

Calorimetria

Esercizio 1

Un blocco di rame di massa $m_{Cu} = 5g$ si trova a una temperatura iniziale $T_i = 25^\circ C$. Al blocco viene fornito un calore $Q = 120J$. Determinare la temperatura finale T_f del blocco sapendo che il calore specifico di rame è

$$c_{Cu} = 0.093cal/g^\circ C .$$

Soluzione

Se una quantità di calore Q viene fornita a una sostanza di massa m e calore specifico c , senza incorrere in una transizione di fase, allora la temperatura della sostanza varia secondo la legge $Q = mc\Delta T$, da cui

$$\Delta T = T_f - T_i = \frac{Q}{mc} .$$

Nel caso in esame

$$\Delta T = \frac{Q}{m_{Cu}c_{Cu}} \Rightarrow T_f = T_i + \frac{Q}{m_{Cu}c_{Cu}} .$$

Il fattore di conversione $J - cal$ è

$$1cal = 4.186J ,$$

e il calore specifico del rame può essere anche espresso come

$$c_{Cu} = 0.389J/g^\circ C .$$

Perciò

$$T_f = 25^\circ C + \frac{120J}{5g \times 0.389J/g^\circ C} = 86.7^\circ C .$$

Esercizio 2

Un blocco di rame di massa $m_{Cu} = 300g$ si trova alla temperatura iniziale $T_{iCu} = 90^\circ C$. Un blocco di alluminio di massa $m_{Al} = 700g$ si trova invece alla temperatura iniziale $T_{iAl} = 43^\circ C$. Essi vengono posti a contatto. Calcolare la temperatura di equilibrio del sistema T_{eq} .

Soluzione

Il calore specifico del rame e dell'alluminio sono rispettivamente

$$c_{Cu} = 0.389J/g^\circ C , \quad c_{Al} = 0.9J/g^\circ C .$$

Il corpo più caldo (rame) si raffredda fino alla temperatura di equilibrio. Il corpo più freddo (alluminio) si scalda fino alla temperatura di equilibrio. Poiché

non viene scambiata energia col resto del mondo il calore ceduto dal rame Q_{Cu} equivale al calore assorbito dall'alluminio Q_{Al} ,

$$Q_{Cu} + Q_{Al} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad Q_{Al} = -Q_{Cu} .$$

Poiché, date le temperature in gioco, non si ha alcuna transizione di fase, vale che

$$\begin{aligned} Q_{Cu} &= m_{Cu}c_{Cu}(T_{eq} - T_{iCu}) , \\ Q_{Al} &= m_{Al}c_{Al}(T_{eq} - T_{iAl}) , \end{aligned}$$

da cui

$$\begin{aligned} m_{Al}c_{Al}(T_{eq} - T_{iAl}) &= -m_{Cu}c_{Cu}(T_{eq} - T_{iCu}) \\ \Downarrow \\ T_{eq} &= \frac{m_{Cu}c_{Cu}T_{iCu} + m_{Al}c_{Al}T_{iAl}}{m_{Cu}c_{Cu} + m_{Al}c_{Al}} = 50.3^\circ C . \end{aligned}$$

Esercizio 3

Due cubetti di rame, ciascuno di massa $m_{Cu} = 0.2kg$ e alla temperatura $T_{iCu} = 150^\circ C$, vengono immersi in un recipiente contenente una massa d'acqua $m_{H_2O} = 1kg$ alla temperatura iniziale $T_{iH_2O} = 30^\circ C$. Sapendo che la temperatura di equilibrio del sistema è $T_{eq} = 34.2^\circ C$, calcolare il calore specifico del rame.

Soluzione

Il calore specifico dell'acqua è

$$c_{H_2O} = 4186J/kg^\circ C = 1cal/g^\circ C .$$

Il calore ceduto dal rame viene assorbito dall'acqua,

$$Q_{H_2O} = -Q_{Cu} ,$$

dove

$$\begin{aligned} Q_{H_2O} &= m_{H_2O}c_{H_2O}(T_{eq} - T_{iH_2O}) , \\ Q_{Cu} &= m_{Cu}c_{Cu}(T_{eq} - T_{iCu}) . \end{aligned}$$

Perciò

$$\begin{aligned} m_{H_2O}c_{H_2O}(T_{eq} - T_{iH_2O}) &= -m_{Cu}c_{Cu}(T_{eq} - T_{iCu}) \\ \Downarrow \\ c_{Cu} &= -\frac{m_{H_2O}c_{H_2O}(T_{eq} - T_{iH_2O})}{m_{Cu}(T_{eq} - T_{iCu})} = 380J/kg^\circ C . \end{aligned}$$

Esercizio 4

Calcolare il calore necessario per fondere completamente una massa $m = 100g$ di ghiaccio alla temperatura iniziale $T_i = -5^\circ C$.

Soluzione

Il calore specifico del ghiaccio e il calore latente di fusione del ghiaccio sono rispettivamente

$$c_g = 0.5 \text{ cal/g}^\circ C, \quad \lambda_g = 3.33 \times 10^5 \text{ J/kg}.$$

Usando il fattore di conversione $J - cal$ si ottiene

$$c_g = 2.093 \text{ J/g}^\circ C.$$

Il calore Q_1 necessario a portare la massa di ghiaccio in esame alla temperatura di fusione pari a $0^\circ C$ è

$$Q_1 = mc_g(0^\circ C - T_i) = 1046.5 \text{ J}.$$

Il calore Q_2 necessario a fondere la massa di ghiaccio in esame è

$$Q_2 = \lambda_g m = 33300 \text{ J}.$$

Si ricordi di convertire tutto in grammi o tutto in kilogrammi prima di fare il conto!

Perciò il calore ricercato è

$$Q = Q_1 + Q_2 = 34346.5 \text{ J}.$$

Esercizio 5

Studiare cosa accade se una massa di ghiaccio $m_g = 0.05 \text{ kg}$ alla temperatura $T_{ig} = 0^\circ C$ viene posta in un recipiente contenente una massa di acqua $m_{H_2O} = 0.3 \text{ kg}$ alla temperatura iniziale $T_{iH_2O} = 20^\circ C$.

Cosa sarebbe successo se la massa del ghiaccio fosse stata il doppio?

Soluzione

Intuitivamente mentre l'acqua si raffredda il ghiaccio si scioglie. Il punto è se il ghiaccio si scioglie solo in parte o completamente.

Per fondere completamente la massa di ghiaccio $m_g = 0.05 \text{ kg}$ è necessario fornirle un calore

$$Q_1 = m_g \lambda_g = 4000 \text{ cal}.$$

La massa d'acqua in esame, raffreddandosi fino a $0^\circ C$, è in grado di cedere al ghiaccio il calore

$$-Q_2 = -m_{H_2O} c_{H_2O} (0^\circ C - T_{iH_2O}) = 6000 \text{ cal}.$$

Perciò tutto il ghiaccio si scioglie e il sistema all'equilibrio è costituito da acqua ad una temperatura T_{eq} superiore a $0^\circ C$.

Il calore assorbito dal ghiaccio e dall'acqua sono rispettivamente

$$\begin{aligned} Q_g &= m_g \lambda_g + m_g c_{H_2O} T_{eq} , \\ Q_{H_2O} &= m_{H_2O} c_{H_2O} (T_{eq} - T_{iH_2O}) . \end{aligned}$$

Imponendo che $Q_g + Q_{H_2O} = 0$ si ha

$$T_{eq} = \frac{m_{H_2O} c_{H_2O} T_{iH_2O} - m_g \lambda_g}{(m_g + m_{H_2O}) c_{H_2O}} = 5.8^\circ C .$$

Per fondere completamente il doppio della massa di ghiaccio sarebbero state necessarie ben $8000 cal$ e l'acqua non è in grado di fornire questa energia al ghiaccio pur raffreddandosi fino a $0^\circ C$. Perciò l'acqua si raffredda fino a $0^\circ C$ arrivando all'equilibrio col ghiaccio e cede ad esso un calore pari a $6000 cal$ il quale ne fonde $75g$. In questo caso il sistema all'equilibrio sarà costituito da $25g$ di ghiaccio e $375g$ di acqua alla temperatura di $0^\circ C$.

Esercizio 6

Una massa di ghiaccio $m_g = 1.5kg$ alla temperatura iniziale $T_{ig} = -40^\circ C$ è posta in un recipiente contenete una massa d'acqua $m_{H_2O} = 2kg$ alla temperatura iniziale $T_{iH_2O} = 20^\circ C$. Calcolare la massa m di ghiaccio che si fonde.

Soluzione

Il calore specifico dell'acqua, del ghiaccio e il calore latente di fusione del ghiaccio sono rispettivamente

$$\begin{aligned} c_{H_2O} &= 4.186 \times 10^3 J/kg^\circ C , \\ c_g &= 2.093 \times 10^3 J/kg^\circ C , \\ \lambda_g &= 3.33 \times 10^5 J/kg . \end{aligned}$$

Inizialmente l'acqua si raffredda fino ad una temperatura T_1 cedendo al ghiaccio il calore Q_{1H_2O} il quale serve a far raggiungere al ghiaccio la temperatura di $0^\circ C$,

$$Q_{1H_2O} = m_{H_2O} c_{H_2O} (T_1 - T_{iH_2O}) = -m_g c_g (0^\circ C - T_{ig}) ,$$

da cui

$$T_1 = T_{iH_2O} + \frac{m_g c_g T_{ig}}{m_{H_2O} c_{H_2O}} = 5^\circ C .$$

Il sistema non è in equilibrio in quanto l'acqua è ora a $5^\circ C$ e il ghiaccio è a $0^\circ C$. L'acqua cede infine il calore Q_{2H_2O} al ghiaccio raffreddandosi fino a raggiungere anch'essa la temperatura d'equilibrio $T_{eq} = 0^\circ C$ e fondendo una massa m di ghiaccio secondo la relazione

$$Q_{2H_2O} = m_{H_2O} c_{H_2O} (T_{eq} - T_1) = -m\lambda_g ,$$

da cui

$$m = \frac{m_{H_2O} c_{H_2O} T_1}{\lambda_g} = 0.13kg .$$

Esercizio 7

Una massa di piombo $m_{Pb} = 2kg$ alla temperatura iniziale $T_{iPb} = 300^\circ C$ viene immersa in un recipiente contenete una massa d'acqua $m_{H_2O} = 0.5kg$ alla temperatura iniziale $T_{iH_2O} = 95^\circ C$. Calcolare la massa d'acqua che viene vaporizzata.

Soluzione

Il calore specifico del piombo e dell'acqua sono rispettivamente

$$\begin{aligned} c_{Pb} &= 128 \frac{J}{kg^\circ C} , \\ c_{H_2O} &= 4186 \frac{J}{kg^\circ C} . \end{aligned}$$

Il calore latente di vaporizzazione dell'acqua è

$$\lambda_v = 2.26 \times 10^6 \frac{J}{kg} .$$

Il calore assorbito dall'acqua coincide col calore ceduto dal piombo,

$$Q_{H_2O} = -Q_{Pb} .$$

Il piombo si raffredda passando da $300^\circ C$ a $100^\circ C$ e si ha

$$Q_{Pb} = m_{Pb} c_{Pb} (100^\circ C - T_{iPb}) = -51200J .$$

Q_{H_2O} è la somma del calore Q_1 necessario a portare l'acqua a $100^\circ C$ e del calore Q_2 che fa sì che una massa m di acqua evapori

$$\begin{aligned} Q_1 &= m_{H_2O} c_{H_2O} (100^\circ C - T_{iH_2O}) = 10465J , \\ Q_2 &= m\lambda_v . \end{aligned}$$

Perciò

$$m\lambda_v = -Q_{Pb} - Q_1 = 40735J \Rightarrow m = 0.018kg .$$