisce come un acceleratore, sia per l'effetto prodotto da questa variazione del flusso sulla scia. Per molte forme di poppa, la presenza di un'elica operante influenzerà drasticamente la distribuzione di scia per cui sarà difficile per il progettista determinare accuratamente le variazioni da apportare ai dati delle misure sperimentali della scia.

Dalla Figura 1, per il generico punto  $\phi$  su una pala qualunque  $n$  si può calcolare lo spostamento angolare di questo punto che ruota con velocità angolare  $\omega$  come

$$\theta = \omega t + \frac{2\pi n}{Z} - \phi \quad (11.2)$$

dove  $Z$  è il numero di pale,  $\theta$  è misurato con riferimento ad un sistema di assi fisso, mentre  $\phi$  è misurato in un sistema di assi solidale con l'elica. L'equazione (11.2) può essere riformulata come

$$\theta = \omega t + \frac{2\pi n}{Z} - a_1 + b \cos \xi \quad (11.3)$$

in quanto

$$\phi = a_0 + b[(1 - 2y_s) - \cos \xi] = a_1 - b \cos \xi$$

In queste relazioni  $y_s = x/c$  è la posizione sulla generatrice per la sezione di pala al raggio considerato, espressa come frazione della lunghezza di corda dal bordo d'ingresso, e  $a_0$  è l'angolo di skew sul piano del disco-elica; la quantità  $b$  è la semilarghezza angolare della pala, mentre il parametro  $\xi$  varia lungo la corda della sezione di pala da  $\xi = 0$  sul bordo d'ingresso a  $\xi = \pi$  sul bordo d'uscita.

La presentazione di questi parametri è prodromica alla descrizione del trattamento della velocità del campo di scia. Si assume che la scia misurata ad ogni raggio consista delle componenti  $u(\theta)$  e  $v(\theta)$ , dove  $u(\theta)$  è la velocità assiale espressa come frazione della velocità nave  $V_S$ , e  $v(\theta)$  è la velocità tangenziale espressa analogamente a quella assiale. La velocità risultante del flusso su una sezione di pala può essere suddivisa in due componenti, ossia  $V_c$  lungo la corda della sezione e  $V_n$  normalmente a questa. Queste componenti sono esprimibili come

$$V_c(\theta) = u(\theta) V_S \cdot \sin \beta_i + [\omega R + v(\theta) V_S] \cdot \cos \beta_i \quad (11.4)$$

$$V_n(\theta) = -u(\theta) V_S \cdot \cos \beta_i + [\omega R + v(\theta) V_S] \cdot \sin \beta_i \quad (11.5)$$

In prima approssimazione, la componente  $V_c$  è considerata come valore medio, così che se sono

$$u_o = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} u(\theta) d\theta \quad ; \quad v_o = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} v(\theta) d\theta$$

la *velocità media* lungo la corda vale

$$V_{co} = u(o) V_S \cdot \sin \beta_i + [\omega R + u(o) V_S] \cdot \cos \beta_i \quad (11.6)$$

Per calcolare le forze fluttuanti è di primaria importanza valutare la variazione di  $V_n$  intorno al circolo. Allo scopo, conviene espandere  $V_n(\theta)$  come serie di Fourier in  $\theta$ . Si ottiene

$$V_n(\theta) = \sum_{\nu=-\infty}^{\infty} V_\nu \cdot e^{i\nu\theta} = \sum_{\nu=-\infty}^{\infty} V_\nu \cdot \exp \left[ i\nu\omega t - i\nu a_1 + i\nu \frac{2\pi n}{Z} + i\nu b \cos \xi \right] \quad (11.7)$$

La velocità  $V(\nu)$  della generica armonica  $q$  deve essere ricavata da un'analisi in serie di Fourier dei dati di input.

I dati di velocità sono stati ottenuti in una forma che costituisce una base conveniente per il calcolo della portanza fluttuante. Per una particolare armonica  $q$  e per una specifica pala  $n$ , la cui posizione sulla curva dello skew è descritta dall'angolo  $a_1$ , la fluttuazione della velocità normale incontrata dalla pala nella sua rotazione è espressa dal termine

$$e^{i\omega t + iqb \cos \xi}$$

### 11.5.2 Distribuzione non-stazionaria di portanza lungo la corda

È stato appena riportato come calcolare le fluttuazioni della velocità normale sulla pala di un'elica dovute alle fluttuazioni spaziali del flusso incidente. È necessario imporre che si sviluppi una velocità normale indotta dalla pala uguale ed opposta a quella del flusso incidente (velocità normale di scia) in modo da rispettare la usuale condizione al contorno di velocità normale nulla sulla superficie media di pala, ignorando gli effetti dello spessore. Qui viene sviluppato il calcolo della distribuzione di portanza associata a questa distribuzione di velocità normale indotta.

Un metodo utile allo scopo sarebbe quello di utilizzare la teoria della superficie portante non-stazionaria. Ciò implica simulare la pala mediante il modello matematico di uno strato vorticoso approssimativamente coincidente con la superficie media di pala. Poiché l'intensità dello strato vorticoso varia sia nello spazio che nel tempo, il concetto di conservazione della vorticità richiede che uno strato semi-infinito di vorticità debba trascinarsi a valle della posizione di pala. La relazione tra l'intensità del vortice e le velocità indotte dalla vorticità consente di calcolare le forze fluttuanti di pala; tale processo richiede la soluzione di una equazione integrale molto complessa. In molti lavori Tsakonas et al. (1967, 1969) hanno dimostrato che può essere ottenuta una soluzione sebbene l'elevato tempo reale di calcolo impedisca di considerare la procedura utilizzabile con regolarità come strumento progettuale.

Un approccio alternativo consiste nel basare il metodo di calcolo sulla teoria bidimensionale non-stazionaria su un profilo alare. Tale approccio è accurato per qualsiasi sezione di pala se considerata isolata; purtroppo ignora l'interazione tra le pale e trascura anche la variazione radiale di diversi parametri significativi, in quanto tale teoria ipotizza che i dati relativi ad una particolare sezione valgano per tutte le altre sezioni di pala di allungamento infinito. È noto che questo modello è del tutto insoddisfacente per le forze indipendenti dal tempo in quanto il calcolo sotteso può sovrastimare fino a tre volte le forze medie di pala. È stato dimostrato comunque da Murray (1973) che tale approccio è molto più accurato per i problemi dipendenti dal tempo, dove la sovrastima dei risultati è limitata al 25%. Rispetto al modello della superficie portante non-stazionaria, questo modello presenta il vantaggio del tempo di calcolo e della semplicità dell'input, il che lo rende uno strumento standard nella progettazione preliminare.

### 11.5.3 Ampiezze delle armoniche

Data una distribuzione di velocità indotta normale ad una sezione di pala

$$v(\xi) = v_o(\xi) \cdot e^{iqt}$$

dove sono  $\xi = 0$  e  $\xi = \pi$  rispettivamente sul bordo d'ingresso e sul bordo d'uscita, si è dimostrato conveniente espandere  $v_o$  in serie di Fourier nel coseno di  $(\pi - \xi)$

$$v_o(\xi) = P_0 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} P_n \cdot \cos[n(\pi - \xi)]$$

dove

$$P_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} v_o(\xi) \cos[n(\pi - \xi)] d(\pi - \xi)$$

Va osservato che nel caso in cui sia

$$v_o(\xi) = e^{iqb \cos \xi}$$

risulta essere

$$P_n = (-i)^n J_n(qb)$$



Ne consegue che la distribuzione di portanza, espressa come *portanza normale alla corda per unità di lunghezza*, è data da

$$l(q, \xi) = \rho V_\infty \left\{ 2A_o \cot(\xi/2) + 4 \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin[n(\pi - \xi)] \right\} \quad (11.8)$$

dove

$$A_o = P_i - (P_o - P_i) \cdot C \left( \frac{\sigma c}{2V_{co}} \right)$$

$$A_n = \frac{i}{2n} \cdot \frac{\sigma c}{2V_{co}} \cdot (P_{n+1} - P_{n-1}) - P_n$$

La funzione  $C(k)$  è la funzione di Theodorsen che può essere espressa mediante le funzioni di Bessel come

$$C(k) = \frac{J_1(k) - iY_1(k)}{[J_1(k) - iY_1(k)] + i[J_0(k) - iY_0(k)]} \quad (11.9)$$

Ancora, quando è

$$v_0(\xi) = e^{iqb \cos \xi}$$

le formulazioni delle armoniche si semplificano, e le ampiezze delle armoniche diventano

$$A_o = -i J_1(qb) - [J_0(qb) - i J_1(qb)] \cdot C \left( \frac{\sigma c}{2V_{co}} \right)$$

$$A_n = (-i)^n \cdot J_n(qb) \left[ \frac{1}{qb} \cdot \frac{\sigma c}{2V_{co}} - 1 \right]$$

Poiché il valore della portanza  $L(q, \xi = 0)$  è infinito, a causa della singolarità della funzione cotangente, è opportuno ricorrere numericamente alla funzione  $L(q, \xi) \cdot \sin \xi$  piuttosto che  $L(q, \xi = 0)$ .

#### 11.5.4 Forze non-stazionarie dell'elica

È stata calcolata la distribuzione di carico su una pala associata ad una particolare componente della scia determinata in serie di Fourier. Per estendere tale approccio alla determinazione delle forze totali dell'elica, occorre tenere conto del fatto che le pale ruotano. In ogni punto  $\theta$  sul piano del disco-elica di raggio  $R$ , la portanza per una lunghezza unitaria di corda nel piano del disco è

$$L(\theta) = \sum_{-\infty}^{\infty} \sum_{n=0}^{N-1} V_q \cdot e^{iq\omega t - iqa_1 + iq \frac{2\pi n}{Z}} \cdot \frac{l(q, \xi)}{\cos \beta_i} \quad (11.10)$$

dove è presente il termine  $\cos \beta_i$  al denominatore in quanto  $l(q, \xi)$  è la portanza per unità di lunghezza di corda, mentre  $L(\theta)$  lo è per unità di lunghezza proiettata.

La portanza  $L(\theta)$  può essere espressa in serie di Fourier in funzione di  $\theta$  come

$$\begin{aligned}
 L(\theta) &= \sum_{q=-\infty}^{\infty} \sum_{n=0}^{N-1} V_q \cdot e^{iq\omega t - iq a_1} \sum_{n=0}^{N-1} e^{iq 2\pi n/Z} \cdot \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{l(q, \xi)}{\cos \beta_i} \cdot e^{-ij\theta_i} d\theta_i \\
 &= \sum_{q=-\infty}^{\infty} \sum_{n=0}^{N-1} V_q \cdot e^{iq\omega t} \cdot e^{i(q-\mu)\theta} \cdot e^{-i\mu a_1} \left\{ \sum_{n=0}^{N-1} e^{iq(2\pi n/Z)} \right\} \times \\
 &\quad \left\{ \frac{1}{2\pi \cos \beta_i} \int_0^\pi l(q, \xi) \cdot e^{-i(q-\mu)b \cos \xi} \cdot b \sin \xi d\xi \right\}
 \end{aligned} \tag{11.11}$$

Quest'ultima espressione è ottenuta sostituendo

$$\theta(i) = \omega t - a_1 + 2\pi n/Z + ib \cos \xi \quad \text{e} \quad q - j = \mu$$

Si può osservare che per un'elica con pale simmetriche

$$\begin{aligned}
 \sum_{n=0}^{N-1} e^{i\mu 2\pi n/Z} &= 0 \quad \text{se} \quad \mu \neq mN \\
 \sum_{n=0}^{N-1} e^{i\mu 2\pi n/Z} &= N \quad \text{se} \quad \mu = mN
 \end{aligned}$$

dove  $m$  è un numero intero.

A questo punto l'equazione (11.12) può essere ridotta a

$$L(\theta) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{imZ\omega t} \sum_{q=-\infty}^{\infty} V_q e^{i(q-mZ)\theta - imZa_1} \cdot I(q, m) \tag{11.12}$$

dove

$$I(q, m) = \frac{1}{2\pi \cos \beta_i} \int_0^\pi l(q, \xi) \cdot e^{-i(q-\mu)b \cos \xi} \cdot b \sin \xi d\xi$$

L'integrale  $I(q, m)$  può essere valutato numericamente. La portanza per unità di lunghezza in un punto fisso  $\theta$ ,  $L(\theta)$ , è così espresso come somma delle armoniche alla frequenza di pala, dove ogni armonica è a sua volta una somma di tutte le armoniche di scia espresse in serie di Fourier.

Determinata la distribuzione di portanza sul disco  $\lambda(R) \cdot e^{ij\theta}$ , è possibile calcolare la spinta, il momento torcente, la forza orizzontale, il momento orizzontale, la forza verticale ed il momento verticale, rispettivamente come

$$T = \int_{R_{hub}}^{R_{tip}} \lambda(R) \cdot R dR \int_0^{2\pi} e^{ij\theta} d\theta \cdot \cos \beta_i \tag{11.13}$$

$$Q = \int_{R_{hub}}^{R_{tip}} \lambda(R) \cdot R dR \int_0^{2\pi} e^{ij\theta} d\theta \cdot R \sin \beta_i \tag{11.14}$$

$$F_y = - \int_{R_{hub}}^{R_{tip}} \lambda(R) \cdot R dR \int_0^{2\pi} e^{ij\theta} d\theta \cdot \cos \theta \sin \beta_i \quad (11.15)$$

$$M_y = \int_{R_{hub}}^{R_{tip}} \lambda(R) \cdot R dR \int_0^{2\pi} e^{ij\theta} d\theta \cdot R \cos \theta \cos \beta_i \quad (11.16)$$

$$F_z = \int_{R_{hub}}^{R_{tip}} \lambda(R) \cdot R dR \int_0^{2\pi} e^{ij\theta} d\theta \cdot \sin \theta \sin \beta_i \quad (11.17)$$

$$Q_z = \int_{R_{hub}}^{R_{tip}} \lambda(R) \cdot R dR \int_0^{2\pi} e^{ij\theta} d\theta \cdot R \sin \theta \cos \beta_i \quad (11.18)$$

L'integrazione lungo il circolo produce

$$T = \sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{imZ\omega t} \int_{R_{hub}}^{R_{tip}} e^{-imZa_1} \sum_{q=-\infty}^{\infty} V_q \frac{1}{2\pi \cos} \int_0^{\pi} l(q, \xi) \cdot e^{-i(q-\mu)b \cos \xi} \cdot b \sin \xi d\xi \times$$

$$[\delta_{q-mZ, 0} \cdot \cos \beta_i] \quad (11.19)$$

$$Q = \sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{imZ\omega t} \int_{R_{hub}}^{R_{tip}} e^{-imZa_1} \sum_{q=-\infty}^{\infty} V_q \frac{1}{2\pi \cos} \int_0^{\pi} l(q, \xi) \cdot e^{-i(q-\mu)b \cos \xi} \cdot b \sin \xi d\xi \times$$

$$[\delta_{q-mZ, 0} \cdot R \sin \beta_i] \quad (11.20)$$

$$F_y = - \sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{imZ\omega t} \int_{R_{hub}}^{R_{tip}} e^{-imZa_1} \sum_{q=-\infty}^{\infty} V_q \frac{1}{2\pi \cos} \int_0^{\pi} l(q, \xi) \cdot e^{-i(q-\mu)b \cos \xi} \cdot b \sin \xi d\xi \times$$

$$0.5 [(\delta_{q-mZ, 1} + \delta_{q-mZ, -1}) \cdot \sin \beta_i] \quad (11.21)$$

$$M_y = \sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{imZ\omega t} \int_{R_{hub}}^{R_{tip}} e^{-imZa_1} \sum_{q=-\infty}^{\infty} V_q \frac{1}{2\pi \cos} \int_0^{\pi} l(q, \xi) \cdot e^{-i(q-\mu)b \cos \xi} \cdot b \sin \xi d\xi \times$$

$$0.5 [(\delta_{q-mZ, 1} + \delta_{q-mZ, -1}) \cdot R \cos \beta_i] \quad (11.22)$$

$$F_z = \sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{imZ\omega t} \int_{R_{hub}}^{R_{tip}} e^{-imZa_1} \sum_{q=-\infty}^{\infty} V_q \frac{1}{2\pi \cos} \int_0^{\pi} l(q, \xi) \cdot e^{-i(q-\mu)b \cos \xi} \cdot b \sin \xi d\xi \times$$

$$0.5i [(\delta_{q-mZ, 1} + \delta_{q-mZ, -1}) \cdot \sin \beta_i] \quad (11.23)$$

$$M_z = \sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{imZ\omega t} \int_{R_{hub}}^{R_{tip}} e^{-imZa_1} \sum_{q=-\infty}^{\infty} V_q \frac{1}{2\pi \cos} \int_0^{\pi} l(q, \xi) \cdot e^{-i(q-\mu)b \cos \xi} \cdot b \sin \xi d\xi \times$$

$$0.5i [(\delta_{q-mZ, 1} + \delta_{q-mZ, -1}) \cdot R \cos \beta_i] \quad (11.24)$$

dove

$$\delta_{j,K} = 1 \quad \text{se } j = K$$

$$\delta_{j,K} = 0 \quad \text{se } j \neq K$$

Va posta la dovuta attenzione su alcuni punti nelle espressioni finali. Il primo punto è che la presenza dei termini  $\delta(j, K)$  significa che solamente tre termini nella sommatoria su  $q$  producono contributi non nulli per un particolare  $m$ , ossia

$$q = m - 1, m, m + 1$$

Ne consegue che per la frequenza fondamentale di pala di un'elica a cinque pale, la spinta ed il momento torcente fluttuanti dipenderanno solamente dalla quinta armonica derivata dall'analisi in serie di Fourier dei dati sulla scia, mentre le forze ed i momenti orizzontali e verticali dipenderanno solamente dall'quarta e dalla sesta armonica.

Una seconda puntualizzazione è che i dati dello skew sono tutti racchiusi nel termine

$$e^{-1mZa_1}$$

che è indipendente dall'analisi della scia in serie di Fourier, dal calcolo della distribuzione di portanza in serie di Fourier  $l(q,)$  e dal calcolo dell'integrale su  $\xi$ . È così possibile calcolare rapidamente le forze dell'elica per diversi sets di valori di skew

## 11.6 Teoria di Lewis

Le pale dell'elica ruotante incontrano una distribuzione di velocità variabile circonferenzialmente con la conseguente variazione dell'angolo d'incidenza. Il problema è del tutto analogo a quello di un profilo alare che attraversi una raffica (*gust*). La *gust theory* è applicata ad un'elica nell'ipotesi che ogni elemento di pala sia una lastra piana

Gli elementi di pala sono considerati indipendenti l'uno dall'altro, come parti di ali di allungamento infinito, per cui il flusso incidente può essere considerato bidimensionale. Si ipotizza che il campo di velocità sia quello nominale. Non si effettua alcuna correzione né per la tridimensionalità del campo di scia, né per l'effettiva geometria del profilo alare della sezione di pala. Nonostante queste ipotesi molto limitative, i risultati dei calcoli si accordano in modo soddisfacente con i risultati sperimentali. Si raccomanda unicamente di aumentare del 10% le ampiezze delle forze e dei momenti ricavati teoricamente, e del 15% lo scostamento di fase.

La 'raffica' fornita ad ogni raggio dalla scia variabile circonferenzialmente, prodotta dalla carena e dalle appendici, è costituita da numerose componenti sinusoidali o armoniche. È perciò possibile esprimere in serie di Fourier le componenti di velocità assiali e tangenziali, che impattano l'elica, in funzione della posizione angolare di pala  $\theta$ . Ad esempio, la componente di *velocità assiale totale* ad ogni posizione  $(r, \theta)$  nel piano del disco-elica è espressa come

$$\begin{aligned}
 u(r, \theta) &= \frac{a_{0x}}{2} + a_{1x} \cos \theta + a_{2x} \cos 2\theta + \dots + a_{nx} \cos n\theta + b_{1x} \sin \theta + b_{2x} \sin 2\theta + \dots + b_{nx} \sin n\theta \\
 &= \frac{a_{0x}}{2} + \sum_{n=1}^N [a_{nx} \cos n\theta + b_{nx} \sin n\theta]
 \end{aligned}$$

dove  $\theta$  è la posizione istantanea di ogni pala misurata dalla verticale, assunta come posizione zero, in direzione oraria se si guarda l'elica da poppa.

I coefficienti della serie di Fourier sono calcolati a partire dalle misurazioni della scia nominale ad ogni raggio considerato mediante il processo numerico definito da

$$\left. \begin{aligned}
 a_{nx} &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} u(r, \theta') \cos n\theta' \\
 b_{nx} &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} u(r, \theta') \sin n\theta'
 \end{aligned} \right\} \quad (11.25)$$

dove l'angolo  $\theta'$  indica le posizioni alle quali sono state effettuate le misurazioni.

Espressioni del tutto analoghe sono impiegate per derivare le armoniche  $a_{nt}$  e  $b_{nt}$  della velocità tangenziale.

La pala dell'elica viene suddivisa in sezioni definite dalla coordinata cilindrica  $r$  e dallo spessore  $\delta r$ . Ogni elemento di pala è assimilato ad una lastra piana. Si ipotizza che la forza elementare di portanza  $\delta F$ , generata sull'elemento di pala dalla differenza del campo di pressione tra faccia e dorso, sia normale all'elemento di pala.

In base alla teoria dei profili alari, ed ipotizzando che la sezione di pala ruoti lentamente in una raffica sinusoidale, la portanza elementare dell'elemento di pala è determinabile con la formula

$$\delta F_o(r) = -\pi \rho c(r) \cdot \omega r \cdot V w_x(r) \cdot e^{i\omega t} dr \quad (11.26)$$

dove

$\rho$	massa specifica del fluido,
$c(r)$	lunghezza dell'elemento di pala,
$\omega r = V_t(r)$	componente tangenziale della velocità trasversale, costante al raggio $r$ ,
$V w_x(r) \cdot e^{i\omega t}$	parte fluttuante della velocità di scia assiale al raggio $r$ ,
$e^{i\omega t}$	frequenza di fluttuazione della velocità di scia.

La formula (11.26) è valida nel caso di piccole frequenze di fluttuazione della velocità d'avanzo. Nel caso di elevate frequenze di tale fluttuazione, occorre moltiplicare la forza  $\delta F_o$  per un fattore di riduzione, l'operatore complesso  $S$ , detto *funzione di Sears*

$$S = -(A + iB) \quad (11.27)$$

La funzione di Sears è una funzione complessa che indica uno scostamento di fase ed una variazione di ampiezza intorno ai valori quasi-stazionari di  $\delta F_o$ .

I coefficienti  $A$  e  $B$  possono essere determinati (Fig. 11.4) come funzioni del parametro  $k(r)$ , che rappresenta il grado di non-stazionarietà, detto *frequenza ridotta*, dato da

$$k(r) = \frac{\omega c}{2V} = \frac{\pi c}{\lambda} = q \frac{c(r)}{2r} \cos \beta(r) \quad (11.28)$$

dove  $\beta$  è l'angolo di passo della sezione di pala.

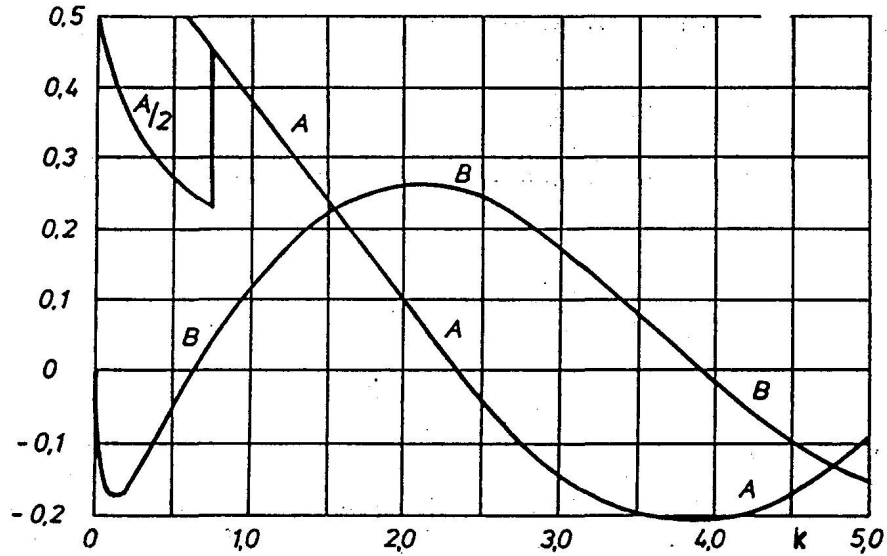


Figura 11.4. Funzione di Sears

Inoltre, la forma fluttuante della scia  $w_x(r, t)$  può essere rappresentata anche trigonometricamente lungo il periodo angolare  $T = 2\pi$  come

$$w_x(r, t) = w_x(r) \cdot e^{i\omega t} = w_x(r) \cdot e^{iq\theta} = w_x(r) [\cos q\theta + i \sin q\theta] \quad (11.29)$$

Combinando le equazioni (11.26) e (11.27), la forza di portanza su una sezione di pala può essere formulata come

$$\delta F(r) = \delta F_o(r) \cdot S \quad (11.30)$$

la cui parte reale è

$$\delta F(r) = \pi \omega \rho V w_x(r) \cdot c(r) \cdot [A \cos q\theta - B \sin q\theta] dr$$

Dalla Figura 11.5 si desume che la forza elementare  $\delta F(r)$  può essere scomposta in una componente tangenziale  $\delta F_t(r)$  ed in una componente longitudinale, ossia nella spinta elementare  $\delta T(r)$ .

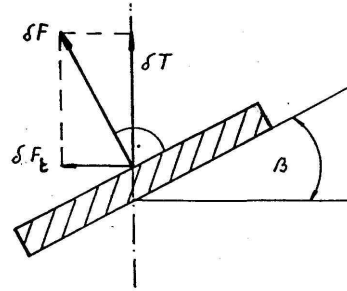


Figura 11.5. Componenti della forza di portanza

Si ha

$$\left. \begin{aligned} \delta F_t(r) &= \delta F(r) \cdot \sin \beta(r) \\ \delta T(r) &= \delta F(r) \cdot \cos \beta(r) \end{aligned} \right\} \quad (11.31)$$

In base a calcoli numerici basati sulla teoria della superficie portante non-stazionaria (Tsakonas et al., 1967), si può affermare che il fattore di riduzione bidimensionale  $S(k)$  sottostima le ampiezze della portanza non-stazionaria, specialmente alle frequenze ridotte inferiori.

### 11.6.1 Forze verticali ed orizzontali

#### Forze eccitanti verticale ed orizzontale sull'elemento di pala

La Figura 11.6 mostra che la forza tangenziale  $\delta F_t(r)$  può essere ulteriormente scomposta in due componenti, una forza orizzontale  $\delta F_\alpha(r)$  ed una forza verticale  $\delta F_\beta(r)$ .

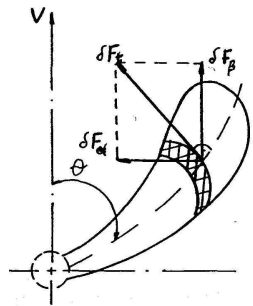


Figura 11.6. Componenti della forza tangenziale

Sia la forza tangenziale che le sue componenti giacciono nel piano normale all'asse longitudinale di rotazione dell'elica.

Le relazioni tra queste forze si esprimono come

$$\left. \begin{aligned} \delta F_\alpha(r) &= -\delta F_t(r) \cdot \cos \theta \\ \delta F_\beta(r) &= \delta F_t(r) \cdot \sin \theta \end{aligned} \right\}$$

Ne consegue

$$\left. \begin{aligned} \delta F_\alpha(r) &= -\pi\rho\omega V \cos\theta \cdot c(r) \sin\beta(r) \cdot w_x(r) [A \cos q\theta - B \sin q\theta] \cdot r dr \\ \delta F_\beta(r) &= \pi\rho\omega V \sin\theta \cdot c(r) \sin\beta(r) \cdot w_x(r) [A \cos q\theta - B \sin q\theta] \cdot r dr \end{aligned} \right\} \quad (11.32)$$

Nelle formule precedenti compaiono i prodotti delle funzioni trigonometriche di  $\theta$  e di  $q\theta$ . Sviluppando questi prodotti si trovano le somme delle funzioni trigonometriche per  $(q+1)\theta$  e per  $(q-1)\theta$ . Per l'elica con un numero  $Z$  di pale le singole armoniche delle forze  $\delta F_\alpha$  e  $\delta F_\beta$  possono essere solamente di ordine del numero  $Z$  e dei suoi multipli  $pZ$  ( $p = 2, 3, \dots$ ). In questo caso ci si limita alle armoniche delle forze di ordine  $Z$ , il che significa che nel caso in cui sia  $(q+1) = Z$ , l'indice  $q$  corrisponde all'armonica di scia  $(Z-1)$  mentre, nel caso  $(q-1) = Z$ , l'indice  $q$  è relativo all'armonica di scia  $(Z+1)$ .

In altri termini, *solamente le armoniche di scia di ordine  $(Z-1)$  e  $(Z+1)$  influenzano le forze medie di pala  $\delta F_\alpha$  e  $\delta F_\beta$ .*

### Coefficienti delle forze orizzontale e verticale

Allo scopo di avere una semplice rappresentazione, è utile introdurre il coefficiente adimensionale delle forze che, in generale, assume la forma

$$K_F = \frac{F}{\rho n^2 D^4}$$

dove

- $F$  : ampiezza della forza [N]
- $n$  : numero di giri dell'elica [rps]
- $D$  : diametro dell'elica [m]

Si introducono ora le seguenti posizioni aggiuntive

$$\sin\beta(r) = \frac{1}{\sqrt{1 + \pi^2 \left[ \frac{r}{R} \right]^2 \cdot \left[ \frac{D}{P(r)} \right]^2}} \quad E(r) = \frac{\pi^2 Z}{4} \cdot \frac{r}{R} \cdot \frac{c(r)}{D} \cdot \sin\beta(r)$$

dove  $P(r)$  è il passo geometrico dell'elica al raggio  $r$ .

Dalla Figura 11.4 si ricavano i coefficienti

$$A_{Z-1}(r), \quad A_{Z+1}(r) \quad \text{e} \quad B_{Z-1}(r), \quad B_{Z+1}(r)$$

in funzione delle frequenze ridotte  $k(r)$ .

Utilizzando tali posizioni ed il contributo delle armoniche di scia  $(Z-1)$  e  $(Z+1)$  è possibile, utilizzando le formule (11.32) per le componenti  $\delta F_\alpha$  e  $\delta F_\beta$  definire le armoniche di ordine  $(Z-1)$  e  $(Z+1)$  dei coefficienti di queste forze come segue:

$$\delta K_{\alpha, Z-1}(r) = \frac{V}{nD} \cdot E(r) \cdot w_{Z-1}(r) \cdot [-A_{Z-1}(r) \cos Z\theta + B_{Z-1}(r) \sin Z\theta] d\bar{r}$$



$$\begin{aligned}\delta K_{\alpha, Z+1}(r) &= \frac{V}{nD} \cdot E(r) \cdot w_{Z+1}(r) \cdot [-A_{Z+1}(r) \cos Z\theta + B_{Z+1}(r) \sin Z\theta] d\bar{r} \\ \delta K_{\beta, Z-1}(r) &= \frac{V}{nD} \cdot E(r) \cdot w_{Z-1}(r) \cdot [A_{Z-1}(r) \sin Z\theta - B_{Z-1}(r) \cos Z\theta] d\bar{r} \\ \delta K_{\beta, Z+1}(r) &= \frac{V}{nD} \cdot E(r) \cdot w_{Z+1}(r) \cdot [-A_{Z+1}(r) \sin Z\theta - B_{Z+1}(r) \cos Z\theta] d\bar{r}\end{aligned}$$

Nel caso di campo simmetrico di scia (nave monoelica) e di elica simmetrica (senza 'skew') le costanti totali valgono

$$\left. \begin{aligned}\delta K_{\alpha} &= \delta K_{\alpha, Z-1} + \delta K_{\alpha, Z+1} \\ \delta K_{\beta} &= \delta K_{\beta, Z-1} + \delta K_{\beta, Z+1}\end{aligned} \right\}$$

il che fornisce la *distribuzione radiale*  $K_{\alpha}$  e  $K_{\beta}$  sulla pala dell'elica, rispettivamente delle componenti trasversale e verticale, come segue

$$\left. \begin{aligned}\delta K_{\alpha}(r) &= \frac{V}{nD} [-(\delta\psi_{Z-1, A} + \delta\psi_{Z+1, A}) \cos Z\theta + (\delta\psi_{Z-1, B} + \delta\psi_{Z+1, B}) \sin Z\theta] \\ \delta K_{\beta}(r) &= \frac{V}{nD} [(\delta\psi_{Z-1, A} - \delta\psi_{Z+1, A}) \sin Z\theta + (\delta\psi_{Z-1, B} + \delta\psi_{Z+1, B}) \cos Z\theta]\end{aligned} \right\} \quad (11.33)$$

dove è

$$\begin{aligned}\delta\psi_{Z-1, A} &= E(r) \cdot w_{Z-1}(r) \cdot A_{Z-1}(r) d\bar{r} \\ \delta\psi_{Z+1, A} &= E(r) \cdot w_{Z+1}(r) \cdot A_{Z+1}(r) d\bar{r} \\ \delta\psi_{Z-1, B} &= E(r) \cdot w_{Z-1}(r) \cdot B_{Z-1}(r) d\bar{r} \\ \delta\psi_{Z+1, B} &= E(r) \cdot w_{Z+1}(r) \cdot B_{Z+1}(r) d\bar{r}\end{aligned}$$

Integrando le formule (11.33) lungo il raggio di pala dell'elica si ricavano i coefficienti delle forze totali, rispettivamente trasversale e verticale, come segue

$$\left. \begin{aligned}K_{\alpha} &= \frac{V}{nD} [-(\psi_{Z-1, A} + \psi_{Z+1, A}) \cos Z\theta + (\psi_{Z-1, B} + \psi_{Z+1, B}) \sin Z\theta] \\ K_{\beta} &= \frac{V}{nD} [(\psi_{Z-1, A} - \psi_{Z+1, A}) \sin Z\theta + (\psi_{Z-1, B} + \psi_{Z+1, B}) \cos Z\theta]\end{aligned} \right\} \quad (11.34)$$

I valori massimi di  $K_{\alpha}$  e  $K_{\beta}$ , in base all'esistenza dello scostamento di fase, valgono

$$\left. \begin{aligned}K_{\alpha_{\max}} &= \frac{V}{nD} \sqrt{(\psi_{Z-1, A} + \psi_{Z+1, A})^2 + (\psi_{Z-1, B} + \psi_{Z+1, B})^2} \\ K_{\beta_{\max}} &= \frac{V}{nD} \sqrt{(\psi_{Z-1, A} - \psi_{Z+1, A})^2 + (\psi_{Z-1, B} - \psi_{Z+1, B})^2}\end{aligned} \right\} \quad (11.35)$$

Gli *angoli di fase* per le forze orizzontale e verticale sono dati rispettivamente da

$$\left. \begin{aligned} \lambda_\alpha &= \tan^{-1} \left( \frac{\psi_{Z-1,B} + \psi_{Z+1,B}}{\psi_{Z-1,A} + \psi_{Z+1,A}} \right) \\ \lambda_\beta &= \tan^{-1} \left( \frac{\psi_{Z-1,B} - \psi_{Z+1,B}}{\psi_{Z-1,A} - \psi_{Z+1,A}} \right) \end{aligned} \right\} \quad (11.36)$$

Utilizzando il rapporto tra le forze e le loro costanti, nonché le formule (11.35) si ricavano per le forze totali, orizzontale  $F_H$  e verticale  $F_V$  le seguenti espressioni

$$\left. \begin{aligned} F_H &= \rho V n D^3 \sqrt{(\psi_{Z-1,A} + \psi_{Z+1,A})^2 + (\psi_{Z-1,B} + \psi_{Z+1,B})^2} \\ F_V &= \rho V n D^3 \sqrt{(\psi_{Z-1,A} - \psi_{Z+1,A})^2 + (\psi_{Z-1,B} - \psi_{Z+1,B})^2} \end{aligned} \right\} \quad (11.37)$$

### 11.6.2 Influenza dello 'skew' dell'elica sulle forze orizzontale e verticale

Nel caso di 'skew' della pala dell'elica, espresso ad ogni raggio con l'angolo di 'skew'  $q(r)$ , nelle suddette relazioni trigonometriche l'angolo  $\theta$  andrà sostituito con l'angolo  $(\theta - q)$ .

Utilizzando la stessa sequenza utilizzata nelle relazioni precedenti, si ricavano per la *distribuzione radiale delle costanti delle forze*  $K_\alpha$  e  $K_\beta$  lungo la pala dell'elica le formule

$$\left. \begin{aligned} \delta K_\alpha(r) &= \frac{V}{nD} (\delta\psi_{Z-1,A} \cos Z\theta + \delta\psi_{Z+1,A} \sin Z\theta) d\bar{r} \\ \delta K_\beta(r) &= \frac{V}{nD} (\delta\psi_{Z-1,B} \cos Z\theta + \delta\psi_{Z+1,B} \sin Z\theta) d\bar{r} \end{aligned} \right\} \quad (11.38)$$

dove

$$\delta\psi_{Z-1,A} = -E [(w_{Z-1} A_{Z-1} + w_{Z+1} A_{Z+1}) \cos Zq + (w_{Z-1} B_{Z-1} + w_{Z+1} B_{Z+1}) \sin Zq] d\bar{r}$$

$$\delta\psi_{Z+1,A} = E [(w_{Z-1} B_{Z-1} + w_{Z+1} B_{Z+1}) \cos Zq + (w_{Z-1} A_{Z-1} + w_{Z+1} A_{Z+1}) \sin Zq] d\bar{r}$$

$$\delta\psi_{Z-1,B} = E [(-w_{Z-1} A_{Z-1} + w_{Z+1} A_{Z+1}) \sin Zq + (w_{Z-1} B_{Z-1} - w_{Z+1} B_{Z+1}) \cos Zq] d\bar{r}$$

$$\delta\psi_{Z+1,B} = E [(w_{Z-1} A_{Z-1} - w_{Z+1} A_{Z+1}) \cos Zq + (w_{Z-1} B_{Z-1} - w_{Z+1} B_{Z+1}) \sin Zq] d\bar{r}$$

Integrando le formule (11.38) lungo la pala dell'elica, si ricavano i *coefficienti delle forze orizzontali e verticali*  $K_\alpha$  e  $K_\beta$ , formulati come

$$\left. \begin{aligned} K_\alpha &= \frac{V}{nD} (\psi_{Z-1,A} \cos Z\theta + \psi_{Z+1,A} \sin Z\theta) \\ K_\beta &= \frac{V}{nD} (\psi_{Z-1,B} \cos Z\theta + \psi_{Z+1,B} \sin Z\theta) \end{aligned} \right\} \quad (11.39)$$

i cui *valori massimi* sono

$$\left. \begin{aligned} K_{\alpha_{\max}} &= \frac{V}{nD} \sqrt{(\psi_{Z-1,A})^2 + (\psi_{Z+1,A})^2} \\ K_{\beta_{\max}} &= \frac{V}{nD} \sqrt{(\psi_{Z-1,B})^2 + (\psi_{Z+1,B})^2} \end{aligned} \right\} \quad (11.40)$$

insieme agli *angoli di fase*

$$\left. \begin{aligned} \lambda_{\alpha} &= \operatorname{atan}^{-1} \frac{\psi_{Z+1,A}}{\psi_{Z-1,A}} \\ \lambda_{\beta} &= \operatorname{atan}^{-1} \frac{\psi_{Z+1,B}}{\psi_{Z-1,B}} \end{aligned} \right\} \quad (11.41)$$

Per le *forze orizzontale e verticale* si ricavano le formule seguenti:

$$\left. \begin{aligned} F_H &= \rho V n D^3 \sqrt{(\psi_{Z-1,A})^2 + (\psi_{Z+1,A})^2} \\ F_V &= \rho V n D^3 \sqrt{(\psi_{Z-1,B})^2 + (\psi_{Z+1,B})^2} \end{aligned} \right\} \quad (11.42)$$

### 11.6.3 Spinta sull'elemento di pala

L'equazione (11.31) riporta la relazione tra la portanza e la conseguente forza di spinta generate dall'elemento di pala dell'elica

$$\delta T(r) = \delta F(r) \cdot \cos \beta(r)$$

Utilizzando per  $\delta F(r)$  la formula (11.30) e l'influenza dello 'skew' dell'elica, si ricava

$$\delta T(r) = \pi \rho \omega \cdot c(r) \cdot V w_x(r) \cdot r \cos \beta(r) \cdot [A \cos q(\theta - q) - B \sin q(\theta - q)] dr$$

Qui si presenta il caso nel quale il numero ordinale dell'armonica della forza, che può essere uguale solamente al numero  $Z$  di pale dell'elica, oppure ai suoi multipli,  $pZ$ , coincide con il numero ordinale dell'armonica di scia  $q$ , ossia  $q = p \cdot Z$  ( $p = 1, 2, \dots$ ).

In questo caso, si ricava per la spinta elementare  $\delta T$  la formula

$$\begin{aligned} \delta T(r) &= \pi \rho \omega \cdot c(r) \cdot V w_x(r) \cdot r \cos \beta(r) \cdot [(A_Z \cos Zq - B_Z \sin Zq) \cos Zq + \\ &\quad (A_Z \sin Zq + B_Z \cos Zq) \sin Zq] dr \end{aligned} \quad (11.43)$$

### Coefficiente di spinta

Utilizzando la formula (11.44) e le seguenti relazioni

$$\delta K_T = \frac{\delta T}{\rho n^2 D^4} \quad , \quad \omega_Z = 2\pi n Z$$

la costante della spinta elementare,  $\delta K_T$ , per l'elemento di pala vale

$$\delta K_T(r) = \frac{\pi^2 Z V}{n D} \cdot (\delta \psi_{TA} \cos Z\theta + \delta \psi_{TB} \sin Z\theta) d\bar{r} \quad (11.44)$$

dove

$$\delta \psi_{TA} = \frac{r}{R} \cdot \frac{c(r)}{D} \cos \beta(r) \cdot w_X \cdot (A_Z \cos Zq - B_Z \sin Zq)$$

$$\delta \psi_{TB} = \frac{r}{R} \cdot \frac{c(r)}{D} \cos \beta(r) \cdot w_Z \cdot (A_Z \sin Zq + B_Z \cos Zq)$$

La formula (11.44) fornisce la *distribuzione della costante di spinta lungo la pala dell'elica*. La *costante totale di spinta*  $K_T$  si determina integrando tale formula; si ricava

$$K_T = \frac{\pi^2 Z V}{n D} [\psi_{TA} \cos Z\theta + \psi_{TB} \sin Z\theta] \quad (11.45)$$

Il *valore massimo* di  $K_T$  è

$$K_{T_{\max}} = \frac{\pi^2 Z V}{n D} \sqrt{(\psi_{TA})^2 + (\psi_{TB})^2} \quad (11.46)$$

### Spinta totale

Utilizzando il legame tra  $K_T$  e  $T$  è possibile ricavare dalla formula (11.46) la *spinta totale* come

$$T = K_{T_{\max}} \cdot \rho n^2 D^4 \quad (11.47)$$

#### 11.6.4 Momento torcente sull'elemento di pala

Dalla Figura 11.5 risulta evidente che la componente tangenziale  $\delta F_t(r)$  della forza portante genera il momento torcente  $\delta Q$  intorno all'asse di rotazione secondo la relazione

$$\delta Q = \delta F_t \cdot r$$

Utilizzando le formule (11.30) e (11.31) per la determinazione della componente elementare  $\delta F_t$ , e considerando lo 'skew' dell'elica  $q(r)$ , si ricava

$$\delta Q(r) = \pi \rho \omega \cdot c(r) \cdot V w_x(r) \cdot r \sin \beta(r) \cdot [A \cos q(\theta - q) - B \sin q(\theta - q)] \cdot r dr$$

Anche qui il numero ordinale dell'armonica del momento torcente,  $p \cdot Z$ , coincide con il numero ordinale dell'armonica di scia, ossia

$$q = p \cdot Z \quad (p = 1, 2, \dots)$$

così che anche per il momento torcente si utilizzerà solo il caso  $p = 1$ .

Si ricava allora per il momento torcente elementare la seguente relazione

$$\begin{aligned} \delta Q(r) = & \pi \rho \omega \cdot c(r) \cdot V w_x(r) \cdot r \sin \beta(r) \cdot [(A_Z \cos Zq - B_Z \sin Zq) \cos Zq + \\ & (A_Z \sin Zq + B_Z \cos Zq) \sin Zq] \cdot r dr \end{aligned} \quad (11.48)$$

### Coefficiente del momento torcente

Il coefficiente del momento torcente  $K_Q$  è ricavato allo stesso modo del coefficiente  $K_T$ , a partire dalla distribuzione lungo l'elica, formulata come

$$\delta K_Q(r) = \frac{\pi^2 Z V}{4 n D} (\delta \psi_{Q_A} \cos Z\theta + \delta \psi_{Q_B} \sin Z\theta) d\bar{r} \quad (11.49)$$

dove

$$\delta \psi_{Q_A} = \left(\frac{r}{R}\right)^2 \cdot \frac{c(r)}{D} \sin \beta(r) \cdot w_Z(r) \cdot (A_Z \cos Zq - B_Z \sin Zq)$$

$$\delta \psi_{Q_B} = \left(\frac{r}{R}\right)^2 \cdot \frac{c(r)}{D} \sin \beta(r) \cdot w_Z(r) \cdot (A_Z \sin Zq + B_Z \cos Zq)$$

La costante totale  $K_Q$  è ottenuta integrando la formula (11.49) lungo la pala come

$$K_Q = \frac{\pi^2 Z V}{4 n D} (\psi_{Q_A} \cos Z\theta + \psi_{Q_B} \sin Z\theta) \quad (11.50)$$

Il valore massimo di  $K_Q$  è

$$K_{Q_{\max}} = \frac{\pi^2 Z V}{n D} \sqrt{(\psi_{Q_A})^2 + (\psi_{Q_B})^2} \quad (11.51)$$

### Momento torcente totale

Utilizzando il legame tra  $K_Q$  e  $Q$ , è possibile ricavare il momento torcente totale come

$$Q = K_{Q_{\max}} \cdot \rho n^2 D^5 \quad (11.52)$$

### 11.6.5 Rapporto tra armoniche di scia e forze di eccitazione

I risultati delle analisi precedenti mostrano che:

1. La *spinta totale* ed il *momento torcente totale non-stazionario* sono determinati solamente da quei termini della rappresentazione in serie di Fourier che sono pari o multipli interi del numero di pale  $Z$ .
2. Il *momento flettente non-stazionario* è determinato dai termini  $(kZ + 1)^{mo}$  e  $(kZ - 1)^{mo}$  della serie di Fourier, alle frequenze di pala ed a quelle multiple della frequenza di pala. La componente del momento intorno all'asse orizzontale è la somma vettoriale dei termini  $(kZ + 1)^{mo}$  e  $(kZ - 1)^{mo}$ , mentre la componente del momento intorno all'asse verticale è il risultato dalla loro differenza.
3. Le *forze trasversali non-stazionarie*, verticale ed orizzontale, prodotte dal momento torcente non-stazionario, sono determinate dai termini  $(kZ + 1)^{mo}$  e  $(kZ - 1)^{mo}$ . Anche in questo caso, la componente orizzontale è la loro somma vettoriale, mentre la componente verticale è data dalla loro differenza.
4. Le *forze trasversali stazionarie* ed i *momenti flettenti stazionari* sono determinati rispettivamente dalla prima armonica del momento torcente e della spinta.

Risulta evidente, quindi, il *rapporto deterministico tra le armoniche di scia e le componenti armoniche dei carichi idrodinamici*. Le armoniche di scia di ordine pari ( $k \cdot Z$ ) influiscono sulle fluttuazioni della spinta e del momento torcente. Le armoniche di scia di ordine dispari ( $k \cdot Z \pm 1$ ) influiscono sulle fluttuazioni delle forze e dei momenti laterali.

Per valutare la possibile insorgenza di vibrazioni, è possibile fare uso dei risultati dell'analisi armonica delle distribuzioni circonferenziale di velocità, per fornire informazioni sull'entità relativa e sulle distribuzioni radiali delle varie armoniche di diversi campi di scia. Tale conoscenza può aiutare il progettista a modificare le forme di carena a poppa, in modo da avere una scia con una distribuzione di armoniche favorevole all'interazione con l'elica in esame.

Per giustificare l'utilizzo di un'analisi armonica delle variazioni circonferenziali di velocità allo scopo di prevedere l'ordine di grandezza relativo di ogni componente delle forze non-stazionarie dell'elica, è necessario *ricavare la relazione tra la fluttuazione della velocità di scia e le fluttuazioni delle forze di pala risultanti*.

Da calcoli effettuati per ricavare le prestazioni quasi-stazionarie di un'elica con profilo simmetrico e poco caricata, si può concludere:

1. A scopo progettuale, si può supporre che *le forze ed i momenti fluttuanti varino linearmente con la velocità fluttuante di scia*. Questo fenomeno è essenzialmente dovuto al fatto che la velocità risultante sulla pala è alquanto influenzata dalla rotazione dell'elica, mentre non è materialmente influenzata dalla fluttuazione della velocità di scia. Solo le variazioni dell'angolo d'incidenza dipendono esclusivamente dalle variazioni della scia. Le forze di secondo ordine dovute alla non-linearità sono percentualmente piccole anche per ampie fluttuazioni della velocità.

2. *Le fluttuazioni della spinta e del momento torcente*, che derivano dalle variazioni di velocità longitudinale, sono maggiori di quelle delle corrispondenti fluttuazioni tangenziali. Questo fatto, insieme all'osservazione che nella maggior parte dei casi le ampiezze delle componenti tangenziali sono considerevolmente inferiori, rende possibile l'utilizzo delle variazioni di scia longitudinale come criterio per confrontare geometrie alternative di poppa. Ciò fornisce, inoltre, una guida nella scelta del numero delle pale da introdurre per l'elica in progetto al fine di minimizzare le forze di vibrazione trasmesse dall'albero portaelica.

Si è già visto che solo le armoniche che coincidono con il numero di pale  $Z$  e con i loro multipli interi  $qZ$  servono a determinare l'entità della spinta e del momento torcente non-stazionari. Quanto esposto in precedenza fa capire anche che le forze laterali orizzontali dell'elica (che possono produrre vibrazioni di carena orizzontali o torsionali) nascono dal vettore somma delle armoniche di ordine  $(qZ - 1)^{\text{mo}}$  e  $(qZ - 1)^{\text{mo}}$  delle forze di coppia non-stazionarie, mentre le forze verticali nascono dalle loro differenze. Allo stesso modo, i momenti flettenti orizzontali sull'albero portaelica nascono dal vettore somma delle armoniche di ordine  $(q \cdot Z - 1)^{\text{mo}}$  e  $(q \cdot Z - 1)^{\text{mo}}$  della spinta non-stazionaria, mentre i momenti flettenti verticali nascono dalle loro differenze.

Dal momento che viene assunta una corrispondenza tra forza e velocità, si può effettuare la stessa analisi per le velocità. Così, solamente le armoniche di scia  $(qZ - 1)^{\text{ma}}$  e  $(qZ - 1)^{\text{ma}}$  sono importanti nel determinare le forze vibratorie prodotte dall'elica. Conseguentemente, per un'elica a quattro pale, la terza e la quinta armonica costituiscono le forze laterali ed i momenti flettenti alla frequenza di pala, mentre la quarta costituisce la spinta ed il momento torcente alla frequenza di pala. La settima e la nona armonica costituiscono le forze laterali ed i momenti flettenti a frequenza doppia della frequenza di pala; l'ottava armonica, la spinta e la coppia sempre a frequenza doppia, e così via.

Risulta evidente che il numero di pale gioca un ruolo importante nella determinazione delle ampiezze e delle frequenze delle forze di vibrazione prodotte dall'elica. La scelta del numero di pale dell'elica per un particolare progetto di nave e perciò un punto critico piuttosto complesso, in quanto dipende da quali forze vadano minimizzate sulla nave e da quali frequenze vadano evitate.

In linea di principio, esistono diversi modi per ridurre le forze sulla linea d'assi che possono essere adottati simultaneamente:

- diminuire il carico fluttuante sulle pale applicando pale con skew-back in maniera tale che una pala entri nel picco di scia progressivamente;
- variare la distribuzione radiale del passo scaricando l'apice di pala;
- aumentare il numero di pale che è accompagnato da una riduzione dei carichi fluttuanti da loro sviluppati, sempre a scapito di una riduzione del rendimento propulsivo totale.

Va ribadito che è di grande importanza il problema delle vibrazioni causate dalle forze periodiche generate da un'elica. Quando l'elica opera in un campo di flusso non-uniforme, la portanza

generata ad ogni istante da ciascuna delle pale varia con la posizione angolare. Conseguentemente, la spinta ed il momento torcente sono dipendenti dal tempo, e sono di carattere ciclico poiché l'elica ruota in un campo di flusso non-omogeneo. Come risultato di questo fenomeno possono insorgere pesanti forze di vibrazione nel sistema della linea d'asse, che possono venire trasmesse alla carena attraverso i cuscinetti e le fondazioni dell'apparato motore ed, attraverso l'acqua, direttamente alla superficie di carena.

## 11.7 Forze di superficie

A causa della tendenza permanente nello sviluppo delle navi - maggiori coefficienti di blocco, carichi crescenti sui propulsori, diametri delle eliche crescenti in maniera limitata per ragioni tecnologiche e/o a causa dei bassi fondali soprattutto in molti porti - la cavitazione dell'elica è divenuta la sorgente più importante di vibrazioni a bordo.

Negli anni sono cresciuti gli sforzi volti a ridurre l'effetto delle forze di superficie ed a controllare i parametri che ne determinano l'entità, a partire da una auspicabile maggiore stazionarietà della forza di eccitazione indotta dalla cavitazione dell'elica.

Le fluttuazioni delle pressioni indotte dall'elica sulla superficie di scafo sono più rilevanti delle forze sull'asse d'assi. Nelle navi mercantili, per le quali è generalmente tollerato un certo grado di cavitazione sull'elica allo scopo di non degradare l'efficienza propulsiva, circa il 10% delle velocità di vibrazione indotte dall'elica è causato dalle 'bearing forces', mentre il restante 90% è dovuto alle fluttuazioni della pressione indotta, ossia alle 'surface forces'. Nel progetto delle navi con eliche soggette a debole cavitazione, il suddetto rapporto tra i due tipi di forze può 'essere invertito, anche perché nel contempo il livello di eccitazione totale è molto inferiore.

Le forze trasmesse sulla carena attraverso il fluido sono dovute al formarsi di *pressioni periodiche* sulla carena e sulle appendici. L'entità di queste forze dipende fondamentalmente dal livello di disomogeneità del flusso. Nello spettro di frequenza delle forze e dei momenti di eccitazione idrodinamica, possono essere incluse armoniche di ordine superiore con frequenze pari a  $f = q \cdot n Z$  ( $q = 1, 2, \dots$ ). L'influenza sfavorevole delle forze periodiche sulla carena risulta accentuata in condizioni di risonanza, quando si ha coincidenza tra frequenza delle forze di eccitazione e frequenza dei movimenti non smorzati delle strutture di scafo, dei macchinari e degli ausiliari.

Il controllo delle pressioni indotte dall'elica è un prerequisito nella fase del progetto preliminare, soprattutto per le navi passeggeri. Ogni riduzione delle ampiezze di pressione o, più precisamente, delle forze indotte sulla carena, fa diminuire i livelli di risposta vibratoria e, quindi, un'economia sostanziale nel costo dei sistemi sensibili di bordo, progettati per condizioni di utilizzo meno severe, nonché nel costo e nel peso delle isolazioni da installare a bordo a parità di requisiti contrattuali.

A causa dell'influenza della carena sull'azione dell'elica, la velocità del flusso è non-stazionaria e varia al variare dell'angolo di rotazione di pala. Il periodo della sua fluttuazione dipende dai giri



dell'elica. La peculiarità di questo problema rispetto a quello stazionario è data dal complesso sistema vorticoso dovuto alla comparsa di vortici liberi, generati sul bordo di uscita della pala, le cui intensità sono direttamente legate alla variazione della circolazione dei vortici concatenati. La presenza di vortici non consente di risolvere il problema nell'ambito della teoria della linea portante, poiché le velocità indotte dalla lamina vorticoso radiale sulla linea vorticoso portante raggiungerebbero valori infiniti. Il passaggio alla teoria della superficie portante consente di superare queste difficoltà. Nell'ambito di questa teoria, il moto dei vortici viene fatto iniziare dal bordo d'ingresso di pala; questi, attraversando i vortici concatenati, producono un'intensità addizionale il cui valore sul bordo di uscita si mantiene costante lungo la transizione a valle.

Quando si utilizza un tale sistema vorticoso e si applica il teorema di Žoukovsky, è possibile determinare le forze ed i momenti con i quali il fluido circostante agisce sull'elica. I risultati dei calcoli consentono di ottenere i valori delle forze e dei momenti, includendovi sia la componente inerziale quasi-stazionaria che quella stazionaria, causata dalla presenza della scia vorticoso.

### 11.7.1 Metodo di calcolo approssimato

I metodi per il calcolo delle forze idrodinamiche non-stazionarie, basati sulla teoria della superficie portante, sono stati sviluppati da vari autori. Nella pratica ingegneristica, sono spesso utilizzati metodi approssimati più semplici, basati su un certo numero di ipotesi semplificative. In questi metodi la non-stazionarietà del fluido non è affatto considerata, o se ne tiene conto introducendovi una correzione.

Si consideri un campo di velocità nel quale operi l'elica, caratterizzato dalle frazioni di scia assiale e trasversale,  $w_x$  e  $w_\theta$ , che variano in funzione del raggio dell'elica e dell'angolo di rotazione  $\theta$ . Perciò, se si suppone che le forze ed i momenti agenti sulla pala dell'elica, per valori istantanei degli angoli d'incidenza, siano uguali alle forze ed ai momenti sviluppati sulla pala durante la sua operatività agli stessi angoli d'incidenza (ipotesi di quasi-stazionarietà), per il loro calcolo è possibile utilizzare le formule della teoria dell'elemento di pala

$$\left. \begin{aligned} dT_\theta &= \frac{1}{2} \rho C_L \cos \beta_I (1 - \varepsilon \tan \beta_I) \cdot c V_R^2 dr \\ dQ_\theta &= \frac{1}{2} \rho C_L \sin \beta_I (1 + \varepsilon \tan \beta_I) \cdot c \cdot r V_R^2 dr \end{aligned} \right\} \quad (11.53)$$

Queste formule sono caratterizzate dal fatto che  $V_R$ , e quindi  $\beta_I$ , sono variabili nel tempo e sono funzioni di  $\theta$ . La velocità risultante  $V_R = \sqrt{V_x^2 + V_\theta^2}$  del flusso sull'elemento di pala comprende sia le velocità indotte dall'elica che le velocità di scia in quanto sono

$$\left. \begin{aligned} V_x &= V (1 - w_x) + u_x/2 \\ V_\theta &= \omega r \left[ 1 - \left( \frac{J}{\pi r} \right) w_\theta \right] - u_\theta/2 \end{aligned} \right\} \quad (11.54)$$

Poiché  $V_R$  e, quindi,  $\beta_I$  sono funzioni periodiche di  $\theta$ , i valori della spinta e del momento torcente elementari, sono anch'essi funzione dell'angolo di rotazione.

Se si introducono la velocità angolare di rotazione relativa  $\omega'$  ed il numero di giri  $n'$ , corrispondenti al valore reale della velocità tangenziale del flusso che attraversa l'elemento di pala, queste grandezze sono esprimibili come

$$\left. \begin{aligned} \omega' &= \omega \left[ 1 - \left( \frac{J}{\pi \bar{r}} \right) \cdot w_\theta \right] \\ n' &= n \left[ 1 - \left( \frac{J}{\pi \bar{r}} \right) \cdot w_\theta \right] \end{aligned} \right\} \quad (11.55)$$

Trasformando le formule (11.53) in forma adimensionale, si ricava la distribuzione radiale della spinta e del momento torcente

$$\left. \begin{aligned} \frac{dK_{T_\theta}}{d\bar{r}} &= \frac{dT_\theta}{\rho n'^2 D^4} \\ \frac{dK_{Q_\theta}}{d\bar{r}} &= \frac{dQ_\theta}{\rho n'^2 D^5} \end{aligned} \right\} \quad (11.56)$$

Durante la rotazione dell'elica, i valori di  $C_L$  e di  $\beta_I$  dell'elemento di pala variano in funzione dei valori istantanei di  $\beta_I$  che, istantaneamente all'angolo di rotazione  $\theta$ , sono esprimibili mediante la relazione

$$\tan \beta_\theta = \frac{V(1-w_x)}{\omega' r} = \frac{V(1-w_x)}{\omega r \left[ 1 - \left( \frac{J}{\pi \bar{r}} \right) w_\theta \right]} = \tan \beta \cdot \frac{1-w_x}{1 - \left( \frac{J}{\pi \bar{r}} \right) w_\theta} \quad (11.57)$$

Se l'elica è isolata, allora sono  $w_x = w_\theta = 0$ , e  $\tan \beta_\theta = \tan \beta$ , per cui le formule (11.53) si trasformano nelle usuali espressioni per l'elica agente in flusso omogeneo, ossia

$$\left. \begin{aligned} \frac{dK_{T_\theta}}{d\bar{r}} &= \frac{dK_T}{d\bar{r}} \cdot \frac{1}{Z} \\ \frac{dK_{Q_\theta}}{d\bar{r}} &= \frac{dK_Q}{d\bar{r}} \cdot \frac{1}{Z} \end{aligned} \right\} \quad (11.58)$$

dove  $dK_T/d\bar{r}$  e  $dK_Q/d\bar{r}$  sono relazioni derivabili dai diagrammi di funzionamento dell'elica isolata, ai valori di  $K_T$  e  $K_Q$  relativi al coefficiente di avanzo istantaneo.

Utilizzando i valori dimensionali per le caratteristiche idrodinamiche dell'elica in flusso non-uniforme, si ottiene

$$\left. \begin{aligned} \frac{dT_\theta}{dr} &= \frac{\rho n'^2 D^4}{Z} \cdot \frac{dK_T}{d\bar{r}} = \frac{\rho n^2 D^4}{Z} \cdot \left( 1 - \frac{J}{\pi \bar{r}} w_\theta \right)^2 \cdot \frac{dK_T}{d\bar{r}} \\ \frac{dQ_\theta}{dr} &= \frac{\rho n'^2 D^5}{Z} \cdot \frac{dK_Q}{d\bar{r}} = \frac{\rho n^2 D^5}{Z} \cdot \left( 1 - \frac{J}{\pi \bar{r}} w_\theta \right)^2 \cdot \frac{dK_Q}{d\bar{r}} \end{aligned} \right\} \quad (11.59)$$

Integrando le equazioni (11.59) lungo il raggio, si possono determinare le forze ed i momenti agenti su tutta la pala dell'elica per ogni posizione caratterizzata dall'angolo  $\theta$

$$\left. \begin{aligned} T_{\theta_z} &= \frac{\rho n^2 D^4}{Z} \int_{r_h}^1 \left(1 - \frac{J}{\pi \bar{r}} w_\theta\right)^2 \cdot \frac{dK_T}{d\bar{r}} d\bar{r} \\ Q_{\theta_z} &= \frac{\rho n^2 D^5}{Z} \int_{r_h}^1 \left(1 - \frac{J}{\pi \bar{r}} w_\theta\right)^2 \cdot \frac{dK_Q}{d\bar{r}} d\bar{r} \end{aligned} \right\} \quad (11.60)$$

che sono funzioni periodiche di  $\theta$  con periodo determinato dal numero di giri  $n$ .

La spinta ed il momento torcente dell'elica possono essere ricavati sommando le forze ed i momenti di tutte le pale; i valori di queste somme saranno differenti a seconda dell'angolo di rotazione dell'elica

$$\left. \begin{aligned} T_Z &= \sum_{i=1}^Z T_{\theta_z} \\ Q_Z &= \sum_{i=1}^Z Q_{\theta_z} \end{aligned} \right\} \quad (11.61)$$

dove i valori  $T_{\theta_z}$  e  $Q_{\theta_z}$  corrispondono ovviamente alle differenti posizioni angolari delle pale, diverse l'una dall'altra di un angolo  $2\pi/Z$ , e dove la posizione della coordinata angolare di ognuna dovrebbe essere data come  $\theta_i = \theta + (2\pi/Z)_i$ .

I calcoli delle forze e dei momenti secondo le formule suddette non presentano particolari difficoltà; è necessario, comunque, risolvere preliminarmente il problema della determinazione dei valori  $dK_T/dr$  e  $dK_Q/dr$  dell'elica isolata. Per stime approssimate, è possibile utilizzare le seguenti formule, basate sulla variazione delle caratteristiche di pala e definite in base alle caratteristiche dell'elemento di pala equivalente

$$\left. \begin{aligned} T_\theta &= \frac{\rho n^2 D^4}{Z} \left(1 - \frac{J}{\pi \bar{r}} w_\theta\right)^2 \cdot K_T \\ Q_\theta &= \frac{\rho n^2 D^5}{Z} \left(1 - \frac{J}{\pi \bar{r}} w_\theta\right)^2 \cdot K_Q \end{aligned} \right\} \quad (11.62)$$

Nelle formule (11.62)  $K_T$  e  $K_Q$  sono i valori dei coefficienti di spinta e di momento torcente dell'elica isolata, espressi in funzione del coefficiente di avanzo

$$J_\theta = \frac{V}{nD} \cdot \frac{1 - w_{x_r}}{\left[1 - \left(\frac{J}{\pi \bar{r}}\right)\right] w_{\theta_r}} \quad (11.63)$$

dove  $w_{x_r}$  e  $w_{\theta_r}$  sono le componenti di scia, assunte come funzioni dell'angolo di rotazione, al raggio della sezione equivalente scelta (di solito,  $\bar{r} = 0.65 - 0.70$ ).

Quando l'elica opera in un campo di velocità uniforme, tutte le forze agenti sull'elica si riducono alla spinta applicata lungo l'asse dell'elica ed al momento torcente che si trova nel piano

di rotazione dell'elica. In flusso non-uniforme, le forze agenti su ogni pala sono funzioni periodiche. Esse vengono ridotte ad un vettore forza principale, avente direzione inclinata rispetto all'asse dell'elica, e ad un momento principale agente su un piano ruotato rispetto al piano di rotazione. Di conseguenza, oltre la spinta ed il momento torcente, sull'elica appaiono una forza trasversale  $F_\theta$ , scomponibile in una forza orizzontale  $F_y$  ed in una forza verticale  $F_z$ , ed un momento flettente  $M_\theta$ , a sua volta scomponibile in un momento orizzontale  $M_y$  ed in un momento verticale  $M_z$ .

Se si considera il sistema di forze agenti sulla singola pala, le espressioni delle proiezioni della forza e del momento sugli assi coordinati sono calcolabili come

$$F_{yz} = \frac{Q_{\theta z}}{R_o} \sin \theta = F_{\theta z} \sin \theta \quad F_{zz} = -\frac{Q_{\theta z}}{R_o} \cos \theta = -F_{\theta z} \cos \theta \quad (11.64)$$

$$M_{yz} = T_\theta \cdot Z \cdot R_o \sin \theta \quad M_{zz} = T_\theta \cdot Z \cdot R_o \cos \theta \quad (11.65)$$

dove  $R_o$  è il raggio del centro di pressione sulla pala.

Per l'elica si avrà

$$\left. \begin{aligned} F_y &= \sum_{i=1}^Z F_{yz} & ; & & F_z &= \sum_{i=1}^Z F_{zz} \\ M_y &= \sum_{i=1}^Z M_{yz} & ; & & M_z &= \sum_{i=1}^Z M_{zz} \end{aligned} \right\} \quad (11.66)$$

In flusso uniforme, queste forze globali sono nulle. In flusso non uniforme le forze ed i momenti addizionali, così come la spinta ed il momento torcente sull'asse dell'elica, sono funzioni periodiche multiple del numero di giri e del numero di pale dell'elica.

Quando si calcolano le forze periodiche e si effettua l'analisi dei risultati, è conveniente utilizzare il campo di velocità scomponendone i valori in serie di Fourier ad ogni raggio al quale siano state effettuate le misure della scia nominale

$$\left. \begin{aligned} \bar{V}_x &= \frac{V_x}{V} = a_{ox} + \sum_{n=1}^{n_k} (a_{nx} \cos n\theta + b_{nx} \sin n\theta) \\ \bar{V}_\theta &= \frac{V_\theta}{V} = a_{o\theta} + \sum_{n=1}^{n_k} (a_{n\theta} \cos n\theta + b_{n\theta} \sin n\theta) \end{aligned} \right\} \quad (11.67)$$

I coefficienti  $a_{nx}$ ,  $b_{nx}$ ,  $a_{n\theta}$  e  $b_{n\theta}$  sono funzioni della coordinata radiale  $r$ , e possono essere determinati come risultato dell'analisi armonica del campo di velocità. Descrivendo in tal modo il campo di velocità, anche le espressioni delle componenti delle forze e dei momenti idrodinamici, che compaiono sull'elica agente nel campo di scia non uniforme, possono essere descritte in serie di Fourier. Quando si derivano queste espressioni, appare la cosiddetta *azione di filtro dell'elica*, secondo la quale il carico idrodinamico dell'elica è causato dalla presenza delle armoniche, del tutto determinate dalla decomposizione del campo di velocità. Ciò consente di

presentare le componenti delle forze e dei momenti idrodinamici in serie di Fourier, con un numero finito di termini nell'angolo  $\theta$  e con armoniche multiple del numero  $Z$  di pale dell'elica

$$\left. \begin{aligned}
 T &= T_o + \sum_{n=1}^{n_k} (T_n \cos nZ\theta + T_n \sin nZ\theta) \\
 Q &= Q_o + \sum_{n=1}^{n_k} (Q_n \cos nZ\theta + Q_n \sin nZ\theta) \\
 N_y &= N_{y_o} + \sum_{n=1}^{n_k} (N_{y_n} \cos nZ\theta + N_{y_n} \sin nZ\theta) \\
 N_z &= N_{z_o} + \sum_{n=1}^{n_k} (N_{z_n} \cos nZ\theta + N_{z_n} \sin nZ\theta) \\
 M_y &= M_{y_o} + \sum_{n=1}^{n_k} (M_{y_n} \cos nZ\theta + M_{y_n} \sin nZ\theta) \\
 M_z &= M_{z_o} + \sum_{n=1}^{n_k} (M_{z_n} \cos nZ\theta + M_{z_n} \sin nZ\theta)
 \end{aligned} \right\} \quad (11.68)$$

Di norma, si considerano solamente le prime armoniche, oppure le prime e le seconde armoniche delle forze e dei momenti, determinate dalle relazioni (11.68), per cui nell'applicazione di queste formule è sufficiente porre  $n_k = 1$ , oppure al massimo  $n_k = 2$ .

### 11.7.2 Raccomandazioni per ridurre le vibrazioni

I valori delle forze e dei momenti idrodinamici, dati dalle relazioni (11.68), sono determinate in base alle semplici relazioni deducibili dalle espressioni generali (11.61)÷(11.66), supponendo che la spinta ed il momento torcente dell'elemento di pala siano funzioni lineari del coefficiente d'avanzo relativo.

L'azione di filtro dell'elica comporta che le fluttuazioni della spinta e del momento torcente dipendano solamente dai valori delle armoniche di ordine  $nZ$ , mentre le fluttuazioni delle componenti della forza trasversale e del momento flettente derivano solamente dalle armoniche di ordine  $nZ \pm 1$ . Le parti stazionarie di tutte le componenti dipendono dai valori delle prime armoniche.

Una caratteristica dello spettro del campo di velocità per navi monoelica è la predominanza delle armoniche di ordine pari e la riduzione delle ampiezze delle armoniche al crescere del loro ordine. Una tendenza simile si riscontra anche per navi bieliche. Le eliche con un numero pari di pale sviluppano fluttuazioni più elevate della spinta e del momento torcente, mentre producono fluttuazioni inferiori del momento flettente e della forza trasversale, rispetto alle eliche con un numero dispari di pale, sulle quali si hanno fluttuazioni significative del momento flettente e della forza trasversale, e piccole fluttuazioni della spinta e del momento torcente.

Queste deduzioni consentono di stabilire alcune raccomandazioni che mirano a ridurre il carico idrodinamico agente sull'asse dell'elica. La più importante è l'omogeneità del campo di scia nel piano del disco-elica, che può essere migliorata solamente nelle prime fasi del progetto. Più avanti, durante il progetto definitivo dell'elica, una maggiore omogeneizzazione del campo di scia può essere ottenuta solamente applicando appendici poppiere equalizzatrici, rettificatori di flusso o mantelliasimmetrici.

Una volta che il campo di scia non-omogeneo non possa essere più modificato, una delle poche scelte ancora disponibili consiste nell'aumentare il numero di pale. Occorre in tal caso considerare che esiste il pericolo di ridurre il rendimento dell'elica, peggiorandone anche le qualità cavitative. Per grandi navi con elevato coefficiente di carico di spinta, l'aumento del numero di pale, fino a 6–8, non porta praticamente ad una riduzione dell'efficienza dell'elica.

La fluttuazione della pressione è generalmente proporzionale all'accelerazione del volume delle cavità. Il calcolo del volume delle cavità può richiedere la conoscenza della distribuzione di pressione sulla pala dell'elica, in direzione sia radiale che circonferenziale. La condizione del flusso nella zona dell'apice delle pale ha un'influenza notevole sui processi cavitativi. La formazione ed il successivo distacco dei vortici d'apice complicano ulteriormente la condizione del flusso sugli apici di pala. Di conseguenza, i programmi di calcolo per la previsione dei volumi delle cavità sono particolarmente complessi.

Per evitare ampiezze elevate delle pressioni indotte dalla cavitazione =, la curva dei volumi deve esibire le curvature minime. Ciò può essere ottenuto minimizzando i picchi di scia e progettando adeguatamente l'elica. Scegliere una maggiore area espansa e la riduzione del carico sull'apice di pala imponendo un passo ed una curvatura minori sui raggi esterni è la misura più efficace. Inoltre, mediante uno 'skew' si può ottenere una configurazione di pala nella quale le singole sezioni di pala non tutte soggette simultaneamente al massimo carico, mentre la curva dei volumi è resa uniforme in direzione circonferenziale.

In base all'esperienza, la sola ampiezza di pressione al di sopra dell'elica non è sufficiente a caratterizzare il comportamento dell'elica dal punto di vista della cavitazione. Perciò non possono essere formulati limiti universalmente validi per le ampiezze di fluttuazione delle pressioni indotte. Queste ampiezze dipendono non solamente da vincoli tecnici, quali possono essere la luce d'apice dell'elica, la potenza da trasmettere, ecc., ma anche dal compromesso necessario tra efficienza propulsiva totale e fluttuazione delle pressioni. In ogni caso, le ampiezze di pressione alla frequenza di pala da 1 a 2, da 2 a 8 e al di sopra di 8 kPa in un punto direttamente al di sopra della pala dell'elica possono essere categorizzate rispettivamente come basse, medie ed elevate. Le fluttuazioni della forza verticale totale alla frequenza di pala, quale integrale delle fluttuazioni di pressione, dovrebbero variare da 10 kN per una piccola nave a 100 kN per una nave container di elevate prestazioni. Qualora queste rilevanti forze di eccitazione dovessero produrre elevate vibrazioni, le cause andrebbero ricercate nelle caratteristiche dinamiche della struttura della nave e andrebbero giudicate sulla base di un'analisi delle vibrazioni forzate.

Una misura effettiva per ridurre il carico periodico consiste nel progettare ed applicare eliche adattate alla scia con elevato 'skew-back', che fa sì che le sezioni di pala vedano il flusso sotto un migliore angolo d'incidenza a valori differenti dell'angolo  $\theta$ .

## 11.8 Pressioni indotte dall'elica sullo scafo

Il problema delle vibrazioni indotte dall'elica sullo scafo assunse un'importanza vitale nel progetto delle navi a partire dalla metà degli anni '70 del secolo scorso, ossia con l'esplosione del primo gigantismo navale.

È stato sottolineato in precedenza che tra tutte le sorgenti principali di eccitazione a bordo di una nave (Fig. 11.7) la più importante è l'elica cavitante che induce un campo di pressioni fluttuanti sul fasciame di scafo. L'azione dell'elica in un campo irregolare di scia tende a far crescere le forze di superficie al di sopra del livello che si avrebbe con l'elica operante in un flusso uniforme. Occorre partire perciò dallo studio degli aspetti fisici che costituiscono la genesi del campo di pressione suddetto.

È noto che un aumento dell'ampiezza della pressione fluttuante ed una variazione della relazione di fase sulle pressioni fluttuanti sono causate dalla cavitazione non-stazionaria che dipende dalla distribuzione di scia (Huse, 1975). Questi effetti della cavitazione non-stazionaria sulle pressioni fluttuanti producono forze di superficie maggiori di quelle che si hanno nel caso di non-cavitazione o di cavitazione non-stazionaria. Ciò significa che è importante studiare preventivamente la cavitazione per potere stimare affidabilmente le forze di superficie sul fasciame di scafo.

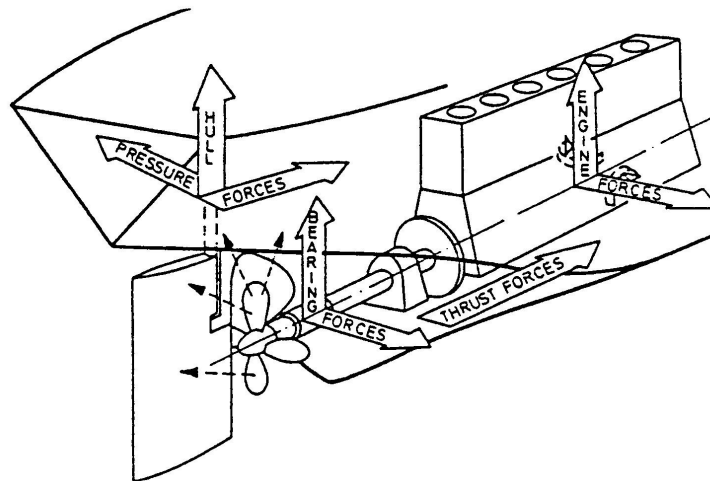


Figura 11.7. Principali sorgenti di eccitazione a bordo di una nave

### 11.8.1 Aspetti fisici

L'azione di un'elica nel campo di scia variabile tridimensionale genera su ogni pala una spinta ed un momento torcente non-stazionari a causa della continua variazione della velocità d'incidenza per differenti posizioni angolari di pala nella scia. I livelli di turbolenza locale nel flusso, dovuti allo strato limite ed all'interazione elica-carena così come ai moti nave, accentuano le variazioni della spinta. La forte interazione tra l'elica ed il flusso proveniente dalla carena può causare grandi variazioni delle velocità che investono l'elica.

Si hanno così variazioni nella distribuzione di pressione su ogni sezione, ragion per cui, quando ogni pala ruota, essa trascina con sé un campo di pressione variabile dovuto sia alla portanza di ogni sezione, sia agli effetti dello spostamento del fluido causato dallo spessore della sezione. Questo campo di pressione ciclica genera le forze di eccitazione sullo scafo; comunque, il loro effetto è piccolo quando le pale non presentano cavitazione e le luci sono maggiori del 15% del diametro.

L'eccitazione dominante dell'elica può avere origine dagli impulsi di pressione agenti sulla carena, indotti dalla crescita e dal collasso delle bolle sulle pale dell'elica. L'importanza relativa della cavitazione da questo punto di vista può essere desunta dalla Figura 11.8.

Esistono differenze significative tra il campo di pressione indotto da un'elica non-cavitante e quello indotto da una cavitazione transitoria, sia rispetto alle variazioni dell'angolo di fase, sia rispetto alla maniera con la quale gli impulsi di pressione diminuiscono al crescere della distanza dall'elica. Nello studio della fatica strutturale all'estrema poppa, dovrebbero essere considerati gli impulsi di pressione totale sulla superficie di carena vicina all'elica, consistenti del contributo sia dell'elica non-cavitante che della cavitazione.

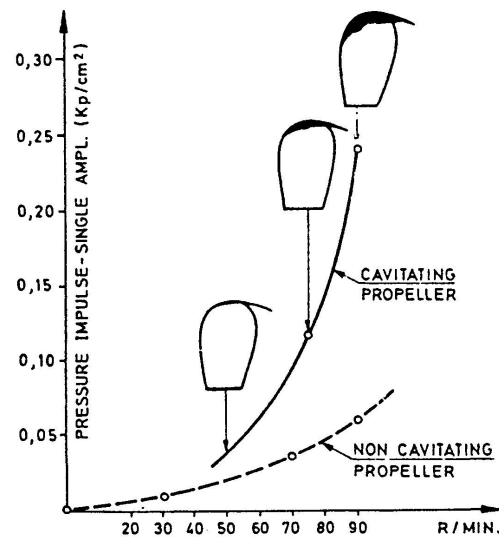


Figura 11.8. Ampiezze di pressione per elica cavitante e non-cavitante

Nei calcoli delle risposte delle strutture di scafo e delle sovrastrutture sono importanti solamente gli integrali delle forze di eccitazione totali sulla superficie di carena, mentre può essere



trascurato il contributo a queste forze da parte degli impulsi di pressione non-cavitante. Le ragioni fondamentali per questa corretta assunzione sono le seguenti:

- la pressione dovuta ad un'elica non-cavitante è pressoché proporzionale all'inverso del quadrato della distanza dall'elica, contrariamente ad un'elica cavitante dove la pressione decresce pressoché in proporzione inversa alla distanza;
- gli angoli di fase delle pressioni dovute alla cavitazione sono quasi costanti su gran parte della carena, mentre gli angoli di fase delle pressioni indotte da un'elica non-cavitante variano lungo la carena.

### 11.8.2 Forze di pressione

Il campo di pressione fluttuante indotto dall'elica è generato soprattutto dai seguenti fattori:

- spessore delle pale e carico idrodinamico per l'elica non-cavitante;
- crescita e collasso della cavitazione sulle pale dell'elica.

Il campo di pressione indotto dall'elica non-cavitante può essere calcolato con ragionevole accuratezza da molti decenni (Huse, 1968), dipendendo fondamentalmente dai seguenti parametri:

- numero di pale dell'elica;
- spessore di pala.

Quando esiste cavitazione, occorre innanzi tutto calcolare i volumi transitori della cavità dovuti a stretti ed elevati picchi di scia, la derivata seconda dei quali rispetto al tempo d'implosione consente di determinare il valore della pressione in qualunque zona del dominio di calcolo.

Le forze vibratorie sulla carena a poppa hanno origine direttamente dall'azione del campo di pressione indotto dalle pale dell'elica e indirettamente dall'azione del campo di velocità sulla carena che richiede una risposta di 'riflessione' da parte della carena e delle appendici circostanti. Le pressioni indotte su una superficie piana di estensione apprezzabile, con lati di estensione pressoché pari al diametro dell'elica, sia assialmente che trasversalmente, sono doppie rispetto a quelle riscontrabili nelle stesse posizioni in assenza di questa superficie. Quando la superficie è incurvata o troncata, oppure quando si trova su un lato dell'elica (come l'area di uno skeg), l'interazione tra elica e superficie è più complicata e difficile da prevedere con tecniche semplici.

Esistono parecchi fattori che contribuiscono a generare le pressioni indotte nel campo fluido intorno all'elica. Per un'elica investita da un flusso uniforme ed in assenza di altre superfici, le pressioni sono causate da

- distribuzione del carico medio sulle pale;
- spessore o effetto di spostamento prodotto dal volume di pala.

Ognuno di questi due contributi è costituito da due termini: uno è essenzialmente una funzione pari della distanza assiale  $x$  dal piano del disco-elica; l'altro è essenzialmente una funzione dispari<sup>1</sup>. Le ampiezze di queste pressioni diminuiscono molto rapidamente al crescere della distanza dal centro dell'elica. Questo fatto, insieme ai comportamenti pari e dispari della funzione, ha consentito di sviluppare formule per il calcolo delle forze agenti sulla carena quando questa è piatta (navi portacontainer e ro-ro) e disposta simmetricamente intorno all'elica, anche se un poppa piatta è indesiderabile per quanto concerne le forze di vibrazione.

L'entità delle forze di superficie non dipende solamente dal livello delle fluttuazioni di pressione. La dimensione della superficie di carena esposta alle pressioni indotte è ovviamente importante nella quantificazione delle forze risultanti. Per superfici sostanzialmente piane, le fluttuazioni delle pressioni totali sulla superficie sono doppie di quelle che si avrebbero in uno spazio libero.

Per superfici incurvate, le pressioni possono essere considerate date da

$$\tilde{p} = \tilde{p}_o [1 + R(x, y, z)]$$

dove  $\tilde{p}_o$  è la pressione nello spazio libero ed  $R$  è un rapporto di riflessione della superficie che può essere minore dall'unità, o considerevolmente maggiore dell'unità come è stato indicato da misure e calcoli effettuati da Huse.

Il modo più efficace per ridurre la pressione indotta consiste nel migliorare la distribuzione di scia e/o nel variare la geometria dell'elica.

L'esperienza ha dimostrato che sono i seguenti parametri dell'elica ad avere un'influenza significativa sugli impulsi di pressione:

- distribuzione radiale dal carico di pala;
- skew-back delle pale dell'elica;
- area di pala.

Va osservato che, in generale, il numero di pale dell'elica ha un effetto marginale sugli impulsi di pressione derivanti dalla cavitazione. La Figura 11.9 dimostra cosa si ottenne variando le eliche su due navi.

Fu necessario passare da cinque a quattro pale sulla nave 1 a causa dell'eccitazione della sovrastruttura vicina alla risonanza. Una riduzione significativa delle fluttuazioni di pressione fu ottenuta con una nuova elica a quattro pale, riducendo il carico sull'apice di pala. Nella nave 2 furono cambiate le pale convenzionali dell'elica a passo variabile con pale svirgolate. I miglioramenti ottenuti furono notevoli; infatti, la pressione alla frequenza di pala fu ridotta da circa 17 kN/m<sup>2</sup> a 6.5 kN/m<sup>2</sup>.

Una differenza significativa tra le pressioni indotte dall'elica non-cavitante e quelle indotte dalla cavitazione transitoria è il modo con il quale esse diminuiscono al variare della distanza dall'elica. La pressione indotta da un'elica non-cavitante è pressoché proporzionale a  $1/r^{2.5}$ , mentre per la pressione prodotta dalla cavitazione intermittente è proporzionale a  $1/r$ , dove  $r$  è

<sup>1</sup>Una funzione è pari quando è  $f(-x) = f(x)$ , mentre è dispari ogni volta che è  $f(-x) = -f(x)$

la distanza di un qualsiasi punto del campo dal centro della cavità. In Figura 11.10 è tracciata una distribuzione schematica di pressione sulla superficie di carena, dovuta ai contributi sia di un'elica non-cavitante che di un'elica cavitante.

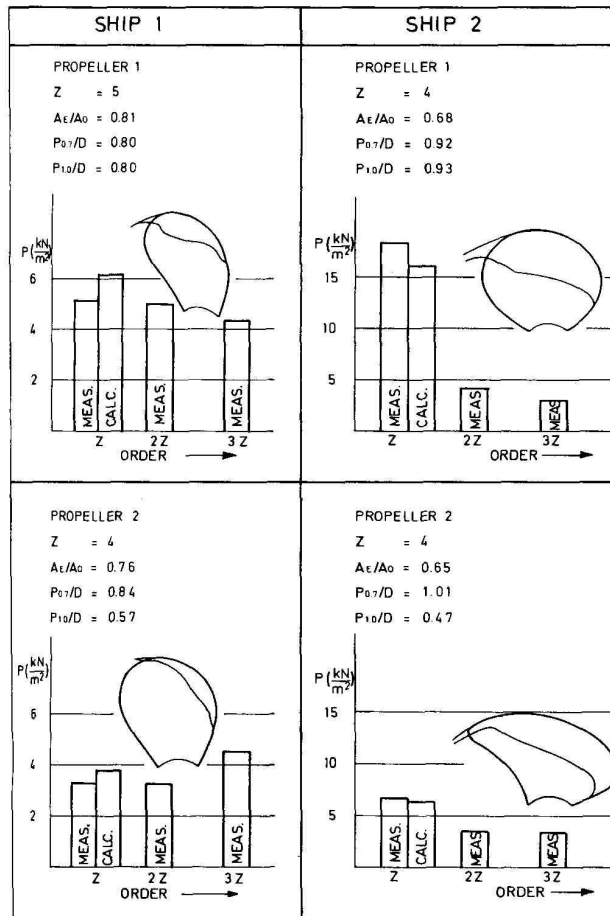


Figura 11.9. Fluttuazioni di pressione sulla superficie di carena di due navi con eliche differenti

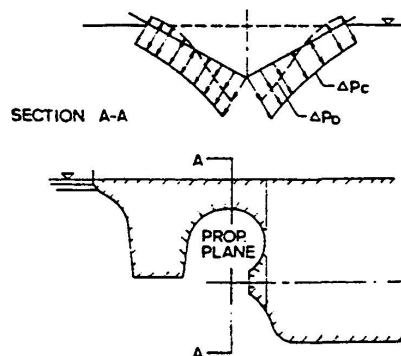


Figura 11.10. Distribuzione di pressione idealizzata indotta da eliche cavitanti e non-cavitanti

La distribuzione della forza totale lungo la carena è tracciata schematicamente in Figura 11.11 per le condizioni di pieno carico e di zavorra.

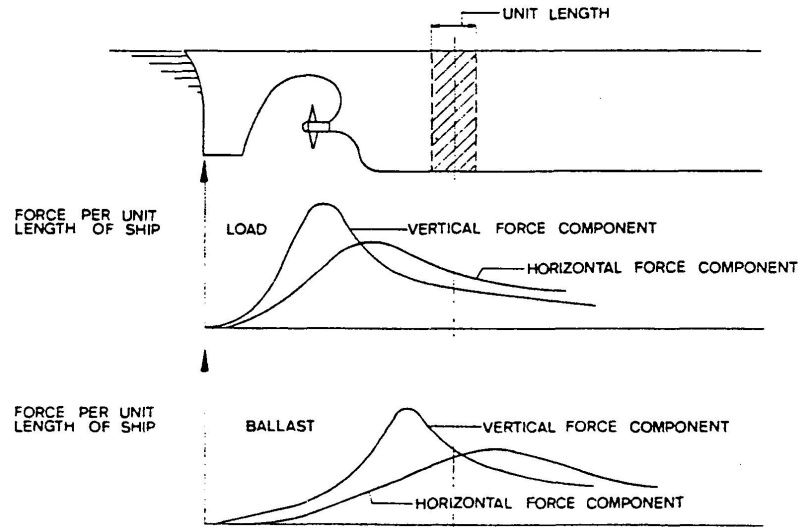


Figura 11.11. Distribuzione idealizzata delle forze di eccitazione lungo la carena

Poiché questa forza totale è sostanzialmente costituita dal contributo della cavitazione, è importante conoscere i tipi di cavitazione che la determinano. Dal punto di vista dell'eccitazione sulla carena, possono essere identificati quali maggiori contribuenti:

- la cavitazione a lamina sul dorso della pala,
- il vortice d'apice e la cavitazione collassante esternamente alla pala,
- la cavitazione per vortice d'apice tra elica e carena.

In generale, il vortice del mozzo non contribuisce significativamente alle vibrazioni di scafo a meno che non sia molto forte ed ecciti il timone. La cavitazione sulla faccia, sebbene contribuisca al rumore ad alta frequenza, non partecipa significativamente all'eccitazione di forze di pressione sullo scafo. Tranne che per le navi le quali richiedono una bassa segnatura del rumore irradiato, la maggior parte dei problemi dovuti all'eccitazione prodotta da eliche cavitanti sono associati ad una cavitazione del tutto sviluppata.

Quanto all'eccitazione indotta dalla cavitazione, la cavitazione a lamina e la cavitazione a vortice hanno attratto la maggior parte delle attenzioni in quanto ritenute responsabili di gran parte della pressione indotta. Questi due tipi di cavitazione possono formarsi sulle pale oppure esternamente alle pale di un'elica. In generale, la cavitazione sulla pala è responsabile della componente in frequenza con il passaggio di pala e delle sue prime armoniche, mentre la cavitazione esterna alla pala spesso collassa in maniera semicasuale dando luogo soprattutto a pressioni con le armoniche più alte multiple della frequenza di pala.

Le pressioni pulsanti che interagiscono con la carena producono vibrazioni sulla struttura della nave, che a loro volta producono un campo di pressione reattivo. Il profilo modale dello scafo

influisce sul carico dinamico e, quindi, sul livello di risposta di una certa struttura alla distribuzione della pressione di eccitazione generata dall'elica.

L'esperienza derivante da prove sperimentali su modelli e da osservazioni al vero indica che la cavitazione che si sviluppa a metà della lunghezza di corda, ossia la cavitazione a nuvola, a schiuma, a vena, nonché la cavitazione a lamina sulla faccia della pala di un'elica, costituiscono le cause primarie dell'erosione dell'elica, mentre un'estesa cavitazione a lamina sul dorso della pala (che copra 50% o più dell'area di pala) è responsabile del crollo della spinta. La cavitazione influisce assai sia sull'entità che sul carattere fluttuante della pressione indotta. Tale influenza è relativamente maggiore per un'elica con un maggiore numero di pale.

## 11.9 Entità delle forze di eccitazione indotte dall'elica

Le grandezze relative delle diverse forze di eccitazione dipendono da molti fattori. Qui sono considerate le forze ed i momenti alla frequenza di pala che producono le risposte verticali e longitudinali sulla carena.

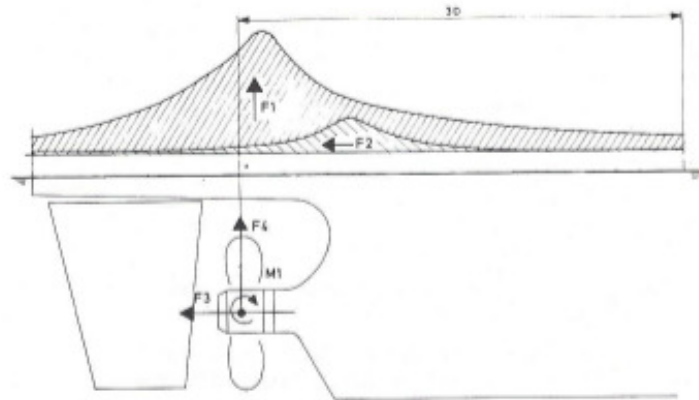


Figura 11.12. Definizione delle forze e dei momenti di superficie prodotti dall'elica

Queste forze sono indicate in Figura 11.12, dove

- $F_1$  - componente verticale integrata delle fluttuazioni di pressione dall'estrema poppa  
- a tre volte il diametro dell'elica a proravia del piano del disco-elica
- $F_2$  - come  $F_1$ , ma in direzione longitudinale
- $F_3$  - fluttuazioni della spinta
- $F_4$  - forza idrodinamica verticale prodotta dall'elica
- $M_1$  - momento flettente orizzontale idrodinamico prodotto dall'elica
- $P_z$  - fluttuazioni di pressione alla frequenza di pala al di sopra dell'elica
- $\bar{A} = \bar{F}_1/P_z = F_1/(P_z \cdot T_o)$  area normalizzata rispetto alla spinta

È importante osservare che la forza di eccitazione è funzione non solo degli impulsi di pressione, ma anche dell'area esposta della superficie di carena.

La Tabella 11.6 riporta le forze, percentualizzate rispetto alla spinta media dell'elica, ed i momenti, percentualizzati rispetto al momento torcente, dei calcoli effettuati dal DnV su diciassette navi; le grandezze normalizzate sono indicate come  $F_1$ ,  $F_2$ , ecc. Il fattore  $\bar{A}$  può essere considerato come un'area effettiva, normalizzata rispetto alla spinta media, sulla quale agiscono le fluttuazioni di pressione.

<i>Tipo</i>	<i>L-B</i>	$V_S$	$Z$	$\bar{F}_1$	$\bar{F}_2$	$\bar{F}_3$	$\bar{F}_4$	$\bar{M}_1$	$P_z$	$\bar{A}$
Ro-Ro	L	22	5	71	22	3	1	11	6.2	11.5
	B	23		47	18	3	1	10	7.0	6.7
Ro-Ro	L	21	5	46	7	2	1	10	4.1	11.2
Ro-Ro	L	20	4	110	–	7	1	12	16	7.3
Ro-Ro	L	18	4	44	6	4	1	10	3.7	11.9
LNG	L	21	5	18	7	1	1	18	6.1	3.0
LNG	L	21	6	9	10	3	1	7	5.7	1.6
LNG	L	21	6	18	10	9	7	6	5.5	3.3
LPG	L	18	5	11	3	3	1	5	3.5	3.1
LPG	L	18	5	32	15	6	1	6	3.5	9.1
OBO	L	17	5	11	3	2	1	4	2.4	4.6
Bulk	L	16	6	52	22	5	1	10	3.3	15.8
Tanker	L	15	4	29	12	5	1	9	3.1	9.4
	B	18	4	18	9	5	1	9	3.7	4.9
Cargo	L	19	4	28	10	9	1	12	3.9	7.2
MPC	L	15	4	18	–	5	5	4	12	17.2
Ferry	L	21	4	12	–	5	1	9	3.7	3.2
Ferry	L	21	4	120	–	5	2	10	16	7.5
Ferry	L	21	4	31	–	3	1	11	5.2	6.0
Note	L: pieno carico			B: zavorra						
	V <sub>S</sub> : velocità nave			MPC: nave da carico misto						

Tabella 11.6. Forze di vibrazione su diversi tipi di nave

La forza verticale dovuta alle fluttuazioni di pressione può essere perciò formulata come

$$F_1 = P_z \bar{A} T_o \quad (11.69)$$

dove  $T_o$  è la spinta media.

È importante osservare che la forza di eccitazione  $F_1$  non è solo funzione degli impulsi di pressione, ma anche dell'area della superficie di carena esposta.

La relazione tra  $F_1$  e  $F_2$  dipende dalle forme di carena a poppa dal momento che sono componenti della stessa distribuzione della forza. Perciò la differenza di fase tra le due forze è di circa 180°; ovvero, quando  $F_1$  è massima verso l'alto,  $F_2$  è massima in direzione longitudinale in avanti. Le forze di superficie che impattano sulla carena sono le forze maggiori per tutte le navi esaminate. Le forze sulla linea d'assi sono dell'ordine di grandezza indicato in Figura 11.3

Le prime quattro navi nella Tabella 11.6 sono navi ro-ro che hanno forme simili - grandi superfici piatte sopra le eliche, le quali sono del tutto immerse nella condizione di pieno carico. A pieno carico il rapporto  $\bar{A}$  varia tra 11.2 e 11.9 per tre delle quattro navi. Per l'altra nave questo valore è 7.2 a causa delle luci insufficienti così che l'effetto su  $P_z$  dell'elica non-cavitante risulta significativo. Ma poiché questo effetto è locale, ha un effetto marginale sulla forza  $F_1$ .

In sintesi, la Tabella 11.6 illustra l'ampia variazione nelle entità delle forze di eccitazione prodotte dalle eliche. Si conferma che l'ampiezza della pressione ad di sopra dell'elica non è un criterio affidabile per avere l'entità delle forze di superficie senza tenere conto la particolare forma di carena e le luci.

## 11.10 Esame delle pressioni indotte nel processo progettuale

Affrontare il problema della determinazione progettuale delle pressioni indotte richiede che il team progettuale disponga di affidabili schemi previsionali per quanto riguarda sia le forze di eccitazione agenti sullo scafo, sia la risposta strutturale della nave. Tuttavia, nonostante i grandi progressi registrati negli ultimi decenni nel progetto dell'elica, ancora oggi non è possibile fornire regole semplici ed efficaci per la scelta delle luci, del numero di pale, del grado di 'skew', ecc., anche perché le tecniche esistenti per il calcolo delle pressioni indotte non sono state applicate ad un numero sufficiente di configurazioni di navi da permettere la derivazione di linee guida definitive. Questo limite sarà ridotto nel tempo, man mano che si affineranno i metodi teorici e si avranno a disposizione le analisi di molte misure al vero.

<i>Fase</i>	<i>Descrizione</i>	<i>Attività della fase progettuale</i>
I	Progetto concettuale	Generazione ed identificazione delle configurazioni non dominate; scelta della soluzione migliore possibile
II	Progetto preliminare	Ottimizzazione della configurazione scelta nella fase I; specifica dettagliata della geometria e delle prestazioni basata su metodi analitici avanzati
III	Progetto finale	Definizione della geometria finale e previsione numerica delle prestazioni da validare in base a prove sperimentali su modello
IV	Revisione del progetto	Definizione della natura del problema; specifica delle modifiche di carena e/o dell'elica; iterazione delle fasi III e IV

Tabella 11.7. Linee guida lungo le fasi progettuali

Le analisi devono essere effettuate in una sequenza che sia corretta relativamente ad ogni fase del processo progettuale, così come sono sintetizzate in Tabella 11.7.

Nella fase concettuale del progetto si utilizza un modello matematico per la generazione di soluzioni alternative, che incorpora criteri elementari per le pressioni indotte ed un approccio

decisionale multiattributo per la selezione. Nel progetto preliminare si utilizzano metodi analitici e codici di calcolo diretto. Nel progetto finale le analisi effettuate nella fase II possono essere completate e validate da prove sperimentali. La eventuale fase di revisione del progetto è focalizzata sulle origini del problema dell'eccitazione eccessiva; vanno individuati i possibili rimedi quali modifiche retroattive che possono mitigare le forze di pressione.

Allo scopo di limitare le vibrazioni delle navi entro un livello accettabile, molti Registri di Classifica hanno sviluppato *linee guida* per il progetto, l'analisi, le procedure di misurazione ed i criteri. Ad esempio, l'American Bureau of Shipping (2018) per le navi container più lunghe di 30 metri richiede il calcolo delle risposte vibratoie delle strutture della nave, per le navi LNG richiede un'attenzione particolare per il possibile collasso delle membrane a causa delle vibrazioni di scafo, per la navi passeggeri e da carico può fornire notazioni di classe per l'abitabilità dell'equipaggio ed il comfort dei passeggeri. L'ABS impone il monitoraggio delle vibrazioni dei motori e dei macchinari e la verifica dei livelli di vibrazioni delle linee d'assi.

### 11.10.1 Progetto concettuale

Questo stadio del progetto serve a determinare i valori delle grandezze geometriche principali e le proprietà tecniche delle navi migliori possibili.

In questa fase, gli elementi disponibili ai progettisti sono:

- dati storici (navi simili, disomogeneità di scia; livelli di pressione e vibrazioni) e metodi empirici sulla base dei quali costruire il modello matematico;
- linee guida;
- specifiche progettuali iniziali.

In questa fase progettuale, il tema delle vibrazioni locali va trascurato in quanto informazioni geometriche e meccaniche dettagliate non sono in genere disponibili.

Banche dati storiche possono fornire stime iniziali circa la forma più opportuna di carena a poppa e la non-uniformità di scia, che, insieme alla prima stima della spinta dell'elica, consentono di effettuare la previsione iniziale del diametro, del numero di giri e delle luci elica-carena. Al termine di questa fase progettuale, sono definite le "top-level specifications", ossia le specifiche progettuali che stabiliscono i vincoli ed i livelli attesi delle prestazioni della nave. In questa fase, ogni specifica legata ai limiti delle vibrazioni viene tradotta in una distribuzione limite delle forze di superficie entro un certo intervallo di frequenze di eccitazione.

Questa fase del progetto è caratterizzata da un piccolo numero di parametri progettuali che sono definiti con precisione, mentre le variabili indipendenti sono determinate in maniera casuale entro i loro campi di definizione. Le stime iniziali dei fattori di eccitazione richiedono la valutazione agli estremi dei loro intervalli così come intorno al loro valore medio, per cui i risultati di questa fase progettuale non possono essere considerati precisi; essi producono solamente un insieme di possibili soluzioni.



In questa fase, la scelta dell'apparato motore e le prestazioni propulsive sono i fattori di primaria influenza. Fortunatamente, la tendenza verso velocità più basse dei motori e verso maggiori diametri dell'elica contribuiscono a ridurre l'incidenza dei fattori che causano cavitazione, proprio perché aumenta il numero di cavitazione. Per le eliche ottimali, il diametro aumenta più lentamente di quanto diminuisca il numero di giri; aumentano, quindi, i margini contro le forze di eccitazione.

Poiché un aumento del rendimento dell'elica è associato anche ad un numero di giri più basso e ad un diametro maggiore, un'eccitazione ridotta dell'elica ed una diminuzione del consumo di combustibile sono obiettivi compatibili.

I metodi empirici e semiempirici rappresentano tentativi di razionalizzare e generalizzare l'esperienza storica ed i dati ottenuti da specifici studi progettuali e sperimentali. I metodi empirici richiedono analisi di regressione di grandi quantità di dati rispetto a variabili geometriche o quasi-idrodinamiche. I metodi semiempirici implicano l'introduzione di modelli teorici semplificati che includano le variabili chiave allo scopo di rendere i risultati più sensibili all'effettiva fisica del fenomeno.

Tali metodi rendono possibile una prima valutazione delle seguenti grandezze fisiche:

- parametri di scia;
- pressioni indotte sul fasciame;
- forze agenti sullo scafo.

L'approccio statistico alla base di questi metodi consente di avere a disposizione semplici relazioni numeriche tra le forze di eccitazione totale ed i livelli di vibrazione. Possono essere applicati criteri sulle pressioni indotte quali linee guida approssimate per verificare che i livelli di eccitazione siano accettabili; ma, poiché niente è contenuto in questi criteri circa le caratteristiche di risposta della struttura nave, vanno utilizzati grandi margini di sicurezza.

Se le specifiche progettuali non sono soddisfatte durante le stime iniziali, si possono variare i campi di definizione delle variabili primarie, e/o di qualche parametro geometrico dell'elica, e/o della carena a poppa, fino ad individuare un insieme di soluzioni che soddisfino completamente i vincoli progettuali. Le variabili ed i parametri finali delle soluzioni preferite diventano i valori obiettivo da raggiungere ed i vincoli da rispettare nella fase progettuale successiva.

### 11.10.2 Progetto preliminare

Questa fase progettuale implica la trasformazione delle soluzioni preferite nel progetto concettuale nel disegno delle forme di carena e nella realizzazione del progetto dell'elica. Questa fase è guidata dai livelli degli obiettivi e dai vincoli ai quali devono sottostare le variabili progettuali, così come sono stati identificati nel progetto concettuale.

In questa fase progettuale sono effettuati calcoli diretti con metodi analitici e/o numerici variando le forme di carena, la geometria dell'elica, il suo posizionamento e le sue condizioni

operative. A seguito delle analisi basate su tecniche di ottimizzazione nonlineare vincolata viene scelta l'opzione ottimale che costituisce la base del progetto finale. Il progetto preliminare richiede che siano sviluppate le voci riportate in Tabella 11.8.

<i>Oggetto</i>	<i>Attività</i>
Specifiche progettuali	Definizione delle funzioni obiettivo
Progetto delle forme di carena	Esame delle caratteristiche cruciali per soddisfare gli obiettivi; livelli di scia, luci e superficie soggetta a pressioni indotte
Stima della scia	Utilizzo di metodi semiempirici e/o di dati da navi similari
Progetto dell'elica	Progetto idrodinamico dell'elica adattata alla scia
Calcolo delle prestazioni	Utilizzo di metodi analitici e/o numerici per stimare le pressioni indotte e le forze di superficie
Scelta progettuale	Decisioni per la scelta della soluzione ritenuta ottimale

Tabella 11.8. Attività nel progetto preliminare

### Approccio Progettuale

Nella fase del progetto preliminare, le specifiche, come derivate dalla fase concettuale del progetto, indicano le quantità stimate degli attributi progettuali che servono a quantificare e qualificare la qualità del progetto concettuale scelto come *progetto migliore possibile*.

Dal punto di vista delle vibrazioni, quattro sono gli elementi più importanti:

- forze di eccitazione,
- rigidità,
- rapporto tra frequenza di eccitazione e frequenze del sistema,
- smorzamento.

Intervenire su ognuna di queste voci può e deve contribuire alla riduzione delle vibrazioni; in particolare:

1. *Ridurre l'ampiezza delle forze di eccitazione.* Nelle vibrazioni indotte dall'elica le forze di eccitazione stazionarie e non-stazionarie possono essere ridotte variando le caratteristiche idrodinamiche non-stazionarie dell'elica. Il che implica variazioni delle forme poppiere di carena e delle luci per ridurre la disomogeneità del campo di scia e/o variazioni geometriche dell'elica stessa.
2. *Aumentare la rigidità.* La rigidità è definibile come la forza elastica per deformazione unitaria. In generale, la rigidità va accresciuta, piuttosto che diminuita, quando le variazioni della frequenza naturale devono essere ottenute mediante variazioni della rigidità. Non è pratica raccomandata ridurre la rigidità del sistema per limitare le vibrazioni.

3. Evitare valori del rapporto delle frequenze vicino all'unità. La condizione di risonanza è  $\omega/\omega_n = 1$ . In condizioni di risonanza, l'eccitazione è riducibile solamante grazie allo smorzamento. Si osservi che il rapporto  $\omega/\omega_n$  può essere mutato variando la frequenza di eccitazione o la frequenza naturale  $\omega_n$ . Lo spettro della frequenza di eccitazione  $\omega$  dipende dal numero di giri di un macchinario ruotante, oppure, nel caso delle vibrazioni indotte dall'elica, variandone il numero di giri o il numero di pale. La frequenza naturale del sistema varia per effetto di variazioni della massa e/o di incrementi della rigidezza del sistema.
4. *Aumentare lo smorzamento.* Lo smorzamento di sistemi strutturali in generale, e delle navi in particolare, è piccolo. Perciò, tranne quando si è molto vicino alla risonanza, l'ampiezza della vibrazione è pressoché indipendente dallo smorzamento. Inoltre, è difficile aumentare lo smorzamento in misura significativa in sistemi quali le navi. In generale, lo smorzamento è il meno efficace dei quattro parametri disponibili ai progettisti per introdurre migliorie nelle caratteristiche di vibrazione delle navi.

In questa fase progettuale l'attenzione va focalizzata su due dei suddetti quattro elementi di giudizio e di valutazione progettuale; questi due elementi sono le *forze di eccitazione* ed il *rapporto delle frequenze*. Intervenire su queste due voci ha permesso di progettare molte navi con successo sia minimizzando le sorgenti primarie di eccitazione, sia evitando situazioni di risonanza.

Compito primario dei progettisti nel progetto preliminare è quello di determinare:

- la vibrazione verticale eccitata dal motore principale;
- le vibrazioni non-stazionarie indotte dall'elica;
- le vibrazioni sulle sovrastrutture

Quanto alle vibrazioni locali, sui passamano, sulle antenne, ecc., queste possono riguardare risonanze strutturali locali che devono essere considerate di minore importanza, in quanto possono essere ridotte o eliminate grazie ad un aumento della rigidezza locale.

### Progettazione delle forme di carena

Le forme di carena costituiscono sia il corpo che genera la scia, la quale influisce sull'entità della dinamica della cavitazione, sia il meccanismo di trasferimento alle strutture delle forze prodotte dal campo di pressione indotto dalla cavitazione.

I vincoli relativi ai parametri di scia ed i livelli di pressione ammissibili, derivati nella fase concettuale del progetto, devono essere derivati in maniera tale da essere compatibili con la pressione e le forze limite. È anche possibile utilizzare questi dati insieme alle linee guida generali per determinare forme di carena compatibili, ossia con un processo inverso (progetto).

Il team progettuale deve quindi:

- generare il corpo poppiero con luci  $a_x/D$  e  $a_z/D$ , valori  $\tau$  delle sezioni trasversali ed angoli d'uscita delle linee d'acqua  $\phi$ , che tendano a ridurre la disomogeneità di scia;

- costruire linee guida generali per lo sviluppo delle forme di carena;
- generare le forme di carena in un formato adatto al calcolo della scia.

### **Stima della scia**

Esistono metodi empirici per stimare i parametri globali di scia, che richiedono la definizione delle forme di poppa. Le configurazioni competitive, generate in precedenza, possono essere valutate con questi metodi, allo scopo di confermare che il progetto soddisfa i parametri di scia desiderati.

I parametri stimati di scia servono anche per il progetto dell'elica una volta che siano stati convertiti dalla scia nominale, in scala modello, a scia effettiva al vero.

### **Progetto dell'elica**

Nel progetto preliminare, dove sono ancora sotto esame più opzioni, è consigliabile utilizzare un codice basato sulla teoria della linea portante con fattori di correzione per superficie portante dei rapporti di passo e di curvatura delle linee mediane delle sezioni, nonché strumenti di analisi legati a specifiche linee guida come segue:

- derivare la distribuzione della scia media effettiva circonferenziale;
- scegliere una distribuzione di 'skew' bilanciato;
- scegliere alternativamente una distribuzione radiale
  - della circolazione (con attenzione al carico sull'apice di pala),
  - del rapporto di passo basato su metodi empirico-statistici;
- scegliere una distribuzione di spessore che soddisfi i requisiti di robustezza di un Registro di Classifica;
- controllare i rapporti finali di passo;
- effettuare un nuovo ciclo progettuale dell'elica per correggere:
  - le lunghezze di corda allo scopo di soddisfare i criteri di cavitazione,
  - la distribuzione del passo (o della circolazione) per soddisfare i requisiti di rendimento.

### **Calcolo delle prestazioni**

Una volta che sia stata derivata la geometria dell'elica in base alla distribuzione della scia media effettiva circonferenziale, si può effettuare una valutazione rapida usando i semplici metodi empirici già utilizzati nella fase del progetto concettuale. Ma quando siano disponibili sistemi di analisi basati sulla teoria della linea portante, possono essere effettuate stime più accurate delle pressioni e delle forze di superficie.

In questa fase l'utilizzo dei metodi della linea portante sono consigliabili in quanto:

- la loro consistenza è congruente con l'accuratezza dei dati relativi alla scia;
- sono veloci e richiedono una potenza di calcolo moderata;
- generano dati sufficienti per reiterare il progetto con maggiore accuratezza;
- sono sensibili ai principali fattori che influenzano le forze di eccitazione.

### Scelta del progetto

La procedura di selezione progettuale coinvolge stime delle prestazioni propulsive e delle risposte strutturali, nonché dei costi di costruzione per la carena e per l'elica.

In questa fase progettuale, il riscontro negativo di un qualsiasi obiettivo nella fase di stima delle prestazioni, richiede, a partire dalla geometria dell'elica e dalle forme di carena, nuove combinazioni della struttura locale, dei dettagli geometrici dell'elica, le quali soddisfino le specifiche progettuali. La soluzione ottenuta serve da base per la fase progettuale finale.

#### 11.10.3 Progetto finale

Questa fase progettuale richiede una definizione accurata delle forme di carena e della geometria dell'elica. A questo punto dovrebbero essere considerati anche i disturbi causati dalle varie appendici.

In questa fase progettuale è essenziale la determinazione sperimentale su modelli delle forze vibratorie sullo scafo, riproducendo le componenti tangenziali e radiali della scia nominale e le componenti di flusso totale. Una possibile sequenza di eventi in questa fase progettuale comprende le voci riassunte in Tabella 11.9. Al termine di questa fase progettuale, il piano sagomatore dell'elica può essere inviato al costruttore.

<i>Oggetto</i>	<i>Attività</i>
Specifiche progettuali	Estese e rivisitate in base ai risultati delle fasi I e II
Progetto delle appendici	Considerazione delle appendici e dei dettagli geometrici che influenzano i flussi locali sulle pale dell'elica
Stima della scia	Calcoli della scia nominale in base a prove su modello
Progetto dell'elica	Progetto idrodinamico (superficie portante)
Scelta progettuale	Utilizzo dei metodi della superficie portante per progettare le prove sperimentali di cavitazione su modello ed al vero

Tabella 11.9. Attività nel progetto finale

### **Specifiche progettuali**

Come risultato dell'esame sulle configurazioni alternative dell'elica e della carena, ottenute nella fase II, risulta ridotto il numero delle variabili libere, nonché il loro campo di definizione.

### **Progetto delle forme di carena**

Una volta scelta la soluzione ottimale nella fase progettuale preliminare, si dovrebbe stabilire l'influenza delle appendici e dei fori (soprattutto i tunnel degli spintori trasversali poppieri) sui disturbi del flusso sull'elica e si dovrebbero definirne le geometrie in accordo con la buona pratica ingegneristica. I requisiti principali relativi alla carena sono quelli di evitare separazione, locale e su grande scala, del flusso che penetra nella zona superiore del disco-elica. È essenziale porre attenzione ai dettagli della forma delle linee d'acqua e dei suoi terminali, ed alle luci davanti e dietro l'elica se si vuole avere una distribuzione accettabile della scia.

### **Analisi del flusso intorno alla carena**

I tipi più semplici di analisi delle forme di carena sono le visualizzazioni standard della scia e del campo di flusso, che sono effettuate da decenni in tutte le vasche del mondo. Negli ultimi venti anni i sistemi LDV e PIV hanno permesso la misura dei campi di flusso in prossimità delle eliche operanti (scia totale), sebbene il loro utilizzo sia limitato generalmente a progetti di ricerca. Il che consente di derivare la scia effettiva (la cosiddetta scia TMI, totale meno indotta).

Negli ultimi due decenni i metodi numerici hanno progredito dai flussi potenziali sul corpo doppio, passando per i flussi a superficie libera con strati limite, a risolutori RANS. Codici di questo tipo possono essere utilizzati per ottenere stime della scia più accurate di quelle fornite dai metodi empirici. Questi codici possono indicare anche specifiche zone di carena che possono contribuire ad elevati picchi di scia, causati da forte decelerazioni del flusso lungo le linee di corrente che attraversano la parte superiore del disco elica.

Finora tali metodi sono stati utilizzati soprattutto per prevedere i flussi nominali, per i quali esiste un certo grado di correlazione per quanto riguarda le componenti assiali. Non esistono riscontri significativi di calcoli accurati del flusso totale intorno all'elica quando ci siano forti interazioni elica-carena.

### **Scia effettiva**

Stimare la scia effettiva al vero è necessario per facilitare il progetto dettagliato dell'elica e soprattutto per valutare le sue prestazioni in cavitazione.

Comunque, la scia effettiva non può essere misurata e non è univoca, in quanto dipende dall'influenza mutua tra l'elica ed il flusso intorno alla carena. Una rappresentazione schematica del sistema è

$$w_t = w_i + w_e = w_i + [w_{ph} + w_{hp} + w_n]$$

dove

- $w_t$  : scia totale
- $w_i$  : scia indotta dall'elica
- $w_e$  : scia effettiva
- $w_{ph}$  : scia dall'elica alla carena
- $w_{hp}$  : scia dalla carena all'elica
- $w_n$  : scia nominale

La scia nominale della stessa carena mostra differenze quando le misure sono effettuate in diversi laboratori idrodinamici. Ciò è dovuto all'utilizzo di diversi stimolatori di turbolenza, di diversi tipi di tubi di Pitot o di strumenti LDV/PIV, alle dimensioni dei modelli ed ai metodi di interpolazione e di avviamento. Per minimizzare queste differenze casuali, si dovrebbe far uso dello stesso laboratorio durante tutto il ciclo progettuale.

#### 11.10.4 Condizioni non-contrattuali

Durante situazioni transitorie e/o off-design le pressioni indotte dall'elica possono essere molto più elevate di quelle relative alle condizioni contrattuali. Il che è dovuto a diverse ragioni:

- Le eliche sono generalmente progettate per una o due combinazioni tra velocità nave, potenza motore e numero di giri dell'elica; queste caratteristiche non sono le migliori per altre condizioni.
- Il sistema propulsivo principale impone talvolta un valore fisso del numero di giri; a velocità intermedie l'elica opera in condizioni non adeguate con un valore troppo elevato del numero di giri ed un valore troppo basso del passo medio.
- Durante le fasi di accelerazione e decelerazione della nave, gli angoli d'incidenza delle pale dell'elica sono spesso lontani dai valori normali; ne deriva che possono instaurarsi diversi tipi di cavitazione sulle ed intorno alle pale con elevate forze di eccitazione sulla carena.
- Il processo d'innesto e di disinnesto, quando varia il numero di motori principali, può portare a situazioni transitorie dove possono generarsi elevate fluttuazioni di pressione.

Tali situazioni off-design e transitorie sono state osservate spesso soprattutto sulle grandi navi passeggeri; di qui la loro importanza e le loro conseguenze:

- il grado di comfort sulle navi passeggeri e da crociera sarà definito sempre più dai livelli di vibrazione nelle situazioni off-design e di manovra, che stanno entrando nelle specifiche contrattuali;
- i vincoli ambientali imposti dai fornitori di molti materiali installati a bordo dovranno includere le situazioni transitorie.

## 11.11 Stima della pressione indotta

Esistono tre metodologie per prevedere l'entità delle forze di superficie: metodi empirici, metodi teorici avanzati e misure sperimentali.

Per mitigare gli effetti della cavitazione sulla pressione indotta fin dalle fasi iniziali del progetto, riducendo la quantità delle necessarie analisi teoriche e delle lunghe e costose prove sperimentali nelle fasi più avanzate del progetto, sono stati sviluppati metodi pratici e criteri elementari per definire livelli accettabili di pressione indotta dall'elica in funzione dei parametri geometrici primari.

Il modo più semplice e rapido per avere una stima iniziale delle ampiezze delle pressioni indotte è quello basato su un approccio statistico. I metodi empirici illustrati qui di seguito possono servire come linee guida pratiche per gli armatori, i progettisti, i cantieri ed i produttori di eliche.

Vengono illustrati alcuni metodi per la valutazione preliminare della pressione pulsante sul fasciame dello scafo poppiero, indotta da un'elica cavitante o non-cavitante. La forza eccitante risultante è determinata integrando la pressione lungo una zona della superficie di carena circostante il piano del disco-elica, trascurando l'eventuale sfasamento dei vettori pressione sui singoli punti del fasciame.

### 11.11.1 Metodi empirici

#### Metodo HSVA

Negli anni HSVA, la Vasca di Amburgo, ha collezionato i risultati di prove sperimentali su modelli di centinaia di diverse navi e modelli. L'analisi dei dati sperimentali ha mostrato la forte dipendenza tra le ampiezze della pressione fluttuante alla frequenza di pala e la potenza assorbita dall'elica.

Per navi monoelica è stata sviluppata la formula semplicissima ed alquanto approssimata

$$\Delta P = 0.165 P_D \quad [\text{kPa}] \quad (11.70)$$

dove la potenza al mozzo è misurata in megawatt.

#### Metodo MARIN

Il MARIN ha definito il cosiddetto *indice di difficoltà* come

$$DI = \frac{T + 0.61 (n D^3 V \Delta w_{0.8R})}{(h_{\text{tip}} + 10) D^2} \quad (11.71)$$



dove

- $T$  : spinta [kg]
- $n$  : velocità di rotazione dell'elica [rps]
- $D$  : diametro dell'elica [m]
- $V$  : velocità nave [m/s]
- $\Delta w_{0.8R}$  : variazione della scia circonferenziale al raggio  $\bar{r} = 0.8$
- $h_{\text{tip}}$  : battente dell'acqua sull'apice di pala

Un valore elevato dell'indice di difficoltà indica che il sistema elica-carena esibirà assai probabilmente vibrazioni inaccettabili (Jonk, 1990).

MARIN ha anche sviluppato una formula che lega l'ampiezza della pressione indotta alla luce tra apice di pala e carena per navi ro-ro e navi da crociera, ambedue bielica; la formula è

$$\Delta p = 0.635(P_S/a_z^2)^{0.8} \quad [\text{kPa}] \quad (11.72)$$

dove

- $P_S$  : potenza asse [kW]
- $a_z$  : luce verticale [m]

### Metodo DnV

Il DnV ha sviluppato un metodo empirico per la valutazione delle forze eccitate dall'elica a partire da un'analisi di regressione multipla che utilizza il metodo dei minimi quadrati (Holden, 1979; Holden et al., 1980). Le formule di regressione del DnV si basano su settantadue serie di dati completi di navi e modelli, per i quali è stata definita la correlazione della pressione sul fasciame per le frequenze della prima e della seconda armonica di pala, ed anche la correlazione della risposta alle vibrazioni verticali sulla perpendicolare addietro alle frequenze della prima armonica di pala. Si hanno i casi seguenti:

1. *Ampiezza di pressione indotta da elica non-cavitante*

Si ipotizza che il contributo massimo alle pressioni fluttuanti sulla carena derivi dal numero di pale e dal loro spessore; si trascura l'influenza del carico dinamico sulle pale. La formula seguente esprime l'ampiezza di pressione indotta alla frequenza di pala, trascurando le armoniche di ordine superiore; è data da

$$\Delta P_o = 12.45 \rho n^2 D^2 \cdot \frac{1}{Z^{1.53}} \cdot \left(\frac{t}{D}\right)^{1.33} \cdot \left(\frac{R}{d}\right)^{k_o} \quad (\text{Pa}) \quad (11.73)$$

con

$$\begin{aligned} k_o &= 1.8 + 0.4(d/R) && \text{per } (d/R) \leq 2 \\ k_o &= 2.8 && \text{per } (d/R) > 2 \end{aligned}$$

dove

$d$  è la distanza da  $\bar{r} = 0.9$  del punto considerato sulla carena immersa quando la pala è in posizione considerato del campo fluido,

$t$  è lo spessore massimo della sezione di pala al raggio  $0.7R$ .

### 2. Ampiezza di pressione per elica cavitante alla frequenza di pala

Questa ampiezza di pressione è data da

$$\Delta P_c = 0.098 \rho n^2 D^2 \cdot (J_1 - J_M) \cdot f_2 \left(\frac{1}{\sigma}\right)^{0.5} \cdot \left(\frac{R}{d}\right)^{k_1} \quad [\text{Pa}] \quad (11.74)$$

dove

$$k_1 = 1.7 - 0.7(d/R) \quad \text{per } (d/R) \leq 1$$

$$k_1 = 1.0 \quad \text{per } (d/R) > 1$$

Essa dipende tra l'altro

- dalla differenza tra il carico massimo e quello medio di pala, espresso come differenza tra i corrispondenti coefficienti di avanzo  $J_1$  e  $J_M$ , dove
  - $J_M = V_S(1 - w_{\max})/(nD)$  corrisponde alla minima velocità d'avanzo nella zona di pala intorno all'apice ( $\bar{r} = 0.9 - 1.0$ );
  - $J_1 = J_o + \Delta J$  dipende da  $J_o$ , coefficiente d'avanzo corrispondente alla velocità d'avanzo media, e da  $\Delta J$ , incremento di  $J$ , che a sua volta dipende dalla lunghezza di corda della sezione di pala a  $\bar{r} = 0.9$ , dal numero di pale, dal diametro dell'elica e dal rapporto  $A_E/A_0$ ;

- dal carico sull'apice di pala, espresso dal parametro

$$f_2 = \frac{(P \cdot f)^{0.95}}{(P \cdot f)^{0.85}}$$

dove  $P$  è il passo ed  $f$  è la curvatura massima alle sezioni radiali indicate;

- dall'indice di cavitazione basato sulla velocità al raggio  $0.7R$ .

$$\sigma = \frac{h_a + 10.4}{\frac{1}{2} \rho V_{0.7R}^2}$$

dove  $h_a$  è l'immersione dell'asse dell'albero portaelica.

### 3. Ampiezza della pressione totale alla frequenza di pala

L'ampiezza della pressione risultante, solo per la prima armonica, può essere espressa da

$$\Delta P_z = \sqrt{\Delta P_o^2 + \Delta P_c^2 - 2 \Delta P_o \cdot \Delta P_c \cos(180 - \phi)} \quad [\text{Pa}] \quad (11.75)$$

dove  $\phi = Z [25 - \tan^{-1}(y/x)]$  indica l'angolo di fase tra  $\Delta P_o$  e  $\Delta P_c$ , essendo  $x$  e  $y$  le coordinate del punto del campo, sul piano del disco-elica, dove si calcola la pressione totale. Questo valore deve essere confrontato rispetto alla probabilità di rotture nella zona del gavone poppiere.

4. Ampiezza di pressione per elica cavitante alla frequenza doppia della frequenza di pala

Questa ampiezza di pressione è calcolata mediante la formula di regressione

$$\Delta P_{2c} = 0.024 \rho n^2 D^2 \cdot (J_1 - J_M)^{0.85} \cdot \left(\frac{1}{\sigma}\right)^{0.5} \cdot \left(\frac{R}{d}\right)^{k_1} \quad [\text{Pa}] \quad (11.76)$$

**Metodo BSRA**

Questo metodo permette di definire approssimativamente, ma con sufficiente affidabilità, l'ampiezza della pressione indotta dall'elica in un punto della carena al di sopra dell'elica stessa, alla frequenza della prima armonica di pala.

Utilizzando il diagramma riportato in Figura 11.13, è possibile, per una determinata luce verticale  $a_z$  e per un certo diametro  $D$ , definire il corrispondente  $K_p$ , che è un coefficiente adimensionale di pressione di un'elica non-cavitante alla frequenza della prima armonica.

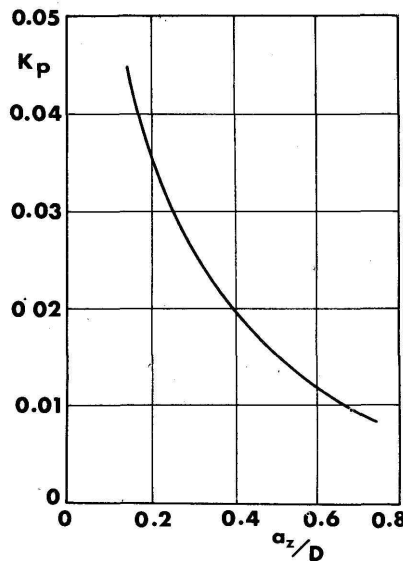


Figura 11.13. Dipendenza del coefficiente di pressione dalla luce verticale

Questo coefficiente vale

$$K_p = \frac{P_z}{\frac{1}{2} \rho n^2 D^2} \quad (11.77)$$

dove

- $P_z$  ampiezza di pressione per elica non-cavitante [kN]
- $n$  numero di giri dell'elica [ $\text{sec}^{-1}$ ]
- $D$  diametro dell'elica [m]

Una volta determinata  $P_z$ , si definiscono le grandezze  $w_\Delta$  e  $\sigma_{nI}$ ; si entra successivamente nel diagramma illustrato in Figura 11.14. Si determina così il valore  $\bar{P}_R$ , che rappresenta il

cosiddetto "fattore approssimato di incremento di pressione", dovuto alla cavitazione dell'elica. Infine la pressione  $P_z$  viene moltiplicata per  $\bar{P}_R$ , ricavando infine la pressione indotta dall'elica

$$P_{zca} = P_z \cdot P_R \quad (11.78)$$

### Metodo $J - \sigma$

Anche questo metodo consente il calcolo della pressione nei punti al di sopra dell'elica solo alla frequenza della prima armonica.

A questo scopo si devono predeterminare il coefficiente d'avanzo  $J$  al punto di funzionamento dell'elica ed il numero di cavitazione. Con questi valori si entra nel diagramma riportato in Figura 11.15, e si stabilisce il valore  $K_p$  corrispondente. Se ne può dedurre direttamente l'entità della pressione, espressa come

$$P = 0.5 K_p \cdot \rho n^2 D^2 \quad (11.79)$$

Questo metodo illustra gli effetti complessivi dell'indice di cavitazione e del carico sulla pala, anche se è impiegabile per una serie limitata di  $J$  e  $\sigma$ .

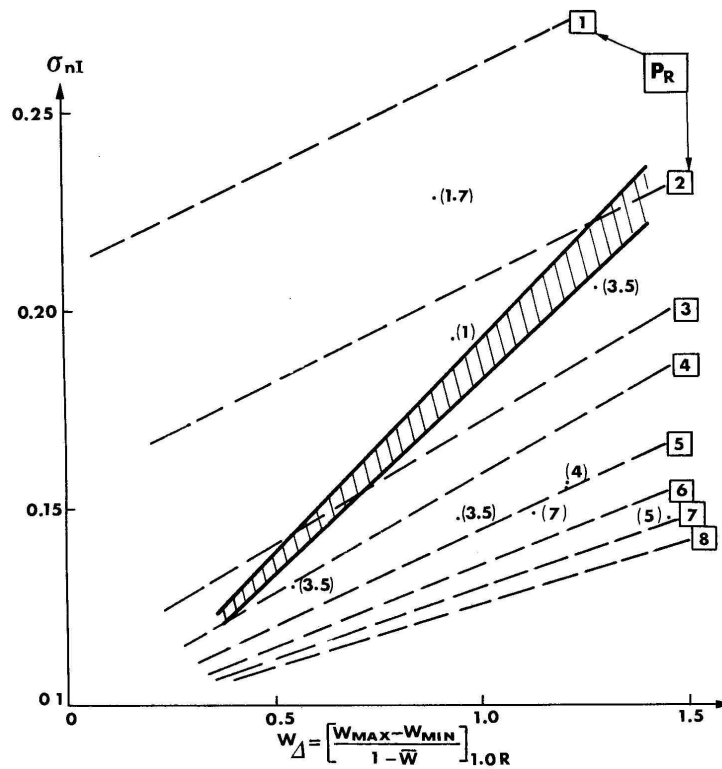


Figura 11.14. Fattore di amplificazione della pressione per effetto della cavitazione

### Metodo di Holtrop

A partire dagli esperimenti condotti nella Vasca depressurizzata del MARIN su carene ed eliche la cui geometria fu fatta variare sistematicamente, Holtrop (1979) ha sviluppato un ulteriore metodo di previsione statistica della pressione. Il modello matematico utilizzato si basa su una descrizione idrodinamica semplificata dei fattori che causano le fluttuazioni di pressione, le quali sono fatte dipendere solamente dalla variazione del volume delle cavità.

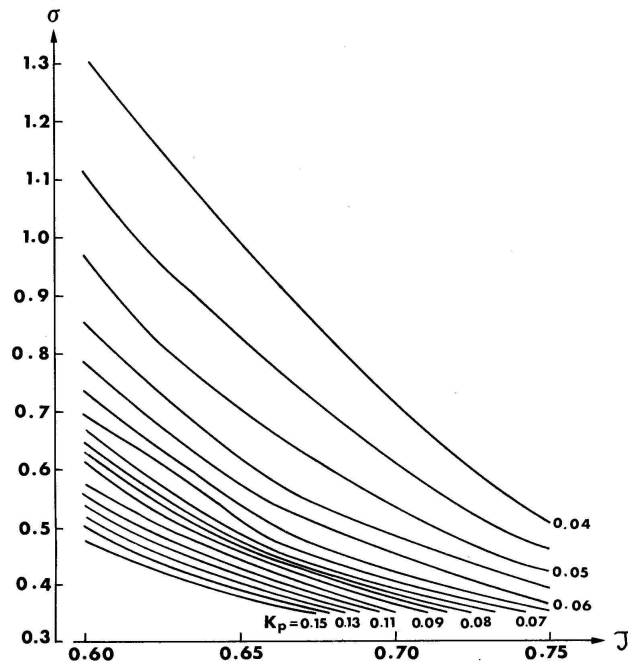


Figura 11.15. Dipendenza del coefficiente di pressione dall'avanzo e dalla cavitazione

Seguendo l'approccio di Noordzij (1976), il valore della pressione istantanea in un punto del campo può essere calcolato come

$$P_i = \sum_{m=1}^Z \pi \rho n^2 \frac{d}{d\phi} \int_{r_h}^R \frac{1}{d} \cdot \frac{dV_c}{d\phi} dr \quad (11.80)$$

dove

- $V_c$  volume della cavità sulla  $m^{\text{ma}}$  pala
- $n$  velocità di rotazione dell'elica
- $\phi$  posizione angolare della pala
- $Z$  numero delle pale
- $\rho$  massa volumica dell'acqua
- $d$  distanza del punto del campo

Questo metodo trascura i contributi dovuti allo spessore delle pale e delle cavità, nonché quelli dovuti al carico sulle pale. Il valore della forza di eccitazione totale si ottiene integrando le pressioni istantanee misurate a poppa per un certo numero di posizioni angolari, assumendo

come area di integrazione la parte immersa della poppa fino alla sezione che si trova  $1.5 D$  a proravia del piano dell'elica.

### 11.11.2 Metodi sperimentali

Le prove su modelli fisici per prevedere le pressioni indotte sullo scafo possono essere effettuate in gallerie di cavitazione o in impianti specializzati quali le vasche di rimorchio depressurizzate. In passato, la sistemazione in una galleria di cavitazione comprendeva la modellazione della superficie di carena a poppa fissando semplicemente un pannello piano o angolato al di sopra di un modello in scala dell'elica. Sebbene questa tecnica sia ancora utilizzata in molti laboratori navali, una pratica più adeguata prevede di utilizzare un modello parziale (la sola poppa). Un'attrezzatura particolare (wake screen) serve a riprodurre il campo di scia nominale ricavata preventivamente. Il vantaggio dell'utilizzo di un modello completo è doppio: in primo luogo aiuta a riprodurre correttamente il flusso intorno alla carena, e in secondo luogo facilita l'interpretazione delle pressioni misurate sulla superficie di scafo.

Per interpretare i risultati delle prove su modello, si ricorre all'analisi dimensionale in base alla quale si può dimostrare che la pressione  $p$  in un punto della carena al di sopra dell'elica dipende dalla seguente relazione funzionale:

$$p = \rho n D^2 \Phi(J, K_T, \sigma, Rn, Fn, a_z/D)$$

dove

$\rho$	densità dell'acqua [t/m <sup>3</sup> ]
$n$	velocità di rotazione dell'elica [rps]
$D$	diametro dell'elica [m]
$J$	coefficiente d'avanzo
$K_T$	coefficiente di spinta
$\sigma$	numero di cavitazione
$Rn$	numero di Reynolds
$Fn$	numero di Froude
$a_z$	distanza tra l'apice di pala e un punto sulla carena [m]

Si può, quindi, definire un coefficiente di pressione,  $K_p$ , come

$$K_p = \frac{p}{\rho n D^2}$$

In base alla precedente definizione, la pressione sulla superficie di scafo è funzione del carico sull'elica, del numero di cavitazione, della procedura di scalaggio, e dei numeri di Reynolds e di Froude.

Nelle prove di cavitazione, le condizioni di prova sono scelte di solito in maniera tale che il carico medio di spinta dell'elica, espresso da  $K_T$  e da  $J$  in identità di spinta, sia eguale per

l'elica modello e l'elica al vero. Inoltre, la pressione viene ridotta ad un livello tale che il numero di cavitazione sul modello ed al vero siano uguali sui punti corrispondenti del disco-elica. Ancora, se la prova su modello deve rispettare l'identità del numero di Froude, la prova può essere effettuata solamente in una vasca di rimorchio depressurizzata o in una galleria di cavitazione con superficie libera. In una galleria di cavitazione senza superficie libera, la velocità di rotazione dell'elica modello è scelta entro limiti pratici condizionati dalla capacità della galleria, dalle attrezzature disponibili e dagli intervalli di regolazione della pressione statica.

Sebbene il rispetto dell'eguaglianza del numero di cavitazione e del numero di Froude possa essere realizzato nella maggior parte delle prove su modello, l'identità del numero di Reynolds può essere rispettata molto raramente. Per tenere conto dell'effetto scala nelle misure su modello, si crea talvolta rugosità sul bordo d'ingresso della pala per garantire un flusso turbolento sulle pale dell'elica. Comunque, andrebbe osservato che gli effetti scala esistono non solo sul flusso intorno alla superficie di pala ma anche sul flusso a monte dell'elica.

### 11.11.3 Metodi teorici

Un'alternativa efficace e veloce alle prove su modelli è l'utilizzo di metodi numerici. La procedura più comune consiste nella combinazione di un metodo basato sulla teoria della superficie portante e di un metodo a pannelli.

La teoria della superficie portante non-stazionaria è un metodo a potenziale, che assume che il flusso sia non-viscoso ed irrotazionale. Le pale dell'elica e la cavitazione a lamina possono essere modellate con una combinazione di vortici e sorgenti, che sono allocati sulla superficie della pala e nella scia a valle.

Il flusso incidente può essere stazionario nel caso di elica isolata, oppure non-stazionario per un'elica dietro carena. A diversi intervalli di tempo, ovvero per diversi angoli di posizione di pala, sono calcolati per una pala la distribuzione di pressione, l'estensione ed il volume della cavitazione. In prossimità della radice di pala il comportamento della cavitazione non può essere calcolato con la necessaria accuratezza a meno che il mozzo non venga modellato con molta cura. La soluzione di questo calcolo è una distribuzione di singolarità che rappresenta l'azione dell'elica nelle sue vicinanze. L'informazione sul campo di flusso dietro la carena può essere ottenuta da misure sperimentali della scia nominale o da calcoli del flusso viscoso intorno alla carena con un risolutore commerciale RANSE (Reynolds Averaged Navier Stokes Equation).

Nel passo successivo si utilizza un metodo a pannelli per determinare la pressione indotta dall'elica sulla carena. Il corpo poppiero è modellato con una griglia di pannelli. Si crea una distribuzione di dipoli di intensità costante su ogni pannello. Se si considera una rappresentazione ad alta frequenza della superficie libera, con tale distribuzione di singolarità viene risolto il problema del valore al contorno (boundary value problem) sulla carena. I risultati sono le ampiezze complesse (ossia, ampiezze e fasi) delle pressioni fluttuanti sulla carena con frequenze  $q \cdot Z$ .

L'accuratezza di questi approcci numerici va crescendo. Nel caso di eliche con skew-back non elevato e carena convenzionali possono essere considerati uno strumento affidabile per confrontare i progetti di eliche alternative dal punto di vista dell'eccitazione delle vibrazioni. Tuttavia, il loro limite maggiore consiste nel fatto che non sono in grado di prevedere la cavitazione per vortice d'apice che contribuisce considerevolmente alle ampiezze della pressione indotta.

Va data la dovuta attenzione all'interpretazione dei risultati poiché questi sono particolarmente influenzati da fattori quali le procedure di scalaggio della scia, la modellazione della geometria dell'elica e della superficie di carena, la distribuzione dei fattori di vincolo e l'ordine delle armoniche della pressione. Inoltre, le procedure di calcolo dell'elica ipotizzano per la carena una condizione di corpo rigido, per cui non tengono conto la pressione auto-indotta dalle vibrazioni di scafo. Queste ultime vanno valutate con altri mezzi; tipicamente con modelli agli elementi finiti della struttura di scafo.

## 11.12 Criteri di pressione

Sono illustrati alcuni dei criteri pratici disponibili che possono essere utilizzati per la determinazione del livello massimo ammissibile di ampiezza della pressione indotta dall'elica rispetto al quale si devono confrontare i valori stimati di pressione. Questi criteri, insieme ai criteri di scia, permettono di verificare nelle fasi del progetto concettuale e preliminare la bontà del progetto dal punto di vista del livello di eccitazione indotta dall'elica sul fasciame di scafo.

Alcuni di questi criteri forniscono semplicemente i limiti superiori dell'ampiezza di pressione sulla carena alla frequenza di pala, senza tenere conto della cavitazione. Altri, più complessi, tengono conto delle caratteristiche geometriche della nave. In ogni caso, questi criteri vanno considerati come semplici linee guida nelle fasi iniziali del progetto della nave. I valori riportati devono essere considerati ragionevoli purché non esistano frequenze di risonanza nella struttura poppiera della nave.

### Criterio di Huse

Huse (1071) fu il primo a fornire un valore per il livello massimo ammissibile delle pressioni fluttuanti indotte dall'elica. Definì il limite superiore per le ampiezze di pressione misurate in un punto qualunque dello scafo al di sopra dell'elica come

$$P_{\max} = 850 \text{ [kp/m}^2\text{]} = 8.34 \text{ [kPa]} \quad (11.81)$$

Questo criterio ha il vantaggio di un'estrema semplicità, ma non tiene conto del fatto che per una data eccitazione dell'elica si possono avere tante risposte quante sono le tipologie e le forme di poppa delle navi.



### Criterion DnV

Devono risultare simultaneamente

$$\left. \begin{aligned} P_{1c} &\leq 8.0 \text{ [kPa]} \\ P_{2c} &\leq 0.5 P_{1c} \\ 2P &\leq 20 \text{ [kPa]} \end{aligned} \right\} \quad (11.82)$$

dove

- $P_{1c}$  ampiezza della prima armonica di pressione,
- $P_{2c}$  ampiezza della seconda armonica di pressione,
- $2P$  ampiezza doppia (da picco a picco) della pressione totale.

### Criterion HSVA

Secondo la Vasca di Amburgo deve risultare

$$K = \frac{2P}{(nD)^2} \leq 0.04 \quad (11.83)$$

dove

- $2P$  ampiezza doppia di pressione [kPa]
- $n$  numero di giri dell'elica [rps]
- $D$  diametro dell'elica [m]

Sono state sviluppate in HSVA raccomandazioni basate su dati sperimentali per i livelli di pressione massima ammissibile ( $\Delta p$  - singola ampiezza) alla frequenza di pala (Friesch, 2000), riportate in Tabella 11.10 per diversi tipi di nave.

<i>Tipo di nave</i>	$\Delta p$
Navi da crociera, ro-ro/pax	2
Navi portacontainers post-panamax	4
Navi portacontainers feeder	3
Tankers, bulk-carriers	5-6

Tabella 11.10. Raccomandazioni circa la pressione sulla carena

### Criterion SSPA

Questo criterio, proposto da Lindgren e Johnsson (1977) - vedi Figura 11.16 - consiglia di cadere entro la striscia definita come campo approssimato del criterio stesso. Per fissare un punto sul diagramma, occorre determinare l'ampiezza doppia della pressione ammissibile alla frequenza di pala in un punto al di sopra dell'elica secondo la formula

$$2 P_{\text{allow}} = 6.25 N_P \frac{a_x}{a_z} \cdot \frac{\nabla}{D^2} \cdot \left( 0.75 + \frac{75}{L_{PP}} \right) \quad [\text{Pa}] \quad (11.84)$$

in funzione del quoziente

$$\frac{P \cdot K}{\Delta \cdot Z \cdot c/D}$$

dove

- $N_P$  numero delle eliche
- $D$  diametro dell'elica [m]
- $a_x$  luce orizzontale dell'elica dal dritto di poppa al raggio  $0.8R$  dall'asse dell'elica [m]
- $a_z$  luce verticale dell'elica [m]
- $\Delta$  dislocamento nave a pieno carico [kN]
- $P$  potenza motore [kW]
- $K$  fattore di forma della sezione
- $c/D$  rapporto tra lunghezza di corda a  $0.9R$  e diametro dell'elica
- $\nabla$  volume di dislocamento [ $m^3$ ]
- $Z$  numero di pale dell'elica

Questo criterio tiene conto del fatto che più le navi sono grandi, meglio possono sopportare elevati livelli di pressione indotta dall'elica; il fattore correttivo  $(0.75 + 75/L_{PP})$  fa sì che i livelli di pressione per navi piccole non siano sottostimati.

I ricercatori del BSRA hanno suggerito che il criterio dello SSPA potrebbe essere troppo restrittivo, particolarmente quando nel segnale sono presenti componenti armoniche significativamente più elevate. La Figura 11.16 mostra la pressione ammissibile per un campione di dati dal BSRA che considera che una pressione fluttuante di 20 kPa da picco a picco (ampiezza doppia) dovrebbe costituire il limite superiore per una struttura ben progettata.

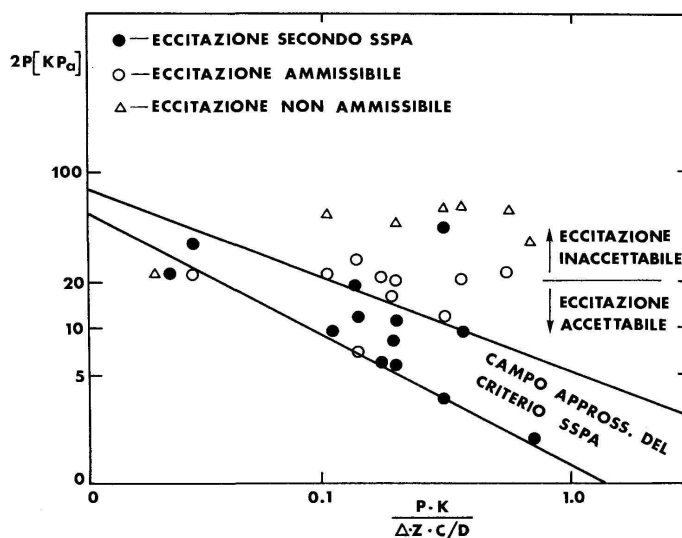


Figura 11.16. Criterio SSPA di massima pressione

### Criterio di Holden

Holden (1978) ha investigato un grande numero di navi delle quali erano disponibili le misure al vero degli impulsi di pressione e delle vibrazioni indotte. Derivò, mediante un'analisi di regressione, l'espressione seguente per le ampiezze di pressione massime ammissibili in un punto della poppa davanti all'apice di pala dell'elica nella posizione delle ore 12 dell'orologio

$$P_{cb} = P_{cb} = \frac{60400}{f_c(B/2 + 1)} \cdot \left(\frac{T_A}{D}\right)^{1.5} \quad [Pa] \quad (11.85)$$

dove

- $f_c$  frequenza di pala [Hz]
- $B$  larghezza della linea d'acqua a poppa [m]
- $T_A$  immersione a poppa [m]
- $D$  altezza di costruzione [m]

### Criterio di Björheden

Il criterio di Björheden (1979) è stato costruito a partire da misure al vero delle ampiezze di pressione indotte da eliche a passo variabile, ed è stato verificato su alcune eliche di tipo convenzionale. Essendo fondato sull'equazione di vibrazione di un sistema di massa singola, soggetto ad eccitazione armonica ed a smorzamento, tiene conto in una certa misura della rigidità della carena.

Ha costruito, di conseguenza, la seguente formula per l'ampiezza di pressione massima raccomandata, alla frequenza di pala, corrispondente ad un livello di velocità di vibrazione verticale di 4 mm/s (rms)

$$P_{rec} = 0.844 \frac{\nabla_A}{D^2} \sqrt{\left(\frac{1.4 \cdot 10^6 \cdot B \cdot H}{\nabla_A \cdot L \cdot f} - f\right)^2 + 7} \quad [Pa] \quad (11.86)$$

con

$$\nabla_A = \nabla \cdot (T_A/T)$$

dove

- $\nabla$  volume di progetto [m<sup>3</sup>]
- $T$  immersione di progetto [m]
- $T_A$  immersione sulla PpAD [m]
- $f$  frequenza di pala [Hz]
- $B$  larghezza fuori ossatura sulla PpAD [m]
- $H$  altezza di costruzione [m]

Ad una frequenza doppia della frequenza di pala e per un livello di velocità di vibrazione verticale di 7 mm/s, l'equazione corrispondente è

$$P_{\text{rec}} = \frac{1.24 \nabla_A}{10^3 D^2} \sqrt{\left(\frac{1.4 \cdot 10^6 \cdot B \cdot H}{\nabla_A \cdot L \cdot f} - f\right)^2 + 20} \quad [\text{kPa}] \quad (11.87)$$

Il livello massimo ammissibile (rms) vale

$$P_{\text{max}} = 1.75 P_{\text{rec}} \quad (11.88)$$

### 11.13 Procedura per la progettazione preliminare

Nonostante la semplicità di utilizzo, i metodi statistici presentati richiedono una mole di calcolo non irrilevante. Occorre utilizzarli entro il quadro di un sistema di progettazione interattivo che presupponga disponibili un programma per i calcoli idrostatici, uno per modifiche rapide delle forme di carena, ed uno per la definizione geometrica dell'elica. Il sistema è schematizzato nel diagramma di flusso di Figura 11.17.

Tale package è costituito da alcuni blocchi funzionali relativi a:

- definizione delle forme di carena mediante la loro generazione a partire dagli offsets di progetto e valutazione degli elementi geometrici (idrostatiche) per la condizione di pieno carico normale;
- previsione della distribuzione di scia in base alla valutazione degli otto parametri globali del campo di scia secondo le equazioni proposte dal BSRA;
- controllo del grado di disomogeneità del campo di velocità in base al criterio di scia accoppiato alla cavitazione, suggerito ancora dal BSRA; interazione per le modifiche delle forme di poppa fino ad ottenere ragionevolmente una maggiore uniformità di scia;
- scelta delle luci, delle caratteristiche principali dell'elica e definizione della sua geometria mediante un programma di calcolo che utilizzi serie sistematiche o, alternativamente, mediante un codice di calcolo basato sulla teoria della linea portante;
- calcolo dell'ampiezza di pressione indotta dall'elica sullo scafo con il metodo proposto dal DnV o con quello del BSRA;
- determinazione del livello ammissibile per l'ampiezza di pressione rispetto al quale devono risultare inferiori i valori calcolati al passo precedente: viene utilizzato il criterio SSPA;
- qualora i criteri di pressione adottati non siano soddisfatti, occorrerà ripartire dalla modifica di alcune caratteristiche principali della carena e/o dell'elica.

Per minimizzare le forze di pressione, occorre ridurre preliminarmente la disomogeneità della scia intervenendo sui seguenti fattori geometrici:

- *Forme di carena*: la componente di velocità assiale della scia segue generalmente l'andamento delle sezioni longitudinali poppiere e rappresenta il contributo principale per le armoniche di scia; una scia più uniforme comporterà una riduzione delle forze di pressione.

- *Luci dell'elica*: una luce elica-carena insufficiente indurrà eccessive forze di pressione sulla carena; la luce longitudinale è più importante di quella verticale; quali parametri di progetto dovrebbero essere utilizzate una luce minima verticale pari a  $0.2 D$  e longitudinale pari a  $0.5 D$ .

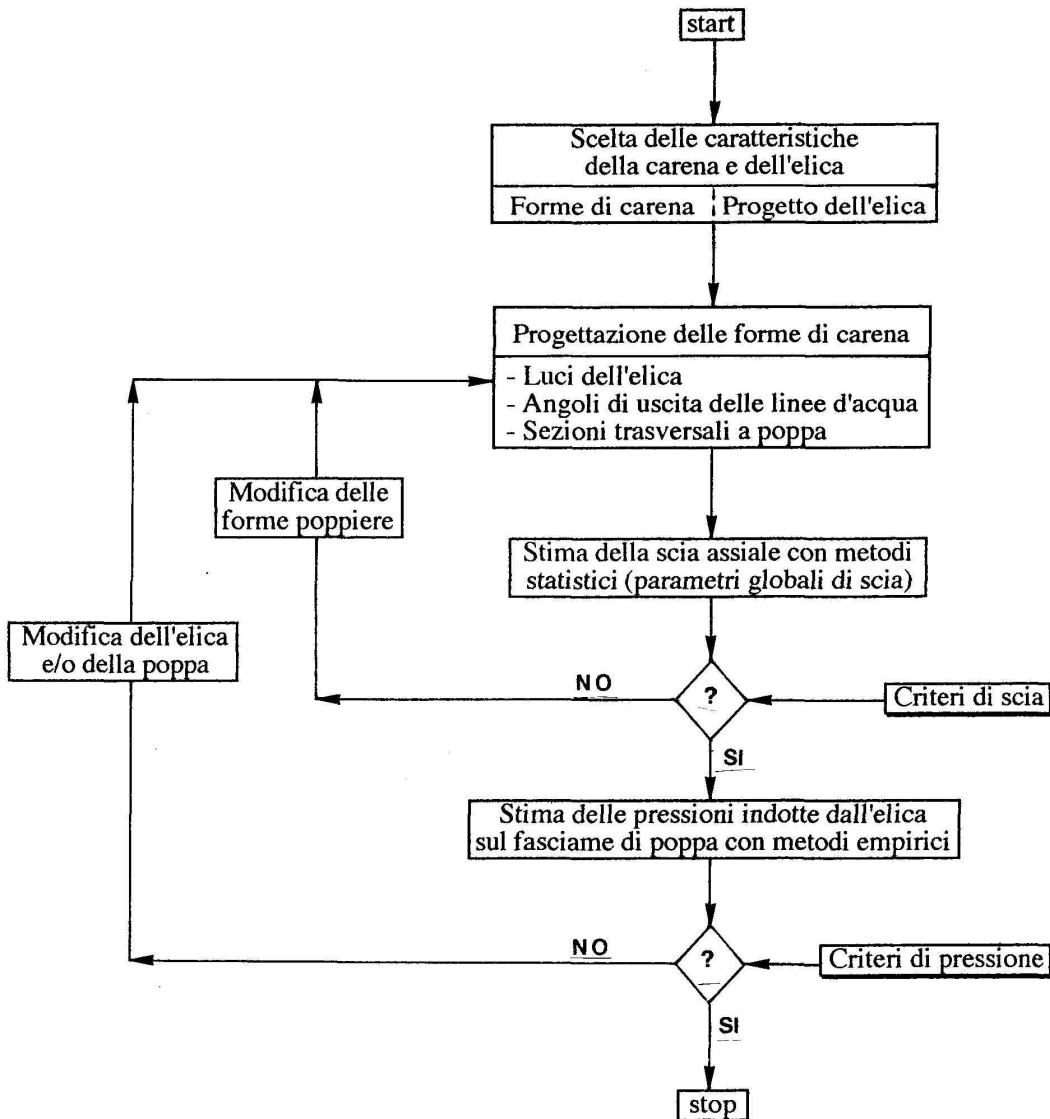


Figura 11.17. Diagramma di flusso della procedura di controllo delle vibrazioni indotte

Si può poi agire su alcune caratteristiche dell'elica:

- accentuando l'angolo di abbattimento;
- scaricando la zona intorno all'apice.
- allungando le corde delle sezioni ai raggi più esterni;
- riducendo il diametro.

Si possono ridurre le vibrazioni a poppa installando orizzontalmente un'aletta davanti e sopra l'elica. Può servire applicare un tunnel poppiero e/o un semi-mantello. In alcune di queste applicazioni su navi esistenti, le vibrazioni sul ponte di comando sono state ridotte del 50% in condizioni di pieno carico e più del doppio in zavorra. Queste misure non sono sempre efficaci specialmente su navi le cui poppe siano state ottimizzate dal punto di vista delle prestazioni in velocità. L'aletta e il tunnel sono vantaggiosi nell'omogeneizzare la distribuzione di scia e nel ridurre le forze indotte dalla cavitazione. Ma, di converso, la luce tra l'aletta o il tunnel e l'apice di pala diminuisce sensibilmente, per cui le forze sulla carena crescono notevolmente. È difficile, quindi, determinare teoricamente se tali soluzioni siano vantaggiose o meno.

È opportuno richiamare, infine, alcune indicazioni di massima per la riduzione della forza di eccitazione verticale:

- La forza di eccitazione diminuisce ovviamente riducendo la potenza.
- La riduzione delle pressioni non-stazionarie non è significativa se si riduce il numero di pale. Le fluttuazioni della pressione indotta dipendono solamente dalla formazione della cavitazione, in quanto il livello della forza eccitante dipende soprattutto dalla relazione di fase tra crescita e collasso della bolla di cavitazione sulle pale che attraversano il picco di scia. In condizioni di non-cavitazione, invece, le ampiezze delle fluttuazioni di pressione indotte da un'elica a tre pale sono da sei a nove volte maggiori della corrispettiva elica a sette pale.
- Il livello della forza di eccitazione è indipendente dalla variazione del rapporto di area espansa per la prima armonica; generalmente al crescere di questo rapporto diminuisce la componente della seconda armonica.
- All'aumentare dell'angolo di abbattimento, le forze di eccitazione generate dall'elica tendono a ridursi, specialmente nel caso di eliche a passo variabile.
- Riducendo il diametro dell'elica fino al 20%, ossia aumentando la luce verticale, si può ottenere una riduzione fino al 50% della pressione per la frequenza di pala, con una contemporanea minima riduzione del rendimento dell'elica stessa.

## 11.14 Minimizzazione dell'eccitazione delle vibrazioni

Anche se possono essere accettate ampiezze assai elevate delle pressioni indotte, quando le luci sono abbastanza ampie e lo scafo è alquanto rigido, altri vincoli progettuali limitano normalmente la luce verticale ed il peso dello scafo poppiero, così che è assolutamente importante minimizzare il livello delle pressioni non-stazionarie.

### Sistemazione dell'elica

Anche la migliore elica produrrà preoccupanti impulsi di pressione quando dovesse operare in condizioni di flusso alquanto disomogeneo. Nel caso di una nave monoelica, un coefficiente di

blocco non troppo alto in combinazione con un buon avviamento delle forme poppiere è importante per avere una buona scia. Sono fondamentali, quindi, per diverse alternative progettuali calcoli comparativi della scia con un risolutore RANSE e soprattutto una misura sperimentale della scia nominale sul modello fisico della nave.

Per le navi bieliche devono essere considerati ulteriori aspetti quali:

- un angolo d'inclinazione della linea d'assi il più piccolo possibile;
- un corretto allineamento dei braccetti portaelica in base all'andamento del flusso locale;
- un piccolo diametro della linea d'assi;
- una scelta corretta del verso di rotazione dell'elica.

Mentre i primi tre punti sono ben noti ai carenisti, l'influenza del verso di rotazione è pressoché sconosciuta. Di norma il verso di rotazione è determinato mediante prove comparative di autopropulsione che indicano quale sia quello che produce il maggiore rendimento quasi-propulsivo. Si tenga conto che, di solito, la differenza del suddetto rendimento, che si traduce in un equivalente risparmio di potenza, può valere fino al 3%. Tuttavia, quando si hanno forti componenti locali di velocità tangenziale nella zona del picco di scia assiale, le ampiezze di pressione dipenderanno sensibilmente dal verso di rotazione dell'elica (Johannsen, 2000).

Per la maggior parte delle navi bielica, una rotazione dell'elica verso l'esterno determina migliori prestazioni della nave dal punto di vista propulsivo. Se si presentano significative componenti di scia tangenziale, si può ottenere una riduzione degli impulsi di pressione indotta ruotando l'elica nello stesso verso della componente di velocità tangenziale.

## **Progetto dell'elica**

Un buon progetto dell'elica è uno dei punti chiave per prevenire indesiderata eccitazione delle vibrazioni. I calcoli basati sulla teoria della linea portante servono ad ottimizzare il diametro dell'elica e ad adattare la distribuzione radiale del carico alle peculiarità del campo di scia della nave. Si determinano, quindi, il rapporto di area espansa e lo spessore di pala in prima approssimazione. Mediante le teoria della superficie portante viene poi generata ed analizzata una nuova geometria di pala. Generalmente, questa analisi è effettuata numerose volte, modificando i dettagli di pala per raggiungere accuratamente il punto operativo progettuale e per ottenere un favorevole comportamento in cavitazione.

Talvolta, in questa fase progettuale è necessario mantenere la desiderata distribuzione radiale del carico, o anche il numero di pale scelto in precedenza per garantire un basso livello di eccitazione delle vibrazioni. Oltre a disporre di potenti codici di calcolo numerico, l'esperienza e la creatività del progettista di eliche sono essenziali per un progetto vincente. Inoltre, la sensibilità del progettista è necessaria per combinare al meglio la distribuzione di carico e la geometria di pala verso l'apice per evitare un vortice d'apice troppo forte, che a sua volta innescerebbe più facilmente la cavitazione.

Va ancora una volta sottolineata, quindi, l'importanza dell'analisi armonica della scia, in quanto essa può fornire indicazioni sulla scelta del numero delle pale. Ad esempio, se la scia ha un'armonica del secondo ordine molto elevata, non è conveniente adottare un'elica a tre pale, nel caso che la struttura dello scafo sia sensibile a vibrazioni innescate dalle forze laterali.

Il numero di pale dovrebbe essere scelto dopo avere calcolato le velocità critiche della linea d'assi e la risonanza longitudinale delle sovrastrutture. Ciò allo scopo di evitare l'eccitazione prodotta dall'elica alla frequenza di pala nelle condizioni di risonanza intorno alla velocità massima.

### **Iniezione d'aria**

Sono stati sviluppati parecchi sistemi per ridurre le ampiezze delle pressioni indotte sulla carena. Alcuni di questi sopprimono particolari effetti idrodinamici che possono essere responsabili dell'eccitazione delle vibrazioni. L'iniezione d'aria sul tubo voricoso d'apice è uno di questi metodi (Johanssen, 2000).

Altri sistemi smorzano l'eccitazione indipendentemente dalla sua origine idrodinamica. In questo caso viene insufflato sostanzialmente un cuscinio d'aria smorzante tra la carena e l'elica. La sfida consiste nel fornire le migliori caratteristiche di smorzamento con la quantità d'aria minore possibile. Va citato un sistema sviluppato in HSVA che genera una voluminosa bolla d'aria. Consiste di un certo numero di tubi di ventilazione installati davanti all'elica. Possono essere raggiunti significativi livelli di smorzamento.

Il vantaggio principale di questa soluzione, oltre alla installazione relativamente semplice sullo scafo, è la domanda relativamente bassa di aria da insufflare grazie alle buone caratteristiche di smorzamento della miscela di acqua e bolle d'aria.





# Bibliografia

- [1] Abbott, I.H. and von Doenhoff, A.E.: *Theory of Wing Sections*, Dover Publications, 1958.
- [2] Akareri, V.H. and Acosta, A.J.: *Viscous Effects in the Inception of Cavitation on Axisymmetric Bodies*, Journal of Fluids Engineering, Transactions ASME, Vol. 95, Series 1, no. 4, 1973, pp. 519–573.
- [3] Arakeri, V.H., Shanmuganthan, V.: *On the Evidence for the Effect of Bubble Interference on Cavitation Noise*, Journal Fluid Mechanics, Vol. 159, 1985.
- [4] Akuličev, V.A.J.: *The Calculation of the Cavitation Strength of Real Liquids*, Soviet Physical Acoustics, Vol. 11, 1965.
- [5] Allison, J.L.: *Propellers for High Performance Craft*, Marine Technology, Vol. 15, no. 5, 1978.
- [6] Amronin, E.L., Vasiliev, A.V. and Syrkin, E.N.: *Propeller Blade Cavitation Inception and Problems of Blade Geometry Optimization: Recent Research at the Krylov Shipbuilding Research Institute*, Journal of Ship Research, Vol. 39, no. 3, 1995, pp. 202–212.
- [7] Andersen, P.: *A Comparative Study of Conventional and Tip-Fin Propeller Performance*, Proceedings, 21st Symposium on Naval Hydrodynamics, Trondheim, 1996.
- [8] Atkinson, P.: *The Prediction of Marine Propeller Distortion and Stresses Using a Superparametric Thick-Shell Finite-Element Model*, Transactions RINA, Vol. 115, 1973, pp. 359–375.
- [9] Atkinson, P.: *On the Choice of Method for the Calculation of Stress in Marine Propellers*, Transactions RINA, Vol. 117, 1975, pp. 447–463.
- [10] Atkinson, P.: *A Practical Stress Analysis Procedure for Marine Propellers Using Curved Finite Elements*, Proceedings, Propellers '75 Symposium, 1975, SNAME.
- [11] Atkinson, P. and Glover, E.J.: *Propeller Hydroelastic Effects*, Proceedings, Propellers '88 Symposium, 1988, SNAME.
- [12] Atlar, M., Takinaci, A.C., Korkut, E., Sasaki, N. and Aono, T.: *Cavitation Tunnel Tests for Propeller Noise of a FRV and Comparisons with Full-Scale measurements*, Proceedings, CAV 2001, 2001.
- [13] Baiter, H.J.: *Aspects of Cavitation Noise*, NSMB Symposium on High Powered Propulsion of Large Ships, Wageningen, 1974.
- [14] Baker, G.S.: *Screw Propellers of Varying Blade Sections in Open Water*, Transactions INA, 1932.
- [15] Baker, G.S. and Riddle, A.W.: *The Design of Screw Propellers with Special Reference to the Single-Screw Ships*, Transactions INA, 1934.
- [16] Balhan, J.: *Metingen aan Enige Aspecten bij Scheepsschroeven Gebruikelijke Profielen in Viakke Stroming met en Zonder Cavitatie*, NSMB Publ. no, 99, 1951.

- [17] Bark, G.: *Development of Distortions in Sheet Cavitation on Hydrofoils*, Proceedings, the International Symposium on Jets and Cavities, ASME, Miami Beach, 1985, pp. 215–225.
- [18] Bark, G.: *Prediction of Propeller Cavitation Noise from Model Tests and its Comparison with Full Scale Data*, SSPA Report no. 103, 1986.
- [19] Barnaby, S.W.: *On the Formation of Cavities in Water by Screw Propellers at High Speeds*, Transactions INA, Vol. 34, 1897, pp. 139–144.
- [20] Besant, W.H.: *Hydrostatics and Hydrodynamics*, Art ISE, Cambridge University Press, Cambridge, 1859.
- [21] Betz, W.H.: *Hydrostatics and Hydrodynamics*, Art ISE, Cambridge University Press, Cambridge, 1927.
- [22] Betz, W.H.: *Schraubenpropeller mit geringstem Energieverlust*, 1919, reprinted in Prandtl, L. and Betz, A.: ‘Vier Abhandlungen zur Hydrodynamik and Aerodynamik’, Gottingen, 1927.
- [23] Blake: W.K., Meyne, K., Kerwin, J.E., Weithedorf, E. and Frisch, J.: *Design of APL C-10 Propeller with Full-Scale Measurements and Observations under Service Conditions*, Transactions SNAME, Vol. 98, 1990, pp. 77-111.
- [24] Blount, D.I. and Fox, D.L.: *Design Considerations for Propellers in a Cavitating Environment*, Marine Technology, Vol. 15, no. 2, 1978, pp. 144–178.
- [25] Blount, D.I. and Hubble, E.N.: *Sizing Segmental Section Commercially Available Propellers for Small Craft*, Proceedings, Propellers '81 Symposium, SNAME, Virginia Beach, 1981, pp. 111–130.
- [26] Boushkovsky, V., Poustoshny, A., Vasiliev, A. and Veikonheimo, T.: *A Crash-Stop Study for an Azipod-Propelled Vessel*, Proceedings, 7th International Conference on ‘Fast Sea Transportation’, FAST 2003, Cassella Ed., Ischia, Vol. II, Session C2, 2003, pp. 1–6.
- [27] Breslin, J.P. and Andersen, P.: *Hydrodynamics of Ship Propellers*, Cambridge Ocean Technology Series, Cambridge University Press, 1994.
- [28] Broberg, L.: *Calculation of Ship Stern Flows Using a Body-Fitted Co-Ordinate System*, in ‘Numerical Calculation of Ship Stern Flow’, Ph.D. Thesis, Division of Mechanics, Chalmers University of Technology, Göteborg, 1988.
- [29] Brockett T.: *Minimum Pressure Envelopes for Modified NACA-66 Sections with NACA  $a=0.8$  Camber and BuShips Type I and Type II Sections*, David Taylor Model Basin, Report no. 1790, 1966.
- [30] Brown, N.A: *Cavitation Noise Problems and Solutions*, Proceedings, International Symposium on Shipboard Acoustics, 1976.
- [31] Brown, N.A. and Norton, J.: *Thruster Design for Acoustic Positioning Systems*, 1979.
- [32] Buiten, J.: *The Transmission of the Source Intensity of Structure-Borne Noise Aboard Ships*, Proceedings of the 2nd Symposium on the ‘Theory and Practice of Shipbuilding’, Zagreb, Vol. 2, Part 2, 1976, pp. 15–37.
- [33] Burrill, L.C.: *Calculation of Marine Propeller Performance Characteristics*, Transactions NE-CIES, Vol. 60, 1943-44.
- [34] Burrill, L.C.: *A Short Note on the Stressing of Marine Propellers*, The Shipbuilder and Marine Engine Builder, A.S.N.E. Journal, pp. 93-115, 1960, delivered as a lecture at The Institute of Naval Architecture at the University of Trieste, 1959.

- [35] Burrill, L.C. and Emerson, A.: *Propeller Cavitation: Some Observations from the 16-inch Propeller Tests in the New King's College Cavitation Tunnel*, Transactions NECIES, Vol. 79, 1963.
- [36] Burrill, L.C. and Emerson, A.: *Propeller Cavitation: Further Tests on 16-inch Propeller Models in the King's College Cavitation Tunnel*, Transactions NECIES, Vol. 94, 1978.
- [37] Cardo, A., Francescutto, A. and Naber.goj, R.: *Emissione acustica nei fenomeni di cavitazione*, Tecnica Italiana, Vol. 46, 1981.
- [38] Carlton, J.S. and Bantham, I.: *Full Scale Experience Relating to the Propeller and its Environment*, Propellers 78 Symposium, Transactions SNAME, 1978.
- [39] Carlton, J.S.: *Marine Propeller Blade Stresses*, Transactions International Marine Engineering, 1984.
- [40] Carlton, J.S.: *Marine Propellers & Propulsion*, Butterworth-Heinemann Ltd., Oxford, 1994.
- [41] Cebeci, T. and Smith, A.M.O.: *Calculation of Profile Drag of Airfoils at Low Mach Numbers*, Journal of Aircraft, Vol. 5, no. 6, 1968.
- [42] Chahine, G.L.: *Cloud Cavitation and Bubble Interaction*, Proceedings, 21st American Yowing Tank Conference, 1987, pp. 413–420, .
- [43] Chandrashekhara, N.: *Analysis of the Tip Vortex Cavitation Inception at Hydrofoils and Propellers*, Schiffstechnik, Vol. 23, no. 112, 1976.
- [44] Chen, H.C., Patel, V.C.: *Numerical Solution of the Flow over the Stern and in the Wake of Ship Hulls*, Proceedings, 4th International Conference on Numerical Ship Hydrodynamics, Washington, 1985.
- [45] Cheng, H.M. and Hadler, J.B.: *Analysis of NSMB Wake Surveys on Victory Ship Models*, Marine Technology, Vol. 3, 1966, pp. 1–22.
- [46] Cohen, J.E.: *On Stress-Calculations in Helicoidal Shells and Propeller Blades*, Netherlands Research Centre, T.N.O. for Shipping and Navigation, Delft, Report no. 215, 1971.
- [47] Conolly, J.E.: *Strength of Propellers*, Transactions RINA, Vol. 103, 1961, pp. 139–160.
- [48] Cram, L.A.: *Cavitation and Inhomogeneities in Underwater Acoustics*, Springer, Berlin, 1980.
- [49] Cumming, R.A., Morgan, W.B. and Boswell, R.J.: *Highly Skewed Propellers*, Transactions SNAME, Vol. 80, 1972, pp. 98–135.
- [50] Cummings, D.E.: *Numerical Prediction of Propeller Characteristics*, Journal of Ship Research, Vol. 17, no. 1, 1973, pp. 12–18.
- [51] Curl, N. and Skan, S.W.: *Approximation Methods for Predicting Separation Properties of Laminar Boundary Layers*, Aeronautical Quarterly, Vol. 8, no. 257, 1957, pp. 257–268.
- [52] Čaplygin S.A.: *On the Pressure of Plane Flow on a Body*, Collected Works, Vol. II, Gostekhizdat, Moscow, 1948.
- [53] Daily, J.W.: *Force and Cavitation Characteristics of the NACA 4412 Hydrofoil*, California Institute of Technology, HML no. ND-19, 1944.
- [54] Danckwardt, E.: *Berechnungsdiagramme für Schiffsschrauben*, SBT, Bd. 6, 1956.
- [55] Dashnaw, F.J. and Everett Reed, F.: *Propeller Strain Measurements and Vibration Measurements of the SS Michigan*, Marine Technology, Vol. 8, no. 4, 1971, pp. 486–509.
- [56] David Taylor Model Basin: DTMB Report 1780, 1966.

- [57] Dekker, N.: *Lips Newsletters*, 1987.
- [58] Denisov, V.I., Tumashik, A.P. and Usacheva, A.B.: *Moto Vario dell'Elica in Scia Non Uniforme* (in russo), Second International Conference on Shipbuilding, ISC'98, St. Petersburg, 1998.
- [59] De'Vidovich, B.: *Moto Vario dell'Elica in Scia Non Uniforme*, Tesi di Dottorato, DINMA, Università di Trieste, 1999.
- [60] Dickmann, H.E.: *Wechselwirkung zwischen Propeller und Schiff unter besonderer Berücksichtigung des Welleninflusses*, Jahrbuch der Schiffbautechnischen Gesellschaft, Band 40, Berlin, 1939, p. 234.
- [61] Dyne, G.: *A Streamline Curvature Method for Calculating the Viscous Flow around Bodies of Revolution*, Proceedings, 2nd International Symposium on Ship Viscous Resistance, SSPA, Göteborg, 1978.
- [62] Eckhardt, M.K. and Morgan, W.B.: *A Propeller Design Method*, Transactions SNAME, Vol. 63, 1955.
- [63] Emerson, A.: *A Cavitation Pattern and Erosion - Model-Full Scale Comparison*, Appl. 6, Report of Cavitation Committee, 14th ITTC, 1975.
- [64] Efros, A.G.: *Hydrodynamic Theory of Two-Dimensional Flow with Cavitation*, Dokt. Akamediya Nauka, URSS, Vol. 51, 1946, pp. 267-270.
- [65] Emerson, A. and Sinclair, L.: *Propeller Design and Model Experiments*, Transactions NECIES, 1978.
- [66] English, J.W.: *The Design and Performance of Lateral Thrust Units for Ships*, Transactions RINA, 1963, Vol. 105, pp. 251-278.
- [67] Euler, M.: *Théorie plus complete des machines qui sont mises en mouvement par la réaction de l'eau*, L'Académie Royale des Sciences et Belles Lettres, Berlin, 1756.
- [68] Ferrando, M. and Scamardella, A.: *Surface Piercing Propellers: Testing Methodologies, Result Analysis and Comments on Open Water Characteristics*, Proceedings, Small Craft Marine Engineering Resistance & Propulsion Symposium, Ypsilanti, University of Michigan, pp. 5.1-5.27, 1996.
- [69] Flising, A.: *Noise Reduction in Ships*, Transactions of Marine Engineers, 1978.
- [70] Fox, F.E. and Herzfeld, K.F.: *Gas Bubbles with Organic Skin as Cavitation Nuclei*, Journal of Acoustic Society of America, Vol. 26, 1954.
- [71] Fresenius, K.F.: *Das grundsätzliche Wesen der Wechselwirkung zwischen Schiffskörper und Propeller*, Schiffbau, 1921, p. 257.
- [72] Friesch, J.: *Cavitation Observation and Measurements of Propeller Excited Pressure Pulses in Full Scale and in Model Tests*, Proceedings, Propellers '84 Symposium, SNAME, Virginia Beach, 1984.
- [73] Friesch, J.: *Ten Years of Research in the Hydrodynamics and Cavitation Tunnel HYKAT of HSVA*, Proceedings, NCT'50 International Conference on Propeller Cavitation, University of Newcastle, 2000, pp. 287-306.
- [74] Friesch, J. and Weitendorf, E.A.: *Model-Full Scale Correlation of Cavitation and Propeller-Excited Hull Pressure Fluctuations*, Proceedings, 4th PRADS Symposium, 1987, pp. 65-79.
- [75] Fukkema, M.B., Holtrop, J. and van Terswiga, T.J.C.: *A Parametric Power Prediction Model for Tractor Pods*, Proceedings of the Second International Conference on Advances in Podded Propulsion, T-Pod, University of Brest, 2006.

- [76] Gawn, R.W.L.: *Effect of Pitch and Blade Width on Propeller Performance*, Transactions RINA, 1952, Vol. 94, pp. 157–193.
- [77] Gawn, R.W.L. and Burrill L.C.: *Effect of Cavitation on the Performance of a Series of 16-inch Model Propellers*, Transactions RINA, 1957, Vol. 99, pp. 690–727.
- [78] Geurst, J.A.: *Linearised Theory for Partially Cavitated Hydrofoils*, International Shipbuilding Progress, Vol. 6, no. 60, 1959, pp. 369–384.
- [79] Geurst, J.A.: *Linearised Theory for Fully Cavitated Hydrofoils*, International Shipbuilding Progress, Vol. 7, no. 65, 1960, pp. 17–27.
- [80] Geurst, J.A. and Verbrugh, P.J.: *A Note on Cambered Effects of Partially Cavitated Hydrofoils*, International Shipbuilding Progress, Vol. 6, no. 61, 1959, pp. 409–414.
- [81] Ginzel, A. and Ludwieg, B.: *On the Theory of Airscrew with Large Chord Blades*, DTMB Report, no. 812, 1947.
- [82] Glauert, H.: *The Elements of the Aerofoil and Airscrew Theory*, Cambridge, University Press, 1947.
- [83] Goldstein, S.: *On the Vortex Theory of Screw Propellers*, Proceedings of the Royal Society, London, Series A, Vol. 123, 1929.
- [84] Greeley, D.S. and Kerwin, J.E.: *Numerical Methods for Propeller Design and Analysis in Steady Flow*, Transactions SNAME, Vol. 90, 1982.
- [85] Grim, O.: *Propeller und Leitrad*, Transactions of the Schiffbautechnische Gesellschaft, 1966.
- [86] Grothues-Spork, H.: *Bilge Vortex Control Devices and Their Benefits for Propulsion*, International Shipbuilding Progress, Vol. 35, no. 402, 1988, pp. 183–214.
- [87] Gunsteren, L.A. van and Pronk, C.: *Propeller Design Concepts*, International Shipbuilding Progress, Vol. 20, no. 227, 1973, pp. 252–275.
- [88] Gutsche, F.: *Untersuchung von Schiffschrauben in Schräger Anströmung*, Schiffbauforschung, Vol. 3, no. 3/4, 1964, pp. 97–122.
- [89] Hadler, J.B. and Cheng, H.M.: *Analysis of Experimental Wake Data in Way of Propeller Plane of Single and Twin-Screw Ship Models*, Transactions SNAME, Vol. 73, 1965, pp. 287–414.
- [90] Hancock, N.: *Blade Thickness of Wide-Bladed Propellers*, Transactions INA, Vol. 84, 1942, pp. 121–136.
- [91] Harvald, S.A.: *Wake of Merchant Ships*, Danish Technical Press, 1950.
- [92] Harvald, S.A.: *Potential and Frictional Wake of Ships*, Transactions of the Royal Institution of Naval Architects, Vol. 115, 1973, pp. 315–325.
- [93] Harvald, S.A.: *Wake and Thrust Deduction at Extreme Propeller Loadings for a Ship Running in Shallow Water*, Transactions RINA, Vol. 119, 1977, pp. 213–236.
- [94] Harvald, S.A.: *Estimation of Power of Ships*, International Shipbuilding Progress, Vol. 25, no. 283, 1978.
- [95] Harvald, S.A. and Hee, J.M.: *Wake Distributions*, 75 Jahre VWS, Mitteilungen der Versuchsanstalt für Wasserbau und Schiffbau, Berlin, Heft 4, 1978, pp. 221–231.
- [96] Harvald, S.A. and Hee, J.M.: *The Components of the Propulsive Efficiency of Ships in Relation to the Design Procedure*, Proceedings, SNAME Spring Meeting, STAR Symposium, Jersey City, 1988, pp. 213–231.

- [97] Harvey, E.N. et al.: *On Cavity Formation in Water*, Journal of Applied Physics, Vol. 18, no. 2, 1947.
- [98] Hawdon, L., Carlton, J.S. and Leathard, F.I.: *The Analysis of Controllable Pitch Propellers Characteristics at Off-Design Conditions*, Transactions International Marine Engineering, Vol. 88, 1976.
- [99] Helmbold, H.B.: *Beitrag zur Theorie des Nachstromschraube*, Handbuch der Physikalischen und Technischen Mechanik, Band V, Lieferung 2, Berlin, Vol. 23, 1931, pp. 215–228.
- [100] Helmholtz, H.: *Über Integrale der hydrodynamischen Gleichungen, welche den Wirbelbewegungen entsprechen*, Z. Reine Angew. Math., Vol. 55, no. 25, 1858.
- [101] Hildebrand, F.B.: *Introduction to Numerical Analysis*, 2nd edition, Dover, 1987 (originally published in 1974).
- [102] Hoekstra, M. and Raven, H.C.: *Application of a Parabolised Navier–Stokes Solution System to Ship Stern Flow Computation*, Osaka International Colloquium on Ship Viscous Flow, Osaka, 1985.
- [103] Hoerner, S.F.: *Fluid–Dynamic Drag*, published by the Author, New York, 1965.
- [104] Holden, K.O.: *Propeller Cavitation and Vibrations*, Det norske Veritas, NTNF project, 1978.
- [105] Holtrop, J.: *A Statistical Analysis of Performance Test Results*, International Shipbuilding Progress, Vol. 24, no. 270, 1977, pp. 23–28.
- [106] Holtrop, J.: *Statistical Data for the Extrapolation of Model Performance Tests*, International Shipbuilding Progress, Vol. 25, no. 317, 1978, pp. 122–126.
- [107] Holtrop, J. and Mennen, G.G.J.: *An Approximate Power Prediction Method*, International Shipbuilding Progress, Vol. 29, no. 335, 1982, pp. 166–170.
- [108] Holtrop, J.: *A Statistical Re–Analysis of Resistance and Propulsion Data*, International Shipbuilding Progress, Vol. 31, no. 363, 1984, pp. 272–126.
- [109] Holtrop, J.: *Estimation of Propeller Induced Vibratory Hull Forces at the Design Stage of a Ship*, Proceedings, the Symposium on Propeller Induced Ship Vibration, Paper no. 11, 1979, pp. 147–154.
- [110] Holtrop, J.: *Introduction to Propeller Design*, Lecture Notes, MARIN, Wageningen, 1990.
- [111] Hoshino, T.: *Hydrodynamic Analysis of Propellers in Steady–Flow Using a Surface Panel Method*, Journal of The Society of Naval Architects of Japan, 1989, pp. 79–92.
- [112] Huang, T.T. and Hannan, D.E.: *Pressure Fluctuation in the Regions of Flow Transition*, David Taylor Naval Ship Research and Development Center, Report no. 4723, 1976.
- [113] Huang, T.T. and Groves, N.C.: *Effective Wake: Theory and Experiment*, Proceedings, the 13th ONR Symposium, Tokyo, 1980.
- [114] Huang, T.T. and Shen, N.C.: *Application of Turbulence Stimulator to Reduce Scale Effects on Cavitation Inception*, Proceedings, International Symposium on Propeller and Cavitation, Wuxi, 1986.
- [115] Huse, E.: *Propeller–Hull Vortex Cavitation*, Norwegian Ship Model Experimental Tank, 1971.
- [116] Huse, E.: *Pressure Pulses from Cavitating Propeller*, Lecture at the Nordic Ship Technical Meeting, NSTTI, Turku, 1971.
- [117] Huse, E.: *The Magnitude and Distribution of Propeller–Induced Surface Forces on a Single-Screw Ship Model*, Norwegian Ship Model Experimental Tank, Report no. 100, Trondheim, 1968.

- [118] Huse, E.: *Pressure Fluctuations on the Hull Induced by Cavitating Propellers*, Norwegian Ship Model Experimental Tank, Report no. 111, Trondheim, 1972.
- [119] Huse, E.: *Effect of Afterbody Forms and Afterbody Fins on the Wake Distribution of Single Screw Ships*, NSFI, Report R31-74, 1974.
- [120] Huse, E.: *Effect of Cavitation on Propeller-Induced Vibratory Forces*, Appendix 5, Report of Propeller Committee, Proceedings of the 14th ITTC, Ottawa, 1975.
- [121] Ikehata, M., Ando, M. and Maruo, H.: *The Analysis of Unsteady Characteristics of Marine Propeller in Harmonic Wake by Vortex Lattice Lifting-Surface Model*, Chalmers University of Technology, Department of Ship Hydromechanics, Report no. 68, Göteborg, 1984.
- [122] Isay, W.H.: *Kavitation*, Hamburg: Schiffahrts-Verlag "Hansa", C. Schrödter GmbH & Co. KG, 1981.
- [123] ISH: *Propeller Diagrams*, Department of Ocean Engineering, the Technical University of Denmark, Lyngby, 1953-1954.
- [124] Ito, T., Kadoi, H., Minakata, J. and Taku, T.: *Measurement of Pressure Distribution on Sections for the MAU Propeller*, Abstract Note of the 14th General Meeting of SRI, 1969.
- [125] ITTC: *Report of the Cavitation Committee*, Proceedings, 11th ITTC Conference, Tokyo, 1966.
- [126] ITTC: *Report of the Propulsor Committee*, Proceedings, 18th International Towing Tank Conference, Kobe, 1987.
- [127] ITTC: *Report of the Resistance and Flow Committee*, Proceedings, 19th International Towing Tank Conference, El Pardo, Madrid, Vol. 1, 1990, pp. 55-107.
- [128] ITTC: *Report of the Cavitation Committee*, Proceedings, 19th International Towing Tank Conference, El Pardo, Madrid, Vol. 1, 1990.
- [129] ITTC: *Report of the Specialist Committee on Azimuthing Podded Propulsors*, Proceedings, 25th International Towing Tank Conference, Fukuoka, Vol. II, 2008.
- [130] Jessup, S.D.: *Further Measurements of Model Propeller Pressure Distribution Using a Novel Technique*, Report DTNSCR-86/011, 1986.
- [131] Jessup, S.D.: *An Experimental Investigation of Viscous Aspects of Propeller Blade Flow*, PhD Thesis, Catholic University of America, 1989.
- [132] Ji, Z.Y.: *Experimental Investigation on Cavitation Erosion of Propellers of High Speed Craft*, Proceedings, 'Cavitation Erosion in Fluid Systems', ASME, Colorado, 1981, pp. 61-69..
- [133] Jiang, C.W.: *Experimental and Theoretical Investigations of Unsteady Supercavitating Hydrofoils of Finite Span*, Ph.D. Thesis, MIT, 1977.
- [134] Johanssen, C.: *Recent Considerations on Dealing with Propeller Induced Hull Pressure Pulses*. Proceedings, International Conference on Ship and Shipping Research, NAV 2000, Venezia.
- [135] Johansson, L.E. and Larsson, L.: *A Streamline Curvature Method for Computing the Flow near Ship Sterns*, Proceedings, 14th Conference on Naval Hydrodynamics, Ann Arbor, 1982.
- [136] Jonk, J.: *Propulsor-Hull Interaction*, Lecture Notes, MARIN, Wageningen, 1990.
- [137] Jürgens, D. and Heinke, H.-J.: *Voith-Schneider Propeller (VSP) - Investigations of the Cavitation Behaviour*, Proceedings, First International Symposium on Marine Propulsion, SMP'09, Trondheim, 2009.
- [138] Kadoi, H. and Sasajima, Y.: *Cavitation Erosion Prediction Using a 'Soft Surface'*, International Shipbuilding Progress, Vol. 25, no. 286, 1978, pp. 141-150.



- [139] Kay, B.J., Jones, D.K. and Mitson, R.B.: *FRV Corystes: A Purpose Built Fisheries Research Vessel*, The Royal Institution of Naval Architects, London, Spring Meeting, 1991, pp. 1–12.
- [140] Kármán, T. von: *Berechnung der Druckverteilung an Luftschiffkörpern*, Abhandl. Aerodynamischen Institut der Technischen Hochschule Aachen, Berlin, Vol. 7, 1927.
- [141] Keller, J. auf'm: *Enige Aspecten bij het Ontwerpen van Scheepsschroeven*, Schip en Werf, no. 24, 1966.
- [142] Kermeen, R.W.: *Water Tunnel Tests of NACA 4412 and Walchner Profile 7 Hydrofoils in Noncavitating and Cavitating Flows*, California Institute of Technology, Report no. 47–5, 1956.
- [143] Kerwin, J.E. and Lee, C.S.: *Prediction of Steady and Unsteady Marine Propeller Performance by Numerical Lifting-Surface Theory*, Transactions SNAME, Vol. 86, 1978, pp. 218–253.
- [144] Kerwin, J.E.: *The Solution of Propeller Lifting Surface Problems by Vortex Lattice Methods*, Technical Report, MIT, Cambridge, 1986.
- [145] Kerwin, J.E., Kinnas, S.A., Lee, J.J. and Shih, W.Z.: *A Surface Panel Method for the Hydrodynamic Analysis of Ducted Propellers*, Transactions SNAME, Vol. 95, 1987.
- [146] Kinnas, S.A.: *Leading-Edge Corrections to the Linear Theory of Partially Cavitating Hydrofoils*, Journal of Ship Research, Vol. 35, no. 1, 1991, pp. 15–27.
- [147] Kirchhoff, G.: *Zur Theorie freier Flüssigkeitsstrahlen*, Journal für die reine und angewandte Mathematik (Crelle), Vol. 70, no. 4, 1868, pp. 289–298.
- [148] Knapp, R.T., Daily, J.M. and Hammitt, F.G.: *Cavitation Mechanics and its Relation to the Design of Hydraulic Equipment*, Proceedings, International Mechanical Engineering, no. 166, 1952.
- [149] Knapp, R.T., Daily, J.M. and Hammitt, F.G.: *Cavitation*, Engineering Societies Monographs, London, McGraw–Hill, 1970.
- [150] Kooij, J. van der: *Sound Generation by Bubble Cavitation on Ship Model Propellers; the Effects of Leading Edge Roughness*, Proceedings, 2nd International Symposium on cavitation and Multiphase Flow Noise, ASME, 1986.
- [151] Kooij, J. van der, and Berg, W. van den: *Influence of Hull Inclination and Hull–Duct Clearance on Performance, Cavitation and Hull Excitation of a Ducted Propeller*, NSMB, Wageningen, 1978.
- [152] Kooren, T., Aalbers, A. and Quadvlieg, F.: *Rotor Technology*, Proceedings ITS2000, the 16th International Tug and Salvage Convention, Jersey, Channel Islands, 2000.
- [153] Koronowicz, T.: *Modification of the Vortex Model of a Marine Propeller*, Proceedings, 10th National Conference on Fluid Mechanics, Gdansk, 1992.
- [154] Kozhukharov, P.: *On the Evaluation of the Transverse Force in the Design of Propeller Operating in Oblique Flow*, Proceedings, Naval Academy Jubilee Scientific Session, BSHC, Varna, 1981.
- [155] Kracht, A.M.: *Cavitation on Rudders*, Proceedings, PropCav'95, Newcastle–upon–Tyne, Glover et Mitchell eds., 1995, pp. 91–102.
- [156] Kramer, K.M.: *The Induced Efficiency of Optimum Propellers Having a Finite Number of Blades*, Report NACA TM 884, 1939.
- [157] Kress, R.F.: *Propeller Selection Strategy*, Proceedings, Symposium on the Design and Construction of Recreational Power Boats, Vol. III, University of Michigan, Ann Arbor, 1979, pp. XX.1–XX.41.

- [158] Kristensen, H.O. and Lützen, M.: *Prediction of Resistance and Propulsion Power of Ships*, Project no. 2010-56, Work Package 2, Report no. 04, Technical University of Denmark and University of Southern Denmark, 2013.
- [159] Kuiper, G.: *Cavitation Inception on Ship Propeller Models*, Publication no. 699, MARIN, Wageningen, 1983.
- [160] Kuiper, G.: *A Comparison between Cavitation Inception Phenomena in a Cavitation Tunnel and in a Depressurized Towing Tank*, Transactions RINA, Vol. 125, 1983, pp. 93–107.
- [161] Kurimo, R., Poustoshny, A. and Syrkin, E.: *Azipod Propulsion for Passenger Cruisers: Details of the Hydrodynamic Development and Experience on the Propeller Design for Fantasy-Class Cruise Liners*, NAV & HSMV International Conference, Sorrento, 1997.
- [162] Kux, J. and Laudan, J.: *Correlation of Wake Measurements at Model and Full Scale Ships*, Proceedings, the 15th Symposium on Naval Hydrodynamics, Hamburg, 1984.
- [163] Lackenby, H. and Parker, M.N.: *The BSRA Methodical Series - An Overall Presentation: Variation of Resistance with Breadth-Draught Ratio and Length-Displacement Ratio*, Transactions of the Royal Institution of Naval Architects, Vol. 108, 1966, pp. 363–388.
- [164] Lammeren, W.P.A. van: *Propulsion Scale Effect*, Transactions, North East Coast Institution of Engineers and Shipbuilders, 1939/40.
- [165] Lammeren, W.P.A. van, Troost, L. and Koning, J.G.: *Weerstand en Voortsluwing van Schepen*, 1942.
- [166] Lammeren, W.P.A. van, Manen, J.D. van and Oosterveld, M.W.C.: *The Wageningen B-Screw Series*, Transactions SNAME, Vol. 97, 1969, pp. 269–317.
- [167] Larsson, L. ed.: *Proceedings of SSPA-ITTC Workshop on Ship Boundary Layers 1980*, SSPA Publication no. 90, Göteborg, 1981.
- [168] Larsson, L. and Chang, M.S.: *Numerical Viscous and Wave Resistance Calculations Including Interaction*, Proceedings, 13th Symposium on Naval Hydrodynamics, Tokyo, 1980.
- [169] Larsson, L., Broberg, L., Kim, K.j. and Zang, D.H.: *A Method for Resistance and Flow Prediction in Ship Design*, Transactions SNAME, Vol. 98, 1990, pp. 495–535.
- [170] Latorre, R.: *Propeller Tip Vortex Cavitation Noise Inception*, Proceedings, Propellers'81 Symposium, Virginia Beach, 1981, pp. 319–334.
- [171] Laurent, P.A.: *Cavitation Experiments on Screw Propeller*, The Shipbuilder and Marine Engine Builder, 1938.
- [172] Lazarov, G., Georgiev, S. and Čikolov, P.: *Study of Wake at Propeller Disc at Different Water Depths*, Proceedings, 17th Scientific and Methodological Seminar on Ship Hydrodynamics, BSHC, Vol. 2, Varna, 1988.
- [173] Lazarov, G., Georgiev, S. and Čikolov, P.: *Experimental Investigation of the Scale Effect on Nominal Wake of Series 60 Geosim Models in Shallow Water*, Proceedings, 18th Scientific and Methodological Seminar on Ship Hydrodynamics, BSHC, Vol. 3, Varna, 1989, pp. 25.1-25.9.
- [174] Lebedev, E.P. and Voinov, V.P.: *Experimental Analysis on Propeller Cavitation of Fast Craft* Second International Conference on Shipbuilding, ISC'98, St. Petersburg, 1998.
- [175] Leehey, P.: *Supercavitating Hydrofoil of Finite Span*, Proceedings, IUTAM Symposium on 'Non-Steady Flow of Water at High Speeds', Leningrad, 1971.
- [176] Lerbs, H.W.: *Theorie und Entwurf freifahrender Schiffsschrauben*, 1948.

- [177] Lerbs, H.W.: *On the Effects of Scale and Roughness on Free Running Propellers*, Journal A.S.N.E., 1951.
- [178] Lerbs, H.W.: *Moderately Loaded Propellers with a Finite Number of Blades and an Arbitrary Distribution of Circulation*, Transactions SNAME, Vol. 60, 1952.
- [179] Lerbs, H.W.: *An Approximate Theory of Heavily Loaded, Free-Running Propellers in the Optimum Condition*, Transactions SNAME, Vol. 61, 1953, pp. 137–183.
- [180] Lighthill, M.J.: *A New Approach to Thin Aerofoil Theory*, The Aeronautical Quarterly, Vol. 3, no. 2, 1951, pp. 193–210.
- [181] Ligtelijn, J.T. and Kuiper, G.: *Intentional Cavitation as a Design Parameter*, Proceedings, 2nd PRADS Symposium, 1983.
- [182] Lindgren, H.: *Model Tests with a Family of Three and Five Bladed Propellers*, Publications of the Swedish Maritime Centre, SSPA Report no. 47, Göteborg, 1961.
- [183] Lindgren, H. and Bjärne, E.: *The SSPA Standard Propeller Family Open Water Characteristics*, Publications of the Swedish Maritime Centre, SSPA Report no. 60, Göteborg, 1967.
- [184] Lindgren, H. and Bjärne, E.: *Studies of Propeller Cavitation Erosion*, IME, Conference on Cavitation, Fluid Machinery Group, Edinburgh, 1976.
- [185] Lindgren, H. and Bjärne, E.: *Ten Years of Research in the SSPA Large Cavitation Tunnel*, Publications of the Swedish Maritime Centre, no. 86, Göteborg, 1980.
- [186] Lovett, J.: *Journal of American Acoustic Society*, Vol. 63, 1978.
- [187] Lovett, J.: *Sound Speed*, Journal of Acoustic Society, Vol. 63, 1978.
- [188] Lovik, A.: *Scaling of Propeller Cavitation Noise*, Reports on Noise Sources in Ships, Nordforsk, 1981.
- [189] Ma, J.H.: *Stresses in Marine Propellers*, Journal of Ship Research, Vol. 18, no. 4, 1974, pp. 252–264.
- [190] Mandel, Ph.: *Some Hydrodynamic Aspects of Appendage Design*, Transactions SNAME, Vol. 61, 1953.
- [191] Manen, J.D. van and Sentić, A.: *Contra-Rotating Propellers*, International Shipbuilding Progress, Vol. 3, 1956.
- [192] Manen, J.D. van: *Effect of Radial Load Distribution on the Performance of Shrouded Propellers*, Transactions RINA, Vol. 9, 1957.
- [193] Manen, J.D. van: *Bent Trailing Edges of Propeller Blades of High Powered Single Screw Ships*, International Shipbuilding Progress, Vol. 10, no. 101, 1963.
- [194] Manen, J.D. van: *The Choice of the Propeller*, International Shipbuilding Progress, Vol. 18, no. 134, 1971, pp. 25–29.
- [195] Manen, J.D. van and Oosterveld, M.W.C.: *Model Tests on Contra-Rotating Propellers*, NSMB Publication no. 317, Wageningen, 1969.
- [196] Markussen, P.A.: *On the Optimum Wageningen B-Series Propeller Problem with Cavitation-Limiting Constraint*, Journal of Ship Research, Vol. 23, 1977.
- [197] Mewis, F.: *The Efficiency of Pod Propulsion*, Proceedings, 22nd International Conference, HADMAR 2001, Varna, 2001.

- [198] Mewis, F.: *Pod Drives - Pros and Cons*, HANSA, Bd. 138, Jahrgang, nr. 8, 2001.
- [199] Meyne, K. and Nolte, A.: *Experimentelle Untersuchungen der Hydrodynamischen Kräfte und Momente am einem Flügel eines Schiffspropellers bei schräger Anströmung*, Schiff und Hafen, Bd. 5, 1969.
- [200] Mills, L.: *Die Anwendung der Blasendynamik auf die theoretische mit experimentellen Daten*, Ph.D. Thesis, 1991.
- [201] Mitchell, T.M. and Hammitt, F.G.: *Asymmetric Cavitation Bubble Collapse*, Journal of Fluids Engineering, Transactions ASME, Vol. 95, no. 1, 1973.
- [202] Mitson, R.B.: *Underwater Noise of Research Vessels - Review and Recommendations*, ICES Cooperative Research Report, no. 209, Copenhagen, International Council for the Exploration of the Sea, 1995.
- [203] Mitson, R.B.: *Research Vessels Standards: Underwater Radiated Noise*, Proceedings CM 2002, Session J.10, 2002, pp. 1–11.
- [204] Miyata, H., Sato, T., Baba, N.: *Difference Solution of a Viscous Flow with Free-Surface Wave about an Advancing Ship*, Journal of Computational Physics, Vol. 72, no. 2, 1987.
- [205] Molland, A.F. and Turnock, S.R.: *Marine Rudders and Control Surfaces*, Butterworth-Heinemann, Oxford, U.K., 2007.
- [206] Moor, D.I. and O'Connor, F.R.C.: *Resistance and Propulsion Factors of Some Single Screw-Ships at Fractional Draught*, Transactions of the North East Coast Institution of Engineers and Shipbuilders Vol. 80, 1963–1964, pp. 93–107.
- [207] Nakajima, Y.: *Theory of Wide Bladed Propeller and its Application*, Third Report, Journal of the Society of Naval Architects of Japan, Vol. 109, 1961.
- [208] Nakatake, K. and Yamazaki, R.: *Scale Effect on Propulsive Performance of a Full Ship*, Schiffstechnik, Bd. 24, 1977, pp. 215–236.
- [209] Namagatsu, T.: *Ship Boundary Layer Calculations by Higher Order Theory*, SSPA-ITTC Workshop on Ship Boundary Layers, Larsson ed., Göteborg, 1981.
- [210] Nash, J.F. and Macdonald, A.G.J.: *The Calculation of Momentum Thickness in a Turbulent Boundary Layer at Mach Numbers up to Unity*, Aeronautical Research Council, C.P. no. 963, 1967.
- [211] Neuman, J.: *Marine Hydrodynamics*, MIT Press, Cambridge, MA., 1977.
- [212] Newton, R.N. and Rader, A.G.J.: *Performance Data of Propellers for High-Speed Craft*, Transactions RINA, Vol. 103, 1961, pp. 93–102.
- [213] Nordstrom, H.F.: *Screw Propeller Characteristics*, SSPA Publ. no. 9, Göteborg, 1948.
- [214] O'Brien, J.: *The Design of Marine Screw Propellers*, Hutchinson & Co. Ltd., London, 1962.
- [215] Odabasi, A.,Y.: *Turbulence Effects in Cavitation Inception and Propeller Noise*, Proceedings, International Conference on Propeller Cavitation, PROPCAV'95, Newcastle upon Tyne, 1995, pp. 45–58.
- [216] Odabasi, A.,Y. and Fitzsimmons, P.A.: *Alternative Methods for Wake Quality Assessment*, International Shipbuilding Progress, Vol. 25, no. 281, 1978, pp. 34–42.
- [217] Okamura, N. and Asano, T.: *Prediction of Propeller Cavitation Noise and Its Comparison with Full-Scale Measurements*, Journal of Society of Naval Architects of Japan, Vol. 164, 1988, pp. 19–33.

- [218] Olofsson, N.: *Force and Flow Characteristics of a Partially Submerged Propeller*, Doctoral Thesis, Chalmers University of Technology, 1996.
- [219] Oossanen, P. van: *Calculation of Performance and Cavitation Characteristics of Propellers Including Effects of Non-Uniform Flow and Viscosity*, Publication no. 457, Netherlands Ship Model Basin, Wageningen, 1974.
- [220] Oossanen, P. van: *Method for the Assessment of the Cavitation Performance of Marine Propellers*, International Shipbuilding Progress, Vol. 22, no. 245, 1975, pp. 3–33.
- [221] Oossanen, P. van: *Theoretical Prediction of Cavitation on Propellers*, Marine Technology, Vol. 14, no. 4, 1977, pp. 391–409.
- [222] Oosterveld, M.W.C.: *Investigation on Different Propeller Types*, International Shipbuilding Progress, Vol. 18, no. 198, 1971, pp. 32–41.
- [223] Oosterveld, M.W.C.: *Ducted Propeller Characteristics*, Proceedings, Symposium on Ducted Propellers, RINA, 1973, pp. 35–69.
- [224] Oosterveld, M.W.C. and Oossanen, P. van: *Further Computer Analyzed Data of the Wageningen B-Screw Series*, International Shipbuilding Progress, 1975, Vol. 22, no. 208, pp. 42–61.
- [225] Owen, R.R. and Klanfer, L.: RAE Report Aero, no. 2508, 1953.
- [226] Paetow, K.H., Gallin, C., Beek, T.V. and Dierich, H.: *Schiffsantriebe mit gegenläufigen Propellern und unabhängigen Energiequellen*, Jahrbuch Schiffbautech. Gesellschaft, 1995.
- [227] Pan, S.A.: *Some New Results on Cavitation Nuclei and Cavitation Inception*, Proceedings, International Workshop on Cavitation, Wuxi, 1989, pp. 24–37.
- [228] Pan, S.A. and Zhang, Y.J.: *Similarity Law for Nuclei Population in Bubble Cavitation*, Proceedings, ASME Spring Meeting, Albuquerque, 1985.
- [229] Pappel, E.E.: *Progetto dell'Elica* (in russo), Leningrad, 1936.
- [230] Parker, M.N. and Dawson, J.: *Tug Propulsion Investigation. The Effect of a buttock flow on bollard pull, Towing and Free Running Performance*, Transactions of the Royal Institution of Naval Architects, Vol. 104, 1962, pp. 237–279.
- [231] Patankar, S.V. and Spalding, D.B.: *A Calculation Procedure for Heat, Mass and Momentum Transfer in Three-Dimensional Parabolic Flow*, International Journal of Heat Mass Transfer, Vol. 15, 1972.
- [232] Patel, V.C.: *Ship Stern and Wake Flows: Status of Experiment and Theory*, Proceedings, Seventeenth Symposium of Naval Hydrodynamics, Washington, 1989, pp. 217–240.
- [233] Patience, G. and Bodger, L.: *The Evolution and Development of the Meridian Propeller*, Transactions International Marine Engineering, Vol. 99, 1987, Paper 29, pp. 9–15.
- [234] Pattulo, R.N.M.: *The BSRA Trawler Series (Part II). Block Coefficient and Longitudinal Centre of Buoyancy Series, Resistance and Propulsion Tests*, Transactions of the Royal Institution of Naval Architects, Vol. 110, 1968, pp. 151–183.
- [235] Perrone, I.: *Journal of American Acoustic Society*, Vol. 46, 1969.
- [236] Pien, P.C.: *The Calculation of Marine Propellers Based on Lifting-Surface Theory*, Journal of Ship Research, Vol. 5, no. 2, 1961, pp. 1–14.
- [237] Plesset, M.S.: *The Dynamics of Cavitation Bubbles*, CIT Rep. 5.23, California Institute of Technology, 1963.

- [238] Plesset, M.S.: *Bubble Dynamics*, CIT Rep. 5.24, California Institute of Technology, 1963.
- [239] Plesset, M.S. and Chapman, R.B.: *Collapse of an Initial Spherical Vapour Cavity in Neighbourhood of a Solid Boundary*, Journal of Fluid Mechanics, Vol. 47, no. 2, 1971.
- [240] Poustoshny, A.: *Efficiency of a CRP-Azipod*, KSRI, St. Petersburg, 2003 (private communication).
- [241] Pozdunine, V.L.: *On the Working of Supercavitating Screw Propellers*, Transactions INA, Vol. 86, 1944.
- [242] Pozdunine, V.L.: *Rendimenro di Eliche Supercavitanti* (in russo), Izvestia OTN AN SSSR, no. 10, 1947.
- [243] Prandtl, L.:and Tietjens, O.G.: *Applied Hydro and Aerodynamics*, 1934, Dover Edition published in 1957.
- [244] Rader, H.P.: *Propeller bei Schraegaustroemung*, Jahrbuch der Schiffbautechnischen Gesellschaft, Band 68, 1974.
- [245] Radojčić, D.: *Mathematical Model of Segmental Section Propeller Series for Open-Water and Cavitating Conditions Applicable in CAD*, Proceedings, Propeller '88 Symposium, SNAME, Virginia Beach, 1988.
- [246] Radojčić, D. and Matić, D.: *Regression Analysis of Surface Piercing Propeller Series*, Proceedings, IV Symposium on High Speed Marine Vehicles, HSMV'97, Sorrento, 1997, pp. 2.3–2.12.
- [247] Raestad, A.: *Estimation of Marine Propellers Induced Effects on the Hull Wake Field - Scale Effect on Nominal Wake*, Det norske Veritas, Report no. 72–3–M, 1972.
- [248] Rayleigh: *On the Pressure Developed in a Liquid during the Collapse of a Spherical Cavity*, Philosophical Magazine, Vol. 34, 1917, p. 94.
- [249] Reynolds, O.: *The Causes of the Racing of the Engines of Screw Steamers Investigated Theoretically and by Experiment*, Transactions INA, 1873.
- [250] Ridley, D.E.: *Observations on the Effect of Vessel Speed on Bow Thruster Performance*, Marine Technology, Vol. 8, no. 4, 1971, pp. 93–96.
- [251] Rijsbergen van, M.X., and Terwisga van, T.J.C.: *On the Maximum Thrust Density of Propellers*, Proceedings NCT'50, International Conference on Propeller Cavitation, Newcastle-upon-Tyne, 2000.
- [252] Romson, J.A.: *Propeller Strength Calculation*, Marine Engineering & Naval Architecture, 1952, Vol. 75.
- [253] Rose, J. and Kruppa, C.: *Methodical Series Model Test Results*, Proceedings, First International Conference on Fast Sea Transportation, FAST'91, Trondheim, 1991, Vol. 2, pp. 1129–1147.
- [254] Ross, D.: *Mechanics of Underwater Noise*, Pergamin Press, Oxford, 1976.
- [255] Ross, D.: *Noise Sources, Radiation and Mitigation. Underwater Acoustics and Signals*, Proceedings of the 2nd Symposium on the , 1981, Vol. 66, pp. 3–28.
- [256] Rösingh, W.H.C.E.: *Design and Strength Calculations for Heavily Loaded Propellers*, Schip en Werf, 1937.
- [257] Ruys, A.W.: *A Comparison of Some Published Results of Tests on Vertical Axis Propellers*, International Shipbuilding Progress, Vol. 13, no. 148, 1966, pp. 399–401.

- [258] Sabit, A.S.: *The SSPA Cargo Liner Series - Regression Analysis of the Resistance and Propulsive Coefficients*, International Shipbuilding Progress, Vol. 23, no. 263, 1976, pp. 213–217.
- [259] Sabit, A.S.: *Optimum Efficiency Equations of the NSMB Propeller Series 4 and 5 Blades*, International Shipbuilding Progress, Vol. 23, no. 267, 1976, pp. 370–374.
- [260] Sadovnikov, Y., Frolov, V., Kalčev, R. and Kozhukharov, P.: *Tests of Series of Cavitating Screw Propellers in Oblique Flow*, Proceedings, 10th Anniversary Jubilee Scientific Session, BSHC, Varna, Vol. 1, 1981.
- [261] Sadovnikov, Y. and Kozhukharov, P.: *On the Evaluation of Hydrodynamic Characteristics of Cavitating Screw Propellers in Oblique Flow*, Proceedings, 10th Anniversary Jubilee Scientific Session, BSHC, Varna, Vol. 1, 1981, pp. 2.1–2.9.
- [262] Sarpkaya, T.: *Computational Methods with Vortices*, the 1988 Freeman Scholar Lecture, Journal of Fluids Engineering, Vol. 111, no. 5, 1988.
- [263] Sasajima, H., Tanaka, I. and Suzuki, T.: *Wake Distribution of Full Ships*, Journal of Society of Naval Architects of Japan, Vol. 120, 1966, pp. 216–230.
- [264] Sasaki, N.: *Boundary Layer Control of Twin Skeg Hull Form with Reaction Podded Propulsion*, Proceedings, Second International Symposium on Marine Propulsion, SMP'11, Hamburg, 2011.
- [265] Shiba, H.: *Air-Drawing of Marine Propellers*, Transportation Technical Research Institute, Report no. 9, Unyu-Gijutsu Kenkyujo, Tokyo, 1953.
- [266] Schmidt, W.: *Zusammenfassende Darstellung von Schraubenversuchen*, VDI-Verlag, 1926.
- [267] Schmitz, F.W.: *Aerodynamik des Flugmodells*, Duisburg, 1957.
- [268] Schönherr, K.: *Propulsion and Propellers*, Principles of Naval Architecture, Vol. II, Rossel and Chapman eds., SNAME, New York, 1949.
- [269] Schönherr, K.: *Formulation of Propeller Blade Strength*, Transactions SNAME, Vol. 71, 1963.
- [270] Schneekluth, K.: *Wake Equalizing Duct*, The Naval Architect, 1986.
- [271] Shen, Y.T.: *Wing Sections on Hydrofoils, Part 3 - Experimental Verification*, Journal of Ship Research, Vol. 29, 1985, pp. 39–50.
- [272] Shen, Y.T. and Dimotakis, P.E.: *Viscous and Nuclei Effects on Hydrodynamic Loading and Cavitation on a NACA 66 (mod) Foil Section*, Journal of Fluid Engineering, Vol. 111, 1969, pp. 306–316.
- [273] Sinclair, L.: *Propeller Blade Strength*, Transactions IESS, Vol. 119, 1975/76, pp. 27–41.
- [274] Smith, A.M.O.: *Transition, Pressure Gradient and Stability Theory*, Proceedings, 9th International Congress of Applied Mechanics, Brussels, Vol. 4, 1957, pp. 234–243.
- [275] Soejima.: *Calculation of Thick Three-Dimensional Boundary Layers on Ship Stern*, SSPA-ITTC Workshop on Ship Boundary Layers, Larsson ed., Göteborg, 1981.
- [276] Sparenberg, J.A. and de Vries: *An Optimum Screw Propeller with Endplates*, International Shipbuilding Progress, Vol. 34, no. 395, 1987, pp. 124–133.
- [277] Squire, H.B. and Young, A.D.: *The Calculation of the Profile Drag of Airfoils*, Aeronautical Research Council, Report 1838, 1938.
- [278] Steinen, C. von den: *Praktische Schraubendiagramme*, Werft-Reederei-Hafen, Bd. 4, 1923, pp. 31–43.
- [279] Stern, P. and Vorus, W.G.: *A Non-Linear Method for Predicting Unsteady Sheet Cavitation on Marine Propellers*, Journal of Ship Research, Vol. 27, no. 1, 1983, pp. 56–74.

- [280] Stierman, E.J.: *A Prediction of Resistance and Propulsion Characteristics of High-Speed Displacement Ships*, Proceedings, Workshop on Developments in Hull Form Design, MARIN, Wageningen, 1985, pp. 175–189.
- [281] Stierman, E.J.: *The Influence of the Rudder on the Propulsive Performance of Ships*, Part I. International Shipbuilding Progress, Vol. 36, no. 407, 1989, pp. 303-334.
- [282] Stierman, E.J.: *The Influence of the Rudder on the Propulsive Performance of Ships*, Part II. International Shipbuilding Progress, Vol. 36, no. 408, 1989, pp. 405-435.
- [283] Streckwall, H.: *Application of a Vortex-Lattice Method to Ship Propeller*, Ship Technology Research, Vol. 41, no. 4, 1973, pp. 31–43.
- [284] Strasberg, M.J.: Acoustic Society, Vol. 31, 1959.
- [285] Stuntz, G.R. and Taylor, R.,J.: *Some Aspects of Bow Thruster Design*, Transactions SNAME, Vol. 41 1964.
- [286] Szantyr, J.A.: *A New Method for the Analysis of Unsteady Propeller Cavitation and Hull Surface Pressure*, Transactions RINA, Vol. 126, 1984, pp. 153–167.
- [287] Tachmindji, A.J. and Morgan, W.B.: *The Design and Estimated Performance of a Series of Supercavitating Propellers*, Proceedings, the 2nd ONR Symposium on Naval Hydrodynamics, ACR–38, 1958.
- [288] Taniguchi, K., Tanibayashi, J. and Chiba, N.: *Investigation into the Propeller Cavitation in Oblique Flow*, Experiment Tank Laboratory, Mitsubishi Heavy Industries Ltd., Report 2221, 1966.
- [289] Taylor, D.W.: *The Speed and Power of Ships*, Ransdell Inc., Second Revision Printed, Washington D.C., 1933.
- [290] Theodorsen, T.: *Theory of Wing Sections of Arbitrary Shape*, NACA Report no. 383, 1931.
- [291] Theodorsen, T. and Garrick, I.E.: *General Potential Theory of Arbitrary Wing Sections*, NACA Report no. 452, 1933.
- [292] Thwaites, B.: *Incompressible Aerodynamics*, The Clarendon Press, Oxford, 1960.
- [293] Toda, Y. and Tanaka, I.: *An Integral Method for Calculating Three-Dimensional Boundary Layer with Higher Order Effect*, Osaka International Colloquium on Ship Viscous Flow, Osaka, 1985.
- [294] Togunjac, A.B.: *Hydrodynamic Reasons of Choosing the Two-Stage Blade System for New Multipurpose Propulsors*, Proceedings, 14th International Congress on ‘Theory and Practice of Shipbuilding’, SORTA 2000, Rijeka, 2000, pp. 181–190.
- [295] Tokuda, S., Okuyama, Y., Inoue, H. and Denoh, S.: *Fatigue Failure in Marine Propeller Blades*, Proceedings, Propellers ’78 Symposium, Virginia Beach, SNAME, 1978, pp. 5.1–5.13.
- [296] Triantafyllou, M.S.: *Computer Aided Propeller Preliminary Design Using the B-Series*, Marine Technology, Vol. 16, no. 4, 1979, pp. 275–279.
- [297] Trincas, G.: *Oscillazioni nonlineari di bolle in campi di pressione*, Tecnica Italiana, Vol. 47, no. 6, 1981, pp. 215–218.
- [298] Trincas, G.: *Su taluni aspetti della dinamica della cavitazione*, Tecnica Italiana, Vol. 48, no. 8, 1983, pp. 215–218.
- [299] Trincas, G.: *Valutazione dell’eccitazione indotta dall’elica nella progettazione preliminare*, Tecnica Italiana, Vol. 49, no. 6, 1984, pp. 263–276.



- [300] Trincas, G.: *Noise Assessment of a 42-m Fishery Research Vessel*, Twinning Project for Introduction of Stock Assessment to Fisheries Management System of Turkey, Ankara, 2010.
- [301] Trincas, G. and Spitoni, M.: *Hydrodynamic Evaluation in Preliminary Design of Asymmetric High Block Ships*, Proceedings, International Symposium on Ship Resistance and Powering Performance, ISRP-89, Shanghai, 1989, pp. 223-231.
- [302] Trincas, G. and Popovici, J.S.: *Design of an Energy Saving Device Adapted to Ship Stern Effective-Wake*, *Tecnica Italiana*, Vol. 57, n.4, 1992, pp. 223-240.
- [303] Trincas, G., Putorti, E., Repole, G. and Stenta, S.: *Shallow Water Effects on Resistance and Propulsion of an Icebreaking Vessel*, Proceedings, 10th International Conference on Hydrodynamics, St. Petersburg, 2012.
- [304] Troost, L.: *Open Water Test Series with Modern Propeller Forms*, *Transactions NECIES*, Vol. 54, 1938.
- [305] Troost, L.: *Open Water Test Series with Modern Propeller Forms. Part 2: Three-Bladed Propellers*, *Transactions NECIES*, Vol. 56, 1940.
- [306] Troost, L.: *Open Water Test Series with Modern Propeller Forms, Part 3: Two-Bladed and Five-Bladed Propellers - Extension of the Three- and Four-Bladed B-Series*, *Transactions NECIES*, Vol. 67, 1951, pp. 89-130.
- [307] Tsakonas, S., Breslin, T. and Miller, M.: *Correlation and Application of an Unsteady Flow Theory for Propeller Forces*, *Transactions SNAME*, Vol. 75, 1967.
- [308] Tsakonas, S.: *An Exact Linear Lifting-Surface Theory for a Marine Propeller in a Non-Uniform Flow Field*, *Journal of Ship Research*, Vol. 17, no. 1, 1973, pp. 196-207.
- [309] Tsuchida, K.: *A Design Diagram of Three-Bladed Controllable Pitch Propellers*, *Journal of the Society of Naval Architects of Japan*, Vol. 23, 1976, pp. 199-210.
- [310] Tulin, M.P.: *Steady Two-Dimensional Cavity Flows About Slender Bodies*, David Taylor Model Basin, Technical Report 834, Bethesda, 1953.
- [311] Tulin, M.P.: *Supercavitating Flow Past Foils and Struts*, Proceedings, Symposium on Cavitation in Hydrodynamics, National Physical Laboratory Teddington, 1955.
- [312] Tulin, M.P. and Burkart, M.P.: *Linearised Theory for Flows About Lifting Foils at Zero Cavitation Number*, David Taylor Model Basin, Technical Report C-638, Bethesda, 1955.
- [313] Tulin, M.P. and Hsu, C.C.: *The Theory of Leading-Edge Cavitation on Lifting Surfaces with Thickness*, Proceedings, Symposium on Hydrodynamics of Ship and Offshore Propulsion Systems, Paper no. 16/9, Session 3, Det norske Veritas, Oslo, 1977.
- [314] Tzabiras, G.D.: *On the Calculation of the 3D Reynolds Stress Tensor by Two Algorithms*, Proceedings, 2nd International Symposium on Ship Viscous Resistance, SSPA, Göteborg, 1985.
- [315] Tzabiras, G.D., Dimas, A. and Loukakis, T.: *A Numerical Method for the Calculation of Incompressible, Steady, Separated Flows around Aerofoils*, *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 6, 1986, pp. 789-809.
- [316] Uberoi, S.B.S.: *Viscous Resistance of Ship Models*, Hydro- and Aerodynamics Laboratory, Bethesda, Report no. HY 13, 1968.
- [317] Uhlman, J.S.: *A Partially Cavitated Hydrofoil of Finite Span*, *Journal of Fluids Engineering*, Vol. 100, no. 3, 1978, pp. 353-354.

- [318] Uhlman, J.S.: *The Surface Singularity Method Applied to Partially Cavitating Hydrofoils*, Journal of Ship Research, Vol. 31, no. 1, 1987, pp. 107–124.
- [319] Urick, R.J.: *Principles of Underwater Sound*, Mc Graw Hill, ed., 1983.
- [320] Vasamarov, K.G. and Minchev, A.D.: *A Propeller Hydrodynamic Scale Effect*, BSHC Report no. PD-83-108, 1983.
- [321] Veenstra, F.A.: *Acoustical Design Aspects on Board Fishing Vessels*, Proceedings, International Symposium on Safety and Working Conditions aboard Fishing Vessels, Université du Québec à Rimouski, Rimouski, 1989, pp. 337–354.
- [322] Vickers, J., Buitema, S. and Matten, R.: *Hydrodynamic Research on and Optimizing Dynamic Positioning System of a Deep Water Drilling Vessel*, Proceedings OTC. Offshore Technology Conference, Vol. 4, no. 8854, 1998.
- [323] Voitkounsky, Y.I.: *Manuale di Teoria della Nave* (in russo), Sudostroenie, Leningrad, Vol. 1, 1985.
- [324] Vučinić-Superina, A.: *KV Nozzle Propeller Series*, International Shipbuilding Progress, Vol. 15, no. 172, 1968, pp. 418–425.
- [325] Walker, D. and Bose, N.: *Hydrodynamic Loads and Dynamic Effects of Cavitation on Ice Class Propellers in Simulated Ice Blocked Flow Propellers*, Proceedings, Propellers/Shafting '94 Symposium, SNAME, 1994, pp. 20.1–20.19.
- [326] Ward, G. and Hoyland, A.: *Ship Design and Noise Levels*, Transactions of the 'North East Coast Institution of Engineers & Shipbuilders', 1979, Vol. 95, no. 4, pp. 177–193.
- [327] Webb, A.W.O., Eames, C.F.W. and Tuffrey, A.: *Factors Affecting Design Stresses in Marine Propellers*, SNAME Symposium Propellers '75, 1975.
- [328] Weitbrecht, A.P.: *Vom Sog ein Versuch seiner Berechnung*, Schiffbautechnischen Gesellschaft, Band 41, Ordentliche Hauptversammlung, 1941.
- [329] Welnicki, W.: *Components of Propeller Efficiency as a Function of Block Coefficient and Screw Diameter for Full Ships*, Proceedings, 7th BSHC Scientific Session, BSHC, Varna, 1990. Paper no. 28, pp. 1–6.
- [330] Wenz, J.: *Journal of American Acoustic Society*, Vol. 34, 1962.
- [331] Wheeler, W.H.: *Indentation of Metals by Cavitation*, Transactions ASME, Series D, Vol. 82, 1960.
- [332] Wu, T.Y.: *A Note on the Linear and Nonlinear Theories for Fully Cavitated Hydrofoils*, Hydrodynamic Laboratory of California Institute of Technology, Report no. 21–22, 1956.
- [333] Yazaki, A.: *Design Diagrams of Modern Four, Five, Six and Seven-Bladed Propellers Developed in Japan*, Proceedings, 4th Naval Hydrodynamics Symposium, National Academy of Sciences, Washington, 1962.
- [334] Yoshimura, Y. and Koyanagi, Y.: *Design of a Small Fisheries Research Vessel with Low Level of Underwater-Radiated Noise*, Journal of Marine Acoustic Society of Japan, Vol. 31, no. 3, 2004, pp. 1–9.
- [335] Yosifov, K., Staneva, A. and Belchev, V.: *Equations for Hydrodynamic and Optimum Efficiency Characteristics of the Wageningen KA Ducted Propeller Series*, BSHC Report no. PD-80-89, 1980.
- [336] Yosifov, K., Zlatev, Z., and Staneva, A.: *Optimum Characteristics Equations for the Wageningen B-mod Screw Series*, Proceedings, 10th Anniversary Jubilee Scientific Session, BSHC, Varna, Vol. 1, 1981, Paper. no. 115, pp. 1–13.

- [337] Yosifov, K., Zlatev, Z., and Staneva, A.: *Optimum Characteristics Equations for the K-J Ducted Propeller Design Charts*, Proceedings, Third International Congress of Marine Technology, IMAEM'84, Athens, Vol. 1, 1984, pp. 89–101.
- [338] Yosifov, K., Zlatev, Z., and Staneva, A.: *Optimum Characteristics Equations for the 'K-J' Propeller Design Charts, Based on the Wageningen B-Screw Series*, International Shipbuilding Progress, Vol. 33, no. 382, 1986, pp. 101–111.
- [339] Yount, D.E.: Journal of Acoustic Society of America, Vol. 65, 1973.
- [340] Yount, D.E.: Journal of Acoustic Society of America, Vol. 71, 1979.
- [341] Zakarauskas, P., Chapman, D.M.F. and Staal, P.R.: *Underwater Acoustic Ambient Noise Levels on the Eastern Canadian Continental Shelf*, Journal of Acoustic Society, Vol. 87, no. 5, 1990, pp. 2064–2071.
- [342] Žoukovsky, N.E.: Lectures on Hydrodynamics, Collected Works, ONTI, Vol. II, Moscow, 1935.
- [343] Žoukovsky, N.E.: Theoretical Foundations of Aeronautics, Collected Works, Vol. VI, Gostekhizdat, Moscow, 1948.

# Elenco delle figure

1.1	Treno di trasmissione delle potenze . . . . .	6
1.2	Diagramma a blocchi della catena di trasmissione delle potenze . . . . .	8
2.1	Elementi geometrici fondamentali . . . . .	12
2.2	Generazione di una spira . . . . .	13
2.3	Rettifica di una spira . . . . .	14
2.4	Sviluppo piano di sezioni cilindriche . . . . .	15
2.5	Rapporti caratteristici di pala . . . . .	16
2.6	Diverse forme di profili di pala . . . . .	18
2.7	Mozzo di un'elica a passo fisso . . . . .	20
2.8	Sistema di coordinate locali . . . . .	21
2.9	Piano sagomatore dell'elica . . . . .	27
3.1	Relazioni tra velocità assiali . . . . .	32
3.2	Modello del disco attuatore . . . . .	33
3.3	Triangolo di velocità . . . . .	38
3.4	Tipi di mantello per eliche intubate . . . . .	40
3.5	Schema del propulsore a getto . . . . .	41
3.6	Schema di una sezione di pala . . . . .	43
3.7	Triangolo di velocità su una sezione cilindrica . . . . .	44
3.8	Schema di moto del fluido su un'elica ideale . . . . .	49
3.9	Distribuzione radiale del salto di pressione e delle velocità indotte . . . . .	58
3.10	Diagrammi di velocità di elica ideale leggermente caricata . . . . .	59
3.11	Diagrammi di velocità di elica ideale moderatamente caricata . . . . .	59
3.12	Dipendenza del coefficiente di qualità dal coefficiente di carico di spinta . . . . .	64
3.13	Rendimenti di differenti propulsori e coefficienti di carico per diverse classi di navi . . . . .	65
4.1	Profili portanti . . . . .	70
4.2	Illustrazione delle notazioni di un profilo alare . . . . .	71
4.3	Costruzione di un profilo alare . . . . .	73
4.4	Distribuzione di pressione 'a tetto' . . . . .	75
4.5	Distribuzione qualitativa della pressione su un profilo alare . . . . .	76
4.6	Forze agenti su un profilo alare . . . . .	77

4.7	Forze e momenti su un profilo alare . . . . .	79
4.8	Caratteristiche aerodinamiche di un profilo alare . . . . .	80
4.9	Influenza dell'angolo critico sulle caratteristiche del flusso . . . . .	81
4.10	Diagramma polare di un profilo portante . . . . .	81
4.11	Coefficiente di portanza in fluido ideale e viscoso . . . . .	82
4.12	Effetto persiana sulla portanza di un profilo alare . . . . .	84
4.13	Definizione della circolazione . . . . .	86
4.14	Tubo vorticoso . . . . .	87
4.15	Vortice circolare e filamento vorticoso . . . . .	88
4.16	Strato vorticoso piano ed elicoidale . . . . .	90
4.17	Modellazione di un profilo alare . . . . .	90
4.18	Flusso intorno ad un cilindro circolare . . . . .	92
4.19	Formazione del vortice iniziale e sviluppo della portanza . . . . .	95
4.20	Schema per il calcolo della velocità indotta . . . . .	97
4.21	Schema di vortice rettilineo seminfinito . . . . .	98
4.22	Caso di vortice elicoidale regolare . . . . .	99
4.23	Modellazione di un profilo alare sottile . . . . .	101
4.24	Calcolo della velocità indotta lungo la corda . . . . .	102
4.25	Portanza teorica e sperimentale di un profilo alare sottile . . . . .	106
4.26	Momento di beccheggio sul bordo di ingresso . . . . .	107
4.27	Distribuzione di curvatura e pressione per NACA - $a = 0.8$ . . . . .	111
4.28	Linee mediane per distribuzione di pressione 'a tetto' . . . . .	112
4.29	Flusso intorno ad un cilindro senza circolazione . . . . .	115
4.30	Flusso intorno ad un cilindro con circolazione . . . . .	115
4.31	Flusso intorno ad un profilo Kármán-Trefftz . . . . .	117
4.32	Flusso intorno ad un profilo parabolico ( $\alpha = 0$ ) . . . . .	119
4.33	Flusso intorno ad un profilo parabolico ( $\alpha = 10$ ) . . . . .	120
4.34	Simulazione matematica della condizione di Kutta . . . . .	121
4.35	Modellazione mediante uno strato vorticoso . . . . .	121
4.36	Flusso intorno al bordo d'uscita . . . . .	122
4.37	Visualizzazione del flusso con lo sviluppo del vortice iniziale . . . . .	123
4.38	Trasformazione conforme di un circolo in un profilo alare simmetrico . . . . .	124
4.39	Trasformazioni conformi per il calcolo della distribuzione di pressione . . . . .	124
4.40	Sintesi della distribuzione di velocità . . . . .	130
4.41	Distribuzioni di velocità . . . . .	132
4.42	Incrementi locali di velocità . . . . .	132
4.43	Profilo di velocità nello strato limite . . . . .	138
4.44	Struttura dello strato limite . . . . .	138
4.45	Ispessimento dello strato limite . . . . .	139
4.46	Sviluppo dello strato limite . . . . .	141
4.47	Profili di velocità in flusso turbolento . . . . .	141

4.48	Bolla di separazione laminare . . . . .	144
4.49	Parametri dello strato limite laminare . . . . .	146
4.50	Spessore effettivo di scia . . . . .	150
4.51	Effetto del numero di Reynolds sul coefficiente di portanza . . . . .	151
4.52	Sistema vorticoso di un'ala con circolazione variabile lungo la sua lunghezza . . . . .	155
4.53	Formazione di vortici sul bordo di uscita . . . . .	156
4.54	Avvolgimento dei vortici liberi . . . . .	157
4.55	Sistema vorticoso di un'elica . . . . .	158
4.56	Flusso su una pala di allungamento finito . . . . .	162
4.57	Distribuzione del flusso deviato per i vortici sugli apici di un'ala finita . . . . .	162
4.58	Effetto della pendenza del flusso deviato . . . . .	163
4.59	Relazione polare tra coefficiente di resistenza e coefficiente di portanza . . . . .	167
5.1	Diagramma delle velocità e delle forze su un elemento di pala . . . . .	171
5.2	Diagramma di funzionamento di un'elica isolata . . . . .	174
5.3	Regimi di funzionamento di un'elica . . . . .	176
5.4	Attrezzature per le prove di elica isolata . . . . .	182
5.5	Diagramma di funzionamento di un'elica isolata . . . . .	183
5.6	Caratteristiche di funzionamento a diversi indici di cavitazione . . . . .	185
5.7	Variazioni di $K_T$ e $K_Q$ per effetto scala . . . . .	186
5.8	Dipendenza dei coefficienti di spinta e di rendimento dell'elica isolata dal numero di Reynolds e dal carico dell'elica . . . . .	189
5.9	Profilo geometrico dei modelli delle subserie 'B4' e 'B5' . . . . .	193
5.10	Curve di funzionamento della subserie B4.55 . . . . .	195
5.11	Profili di pala della 'Serie Gawn' . . . . .	197
5.12	Profilo di pala della 'Serie KCA' . . . . .	198
5.13	Profilo e sezioni di pala della 'Serie Newton-Rader' . . . . .	200
5.14	Profili di pala della 'Serie KA' . . . . .	201
5.15	Profili delle sezioni dei mantelli '19A' e '37' . . . . .	201
5.16	Confronto tra rendimenti di elica libera ed eliche intubate della Serie-B . . . . .	202
5.17	Diagrammi di funzionamento della serie KV . . . . .	203
5.18	Risultati della 'Serie CRP-MARIN' . . . . .	206
5.19	Modelli e sezione di pala della 'Serie Rolla' . . . . .	207
5.20	Coefficienti di carico dell'elica' . . . . .	209
5.21	Diagramma $B_P - \delta$ . . . . .	211
5.22	Diagramma $\mu - \sigma$ . . . . .	214
5.23	Curve di rendimento ottimale nel diagramma $B_P - \delta$ . . . . .	216
5.24	Costruzione del diagramma di Pappel . . . . .	217
5.25	Diagramma del 'carenista' di Pappel . . . . .	218
5.26	Diagramma del 'macchinista' di Pappel . . . . .	219
5.27	Costruzione del diagramma logaritmico dell'elica . . . . .	226
5.28	Confronto tra rendimenti ottimali di eliche non-convenzionali . . . . .	228

5.29	Notazioni nei quadranti di funzionamento . . . . .	230
5.30	Diagrammi completi di funzionamento di elica isolata . . . . .	231
5.31	Diagrammi completi di funzionamento della subserie B4.70 . . . . .	232
5.32	Diagrammi completi di funzionamento delle eliche B4 ( $P/D = 1.0$ ) . . . . .	233
5.33	Diagrammi completi di funzionamento delle eliche B4 ( $P/D = 1.0$ ) . . . . .	235
5.34	Forza di tiro per diversi tipi di eliche . . . . .	237
6.1	Rendimento ideale di un'elica . . . . .	243
6.2	Distribuzione delle eliche a passo fisso per classi di navi . . . . .	245
6.3	Elica a passo variabile con 'skew' elevato . . . . .	247
6.4	Profili di area espansa di eliche FPP e CPP . . . . .	248
6.5	Parti principali di un sistema CPP . . . . .	249
6.6	Curve caratteristiche di eliche CPP . . . . .	250
6.7	Meccanismo di funzionamento di un'elica a pale orientabili . . . . .	251
6.8	'Spindle torque' di pala rispetto all'angolo di passo ( $n = \text{cost.}$ ) . . . . .	252
6.9	Curve caratteristiche del momento torcente sul mandrino . . . . .	253
6.10	Curva combinata e layout del motore . . . . .	254
6.11	Elica intubata in mantello Kort . . . . .	256
6.12	Principio di funzionamento di un mantello accelerante . . . . .	258
6.13	Rendimento ideale di eliche intubate . . . . .	259
6.14	Curve caratteristiche di eliche intubate . . . . .	259
6.15	Sistema a timoni attivi . . . . .	261
6.16	Mantello fessurato . . . . .	261
6.17	Diagrammi di velocità in flusso inclinato . . . . .	263
6.18	Coefficienti dinamici su un'elica veloce . . . . .	264
6.19	Eliche controrotanti . . . . .	265
6.20	Diagrammi di velocità di eliche controrotanti . . . . .	270
6.21	Vista orizzontale e trasversale di eliche interferenti . . . . .	272
6.22	Influenza dell'interasse di eliche interferenti . . . . .	273
6.23	Installazione del sistema TVF . . . . .	276
6.24	Elica con anello . . . . .	278
6.25	Spintore trasversale . . . . .	279
6.26	Sezione di uno spintore trasversale . . . . .	280
6.27	Schema dell'impianto di un bow thruster . . . . .	280
6.28	Spinta specifica per diverse classi di navi . . . . .	282
6.29	Disegno dell'elica supercavitante di Posdunine . . . . .	284
6.30	Elica in regime supercavitante . . . . .	284
6.31	Eliche ventilate . . . . .	287
6.32	Sistemazione di un'elica ventilata . . . . .	288
6.33	Propulsore a 'Z' . . . . .	294
6.34	Propulsori a 'Z' con eliche intubate su un rimorchiatore . . . . .	295
6.35	Elica libera e propulsore a 'Z' su un aliscafo . . . . .	295

6.36 Spintori azimutali per il posizionamento dinamico . . . . .	296
6.37 Pump-jet della Siemens-Schöttel . . . . .	299
6.38 Principio di funzionamento di un pump-jet . . . . .	300
6.39 Il primo rimorchiatore trattore VSP . . . . .	301
6.40 Propulsore Voith Schneider . . . . .	301
6.41 Sistemazione di un sistema a propulsione cicloidale . . . . .	302
6.42 Forze di pala in diverse posizioni . . . . .	302
6.43 Percorso cicloidale di una pala . . . . .	303
6.44 Forze agenti su una pala . . . . .	304
6.45 Generazione della portanza dinamica in funzione del percorso cicloidale della pala	304
6.46 Propulsore Voith-Schneider . . . . .	305
6.47 Propulsore Kirsten-Boeing . . . . .	306
6.48 Propulsore trocoidale . . . . .	306
6.49 Diagrammi di funzionamento di una serie di propulsori epicicloidali . . . . .	308
6.50 Rendimenti di eliche ad asse verticale . . . . .	308
6.51 Diagramma di progetto . . . . .	309
6.52 Diagramma di funzionamento di un VSP al variare del passo . . . . .	310
6.53 Azipod . . . . .	312
6.54 Brevetto iniziale dell'Azipod . . . . .	313
6.55 Rinnovo del brevetto dell'Azipod . . . . .	314
6.56 Schema di un sistema propulsivo con gondola azimutale . . . . .	315
6.57 Schema descrittivo dell'Azipod . . . . .	316
6.58 Il Pod Schöttel-Siemens . . . . .	322
6.59 Azipod montati dietro eliche convenzionali . . . . .	323
6.60 Schema di sistemi CRP-Azipod . . . . .	324
6.61 Rendimenti quasi-propulsivi di eliche convenzionali e sistema Azipod-CRP . .	326
6.62 Perdite nella trasmissione di potenza . . . . .	327
6.63 Potenze propulsive relative per diverse configurazioni propulsive ( $V = \text{cost.}$ ) . .	327
6.64 Rendimenti di motori diesel accoppiati a diversi sistemi propulsivi . . . . .	328
6.65 Costi operativi per una portacontainer da 12000 TEU . . . . .	329
6.66 Confronto tra NPV di nave con CRP-Azipod e con twin-skeg . . . . .	329
6.67 Flusso controrotante di una carena twin-skeg . . . . .	330
6.68 Modello con pod a reazione . . . . .	330
6.69 Coefficienti propulsivi di carena twin-skeg con pod a reazione . . . . .	331
6.70 Sistemi addizionali con alette e rettificatori di flusso . . . . .	333
6.71 Sistemi addizionali con mantello . . . . .	334
6.72 Componenti delle perdite su una carena dislocante . . . . .	335
6.73 Perdita di energia del propulsore rispetto al coefficiente di carico . . . . .	336
6.74 Forme di poppa a tunnel . . . . .	338
6.75 Risparmio di potenza con il diametro dell'elica al variare del coefficiente di carico	339
6.76 Poppa asimmetrica derivata da una poppa convenzionale . . . . .	340



6.77 Elica con ruota folle . . . . .	342
6.78 Schema del sistema "vane wheel" . . . . .	343
6.79 Diagrammi di velocità dell'elica e della 'vane wheel' . . . . .	344
6.80 Rendimenti quasi-propulsivi di un'elica convenzionale e di un sistema Grim . . . . .	345
6.81 Rettificatori di flusso . . . . .	345
6.82 Andamento del flusso poppiere in presenza dei Grothues spoilers . . . . .	347
6.83 Rappresentazione geometrica dei mantelli equalizzatori . . . . .	348
6.84 Semimantelli integrati . . . . .	349
7.1 Distribuzione dei carichi idrodinamici sulla trave incastrata . . . . .	356
7.2 Carico meccanico e braccio della forza centrifuga su una sezione di pala . . . . .	362
7.3 Posizione relativa alla generatrice del centro di gravità di una sezione di pala . . . . .	365
7.4 Definizione di asse neutro . . . . .	366
7.5 Coefficienti per il modulo di resistenza dei profili Walchner . . . . .	369
7.6 Coefficiente della tensione di compressione per i profili NACA-16 . . . . .	370
7.7 Decomposizione dei momenti flettenti . . . . .	371
7.8 Coefficienti per il calcolo dei momenti flettenti a fatica . . . . .	374
7.9 Variazione della tensione di pala in un giro . . . . .	376
7.10 Confronto tra distribuzioni di spessore e di tensione radiale . . . . .	378
7.11 Forze e momenti sugli elementi superficiali che modellano la pala . . . . .	381
7.12 Discretizzazioni agli elementi finiti . . . . .	388
7.13 Distribuzioni delle tensioni principali per eliche con diverso 'skew' . . . . .	389
7.14 Correlazioni sperimentali per diversi metodi agli elementi finiti . . . . .	391
7.15 Mesh di una pala supercavitante . . . . .	392
7.16 Tensioni radiali e tangenziali di una pala supercavitante . . . . .	393
7.17 Distribuzione del carico radiale: eliche con apice scarico e rendimento ottimale . . . . .	394
7.18 Variazioni tipiche delle proprietà alla radice per CPP . . . . .	395
7.19 Metodo di rilievo della cavitazione alla radice . . . . .	396
7.20 Tensioni transitorie di vibrazione in crash-stop (pattugliatore monoelica) . . . . .	397
7.21 Tensioni residue misurate su una pala . . . . .	399
7.22 Analisi a fatica dell'elica . . . . .	400
7.23 Procedura progettuale di analisi della robustezza dell'elica . . . . .	404
7.24 Suddivisione del mozzo per la stima del peso . . . . .	406
8.1 Diagramma di isoscie di navi monoelica e bielica . . . . .	429
8.2 Diagramma delle velocità di scia trasversale . . . . .	430
8.3 Diagrammi di velocità sul disco-elica . . . . .	430
8.4 Distribuzione circonferenziale di scia assiale e tangenziale . . . . .	431
8.5 Variazione delle frazioni di scia assiale e tangenziale in una nave monoelica . . . . .	431
8.6 Angolo geometrico di scia . . . . .	432
8.7 Distribuzione radiale della velocità di scia assiale . . . . .	433
8.8 Frazione di scia potenziale e totale . . . . .	436

8.9	Decomposizione del campo di scia . . . . .	437
8.10	Ampiezze normalizzate delle armoniche di scia . . . . .	439
8.11	Ampiezze delle armoniche della velocità assiale . . . . .	440
8.12	Ampiezze delle armoniche della velocità tangenziale . . . . .	441
8.13	Definizione del parametro $\tau$ per diverse forme poppiere . . . . .	441
8.14	Frazione di scia e fattore di deduzione di spinta per navi monoelica . . . . .	447
8.15	Variazione radiale della frazione di scia e correzione per navi monoelica . . . . .	448
8.16	Effetto scala sulla variazione radiale della frazione di scia . . . . .	449
8.17	Definizione dell'intervallo angolare . . . . .	453
8.18	Immersioni, luci dell'elica ed angolo di fuga della linea d'acqua . . . . .	454
8.19	Isoscie in marcia avanti a diverse profondità . . . . .	454
8.20	Dipendenza della frazione di scia dalla profondità . . . . .	456
8.21	Frazione di scia in funzione del coefficiente di carico di spinta . . . . .	457
8.22	Definizione della larghezza del picco di scia . . . . .	459
8.23	Applicazione del criterio di van Gunsteren e Pronk . . . . .	460
8.24	Criterio BSRA di disuniformità di scia . . . . .	461
8.25	Criterio di scia di Ruthenford . . . . .	462
8.26	Scia su una poppa ad 'U' estremo . . . . .	464
8.27	Scia su una poppa del tipo 'pram' . . . . .	464
8.28	Scia su una forma di carena ottimale semplificata . . . . .	465
8.29	Poppe a 'V', ad 'U' e con bulbo poppiere . . . . .	465
8.30	Isoscie di poppe a 'V', ad 'U' e con bulbo poppiere . . . . .	466
8.31	Variazione di isoscie . . . . .	467
8.32	Scie circolari per varianti di poppa . . . . .	467
8.33	Distribuzione di scia assiale con forme di poppa a 'V' . . . . .	468
8.34	Flusso intorno ad una poppa 'Hogner' . . . . .	468
8.35	Dipendenza delle isoscie dalle forme di poppa . . . . .	469
8.36	Confronto tra i campi di scia di una poppa convenzionale e di un twin skeg . . . . .	471
8.37	Influenza della velocità e dell'assetto sulle isoscie . . . . .	473
8.38	Influenza della condizione di carico sulle isoscie . . . . .	474
8.39	Effetto del diametro sulla scia media assiale . . . . .	475
8.40	Combinazione pericolosa dei parametri principali . . . . .	476
8.41	Dipendenza della scia potenziale dal timone . . . . .	477
8.42	Rastrello di Pitot posizionato sull'asse dell'elica . . . . .	478
8.43	Schema della sonda statica di Pitot . . . . .	479
8.44	Sistemazione al vero dei tubi di Pitot . . . . .	479
8.45	Suddivisione del dominio di calcolo . . . . .	482
8.46	Strato limite in direzione trasversale . . . . .	482
8.47	Linee di corrente del flusso potenziale . . . . .	483
8.48	Classi di approssimazioni per le equazioni di Reynolds . . . . .	484
8.49	Confronto tra isoscie modello ed isoscie nave . . . . .	487

8.50	Effetto scala sulle componenti di scia . . . . .	492
8.51	Diversi tipi di isoscie senza vortici del ginocchio . . . . .	494
8.52	Distribuzione circonferenziale di scia ( $\lambda = 6$ ) . . . . .	499
8.53	Distribuzione circonferenziale di scia ( $\lambda = 18$ ) . . . . .	499
8.54	Distribuzione circonferenziale di scia ( $\lambda = 25$ ) . . . . .	500
8.55	Distribuzione circonferenziale di scia ( $\lambda = 40$ ) . . . . .	500
8.56	Distribuzione circonferenziale di scia ( $\lambda = 50$ ) . . . . .	501
8.57	Distribuzioni di velocità medie assiali circolari (serie Victory) . . . . .	502
8.58	Relazioni tra campi di scia . . . . .	505
8.59	Distribuzioni circolari (a) e radiali (b) di scia nominale e scia effettiva . . . . .	506
8.60	Relazione tra scia nominale e scia effettiva . . . . .	507
8.61	Procedura di previsione della scia effettiva dalle velocità nominali . . . . .	509
8.62	Procedura di previsione della scia effettiva dalle velocità totali . . . . .	510
8.63	Schema del modello dell'interazione tra elica e strato limite . . . . .	512
8.64	Procedura per il calcolo dell'iterazione elica-carena . . . . .	518
8.65	Coefficienti propulsivi in funzione del carico in acque quasi-profonde ( $h/T = 6.62$ ) . . . . .	536
8.66	Coefficienti propulsivi in funzione del carico in acque basse ( $h/T = 2.00$ ) . . . . .	536
8.67	Coefficienti propulsivi in funzione del carico in acque ultra-basse ( $h/T = 1.46$ ) . . . . .	537
8.68	Coefficienti propulsivi in funzione del coefficiente d'avanzo ( $h/T = 6.62$ ) . . . . .	537
8.69	Coefficienti propulsivi in funzione del coefficiente d'avanzo ( $h/T = 2.00$ ) . . . . .	538
8.70	Coefficienti propulsivi in funzione del coefficiente d'avanzo ( $h/T = 1.46$ ) . . . . .	539
9.1	Diagramma di fase dell'acqua . . . . .	545
9.2	Isoterma di van der Waals . . . . .	547
9.3	Modello di formazione dei nuclei per fessurazione di una microparticella . . . . .	549
9.4	Formazione di tasche di vapore . . . . .	550
9.5	Bolla supercavitante . . . . .	550
9.6	Flusso intorno ad un profilo alare . . . . .	552
9.7	Distribuzione di pressione al limite di cavitazione . . . . .	555
9.8	Distribuzioni di pressione su un profilo alare Göttingen . . . . .	555
9.9	Cavitazione fissa e cavitazione mobili . . . . .	556
9.10	Tipi di cavitazione sulle eliche navali . . . . .	559
9.11	Formazione del vortice d'apice . . . . .	560
9.12	Schema di cavitazione <i>PHV</i> . . . . .	563
9.13	Accadimento di diversi tipi di cavitazione . . . . .	564
9.14	Modello di cavitazione di Riaboušinsky . . . . .	567
9.15	Forme di cavitazione prodotte da una teoria lineare senza e con correzioni . . . . .	569
9.16	Aree relative di cavitazione su profili alari secondo diverse teorie . . . . .	570
9.17	Collasso di una cavitazione di Rayleigh . . . . .	572
9.18	Simulazione del collasso di una bolla . . . . .	575
9.19	Modello di flusso parzialmente cavitante di Uhlman . . . . .	576
9.20	Flusso cavitante e coefficiente di pressione in un fluido reale . . . . .	579

9.21	Posizione della cavità su un corpo emisferico di rivoluzione . . . . .	580
9.22	Crescita di bolle d'aria al diminuire della pressione . . . . .	582
9.23	Effetto della quantità d'aria sull'erosione per cavitazione . . . . .	584
9.24	Effetto dell'elettrolisi sull'innesco della cavitazione . . . . .	585
9.25	Schema dello strato limite sul dorso di un modello . . . . .	586
9.26	Effetto della rugosità sull'innesco della cavitazione . . . . .	587
9.27	Effetto viscoso sulle distribuzioni di pressione senza separazione laminare . . . . .	590
9.28	Effetto viscoso sulle distribuzioni di pressione con separazione laminare . . . . .	591
9.29	Interpretazione visuale della cavitazione su modelli . . . . .	593
9.30	Nomogramma per la velocità d'innesco . . . . .	597
9.31	Confronto tra $\sigma_i$ misurati e calcolati . . . . .	598
9.32	Confronto tra cavitazione teorica e cavitazione osservata . . . . .	601
9.33	Determinazione dell'estensione della cavitazione . . . . .	602
9.34	Correlazione tra la formulazione di $Kn$ ed i dati sperimentali (NACA 4412) . . . . .	605
9.35	Costruzione approssimata di una distribuzione di pressione cavitante . . . . .	606
9.36	Diagramma di funzionamento di un'elica cavitante . . . . .	608
9.37	Meccanismo d'erosione durante l'implosione di una bolla . . . . .	609
9.38	Bordo d'uscita piegato ed eroso . . . . .	612
9.39	Zone operative per diverse tipologie di eliche . . . . .	613
9.40	Diagramma di cavitazione di Burrill . . . . .	617
9.41	Diagramma di cavitazione per la 'Serie KCD' . . . . .	619
9.42	Diagramma ' $B_P-\delta'$ ' per controllo della cavitazione . . . . .	620
9.43	Diagramma di verifica delle curve limite di cavitazione . . . . .	621
9.44	Intervalli guida per l'area di pala . . . . .	623
9.45	Distribuzioni di velocità su classici profili alari . . . . .	624
9.46	Effetto della cavitazione sulla distribuzione di pressione . . . . .	624
9.47	Effetto della cavitazione sul coefficiente di portanza del profilo . . . . .	625
9.48	Bucket di cavitazione di un profilo alare . . . . .	626
9.49	Inviluppo di pressione minima di un profilo alare . . . . .	627
9.50	Bucket di cavitazione di Brockett . . . . .	627
9.51	Diagramma d'innesco della cavitazione . . . . .	628
9.52	Geometria ottimale per un assegnato $-C_{P_{min}}$ . . . . .	629
9.53	Diagramma tipico d'innesco della cavitazione . . . . .	630
9.54	Bucket di cavitazione per profili lenticolari . . . . .	631
9.55	Fluttuazioni della spinta per effetto del flusso inclinato . . . . .	635
9.56	Caratteristiche di funzionamento di eliche in flusso inclinato . . . . .	638
9.57	Forza trasversale normalizzata in flusso inclinato . . . . .	639
9.58	Tipico schizzo di cavitazione . . . . .	648
9.59	Tipica galleria di cavitazione moderna . . . . .	650
9.60	Grand Tunnel Hydrodynamique . . . . .	651
9.61	Confronto tra livelli di rumore di fondo . . . . .	653

9.62 Vista longitudinale del Large Cavitation Channel . . . . .	653
9.63 Fluttuazioni di pressione alla frequenza di pala . . . . .	654
9.64 La-vasca depressurizzata del KSRC, oggi smantellata . . . . .	656
9.65 Schema del DTT del KSRC . . . . .	656
9.66 Contenuto d'aria dispersa nel DTT del KSRI . . . . .	659
9.67 Misure del coefficiente di portanza in una vasca depressurizzata . . . . .	659
10.1 Potenza del suono e livelli di potenza di alcune sorgenti di rumore . . . . .	666
10.2 Caratteristiche di filtro per i livelli di rumore pesati 'A' e 'C' . . . . .	669
10.3 Spettri di ampiezza derivati da differenti segnali periodici . . . . .	670
10.4 Procedura di derivazione di uno spettro di potenza . . . . .	672
10.5 Spettri di rumore per differenti larghezze di banda . . . . .	675
10.6 Livelli di pressione del suono nello scafo vicino all'elica . . . . .	677
10.7 Rumore ambientale in acqua profonda . . . . .	679
10.8 Rumore nel sonar dovuto a varie sorgenti in funzione della velocità . . . . .	681
10.9 Spettri del rumore irradiato dalla cavitazione sullo scafo al vero . . . . .	682
10.10 Spettro idealizzato di rumore da elica non-cavitante . . . . .	683
10.11 Tipici livelli di rumore irradiato da un profilo portante in acqua disturbata . . . . .	683
10.12 Contributo relativo di diversi tipi di cavitazione alla spettro di potenza del suono	684
10.13 Spettri di pressione del suono misurati su pale lisce e pale rugose . . . . .	685
10.14 Effetto del tipo di cavitazione sugli spettri di rumore . . . . .	686
10.15 Vortici in modelli a singolo ed a doppio strato . . . . .	690
10.16 Vorticità portante . . . . .	690
10.17 Rumore adimensionale rappresentato come $L(K_p)$ in bande di terzi di banda . . . . .	692
10.18 Influenza del contenuto di gas sul livello di pressione del suono . . . . .	697
10.19 Unità principali del sistema propulsivo . . . . .	711
10.20 Schema della procedura per stimare i livelli di rumore . . . . .	714
10.21 Fattore $k$ della sezione al di sopra dell'apice dell'elica . . . . .	716
10.22 Schema della procedura per stimare i livelli di rumore dei motori . . . . .	719
10.23 Schema della procedura per stimare i livelli di rumore dell'elica . . . . .	719
10.24 Livelli di reazione di diversi tipi di pesce . . . . .	735
10.25 Distanze sonore per diversi FRV . . . . .	735
10.26 Massimo rumore subacqueo irradiato raccomandato dall'ICES . . . . .	736
10.27 Inserimento delle raccomandazioni ICES sul diagramma di cavitazione di Burrill	741
10.28 Stima del rumore di cavitazione irradiato su un FRV turco . . . . .	742
11.1 Limite superiore raccomandato per impulso di pressione singola e totale rispetto alla probabilità di rotture nella estrema struttura poppiera . . . . .	749
11.2 Sorgenti principali di eccitazione delle vibrazioni a poppa . . . . .	752
11.3 Valori medi e deviazioni standard normalizzati della spinta ( $F_3$ ) e del momento flettente orizzontale ( $M_1$ ) su una nave cisterna alla frequenza di pala . . . . .	755
11.4 Funzione di Sears . . . . .	765

11.5 Componenti della forza di portanza . . . . .	766
11.6 Componenti della forza tangenziale . . . . .	766
11.7 Principali sorgenti di eccitazione a bordo di una nave . . . . .	782
11.8 Ampiezze di pressione per elica cavitante e non-cavitante . . . . .	783
11.9 Fluttuazioni di pressione sulla superficie di carena di due navi con eliche differenti	786
11.10 Distribuzione di pressione idealizzata indotta da eliche cavitanti e non-cavitanti	786
11.11 Distribuzione idealizzata delle forze di eccitazione lungo la carena . . . . .	787
11.12 Definizione delle forze e dei momenti di superficie prodotti dall'elica . . . . .	788
11.13 Dipendenza del coefficiente di pressione dalla luce verticale . . . . .	802
11.14 Fattore di amplificazione della pressione per effetto della cavitazione . . . . .	803
11.15 Dipendenza del coefficiente di pressione dall'avanzo e dalla cavitazione . . . . .	804
11.16 Criterio SSPA di massima pressione . . . . .	809
11.17 Diagramma di flusso della procedura di controllo delle vibrazioni indotte . . . . .	812



# Elenco delle tabelle

2.1	Raggi ai bordi di uscita . . . . .	19
3.1	Rapporti $\Delta P_{D\theta}/\Delta P_D$ in funzione di $\lambda_t$ . . . . .	57
4.1	Geometria tabulare degli spessori di profili base NACA . . . . .	74
4.2	Ordinate di linee mediane NACA . . . . .	74
4.3	Moltiplicatori per l'angolo di portanza nulla . . . . .	108
4.4	Moltiplicatori per il coefficiente del momento di beccheggio . . . . .	109
4.5	Ordinate ed incrementi specifici di velocità . . . . .	131
4.6	Valori di $K_t$ e $K_f$ . . . . .	133
4.7	Valori della depressione specifica sul dorso . . . . .	135
4.8	Valori approssimati della depressione specifica sul dorso . . . . .	136
5.1	Caratteristiche geometriche di eliche di serie standard . . . . .	192
5.2	Valori di $A_E/A_0$ in funzione del numero di pale . . . . .	194
5.3	Caratteristiche della 'Serie Ma' . . . . .	199
5.4	Angoli di installazione delle pale della Serie 'TTRI' . . . . .	204
5.5	Particolari della serie di eliche controrotanti di Wageningen . . . . .	206
5.6	Schematizzazione dei problemi progettuali sulla base dei diagrammi di Pampel . . . . .	220
5.7	Valori limite superiori di $K_{DT}$ . . . . .	223
5.8	Valori limite superiori di $K_{NT}$ . . . . .	223
5.9	Valori limite superiori di $K_{DQ}$ . . . . .	224
5.10	Valori limite superiori di $K_{NQ}$ . . . . .	224
5.11	Modi operativi di un'elica nei quattro quadranti . . . . .	230
6.1	Coefficienti propulsivi, potenza e giri con diversi metodi di estrapolazione . . . . .	277
6.2	Caratteristiche geometriche di serie sistematiche di propulsori cicloidali . . . . .	307
7.1	Fattori $f_{FT}$ ed $f_{FQ}$ per la determinazione dei momenti flettenti . . . . .	360
7.2	Ripartizione della tensione alla radice per diversi tipi di nave . . . . .	377
7.3	Funzione $A_1$ . . . . .	386
7.4	Funzione $A_2$ . . . . .	386
7.5	Coefficienti nella formulazione della tensione centrifuga . . . . .	387



7.6	Funzione $B_1$ . . . . .	387
7.7	Funzione $B_2$ . . . . .	387
7.8	Relazione tra tensione media ammissibile e fattore di sicurezza . . . . .	402
7.9	Proprietà di alcuni metalli per eliche navali . . . . .	410
7.10	Tensioni ammissibili secondo il DnV . . . . .	410
7.11	Coefficienti dei materiali . . . . .	411
8.1	Valori del parametro $C_{st}$ . . . . .	445
8.2	Coefficienti della formula di regressione di Harvald . . . . .	448
8.3	Coefficienti della formula di Harvald per navi bielica . . . . .	449
8.4	Frazioni di scia media per pescherecci a strascico . . . . .	451
8.5	Valori di scia assiale per rimorchiatori . . . . .	451
8.6	Coefficienti di scia nominale e di scia effettiva in diverse condizioni operative . . . . .	455
8.7	Dati modello–nave per la valutazione dei metodi . . . . .	490
8.8	Errore statistico medio e deviazione standard per alcuni metodi di correlazione . . . . .	491
8.9	Analisi dell’effetto scala su modelli Victory di diversa grandezza . . . . .	501
8.10	Coefficienti per il fattore di deduzione di spinta di navi monoelica . . . . .	524
8.11	Coefficienti per il fattore di deduzione di spinta di navi bielica . . . . .	524
8.12	Rendimenti relativi rotativi di un rimorchiatore . . . . .	527
9.1	Temperature di saturazione dell’acqua dolce . . . . .	546
9.2	Formulazioni del numero di cavitazione . . . . .	615
9.3	Formule del coefficiente di portanza . . . . .	628
10.1	Velocità del suono in aria ed in acqua al livello del mare . . . . .	664
10.2	Livelli acustici standardizzati . . . . .	667
10.3	Conversione da decibel al rapporto di pressione del suono . . . . .	668
10.4	Bande di ottava e di terzi di ottava in funzione delle frequenze centrali nominali . . . . .	674
10.5	Limiti di rumore in manovra imposti dal GL [dB(A)] . . . . .	701
10.6	Rumore aereo tipico sulle navi . . . . .	706
10.7	Livelli di rumore in dB(A) prodotti da diverse sorgenti . . . . .	707
10.8	Regolamenti per il rumore . . . . .	710
10.9	Fattori di attenuazione verticale per il rumore strutturale (dB) . . . . .	717
10.10	Fattori addittivi rispetto ad una cabina standard . . . . .	717
10.11	Fattori di correzione per gli altri spazi da aggiungere alla cabina standard . . . . .	718
10.12	Distribuzione degli errori nei livelli stimati in dB(A) . . . . .	723
10.13	Limiti di rumore nei ponti esposti . . . . .	731
10.14	Limiti di rumore nei locali passeggeri [dB(A)] . . . . .	732
10.15	Limiti di rumore nei locali per l’equipaggio [dB(A)] . . . . .	732
10.16	Sorgenti di rumore e interventi progettuali per contrastarlo . . . . .	739
11.1	Cause di disturbo e di disagio a bordo delle navi . . . . .	748
11.2	Relazione tra sorgenti di eccitazione e tipi di risposta . . . . .	748

11.3	Accadimenti di problemi vibratorii a seconda della sorgente di eccitazione . . .	749
11.4	Relazione tra numero di pale e frequenze delle armoniche . . . . .	754
11.5	Statistica di forze e momenti non-stazionari . . . . .	756
11.6	Forze di vibrazione su diversi tipi di nave . . . . .	789
11.7	Linee guida lungo le fasi progettuali . . . . .	790
11.8	Attività nel progetto preliminare . . . . .	793
11.9	Attività nel progetto finale . . . . .	796
11.10	Raccomandazioni circa la pressione sulla carena . . . . .	808