FISICA TLB - II PROVA SCRITTA 28-01-2019

soluzione

(1) Supponiamo di poter applicare le formule del moto circolare uniforme. Si ha

$$2\pi R = 27\ \text{km} = 2{,}7 \cdot 10^4\ \text{m}$$

$$R = 4{,}297 \cdot 10^3\ \text{m}$$

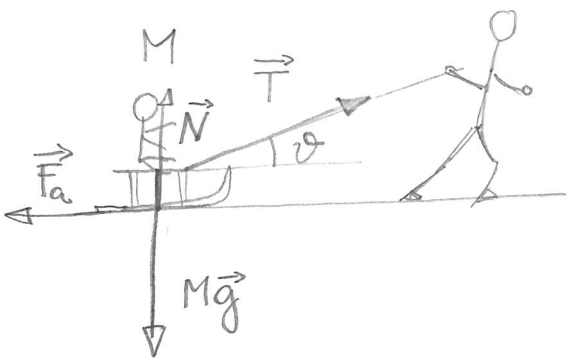
a) $T = \dfrac{2\pi R}{v} = \dfrac{2{,}7 \cdot 10^4\ \text{m}}{3{,}0 \cdot 10^8\ \text{m/s}} = 9{,}0 \cdot 10^{-5}\ \text{s}$

b) $f = \dfrac{1}{T} = \dfrac{1}{9{,}0 \cdot 10^{-5}\ \text{s}} = 1{,}11 \cdot 10^4\ \text{Hz}$

c) $a_c = \dfrac{v^2}{R} = \dfrac{(3{,}0 \cdot 10^8\ \text{m/s})^2}{4{,}297 \cdot 10^3\ \text{m}} = 2{,}09 \cdot 10^{13}\ \text{m/s}^2$

d) $F_c = m a_c = 1{,}67 \cdot 10^{-27}\ \text{kg} \cdot 2{,}09 \cdot 10^{13}\ \text{m/s}^2 = 3{,}5 \cdot 10^{-14}\ \text{N}$

(2)



$M = 24\ \text{kg}$

$\vartheta = 30°$

$\mu_d = 0{,}15$

$\Delta x = 150\ \text{m}$

$v = 4{,}2\ \text{km/h} = 1{,}17\ \text{m/s}$

Sia $\vec{T}$ la tensione della corda, $\vec{N}$ la forza normale del piano sullo slittino, $M\vec{g}$ il peso dello slittino e $\vec{F_a}$ la forza d'attrito.

Poiché $\vec{v}$ è orizzontale e costante, la risultante delle componenti verticali delle forze e la risultante delle componenti orizzontali delle forze devono essere entrambe nulle.

Si ha quindi:

Componenti verticali:

$$T \operatorname{sen}\vartheta + N = Mg$$

da cui $N = Mg - T\operatorname{sen}\vartheta$ e $F_a = \mu N = \mu(Mg - T\operatorname{sen}\vartheta)$

Componenti orizzontali:

$$T\cos\vartheta = F_a$$

Uguagliando queste due espressioni per F_a si può trovare il valore di T, e quindi di F_a:

$$T\cos\vartheta = \mu(Mg - T\operatorname{sen}\vartheta)$$

$$T(\cos\vartheta + \mu \operatorname{sen}\vartheta) = \mu Mg$$

$$T = \frac{\mu Mg}{\cos\vartheta + \mu\operatorname{sen}\vartheta} = \frac{0{,}15 \cdot 24\,\text{kg} \cdot 9{,}8\,\text{m/s}^2}{\frac{\sqrt{3}}{2} + 0{,}15 \cdot \frac{1}{2}} = 37{,}5\ \text{N}$$

a) $F_a = T\cos\vartheta = 32{,}5\ \text{N}$

b) $\mathcal{L}_a = \vec{F_a} \cdot \Delta\vec{x} = -F_a \cdot \Delta x = -32{,}5\,\text{N} \cdot 150\,\text{m} = -4{,}87\ \text{kJ}$

c) È lo stesso, ma con segno positivo: $\mathcal{L}_A = 4{,}87\ \text{kJ}$ *

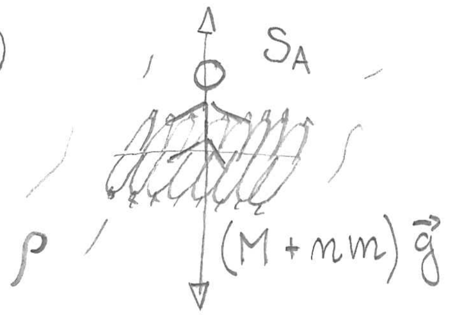
d) $P = \vec{F} \cdot \vec{v} = 32{,}5\,\text{N} \cdot 1{,}17\,\frac{\text{m}}{\text{s}} = 38\ \text{W}$

* Questo risultato segue dal teorema lavoro-energia $\mathcal{L} = \Delta K$, che nel caso particolare implica $\mathcal{L} = \Delta K = 0$

Le uniche due forze a compiere lavoro sono F_a e T, per cui:

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_a + \mathcal{L}_A = 0, \quad \text{ovvero} \quad \mathcal{L}_A = -\mathcal{L}_a$$

(3)



$M = 28\ kg$

$V = 1{,}5\ \ell = 1{,}5 \cdot 10^{-3}\ m^3$

$m = 52\ g \qquad \rho = 10^3\ \frac{Kg}{m^3}$

Il numero di bottiglie n è tale per cui la spinta di Archimede S_A relativa alle bottiglie completamente immerse risulta maggiore o uguale al peso del bambino e delle bottiglie stesse:

$$S_A = \rho n V g$$
$$P = (M+nm)g$$

$$S_A \geq P$$
$$\rho n V g \geq (M+nm)g$$
$$n(\rho V - m) \geq M$$
$$n \geq \frac{M}{\rho V - m} = \frac{28\ kg}{1{,}5\ kg - 52\ g} = 19{,}3$$

In realtà, essendo n un intero, dovrà essere $n = 20$. Si noti che nel caso in cui si fosse trascurato il peso delle bottiglie, il calcolo avrebbe dato $n = 19$, causando un sicuro naufragio per il bambino.

(4) Approssimare il sangue ad un liquido newtoniano significa ritenere valida la formula di Poiseville.

d = diametro normale

$d' = 0{,}80\ d$ diametro arteria ostruita.

Naturalmente vale anche

$r = \frac{d}{2}$ = raggio normale

$r' = \frac{d'}{2} = 0{,}80 \frac{d}{2} = 0{,}80\ r$ raggio arteria ostruita.

Studiamo il problema nei due casi specifici.
Nella notazione, uso il primo (') per indicare il caso patologico. Si ha quindi

$$Q = \frac{\pi}{8} \frac{r^4}{\eta} \frac{\Delta p}{l} \qquad \text{(normale)}$$

$$Q' = \frac{\pi}{8} \frac{r'^4}{\eta} \frac{\Delta p'}{l} \qquad \text{(patologico)}$$

a) Imponendo $Q = Q'$ ottengo

$$\cancel{\frac{\pi}{8}} \frac{r^4}{\cancel{\eta}} \frac{\Delta p}{\cancel{l}} = \cancel{\frac{\pi}{8}} \frac{r'^4}{\cancel{\eta}} \frac{\Delta p'}{\cancel{l}}$$

$$\frac{\Delta p'}{\Delta p} = \frac{r^4}{r'^4} = \left(\frac{r}{r'}\right)^4 = \left(\frac{\cancel{r}}{0{,}8\cancel{r}}\right)^4 = \frac{1}{0{,}8^4} = 2{,}44$$

abbiamo quindi un aumento in percentuale del 144 % (!)

b) Imponendo invece $\Delta p = \Delta p'$ si ha:

$$\frac{Q'}{Q} = \frac{\cancel{\frac{\pi}{8}} \frac{r'^4}{\cancel{\eta}} \cancel{\frac{\Delta p}{l}}}{\cancel{\frac{\pi}{8}} \frac{r^4}{\cancel{\eta}} \cancel{\frac{\Delta p}{l}}} = \left(\frac{r'}{r}\right)^4 = 0{,}8^4 = 0{,}410$$

si ha quindi una diminuzione percentuale del 59 %.