Parametri collegati: masse m_W e m_Z, che all'ordine leading sono dati semplicemente da

$$m_W = \frac{g_2 v}{2} = \frac{e v}{2s} \,, \qquad m_Z = \sqrt{g_1^2 + g_2^2}\,\frac{v}{2} = \sqrt{\frac{1}{c^2} + \frac{1}{s^2}}\;\frac{ev}{2} = \frac{ev}{2cs}$$

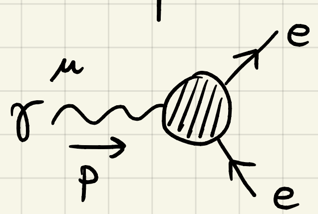
$(c = \cos\theta_W)$.

- Misure da cui estraiamo i valori dei parametri:

- <u>Momento</u> <u>magnetico</u> <u>anomalo</u> <u>dell'elettrone</u>:

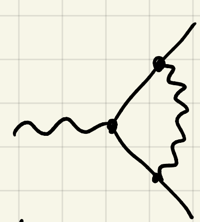
$$g_e - 2 = \frac{\alpha_e}{\pi} + O(\alpha_e^2)$$ lo usiamo per estrarre α_e

Si calcola la predizione usando la funzione a 3 punti:



$$= -ie\left(\gamma^\mu F_1(p^2) + i\,\frac{\sigma^{\mu\nu}}{2m_e}\,p_\nu\, F_2(p^2)\right)$$

$$g_e - 2 = 2F_2(0)$$

Il diagramma a un loop:  dà $\frac{\alpha_e}{\pi}$

ma si conosce a ordine alto in teoria perturbativa e si può estrarne un valore molto preciso di α_e. Tipicamente si definisce il coupling usando lo schema $\overline{MS}$. [Altra possibilità: schema on-shell → il coupling viene definito direttamente in termini di una funzione di correlazione con certi momenti esterni, e.g. per α_e dalla tre punti, per le masse dal polo della funzione a due punti, "pole mass".

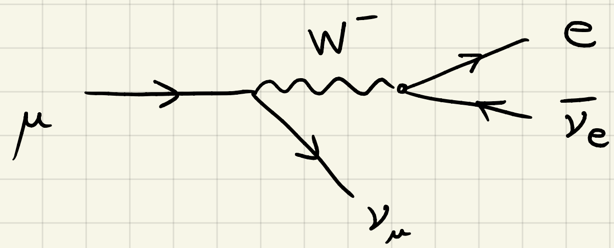
Quando confrontiamo la predizione teorica per un osservabile con il valore sperimentale, è cruciale che usiamo il valore dei parametri nello schema che abbiamo usato per fare il calcolo! Allo stesso tempo, se il confronto funziona in uno schema, funziona anche in ∀ altro, la dipendenza dallo schema deve cancellarsi nel risultato finale per l'osservabile.]

Mentre $g_e - 2$ è espresso più direttamente in funzione di α_e a una bassa scala di rinormalizzazione $\mu \sim 0$, per la fisica di precisione elettrodebole è conveniente usare il valore di α_e alla scala della massa m_Z, che si ottiene calcolando il running del coupling. Il valore è:

$$\alpha_e(0) \sim \frac{1}{137} \dashrightarrow \boxed{\alpha_e(m_Z) \sim \frac{1}{127}}$$

per valori precisi con errori vedi PDG.

• Larghezza di decadimento del muone:

$$i\mathcal{M}_{tree} =$$ 

$$d\Gamma = \frac{1}{2m_\mu} |\mathcal{M}|^2 \, d\Phi^{(3)}$$

$$d\Phi^{(n)} = (2\pi)^4 \delta^4\Big(\sum_{i=1}^{n} p_i\Big) \prod_{i=1}^{n} \frac{d^3 p_i}{(2\pi)^3} \frac{1}{2E_{\vec{p}_i}}$$

In questo caso si trova:

$$\Gamma = G_F^2 \frac{m_\mu^5}{192\pi^3} f\left(m_e^2/m_\mu^2\right)$$

$$f(x) = \left(1 - 8x + 8x^3 - x^4 - 12x^2 \log x\right)$$

$G_F = \dfrac{1}{\sqrt{2}\, v^2}$, da qui si ottiene: $\boxed{v \sim 246 \text{ GeV}}$

• Massa del bosone Z:

Il valore sperimentale va confrontato con la pole-mass. A tree-level abbiamo:

$$m_Z^2 = (g_1^2 + g_2^2)\frac{v^2}{4} = e^2\left(\frac{1}{c^2} + \frac{1}{s^2}\right)\frac{v^2}{4} = \frac{\pi\alpha v^2}{s^2(1-s^2)}$$

Avendo già dato prescrizione per estrarre α e v, possiamo usare questo dato per estrarre il valore di s.

Dalle misure si ottiene: $\boxed{s^2 \sim 0.23}$

⊙ Osservabili con cui confrontare:

- Massa del bosone W:

A tree-level abbiamo: $m_W = g_2 \frac{v}{2}$
$= \frac{e v}{s\, 2}$ con i valori trovati ~ 79.8 GeV

- Asimmetria nella produzione del bosone Z:

$$A_e = \frac{\sigma_L - \sigma_R}{\sigma_L + \sigma_R}, \qquad \sigma_{\substack{L\\R}} = \sigma(e^+_{\substack{L\\R}} e^-_{\substack{L\\R}} \to Z) \text{ off-shell}$$

--→ virtual,

C'è un valore $\neq 0$ già al tree-level nel MS perché come abbiamo visto Z si accoppia diversamente ai fermioni L e R:

$$\mathcal{L}_{int} \supseteq -\frac{g_2}{\cos\theta_W} Z_\mu \left(J^{3\mu}_W - \sin\theta_W^2 J^\mu_{em} \right)$$
$$\supseteq \frac{g_2}{\cos\theta_W} Z_\mu \left(\left(\frac{1}{2} - \sin\theta_W^2\right) \bar{e}_L \gamma^\mu e_L - \sin\theta_W^2\, \bar{e}_R \gamma^\mu e_R \right).$$

Nel rapporto tutto il resto si cancella e contiamo solo gli accoppiamenti relativi a e_L e e_R, per cui a tree-level troviamo:

$$A_e = \frac{\left(\frac{1}{2} - s^2\right)^2 - s^4}{\left(\frac{1}{2} - s^2\right)^2 + s^4}.$$

Con il valore estratto come sopra si ottiene:

$$A_e \sim 0.125$$

Questi valori sia per m_W che per A_e sono <u>incompatibili</u> con i dati sperimentali.

<u>Problema</u>: abbiamo usato formule tree-level.

Per fare test di precisione dobbiamo discutere come includere <u>correzioni radiative</u>, i.e. loop. Con queste correzioni i valori saranno compatibili con i dati.

* Nota: se avessimo usato $\alpha(0)$ invece che $\alpha(m_Z)$, valore più piccolo di $e \Rightarrow$ valore di m_W ancora più lontano dal dato sperimentale, le correzioni a un loop sono più grandi! Usare $\alpha(m_Z)$ include già delle correzioni.