

appendice 7A1

Come ricavare il prodotto totale dalla curva del prodotto marginale

Nel corso di questo capitolo abbiamo rappresentato la funzione di produzione in due modi diversi. Nella Figura 7.1 abbiamo rappresentato il prodotto totale come funzione della quantità di lavoro impiegata mantenendo costante la quantità di capitale. Abbiamo poi osservato che l'inclinazione di quella curva coincideva con il prodotto marginale del lavoro e rappresentato quest'ultimo nella Figura 7.2. Ora vogliamo dimostrare che il prodotto totale è uguale all'area sottesa alla curva del prodotto marginale (questo risultato apparirà ovvio agli studenti che conoscono il calcolo differenziale: il prodotto marginale è la derivata del prodotto totale, quindi il prodotto totale è l'integrale del prodotto marginale. Tuttavia, anche questi studenti troveranno utile un approccio più intuitivo).

Nella Figura 7A1.1 viene rappresentata di nuovo la curva del prodotto marginale. Supponiamo che si impieghino L unità di lavoro. Come possiamo indicare il prodotto totale? Proveremo ad approssimarlo mediante la curva del prodotto marginale. In primo luogo domandiamoci che cosa accadrebbe se impiegassimo un po' meno lavoro, diciamo dL unità in meno. In questo caso, il prodotto totale diminuirebbe di una quantità pari a

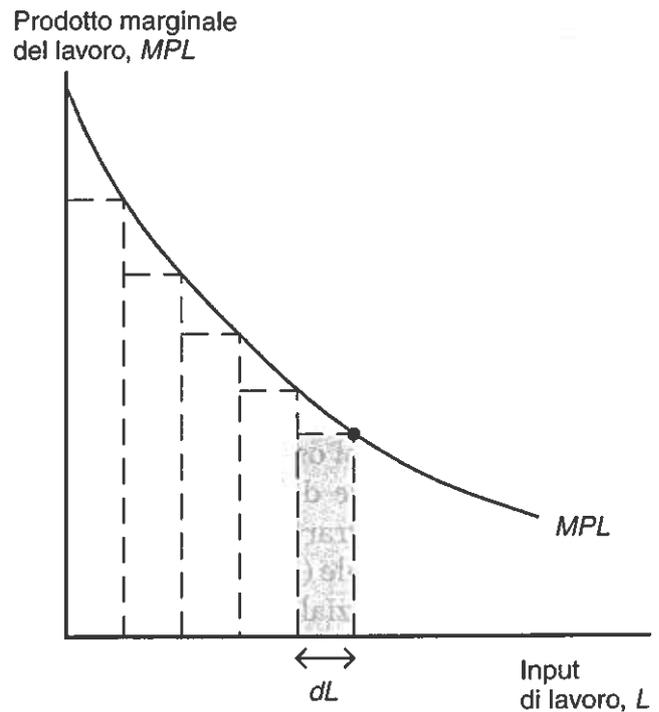
$$dL \cdot MPL$$

ovvero, di una quantità pari al prodotto fra la riduzione del lavoro utilizzato e il prodotto marginale del lavoro al livello iniziale di occupazione. Questa quantità è rappresentata dall'area del rettangolo colorato nella Figura 7A1.1. Sottraiamo ancora qualche unità di lavoro; il prodotto totale diminuirà di un altro rettangolo, che questa volta sarà un po' più alto del precedente, perché il prodotto marginale del lavoro aumenta quando diminuisce la quantità di lavoro impiegata. Se continuiamo questo processo fino a che la quantità di lavoro utilizzata è pari a zero, possiamo approssimare la riduzione complessiva del prodotto con la somma di tutti i rettangoli rappresentati nella Figura 7A1.1. Quando il lavoro utilizzato è pari a zero, però, anche il prodotto sarà zero. Pertanto, possiamo approssimare il prodotto totale con la somma delle aree di tutti i rettangoli compresi sotto la curva del prodotto marginale.

Questa, comunque, è solo un'approssimazione, perché finora abbiamo usato il prodotto marginale della prima unità di lavoro per rappresentare il prodotto mar-

FIGURA

Il prodotto totale è uguale all'area sottesa alla curva del prodotto marginale. Approssimando la curva del prodotto marginale con una serie di rettangoli molto sottili si può mostrare che il prodotto totale è uguale all'area sottesa a questa curva.



ginale di una intera porzione di lavoro non più utilizzato. Possiamo ottenere una migliore approssimazione considerando porzioni di lavoro sempre più piccole; tanto più queste porzioni saranno piccole, tanto migliore sarà l'approssimazione. Quando le riduzioni della quantità di lavoro impiegata diventano infinitamente piccole, però, i rettangoli diventano sempre più sottili, fino ad approssimare sempre meglio l'area totale sottesa alla curva del prodotto marginale del lavoro. Concludendo, troveremo che il prodotto totale ottenuto utilizzando una quantità di lavoro pari a L è uguale all'area sottesa alla curva del prodotto marginale MPL fino al punto L .

La Figura 7A1.2 utilizza il risultato appena trovato per mostrare la distribuzione del prodotto totale corrispondente a un dato livello del salario reale. Sappiamo che le imprese assumono lavoratori fino al punto in cui il salario reale, w/P , è uguale al prodotto marginale del lavoro. Utilizzando il procedimento appena mostrato, possiamo facilmente indicare nel grafico il prodotto totale corrispondente a questo livello di occupazione come l'area sottesa alla curva del prodotto marginale. Inoltre, poiché la quota del prodotto totale percepita dai lavoratori attraverso il salario è uguale al prodotto fra il salario reale e il numero di lavoratori occupati, essa corrisponderà all'area del rettangolo delimitato superiormente dal salario reale. La parte rimanente del prodotto totale, naturalmente, verrà percepita dai capitalisti.

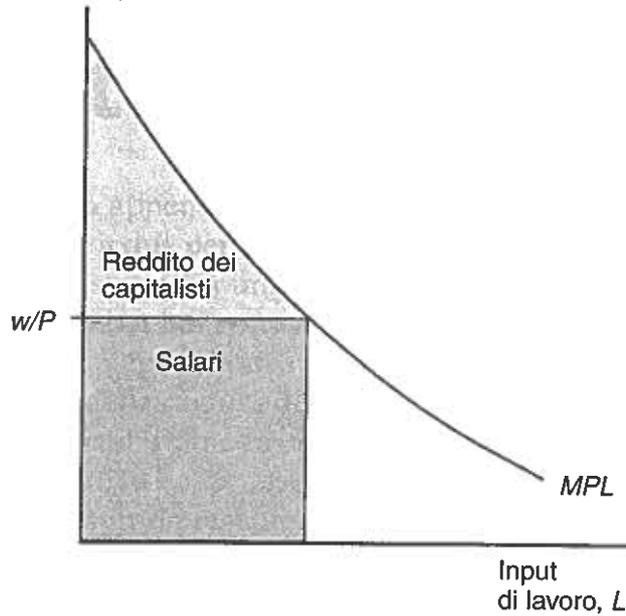
FIGURA

La distribuzione del prodotto totale.

I redditi da lavoro sono uguali al salario reale per il numero di lavoratori occupati.

La parte rimanente del prodotto totale corrisponde al reddito dei capitalisti.

Prodotto marginale
del lavoro, MPL



FINO A QUI

appendice 7A2

Il commercio intertemporale

Questa appendice fornisce maggiori dettagli sul modello di commercio intertemporale a due periodi descritto nel Capitolo 7. I concetti che verranno utilizzati sono gli stessi già impiegati nel Capitolo 5 per analizzare il commercio internazionale di beni di consumo diversi in un dato momento nel tempo. Tuttavia, adesso verrà spiegata la struttura internazionale di investimenti e prestiti e la determinazione delle ragioni di scambio *intertemporali* (cioè, del tasso di interesse reale).

Consideriamo prima il paese H , la cui frontiera intertemporale delle possibilità produttive è rappresentata nella Figura 7A2.1. Si ricordi che le quantità del bene di consumo presente e del bene di consumo futuro che vengono prodotte in H dipendono dalla quantità del bene di consumo presente investita nella produzione di beni futuri. Quando una parte delle risorse disponibili oggi viene sottratta al consumo corrente e investita, il livello di produzione del bene di consumo corrente, Q_p , diminuisce e quello del bene di consumo futuro, Q_f , aumenta. Dunque, l'aumento degli investimenti sposta l'economia verso la parte in alto a sinistra della frontiera intertemporale delle possibilità produttive.

Nel Capitolo 7 abbiamo visto che il prezzo del consumo futuro espresso in termini di consumo presente è $1/(1+r)$, dove r è il tasso di interesse reale. Il valore della produzione totale dell'economia nell'arco dei due periodi, misurato in termini di consumo corrente, sarà quindi:

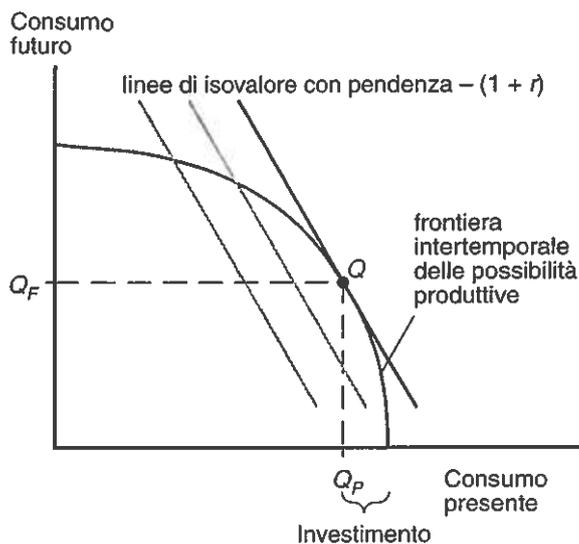
$$V = Q_p + Q_f / (1 + r)$$

Nella Figura 7A2.1 vengono rappresentate le linee di isovalore corrispondenti al prezzo relativo $1/(1+r)$ e a diversi valori di V . Queste sono linee rette con pendenza $-(1+r)$ (perché il consumo futuro è indicato sull'asse delle ordinate). Come nel modello di base del commercio internazionale, le decisioni delle imprese danno luogo a una struttura di produzione che massimizza il valore del prodotto valutato ai prezzi di mercato, $Q_p + Q_f / (1+r)$. Pertanto, la produzione si trova nel punto Q . L'economia investe la quantità indicata nella figura, lasciando libera per il consumo corrente la quantità Q_p ; in futuro, quando l'investimento effettuato durante il primo periodo offrirà i propri risultati, verrà prodotta la quantità Q_f .

Notate che nel punto Q la quantità di consumo futuro che si potrebbe ottenere dall'investimento di un'ulteriore unità di prodotto corrente è esattamente uguale a $(1+r)$; spingere l'investimento oltre il punto Q sarebbe inefficiente, perché l'economia potrebbe trarre un maggior vantaggio prestando all'estero un'unità

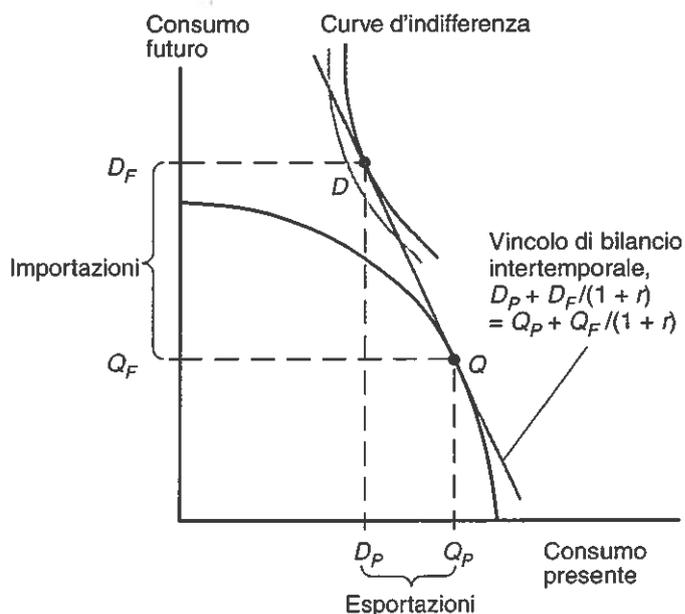
FIGURA

Determinazione della struttura di produzione intertemporale del paese H.
 In corrispondenza di un tasso internazionale di interesse reale pari a r , il livello di investimento scelto da H massimizza il valore totale del prodotto nei due periodi di esistenza dell'economia.



FIGURA

Determinazione della struttura di consumo intertemporale del paese H.
 Le scelte di consumo di H collocano il paese sulla più alta curva di indifferenza che tocca il vincolo di bilancio intertemporale. L'economia esporta $(Q_P - D_P)$ unità di consumo presente e importa $(D_F - Q_F) = (1+r) \cdot (Q_P - D_P)$ unità di consumo futuro.



addizionale di consumo corrente. La Figura 7A2.1 implica che un aumento del tasso internazionale di interesse reale, rendendo le linee di isovalore più inclinate, provoca una caduta degli investimenti.

La Figura 7A2.2 illustra la determinazione della struttura di consumo di H in corrispondenza di un dato valore del tasso internazionale di interesse. Supponiamo che D_p e D_f rappresentino, rispettivamente, la domanda di beni di consumo correnti e futuri. Poiché la produzione si trova nel punto Q , le possibilità di consumo sui due periodi saranno limitate dal *vincolo di bilancio intertemporale*:

$$D_p + D_f/(1+r) = Q_p + Q_f/(1+r)$$

Questo vincolo stabilisce che il valore del consumo di H nei due periodi (misurato in termini di consumo corrente) deve essere pari al valore dei beni di consumo prodotti nei due periodi (misurati anch'essi in unità di consumo presente): in altre parole, la produzione e il consumo devono trovarsi sulla stessa linea di isovalore.

Il punto D , in cui il vincolo di bilancio di H tocca la più alta curva di indifferenza raggiungibile, mostra i livelli di consumo presente e futuro scelti dall'economia. H domanda un ammontare di consumo corrente, D_p , minore della quantità che produce, Q_p e quindi esporterà (cioè, presterà) $(Q_p - D_p)$ unità di consumo corrente a F . D'altro lato, H importerà $(D_f - Q_f)$ unità di consumo futuro da F quando i prestiti concessi durante il primo periodo saranno ripagati assieme agli interessi. Il vincolo di bilancio intertemporale implica che $(D_f - Q_f) = (1+r) \cdot (Q_p - D_p)$, ovvero il bilanciamento *intertemporale* degli scambi.

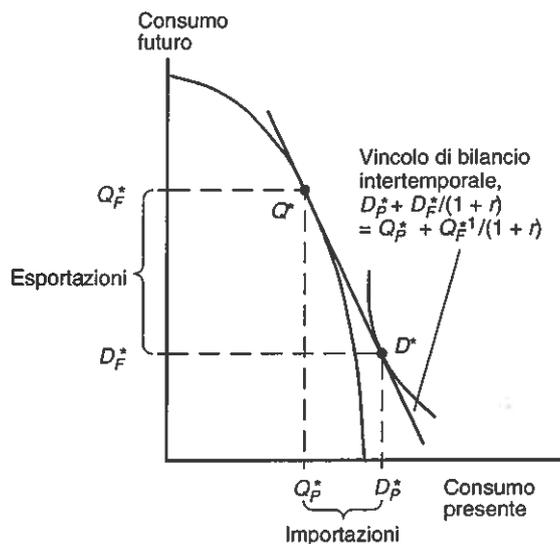
La Figura 7A2.3 mostra come determinare i livelli di investimento e consumo del paese F . Assumiamo che quest'ultimo abbia un vantaggio comparato nella produzione di beni di consumo futuro. Il diagramma mostra come, in corrispondenza di un tasso di interesse reale pari a r , F prenda a prestito beni di consumo durante il primo periodo e restituisca il prestito utilizzando i beni di consumo prodotti nel secondo periodo. Per effetto delle opportunità di investimento interno relativamente favorevoli e della preferenza relativa per il consumo corrente, F importa consumo corrente ed esporta consumo *futuro*.

Come abbiamo visto nell'appendice al Capitolo 5, l'equilibrio internazionale può essere rappresentato per mezzo di un diagramma basato su curve di offerta reciproca. Ricordate che la curva di offerta reciproca di un paese è ottenuta confrontando esportazioni e importazioni desiderate; in questo caso, però, queste grandezze rappresentano consumi presenti e futuri. La Figura 7A2.4 mostra che il tasso di interesse reale di equilibrio è determinato dall'intersezione delle curve di offerta reciproche di H e F , rispettivamente OP e OF , nel punto E . Il raggio OE ha pendenza $(1+r')$, ove r' è il tasso di interesse internazionale di equilibrio. Nel punto E , la quantità di consumo presente che H desidera esportare è pari alla quantità che F desidera importare; in altri termini, nel punto E , i prestiti che H desidera concedere durante il primo periodo sono pari ai debiti che F desidera contrarre nello stesso periodo. Di conseguenza, domanda e offerta si eguagliano in entrambi i periodi.

FIGURA

Determinazione della struttura di produzione e consumo intertemporale del paese F.

La produzione di F si trova nel punto Q^* e il suo consumo al punto D^* ; il paese importa $(D_p^* - Q_p^*)$ unità di consumo presente ed esporta $(Q_F^* - D_F^*) = (1 + r) (D_p^* - Q_p^*)$ unità di consumo futuro.



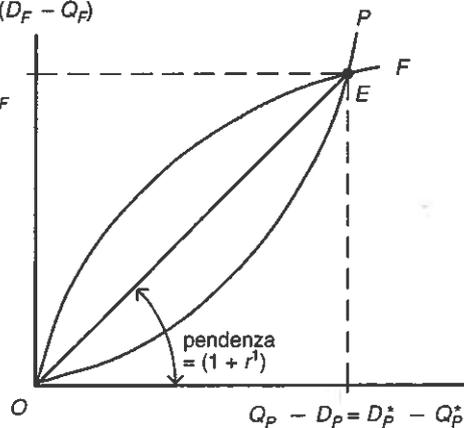
FIGURA

L'equilibrio intertemporale internazionale rappresentato per mezzo di curve di offerta reciproche.

L'equilibrio si trova nel punto E (con un tasso di interesse r^1) perché in quel punto le esportazioni di consumo corrente desiderate da H sono uguali alle importazioni di consumo corrente desiderate da F e le esportazioni di consumo futuro desiderate da F sono uguali alle importazioni di consumo futuro desiderate da H.

Esportazioni di consumo futuro di F ($Q_F^* - D_F^*$) e importazioni di consumo futuro di H ($D_H - Q_H$)

$$Q_F^* - D_F^* = D_H - Q_H$$



Esportazioni di consumo presente di H ($Q_H - D_H$) e importazioni di consumo presente di F ($D_F^* - Q_F^*$)