

Cognome ..... Nome .....

Istruzioni per gli esercizi:

Per ciascuna domanda rispondere fornendo solo il risultato finale: la grandezza incognita espressa simbolicamente in funzione delle grandezze date o di quelle ottenute in altre risposte, e poi il corrispondente risultato numerico, con il corretto numero di cifre significative e con le unità di misura appropriate.

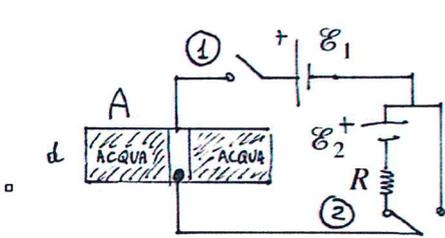


Fig. 1.

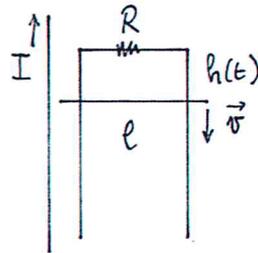


Fig. 2.

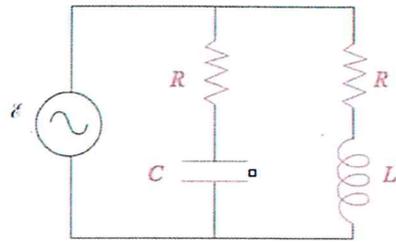


Fig. 3

1. Un condensatore (inizialmente scarico) e' composto da due lamine conduttrici (poste orizzontali) di area  $A=8.24 \text{ m}^2$ , a distanza  $d=1.8 \text{ cm}$ ; lo spazio tra le lamine e' riempito d'acqua (costante dielettrica relativa  $\kappa=80$ ). Al suo centro troviamo un piccolo cilindro a tenuta stagna che contiene una sferetta isolante di massa  $m=8 \text{ g}$  e carica  $q=-6.5 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ . Questo condensatore e' inserito nel circuito come in Figura 1, dove  $\mathcal{E}_1=200 \text{ V}$ ,  $\mathcal{E}_2=20 \text{ V}$  e  $R=12 \text{ M}\Omega$ . Al tempo  $t=0$  chiudiamo il circuito (interruttore 1).

a. Calcolare Il tempo necessario per caricare il condensatore.

$$C = \epsilon_0 \frac{\kappa A}{d} = 3.4 \times 10^{-7} \text{ F}$$

$$\tau = RC = 3.89 \text{ s}$$

b. Calcolare la forza del campo elettrico sulla pallina a condensatore completamente carico. Dove ci aspettiamo di trovare la pallina?

$$F_e = q(V_1 + V_2)/d = 7.94 \times 10^{-2} \text{ N verso l'alto}$$

$$F_p = mg = 7.84 \times 10^{-2} \text{ N verso il basso} < F_e$$

c. A condensatore completamente carico agiamo sull'interruttore 2, escludendo quindi una delle due batterie e la resistenza. Dopo quanto tempo e a che velocita' la pallina tocchera' la piastra inferiore?

$$a = g - \frac{V_1}{d} \frac{q}{m} = 0.72 \text{ m s}^{-2} \text{ verso il basso}$$

$$t = \sqrt{\frac{2d}{a}} = 0.21 \text{ s}, \quad v = \sqrt{2gd - \frac{V_1 q}{m}} = 0.63 \text{ m s}^{-1}$$

2. La spira rettangolare di Figura 2, di lati  $l=30\text{cm}$  ed  $h$ , e' vicina ad un filo verticale su cui scorre (verso l'alto) una corrente di  $I=150\text{ A}$ . I lati di lunghezza  $h$  sono allineati con il filo e il piu' vicino dista da esso  $d=2\text{cm}$ . Questi sono costituiti da binari conduttori di lunghezza superiore al metro, su cui scorre il quarto lato della spira. Il lato verticale avra' lunghezza  $h(t)$ , con  $h(0)=4\text{ cm}$ . Nella spira troviamo una resistenza  $R=1.2\text{ m}\Omega$ . Al tempo  $t=0$  il lato libero della spira viene tirato in modo da ottenere una velocita'  $v=42\text{ m/s}$ .

a. Calcolare il campo magnetico generato dal filo in ogni punto dello spazio, e il suo flusso sulla bobina a  $t=0$ .

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \quad , \quad \phi = -h(0) \frac{\mu_0 I}{2\pi} \ln \frac{d+l}{d} =$$

$$= -3.32 \mu\text{Wb}$$

b. Calcolare la corrente che scorre nella bobina.

$$i = \frac{v}{R} \frac{\mu_0 I}{2\pi} \ln \frac{d+l}{d} = 2.91\text{ A}$$

c. Che peso dovremmo applicare al lato libero della spira per farlo scorrere a quella velocita'? bastera' il peso del conduttore stesso?

$$F = \frac{v}{R} \left( \frac{\mu_0 I}{2\pi} \ln \frac{d+l}{d} \right)^2 = 2.62 \times 10^{-4}\text{ N}$$

$$F = mg \Rightarrow m = 2.67 \times 10^{-5}\text{ kg}$$

3. Nel circuito di Figura 3 e' applicata una f.e.m  $\varepsilon \mathcal{E} = \mathcal{E}_0 \cos \omega t$ , con  $\mathcal{E}_0 = 10\text{ V}$  e  $\omega = 500\text{ rad/s}$ . Assumendo  $R = 8.0\ \Omega$ ,  $C = 100\ \mu\text{F}$  e  $L = 1.6 \cdot 10^{-2}\text{ H}$ , calcolare:

a. Il valore della corrente che circola nei singoli rami (tenendo conto dell'opportuna fase rispetto alla f.e.m.)

$$RC: \quad I_{rc} = \frac{\mathcal{E}_0 e^{i\omega t}}{R - i\omega C} = 0.664 e^{i(\omega t + 68.2^\circ)}\text{ A}$$

$$RL: \quad I_{rl} = \frac{\mathcal{E}_0 e^{i\omega t}}{R + i\omega L} = 0.884 e^{i(\omega t - 45^\circ)}\text{ A}$$

b. L'impedenza totale del circuito  $Z$  e il valore della corrente totale (tenendo conto dell'opportuna fase rispetto alla f.e.m.)

$$Z = \frac{(R - \frac{i}{\omega C})(R + i\omega L)}{2R + i(\omega L - \frac{1}{\omega C})} = 12.2 e^{i13.7^\circ}\ \Omega$$

$$I = \frac{\mathcal{E}}{Z} = 0.821 e^{i(\omega t - 13.7^\circ)}\text{ A}$$

c. Il valore della frequenza  $\omega_1$  per cui l'impedenza assume un valore reale e calcolarne il valore  $Z_1$ .

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 791\text{ Hz} \quad , \quad Z = \frac{1}{2} \left( R + \frac{L}{RC} \right) = 14.0\ \Omega$$