

Cognome Nome

Istruzioni per gli esercizi:

Per ciascuna domanda rispondere fornendo solo il risultato finale: la grandezza incognita espressa simbolicamente in funzione delle grandezze date o di quelle ottenute in altre risposte, e poi il corrispondente risultato numerico, con il corretto numero di cifre significative e con le unità di misura appropriate.

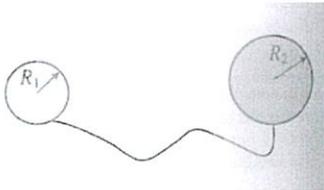


Fig. 1

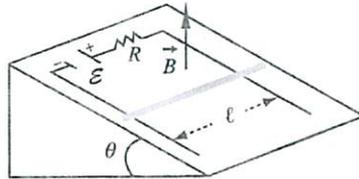


Fig. 2

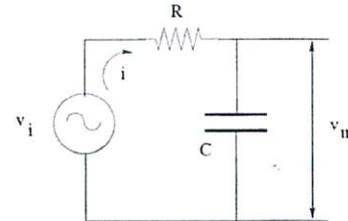


Fig. 3

1. Due conduttori sferici di raggi $R_1 = 5.0 \text{ mm}$ $R_2 = 10.0 \text{ mm}$ posti a grande distanza tra loro, sono stati caricati rispettivamente con una carica $q_1 = 2.0 \text{ nC}$ e $q_2 = 3.0 \text{ nC}$. I due conduttori vengono poi collegati elettricamente con un filo conduttore di capacità trascurabile (Fig.1). Calcolare:

a. Le cariche q'_1 e q'_2 presenti rispettivamente sulle due sfere dopo il collegamento.

$$q_1 + q_2 = q'_1 + q'_2$$

$$q'_1 = \frac{R_1(q_1 + q_2)}{(R_1 + R_2)} = 1,67 \cdot 10^{-9} \text{ C}$$

$$q'_2 = \frac{R_2(q_1 + q_2)}{(R_1 + R_2)} = 3,33 \cdot 10^{-9} \text{ C}$$

b. Calcolare il potenziale elettrostatico V_1 e V_2 delle due sfere prima del collegamento e V'_1 e V'_2 dopo il collegamento elettrostatico.

$$V_1 = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 R_1} = 3,6 \cdot 10^3 \text{ V}$$

$$V_2 = \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0 R_2} = 2,7 \cdot 10^3 \text{ V}$$

$$V'_1 = V'_2 = \frac{q'_1}{4\pi\epsilon_0 R_1} = \frac{q'_2}{4\pi\epsilon_0 R_2} = 3,0 \cdot 10^3 \text{ V}$$

c. L'energia elettrostatica dissipata ΔU dal sistema a causa del trasferimento delle cariche.

$$U_{i,1} = \frac{q_1^2}{8\pi\epsilon_0 R_1}$$

$$U_{i,2} = \frac{q_2^2}{8\pi\epsilon_0 R_2}$$

$$\Delta U = -1,5 \cdot 10^{-7} \text{ J}$$

$$U_f = \frac{(q_1 + q_2)^2}{8\pi\epsilon_0 (R_1 + R_2)} = 7,5 \cdot 10^{-6} \text{ J}$$

2. Su un piano inclinato di $\theta = 20^\circ$ è fissato un circuito composto da un generatore di forza elettromotrice $\mathcal{E} = 12 \text{ V}$ ed una resistenza $R = 20 \Omega$ (Fig.2). Il resto del circuito è formato da due binari paralleli distanti $\ell = 50 \text{ cm}$ e una sbarretta conduttrice che scorre lungo i binari mantenendosi sempre normale ad essi. Il circuito è immerso in

un campo magnetico costante ed uniforme di intensità $B = 440 \text{ mT}$ diretto lungo la verticale. Sapendo che la sbarretta scende con velocità costante, sotto l'effetto della gravità, e che nel circuito circola la corrente $i = 0.62 \text{ A}$, determinare:

a. la forza elettromotrice \mathcal{E}_i indotta nel circuito

$$\mathcal{E} + \mathcal{E}_i = Ri$$

$$\mathcal{E}_i = Ri - \mathcal{E} = 0,4 \text{ V}$$

b. la velocità v con cui scende la sbarretta mobile.

$$\mathcal{E}_i = Bl \cos \theta v$$

$$v = \frac{\mathcal{E}_i}{Bl \cos \theta} = 1,93 \text{ m/s}$$

c. La massa della sbarretta mobile.

$$i l B \cos \theta - mg \sin \theta = 0$$

$$m = \frac{i l B}{g \tan \theta} = 0,038 \text{ kg}$$

3. Si consideri un circuito RC in corrente alternata disposto come in figura 3, con $R = 10.0 \Omega$, $C = 100 \text{ pF}$.

a. Calcolare l'espressione dell'impedenza equivalente del circuito $Z(\omega)$. Calcolarne il modulo per una frequenza $\nu = 30 \text{ Hz}$.

$$Z(\omega) = R - \frac{i}{\omega C} \quad Z = \sqrt{R^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}} \quad Z = 5,3 \cdot 10^{-4} \Omega$$

b. Calcolare l'espressione della tensione e della fase ai capi del condensatore $V_u(\omega)$.

$$V_u = \frac{V_i}{R - \frac{i}{\omega C}} \cdot \left(-\frac{i}{\omega C} \right) = \frac{V_i (1 - i\omega\tau)}{1 + \omega^2 \tau^2} \quad \tau = RC$$

$$\arg \phi_u = -\omega \tau$$

c. Calcolare la funzione di trasferimento $G(\omega)$ definita come il rapporto tra la tensione in uscita $V_u(\omega)$ ai capi del condensatore e quella in ingresso $V_i(\omega)$. Si calcoli il valore di pulsazione ω per cui il quadrato del modulo della funzione di trasferimento è pari a $\frac{1}{2}$.

$$\left| \frac{V_u}{V_i} \right| = \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 \tau^2}}$$

$$G(\omega) = \frac{1 - i\omega\tau}{1 + \omega^2 \tau^2}$$

$$\omega_c = \frac{1}{RC} = 1,0 \cdot 10^9 \text{ rad/s}$$