

Esercizi V settimana Ist. Matematiche A (Scienze Geologiche) – Prof. Fabio Vlacci
A.A. 2022/2023

1. Sia dato un campione di 8 fossili. La lunghezza (in micron) di ciascuno di tali fossili è

10, 12, 10, 9, 11, 12, 8, 16.

Si determinino

- (a) moda e mediana di tali dati;
(b) media campionaria e deviazione standard campionaria di tali dati.

2. Mostrare che per ogni intero non negativo n risulta $n \leq n!$; dedurre quindi che

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n!} = 0.$$

3. Utilizzare la *disuguaglianza di Bernoulli*, ossia

$$(1 + x)^n \geq 1 + nx$$

per ogni intero $n \geq 0$ e per ogni numero reale $x > -1$ per calcolare

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} a^{1/n},$$

con $a \geq 0$. [SUGGERIMENTO: Iniziare da $a > 1$ e considerare $b_n = a^{1/n} - 1 = x \dots$]

4. Calcolare, se esistono,

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2n-1}{1+n^2} \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} (-1)^n [2+n^2] \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3n-1}{2-n} \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3^n - 5^{n+1}}{4^{n-1}}$$

5. Convincersi che

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{n^2} + \frac{1}{(n+1)^2} + \dots + \frac{1}{(2n)^2} \right) = 0$$

e che

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{n^2} + \frac{2}{n^2} + \dots + \frac{n}{n^2} \right) = \frac{1}{2}.$$