

Esercizi Geometria 1, foglio 3 (ottobre 2019)

1. Per il sistema lineare sul campo $K = \mathbb{R}$

$$\begin{aligned}x_1 - x_3 + 3x_4 + x_5 &= 1 \\2x_1 - x_2 + x_4 + x_5 &= 0 \\-x_1 + x_3 - x_4 + x_5 &= 1 \\x_1 - x_3 + 5x_4 + 3x_5 &= 3,\end{aligned}$$

trovare la matrice A del sistema e applicare l'algoritmo di Gauss alla matrice A (e alla matrice estesa del sistema) per trasformare A in una matrice a gradini B , indicando i gradini e gli elementi pivot in ogni passo. Poi scrivere il nuovo sistema lineare (con matrice B), indicare i parametri liberi, trovare la soluzione generale dello spazio W_0 delle soluzioni del sistema omogeneo associato, una base di W_0 e finalmente una soluzione (particolare) del sistema generale.

2. i) Applicare l'algoritmo di Gauss alla matrice del seguente sistema lineare (sul campo $K = \mathbb{R}$, indicando gli elementi pivot e i gradini dopo ogni passo), poi dire per quali valori di c il sistema lineare ha una soluzione; qual'è la dimensione dello spazio W_0 delle soluzioni del sistema omogeneo associato?

$$\begin{aligned}x_1 - x_3 + 3x_4 &= 1 \\2x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 &= 8 \\3x_1 - x_2 - 3x_4 &= c \\2x_1 + 3x_2 + 3x_3 + 4x_4 &= 2\end{aligned}$$

ii) Applicare l'algoritmo di Gauss alla matrice del seguente sistema lineare (sul campo $K = \mathbb{R}$, indicando gli elementi pivot e i gradini in ogni passo); dire quale condizione devono soddisfare i parametri a , b , c e d tale che il sistema ha una soluzione. Poi trovare una base dello spazio delle soluzioni del sistema omogeneo associato.

$$\begin{aligned}x_1 - x_3 + 3x_4 &= a \\2x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 &= b \\3x_1 - x_2 - 3x_4 &= c \\2x_1 + 3x_2 + 3x_3 + 4x_4 &= d\end{aligned}$$

3. Applicare l'algoritmo di Gauss alla matrice del seguente sistema lineare reale, indicando gli elementi pivot e i gradini in ogni passo. Poi dire per quali valori dei parametri a e b il sistema ha una soluzione, e per questi lavori trovare tutte le soluzioni del sistema.

$$\begin{aligned}x_1 + x_2 &= a \\2x_1 + x_2 + x_3 &= b \\x_1 + x_3 &= 1 \\x_2 - x_3 &= 2\end{aligned}$$

4. Trovare le coordinate (il vettore delle coordinate) del vettore (a, b, c) rispetto alla base $(1, 1, 1)$, $(1, 2, -1)$ e $(0, -1, 1)$ di \mathbb{R}^3 .