



# Costruzioni in Acciaio

Stabilità dell'equilibrio

Aste composte

# Stabilità – Aste composte

Le aste composte sono formate da due o più correnti distanziate ed opportunamente vincolate tra loro in modo discontinuo. Ogni corrente può essere realizzato con uno o più profili collegati tra di loro. In via preferenziale, vengono utilizzate nei casi in cui si ha lunghezza di libera inflessione elevata e i carichi non sono molto grandi.

Si distinguono aste composte di tipo:

- a) **Tralicciate**
- b) **Calastrellate**
- c) **Abbottonate (o imbottite)**

La capacità portante degli elementi composti è principalmente influenzata da:

- Comportamento globale dell'elemento
- Comportamento locale delle singole componenti
- Tipo di collegamento tra le componenti ed azioni che le impegnano

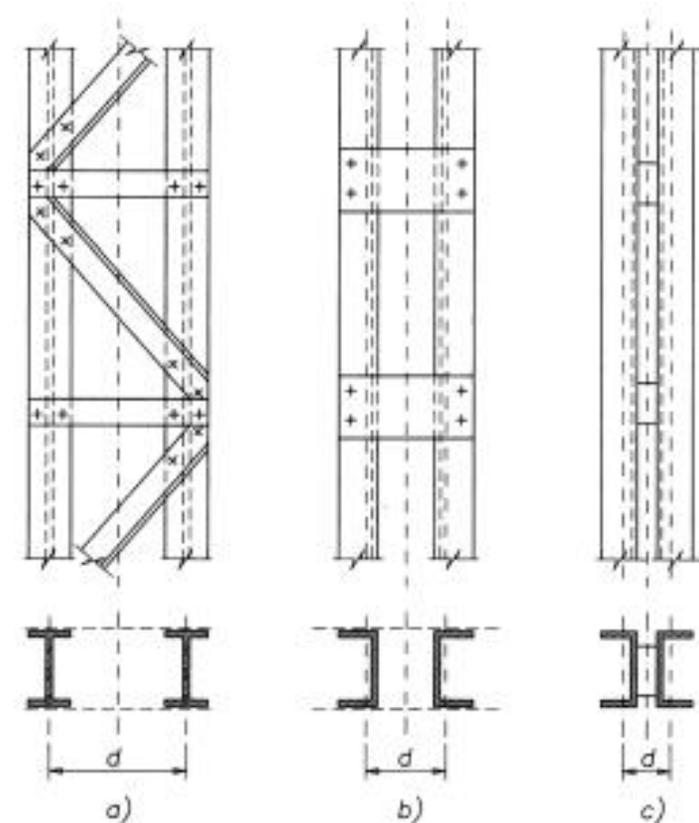
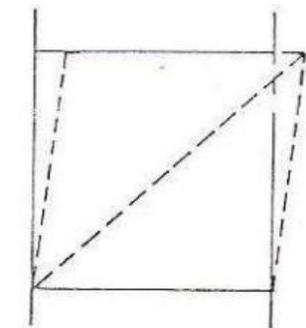


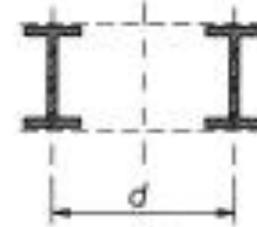
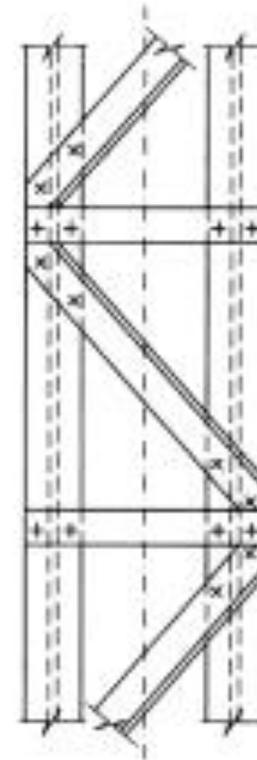
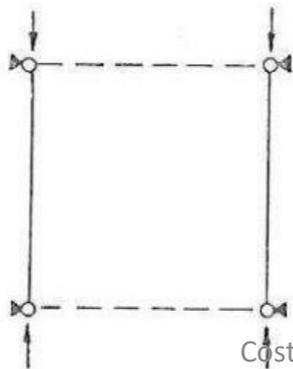
Figura 5.1 Aste composte: a) tralicciate, b) calastrellate e c) abbottonate.

# Stabilità – Aste composte

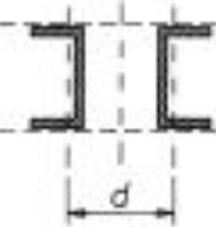
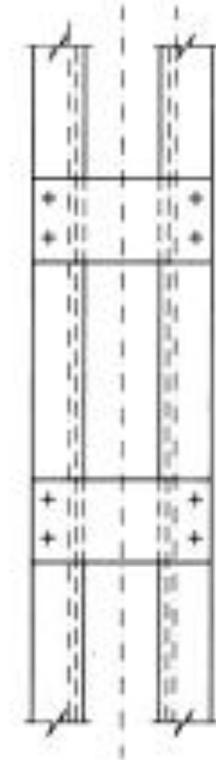
- *aste tralicciate* (fig. 5.1a), costituite da correnti collegate tra loro mediante un traliccio, in cui ogni tratto di corrente può, in genere, essere considerato come un'asta isolata, semplicemente compressa ed avente lunghezza di libera inflessione pari all'interasse dei collegamenti (fig. 5.2a). La deformabilità per taglio dell'elemento composto dipende principalmente dalla rigidità assiale dell'elemento diagonale e del trasverso;



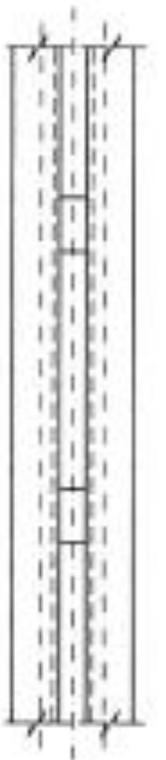
a)



a)



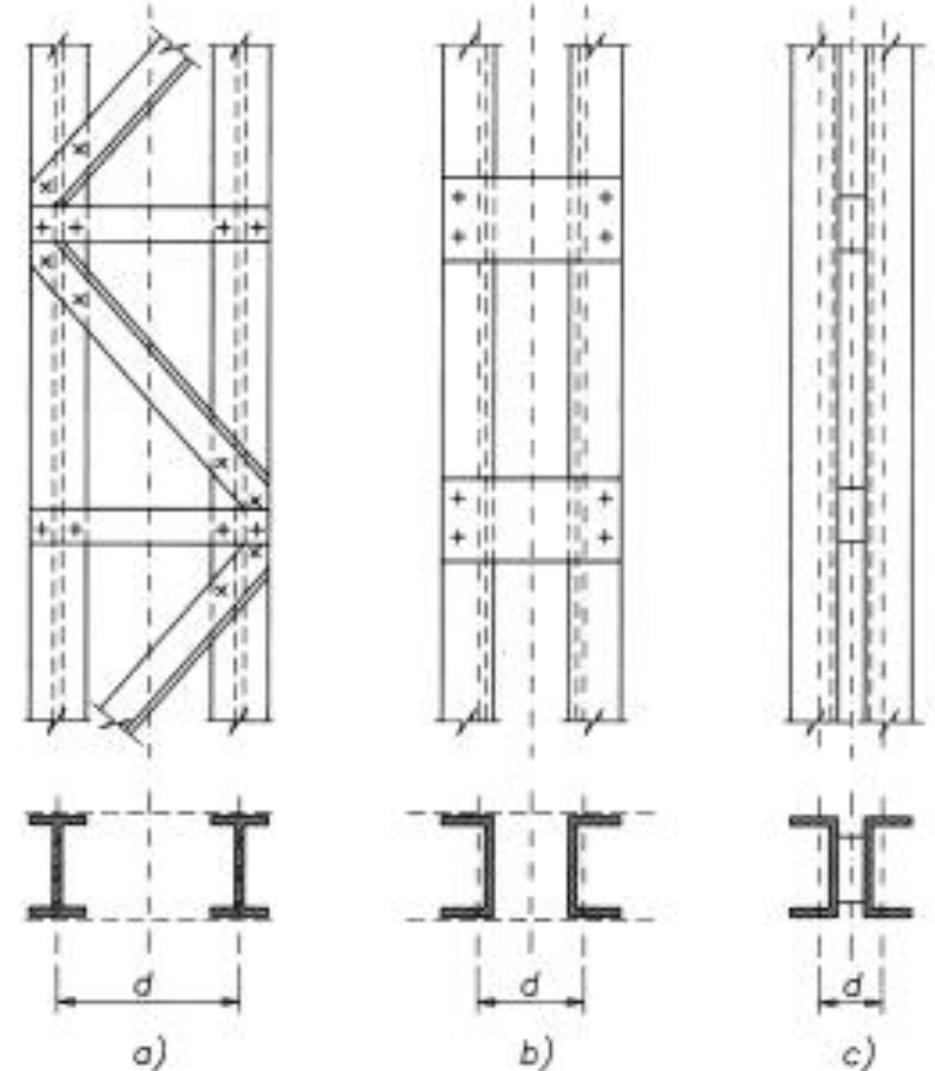
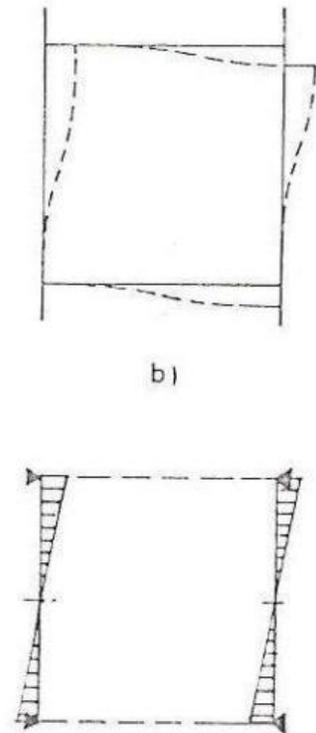
b)



c)

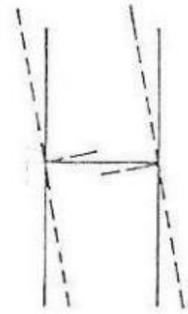
# Stabilità – Aste composte

- *aste calastrellate* (fig. 5.1b), costituite da correnti collegati tra loro mediante piastre rettangolari (*calastrelli*), in cui i correnti sono compressi ed inflessi ed il diagramma delle azioni flettenti è in via approssimata schematizzabile con andamento tipicamente lineare (fig. 5.2b). La deformabilità per taglio dell'elemento composto dipende prevalentemente dalla deformabilità flessionale di correnti e calastrelli;

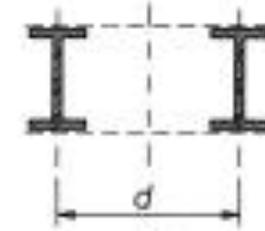
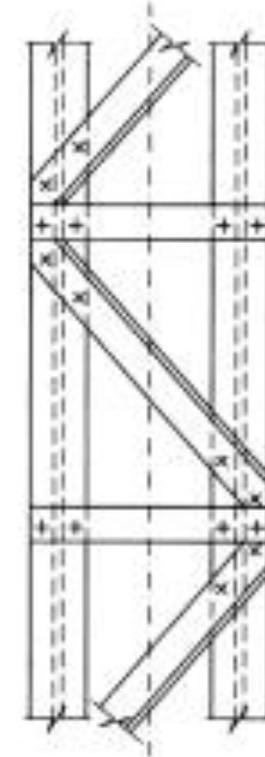
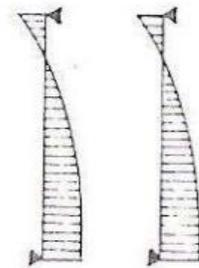


# Stabilità – Aste composte

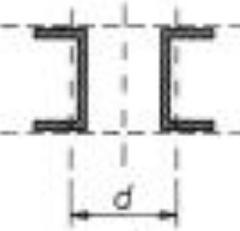
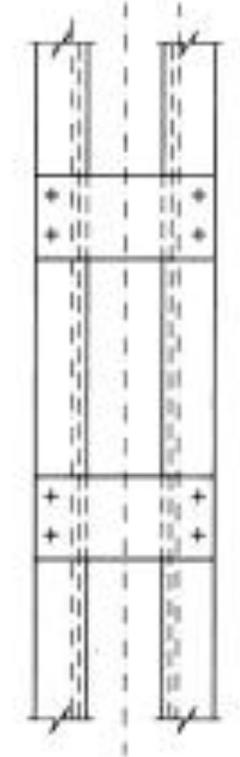
- *aste abbottonate* (fig. 5.1c), costituite da correnti ravvicinati tra i quali vengono interposte lamiere in acciaio. I correnti sono compressi ed inflessi mentre il diagramma delle azioni flettenti ha andamento tipicamente non lineare e deve essere valutato con riferimento alla configurazione deformata dell'elemento (fig. 5.2c). La deformabilità per taglio dipende in modo sostanziale dalla deformabilità flessionale di correnti e collegamenti, nel caso di giunzioni bullonate.



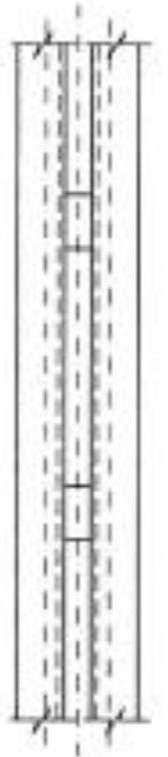
c)



a)



b)



c)



# Stabilità – Aste composte

## Vantaggi:

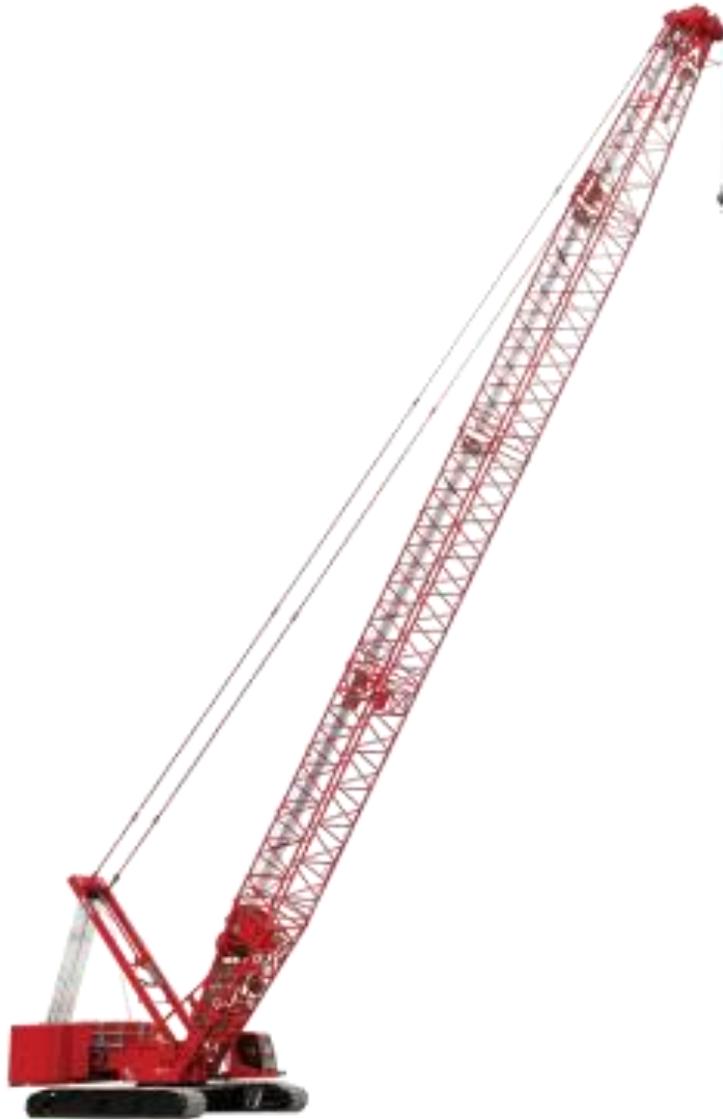
- il collegamento di profili e membrature distanziate consente di aumentare il momento di inerzia della struttura
- Ciò avviene senza aumentare significativamente il peso della struttura
- Complessivamente, offrono prestazioni superiori ad altre tipologie e soluzioni

## Svantaggi:

- Maggiore ingombro delle aste composte
- Minore rigidezza trasversale
- Maggiore costo (lavorazione più complessa)

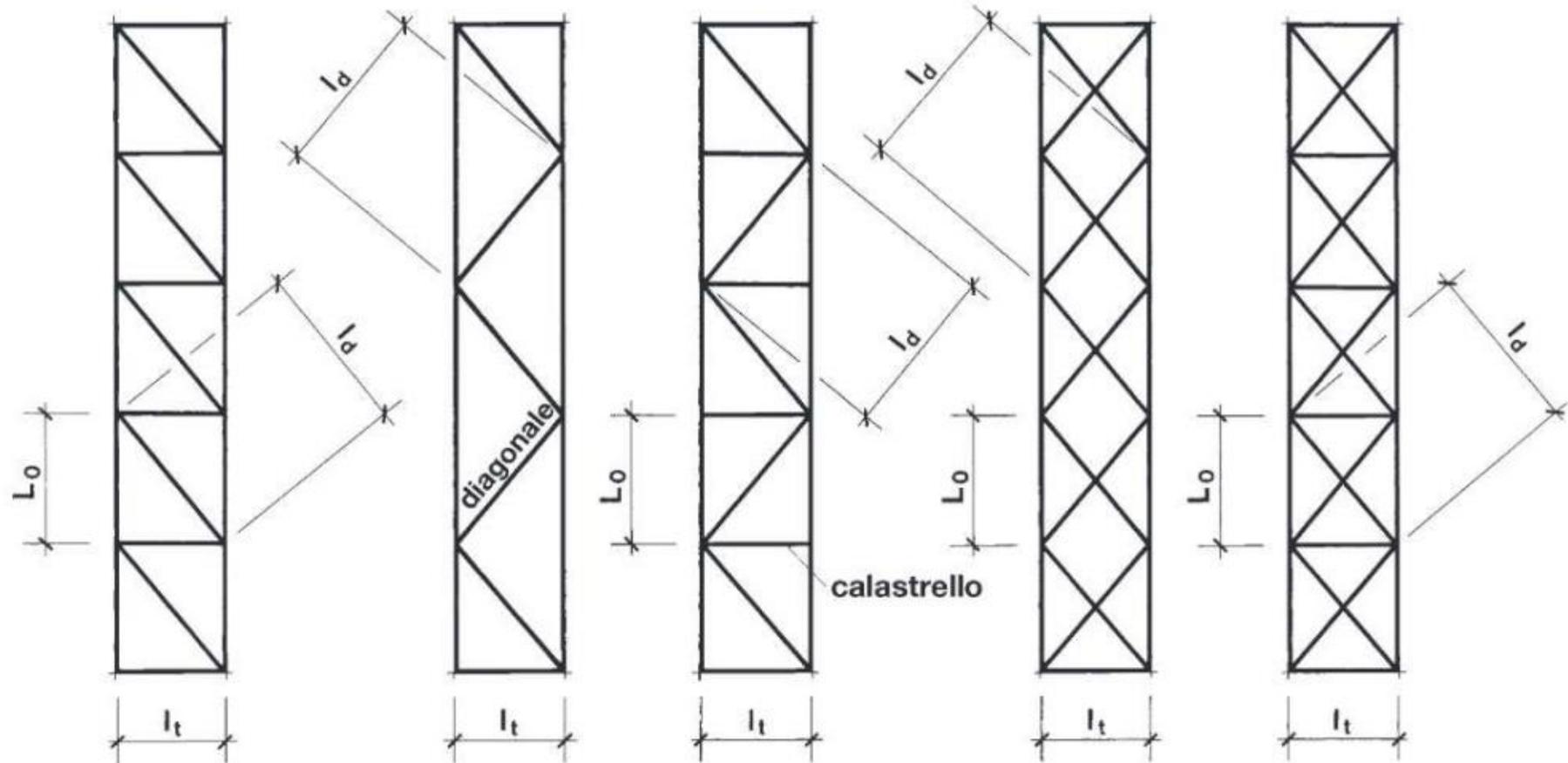
## Prestazioni meccaniche globali:

- È fortemente dipendente dalla deformabilità a flessione e taglio
- La deformabilità a flessione deriva dal momento di inerzia della sezione composta
- La deformabilità a taglio deriva alla deformabilità delle aste di collegamento e dei correnti



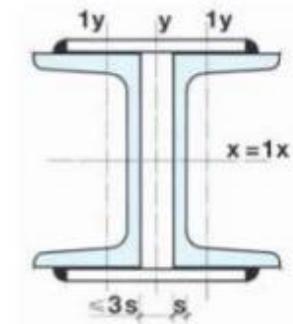
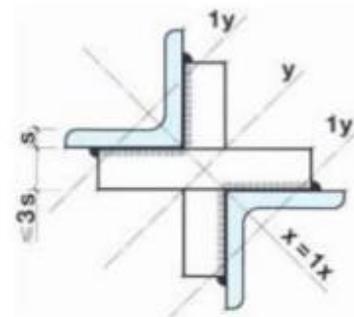
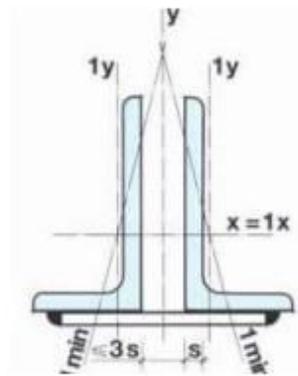
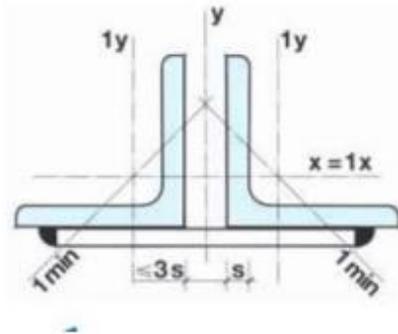
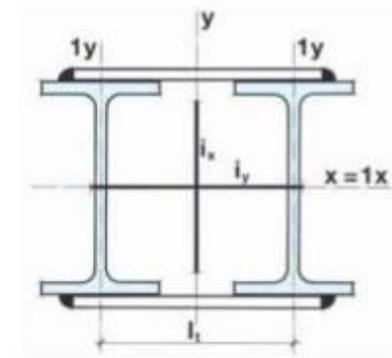
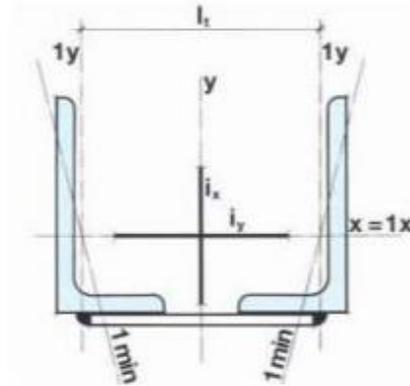
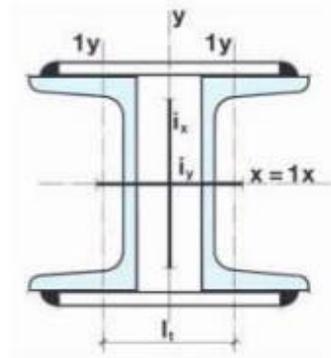
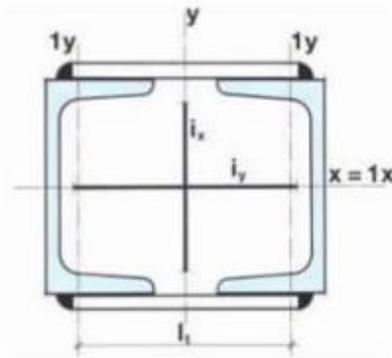
# Esempi

## a) Aste tralicciate



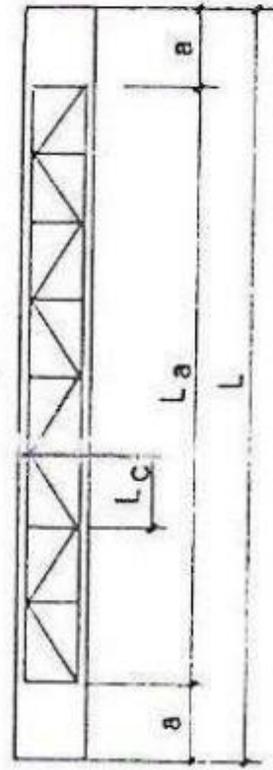
# Esempi

## b) Aste calastrellate

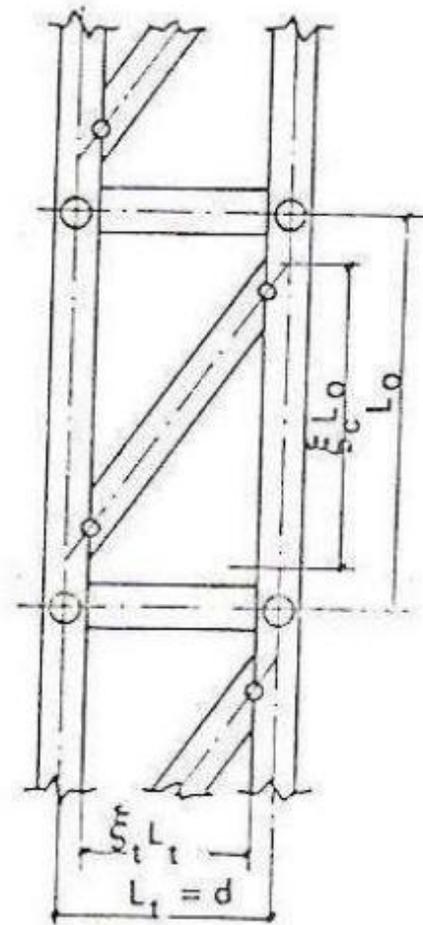


# Esempi

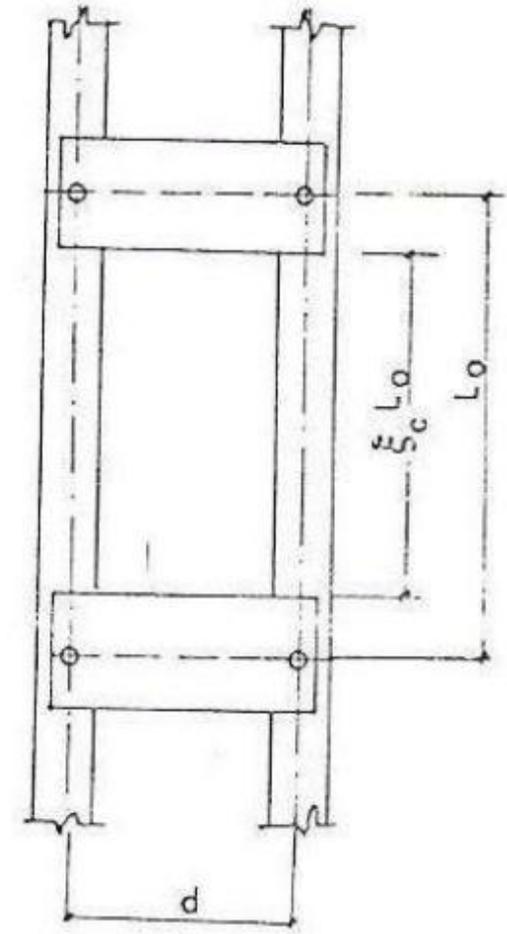
- a) Eventuali irrigidimenti
- b) Tracciatura fuori asse dello schema
- c) Luce netta dei correnti nelle aste calastrellate



a)



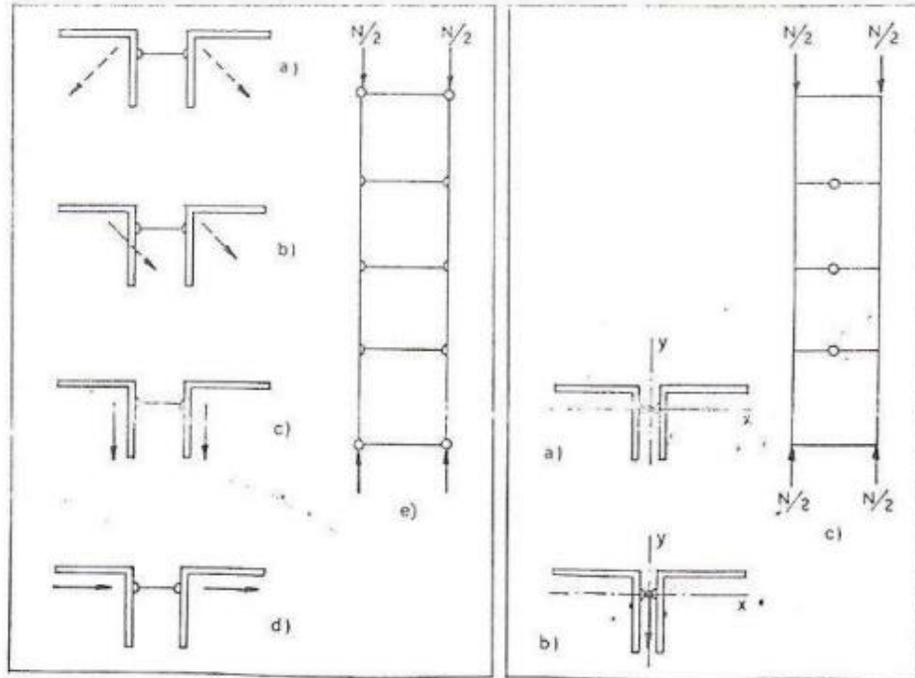
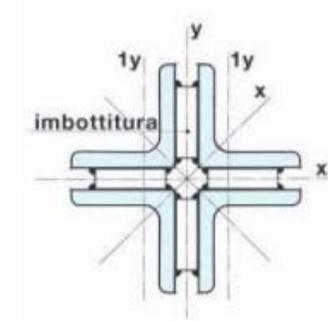
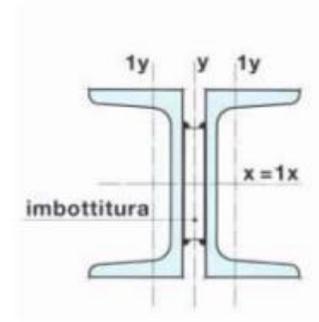
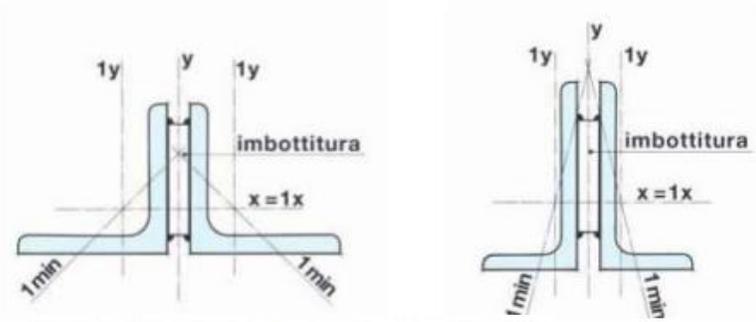
b)



c)

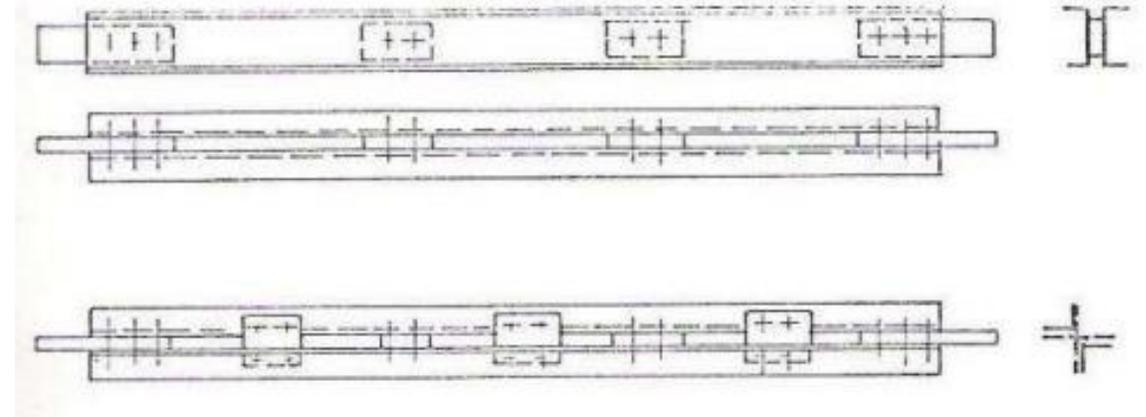
# Esempi

## c) Aste abbottonate (o imbottite)



Asta non composta

Asta composta



# Stabilità – Aste composte

## ESEMPIO:

se piano di inflessione Y (inerzia in X) → asta semplice

se piano di inflessione X (inerzia in Y) → asta composta

## COMPORTAMENTO GLOBALE

Deformabilità per flessione

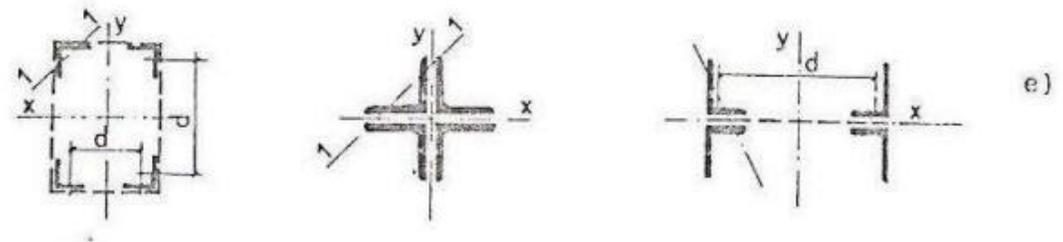
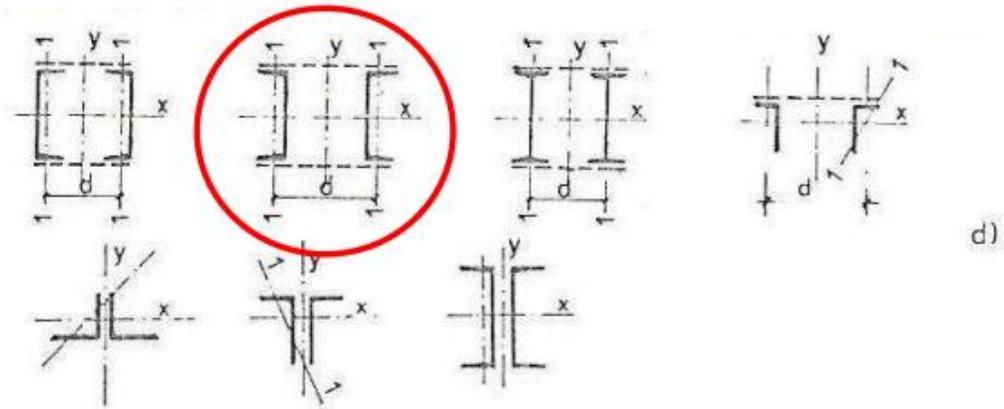
$$I = 2 I_1 + 2 A_1 d^2/4$$

Deformabilità per taglio

- Tralicciate : deformabilità assiale

- Abbottonate: deformazione flessionale correnti  
gioco foro-bullone

d= distanza assi baricentrici

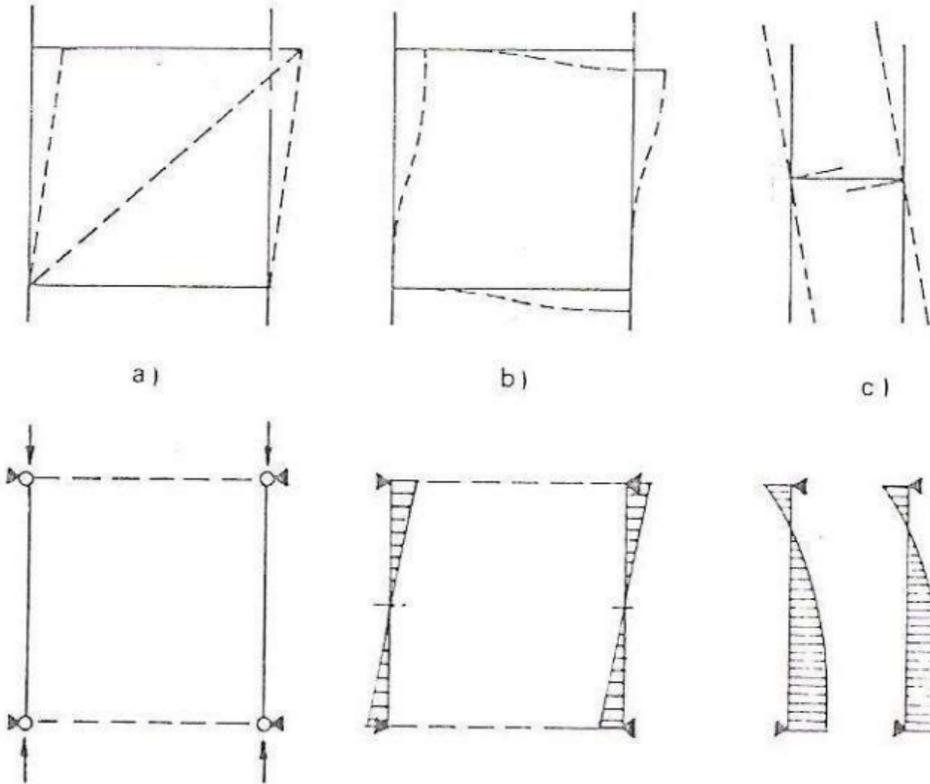


# Stabilità – Aste composte

## COMPORTAMENTO LOCALE (funzione del tipo di collegamento)

a) Aste tralicciate    b) Aste calastrellate    c) Aste abbottonate

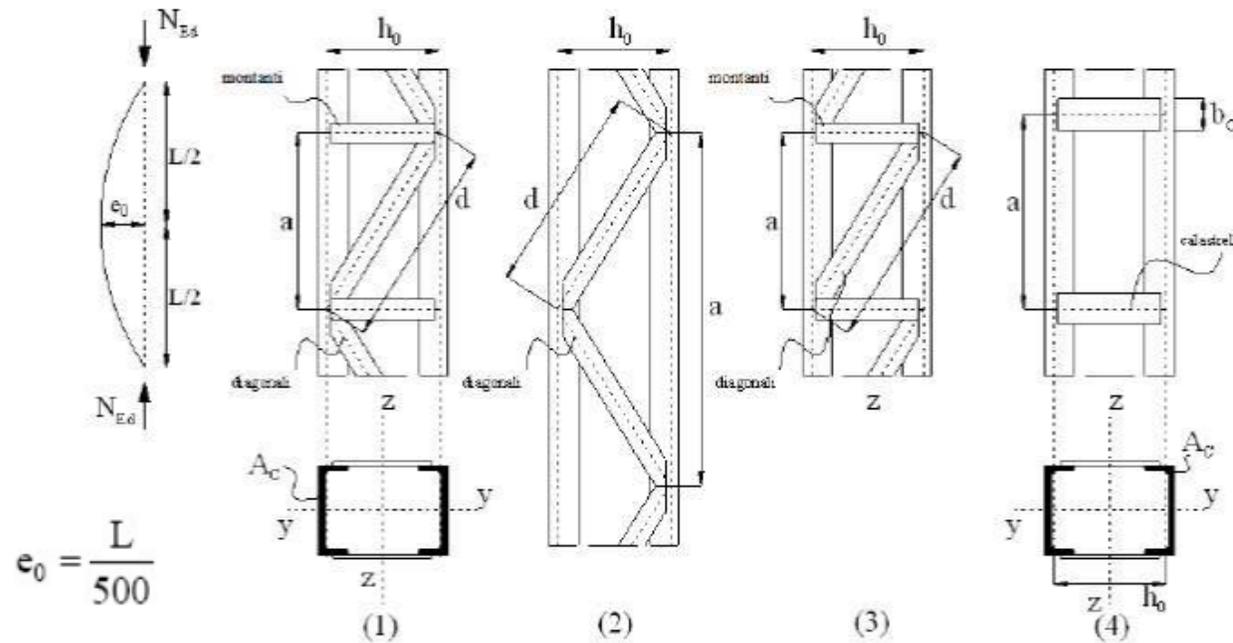
- a) Lunghezza libera di inflessione pari all'interasse dei collegamenti (rigidezza assiale della diagonale)
- b) Momenti flettenti valutabili rispetto alla configurazione indeformata (rigidezza assiale correnti paralleli)
- c) È più significativo il contributo dell'inflessione globale rispetto a quello locale dei singoli campi (correnti, attrito, ecc.)



Per assicurare l'indipendenza dal comportamento globale della membratura da quello locale del singolo corrente sono prescritte limitazioni dimensionali

# Stabilità – Aste composte

Aste compresse composte a sezione costante realizzate da due elementi (correnti) collegati tra loro con calastrelli o tralicci



aste di lunghezza L,  
incerniate agli  
estremi nel piano  
della calastrellatura  
o della tralicciatura

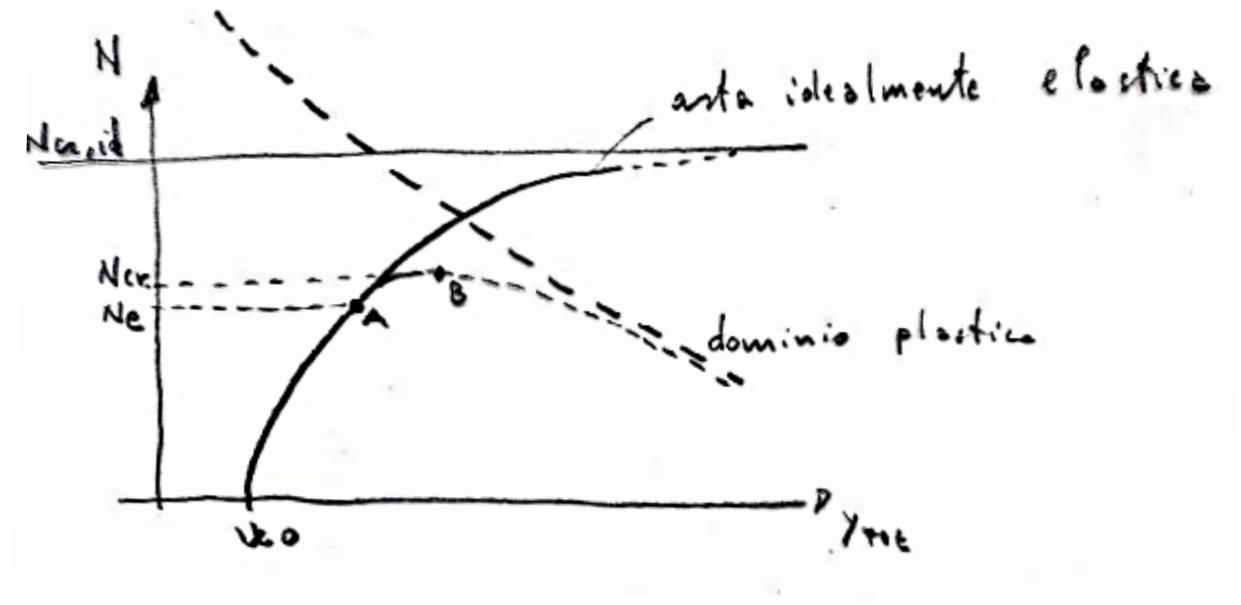
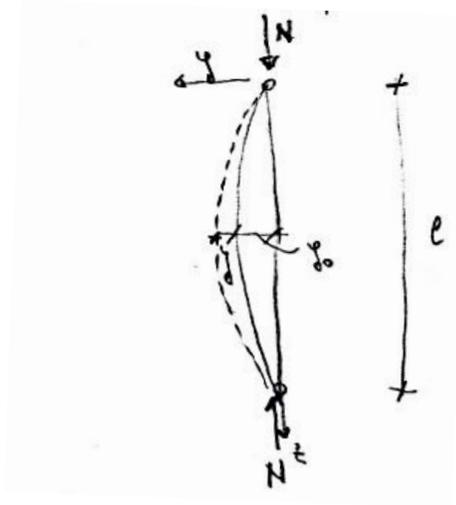
Figura C4.2.7 – Aste composte costituite da due correnti uguali

- Verifiche di stabilità globale, dell'asta composta;
- Verifiche di stabilità locale, resistenza dei correnti e delle aste di parete;
- Verifiche dei collegamenti;

# Stabilità di aste composte – Imperfezioni iniziali

Analogamente ad EC3, anche le NTC2018 considerano l'effetto penalizzante delle imperfezioni iniziali e queste vengono schematizzate considerando un difetto di rettilineità:

$$w_0 = e_0 = \frac{L}{500}$$



# Aste composte – Step di verifica

- 1) Determinazione della rigidezza flessionale e della rigidezza taglio
- 2) Determinazione delle azioni del progetto in termini di azione assiale, momento flettente e forza di taglio nella sezione maggiormente sollecitata (la mezzeria dell'elemento nel caso di cerniere all'estremità dell'elemento composto)
- 3) Verifica di stabilità e di resistenza di ogni singolo componente

I criteri progettuali per le aste composte sono in sostanza differenziati in funzione della distanza tra i baricentri dei due correnti,  $h_0$ , e del raggio giratore di inerzia del corrente nella direzione di sbandamento che si considera,  $i_1$ .

# Verifica di stabilità – Aste composte

- La determinazione della capacità portante delle aste composte è basata sul concetto di **snellezza equivalente**
- Questa in caso di aste composte dipende dal raggio giratore di inerzia della sezione composta ossia dalle proprietà inerziali della corrente e della loro distanza
- **Aste con correnti distanziati se  $h_0 > 6i_1$** : Appartengono a questa categoria tipicamente le aste tralicciate e le aste calastrellate utilizzate prevalentemente per la realizzazione delle colonne composte
- **Aste con correnti ravvicinati se  $h_0 < 3i_1$** : Appartengono a questa categoria tipicamente le aste abbottonate utilizzate prevalentemente per la realizzazione di correnti diagonali e montanti delle travature reticolari

# Verifica di stabilità – Aste composte

## Aste tralicciate o calastrellate

- Calcolo della forza normale di progetto di un corrente per correnti a parete piena:

$$N_{C,Ed} = \frac{N_{Ed}}{2} + \frac{M_{Ed} h_0 A_C}{2J_{eff}}$$

$N_{Ed}$  è la forza normale di progetto dell'asta composta;

$h_0$  è la distanza tra i baricentri dei correnti;

$A_C$  è l'area della sezione di ciascun corrente;

$J_{eff}$  è il momento di inerzia efficace della sezione dell'elemento composto (\*)

- $M_{Ed}$  è il momento di progetto dato da

$$M_{Ed} = \frac{e_0 N_{Ed} + M_{Ed}^1}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr}} - \frac{N_{Ed}}{S_v}}$$

$M_{Ed}^1$  è il momento flettente in mezzeria dell'elemento composto

$S_v$  è la rigidezza a taglio equivalente della tralicciatura o calastrellatura

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 E J_{eff}}{L^2}$$

carico critico euleriano dell'asta composta;

# Verifica di stabilità

## Aste tralicciate

- Le aste tralicciate devono essere verificate nei riguardi dei fenomeni di instabilità sia i diagonali sia i correnti. Si verifica che:

$$\frac{N_{c,ED}}{N_{b,ED}} \leq 1$$

- $N_{b,Ed}$  è il carico critico determinata in funzione della lunghezza di libera flessione del corrente pari a  $L_{ch}$
- Per correnti a parete piena  $L_{ch}=a$
- Per correnti tralicciati dipende dallo schema adottato
- La rigidezza equivalente dell'asta composta tralicciata può essere assunta uguale a

$$J_{eff} = 0.5h_0^2 A_C$$

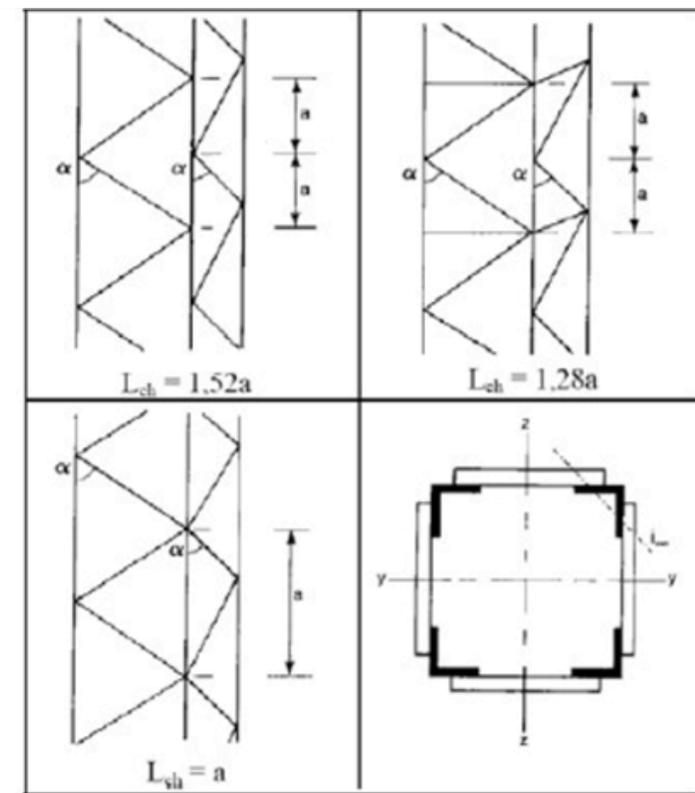


Figura C4.2.8 Lunghezza di libera inflessione dei correnti di aste tralicciate

Tabella C4.2.II - Rigidezza a taglio equivalenti di aste tralicciate o calastrellate

Schema dell'asta composta (v. fig. C4.2.7)	(1)	(2)	(3)	(4)
S <sub>V</sub> - rigidezza a taglio	$\frac{n \cdot EA_d \cdot a \cdot h_0^2}{d^3}$	$\frac{n \cdot EA_d \cdot a \cdot h_0^2}{2 \cdot d^3}$	$\frac{n \cdot EA_d \cdot a \cdot h_0^2}{d^3 \cdot \left[ 1 + \frac{A_d \cdot h_0^3}{A_v \cdot d^3} \right]}$	$\frac{24EJ_C}{a^2 \cdot \left[ 1 + \frac{2 \cdot J_C \cdot h_0}{n \cdot J_v \cdot a} \right]} \leq \frac{2\pi^2 EJ_C}{a^2}$

$A_d$ : area dei diagonali,  $A_v$ : area dei calastrelli,  $J_v$ : momento di inerzia del calastrello,  $A_c$ : area di un corrente, n numero di piani di tralicciatura o calastrellatura

# Verifica di stabilità

Tabella C4.2.II - Rigidezza a taglio equivalenti di aste tralicciate o calastrellate

Schema dell'asta composta (v. fig. C4.2.7)	(1)	(2)	(3)	(4)
$S_V$ - rigidezza a taglio	$\frac{n \cdot EA_d \cdot a \cdot h_0^2}{d^3}$	$\frac{n \cdot EA_d \cdot a \cdot h_0^2}{2 \cdot d^3}$	$\frac{n \cdot EA_d \cdot a \cdot h_0^2}{d^3 \cdot \left[ 1 + \frac{A_d \cdot h_0^3}{A_v \cdot d^3} \right]}$	$\frac{24EJ_C}{a^2 \cdot \left[ 1 + \frac{2 \cdot J_C \cdot h_0}{n \cdot J_V \cdot a} \right]} \leq \frac{2\pi^2 E J_C}{a^2}$

$A_d$  area dei diagonali,  $A_v$ : area dei calastrelli,  $J_v$ : momento di inerzia del calastrello,  $A_c$ : area di un corrente, n numero di piani di tralicciatura o calastrellatura

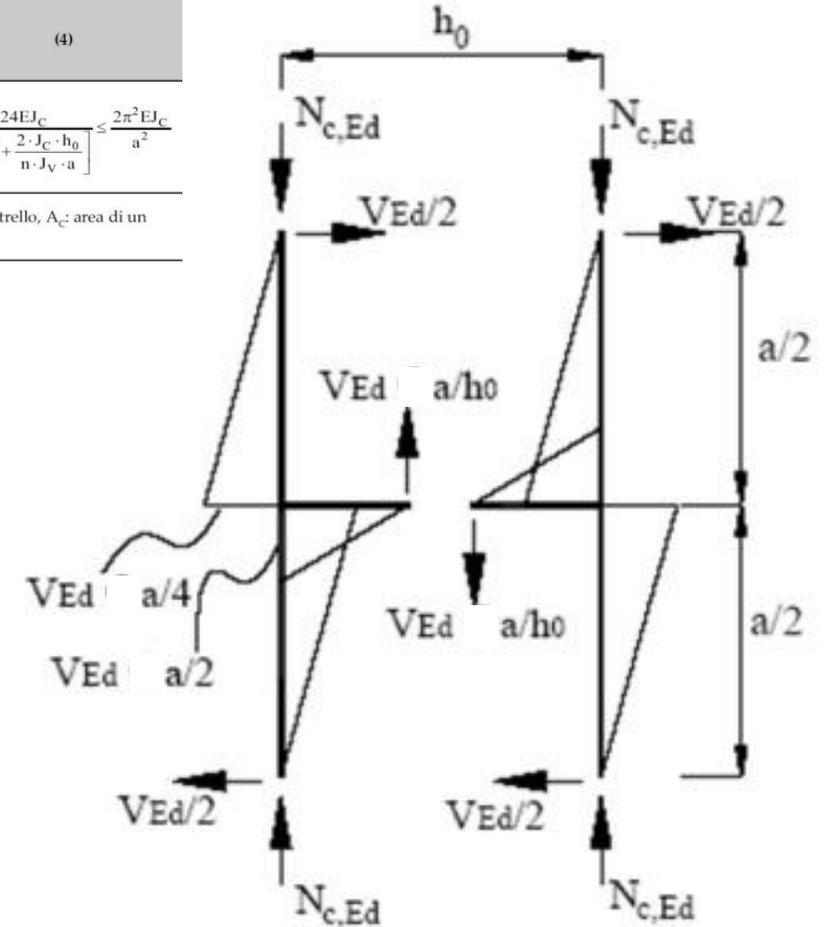
## Aste calastrellate

- La rigidezza a taglio equivalente  $S_V$  della parete calastrellata è indicata in tabella (schema 4)
- Il momento di inerzia effettivo della sezione può essere ricavato da:

$$J_{eff} = 0.5h_0^2 A_C + 2\mu J_C$$

dove  $J_C$  è il momento di inerzia del corrente e  $\mu$  è un coefficiente di efficienza:

- se  $\lambda$  (dell'asta composta)  $> 150$   $\mu=0$
- se  $\lambda$  (dell'asta composta)  $\leq 75$   $\mu=1$
- se  $150 > \lambda$  (dell'asta composta)  $> 75$   $\mu=2-\lambda/75$



$$\lambda = \frac{L}{i_0} = L \sqrt{\frac{2A_C}{0.5h_0^2 A_C + 2J_C}}$$

# Verifica di stabilità – Aste composte

## C4.2.4.1.3.1.5 Sezioni composte da elementi ravvicinati collegati con calastrelli o imbottiture

La verifica di aste composte costituite da due o quattro profilati, posti ad un intervallo pari allo spessore delle piastre di attacco ai nodi e comunque ad una distanza non superiore a 3 volte il loro spessore e collegati con calastrelli o imbottiture, può essere condotta come per un'asta semplice, trascurando la deformabilità a taglio del collegamento, se gli interassi dei collegamenti soddisfano le limitazioni della tabella seguente.

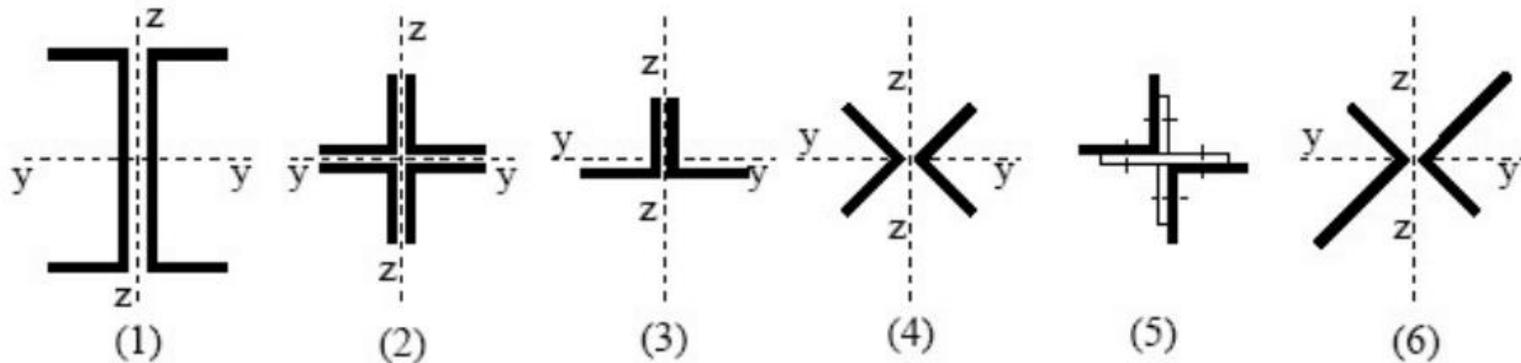


Figura C4.2.10 - Tipologie di aste composte costituite da elementi ravvicinati

Nel caso di angolari a lati disuguali, tipo (6), l'instabilità dell'asta con inflessione intorno all'asse  $y$  può essere verificata considerando un raggio d'inerzia:

$$i_y = \frac{i_0}{1,15}$$

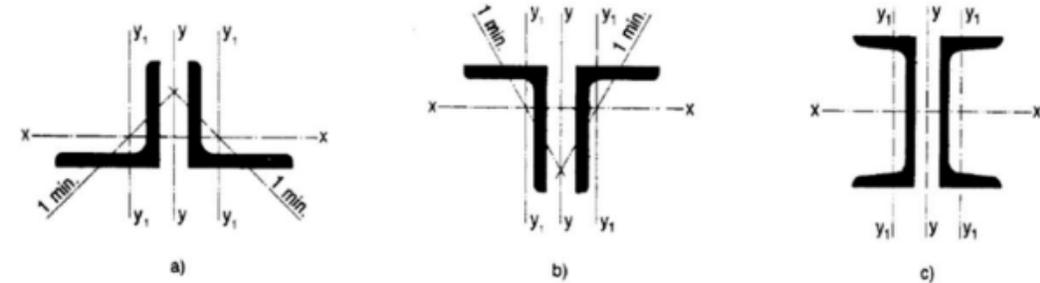
dove  $i_0$  è il raggio d'inerzia minimo dell'asta composta.

# Verifica di stabilità – Aste composte

Nei casi in cui le aste non soddisfino le condizioni della Tabella C4.2.III è possibile determinare un'opportuna snellezza equivalente dell'asta ricorrendo a normative di comprovata validità.

## 7.2.3.4 delle Norme CNR 10011 - 88

7.2.3.4.1. Se il collegamento ha la sola funzione geometrica di contrastare l'inflessione laterale in direzione di un asse principale di inerzia del singolo profilato (per esempio l'inflessione in direzione normale all'asse  $i_{\min}$  dei profilati di figura 7-7 casi a) e b) e di conseguenza la snellezza dell'asta venga valutata con riferimento a un differente raggio di inerzia del profilato singolo (per esempio all'asse  $xx$  di figura 7-7 casi a) e b), la verifica può condursi come per un'asta semplice.



$$\lambda_{eq} = \sqrt{\lambda^2 + \lambda_1^2}$$

dove:  $\lambda$  è la snellezza effettiva dell'asta;

$$\lambda_1 = \frac{L_0}{i_{\min}}$$

essendo  $L_0$  l'interasse del collegamento e  $i_{\min}$  il raggio minimo di inerzia del profilato semplice.

Verifiche meno sommarie sono richieste qualora  $\lambda_1$  superi 50 per l'acciaio tipo Fe 360 e Fe 430 e 40 per l'acciaio Fe 510. In ogni caso il collegamento deve essere costituito da una piastra di imbottitura saldata o collegata con almeno due chiodi, due bulloni ad attrito o due bulloni in accoppiamento di precisione come in 5.3.2 disposti secondo l'asse della membratura (vedere figura 7-8).

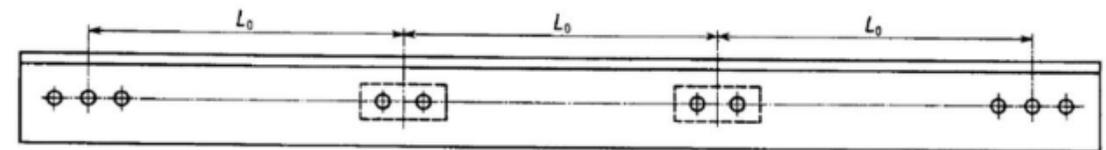


Tabella C4.2.III Disposizione delle imbottiture di connessione tra i profili.

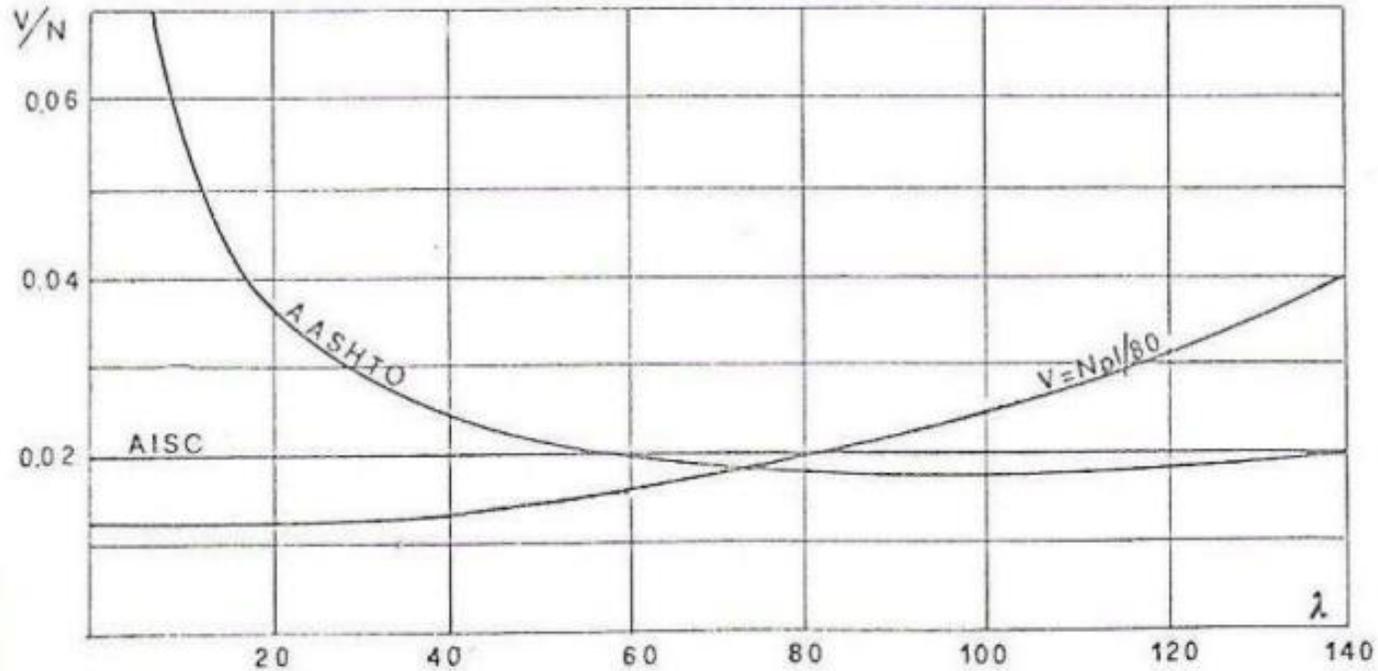
Tipo di asta composta (Figura C4.2.10)	Spaziatura massima tra i collegamenti <sup>(*)</sup>
Tipo (1), (2), (3) o (4) collegati con imbottiture bullonate o saldate	$15 i_{\min}$
Tipi (5) o (6) collegati con coppie di calastrelli	$70 i_{\min}$

(\*) La distanza è misurata tra i centri di due collegamenti successivi e  $i_{\min}$  è il raggio di inerzia minimo del singolo profilo costituente l'asta.

# Aste composte – Collegamenti

- Un aspetto importante riguarda i collegamenti. Una loro eccessiva deformabilità penalizza la capacità portante pertanto questi devono essere saldati ovvero bullonati con un adeguato grado di serraggio al fine di evitare scorrimenti anelastici significativi per il gioco foro bullone.
- Non tutti collegamenti devono avere una funzione statica ossia assorbire le forze di scorrimento tra i due correnti. Per esempio nel caso di aste composte con correnti ravvicinati i collegamenti possono avere una funzione cinematica impedendo lo sbandamento dell'elemento composto nella direzione di minore rigidità della singola componente.

# Aste composte – Collegamenti



$V$  taglio massimo nei collegamenti

$N$  carico massimo sopportabile dall'asta a compressione

$N_{pl}$  carico massimo sopportabile dall'asta a compressione in assenza di fenomeni di instabilità

Dipendono da:

- Carichi esterni trasversali
- Deformabilità delle membrature → imperfezioni iniziali
- Eccentricità dei carichi verticali

# Aste composte – Collegamenti

Aste con CORRENTI RAVVICINATI

COMPORTAMENTO da simulazioni numeriche ( $\lambda = 130$ ;  $L_0 = 50i$ )

Asta divisa in 5 campi

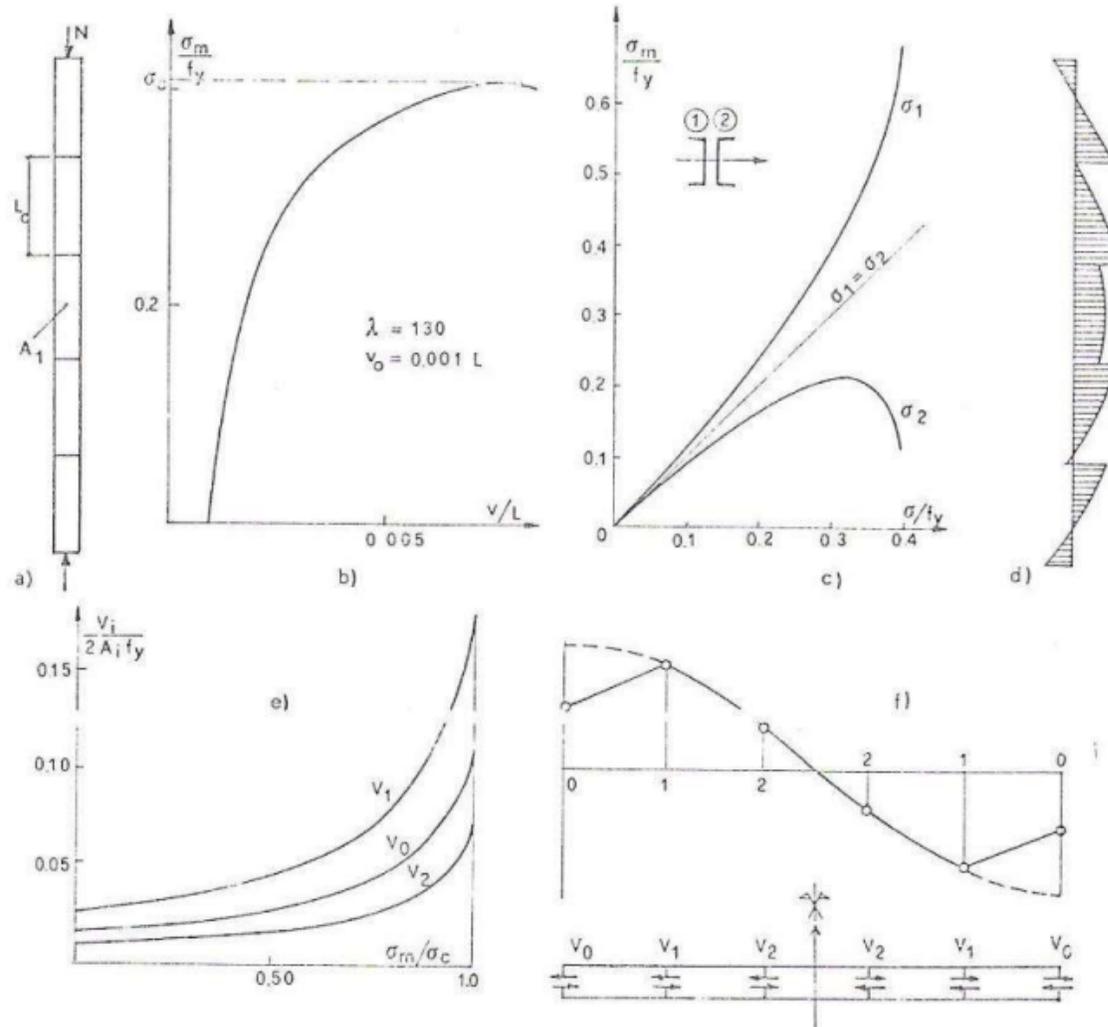


Diagramma dei momenti

Taglio nei collegamenti

Presenza dei vincoli esterni alle estremità

# Verifica di stabilità – Collegamenti

- Calcolo della forza di taglio agente negli elementi collegamento: la verifica dei calastrelli e degli elementi di parete dei tralicci nei campi estremi può essere eseguita considerando la forza di taglio nell'asta composta:

$$V_{Ed} = \pi \frac{M_{Ed}}{L}$$

dove:

$V_{Ed}$  è lo sforzo di Taglio di progetto dell'asta composta;

$M_{Ed}$  è il momento di progetto

- Per i calastrelli bisogna considerare anche il momento flettente e lo sforzo di taglio dovuto all'azione a telaio dell'elemento

# Stabilità – Effetti del taglio sul carico critico

La determinazione della capacità portante delle aste composte può essere basata sul criterio di **snellezza equivalente**. In particolare, per l'asta compressa viene definito una snellezza equivalente  $\lambda_{eq}$  che dipende dalla snellezza del singolo corrente  $\lambda$  opportunamente incrementata per effetto della deformabilità a taglio associata al collegamento trasversale discontinuo.

Nel caso di asta semplice, volendo tener conto dell'**effetto del taglio**, il carico critico elastico  $N_{cr,id}$  è definito in funzione del carico critico Euleriano  $N_{cr}$  valutato considerando il solo contributo flessionale:

$$N_{cr,id} = \frac{N_{cr}}{1 + \frac{\chi_T}{GA} N_{cr}} = \frac{N_{cr}}{\frac{1}{N_{cr}} + \frac{\chi_T}{GA}} = \frac{\pi^2 EA}{\lambda_{eq}^2}$$

Per l'asta semplice,  $\lambda_{eq}$  è quindi definita come:

$$\lambda_{eq} = \sqrt{\lambda^2 + \frac{\chi_T \pi^2 E}{G}}$$

# Stabilità – Effetti del taglio sul carico critico

Le recenti normative stimano le azioni sulle componenti dell'asta composta tenendo in conto gli **effetti del II ordine**. Si assume l'ipotesi che l'elemento composto di lunghezza  $L$  vincolato in semplice appoggio alle estremità abbia un'imperfezione iniziale sinusoidale di ampiezza  $e_0$ . Sulla base della trattazione dell'asta elastica sviluppata tenendo conto il contributo della deformabilità a taglio la freccia  $v$  nella sezione di mezziera di un elemento composto soggetto ad azione assiale  $N$  è approssimabile come:

$$v = \frac{e_0}{1 - \frac{N}{N_{cr,id}}}$$

Il termine  $N_{cr,id}$  rappresenta il carico critico elastico dell'asta composta esprimibile in funzione di quello critico valutato con il solo contributo flessionale (dove  $S_v$  è la rigidezza a taglio del traliccio):

$$N_{cr,id} = \frac{1}{\frac{1}{N_{cr}} + \frac{1}{S_v}}$$

# Stabilità – Effetti del taglio sul carico critico

Nella sezione di mezzeria agisce un'azione flettente  $M$  data dall'eccentricità della sezione assiale  $N$  opportunamente amplificata per tenere conto della deformabilità a taglio e degli effetti del II ordine:

$$M = \nu N = \frac{e_0 N}{1 - \frac{N}{N_{cr,id}}}$$

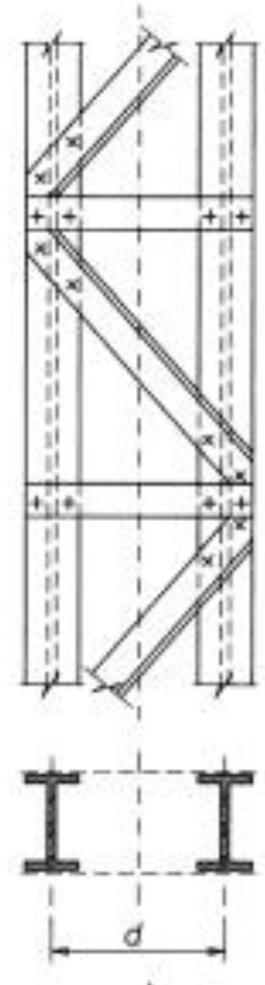
L'azione assiale massima associata al singolo corrente  $N_f$  apparentemente alla membratura composta soggetta alla forza di compressione  $N$  risulta sulla base di semplici considerazioni legate all'equilibrio:

$$N_f = \frac{N}{2} + \frac{M}{h_0} = \frac{N}{2} \left( 1 + \frac{\frac{2e_0}{h_0}}{1 - \frac{N}{N_{cr,id}}} \right)$$

# Aste composte – Rigidezza a taglio

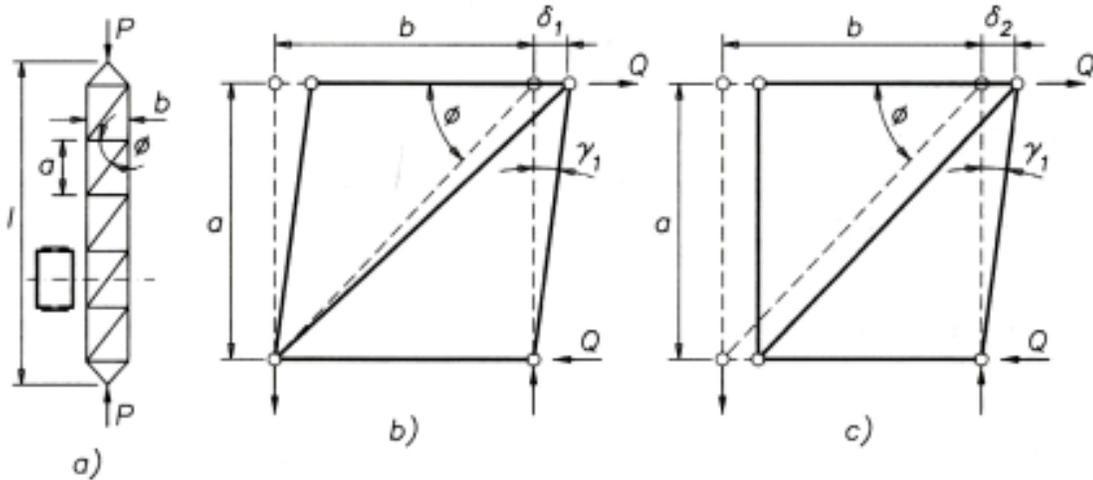
## Aste tralicciate

- L'effetto di azione tagliante sul carico critico dell'asta tralicciate può essere considerato riferendosi ai contributi deformativi dovuti a:
  - **Allungamento dell'elemento diagonale**
  - **Accorciamento del trasverso**
- Elemento diagonale di lunghezza  $L_d = a / \sin(\phi)$  è soggetto ad un azione  $N_d = T / \cos(\phi)$



# Aste composte – Rigidezza a taglio

## Aste tralicciate



**Figura 5.4** Contributi deformativi nel generico campo dell'asta tralicciata:  
 a) l'allungamento del diagonale e b) l'accorciamento del traverso

L'allungamento  $\Delta$  dell'elemento diagonale può essere quindi valutato come:

$$\Delta = \varepsilon \cdot L_d = \frac{N_d}{EA_d} \cdot L_d$$

esplicitando i termini in funzione dell'angolo di inclinazione della diagonale si ottiene:

$$\Delta = \frac{T}{\cos\phi} \cdot \frac{1}{EA_d} \cdot \frac{a}{\sin\phi} = \frac{T}{EA_d} \cdot \frac{a}{\sin\phi \cdot \cos\phi}$$

Il contributo allo spostamento trasversale dato dall'allungamento del diagonale,  $\delta_1$ , valutato con l'ipotesi di piccoli spostamenti è:

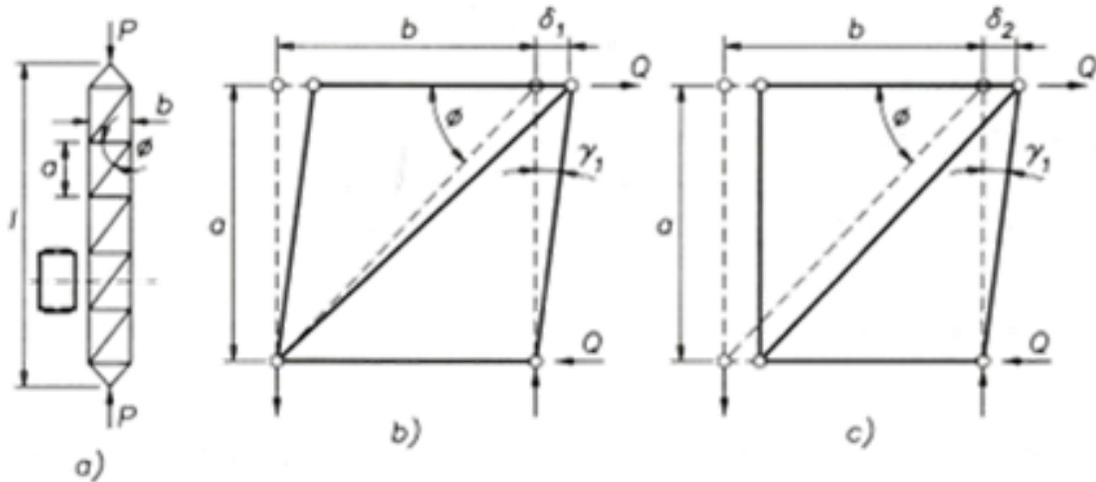
$$\delta_1 = \frac{\Delta}{\cos\phi} = \frac{T}{EA_d} \cdot \frac{a}{\sin\phi \cdot \cos^2\phi}$$

L'accorciamento del traverso, soggetto ad un'azione assiale pari a  $T$ , valutabile dalla sua deformazione assiale, risulta (fig. 5.4b):

$$\delta_2 = \frac{Tb}{EA_b}$$

# Aste composte – Rigidezza a taglio

## Aste tralicciate



Dalla somma dei contributi  $\delta_1$  e  $\delta_2$  è possibile stimare lo scorrimento angolare  $\gamma$  come:

$$\gamma = \frac{\delta_1 + \delta_2}{a} = T \left( \frac{1}{EA_d \sin\phi \cos^2\phi} + \frac{b}{aEA_b} \right)$$

La rigidezza a taglio,  $S_v$ , è ricavabile dalla relazione  $\gamma = \frac{T}{S_v}$  come:

$$\frac{1}{S_v} = \frac{1}{EA_d \sin\phi \cos^2\phi} + \frac{b}{aEA_b}$$

Quindi, sulla base della equazione 5.4, si ha:

$$N_{cr, id} = \left[ \frac{1}{\frac{1}{N_{cr}} + \left( \frac{1}{EA_d \cos\phi \sin^2\phi} + \frac{b}{aEA_b} \right)} \right]$$

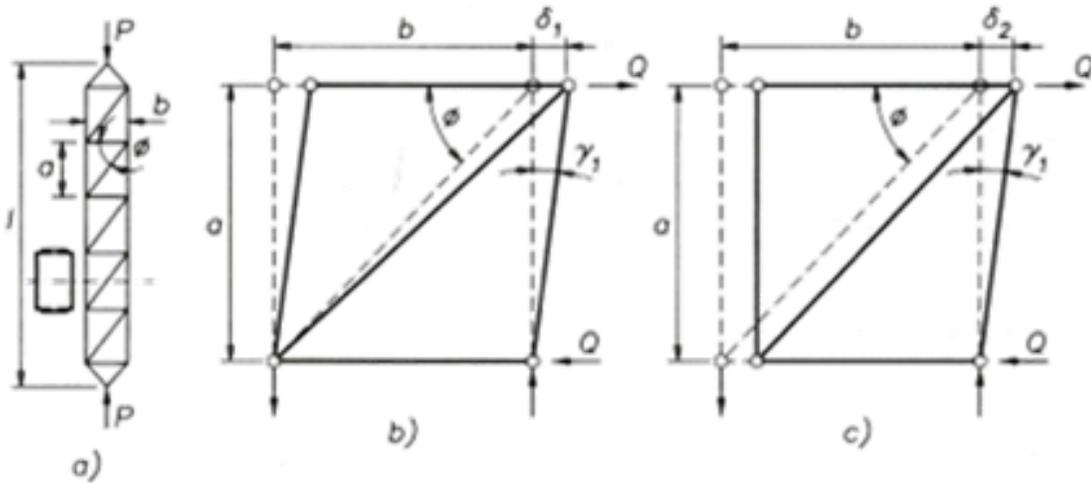
**Figura 5.4** Contributi deformativi nel generico campo dell'asta tralicciata:  
a) l'allungamento del diagonale e b) l'accorciamento del traverso

# Aste composte – Rigidezza a taglio

**Aste tralicciate** • In alternativa:

$$N_{cr,id} = \frac{\pi^2 EI}{\beta_{eq} L^2}$$

$$\beta_{eq} = \sqrt{1 + \pi^2 \frac{EI}{L^2} \left( \frac{1}{\sin(\phi) \cos^2(\phi) EA_d} + \frac{b}{aEA_b} \right)}$$



- La funzione  $f(\phi) = \sin(\phi) \cos^2(\phi)$  assume massimo valore per  $\phi = 35^\circ$  in ogni caso per i valori  $\phi = [35^\circ, 40^\circ]$  si ha la massima efficienza dell'tralicciatura.
- Si può anche scrivere  $\sin(\phi) = a/L_d$  e  $\cos(\phi) = b/L_d$

$$\beta_{eq} = \sqrt{1 + \pi^2 \frac{EI}{L^2} \frac{1}{b^2 a} \left( \frac{L_d^3}{A_d} + \frac{b^3}{A_b} \right)}$$

**Figura 5.4** Contributi deformativi nel generico campo dell'asta tralicciata:  
a) l'allungamento del diagonale e b) l'accorciamento del traverso

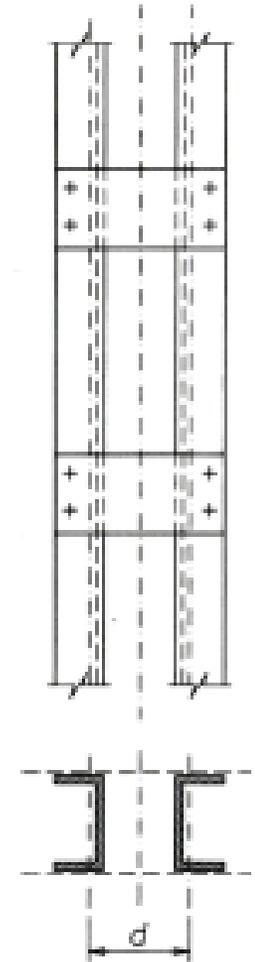
# Aste composte – Rigidezza a taglio

## Aste calastrellate

- Nel caso di aste calastrellate i correnti sono compressi e inflessi con un diagramma delle azioni flettenti approssimabile come lineare (valutato con riferimento alla configurazione non deformata). In questo caso è possibile utilizzare l'approccio già introdotto per le aste tralicciate e basato sulla determinazione del carico critico dovuto al contributo flessionale e sulla rigidezza a taglio. Per la valutazione di  $S_v$  si considerano i contributi deformativi dovuti a:
  - **Flessione dei correnti**  $\delta_{f,corr}$
  - **Flessione del calastrello**  $\delta_{f,cal}$
  - **Deformazione a taglio del calastrello**  $\delta_{T,cal}$
- Le aste calastrellate sono strutture iperstatiche e si assume che i punti di flesso della deformata siano nella mezzera dei calastrelli e nei correnti a metà dei singoli campi in cui l'asta è suddivisa:

$$\delta_{tot} = \delta_{F,cor} + \delta_{F,cal} + \delta_{T,cal}$$

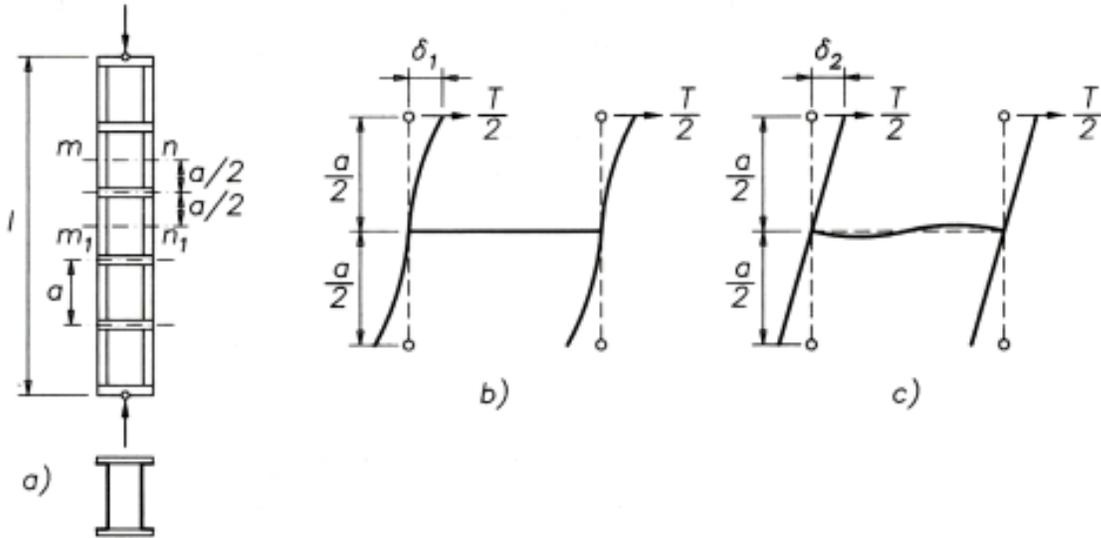
in cui i pedici  $F$  e  $T$  indicano il contributo deformativo relativo a flessione e taglio mentre  $cor$  e  $cal$  sono relativi rispettivamente a corrente e calastrello.



# Aste composte – Rigidezza a taglio

## Aste calastrellate

- **Flessione dei correnti:** il contributo  $\delta_1$  viene valutato riferendosi ad un modello a mensola sollecitata da una forza pari a  $T/2$



$$\delta_1 = \left(\frac{T}{2}\right) \left(\frac{a}{2}\right)^3 \frac{1}{3EI_{corr}} = \frac{Ta^3}{48EI_{corr}}$$

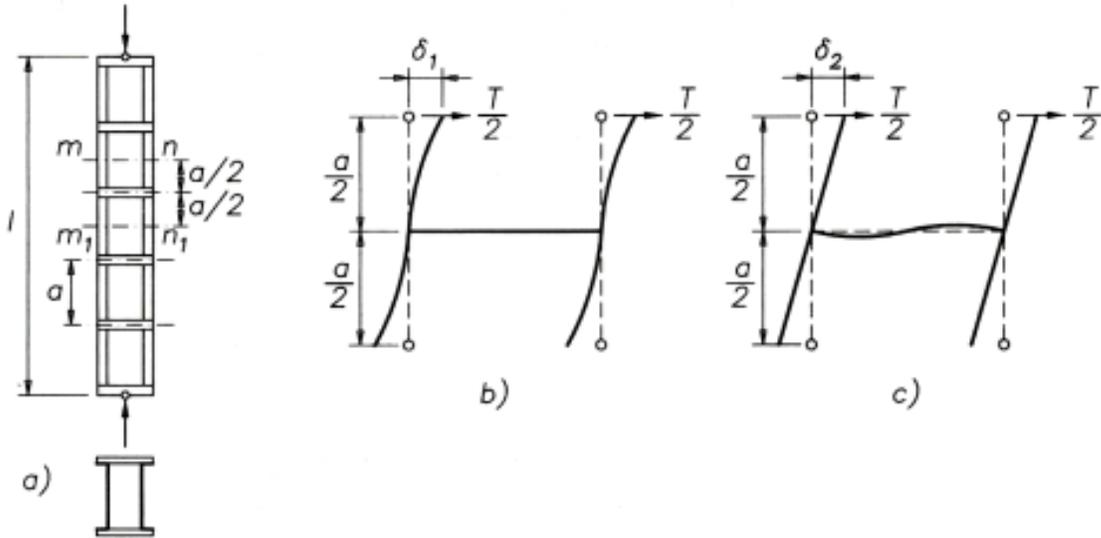
$$\delta_{F,cor} = 2\delta_1 = \frac{Ta^3}{24EI_{corr}}$$

**Figura 5.5** Contributi deformativi nel generico campo dell'asta calastrellata:  
a) flessione dei correnti e b) flessione del calastrello.

# Aste composte – Rigidezza a taglio

## Aste calastrellate

- **Flessione dei calastrello:** il contributo  $\delta_2$  viene valutato sulla base di rotazione  $\theta$  dei nodi tra corrente e calastrello dovuta ad un momento pari a  $2(Ta/4)$



$$\theta = 2 \left( \frac{T}{2} \right) \left( \frac{a}{2} \right) \frac{1}{3EI_{cal}} \frac{b}{2} = \frac{Tab}{12EI_{cal}}$$

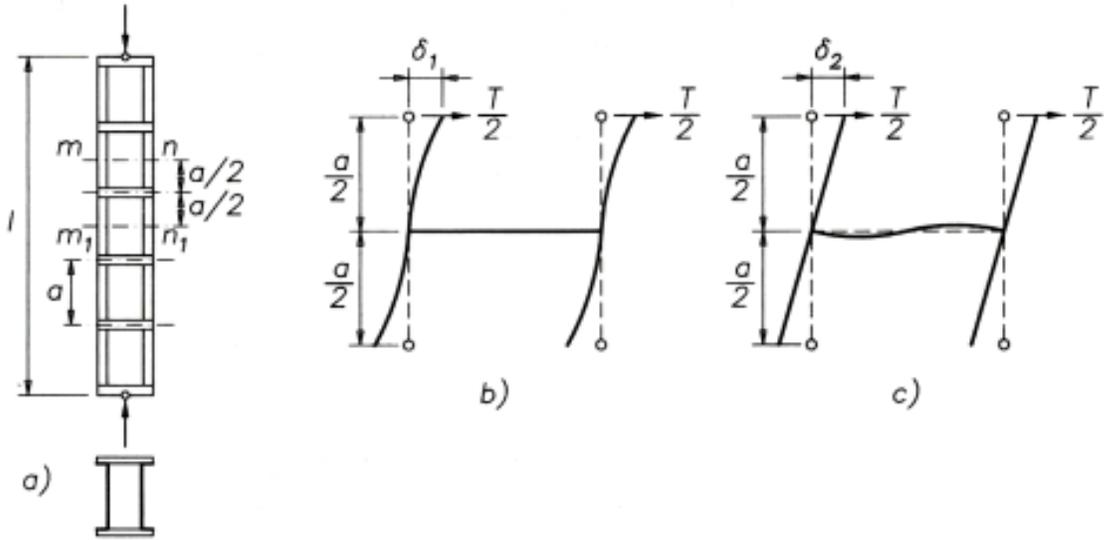
$$\delta_{F,cal} = 2\theta \frac{a}{2} = \frac{Ta^2b}{12EI_{cal}}$$

**Figura 5.5** Contributi deformativi nel generico campo dell'asta calastrellata:  
a) flessione dei correnti e b) flessione del calastrello.

# Aste composte – Rigidezza a taglio

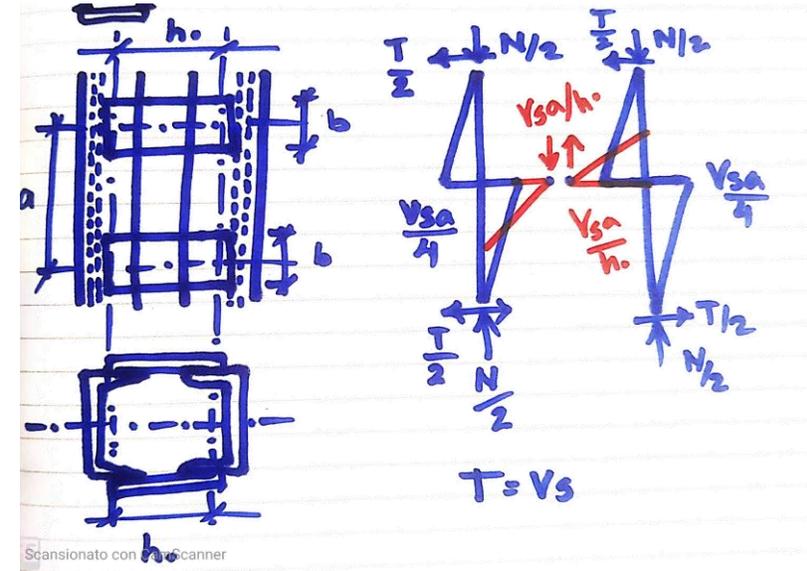
## Aste calastrellate

- **Deformazione a taglio del calastrello:** il contributo  $\delta_{T,cal}$  viene valutato considerando una trave sollecitata da una azione tagliante ( $Ta/b$ ) sulla base dello scorrimento angolare  $\gamma$  considerando che:



$$\gamma = \frac{\chi_T Ta}{2bGA_{cal}}$$

$$\delta_{T,cal} = 2\gamma \frac{a}{2} = \frac{\chi_T Ta^2}{2bGA_{cal}}$$

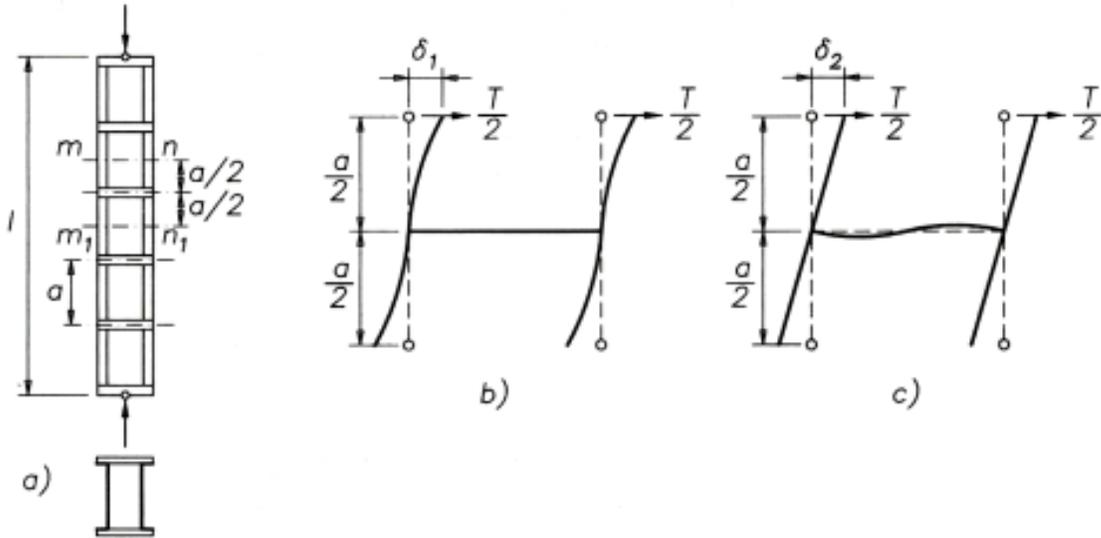


**Figura 5.5** Contributi deformativi nel generico campo dell'asta calastrellata: a) flessione dei correnti e b) flessione del calastrello.

# Aste composte – Rigidezza a taglio

**Aste calastrellate**

- **Deformazione a taglio del calastrello:** E' possibile quindi calcolare la rigidezza  $S_v$ :



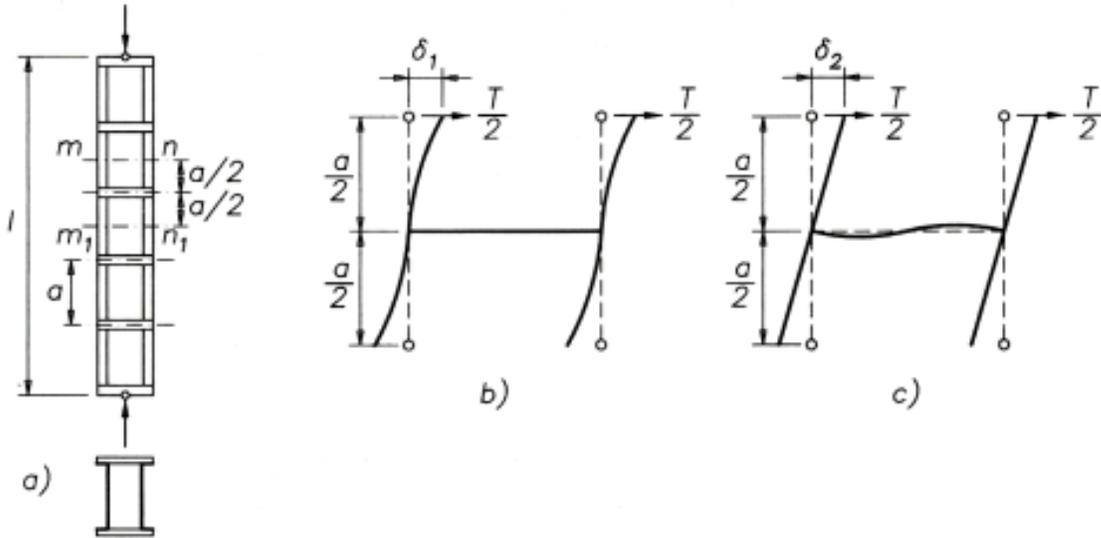
$$\frac{1}{S_v} = \frac{\gamma_{tot}}{T} = \frac{\delta_{F,corr} + \delta_{F,cal} + \delta_{T,cal}}{(a/2)T} = \frac{a^2}{24EI_{corr}} + \frac{ab}{12EI_{cal}} + \frac{\chi_T T a^2}{bGA_{cal}}$$

**Figura 5.5** Contributi deformativi nel generico campo dell'asta calastrellata:  
a) flessione dei correnti e b) flessione del calastrello.

# Aste composte – Rigidezza a taglio

## Aste calastrellate

- Il carico critico elastico  $N_{cr,id}$  viene calcolato come ( $I$  è il momento di inerzia della sezione composta):



$$N_{cr,id} = \frac{\pi^2 EI}{L^2} \left[ \frac{1}{1 + \pi^2 \frac{EI}{L^2} \left( \frac{a^2}{24EI_{corr}} + \frac{ab}{12EI_{cal}} + \frac{\chi_T Ta^2}{bGA_{cal}} \right)} \right]$$

$$\beta_{eq} = \sqrt{1 + \pi^2 \frac{EI}{L^2} \left( \frac{a^2}{24EI_{corr}} + \frac{ab}{12EI_{cal}} + \frac{\chi_T Ta^2}{bGA_{cal}} \right)}$$

**Figura 5.5** Contributi deformativi nel generico campo dell'asta calastrellata: a) flessione dei correnti e b) flessione del calastrello.

# Aste composte – Rigidezza a taglio

## Aste calastrellate

- L'influenza della deformabilità a taglio è maggiore per l'asta calastrellata che per l'asta tralicciata
- Per snellezze di corrente pari a  $a/i_1=40$ , il contributo sulla snellezza legato alla deformabilità a taglio potrà arrivare fino al 35% per via della ridotta snellezza globale dell'asta composta. Però questa incide poco quando la si usa per la determinazione della capacità portante (non superiore al 10%).  
Trascurando la deformabilità del calastrello:

$$\beta_{eq} = \sqrt{1 + \pi^2 \frac{EI}{L^2} \left( \frac{a^2}{24EI_{corr}} \right)}$$

Quindi la snellezza equivalente viene calcolata come:

$$\beta_{eq} \frac{L}{r} = \sqrt{\left( \frac{L}{r} \right)^2 + \pi^2 \frac{I}{24I_{corr}} \left( \frac{a}{r} \right)^2}$$

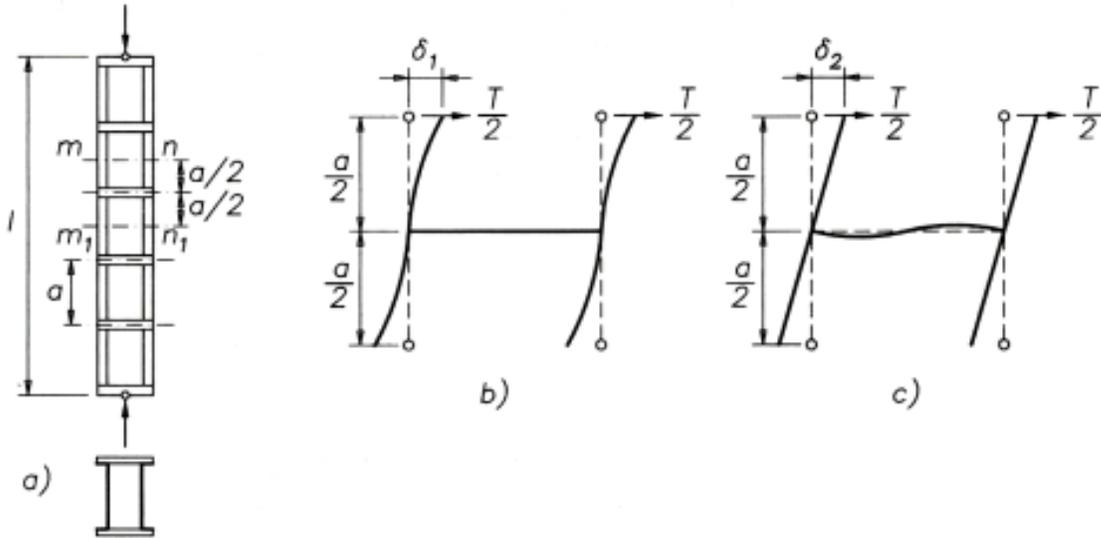
Con L la lunghezza dell'asta composta e r il raggio giratore d'inerzia della sezione composta:  
 $r^2=I/(2A_{corr})$

# Aste composte – Rigidezza a taglio

Aste calastrellate

Quindi:  $I/r^2 = 2A_{cor}$  e  $I_{cor} = A_{cor} r_{cor}^2$

$$\beta_{eq} \frac{L}{r} = \sqrt{\left(\frac{L}{r}\right)^2 + \frac{\pi^2}{12} \left(\frac{a}{r_{cor}}\right)^2}$$



La snellezza dell'asta composta è funzione:

- della snellezza dell'asta considerata singola ( $L/r$ ) e
- della snellezza del tronco di corrente compresso tra due calastrelli ( $a/r_{cor}$ )

**Figura 5.5** Contributi deformativi nel generico campo dell'asta calastrellata:  
a) flessione dei correnti e b) flessione del calastrello.

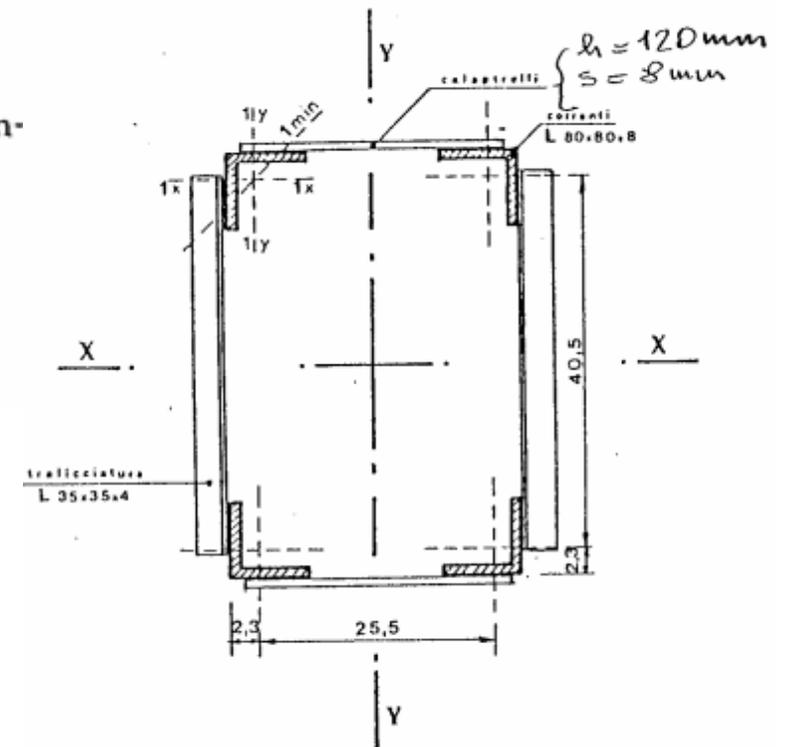
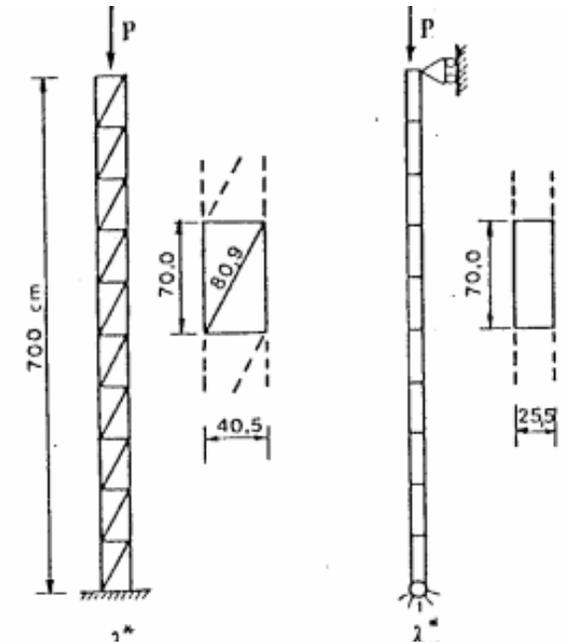
# Esempio di calcolo secondo EC3

Determinare il valore massimo del carico ammissibile, secondo la normativa italiana, per l'asta di fig. 3, in acciaio tipo 1, vincolata nei due piani principali di flessione rispettivamente a incastro estremo libero e cerniera-carrello.

I correnti sono costituiti da angolari L 80x80x8 aventi le seguenti caratteristiche statiche

$$A_1 = 12,3 \text{ cm}^2 \quad i_{1x} = i_{1y} = 2,42 \text{ cm} \quad i_{1\min} = 1,56 \text{ cm}$$

$$J_{1x} = J_{1y} = i_{1x}^2 A = 72 \text{ cm}^4$$



# Esempio di calcolo secondo EC3

I correnti sono costituiti da angolari L 80x80x8 mm aventi le seguenti caratteristiche statiche:

$$A_1 = 12.3 \text{ cm}^2 \quad i_{1x} = i_{1y} = 2.42 \text{ cm} \quad i_{1\min} = 1.56 \text{ cm} \quad I_{1x} = I_{1y} = 72 \text{ cm}^4$$

Le caratteristiche statiche dell'asta composta sono quindi:

$$A = 4 \cdot 12.3 = 49.2 \text{ cm}^2 \quad (4 \text{ L } 80 \times 80 \times 8)$$

$$i_x = \sqrt{2.42^2 + (40.5/2)^2} = 20.39 \text{ cm} \quad i_y = \sqrt{2.42^2 + (25.5/2)^2} = 12.98 \text{ cm}$$

$$I_x = A i_x^2 = 20455 \text{ cm}^4 \quad I_y = A i_y^2 = 8289 \text{ cm}^4$$

Le lunghezze di libera inflessione e le relative snellezze, considerando l'asta come un'asta semplice, valgono:

$$\ell_x = 2 \cdot 700 = 1400 \text{ cm} \quad \ell_y = 1 \cdot 700 = 700 \text{ cm}$$

$$\lambda_x = 1400/20.39 = 68.7 \quad \lambda_y = 700/12.98 = 53.9$$

**Eseguiamo le verifiche per  $N_{Sd} = 1.5 P_{adm} = 1.5 \cdot 528.3 = 792.5 \text{ kN}$**

# Esempio di calcolo secondo EC3

**a) Instabilità per inflessione attorno all'asse x-x (che impegna la tralicciatura)**

Inerzia efficace (#5.9.2.3)

$$I_{\text{eff}} = 0.5 h_0^2 A_f = 20175 \text{ cm}^4$$

$$\text{con: } A_f = 2 \cdot 12.3 = 24.6 \text{ cm}^2 \text{ (2 L 80x80x8)} \qquad h_0 = 40.5 \text{ cm}$$

contro un'inerzia  $I_x = 20475$  calcolata tenendo conto anche dei momenti d'inerzia baricentrici dei singoli correnti.

Forze nella mezzaria (baricentro) dei correnti (#5.9.2.4)

$$N_{f,Sd} = 0.5 N_{Sd} + M_S/h_0$$

$$M_S = N_{Sd} e_0 / (1 - N_{Sd}/N_{cr} - N_{Sd}/S_V)$$

$M_S$  è il momento del 2° ordine dovuto all'imperfezione geometrica equivalente  $e_0 = \ell/500$ .

$$\ell = 2 \cdot 700 = 1400 \text{ cm} \qquad (\text{lunghezza di libera inflessione})$$

$$e_0 = 1400/500 = 2.8 \text{ cm}$$

$$N_{cr} = \pi^2 EI_{\text{eff}}/\ell^2 = 2133 \text{ kN} \quad (E = 210000 \text{ MPa})$$

$S_V$  è la rigidezza a taglio della tralicciatura ( $=GA/\chi$ ) ricavabile dalla figura 5.9.3 e coincidente con la formulazione della CNR 10011:

# Esempio di calcolo secondo EC3

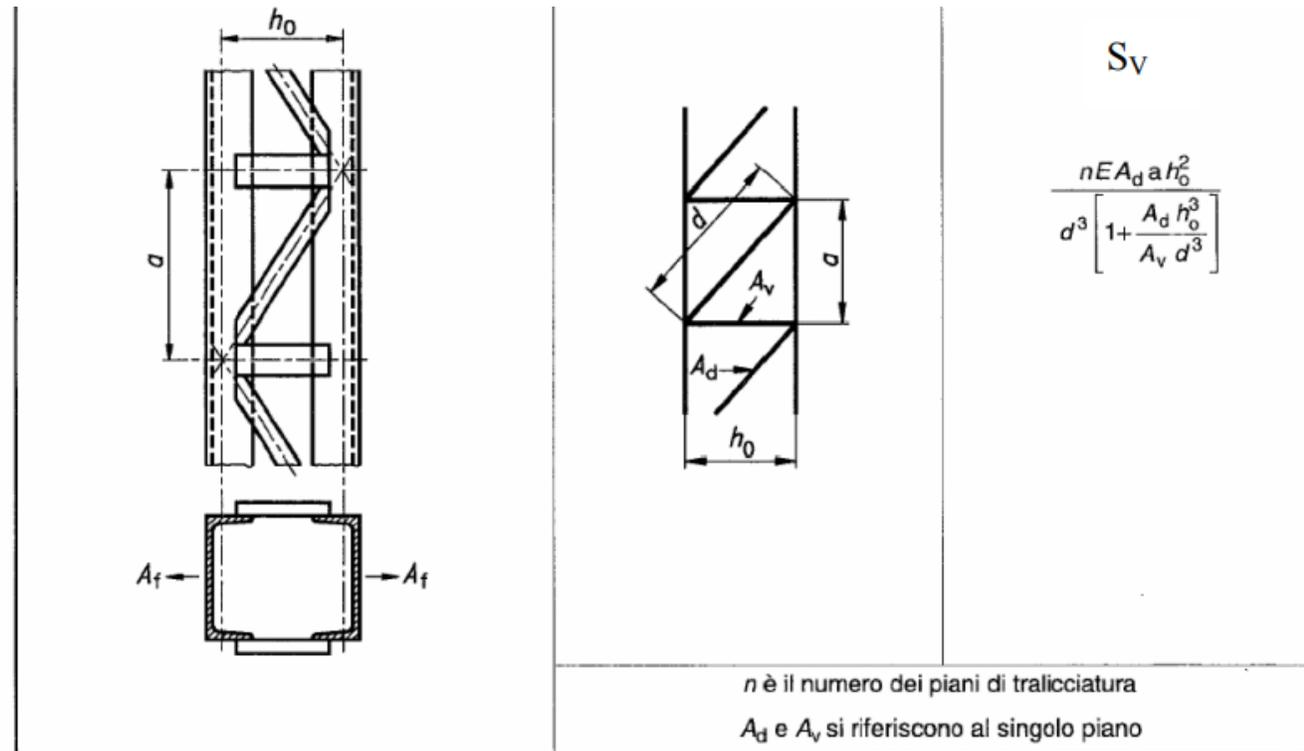


Fig. 5.9.3 - Membratura tralicciata compressa

$$S_V = 2 \frac{EA_d a h_0^2}{d^3 \left[ 1 + \frac{A_d h_0^3}{A_v d^3} \right]} = 27371 \text{ kN}$$

con:  $A_d = A_v = 2.67 \text{ cm}^2$  (L35x35x4)  $a = 70 \text{ cm}$   $h_0 = 40.5 \text{ cm}$   $d = 80.9 \text{ cm}$

# Esempio di calcolo secondo EC3

Si ha pertanto:

$$\frac{1}{N_{cr}} + \frac{1}{S_V} = \frac{1}{2133} + \frac{1}{27371} = 0.505 \cdot 10^{-3} \text{ kN}^{-1}$$

$$M_S = \frac{N_{sd} e_0}{1 - N_{sd} \left( \frac{1}{N_{cr}} + \frac{1}{S_V} \right)} = \frac{792.5 \cdot 0.028}{1 - 792.5 \cdot 0.505 \cdot 10^{-3}} = \frac{22.19}{0.5995} = 37.01 \text{ kNm}$$

$$N_{f, sd} = 0.5 N_{sd} + M_S / h_0 = 396.2 + 91.4 = 487.6 \text{ kN} \quad (\text{su una coppia di correnti})$$

Il singolo corrente (L 80x80x8) va quindi verificato all'instabilità per il carico assiale  $N_{1, sd} = 243.8$  kN. La sua lunghezza di libera inflessione  $\ell_f$  è di 70 cm e il raggio minimo d'inerzia è  $i_{1 \min} = 1.56$  cm. La verifica va condotta secondo il #5.5.1 (membrature compresse):

$$N_{b, Rd} = \chi A_{fl} f_y / \gamma_{M1} = 224.8 \text{ kN} < N_{1, sd} = 243.8$$

$$\text{con: } f_y = 235; \quad \gamma_{M1} = 1.1 \quad A_{fl} = 12.3 \text{ cm}^2$$

$$\lambda = 70 / 1.56 = 44.9 \quad \lambda_1 = 93.9 \quad \bar{\lambda} = \lambda / \lambda_1 = 0.478$$

si deve usare la curva c (angolari); si ottiene:

$$\bar{\lambda} = 0.4 \quad \rightarrow \quad \chi = 0.8973$$

$$\bar{\lambda} = 0.5 \quad \rightarrow \quad \chi = 0.8430$$

$$\bar{\lambda} = 0.478 \quad \rightarrow \quad \chi = 0.8549 \quad \text{per interpolazione lineare}$$

Il corrente non è verificato (di poco) secondo l'eurocodice 3.

# Esempio di calcolo secondo EC3

## b) Instabilità per inflessione attorno all'asse y-y (che impegna i calastrelli)

Inerzia efficace (#5.9.3.3)

5.9.3.3. Momento d'inerzia della sezione

(1) Si raccomanda che il momento d'inerzia efficace nel piano  $I_{\text{eff}}$  di una membratura compressa calastrellata con due elementi principali sia assunto pari a:

$$I_{\text{eff}} = 0,5 h_0^2 A_f + 2 \mu I_f \quad [5.90]$$

$$I_{\text{eff}} = 0,5 h_0^2 A_f + 2 \mu I_f = 8289 \text{ cm}^4$$

$$\text{con: } A_f = 2 \cdot 12,3 = 24,6 \text{ cm}^2 \quad h_0 = 25,5 \text{ cm}$$

$\mu$  dipende dalla snellezza  $\lambda$  dell'intera asta composta, considerata come un'asta semplice a parete piena; quindi:

$$\lambda = \lambda_y = 53,9 < 75 \quad \rightarrow \quad \mu = 1$$

Per  $\mu = 1$   $I_{\text{eff}}$  è il momento d'inerzia calcolato normalmente:  $I_{\text{eff}} = I_y = 8289 \text{ cm}^4$

Per il calcolo della rigidezza a taglio  $S_V$  si deve tener conto della deformabilità dei calastrelli (eq. [5.93]) perché non è verificata né la clausola #5.9.3.2 (5) (larghezza calastrello = 12 cm < 0,5  $h_0$  = 0,5 · 25,5 = 12,75 cm), né la clausola (6) eq. [5.89] essendo:

$$\frac{nI_b}{h_0} = \frac{2 \cdot 115}{25,5} = 9,02 < 10 \frac{I_f}{a} = 10 \frac{144}{70} = 20,6$$

$$\text{con: } I_b = \frac{1}{12} 0,8 \cdot 12^3 = 115 \text{ cm}^4 \quad \text{momento d'inerzia calastrello}$$

$$I_f = 2 I_{1y} = 144 \text{ cm}^4 \quad \text{momento d'inerzia coppia correnti}$$

$$a = 70 \text{ cm} \quad \text{interasse calastrelli}$$

# Esempio di calcolo secondo EC3

La relazione [5.93] fornisce la rigidezza a taglio:

$$S_V = \frac{24EI_f}{a^2 \left[ 1 + \frac{2I_f h_0}{nI_b a} \right]} = \frac{24 \cdot 210000 \cdot 144 \cdot 10^4}{700^2 \left[ 1 + \frac{2 \cdot 144 \cdot 25.5}{2 \cdot 115 \cdot 70} \right]} 10^{-3} = 10170 \text{ kN}$$

con la limitazione:  $S_V \leq \frac{2\pi^2 EI_f}{a^2} = \frac{2\pi^2 \cdot 210000 \cdot 144 \cdot 10^4}{700^2} 10^{-3} = 12182 \text{ kN}$

Si ha pertanto:

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 EI_{eff}}{\ell^2} = \frac{\pi^2 \cdot 210000 \cdot 8289 \cdot 10^4}{7000^2} 10^{-3} = 3506 \text{ kN}$$

$$\frac{1}{N_{cr}} + \frac{1}{S_V} = 0.384 \cdot 10^{-3} \text{ kN}^{-1} \quad e_0 = \frac{700}{500} = 1.4 \text{ cm}$$

Il momento sollecitante del 2° ordine vale quindi:

$$M_S = \frac{N_{Sd} e_0}{1 - N_{Sd} (1/N_{cr} + 1/S_V)} = \frac{792.5 \cdot 0.014}{1 - 792.5 \cdot 0.384 \cdot 10^{-3}} = \frac{11.09}{0.696} = 15.93 \text{ kNm}$$

Forza nella mezzaria del corrente [5.91]:

$$N_{f,Sd} = 0.5 N_{Sd} + M_S h_0 A_f / I_{eff} = 0.5 (792.5 + 15.93 \cdot 0.255 \cdot 24.6 \cdot 10^{-4} / (8289 \cdot 10^{-8}))$$

$$N_{f,Sd} = 396.2 + 60.3 = 456.5 \text{ kN} \quad \text{su una coppia di correnti}$$

$$N_{1f,Sd} = 456.6/2 = 228.3 \text{ kN} \quad \text{sul singolo profilo a L}$$

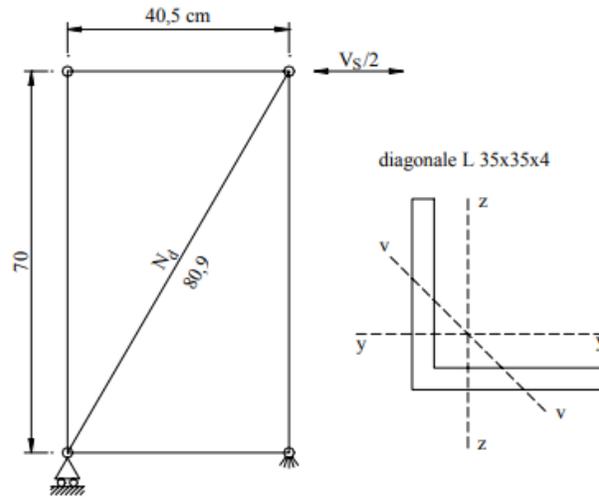
La verifica di stabilità è praticamente soddisfatta essendo la resistenza del singolo profilo a L

$$N_{b,Rd} = 224.8 \text{ kN.}$$

# Esempio di calcolo secondo EC3

## Verifica delle aste di parete

### Diagonali



La forza di taglio interna (#5.9.2.6) vale:

$$V_S = \pi M_S / \ell = \pi \cdot 37.01 / 14 = 8.31 \text{ kN}$$

La forza in una diagonale è quindi:

$$N_d = \frac{V_S}{2} \frac{80.9}{40.5} = 8.30 \text{ kN}$$

La diagonale, costituita da un profilato a L 35x35x4, va verificata a compressione con lunghezza di libera inflessione 80.9 cm, ma con snellezza efficace data dal #5.8.3 (angolari quali aste di parete in compressione) per l'inflessione intorno agli assi v-v e z-z (o y-y):

$$i_v = 0.678 \text{ cm} \quad \lambda_v = \frac{80.9}{0.678} = 119 \quad \bar{\lambda}_v = \frac{119}{93.9} = 1.2707$$

$$\bar{\lambda}_{eff,v} = 0.35 + 0.7 \bar{\lambda}_v = 1.2395$$

$$i_z = i_y = 1.05 \text{ cm} \quad \lambda_z = \frac{80.9}{1.05} = 77.05 \quad \bar{\lambda}_z = \frac{77.05}{93.9} = 0.8205$$

$$\bar{\lambda}_{eff,z} = 0.35 + 0.7 \bar{\lambda}_z = 1.0744 < \bar{\lambda}_{eff,v}$$

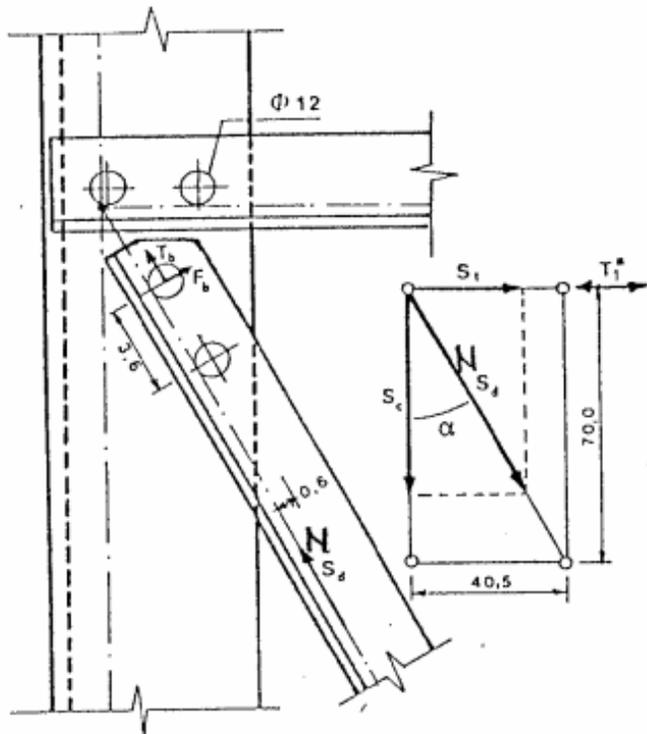
Si verifica quindi la diagonale, soggetta a  $N_{Sd} = 8.30 \text{ kN}$ , per la snellezza  $\bar{\lambda}_{eff,v} = 1.2395$  con la curva c. Non si tiene conto dell'eccentricità dell'asse baricentrico rispetto alle connessioni di estremità perché queste sono sufficientemente rigide (2 bulloni). Si ha:

$$\chi = 0.4160 \quad N_{b,Rd} = 0.4160 \cdot 267 \cdot 235 / 1.1 \cdot 10^{-3} = 23.7 \text{ kN} \gg N_{Sd}$$

La verifica della diagonale è quindi soddisfatta.

# Esempio di calcolo secondo EC3

## Verifica del collegamento bullonato



I bulloni vanno verificati per la risultante  $R_b$  delle forze:

$$T_b = N_{Sd} / 2 = 4.16 \text{ kN}$$

$$F_b = N_{Sd} \cdot 0.6 / 3.6 = 1.39 \text{ kN}$$

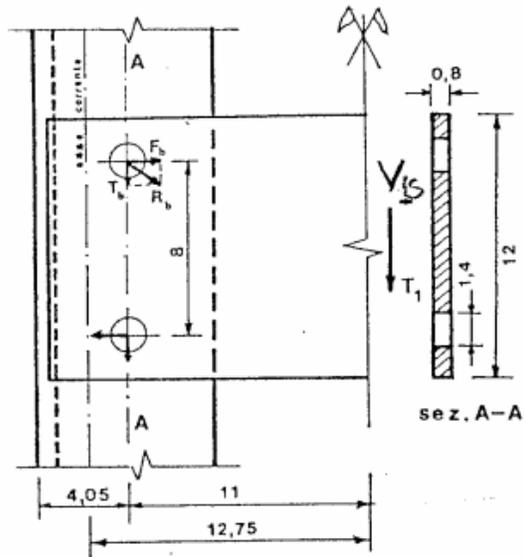
$$R_b = \sqrt{T_b^2 + F_b^2} = 4.39 \text{ kN}$$

L'angolare deve essere verificato a rifollamento e la sua sezione netta, dato che la  $N$  può essere di trazione, deve essere verificata secondo #6.5.2.3

$$N_{u,Rd} = \frac{\beta_2 A_{net} f_u}{\gamma_{M2}} \quad \text{con} \quad \beta_2 = 0.46 \quad \text{essendo} \quad p_1 = 3.6 = 3d_0$$

# Esempio di calcolo secondo EC3

## Calastrelli



Forza interna di taglio:

$$V_S = \pi M_S / \ell = 7.15 \text{ kN} \quad [5.94]$$

con:  $M_S = 15.93 \text{ kNm}$ ;  $\ell = 700 \text{ cm}$

Su ciascun calastrello agisce il taglio:

$$V_{1S} = \frac{1}{2} V_S \frac{a}{h_0} = \frac{1}{2} 7.15 \frac{70}{25.5} = 9.81 \text{ kN}$$

Nella sezione A-A il calastrello è soggetto al momento flettente:

$$M_{Sd} = 9.81 \cdot 0.11 = 1.080 \text{ kNm}$$

La sezione netta ha modulo di resistenza elastico (si potrebbe usare quello plastico)  $W_{net} = 13.2 \text{ cm}^3$ .

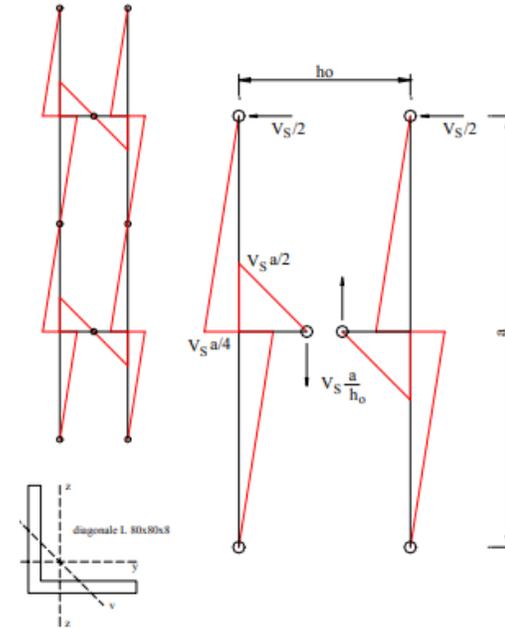
La sua resistenza è (v. #5.4.5.1 (3)):

$$M_{u,Rd} = 0.9 W_{net} f_u / \gamma_{M2} = 0.9 \cdot 13.2 \cdot 360 / 1.25 \cdot 10^{-3} = 3.42 \text{ kNm} \gg M_{Sd}$$

I bulloni sono soggetti alle forze:

$$T_b = 9.81/2 = 4.90 \text{ kN} \quad F_b = 1.080/0.08 = 13.49 \text{ kN}$$

$$R_b = \sqrt{T_b^2 + F_b^2} = 14.36 \text{ kN}$$



Il taglio  $V_{1S}$  determina nel corrente il momento:

$M_{Sd} = V_{1S} a/4 = 9.81 \cdot 0.70/4 = 1.72 \text{ kNm}$   
che va combinato con l'azione assiale:

$$N_{Sd} = 792.5/4 = 198.1 \text{ kN.}$$

Si usa il carico esterno  $N_{Sd}$  non amplificato dall'effetto del 2° ordine perché i calastrelli più sollecitati sono quelli di estremità dove l'effetto del 2° ordine è nullo (#5.9.3.6 (2)).

Il momento flettente impegna la sezione a L del corrente intorno all'asse z-z. Si avrebbe quindi flessione deviata. Poiché però l'inflexione intorno a y-y è impedita dal collegamento tralicciato con l'angolare opposto, la flessione rimane retta.

esegua una semplice verifica di resistenza perché l'instabilità riguarda la mezzera dei correnti, dove il momento dovuto al taglio è nullo.

$$W_z = 12.6 \text{ cm}^3 \quad A = 12.3 \text{ cm}^2$$

Momento resistente  $M_{c,Rd} = 12.6 \cdot 235/1.1 \cdot 10^{-3} = 2.691 \text{ kNm}$

Azione assiale resistente  $N_{c,Rd} = 12.3 \cdot 235/1.1 \cdot 10^{-1} = 262.7 \text{ kN}$

$$\frac{N_{Sd}}{N_{c,Rd}} + \frac{M_{Sd}}{M_{c,Rd}} = \frac{19.81}{262.7} + \frac{1.72}{2.691} = 0.075 + 0.639 = 0.714 < 1$$

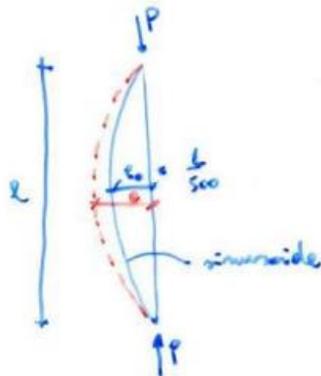
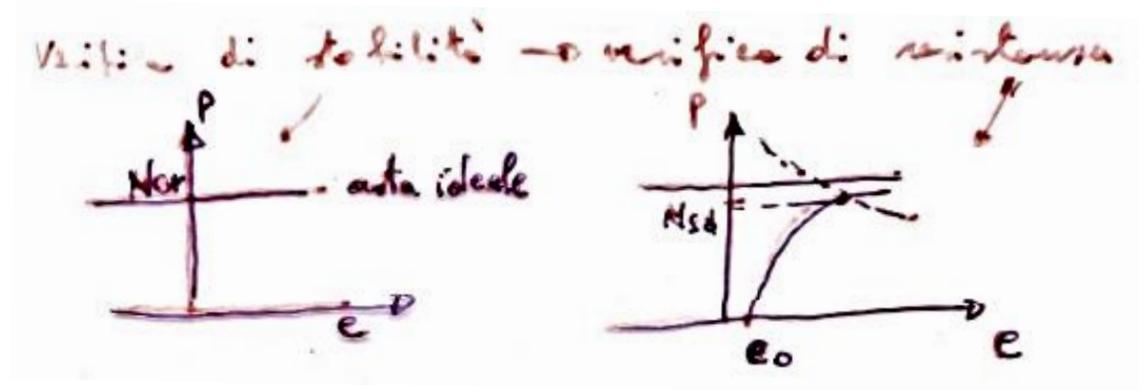
# Richiami istruzioni CNR

# Stabilità – Aste composte

## 5.9 MEMBRATURE COMPOSTE IN COMPRESSIONE

### 5.9.1 Principi.

- (1) Le membrature compresse composte, costituite da due o più elementi principali collegati insieme ad intervalli in modo da formare una singola membratura composta, dovranno essere progettate introducendo una imperfezione geometrica equivalente compredente una freccia iniziale  $e_0$ , non inferiore a  $l/500$ .
- (2) La deformazione della membratura composta dovrà essere presa in considerazione nel determinare le forze interne ed i momenti negli elementi principali, nei collegamenti interni ed in tutti gli elementi secondari quali tralicci o calastrelli.
- (3) Il calcolo degli elementi principali e secondari dovrà essere verificato impiegando i metodi descritti ai paragrafi 5.4 e 5.5. I collegamenti interni dovranno essere verificati come indicato nel Capitolo 6.
- (4) I metodi di calcolo descritti ai punti 5.9.2 e 5.9.5 sono applicabili solo alle membrature composte con due elementi principali, ad eccezione dei casi in cui sia esplicitamente dichiarato che essi possono essere applicati alle membrature aventi più di due componenti principali.
- (5) Oltre alla forza assiale, devono essere tenute in debito conto le eventuali forze o momenti applicati alla membratura quali gli effetti del peso proprio o la resistenza della membratura al vento.



$$e = e_0 \cdot \frac{1}{1 - \frac{P}{N_{cr, id}}}$$

$$e \rightarrow M = P \cdot e$$

# Stabilità – Aste composte

## 5.9.2 Membrature tralicciate compresse.

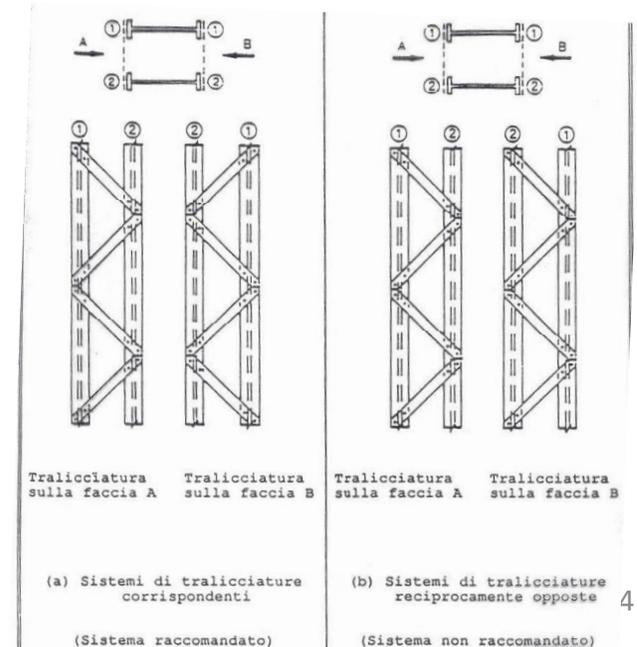
### 5.9.2.1 Applicazione.

- (1) Il metodo di calcolo fornito in questa prescrizione è relativo alla forza di compressione di progetto  $N_{sd}$  applicata ad una membratura composta costituita da due correnti paralleli simili aventi sezione trasversale uniforme, con un completo sistema triangolarizzato di tralicci supposto uniforme per tutta la lunghezza della membratura.
- (2) I correnti possono essere membrature ad anima piena o possono essere essi stessi tralicciati o calastrellati nel piano perpendicolare.
- (3) Qualora siano necessarie variazioni rispetto alla descrizione sopra riportata, la procedura deve essere, a seconda dei casi, supportata o modificata.

### 5.9.2.2 Dettagli costruttivi.

- (1) Quando possibile, i sistemi di tralicciature singole sulle facce opposte degli elementi principali dovranno essere sistemi corrispondenti come mostrato nella Figura 5.9.1(a), disposti in modo tale che uno sia nell'ombra dell'altro.
- (2) I sistemi di tralicciature singole sulle facce opposte degli elementi principali non dovranno avere direzioni mutuamente opposte come mostrato nella Figura 5.9.1(b), salvo che possa essere accettata la deformazione torsionale risultante dei componenti principali.
- (3) Dei traversi dovranno essere predisposti alle estremità dei sistemi di tralicciature, nei punti in cui la tralicciatura è interrotta ed in corrispondenza delle connessioni con altre membrature.
- (4) I traversi possono assumere l'aspetto di calastrelli in conformità con il punto 5.9.3.2; in alternativa possono essere usati pannelli con controventi a croce di rigidità simile.

- (4) I traversi possono assumere l'aspetto di calastrelli in conformità con il punto 5.9.3.2; in alternativa possono essere usati pannelli con controventi a croce di rigidità simile.
- (5) Ad eccezione di questi traversi, se altri componenti perpendicolari all'asse longitudinale della membratura sono accoppiati a sistemi di tralicciature a doppia intersezione (vedere la Figura 5.9.2(a)) o a sistemi di tralicciature ad intersezione semplice disposti in direzioni mutuamente opposte sulle facce opposte dei componenti principali (vedere la Figura 5.9.2(b)), le forze interne risultanti prodotte nei tralicci a causa della continuità dei componenti principali dovranno essere determinate e considerate nel calcolo dei tralicci e dei loro collegamenti di estremità.
- (6) I tralicci dovranno essere effettivamente collegati agli elementi principali attraverso dispositivi di giunzione o per saldatura.



# Stabilità – Aste composte

$$N_{cr, id} = \frac{1}{\frac{1}{N_{cr}} + \frac{1}{S_v}}$$

## 5.9.2.3 Momento d'inerzia della sezione.

- (1) Il momento d'inerzia efficace  $I_{eff}$  di una membratura compressa tralicciata con due elementi principali deve essere assunto pari a :

$$I_{eff} = 0,5 h_0^2 A_f$$

dove  $A_f$  è l'area della sezione trasversale di un corrente;  
e  $h_0$  è la distanza fra i baricentri dei correnti.

## 5.9.2.4 Forze nella mezzaria dei correnti.

- (1) La forza nella mezzaria del corrente  $N_{f, sd}$  deve essere determinata mediante la relazione :

$$N_{f, sd} = 0,5 N_{sd} + M_x / h_0$$

dove  $M_x = N_{sd} e_0 / (1 - N_{sd} / N_{cr} - N_{sd} / S_v)$

$$e_0 = l / 500 \quad (\text{vedere il punto 5.9.1})$$

$$N_{cr} = \pi^2 EI_f / l^2 \quad \leftarrow \text{Carico critico Eulero per ASTA composta}$$

e  $S_v$  è la rigidità al taglio dei tralicci (l'azione tagliante richiesta per produrre una deformazione unitaria a taglio).

- (2) Valori di  $S_v$  per vari sistemi di tralicciature sono riportati nella Figura 5.9.3.

## 5.9.2.5 Resistenza all'instabilità dei correnti.

- (1) La lunghezza di libera inflessione di un corrente nel piano di un sistema di tralicci deve essere presa pari alla lunghezza di sistema a fra le connessioni dei tralicci.
- (2) In una membratura costituita da quattro correnti formati da angolari a lati uguali con tralicci in entrambe le direzioni, la lunghezza di libera inflessione per l'instabilità intorno all'asse debole dipende dalla disposizione dei tralicci: vedere la Figura 5.9.4.

## 5.9.2.6 Forze nei tralicci.

- (1) Le forze nei tralicci adiacenti alle estremità della membratura devono essere derivate dalla forza di taglio interna  $V$ , pari a :

$$V = \pi M_x / l$$

con  $M_x$  ricavato dal punto 5.9.2.4.

La forza  $N_d$  in un traliccio diagonale è data dalla relazione :

$$N_d = \frac{V d}{n h_0}$$

con  $d$ ,  $n$  ed  $h_0$  ricavati dalla Figura 5.9.3.



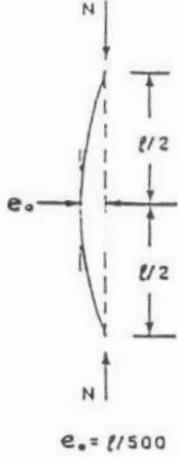
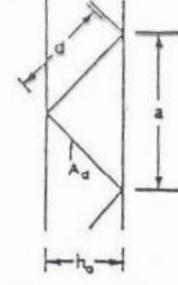
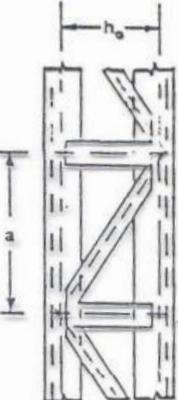
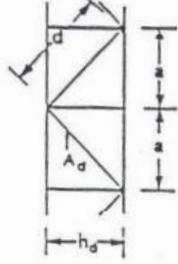
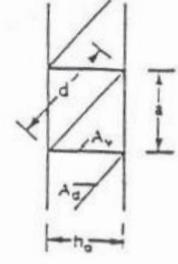
$$\alpha = e_0 \sin \frac{\pi z}{l}$$

$$T = N \sin \alpha = e_0 \frac{\pi}{l} N \cos \frac{\pi z}{l}$$

$$\Rightarrow T_{max} = T(0) = \frac{\pi}{l} N e_0 \approx \frac{\pi}{l} M_x$$

$$\Rightarrow T_{max} \approx \frac{\pi}{l} M_x$$

# Stabilità – Aste composte

	Sistema	$S_v$
 <p><math>e_0 = l/500</math></p>		$\frac{n E A_d a h_0^2}{2d^3}$
		$\frac{n E A_d a h_0^2}{d^3}$
		$\frac{n E A_d a h_0^2}{d^3 \left[ 1 + \frac{A_d h_0^3}{A_v d^3} \right]}$
<p><math>n</math> è il numero dei piani di tralicciature. (USUALMENTE <math>n=2</math>)</p> <p><math>A_d</math> e <math>A_v</math> si riferiscono al singolo piano.</p>		

# Stabilità – Aste composte

## 5.9.3 Membrature calastrellate compresse.

### 5.9.3.1 Applicazione.

- (1) Il metodo di calcolo fornito in questa prescrizione è relativo alla forza di compressione di progetto  $N_{sd}$  applicata ad una membratura composta costituita da due correnti paralleli simili aventi sezione trasversale uniforme, spaziate lateralmente ed interconnessi per mezzo di calastrelli, che sono collegati rigidamente ai correnti ed intervallati uniformemente per tutta la lunghezza della membratura.
- (2) I correnti possono essere membrature piene o possono essere essi stessi tralicciati o calastrellati nel piano perpendicolare.
- (3) Qualora siano necessarie variazioni rispetto alla descrizione sopra riportata, la procedura deve essere, a seconda dei casi, supportata o modificata.

### 5.9.3.2 Dettagli costruttivi.

- (1) Calastrelli dovranno essere previsti a ciascuna estremità della membratura.
- (2) Calastrelli devono inoltre essere disposti nei punti intermedi dove sono applicati carichi o dove sono previsti ritegni laterali.
- (3) Calastrelli intermedi devono essere introdotti per dividere la lunghezza della membratura in almeno 3 pannelli. Devono esserci almeno 3 pannelli fra i punti che sono considerati vincolati lateralmente nel piano dei calastrelli. Per quanto possibile i calastrelli intermedi devono essere intervallati e dimensionati uniformemente per tutta la lunghezza della membratura.
- (4) Qualora si dispongano piani paralleli di calastrelli, i calastrelli in ciascun piano devono essere posizionati in modo opposto uno all'altro.
- (5) Quando  $S_v$  è valutato trascurando la flessibilità dei calastrelli stessi (vedere il punto 5.9.3.4(3)), la larghezza di un calastrello di estremità lungo la membratura non deve essere inferiore ad  $h_0$  e la larghezza di un calastrello intermedio non deve essere inferiore a  $0,5h_0$ , dove  $h_0$  è la distanza fra i baricentri dei correnti.
- (6) Ad eccezione del caso in cui la flessibilità dei calastrelli sia esplicitamente tenuta in considerazione nella valutazione di  $S_v$ , i calastrelli devono pure soddisfare la relazione:

$$\frac{n I_b}{h_0} \geq 10 \frac{I_f}{a}$$

- dove  $I_b$  è il momento d'inerzia nel-piano di un calastrello;  
 $I_f$  è il momento d'inerzia nel-piano di un corrente;  
 $h_0$  è la distanza fra i baricentri dei correnti;  
 $a$  è la lunghezza di sistema fra i baricentri dei calastrelli;  
ed  $n$  è il numero dei piani di calastrelli.

### 5.9.3.3 Momento d'inerzia della sezione.

- (1) Il momento d'inerzia efficace nel-piano  $I_{eff}$  di una membratura compressa calastrellata con due elementi principali deve essere assunto pari a:

$$I_{eff} = 0,5 h_0^2 A_c + 2 \mu I_f$$

con  $\mu$  ottenuto dalle seguenti relazioni:

$$\begin{aligned} \text{per } \lambda \leq 75 & \quad \text{allora : } \mu = 1 \\ \text{per } 75 < \lambda < 150 & \quad \text{allora : } \mu = 2 - \lambda/75 \\ \text{per } \lambda \geq 150 & \quad \text{allora : } \mu = 0 \end{aligned}$$

nelle quali  $\lambda = l/i_0$

dove  $A_c$  è l'area della sezione trasversale di un corrente;

$I_f$  è il momento d'inerzia di un corrente;

$h_0$  è la distanza fra i baricentri dei correnti;

$$i_0 = [0,5 I_f/A_c]^{1/2}$$

e  $I_1$  è il valore di  $I_{eff}$  con  $\mu = 1$ .

### 5.9.3.4 Forze nella mezzaria dei correnti.

- (1) La forza nella mezzaria del corrente  $N_{f,sd}$  deve essere determinata mediante la relazione:

$$N_{f,sd} = 0,5 (N_{sd} + M_s h_0 A_c / I_{eff})$$

dove  $M_s = N_{sd} e_0 / (1 - N_{sd}/N_{cr} - N_{sd}/S_v)$

$$e_0 = l/500 \quad (\text{vedere il punto 5.9.1})$$

$$N_{cr} = \pi^2 EI_{eff} / l^2$$

- (2) Purchè il criterio indicato al punto 5.9.3.2(6) risulti soddisfatto, la rigidità al taglio  $S_v$  deve essere presa pari a:

$$S_v = 2\pi^4 EI_f / a^2$$

- (3) Qualora il criterio fornito al punto 5.9.3.2(6) non risulti soddisfatto, si deve tenere in considerazione la flessibilità dei calastrelli ottenendo  $S_v$  dalla relazione:

$$S_v = \frac{24EI_f}{a^2 \left[ 1 + \frac{2I_f}{nI_b} \cdot \frac{h_0}{a} \right]} \quad \text{con la limitazione } S_v \leq \frac{2\pi^4 EI_f}{a^2}$$

### 5.9.3.5 Resistenza all'instabilità dei correnti.

- (1) La lunghezza di libera inflessione di un corrente nel piano dei calastrelli deve essere presa pari alla lunghezza di sistema  $a$  fra i baricentri dei calastrelli.

# Stabilità – Aste composte

## 5.9.3.6 Momenti e forze di taglio prodotti dalla calastrellatura.

- (1) I calastrelli, i loro collegamenti ai correnti ed i correnti stessi devono essere verificati per i momenti e le forze nel pannello terminale indicato nella Figura 5.9.5, dove la forza interna  $V_s$  si considera pari a :

$$V_s = \pi M_s / \ell$$

con  $M_s$  ricavato dal punto 5.9.3.4.

- (2) Per questa verifica la forza assiale in ciascun corrente può essere presa pari a  $0,5N_s$ , anche quando vi sono solo tre pannelli lungo lo sviluppo della membratura.
- (3) Nel caso di correnti aventi sezione trasversale non simmetrica (quali le sezioni a C), per questa verifica i momenti resistenti plastici ridotti da impiegare nell'espressione riportata al punto 5.4.0.1(11) possono essere presi come il valore medio fra i momenti flettenti positivo e negativo.

## 5.9.4 Membrature composte da elementi ravvicinati.

- (1) Le membrature composte composte, quali quelle mostrate nella Figura 5.9.6 aventi i componenti principali in contatto o posti a breve distanza e collegati mediante imbottiture, non è necessario che siano trattate come membrature calastrellate purché i componenti siano collegati a mezzo di bulloni o saldature ad interasse non maggiore di  $15i_{min}$ , dove  $i_{min}$  è il raggio di inerzia minimo del componente principale.
- (2) I bulloni di interconnessione o le saldature devono essere calcolate per trasmettere il taglio longitudinale fra i componenti principali derivante dalla azione tagliante  $V_s$ .
- (3)  $V_s$  può essere preso pari a 2,5% della forza assiale nella membratura. In alternativa  $V_s$  può essere determinato come indicato al punto 5.9.3.6.
- (4) Il taglio longitudinale per ciascun collegamento può essere preso pari a  $0,25V_s a / i_{min}$ , dove  $a$  è la lunghezza di sistema dei componenti principali fra i centri dei collegamenti.

## 5.9.5 Membrature in angolari calastrellati posti a croce.

- (1) Le membrature composte composte da due angolari simili, collegati mediante coppie di calastrelli in due piani perpendicolari come mostrato nella Figura 5.9.7, possono essere verificati per l'instabilità intorno all'asse  $y-y$  come un'unica membratura singola, purché le lunghezze di libera inflessione nei due piani perpendicolari  $y-y$  e  $z-z$  siano uguali ed a condizione che l'interasse fra le coppie di calastrelli non sia maggiore di  $70i_{min}$ , dove  $i_{min}$  è il raggio di inerzia minimo di un angolare.
- (2) Nel caso di angolari a lati disuguali si può assumere che :
- $$i_y = i_0 / 1,15$$
- dove  $i_0$  è il raggio di inerzia minimo della membratura composta.

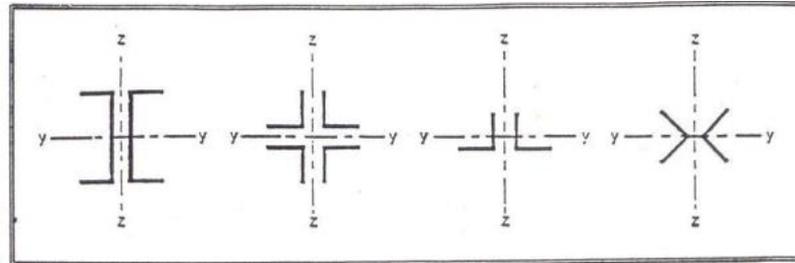


Figura 5.9.6 - Membrature composte da elementi ravvicinati.

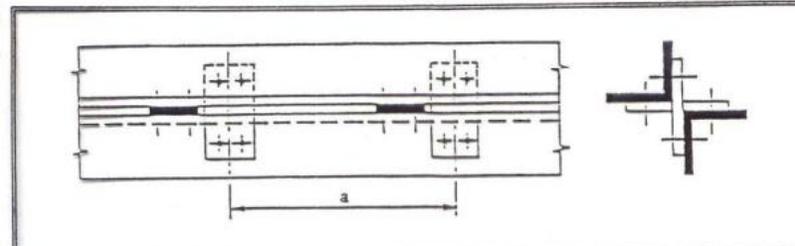


Figura 5.9.7 - Membrature in angolari calastrellati posti a croce.

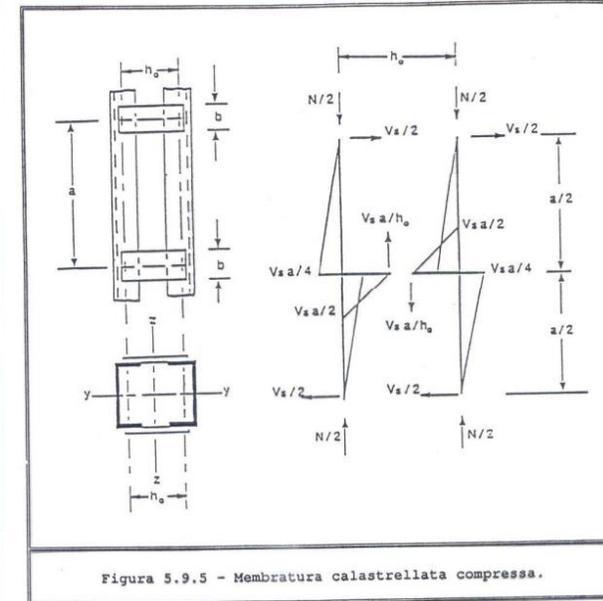


Figura 5.9.5 - Membratura calastrellata compressa.