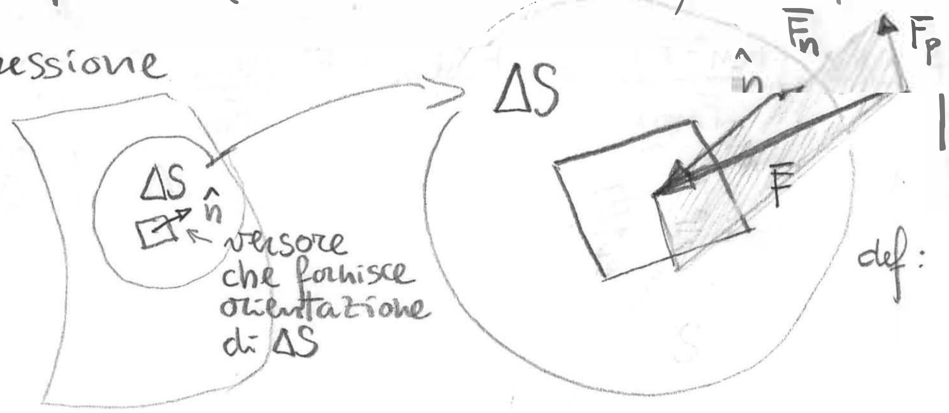
# FLUIDOSTATICA

19 Novembre 2020

| | | forma propria | volume proprio |
|---|---|---|---|
| ⊙ fluidi | liquidi | NO | SI |
| | gas | NO | NO |

Noi ora studieremo i liquidi, che hanno volume proprio e sono quindi (approssimativamente) incomprimibili.

⊙ pressione




$|\bar{F}_n| = F_n$

def: $p = \dfrac{F_n}{\Delta S}$

unità SI : $\dfrac{N}{m^2} = Pa$

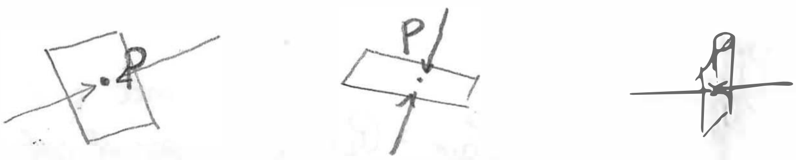
cgs : $\dfrac{dyne}{cm^2}$ = baria = 0,1 Pa

varie
- 1 atm = 101300 Pa = 760 mm Hg = 760 Torr
- 1 bar = $10^6$ barie = $10^5$ Pa ≅ 1 atm
- 1 mbar = $10^3$ barie

⊙ fluido statica : il fluido è in equilibrio
ogni volumetto del fluido è in equilibrio

⇒ sulla superficie limite di un fluido non ci sono forze tangenti (ma solo normali)

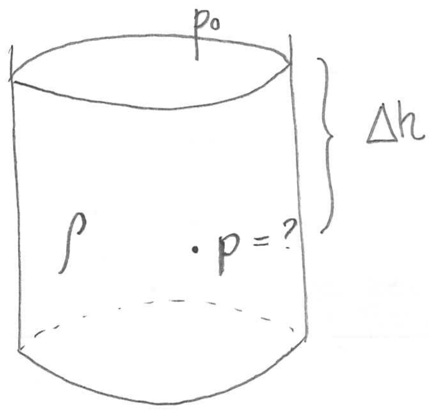
⇒ vale principio di isotropia della pressione : la pressione che si esercita su ΔS non dipende dall'orientazione di ΔS




si parla quindi di pressione in un punto

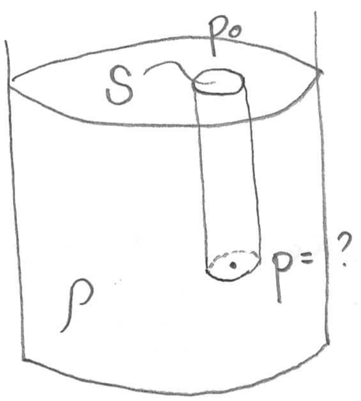
⇒ vale principio di Pascal : una variazione di pressione sulla superficie limite di un fluido chiuso si trasmette inalterata in ogni punto del fluido.

## ⊙ PRESSIONE IDROSTATICA - LEGGE DI STEVINO (Simon Stevin, 1548-1620)




Consideriamo un fluido con densità $\rho$.
Sulla superficie agisce la pressione $p_0$.
Ci chiediamo quanto vale la pressione $p$ in un punto collocato a profondità $\Delta h$.

Per rispondere, consideriamo un cilindro con base superiore sulla superficie, e base inferiore a profondità $\Delta h$:



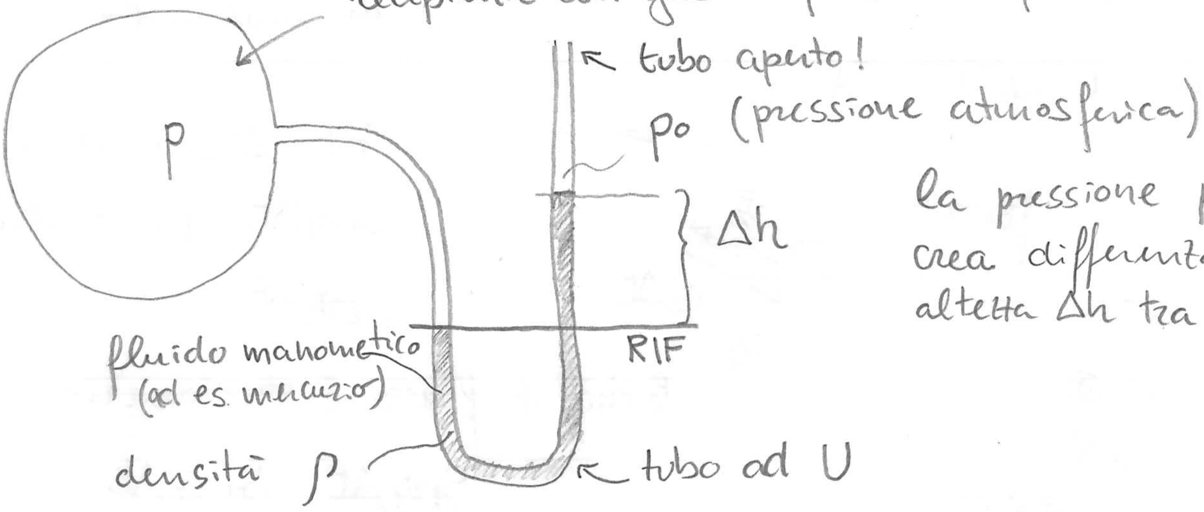

$p = p_0 +$ pressione dovuta al peso del fluido nel cilindro

$$p = p_0 + \frac{\rho g V}{S} = p_0 + \rho g \frac{\cancel{S}\,\Delta h}{\cancel{S}} = p_0 + \rho g \Delta h$$

$$\boxed{p = p_0 + \rho g \Delta h}$$

## ⊙ MISURA DELLA PRESSIONE
con un manometro ad aria libera o a tubo aperto

recipiente con gas a pressione $p$ da misurare



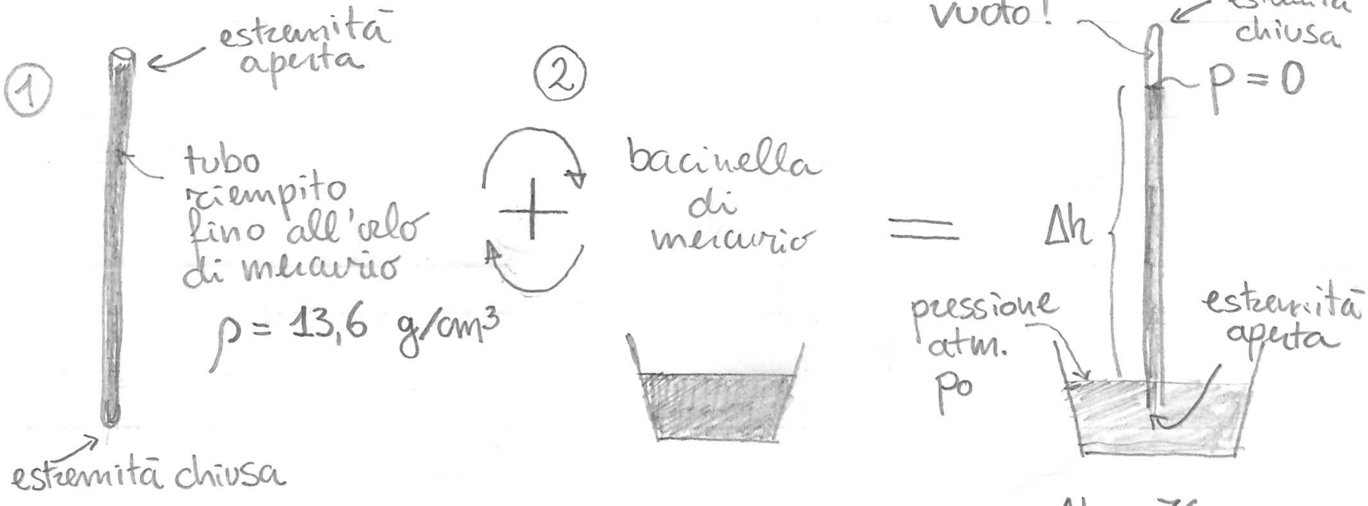

la pressione $p$ crea differenza di altezza $\Delta h$ tra i due bracci

Facciamo riferimento alla quota indicata con RIF. Le pressioni sui due bracci devono essere uguali:

$$\underset{\text{a sin.}}{p} = \underset{\text{a destra}}{p_0 + \rho g \Delta h} \quad \Rightarrow \quad \boxed{p - p_0 = \rho g \Delta h}$$

misuro $\Delta h$ e trovo $p - p_0$

## ⊙ ESPERIENZA DI TORRICELLI




$\rho = 13{,}6 \ g/cm^3$

$\Delta h = 760 \ mm$

$$p_0 = 0 + \rho g \Delta h$$

La pressione atmosferica è equivalente a quella esercitata da $\Delta h = 760$ mm di mercurio ($1$ atm $= 760$ mmHg $= 760$ Torr).

## FLUIDODINAMICA

24/11/2020

Studieremo ora la dinamica di:

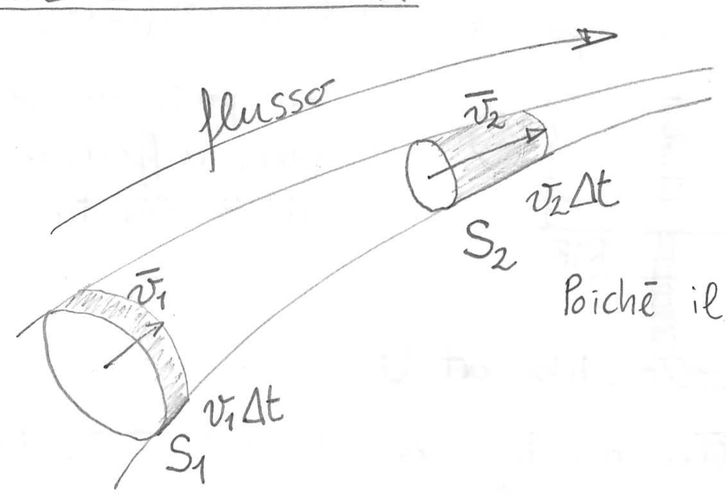
fluidi "ideali" → incomprimibile ($\rho =$ cost.)
non - viscoso ($\eta = 0$)

che si muovono con flusso

stazionario ($\vec{v}$ in ciascun punto costante nel tempo)

irrotazionale (tale da non far girare un mulinello)

## EQUAZIONE DI CONTINUITÀ




Dato $\Delta t$, il volume

$S_1 v_1 \Delta t$ fluisce attraverso $S_1$

$S_2 v_2 \Delta t$ " " $S_2$

Poiché il flusso è stazionario

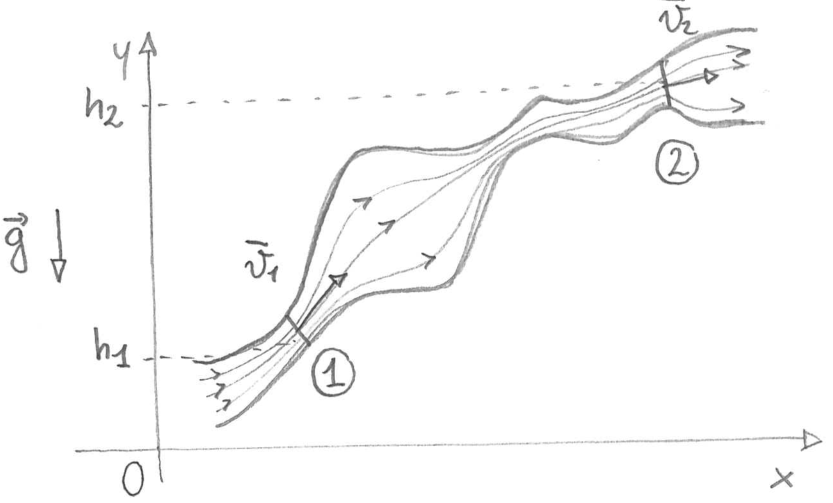
$$S_1 v_1 \cancel{\Delta t} = S_2 v_2 \cancel{\Delta t}$$

$$\boxed{S_1 v_1 = S_2 v_2}$$

Definendo $Q = Sv$ la portata del flusso $\boxed{Q_1 = Q_2}$ $\left(\frac{m^3}{s}\right)$

# Teorema di Bernoulli

Per un fluido "ideale" in moto stazionario e irrotazionale, scelti due punti qualsiasi del flusso 1 e 2, si ha:




$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g h_1 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g h_2$$

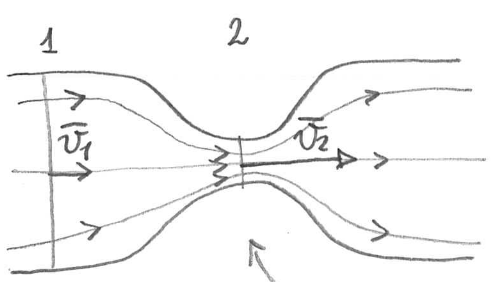
Note: 1) la dimostrazione applica $\mathcal{L} = \Delta K$ al fluido

2) i tre addendi hanno le dimensioni di una pressione, ovvero di una densità di energia ($J/m^3$)

$$[p] = \frac{N}{m^2} = \frac{N\,m}{m^2\,m} = \frac{J}{m^3}$$

Applicazioni del teorema di Bernoulli:

## Effetto Venturi



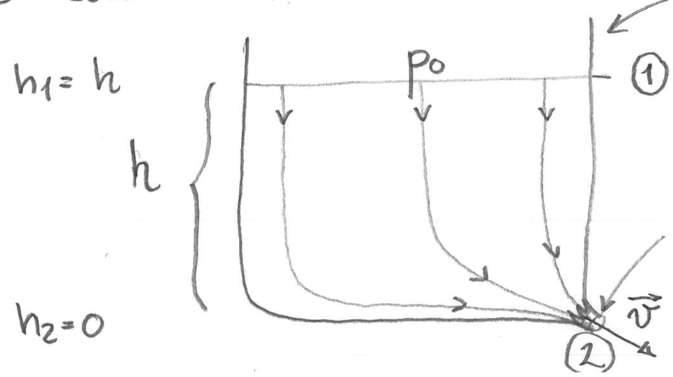

tubo orizzontale con strozzatura

$$v_2 = v_1 \frac{S_1}{S_2} > v_1$$

$$h_1 = h_2$$

$$\Rightarrow \quad p_2 < p_1$$

## Teorema di Torricelli




cisterna aperta alla pressione atm $p_0$

apertura esposta alla stessa $p_0$

$$p_1 + \cancel{\frac{1}{2}\rho v_1^2} + \rho g h_1 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \cancel{\rho g h_2}$$

$v_1 \ll v_2$

$$\cancel{p_0} + \rho g h \cong \cancel{p_0} + \frac{1}{2}\rho v^2$$

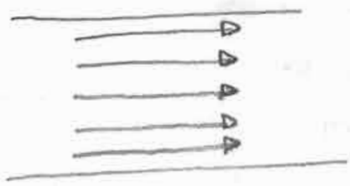
$$v^2 \cong 2gh$$

$$v \cong \sqrt{2gh}$$

## Fluidi "reali"

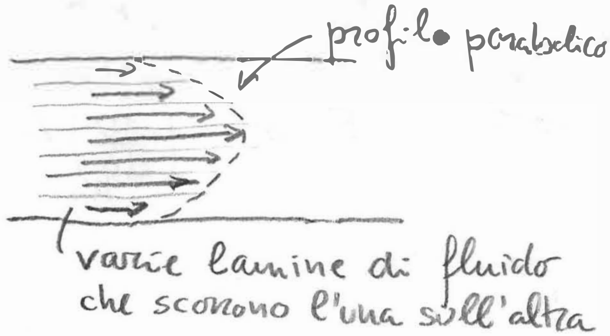
Finora abbiamo studiato i fluidi ideali, in particolare

- no attrito ($\eta = 0$)
- moto stazionario
- la velocità è la stessa su tutta la sezione della conduttura



In una migliore approssimazione di un fluido reale, supponiamo ora

- attrito ($\eta \neq 0$)
- moto stazionario
- moto laminare con velocità massima al centro e decrescente verso le pareti della conduttura



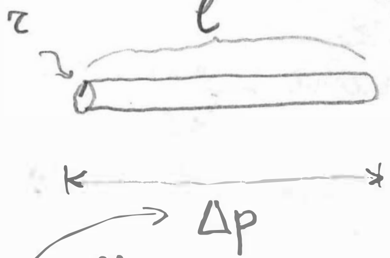

Questa approssimazione è ragionevole a bassa velocità.
Per fluidi che si muovono a velocità elevate si hanno turbolenze. (moto turbolento).

### Legge di Poiseville

Per un fluido "reale" in moto stazionario, laminare e non turbolento, si ha:

$$Q = \frac{\pi r^4}{8\eta} \frac{\Delta p}{l}$$

$\frac{dp}{dl}$, gradiente di pressione




differenza di pressione dovuta all'attrito (necessaria per compensarlo)

si ricordi
$[\eta] = [M][L^{-1}][t^{-1}]$
vedi pag. 20

Per la velocità media $v_m$ vale ancora $Q = S v_m$
La legge di Poiseville vale finché $v_m < v_c$ (velocità critica)

$$v_c = N_R \frac{\eta}{\rho r}$$

con $N_R$ = numero di Reynolds adimensionale
in questo contesto $N_R \sim 1200$