

PROVA SCRITTA DI SISTEMI DINAMICI  
A.A. 2018/2019

4 febbraio 2019

**nome e cognome:**

**numero di matricola:**

**Note:** Scrivere le risposte negli spazi appositi. Non consegnare fogli aggiuntivi. La chiarezza e precisione nelle risposte sarà oggetto di valutazione.

*Soluzione Es. 1.1*

## Esercizio 1

### Domanda 1.1

Si consideri un segnale sinusoidale

$$r(t) = 2 \cos(50 t) \cdot 1(t)$$

e si supponga di campionarlo con una pulsazione di campionamento pari a

$$\Omega_s = 50 \text{ rad/s}$$

Mostrare che l'**aliasing** indotto dalla scelta del periodo di campionamento produce nel segnale campionato una **componente continua**, cioè nel segnale ottenuto dal campionamento esiste una componente di regime costante.

$$r(t) \xrightarrow{\Delta} r^*(t) \quad r^*(t) = \sum_{k=0}^{+\infty} r(k\Delta) \delta(t - k\Delta)$$

$$\Omega_s = 50 \text{ rad/s} = \frac{2\pi}{\Delta} \rightarrow \Delta = \frac{2\pi}{\Omega_s} = \frac{2\pi}{50}$$

$$R^*(s) = \mathcal{L}\{r^*(t)\} = \sum_{k=0}^{+\infty} r(k\Delta) e^{-k\Delta s}$$

$$\begin{aligned} r(k\Delta) &= 2 \cos(50 \cdot k\Delta) = 2 \cos\left(\cancel{50} \cdot k \frac{2\pi}{\cancel{50}}\right) \\ &= 2 \cos(2k\pi) \quad k=0, 1, 2, \dots \\ &= 2 \quad k=0, 1, 2, \dots \end{aligned}$$

$$R^*(s) = \sum_{k=0}^{+\infty} r(k\Delta) e^{-k\Delta s} = \sum_{k=0}^{+\infty} 2 e^{-\frac{2\pi k}{50} s}$$

$$z = e^{s\Delta}$$

$$R(z) = \mathcal{Z}\{r(k\Delta)\} = \sum_{k=0}^{+\infty} 2 z^{-k} = 2 \frac{1}{1-z^{-1}} = 2 \cdot \frac{z}{z-1}$$

$$h(k\Delta) = 2 \cdot 1(k\Delta)$$

$$R(z) = 2 \cdot \frac{z}{z-1}$$

$$R^*(s) = \sum_{k=0}^{+\infty} 2 e^{-\frac{2\pi k}{50} s}$$

Aliasing

$$\Omega_c = \Omega_s !$$