Università di Trieste, A.A. 2019/2020

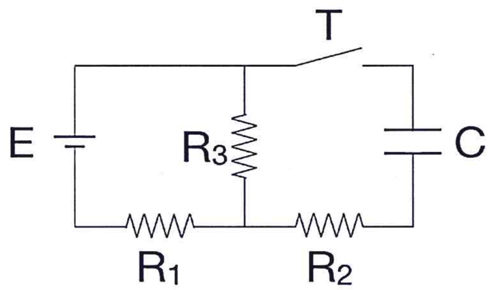
Laurea Triennale in Ingegneria Elettronica e Informatica

Fisica Generale 2 - Seconda prova intermedia - 4.12.2019

Cognome .... Nome ....

Istruzioni per gli esercizi:

Per ciascuna domanda rispondere fornendo solo il risultato finale: ***la grandezza incognita espressa simbolicamente in funzione delle grandezze date o di quelle ottenute in altre risposte, e poi il corrispondente risultato numerico, con il corretto numero di cifre significative e con le unità di misura appropriate***.



1. Considerate il circuito in figura, con E=24 V, R_1=15.2 Ω, R_2=37.1 Ω, R_3=8.14 Ω, C=876 nF. Al tempo t=0 l'interruttore T viene chiuso, e la corrente comincia a circolare nella maglia di destra.

a. Risolvete il circuito, applicando le leggi di Kirchhoff, in modo da ricavare la corrente i_2 che carica il condensatore.

$$-\frac{q}{C} - i_2\left(R_2 + \frac{R_1R_3}{R_1+R_3}\right) + E\frac{R_3}{R_1+R_3} = 0$$

b. Identificando i_2 come dq/dt (con q la carica del condensatore), scriverete la soluzione per i_2 come un'equazione differenziale per la carica q. Questa equazione si puo` ridurre all'equazione della carica di un condensatore in un circuito RC, definendo opportunamente una resistenza equivalente $R_{eq}$ e una f.e.m. equivalente $E_{eq}$. Riportate l'equazione in termini di queste quantita`, e i loro valori numerici.

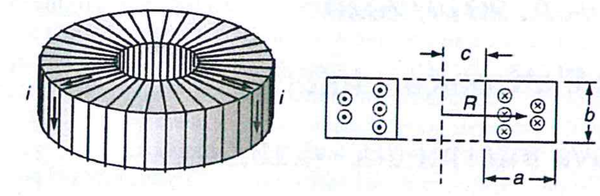
$$E_{eq} = E\frac{R_3}{R_1+R_3} = 8.37\ V, \quad R_{eq} = R_2 + \frac{R_1R_3}{R_1+R_3} = 42.4\,\Omega$$

$$+\frac{q}{C} + \frac{dq}{dt}R_{eq} = E_{eq}$$

c. Scrivete la legge oraria della carica q(t) in termini di un tempo scala τ_{RC}; riportate l'espressione per τ_{RC} e il suo valore.

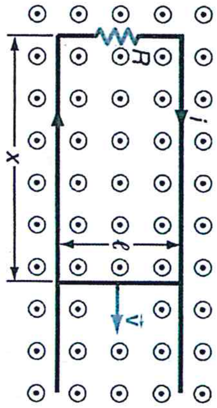
$$q(t) = E_{eq}C\left(1 - e^{-t/\tau_{RC}}\right)$$

$$\tau_{RC} = R_{eq}C = 37.1\ \mu s$$



(a) (b)

2. Un grande solenoide toroidale, rappresentato nella figura a sinistra, ha dimensioni: raggio interno c=1.10 m, spessore radiale a=42 cm, altezza b=2.0 m. Il solenoide e` composto da N=65000 spire, nelle quali scorre una corrente di I=110 A. All'interno del solenoide abbiamo un circuito come nella figura a destra: un conduttore a U chiuso da un tratto di circuito che scorre verticalmente senza attrito, occupando radialmente tutto il solenoide (per cui l=a=42 cm), con resistenza complessiva R=22 mΩ; questo tratto mobile di circuito e` soggetto alla forza di gravita`.



All'istante t=0 lasciamo cadere il tratto mobile; misuriamo che la sua velocita` cresce fino ad assestarsi a v=24.1 cm/s, per poi toccare il fondo. La richiesta e` quella di calcolare la massa del braccio mobile, seguendo questi passi.

a. Calcolate il modulo del campo magnetico B_{mid} generato dal solenoide toroidale al centro del circuito, ovvero a coordinata radiale r=c+a/2.

$$B_{mid} = \mu_0 \frac{NI}{2\pi\left(c+\frac{a}{2}\right)} = 1.09\ \mathrm{T}$$

b. Approssimate il campo magnetico come costante nella coordinata radiale r, $B(r) \simeq B_{mid}$ e calcolate la corrente i_{ind} indotta nel circuito per la legge di Faraday quando la velocita` v(t) e` costante al valore indicato sopra.

$$i_{ind} = \frac{B_{mid}\, a\, v}{R} = 5.02\ \mathrm{A}$$

c. Calcolate in questo caso la forza di Lorentz F_{mid} esercitata dal campo magnetico sul conduttore mobile.

$$F_{mid} = \frac{(B_{mid}\, a)^2\, v}{R} = 2.30\ \mathrm{N}$$

d. Usando l'equazione delle forze per il conduttore mobile, che include la forza di Lorentz e la forza di gravita`, ricavate la massa del conduttore mobile.

$$m = F_{mid}/g = 235\ \mathrm{g}$$

e. Calcolate ora il flusso del campo magnetico quando il conduttore mobile e` ad una generica posizione x, sia nell'ipotesi in cui $B(r) \simeq B_{mid}$ (come prima) che tenendo conto della variazione radiale del campo magnetico col raggio. Riportate il rapporto K tra il flusso esatto e quello approssimato.

$$K = \frac{c+\frac{a}{2}}{a} \ln\frac{c+a}{c} = 1.01$$

f. Ripercorrete i calcoli fatti, ricavando la corrente indotta, la forza sul conduttore e la sua massa tenendo conto della variazione radiale del campo magnetico. Riportate la massa in termini del risultato ottenuto in precenza e del fattore K definito sopra, e il suo valore numerico.

$$m = \frac{K^2 F_{mid}}{g} = 239\ \mathrm{g}$$