Fisica Applicata (064ME - C.I. Scienze Chim-Fis)

2 CFU (20h)

Dr. Matteo Costanzi

mail: mcostanzi@units.it

Testo consigliato:

Fondamenti di Fisica - Halliday Resnick (VII edizione)

Appunti del corso caricati sulla pagina di moodle del corso (moodle2.units.it/course/view.php?id=10034) dopo lo svolgimento della lezione.

Concetti di Base:

Grandezza Fisica: Proprietà di un fenomeno, corpo o sostanza, che deve poter essere espressa con un valore numerico*, e per tanto, deve poter essere misurata operativamente.

*in una opportuna unità di misura

Fenomeni Fisici: fenomeni descritti tramite relazioni matematiche che legano diverse grandezze fisiche.

→ Nei fenomeni Fisici, a differenza di quelli chimici, la struttura chimica della/e sostanza/e coinvolta/e non cambia (e.g. acqua che evapora e poi condensa), ma ci sono delle eccezioni (e.g. decadimento radiattivo)

• Es. grandezza fisica: Lunghezza

La procedura con cui si misura la lunghezza dipende dal sistema in esame:

→ Lunghezza di un tavolo (metro)

→ Distanza di una stella (parallasse)

→ Dimensioni di una cellula (microscopio ottico)

ϕ Misura di Grandezze Fisiche:

La misura di una grandezza fisica viene espressa con una certa unità di misura, mediante un confronto con un campione di quell'unità.

→ L'unità di misura ed il suo campione sono scelti convenzionalmente dalla comunità scientifica, con l'obbiettivo di poter produrre dei campioni facilmente riproducibili (e misurabili) ed al contempo precisi.

e.g. ↳ NON variabili nel tempo o con le condizioni ambientali

Alcune delle grandezze che abbiamo imparato a misurare con più precisione sono dette grandezze FONDAMENTALI, e definiscono il cosiddetto SISTEMA INTERNAZIONALE DI Unità di Misura.

Le grandezze fondamentali sono INDIPENDENTI tra loro, ed hanno unità di misura NON in relazione tra loro. Tutte le altre grandezze fisiche possono essere espresse in funzione delle grandezze fondamentali e per questo sono dette "derivate".

∅ Il Sistema Internazionale di Misura (1971)

→ 7 grandezze fondamentali

Grandezza	U. di misura	Simbolo
Tempo	Secondo	s
Lunghezza	metro	m
Massa	Chilogrammo	Kg
Temperatura	Kelvin	K
Intensità di corrente	Ampere	A
Quantità di Sostanza	Mole	mol
Intesità luminosa	Candela	cd

→ Le unità di misura, o il loro campione, delle grandezze fondamentali, sono state perfezionate negli anni per permette misure sempre più precise. In particolare si usano i valori di alcune costanti fondamentali.

Esempio:

- il metro è la lunghezza percorsa dalla luce nel vuoto in un intervallo di tempo pari a $(1/299.792.458)$ secondi

→ N.B. da questa definizione segue che la velocità della luce $c = 299.792.458\ m/s$ (esattamente!)

- Un secondo è il tempo necessario alla luce emessa nella transizione iperfine nello stato fondamentale dell'atomo di cesio-133 per effettuare 9.192.631.770 oscillazioni $(\Delta\nu_{Cs} = 9.192.631.770\ s^{-1})$

- Chilogrammo definito tramite m, s e la costante di Planck, h (anche in questo caso assunta nota esattamente):

$$1\ Kg = \left(\frac{h}{6,62607015 \cdot 10^{-34}}\right)\frac{s}{m^2}$$

$$\approx 1,4755214 \cdot 10^{40}\ \frac{h\Delta\nu_{Cs}}{c^2}$$

Grandezze Fisiche Derivate

→ Le leggi fisiche esprimono relazioni fra grandezze fisiche e permettono di misurare indirettamente grandezze, tramite misure dirette di altre grandezze.

Esempio: Velocità

$$v = \frac{l}{t}$$

l → lunghezza percorsa

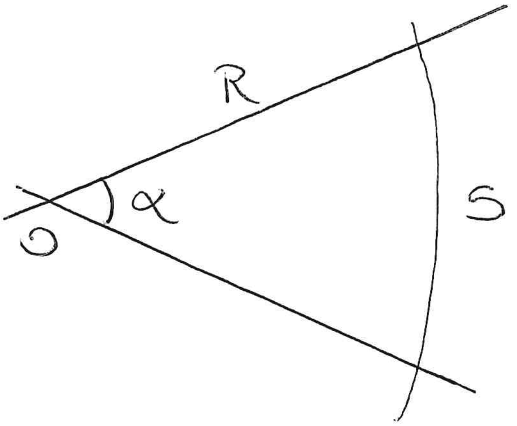
t → tempo necessario a percorrere l

→ misuriamo la velocità di una macchina, misurando quanto tempo impiega (t) a percorrere una distanza (l)

∅ Grandezze Adimensionali:

→ definite da rapporti tra grandezze dimensionali

Esempio: Angolo in Radianti



$$\alpha = \frac{S}{R}$$

S → Lunghezza arco di circonferenza

R → raggio della circonferenza

→ Angolo retto ($90°$): $S = \frac{2\pi R}{4} \rightarrow \alpha = \frac{2\pi R}{4R} = \frac{\pi}{2}$

→ Angolo piatto ($180°$): $S = \frac{2\pi R}{2} \rightarrow \alpha = \pi$

→ Angolo giro ($360°$): $S = 2\pi R \rightarrow \alpha = 2\pi$

Esercizio:

- Angolo di $45°$ in radianti?

$$S = \frac{2\pi R}{8} \rightarrow \alpha = \frac{2\pi R}{8R} = \frac{\pi}{4} \simeq 0.785$$

oppure (in generale) usando le proporzioni:

$$\frac{45°}{180°} = \frac{\alpha}{\pi} \Rightarrow \alpha = \frac{45°}{180°}\pi = \frac{1}{4}\pi$$

- Angolo di 1 radiante in gradi?

$$\frac{\alpha}{\pi} = \frac{\theta^\circ}{180^\circ} \Rightarrow \theta^\circ = \frac{1}{\pi} \cdot 180^\circ \cong 57,3^\circ$$

∅ Notazione Scientifica:

→ Per esprimere valori numerici molto grandi / piccoli conviene usare le potenze del 10.

Es. Distanza Terra - Sole

$149\,500\,000\,000 \text{ m} = 1{,}495 \cdot 10^{11} \text{ m}$

$= 1{,}495E11 \text{ m}$

↳ Notazione dei calcolatori

Es Raggio di Bohr (atomo idrogeno)

$0{,}000\,000\,000\,05293 \text{ m} = 5{,}293 \cdot 10^{-11} \text{ m}$

$= 5{,}293E{-11} \text{ m}$

6 Multipli & Sottomultipli delle unità di misura

Valore	Prefisso	Simbolo
10^{15}	peta	P
10^{12}	tera	T
10^{9}	giga	G
10^{6}	mega	M
10^{3}	chilo	k
10^{2}	etto	h
10^{1}	deca	da
10^{-1}	deci	d
10^{-2}	centi	c
10^{-3}	milli	m
10^{-6}	micro	μ
10^{-9}	nano	n
10^{-12}	pico	p
10^{-15}	femto	f

Es: Terra-Sole

$0,1495 \cdot 10^{12}$

$d = 1,495 \cdot 10^{11}\ m = 0,1495\ Tm = 149,5\ Gm$

$149,5 \cdot 10^{9}$

Cambio Unità di Misura:

Per poter convertire una grandezza in una diversa unità di misura è sufficiente moltiplicarla per un opportuno fattore di CONVERSIONE dato dal rapporto, pari ad 1, fra due identiche quantità espresse nelle unità in questione.

Per esempio:

$$\frac{1\,min}{60\,s} = 1 \quad o \quad \frac{60\,s}{1\,min} = 1$$

l'idea è sfruttare il fatto che moltiplicando un numero per 1 non cambio il suo risultato

Notare che bisogna esprimere esplicitamente l'unità di misura perché l'equivalenza valga

Es: da minuti a secondi

$$2\,min = 2\,min \cdot 1 = 2\,\cancel{min} \cdot \left(\frac{60\,s}{1\,\cancel{min}}\right) = 120\,s$$

metto al denominatore l'unità di misura "vecchia" ed al denominatore quella nuova

o viceversa se l'unità di misura "vecchia" sta al denominatore (vedi prox. es.)

Nota: È la stessa procedura che abbiamo usato per passare da gradi ⇆ rad.! Il fattore di conversione in quel caso era $\frac{\pi}{180°}$ o $\frac{180°}{\pi}$

Esempio: da litri a m^3

$$1\,l = 1\,dm^3 \rightarrow \frac{1\,l}{1\,dm^3} = 1 \quad o \quad \frac{1\,dm^3}{1\,l} = 1$$

Vasca con capienza di 80 l; esprimere il volume in m^3

$$80\,l = 80\,l \cdot 1 = 80\,\cancel{l}\,\frac{1\,dm^3}{1\,\cancel{l}} = 80\,\underset{10^{-1}}{dm^3} =$$

$$= 80\,(10^{-1}\,m)^3 = 8 \cdot 10^1 \cdot 10^{-3}\,m^3 = 8 \cdot 10^{-2}\,m^3$$

Esempio: da $\mu m/s$ a km/h

Una lumaca percorre $1{,}3 \cdot 10^4\,\mu m/s$; qual è la sua velocità in km/h?

$$v = 1{,}3 \cdot 10^4\,\mu m/s = 1{,}3 \cdot 10^4 \cdot 10^{-6}\,m/s =$$

$1\,hr = 3600\,s$

$$= 1{,}3 \cdot 10^{-2}\,m/s = 1{,}3 \cdot 10^{-2}\,m/s \cdot 1 =$$

$$= 1{,}3 \cdot 10^{-2}\,m/\cancel{s} \cdot \frac{3600\,\cancel{s}}{1\,h} = 46{,}8\,m/h =$$

$$= 46{,}8\,\cancel{m}/h \cdot \frac{1\,km}{10^3\,\cancel{m}} = 4{,}68 \cdot 10^{-2}\,km/h$$

Cifre Significative & Approssimazioni

Nelle attività scientifiche e' spesso necessario approssimare i risultati, o come spesso si usa dire, arrotondarli.

Non esistono regole generali per approssimare un risultato, ma si possono identificare alcuni casi significativi:

- dato un problema, il numero di cifre che costituisce il valore di un dato, costituisce il numero di cifre significative:

  e.g. $x = 3{,}571 \rightarrow$ 4 cifre significative

  $h = 3{,}15 \cdot 10^3 \rightarrow$ 3 cifre significative

  $l = 0{,}00356 \rightarrow$ 3 cifre significative

- il risultato di un problema dovrebbe avere un numero di cifre significative pari a quello fornito dai dati del problema. Analogamente non ha senso esprimere il risultato di una misura con un numero di cifre decimali superior a quelle dei dati forniti dallo strumento di misura

Esempio

Misuro l'altezza di un gruppo di persone con un metro graduato in millimetri.

→ il numero di cifre significative che dovrò riportare è pari al numero di cifre per esprimere la misura con la precisione del mm:

$$h_1 = 174{,}3\ cm = 1743\ mm = 1{,}743\ m$$

Supponiamo che il gruppo sia composto da 43 persone e sia 7586 cm la somma di tutte le stature. Calcolare l'altezza media del gruppo:

$$\bar{h} = \frac{7586\ cm}{43} = 176{,}4\underbrace{186}\ cm \simeq 176{,}4\ cm$$

↓

Non ha senso riportare queste cifre, poiché lo strumento di misura ha una sensibilità massima di 1 mm

→ In generale, nota l'incertezza su una misura, l'ultima cifra significativa riportata deve essere dello stesso ordine di grandezza (stessa posizione decimale) dell'incertezza:

e.g. $v = 6051\cancel{,78} \pm 30\ m/s \rightarrow v = 6050 \pm 30\ m/s$

N.B. anche lo 0 può essere una cifra significativa

- Approssimazioni per arrotondamento:
  il criterio da seguire è il seguente
  - se la prima cifra da eliminare è minore di 5, le cifre conservate restano invariate
  - se la cifra da eliminare è maggiore di 5 o è uguale a 5, l'ultima cifra conservata dovrà essere aumentata di 1

Misure ed Errori Strumentali:

Ogni strumento di misurazione e' caratterizzato da:

capacita' di misurare lo stesso valore a parita' di condizioni

quanto la misura e' vicina al valore "vero" atteso o di riferimento

1) Precisione: (e accuratezza)

È un indice della qualita' dello strumento e dipende dalle caratteristiche costruttive dello stesso.

NB: da non confondere con la precisione di una misura che dipende da tutti gli errori che vengono commessi durante la misura

2) Sensibilita' o Risoluzione:

la più piccola variazione della grandezza da misurare che lo strumento e' in grado di apprezzare.

Per strumenti analogici (e.g metro) e' data dalla più piccola divisione tra due tacche, mentre per strumenti digitali e' data dall'ultima cifra che compare nel display.

3) Portata:

massimo valore della grandezza in esame che può essere misurato dallo strumento (fondo scala)

4) Prontezza:

la rapidità con cui lo strumento risponde ad una variazione della quantità da misurare.

P.es. un termometro a mercurio è uno strumento con una prontezza bassa in quanto richiede diversi minuti per raggiungere l'equilibrio termico

Errori Casuali & Sistematici

- Quando ripetiamo una misurazione (anche usando sempre lo stesso strumento) notiamo che non otteniamo sempre lo stesso risultato, in particolare se l'operazione richiede diversi passaggi.

  Queste variazioni si presentano con caratteristiche mutevoli (positivi o negativi) e con entità variabile in modo casuale, in quanto generati da un grande numero di piccole variabili che sfuggono al nostro controllo.

  Questi errori sono detti casuali (o statistici), e non possono essere mai del tutto eliminati, ma possono essere stimati statisticamente e si può ridurne l'influenza

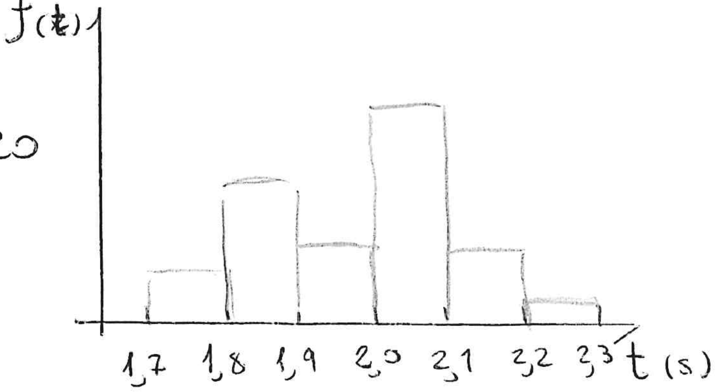
→ Es: Misura del periodo di oscillazione di un pendolo: la misura, anche se fatta dallo stesso operatore, con lo stesso cronometro, varia di volta in volta (anche) a causa dei tempi di reazione dell'operatore. Essendo l'errore di misura casuale - a volte l'operatore ritarda a fermare il cronometro, a volte anticipa - avremo delle stime sia in eccesso che in difetto della misura, con uguale probabilità

N.B. i tempi di reazione dell'operatore sono influenzati da molti fattori aleatori che concorrono a determinare la misura. Inoltre altre variabili, come piccole variazioni ambientali, concorrono a modificare l'errore.

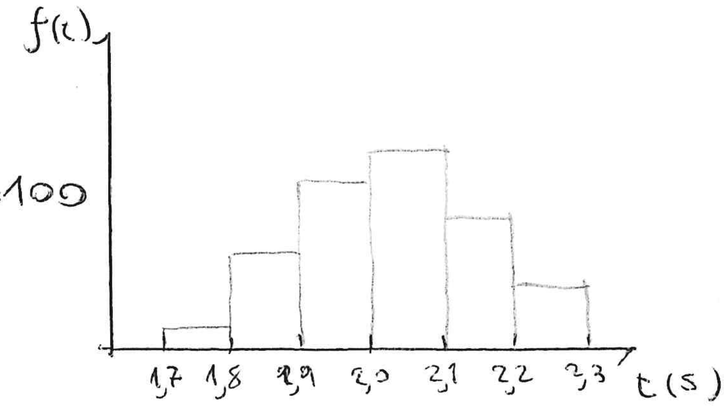
→ Se proviamo a mettere in un istogramma il risultato delle nostre N misure, noteremmo che queste, man mano che N cresce, si distribuiscono secondo una curva simmetrica a forma di campana nota con il nome di Gaussiana (o distribuzione normale)

Es: frequenza della misurazione: $\dfrac{\#\text{ misure in un intervallo}}{\#\text{ Totale misure}}$

N=20



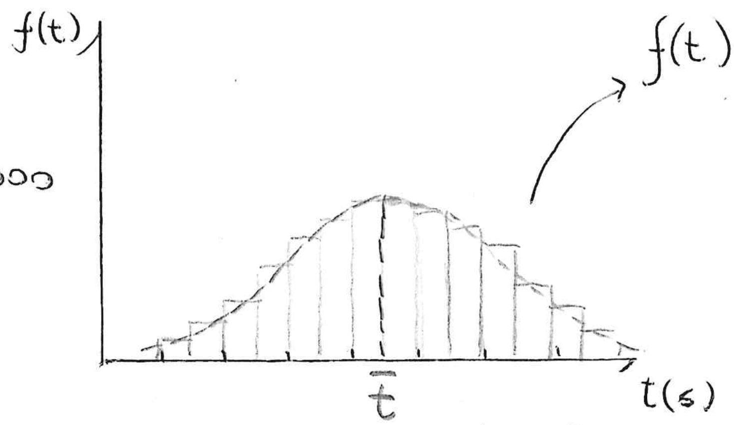
N=100



Distribuzione Gaussiana:

$$f(t) \simeq \mathcal{N}(\mu, \sigma^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{1}{2}(t-\bar{t})^2/\sigma^2}$$

N=1000



(Vedi macchina di Galton)

↳ Miglior stima del valore vero

• La miglior stima del valore vero è data dalla media delle misure:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_N}{N} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i$$

• L'incertezza media delle singole misure dovuta agli errori casuali è data dalla deviazione standard:

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})^2}$$

il 68% delle misure di x dovrebbero trovarsi entro σ_x dal valore vero

potete trovare N−1, al posto di N

Ovvero il valor medio dello scarto di x rispetto alla media elevato al quadrato

• L'incertezza sulla nostra miglior stima, $\bar{x}$, è data dalla deviazione standard della media:

$$\sigma_{\bar{x}} = \sigma_x / \sqrt{N}$$

Ovvero l'errore sulla media delle mie misure sarà inferiore all'errore sulla singola misura di un fattore $1/\sqrt{N}$. Quindi tante più misure prendo, tanto più piccolo sarà l'errore statistico associato alla media

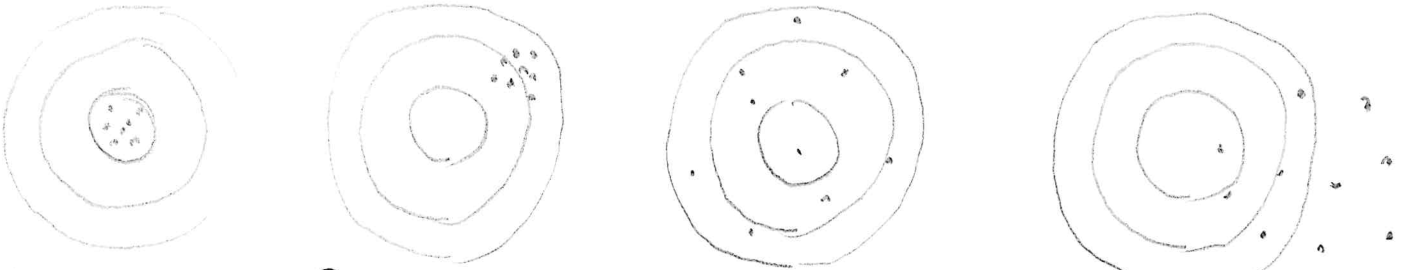
Alcuni errori si presentano in successive misurazioni sempre con le stesse caratteristiche o la stessa intensità (p.es. un cronometro che marcia costantemente lento, o una bilancia tarata male). Questi errori, dovuti a problemi nella strumentazione nel loro utilizzo, o al metodo di misura stesso, sono detti sistematici (in quanto spingono i nostri risultati sempre nella stessa direzione).
Gli errori sistematici NON possono essere caratterizzati tramite un'analisi statistica, ma in linea di principio, possono essere eliminati con un'accurata analisi del metodo di misurazione e degli strumenti impiegati

Precisione & Accuratezza

Precisione: stabilisce quanto le misure di una grandezza sono vicine tra loro; ovvero la precisione da un'indicazione del grado di dispersione delle misure rispetto al valor medio del campione

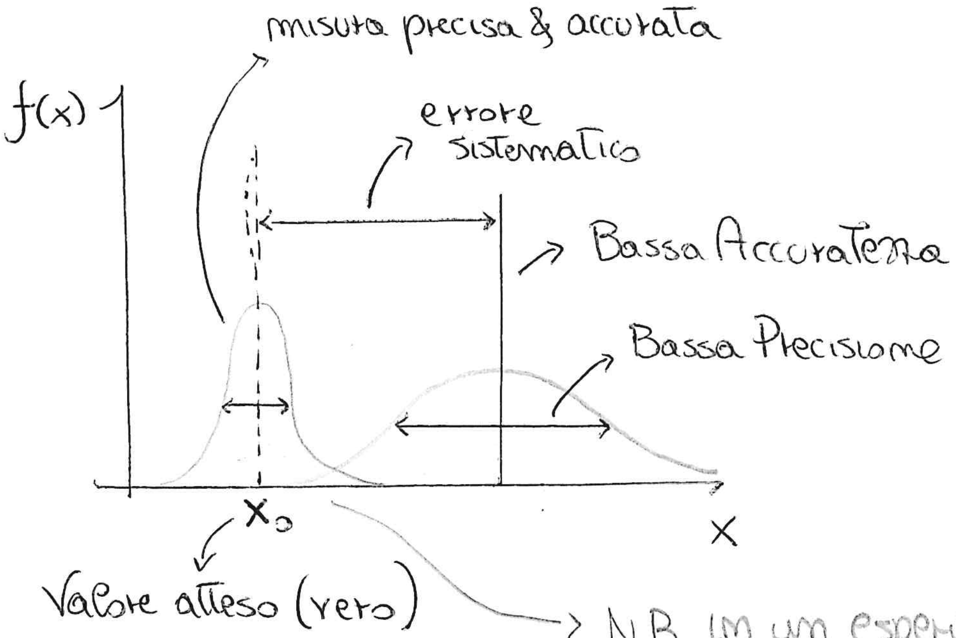
Accuratezza: indica quanto una misura si avvicina al valore atteso (o corretto)

Es:



Preciso & Accurato — Preciso & Poco Accurato — Poco Preciso & Accurato — Poco Preciso & Poco Accurato

Es



N.B. In un esperimento reale in genere NON è noto il valore atteso, e dunque non è nota l'accuratezza della misura

Compatibilità delle Misure

Date due misure della stessa grandezza queste sono compatibili tra loro se, considerando i loro errori, queste si sovrappongono:

Es: Misure glicemia nel sangue

$m_1 = 98 \pm 5$ mg/l

$m_2 = 105 \pm 3$ mg/l

$m_3 = 101{,}0 \pm 0{,}5$ mg/l