

LEZIONE 5

Schwartz: 29.2.1

Vediamo una possibile scorciatoia per il calcolo dello scattering: $W_L^+ Z_L \rightarrow W_L^+ Z_L$

che abbiamo studiato e più in generale per lo scattering delle polarizzazioni L dei vettori massivi nel limite di alte energie.

L'idea è di ricordare che abbiamo parametrizzato le fluttuazioni del campo di Higgs come:

$$\underline{\Phi} = U^{-1}(\chi) \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v+H}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$$

$$U(\chi) = e^{i \frac{\tau^a \chi^a}{v}} = e^{i \begin{pmatrix} z & \sqrt{2} W^+ \\ \sqrt{2} W^- & -z \end{pmatrix} \frac{1}{v}} \in SU(2)$$

$\chi^{a=1,2,3}$ vengono detti "bosoni di Goldstone" perché sarebbero bosoni di Goldstone se la rottura $SU(2) \times U(1) \rightarrow U(1)_{em}$ facesse rottura spontanea di una simmetria globale.

Invece essendo una simmetria di gauge abbiamo visto che possiamo ri-assorbire i χ nella trasformazione: $\psi_L' = U(\chi) \psi_L$

$$W_\mu' = U(\chi) W_\mu U(\chi)^{-1} + \frac{i}{g_2} \partial_\mu U(\chi) \cdot U(\chi)^{-1} \quad \boxed{1}$$

Questa è la scelta di gauge dette gauge unitarie in cui il vettore massivo ha propagatore:

$$i \frac{-g^{\mu\nu} + \frac{k^\mu k^\nu}{M_W^2}}{K^2 - M_W^2}$$

e non rimane invariante di gauge residua.

Notiamo che:

$$W'_\mu \cong \frac{i}{g_2} \partial_\mu U(X) U(X)^{-1}$$

$$\Rightarrow W'^a_\mu \cong -\frac{2}{g_2 v} \partial_\mu \chi^a = -\frac{1}{M_W} \partial_\mu \chi^a$$

Vediamo che χ corrisponde un W con polarizzazione $\epsilon_\mu \propto P^\mu / M_W =$ limite di alte energie della polarizzazione longitudinale.

Questo suggerisce di studiare lo scattering longitudinale, in particolare nel limite di alte energie che è quello che dà problemi per unitarietà, mantenendo χ nella teoria e studiando scattering dei χ .

Con i χ abbiamo invarianza sotto:

$$\chi^a \mapsto \chi^a - \omega^b \epsilon^{bac} \chi^c + \frac{v}{2} \omega^a$$

$$W_{L\mu}^a \mapsto W_{L\mu}^a - \omega^b \epsilon^{bac} W_{L\mu}^c + \frac{1}{g_2} \partial_\mu \omega^a$$

Sostituendo questa parametrizzazione per Φ si trova il termine di massa scritto in forma gauge-invariante:

$$-\frac{M_w^2}{2} \left(W_\mu^a - \frac{1}{M_w} \partial_\mu \chi^a \right)^2 + \text{parte U(1)}$$

Per calcolare i propagatori serve aggiungere un termine di gauge-fixing, tipica scelta "R $_\xi$ -gauge":

$$-\frac{1}{2\xi} \left(\partial_\mu W^{\mu a} + \xi M_w \chi^a \right)^2$$

scelto in modo da eliminare i termini misti $\sim M_w W_{L\mu}^a \partial^\mu \chi^a$

$$\mu \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \nu \underset{\vec{k}}{=} = \frac{i}{k^2 - M_w^2} \left(-g_{\mu\nu} + \frac{k^\mu k^\nu (1-\xi)}{k^2 - \xi M_w^2} \right)$$

$$\text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \underset{\vec{k}}{=} = \frac{i}{k^2 - \xi M_w^2} \quad \text{propagatore del bosone di Goldstone}$$

$\xi \rightarrow \infty$: gauge unitaria

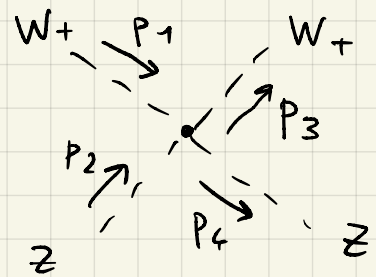
$\xi = 0$: gauge di Lorenz, scegliamo questa.

Per trovare le interazioni tra i Goldstone e il bosone di Higgs H sostituiamo nella Lagrangiana

$$\mathcal{L}_{\text{Higgs-gauge}} = (D_\mu \Phi)^\dagger D^\mu \Phi - V(\Phi)$$

I termini che ci interessano sono i vertici cubici W^+W^-Z e i vertici W^+W^-H e ZZH :

$$\mathcal{L}_{\text{Higgs-gauge}} \supseteq \left(\partial_\mu W^+ \partial^\mu W^- + \frac{1}{2} (\partial_\mu Z)^2 \right) \left(1 + \frac{2H}{v} \right) - \frac{1}{3v^2} (Z \partial_\mu W_- - W_- \partial_\mu Z) (Z \partial^\mu W_+ - W_+ \partial^\mu Z) + \dots$$

$$i\mathcal{M}(W_+ Z \rightarrow W_+ Z) =$$


$$= -\frac{i}{3v^2} \left(2(-ip_1) \cdot (ip_3) - ip_3 \cdot (-ip_2 + ip_4) \right)$$

$$- (-ip_1) \cdot (-ip_2 + ip_4) + 2(-ip_2) \cdot (ip_4)$$

$$= -\frac{i}{3v^2} \left(2p_1 \cdot p_3 - p_2 \cdot p_3 + p_3 \cdot p_4 + p_1 \cdot p_2 - p_1 \cdot p_4 + 2p_2 \cdot p_4 \right)$$

$$= -\frac{i}{3v^2} \left(-t + \frac{1}{2}u + \frac{1}{2}s + \frac{1}{2}s + \frac{1}{2}u - t \right)$$

$$= -\frac{i}{3v^2} \left(-2t + s + u \right) = -\frac{i}{3v^2} \left(-3t \right)$$

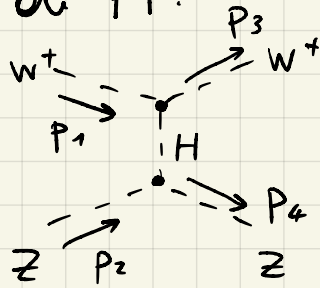
$$\sim \frac{i t}{v^2} + \dots, \quad \mathcal{M} \sim \frac{t}{v^2} + \dots$$

$E_{\vec{p}/m} \gg 1$

come il calcolo molto più complicato con i vettori!

Aggiungiamo lo scambio di H:

$$i M_H (W^+ Z \rightarrow W^+ Z) =$$



$$= \left(-\frac{Z^i}{v}\right)^2 (-ip_2) \cdot (ip_3) \frac{i}{(p_1 - p_3)^2 - M_H^2} (-ip_2) \cdot (ip_4)$$

$$= -\frac{4}{v^2} \frac{i}{t - M_H^2} \left(-\frac{t}{2}\right) \left(-\frac{t}{2}\right)$$

$$\underset{E_p/m \gg 1}{\sim} -i \frac{t}{v^2} + \dots \quad \text{come nel calcolo in}$$

gauge unitaria, cancella la crescita dell'ampiezza.

L'equivalenza tra il calcolo con polarizzazioni longitudinali e quello con i bosoni di Goldstone, nel limite di alte energie, va sotto il nome di "Goldstone boson equivalence theorem".

Test di precisione del Modello Standard:
settore elettrodebole Schwartz Cap. 31

Per testare la validità del MS (come per una qualsiasi teoria) dobbiamo

* calcolare delle osservabili usando i parametri $\sqrt{5}$

delle Lagrangiane;

* misurare queste osservabili per ottenere i valori dei parametri;

* ripetere per un'altra osservabile, la verifica avrà successo se si trovano valori compatibili.

In teoria dei campi questa strategia deve anche tener conto delle ulteriori difficoltà:

→ non sempre sappiamo calcolare le predizioni di una certa teoria, tipicamente usiamo teorie perturbative che è valida quando le costanti di accoppiamento sono piccole;

→ ci sono divergenze UV che vanno ri-assorbite nei parametri di \mathcal{L} : rinormalizzazione. Le costanti di accoppiamento diventano dipendenti dalla scala.

Ci concentriamo sul settore elettrodebole in cui possiamo fare calcoli perturbativi e vedremo le prime correzioni radiative.

Parametri: $\left\{ \begin{array}{l} \alpha_e = \frac{e^2}{4\pi} \rightarrow \text{costante di struttura fine} \\ v \rightarrow \text{vev dell' Higgs} \\ s = \sin \theta_w \rightarrow \text{angolo di Weinberg} \end{array} \right.$