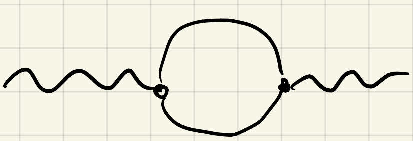
Lezione 6

Correzioni radiative: includiamo contributo a 1 loop

→ nelle predizioni teoriche delle osservabili che abbiamo usato per estrarre α, v e S

→ nelle predizioni teoriche delle osservabili m_W e A_e che usiamo per verificare MS

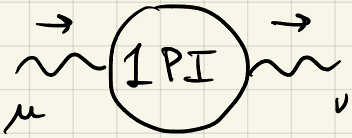
Tutte queste osservabili contengono propagatori dei bosoni vettori elettrodeboli $W^\pm$, Z e γ. Una correzione importante da includere è la correzione a 1 loop a questi propagatori:



"correzioni oblique"

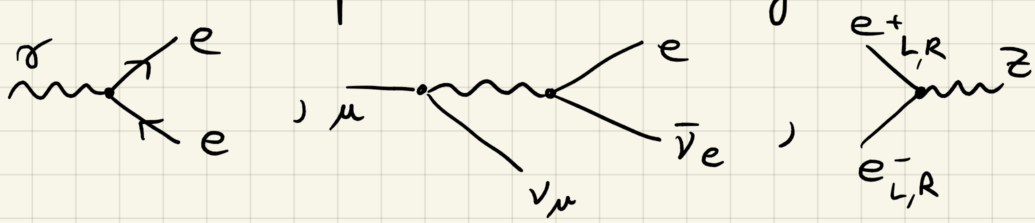
I contributi più importanti vengono dai loop di H e dei quark t, b. Ha senso includere una sola generazione perché si trovano risultati gauge-invarianti generazione per generazione.

Vediamo prima come queste correzioni cambiano le osservabili, parametrizzando la correzione a un loop, e poi calcoliamo il valore.



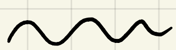
$$= i\,\Pi(p^2)\,g^{\mu\nu} + i\,\Pi^{pp}(p^2)\,p^\mu p^\nu$$

Possiamo scartare Π^{pp} perché nei diagrammi che ci servono:

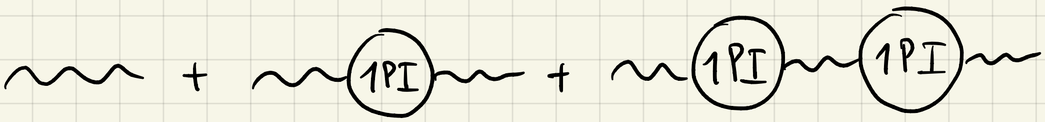


si accoppiano a correnti conservate o approssimativamente conservate alla scala che ci interessa.

Includendo questa correzione il propagatore diventa:



$$= \frac{-i\,g_{\mu\nu}}{p^2 - m^2} + p^\mu p^\nu \text{ terms}$$



$$= \frac{-i\,g_{\mu\nu}}{p^2 - m^2 - \Pi(p^2)} + p^\mu p^\nu \text{ terms}$$

per W o Z indichiamo come: Π_{WW} o Π_{ZZ}

$\Rightarrow$ polo: soluzione di $p^2 - m^2 - \Pi(p^2) = 0$

Soluzione perturbativa: $p^2 = m^2 +$ correzioni

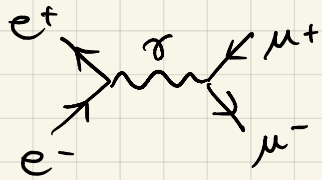
$\Rightarrow m^2_{pole} = m^2 + \mathrm{Re}[\Pi(m^2)]$ (<u>NOTAZIONE</u>: $\mathrm{Re}[\Pi] \equiv \Pi^R$)

qui possiamo trascurare le correzioni perché Π è già subleading. Parte immaginaria: $m_{pole} \times \Gamma$.

Per il fotone non c'è m ma la forma della correzione è analoga: $$-i\frac{g_{\mu\nu}}{p^2} \longmapsto -i\frac{g_{\mu\nu}}{p^2-\Pi_{\gamma\gamma}(p^2)}$$

Invarianza di gauge $U(1)_{em}$: $$\Pi_{\gamma\gamma}(p^2) \underset{p\to 0}{\propto} \mathcal{O}(p^2)$$

* <u>Correzione a $\alpha_e(m_Z)$</u>: per essere già alla scala m_Z, invece che g_e-2 possiamo considerare uno scattering alla scala $E_{CM}=m_Z$, ad esempio $e^+e^-\to\mu^+\mu^-$:



$$s=(p_1+p_2)^2=m_Z^2$$

Indicando con un hat la predizione al tree-level:

$$\sigma_{tot}=\frac{\hat{e}^4(m_Z)}{12\pi m_Z^2}=\frac{4\pi}{3}\frac{\hat{\alpha}^2(m_Z)}{m_Z^2}$$

con la correzione a un loop abbiamo:

$$\sigma_{tot}=\frac{4\pi}{3}\frac{\alpha^2(m_Z)}{m_Z^2}\left(\frac{m_Z^2}{m_Z^2-\Pi^R_{\gamma\gamma}(m_Z^2)}\right)^2$$

propagatore del γ: lineare in $\mathcal{M}$ quadratico in σ.

$$\left[\ \underbrace{\hat{\alpha}(m_Z)}_{\text{tree-level}}=\underbrace{\alpha(m_Z)}_{\text{parametro }\overline{MS}\text{ in }\mathcal{L}}\frac{1}{1-\frac{1}{m_Z^2}\Pi^R_{\gamma\gamma}(m_Z^2)}\simeq\alpha(m_Z)\left(1+\frac{\Pi^R_{\gamma\gamma}(m_Z^2)}{m_Z^2}\right)+\dots\ \right]$$

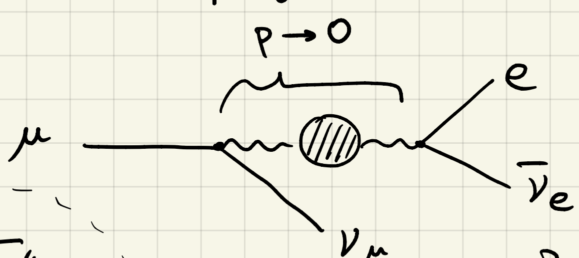
sviluppo perturbativo fino a 1-loop

Equivalentemente, possiamo pensare a $\hat{\alpha}(m_Z)$ come la quantità nello schema on-shell, definita con una condizione di rinormalizzazione alla scala m_Z:

$$\hat{\alpha}(Q) \equiv \frac{3Q^2}{4\pi}\,\sigma_{tot}(e^+e^- \to \mu^+\mu^-)\Big|_{s=Q^2}$$

e quindi quello che stiamo facendo è collegare il valore del parametro nello schema on-shell, che è direttamente legato alla misura, al valore nello schema $\overline{MS}$, più pratico per calcolare correzioni radiative nelle altre osservabili che vogliamo verificare.

* <u>Correzione a Γ_μ</u>: il decadimento è mediato dal propagatore del W, quindi:



$$\Gamma = \overset{\frac{1}{2\hat{v}^4}}{\hat{G}_F^2}\,\frac{m_\mu^2}{192\pi^3}\, f\!\left(\frac{m_e^2}{m_\mu^2}\right)$$

$$= \overset{\frac{1}{2v^4}}{G_F^2}\left(\frac{m_W^2}{m_W^2+\Pi^R_{WW}(0)}\right)^2 \frac{m_\mu^2}{192\pi^3}\, f\!\left(\frac{m_e^2}{m_\mu^2}\right)$$

$$\hat{v}^2 = v^2\left(1+\frac{1}{m_W^2}\Pi^R_{WW}(0)\right)$$

$\ast$ Correzione a m_Z: questa è la formula che abbiamo visto per il cambiamento della pole-mass:

$$\hat{m}_Z^2 = m_Z^2 + \Pi_{ZZ}^R(m_Z^2) = m_Z^2 \left(1 + \frac{1}{m_Z^2}\Pi_{ZZ}^R(m_Z^2)\right)$$

Stesso commento per le altre quantità con hat $\hat{v}$ e $\hat{m}_Z$: le possiamo pensare come valori dei coupling nello schema on-shell, e ce le stiamo calcolando in funzione dei coupling in $\overline{MS}$.

Nota che usare $\hat{v}$ e $\hat{m}_Z$ è equivalente a usare $\hat{v}$ e $\hat{s}$, sono legati dalle formule tree-level.

Coupling $\overline{MS}$ in funzione delle osservabili (equivalentemente: dei coupling in schema on-shell)

Invertendo fino all'ordine 1 loop le relazioni sopra, troviamo:

$$\boxed{\begin{aligned} \alpha_e(m_Z) &= \hat{\alpha}_e(m_Z)\left(1 - \frac{\Pi_{\gamma\gamma}^R(m_Z^2)}{m_Z^2}\right) \\ v^2 &= \hat{v}^2\left(1 - \frac{1}{m_W^2}\Pi_W^R(0)\right) \\ s^2(1-s^2) &= \frac{\pi\alpha v^2}{m_Z^2} = \hat{s}^2(1-\hat{s}^2)\left(1 + \Pi_{tot}\right) \end{aligned}}$$

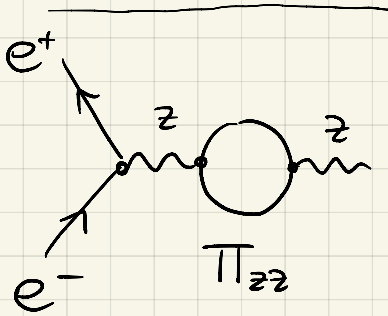
$$\Pi_{tot} \equiv \frac{1}{m_Z^2}\Pi_{ZZ}^R(m_Z^2) - \frac{1}{m_W^2}\Pi_{WW}^R(0) - \frac{1}{m_Z^2}\Pi_{\gamma\gamma}^R(m_Z^2)$$

Dobbiamo anche correggere le osservabili che usiamo per fare il check

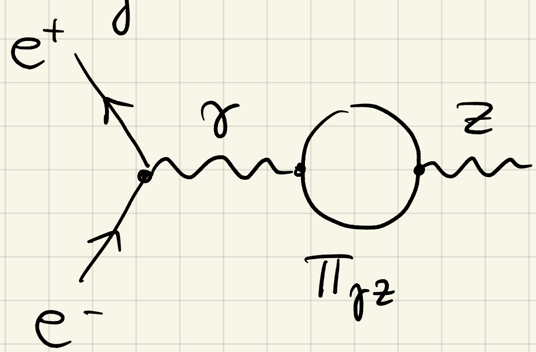
* <u>Correzione a m_W</u>: anche qui, abbiamo già visto la formula

$$\boxed{\hat{m}_W^2 = m_W^2 + \Pi_{WW}^R(m_W^2)\,, \quad \text{con } m_W^2 = \frac{\pi \alpha v^2}{s^2}}$$

* <u>Correzione a A_e</u>: diagrammi a 1-loop



$+$



questo contributo si cancella nel rapporto, non cambia il coefficiente relativo L/R;

$\longrightarrow$ questo invece cambia il coefficiente relativo!

Definiamo l'asimmetria con momento $p^2 = m_W^2$ sulla zampa del vettore.

$$\mathcal{L}_{int}^{eff} \supseteq \frac{g_2}{\cos\theta_W} Z_\mu \left(\left(\frac{1}{2} - \sin\theta_W^2\right) \bar{e}_L \gamma^\mu e_L - \sin\theta_W^2\, \bar{e}_R \gamma^\mu e_R \right)$$

$$+ \underset{\underset{g_2 \sin\theta_W}{\parallel}}{e}\, \frac{\Pi_{\gamma Z}(m_Z^2)}{m_Z^2} Z_\mu \underbrace{\left(\bar{e}_L \gamma^\mu e_L + \bar{e}_R \gamma^\mu e_R \right)}_{J^\mu_{em}}$$