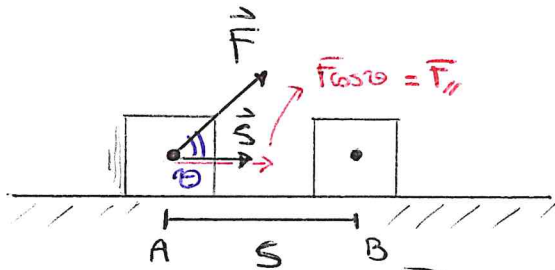


≠ Lavoro Meccanico

→ Energia Trasferita a un corpo o da un corpo per mezzo di una forza

UN CORPO NON possiede Lavoro

Es: Blocco sottoposto ad una Forza costante



spostamento da A a B

$$W = \vec{F} \cdot \vec{s} = F s \cos \theta$$

N.B.: il Lavoro È UNO SCALARE

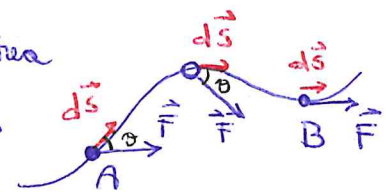
→ Conta solo la componente della forza parallela allo spostamento!

Formulazione Integrale:

$$W = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{s} = \int_A^B F \cos \theta ds$$

spostamento
infinitesimo lungo
la Traiettoria

Integrale di linea
della forza
lungo la
Traiettoria



→ Se $\vec{F} = 0$ o $\vec{s} = 0 \Rightarrow W = 0$ il Lavoro è nullo

→ Se $\vec{F} \perp \vec{s} \Rightarrow W = 0$

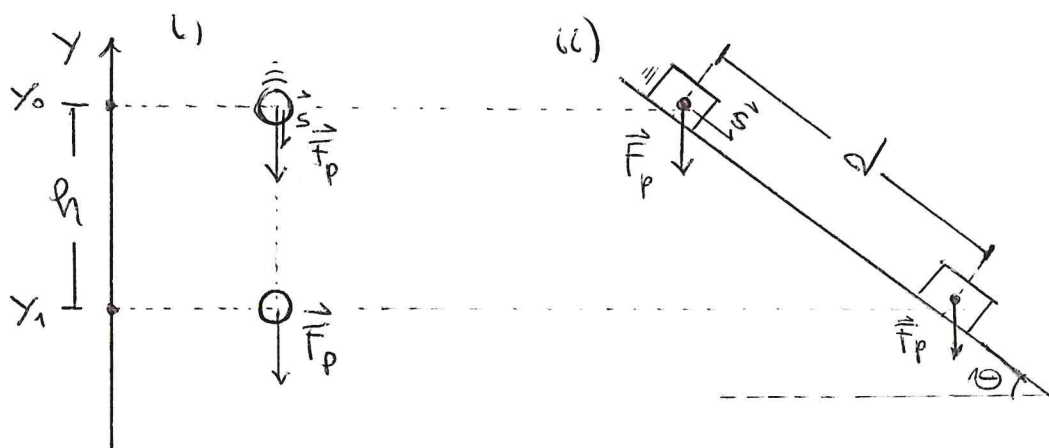
→ Se $\vec{F}_{||}$ è concorde a $\vec{s} \Rightarrow W > 0$ i.e. $\theta \in [0; \frac{\pi}{2}]$

→ Se $\vec{F}_{||}$ è discorde a $\vec{s} \Rightarrow W < 0$ (e.g. forze d'attrito)
i.e. $\theta \in]\frac{\pi}{2}; \pi]$

Unità di Misura: Joule

$$\begin{matrix} \nwarrow & & \searrow \\ N \cdot m = J \\ \uparrow & & \uparrow \\ [F] & & [s] \end{matrix}$$

Esempio: Lavoro della Forza Peso



i) Corpo in caduta Libera

$$W = \vec{F}_p \cdot \vec{s} = m g (y_1 - y_0) = m g h$$

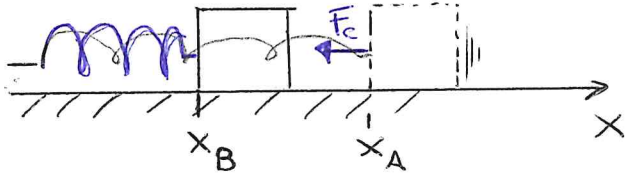
ii) Corpo che scivola su piano inclinato (senza attrito)

$$W = \vec{F}_p \cdot \vec{s} = m g d \cos \theta = m g h$$

Nota: il lavoro compiuto dalla forza peso non dipende dal percorso compiuto dal corpo, ma solo dalle coordinate (y_0, y_1)

↓
Forza CONSERVATIVA: se il lavoro svolto tra 2 punti qualsiasi NON dipende dal percorso seguito.
• Ovvero, il lavoro compiuto da una forza conservativa lungo un percorso chiuso è NULLO.

Esempio: lavoro di una forza elastica



$$\vec{F}_e = -Kx \hat{i} \rightarrow \text{parallela allo spostamento}$$

forza dipende dalla posizione

per ogni spostamento infinitesimo dx , avremo $dW = -Kx dx$

"Sommiamo" tutti gli spostamenti infinitesimi da A a B:

$$W = \int_A^B -Kx dx = -\frac{1}{2} K [x^2]_A^B = \frac{1}{2} K x_A^2 - \frac{1}{2} K x_B^2$$

→ il lavoro, anche per la forza elastica, dipende solo dalla posizione iniziale, e quella finale

✓ Potenza

Lavoro per unità di Tempo

$$P = \frac{W}{\Delta t} = \frac{\vec{F} \cdot \vec{s}}{\Delta t} = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

✓
Potenza media
nell'intervallo Δt

$$\left[\Delta t \rightarrow 0 \quad P = \frac{dW}{dt} \quad \begin{array}{l} \text{Usando la} \\ \text{derivata} \end{array} \right]$$

potenza istantanea

Unità di misura: Watt

$$W = \frac{J}{s} = \frac{N \cdot m}{s}$$

$[W]$ $[F]$ $[v]$ $[t]$

Per esprimere il lavoro compiuto da macchinari spesso si usa le "wattora" o "chilowattora":

$$1 \text{ Wh} = 1 \text{ Watt} \times 1 \text{ ora} = 1 \text{ W} \cdot 3600 \text{ s} = 3.6 \cdot 10^3 \text{ J} = 3.6 \text{ kJ}$$

$$1 \text{ kWh} = 10^3 \text{ Wh} = 3.6 \text{ MJ}$$

* Energia Cinetica

Energia Associata allo stato di moto di un corpo:

$$E_k = \frac{1}{2} m v^2 \quad \begin{array}{l} \nearrow \text{massa del corpo} \\ \searrow \text{velocità del corpo} \end{array} \quad \rightarrow \quad \begin{array}{l} \nearrow \text{modulo della} \\ \text{quantità di} \\ \text{moto } q = mv \end{array} \quad E_k = \frac{q^2}{2m}$$

Unità di Misura: Joule

$$J = \underset{[m]}{kg} \underset{[m]}{m^2} \underset{[s]}{s^{-2}} = \underset{[m]}{N} m \quad \begin{array}{l} \nearrow [v]^2 \\ \nearrow kg \, m/s^2 \end{array} \Rightarrow \text{Stessa unità di misura del Lavoro!}$$

* Teorema dell'energia cinetica

Il Lavoro compiuto dalla risultante delle forze nello spostamento di un corpo tra 2 punti è pari alla variazione di energia cinetica:

$$W_{AB} = \frac{1}{2} m v_B^2 - \frac{1}{2} m v_A^2 = E_{k,B} - E_{k,A} = \Delta E_k$$

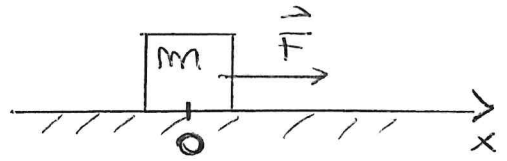
(opzionale)

$$\begin{aligned} W_{AB} &= \int_A^B dW = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{s} = \int_A^B m a_t ds = \int_A^B m \underbrace{\frac{dv}{dt}}_{a_t} ds = \int_A^B m v \underbrace{ds/dt}_{v} dv = \\ &= \frac{1}{2} m v_B^2 - \frac{1}{2} m v_A^2 \quad \text{c.v.d.} \end{aligned}$$

*componete tangente
allo spostamento*

∴ Per una forza costante parallela allo spostamento

$$i) W = \vec{F} \cdot \vec{x} = m a x \quad \text{spostamento}$$



→ Se $\vec{F} = \vec{F}_T = \text{costante}$ il corpo si muove di moto uniformemente accelerato:

$$ii) v^2 - v_0^2 = 2 a x \Rightarrow a x = \frac{1}{2} (v^2 - v_0^2)$$

Sostituendo in i)

$$W = m \cdot \frac{1}{2} (v^2 - v_0^2) = \frac{1}{2} m v^2 - \frac{1}{2} m v_0^2 \quad \text{c.v.d.}$$

→ Se più forze agiscono su un corpo il lavoro risultante è pari alla somma dei lavori delle singole forze agenti, ed è pari alla variazione di energia cinetica

$$W_{\text{tot}} = (\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_m) \cdot \vec{s} = W_1 + W_2 + \dots + W_m = \Delta E_k$$

≠ Energia Potenziale (forze CONSERVATIVE)

→ L'energia "immagazzinata" da un corpo grazie ad una forza. Tecnicamente è l'energia associabile alla configurazione (i.e. alla disposizione) di un sistema di corpi che esercitano reciprocamente delle forze.

→ Data una forza conservativa, la variazione di energia potenziale tra uno stato finale ed uno stato iniziale è pari al lavoro svolto dalla forza:

$$\Delta E_p = E_{p,B} - E_{p,A} = -W_{AB}$$

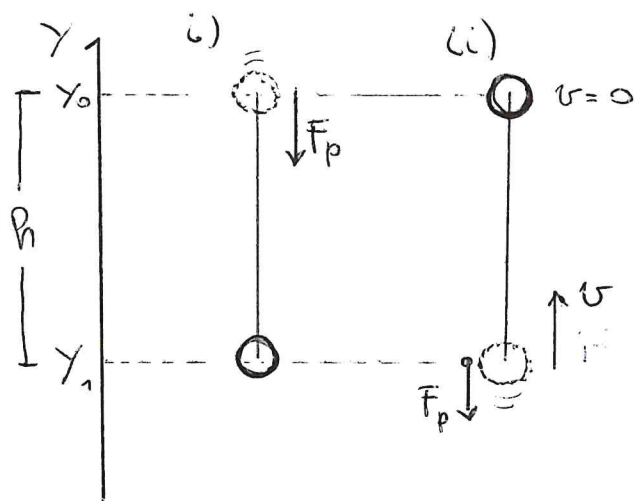
il significato fisico dell'energia potenziale è legato alla capacità di compiere lavoro.

→ Se durante il moto l'energia potenziale diminuisce ($\Delta E_p < 0$), il lavoro compiuto dalla forza è positivo e può essere utilizzato

→ Se durante il moto ($\Delta E_p > 0$) l'energia potenziale aumenta, $W_{AB} < 0$, ovvero bisogna compiere ^{lavoro} sul corpo al fine di fargli compiere quello spostamento

Esempio: Energia potenziale forza peso

→ energia associata ad un corpo in base alla sua altezza dal suolo (in virtù della forza di gravità)



i) Corpo in caduta libera da y_0 a y_1

$$W = mgh = -\Delta E_p = mgy_1 - mgy_0$$

$\Delta E_p = -mgh < 0 \rightarrow$ l'energia potenziale del corpo diminuisce

ii) Corpo lanciato verso l'alto da y_1 a y_0

$$W = -mgh = -\Delta E_p = mgy_0 - mgy_1$$

$\Delta E_p = mgh > 0 \rightarrow$ l'energia potenziale del corpo aumenta $\rightarrow$ bisogna compiere lavoro sul corpo (ovvero dargli una spinta) per farlo salire

segno - in quanto $\vec{F}_g$ discorde al moto dell'oggetto

Conservazione dell'energia Meccanica

L'energia di un corpo soggetto a forze conservative (cioè non dissipative, come l'attrito) si conserva, convertendosi in energia cinetica $\Rightarrow$ energia potenziale. In particolare abbiamo visto che:

$$W = \Delta E_k = E_{k,B} - E_{k,A} \quad \& \quad W = -\Delta E_p = E_{p,A} - E_{p,B}$$

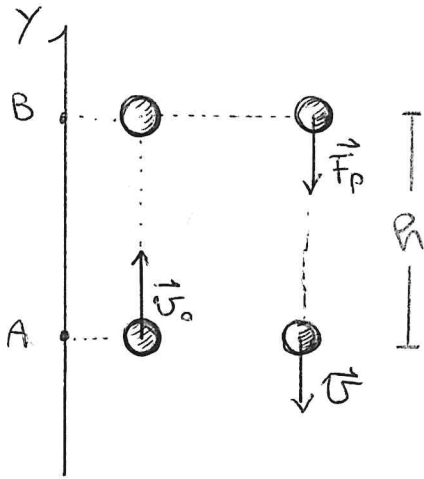
$$\boxed{E_{k,A} + E_{p,A} = E_{k,B} + E_{p,B}}$$

La somma dell'energia cinetica e di quella potenziale di un corpo che si muove sotto l'azione di forze conservative, resta costante durante il moto, ovvero si conserva; quindi, definendo l'energia meccanica come la somma di E_k & E_p si ha:

$$E_m = E_k + E_p = \text{Costante}$$

↓
Quindi il corpo ottenuto a spese dell'energia potenziale causa un aumento dell'energia cinetica, e viceversa

Esempio: Corpo lanciato verso l'alto con velocità v_0 .



$A \rightarrow B$ (fase di salita)

A: $E_{K,A} = \frac{1}{2} m v_0^2$ $E_{P,A} = m g y_A$

↓

B: $E_{K,B} = 0$ $E_{P,B} = m g y_B$

Conservazione Energia Meccanica:

$$E_{m,A} = E_{K,A} + E_{P,A} = E_{m,B} = E_{K,B} + E_{P,B}$$

$$\frac{1}{2} m v_0^2 + m g y_A = 0 + m g y_B \Rightarrow y_B - y_A = \frac{1}{2} \frac{v_0^2}{g}$$

Stesso Risultato
che avremmo trovato
per il moto
verticale

$B \rightarrow A$ (nel taccodete verso il suolo)

$$E_{m,B} = m g y_B = E_{m,A} = \frac{1}{2} m v_A^2 + m g y_A \quad (y_B - y_A = h)$$

$$v_A = \sqrt{2 g h} = |\vec{v}_0|$$