

# **SPINTA DELLE TERRE ED OPERE DI SOSTEGNO**

Prof. Ing. Geol. Eugenio Castelli

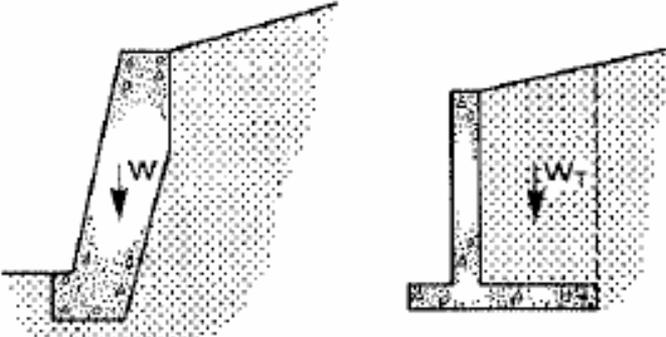
Le NTC2018 (par. 6.5) definiscono le opere di sostegno come **opere geotecniche atte "a sostenere in sicurezza un corpo di terreno o di materiale con comportamento simile"**; **si tratta sostanzialmente di strutture in grado di sostenere le spinte esercitate da un fronte di terreno instabile.**

Le **opere di sostegno** hanno quindi la finalità di sostenere in sicurezza un corpo di terreno e sono costituite da elementi che **ricevono azioni imposte dal terreno sostenuto.**

Generalmente si considerano opere di sostegno le seguenti **tipologie (NTC, 2018):**

- **muri**, per i quali **la funzione di sostegno è affidata al peso proprio del muro e a quello del terreno direttamente agente su di esso** (muri a gravità, muri a mensola posteriore, muri a contrafforti);
- **paratie**, per le quali **la funzione di sostegno è assicurata principalmente dalla resistenza del volume di terreno posto innanzi l'opera e da eventuali elementi strutturali quali ancoraggi, puntoni, setti**;
- **strutture miste**, che esplicano la **funzione di sostegno anche per effetto di trattamenti di miglioramento e per la presenza di particolari elementi di rinforzo e collegamento** (ad esempio, scavi puntellati, terra armata, terra rinforzata con geosintetici, muri cellulari, parete chiodata).

**OPERE DI SOSTEGNO RIGIDE**

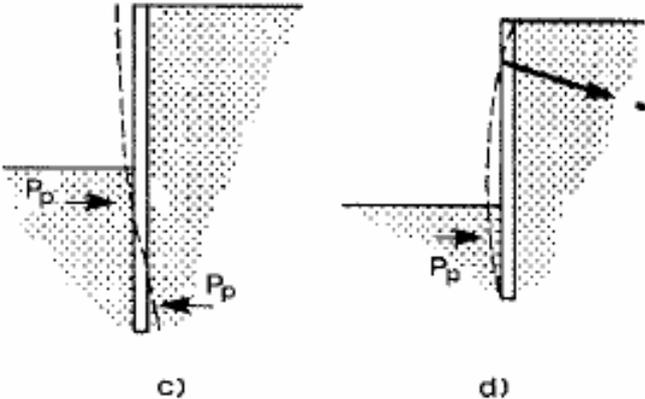


**Muro a gravità**  
Gravity Retaining wall

**Muro a mensola in c.a.**  
Cantilever retaining wall

La stabilità è **legata al peso W** dell'opera stessa o al peso  $W_T$  del terreno che grava sulla suola di fondazione.

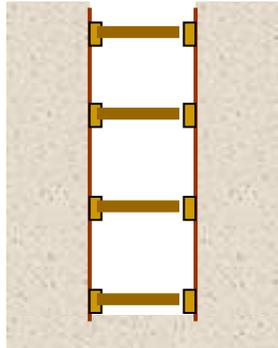
**OPERE DI SOSTEGNO FLESSIBILI**



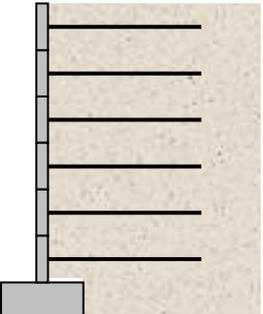
La stabilità è assicurata dalla mobilitazione della **resistenza passiva** nella parte infissa e dalla eventuale presenza di altri vincoli come, ad esempio, un sistema di ancoraggio.

L'entità e la distribuzione delle azioni che il terreno esercita sull'opera sono legate all'entità e al tipo di movimento che l'opera manifesta pertanto la determinazione delle azioni del terreno sull'opera di sostegno richiede l'analisi **dell'interazione terreno-struttura**.

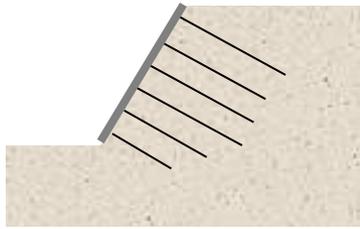
In genere, solo per le opere flessibili si analizzano schemi complessi di interazione utilizzando procedure agli elementi finiti (FEM). Nella maggior parte dei casi si ricorre invece a **soluzioni approssimate** (come quelle ricavabile dell'equilibrio limite globale), la cui validità applicativa ha avuto riscontro in osservazioni del comportamento di strutture in scala reale o modelli.



**Armature degli scavi**  
Braced excavation

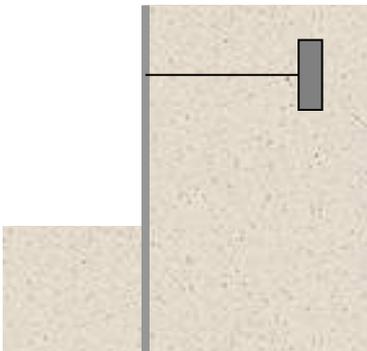


**Muro in terra rinforzata**  
Reinforced earth wall

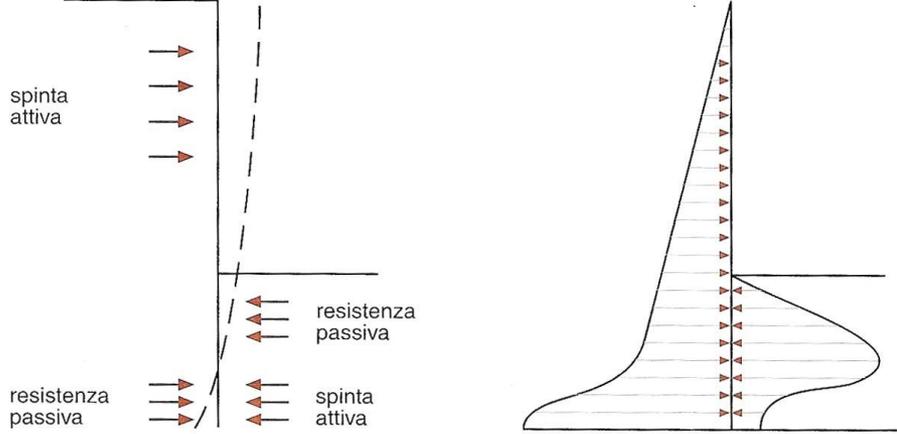


**Parete chiodata**  
Soil nailing

**AZIONI SU UNA PARATIA A SBALZO**



**Paratia ancorata**  
Anchored sheet pile



- Ipotesi: paratia che ruota verso lo scavo (intorno a una profondità  $z_R$ ) e soggetta a:
- spinta attiva a monte e passiva a valle, al di sopra del centro di rotazione ( $z < z_R$ )
  - spinta passiva a monte e attiva a valle, al di sotto del centro di rotazione ( $z > z_R$ )
  - spinta attiva tutta mobilitata, spinta passiva ridotta ( $k_p^* = k_p/F$ , con  $F=1.5 \div 2$ )

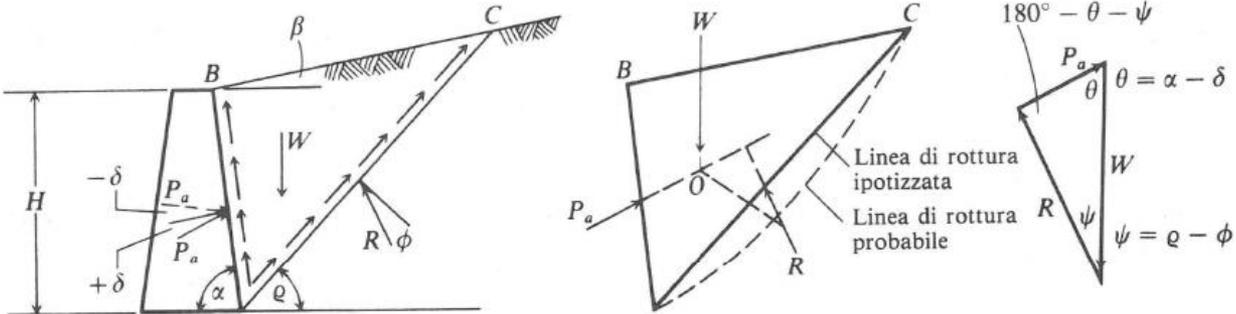
**La pressione laterale del terreno rappresenta un significativo parametro di progetto in svariati problemi ingegneristici.**

Per muri di sostegno e paratie, per scavi puntellati e non, per il calcolo della pressione esercitata sulle pareti di un silo dal materiale in esso contenuto, per la valutazione della pressione della terra o della roccia sulle pareti di gallerie o di altre strutture sotterranee, è necessario poter disporre di **una stima quantitativa della pressione laterale agente su un elemento strutturale**, sia ai fini del progetto che a quelli dell'analisi di stabilità.

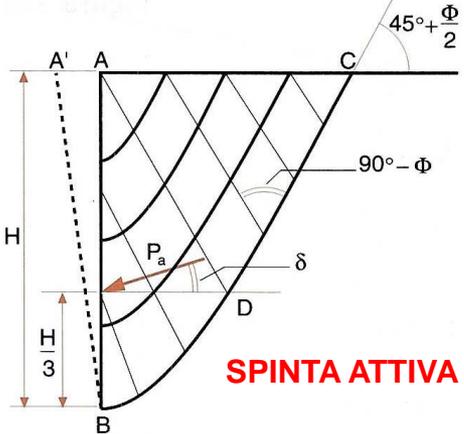
Per la stima della pressione laterale esercitata dal terreno si adotta generalmente il **metodo dell'equilibrio plastico (o limite), come definito dall'involuppo di Mohr**.

**Le pressioni del terreno si manifestano durante gli spostamenti (o deformazioni) del terreno, ma fino a che il terreno non giunge al limite della rottura, come definito dall'involuppo di Mohr, gli sforzi risultano indeterminati.**

Essi sono, in un certo senso, indeterminati anche a rottura, poiché è difficile produrre simultaneamente, in ogni punto del terreno, uno stato di equilibrio plastico; il più delle volte si tratta infatti di un fenomeno progressivo. Tuttavia **è pratica comune effettuare questa analisi con riferimento a una situazione ideale, sia per ragioni di convenienza che per limitazioni che si hanno nel ricavare i necessari parametri del terreno con un livello elevato di affidabilità.**



**SPINTA ATTIVA**



**SPINTA ATTIVA**

**L'attrito terra-muro** produce una inclinazione  $\delta$  delle tensioni di interfaccia e la conseguente rotazione di superfici di rottura e spinta

Cinematismo verso l'esterno:  
 terreno sostenuto verso l'alto dalla parete  
 ↓  
 rotazione della spinta a favore di stabilità  
 Si assume  $\delta = (1/3 \div 2/3) \phi$  al crescere della rugosità della parete

## CRITERI GENERALI DI PROGETTO (NTC2018 6.5.1)

La **scelta del tipo di opera di sostegno** deve essere effettuata in base:

- alle dimensioni e alle esigenze di funzionamento dell'opera,
- alle caratteristiche meccaniche dei terreni in sede e di riporto,
- al regime delle pressioni interstiziali,
- all'interazione con i manufatti circostanti,
- alle condizioni generali di stabilità del sito.

Deve inoltre tener conto dell'incidenza sulla sicurezza di dispositivi complementari (quali rinforzi, drenaggi, tiranti e ancoraggi) e delle fasi costruttive.

Nei **muri di sostegno**, il terreno di riempimento a tergo del muro deve essere posto in opera con opportuna tecnica di costipamento ed avere granulometria tale da consentire un drenaggio efficace nel tempo. Si può ricorrere all'uso di geotessili, con funzione di separazione e filtrazione, da interporre fra il terreno in sede e quello di riempimento. **Il drenaggio deve essere progettato in modo da risultare efficace in tutto il volume significativo a tergo del muro.**

**Devono essere valutati gli effetti derivanti da parziale perdita di efficacia di dispositivi particolari quali sistemi di drenaggio superficiali e profondi, tiranti ed ancoraggi. Per tutti questi interventi deve essere predisposto un dettagliato piano di controllo e monitoraggio nei casi in cui la loro perdita di efficacia configuri scenari di rischio.**

In **presenza di costruzioni preesistenti**, il comportamento dell'opera di sostegno deve garantirne i previsti livelli di funzionalità e stabilità. In particolare:

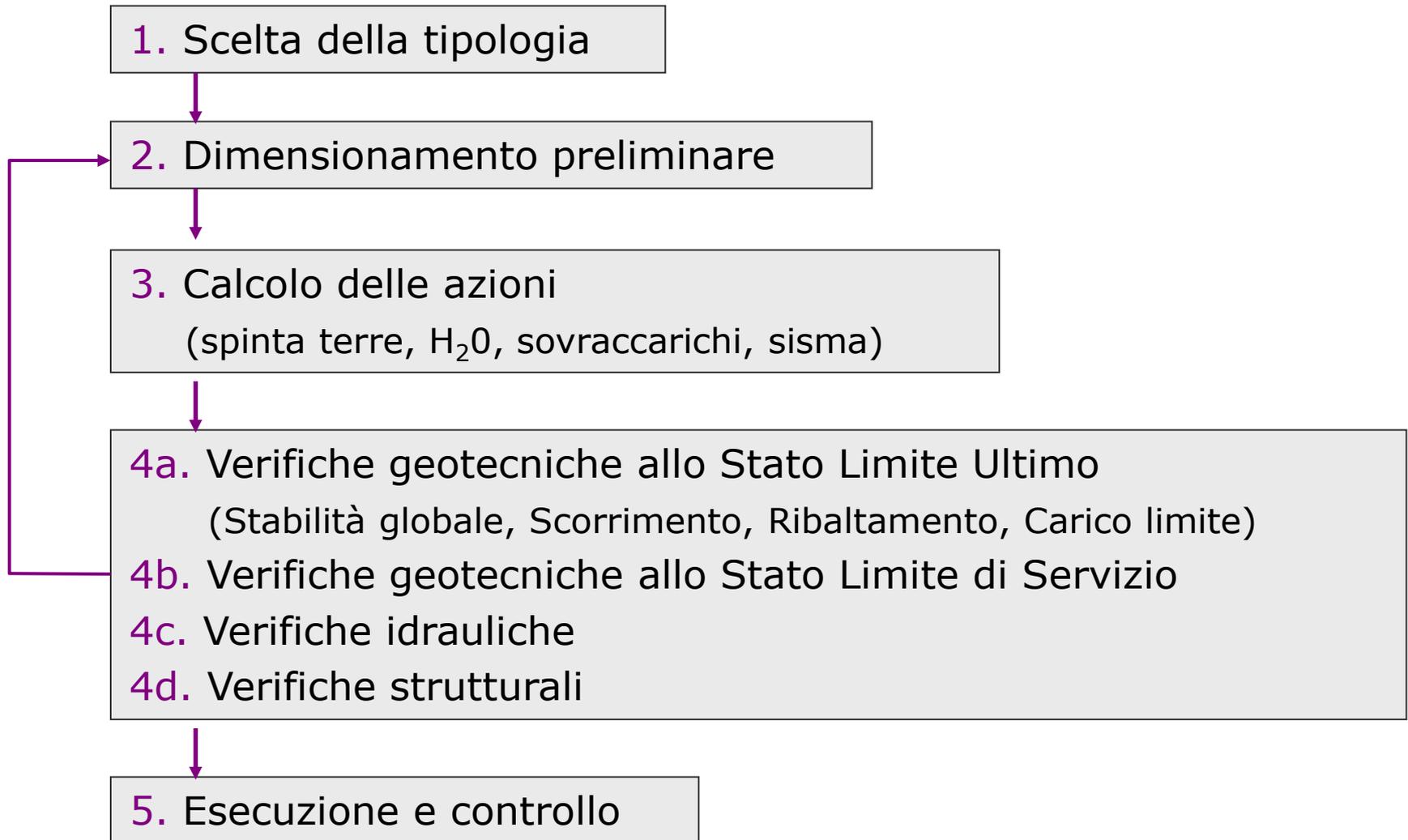
- devono essere valutati gli spostamenti del terreno a tergo dell'opera;
- verificata la loro compatibilità con le condizioni di sicurezza e funzionalità delle costruzioni preesistenti.

Inoltre, nel caso in cui in fase costruttiva o a seguito della adozione di sistemi di drenaggio si determini una **modifica delle pressioni interstiziali nel sottosuolo se ne devono valutare gli effetti, anche in termini di stabilità e funzionalità delle costruzioni preesistenti.**

Le **indagini geotecniche** devono avere **estensione tale** da consentire **la verifica delle condizioni di stabilità locale e globale del complesso opera-terreno, tenuto conto anche di eventuali moti di filtrazione.**

Devono essere prescritte le caratteristiche fisiche e meccaniche dei materiali di riempimento.

## FASI DEL PROGETTO DI STRUTTURE DI SOSTEGNO



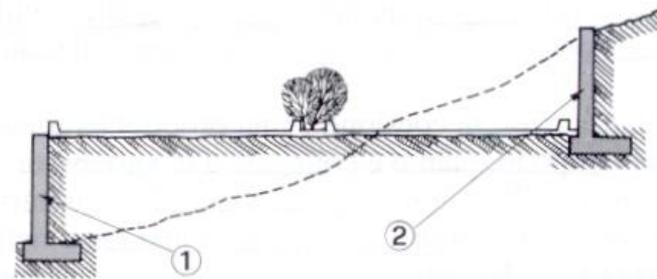
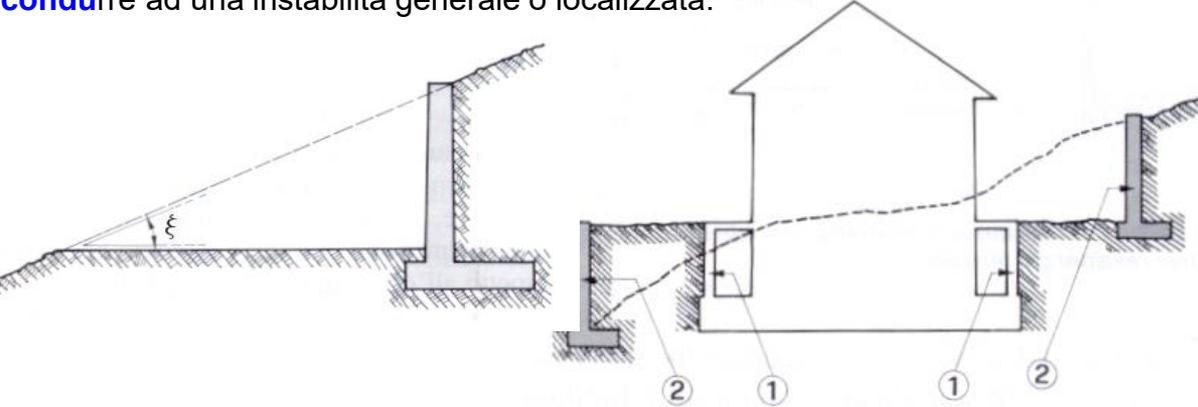
I muri di sostegno hanno lo scopo di prevenire lo smottamento di pendii naturali ripidi o di assicurare la stabilità di pendii artificiali sagomati con pendenze superiori alla pendenza di equilibrio naturale.

Da questo punto di vista si distinguono:

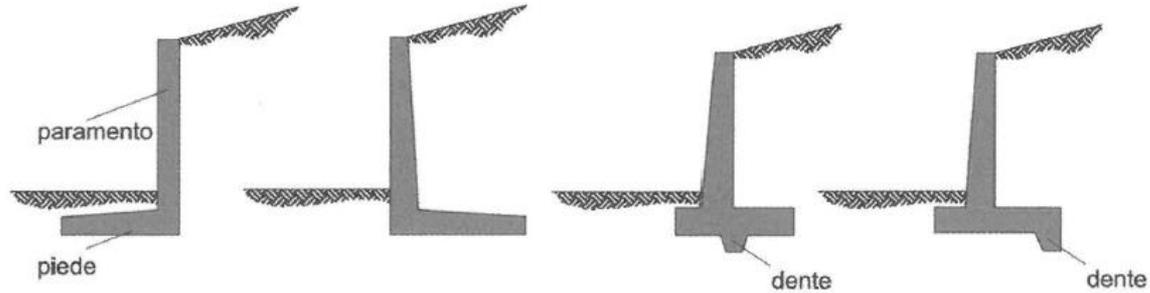
1. i **muri di sostegno in rilevato o di sottoscarpa**, che consentono di formare una piattaforma a monte;
2. i **muri di sostegno in sterro o di controripa**, che consentono di formare una piattaforma a valle.

In entrambi i casi, occorre prima procedere ad uno sbancamento, per liberare lo spazio ove costruire il muro, poi costruire il muro propriamente detto, e infine porre in opera il terreno di riempimento a tergo con le eventuali opere di drenaggio.

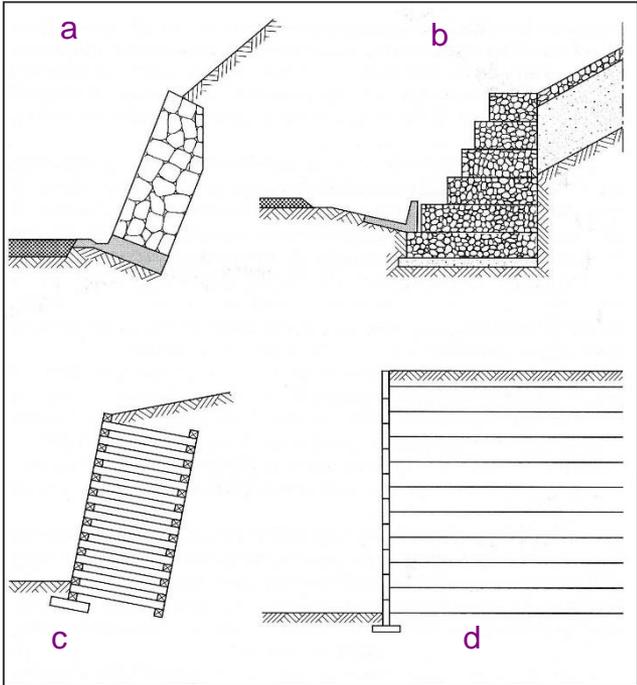
**La realizzazione di un muro di sostegno modifica le condizioni di equilibrio generale del pendio, e tali modifiche possono condurre ad una instabilità generale o localizzata.**



**GEOMETRIE DI MURI PARATERRE**



**MURI DI TIPO SPECIALE**

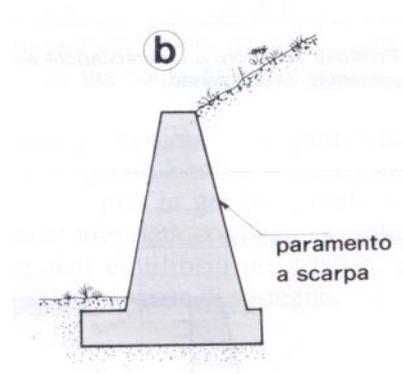
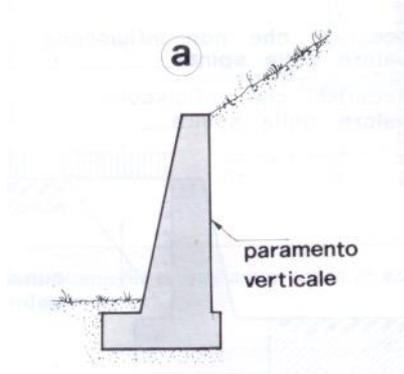


- a. in pietrame - scogliere
- b. gabbioni di pietrame o ghiaia
- c. crib-walls di elementi prefabbricati
- d. terra armata

# MURI A GRAVITÀ CON VARI PARAMENTI INTERNI-ESTERNI

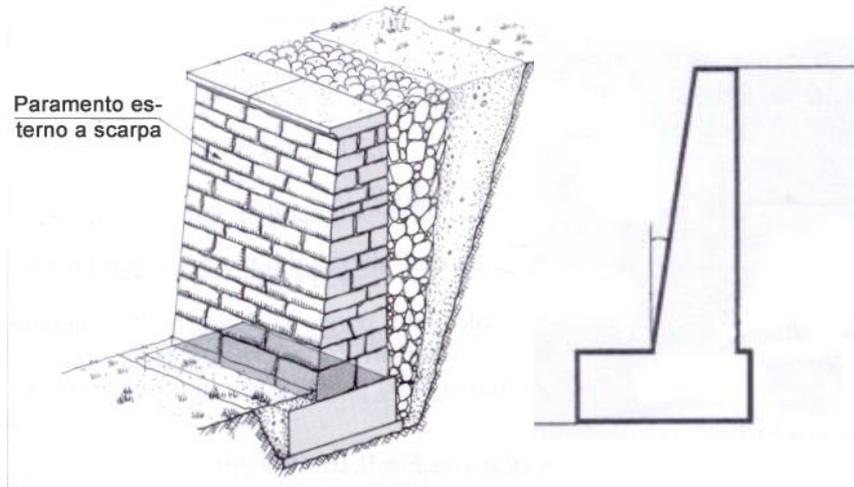
In base alla *forma della sezione* possiamo avere:

- **muri con paramento interno:**
  - verticale
  - a scarpa
  - a strapiombo



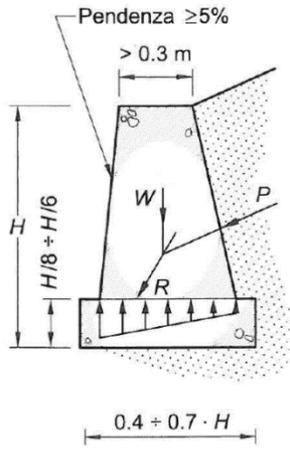
- **muri con paramento esterno:**

- a scarpa (muratura)



Le strutture di sostegno sono opere in grado di garantire stabilità a un fronte di terreno potenzialmente instabile. I **muri a gravità** (figura a) sono strutture in pietrame o in calcestruzzo, che **risultano stabili in virtù del peso proprio**. Il meccanismo di funzionamento prevede infatti che esse **possano riportare in fondazione la spinta sub-orizzontale esercitata dal terreno**, componendola con il peso proprio e trasformandola in una forza sub-verticale la cui retta d'azione deve intersecare l'area di impronta della fondazione stessa. **Se il muro è in pietrame o in calcestruzzo non armato, le dimensioni sono fissate dal criterio che in nessuna sezione si producano sforzi di trazione.**

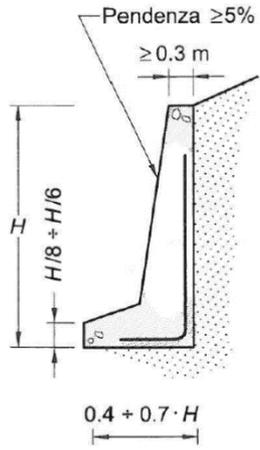
L'introduzione di armatura nella zona tesa consente di realizzare strutture progressivamente più snelle (figura b), fino a ottenere la configurazione di **muro a mensola** (figura c), che sfrutta per la stabilità il peso del terreno che insiste sulla sua soola di fondazione. I **muri a contrafforti** (o speroni) (figura d) si differenziano dai muri a mensola per la presenza di elementi irrigiditi, inseriti a sostegno della lastra verticale.



(a)

Muro a gravità

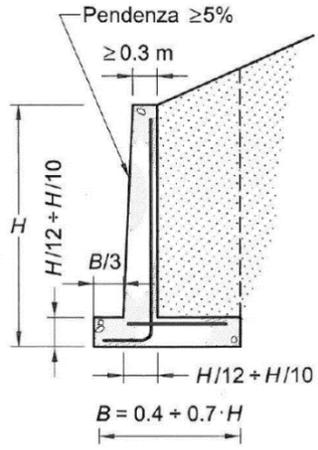
Dimensionati in modo tale che la risultante R non produca in alcuna sezione tensioni di trazione.



(b)

Muro a semi gravità

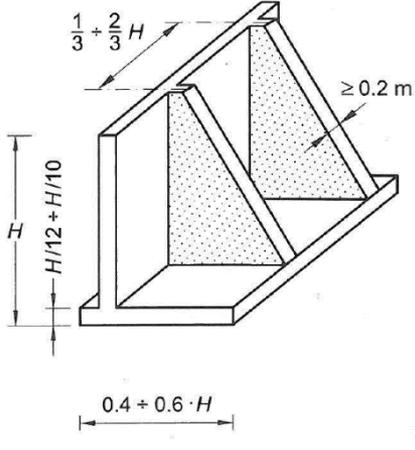
Per ridurre la massa di calcestruzzo consente di armare debolmente



(c)

Muro a mensola

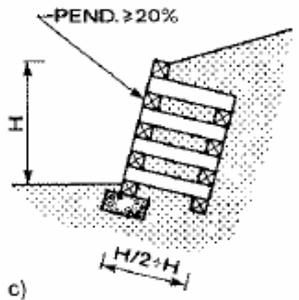
Soluzione ricorrente ed economica fino a 6-7m.



(d)

Muro a contrafforti

Soluzione a mensola per H > 6-7m.



(e)

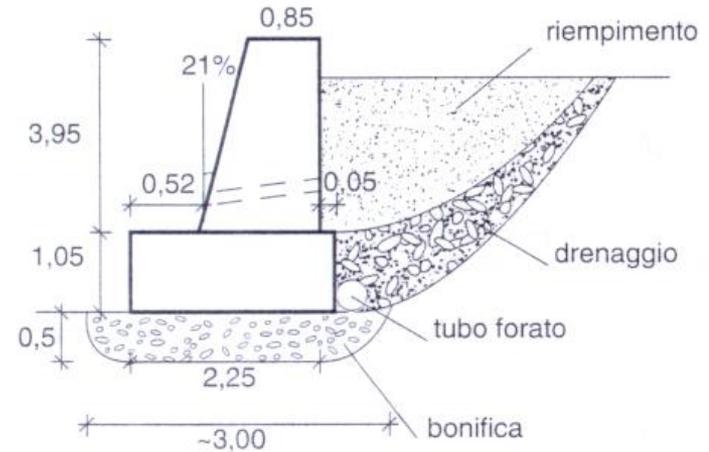
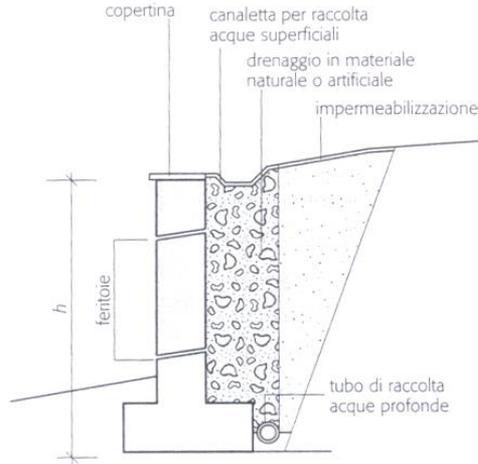
Muro cellulare

Elementi prefabbricati riempiti da materiale drenante.

# FUNZIONAMENTO

In genere la distinzione più importante tuttavia è in base al *funzionamento*, secondo la quale i muri si distinguono in:

- **muri a gravità**, sono strutture massicce che si oppongono alla spinta del terreno grazie al *proprio peso*; perlopiù in muratura o in calcestruzzo (con pietrame affogato o poco armato) che resistono alla spinta del terreno grazie alla propria massa e al proprio peso. In genere, possono raggiungere altezze massime di 2 metri se hanno sezione rettangolare o di 5 metri se hanno sezione trapezia.

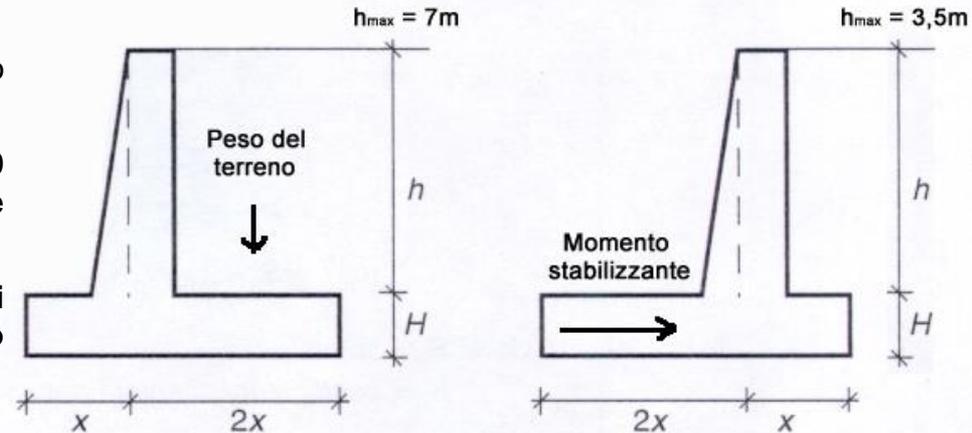


- **muri a mensola**, sono strutture elastiche che funzionano come mensole infisse nel terreno, e che si oppongono alla spinta del terreno grazie all'apporto delle *ali di fondazione*, che possono essere di monte o di valle. I muri a mensola sono strutture sottili ed elastiche, in calcestruzzo armato. Possono avere l'*ala di base maggiore a monte* (nel qual caso sfruttano come elemento stabilizzante il terreno gravante su tale ala) o l'*ala di base maggiore a valle* (nel qual caso sfruttano come elemento stabilizzante il momento generato da tale ala).

I più semplici, con sezione a L, possono raggiungere altezze fino a 3,5 metri se con ala a valle o di 7 metri se con ala a monte.

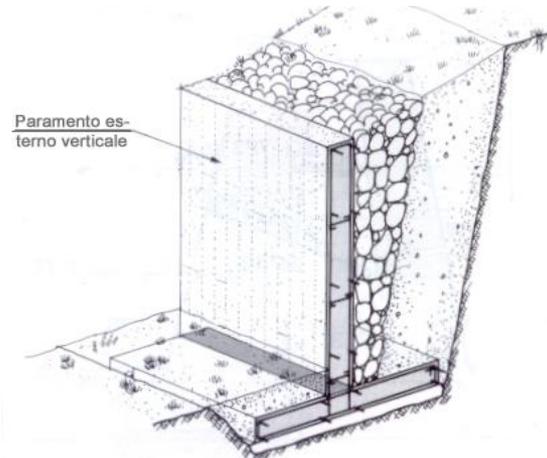
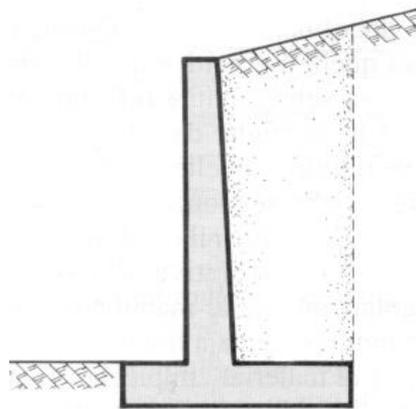
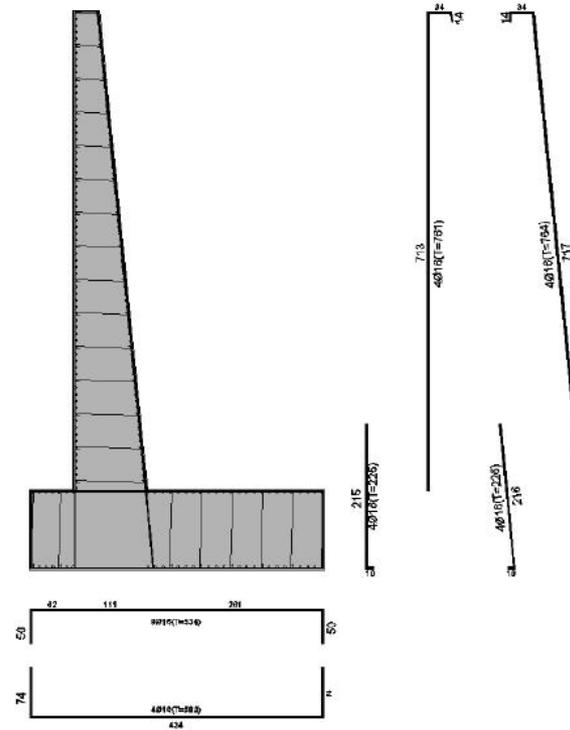
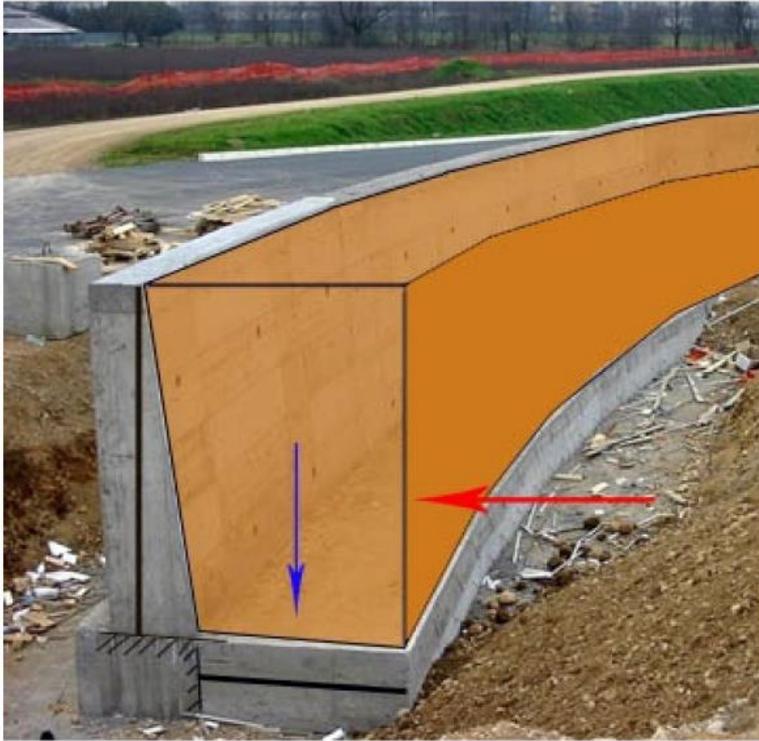
Quelli con contrafforti interni possono raggiungere altezze di 10 metri; quelli con contrafforti esterni possono raggiungere altezze di 12 metri.

I muri a mensola sono ovviamente più difficili e dispendiosi da realizzare rispetto a quelli a gravità, perché richiedono materiali più costosi e manodopera specializzata.



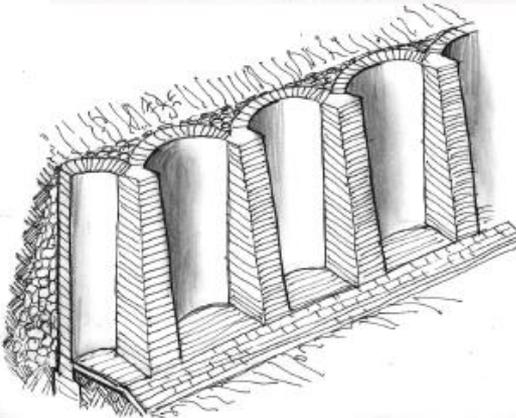
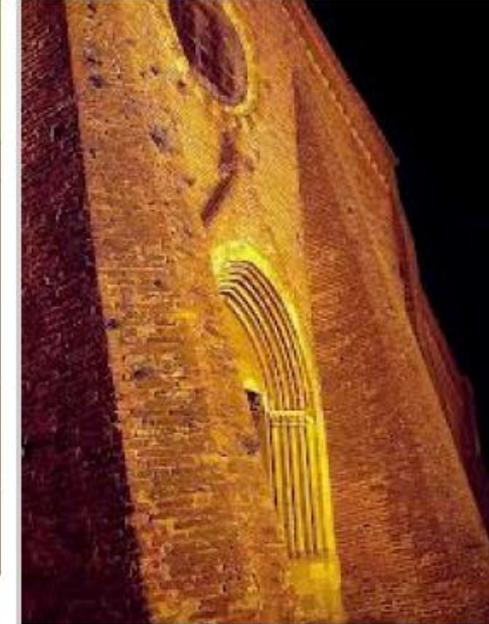
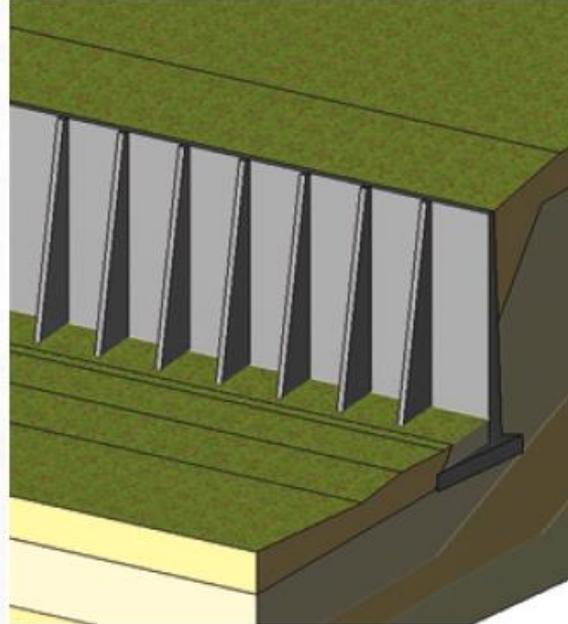
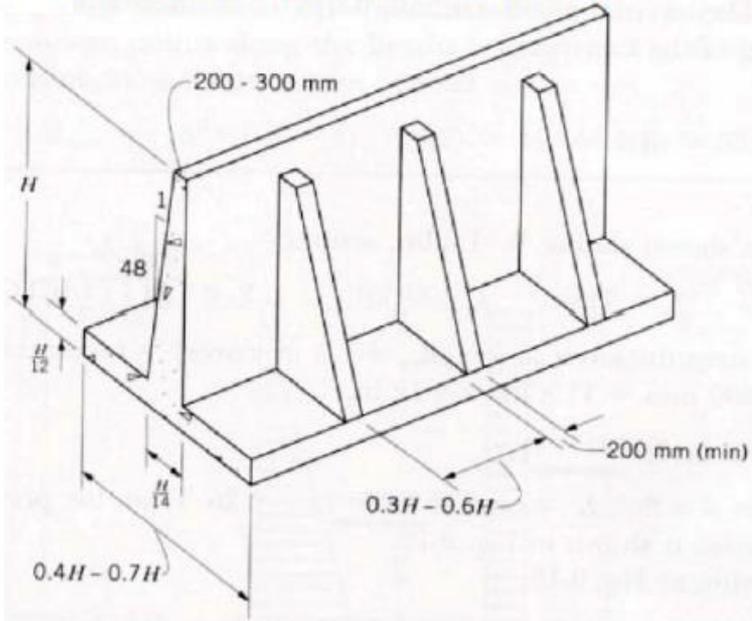
## Muri a mensola

I muri a mensola sono in **calcestruzzo armato** e sfruttano per la stabilità il peso del terreno che grava sopra la suola di fondazione. Hanno in elevazione una mensola verticale e in fondazione una suola orizzontale in cui le tensioni di trazione sono assorbite dalle barre di armatura che permettono dunque di ridurre le dimensioni delle sezioni rispetto ai muri a gravità.

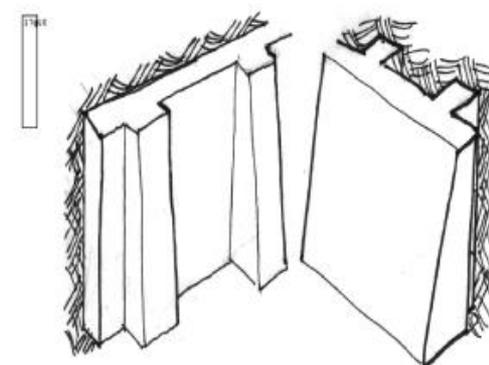
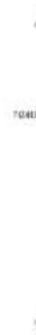
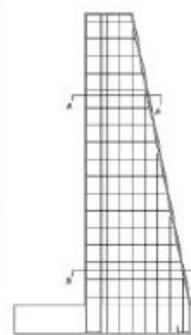
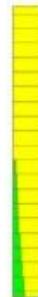
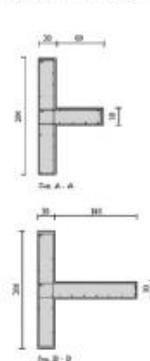


## Muri con contrafforti

Per altezze elevate, anche in relazione all'intensità del sovraccarico sul terrapieno, si può ricorrere all'uso di **contrafforti**, costituiti da setti verticali, disposti perpendicolarmente al paramento, esternamente o internamente, con funzione di rinforzo.

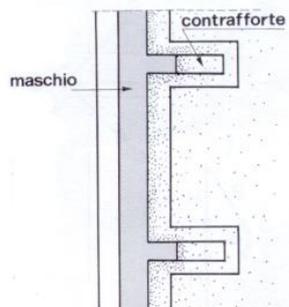
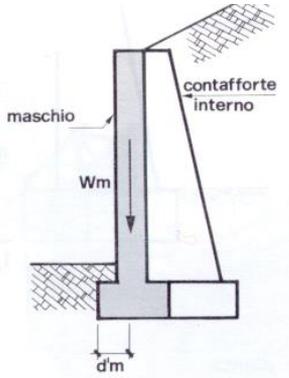
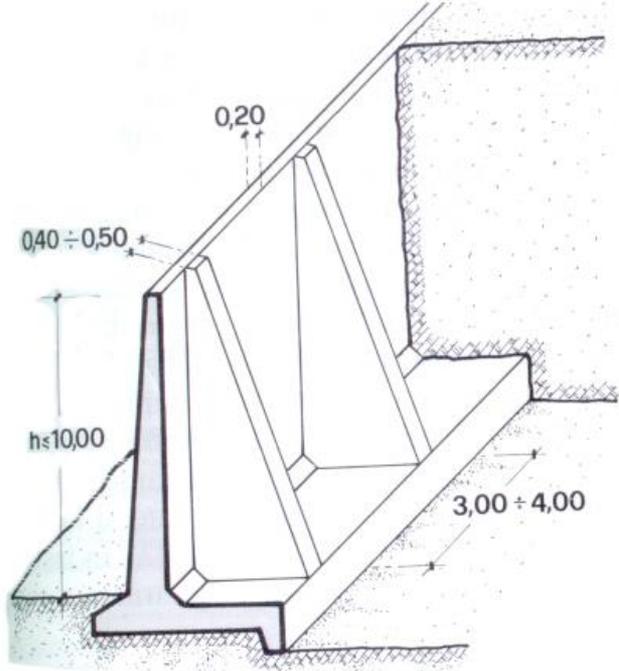
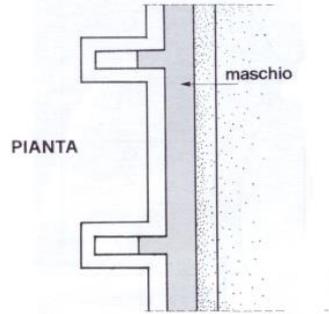
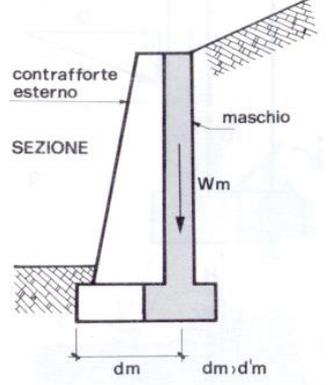
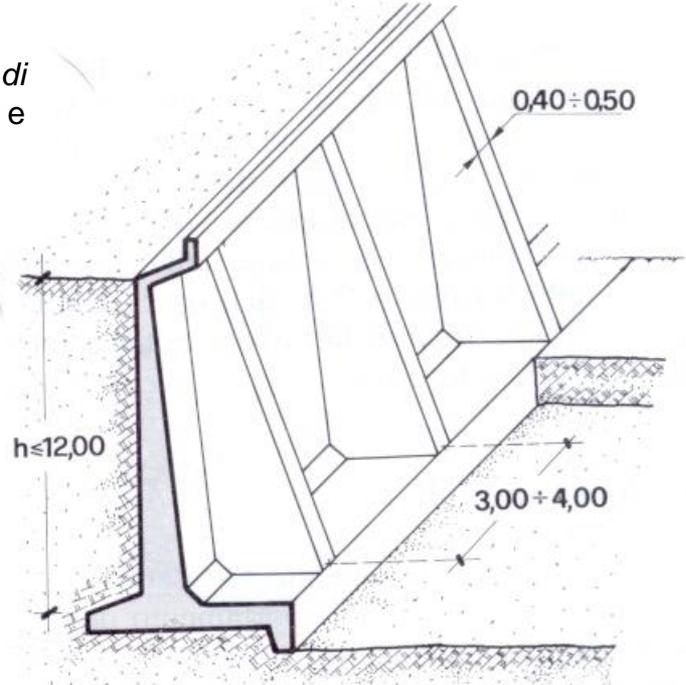


Sezioni trasversali



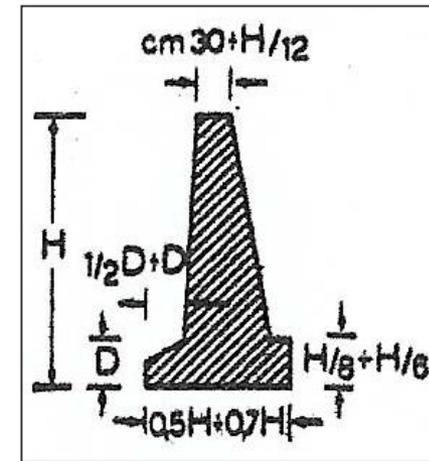
I muri a mensola possono essere dotati di *denti di fondazione* che migliorano la stabilità allo slittamento e di *contrafforti di irrigidimento* interni o esterni.

**CONTRAFFORTI ESTERNI**



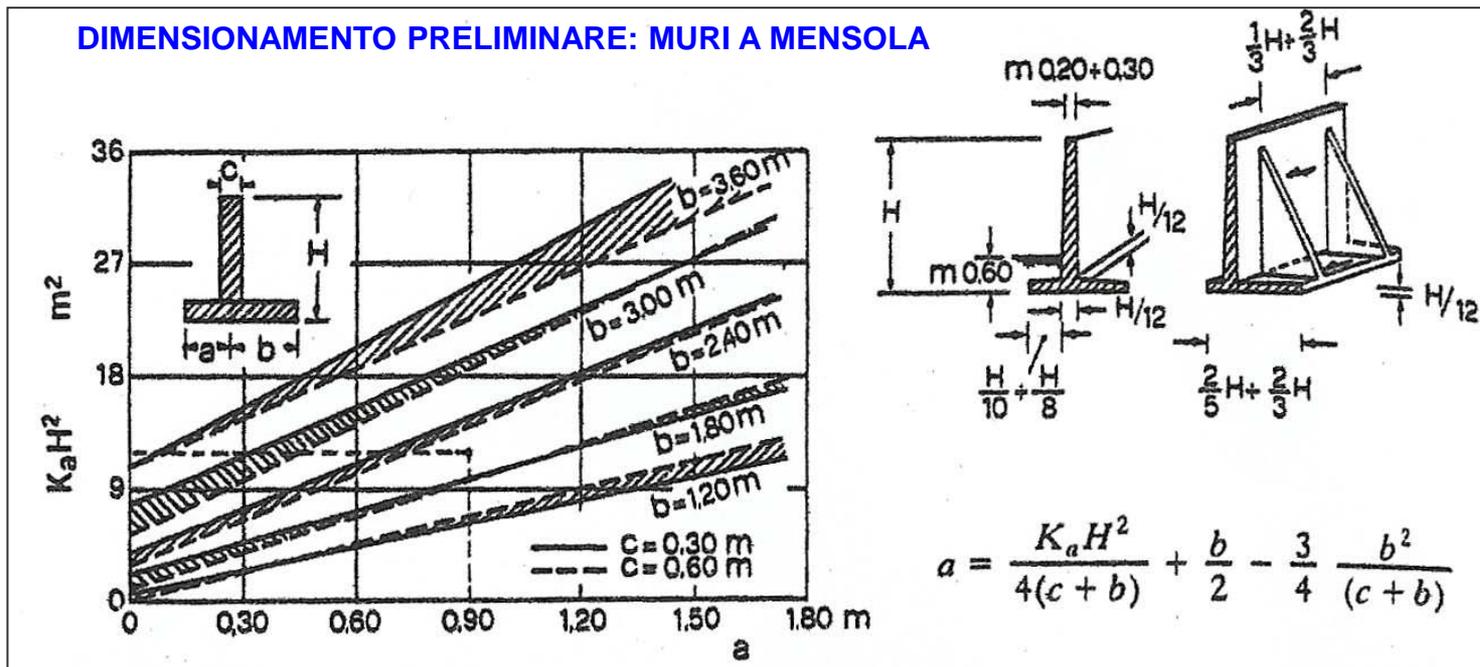
**CONTRAFFORTI INTERNI**

## DIMENSIONAMENTO PRELIMINARE: MURI A GRAVITÀ MASSICCI



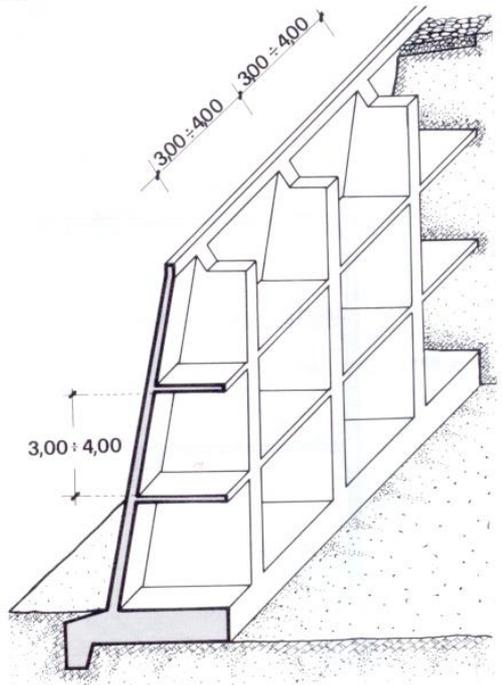
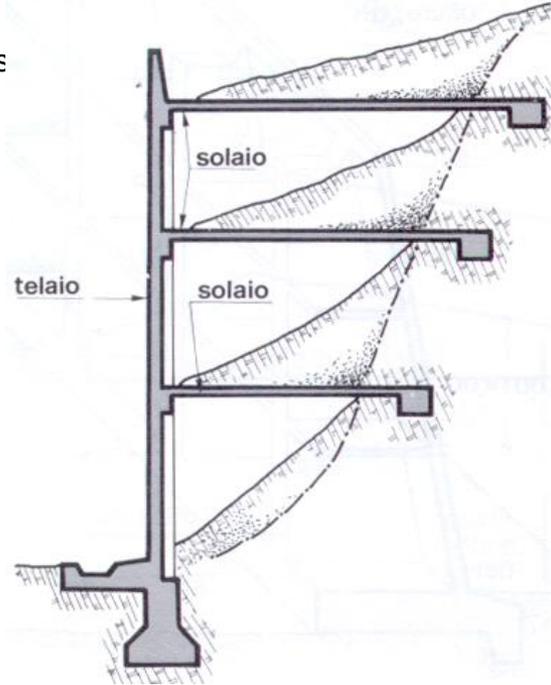
dimensioni tipiche

## DIMENSIONAMENTO PRELIMINARE: MURI A MENSOLA

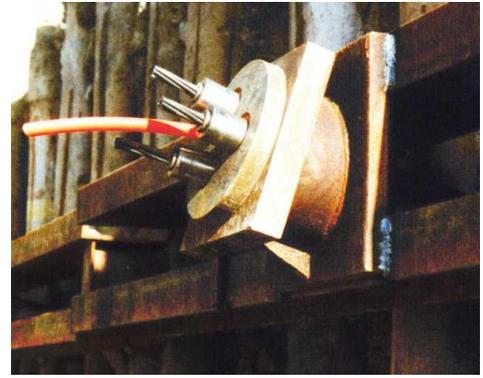
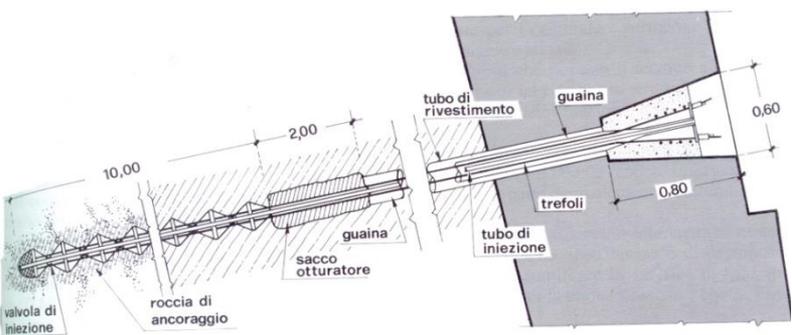
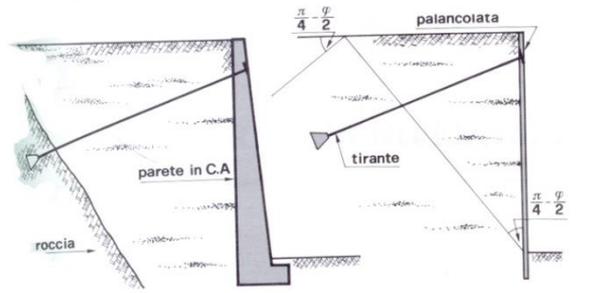


dimensioni  $a$  e  $b$  degli sbalzi nell'ipotesi di risultante nel terzo medio della base

Per altezze superiori a 7 metri è necessario realizzare strutture complesse con *costoloni* e *solette di irrigidimento* s verticali che orizzontali.

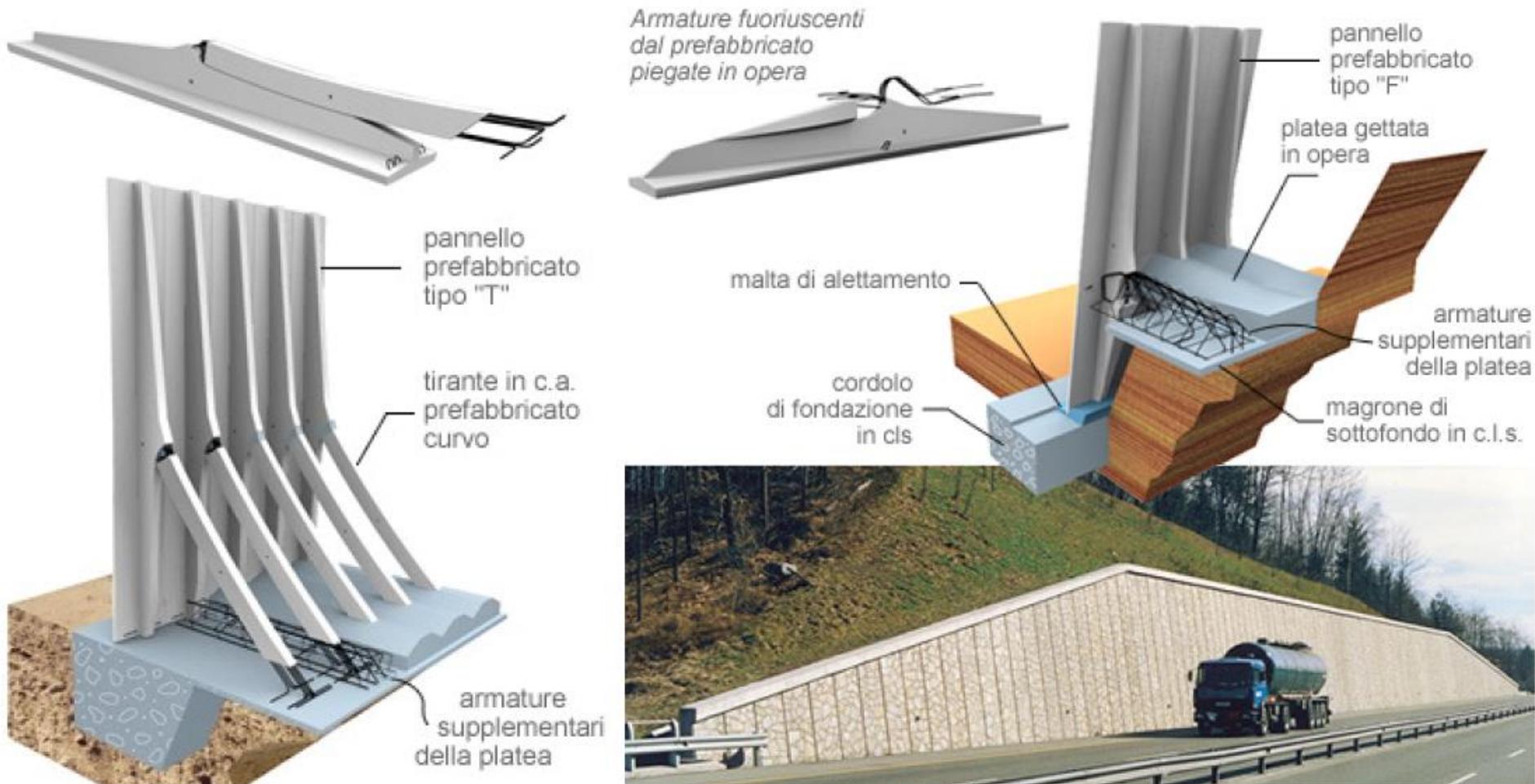


Nei muri di sostegno di grande altezza si usano poi ulteriori accorgimenti per stabilizzare la parete, quali *tiranti metallici* ancorati in zone stabili e profonde di roccia alle spalle del muro.



## Muri prefabbricati

Sono costituiti da una successione di pannelli modulari (larghezza: 1.25 - 2.50 m) a tutta altezza, provvisti dalla parte del terrapieno di una costola di irrigidimento che si estende dalla base alla cima. Essi sono posati su un cordolo di fondazione preventivamente gettato in opera e successivamente ancorati mediante il getto di una platea stabilizzatrice in cemento armato che a opera compiuta risulta sotto il terrapieno.



## ALTEZZA DELL'OPERA DI SOSTEGNO RISPETTO AL TERRAPIENO

In base all'*altezza* possiamo avere:

- *pareti a tutt'altezza*, alte come il terrapieno da sostenere;

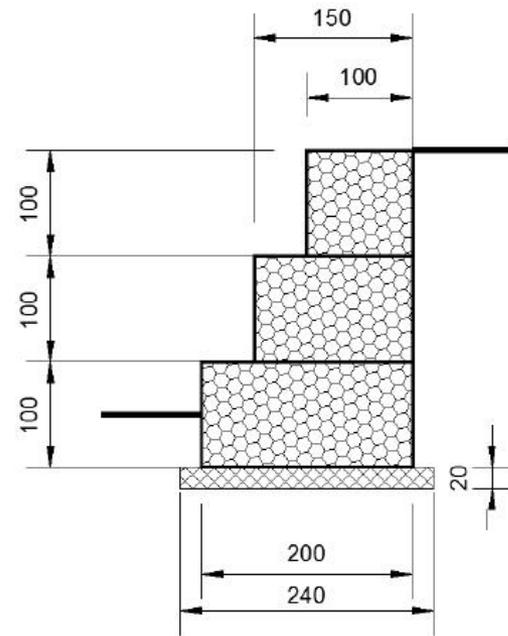
- *pareti di sottoscarpa* o *di unghia*, che sostengono porzioni della scarpata interrompendone la continuità;

- *pareti di controripa*, che sostengono lo sterro solo nella sua zona inferiore.



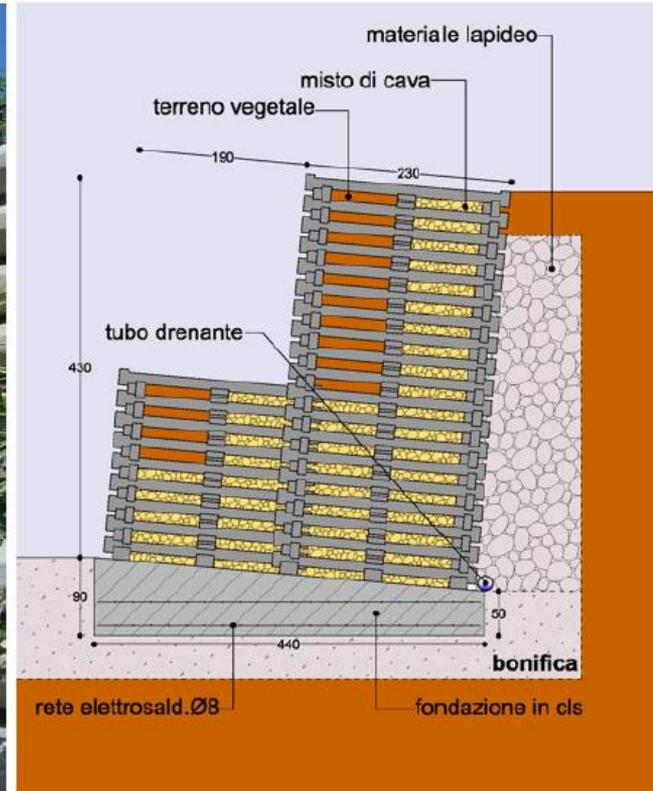
## Muri in gabbioni

Un muro in **gabbioni** è formato da gabbie metalliche costituite riempite di pietrame. Le gabbie hanno solitamente dimensione 1.00x1.00x1.00 m; 1.00x1.00x1.50 m o 1.00x1.00x2.00 m. La faccia esterna, o interna, di solito è rastremata sfalsando i gabbioni ad ogni strato successivo. I muri in gabbioni sono **flessibili**, cioè si adattano alle deformazioni del terreno, e molto **permeabili**.



## Muri cellulari (crib walls)

I muri cellulari (o crib-walls) consistono in una serie di gabbie (box) in legno, cls prefabbricato o acciaio poste l'una sull'altra a formare un reticolo spaziale che viene riempito di materiale drenante. Gli interspazi fra una gabbia e l'altra possono essere piantumati con vegetazione adatta che consente a queste strutture di inserirsi bene nel paesaggio circostante.



## Muri in terra armata/rinforzata

Sono costituiti da strati di terreno compattato con interposizione elementi di rinforzo che posso essere barre metalliche (**terra armata**) o da griglie in materiali flessibili (**terra rinforzata**).

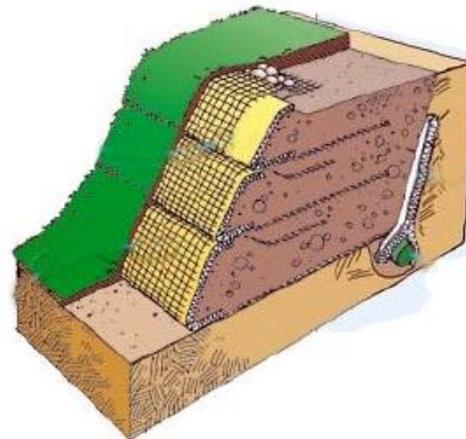
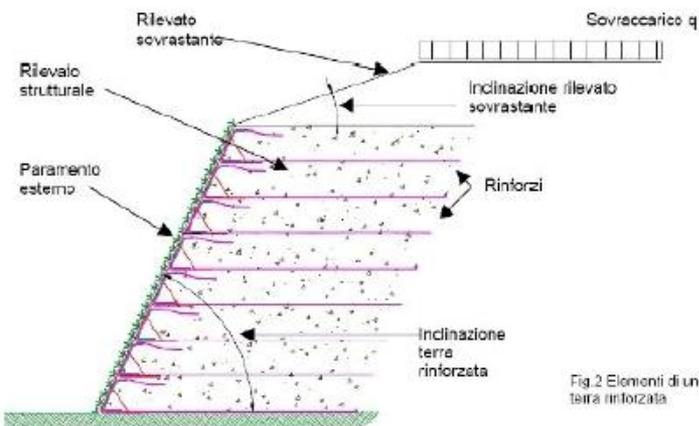
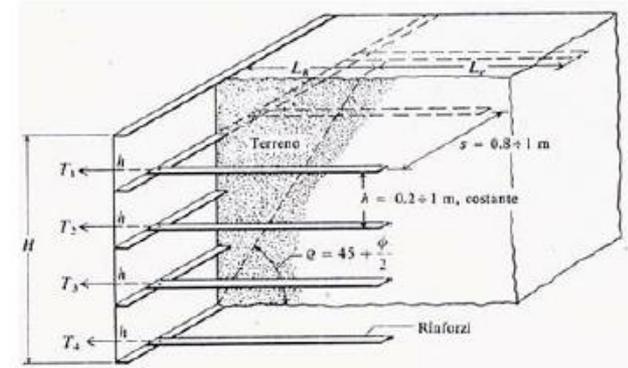
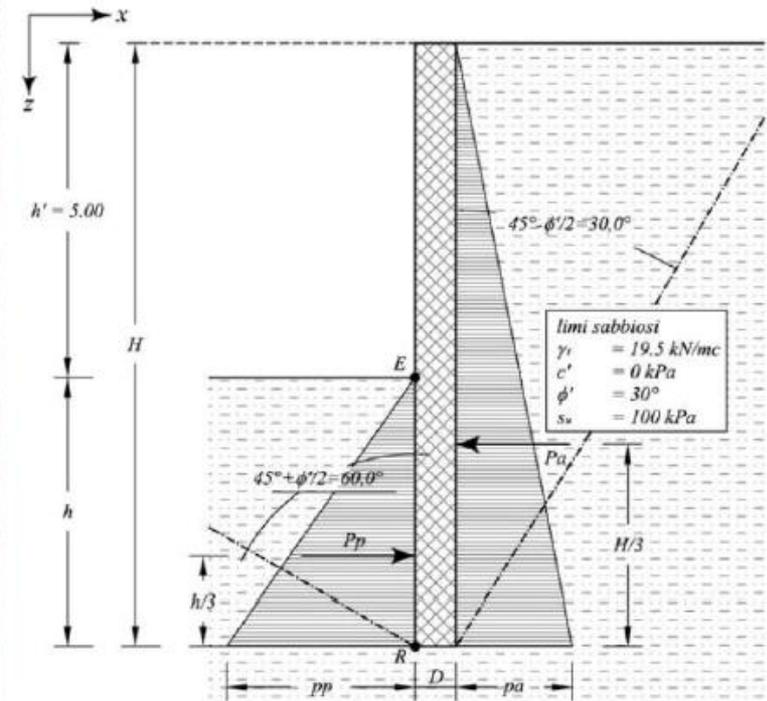


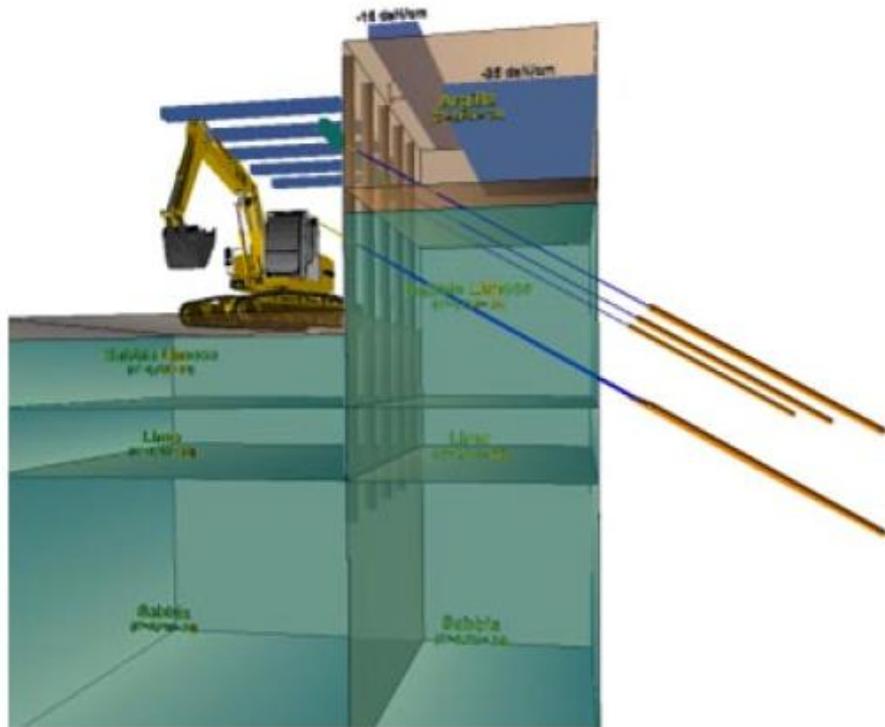
Fig.2 Elementi di una terra rinforzata



## Paratie

Le paratie sono delle opere di sostegno verticali, dotate di grande snellezza ( $H \gg D$ ) e flessibilità. Possono essere realizzate mediante dei **diaframmi** continui in c.a., **palancole** metalliche, **pali** o **micropali** accostati. Si realizzano mediante trivellazione, infissione, scavo mediante idrofresa o benna mordente. Successivamente viene effettuato lo scavo di sbancamento a valle dell'opera fino alla profondità di progetto. La paratia presenta un tratto di infissione, al di sotto del piano di sbancamento, che è fondamentale per l'equilibrio dell'opera basato sul bilanciamento fra la **spinta attiva** del terreno di monte e la reazione (**spinta passiva**) del terreno di valle. Per altezze superiori a 5.00-6.00 m, ed in funzione della tipologia strutturale utilizzata, occorre vincolare la struttura, lungo la sua altezza di scavo, mediante **ancoraggi**.





Paratia di pali accostati



Paratia in diaframmi continui ancorati



Paratia in palancole metalliche

## 2.5. AZIONI SULLE COSTRUZIONI

### 2.5.1. CLASSIFICAZIONE DELLE AZIONI

Si definisce azione ogni causa o insieme di cause capace di indurre stati limite in una struttura.

#### 2.5.1.1 CLASSIFICAZIONE DELLE AZIONI IN BASE AL MODO DI ESPLICARSI

a) *dirette*:

forze concentrate, carichi distribuiti, fissi o mobili;

b) *indirette*:

spostamenti impressi, variazioni di temperatura e di umidità, ritiro, precompressione, cedimenti di vincoli, ecc.

c) *degrado*:

- endogeno: alterazione naturale del materiale di cui è composta l'opera strutturale;

- esogeno: alterazione delle caratteristiche dei materiali costituenti l'opera strutturale, a seguito di agenti esterni.

Relativamente alle **opere di sostegno**, possono essere definite come **azioni dirette**:

- il peso del materiale di riempimento a tergo dell'opera;
- i sovraccarichi, intendendo con tale termine il peso di eventuali elementi quali edifici, veicoli parcheggiati o in movimento, macchine di movimento terra o gru, presenti direttamente a monte dell'opera di sostegno o nelle sue vicinanze;
- il peso dell'acqua (valutato anche in relazione alle sue caratteristiche chimiche).

Possono essere invece definite come **azioni indirette**:

- le forze di collisione, i cui valori di progetto devono tener conto dell'energia assorbita dalla struttura di sostegno durante l'impatto;
- le forze di precompressione e pretensione, legate alla presenza di ancoraggi;
- gli effetti della temperatura, da tenersi in considerazione soprattutto in caso di strutture caratterizzate da ancoraggi o puntoni

Per quanto concerne l'**azione di degrado**, interno e/o causato da agenti esterni (es. climatici), questa si manifesta soprattutto nel caso di strutture miste, quali ad esempio le terre rinforzate i cui rinforzi siano rappresentati da geotessili.

### 2.5.1.2 CLASSIFICAZIONE DELLE AZIONI SECONDO LA RISPOSTA STRUTTURALE

- a) *statiche*: azioni applicate alla struttura che non provocano accelerazioni significative della stessa o di alcune sue parti;
- b) *pseudo statiche*: azioni dinamiche rappresentabili mediante un'azione statica equivalente;
- c) *dinamiche*: azioni che causano significative accelerazioni della struttura o dei suoi componenti.

Tutte le azioni prima citate, a parte le collisioni e l'effetto sismico, possono definirsi **statiche**, cioè azioni che non provocano accelerazioni significative della struttura o di alcune sue parti.

Le **forze di collisione insieme alle azioni sismiche**, si definiscono **dinamiche**, poiché causano significative accelerazioni della struttura o dei suoi componenti.

Esistono inoltre le azioni **pseudostatiche**, che rappresentano azioni dinamiche rappresentabili mediante un'azione statica equivalente.

Più in generale, **nel caso dei muri e delle strutture miste, le azioni vengono definite col termine di "spinte"**, e sono esercitate dal complesso terreno-struttura-sovraccarichi. Tali spinte si scompongono in spinte verticali e orizzontali, e agiscono:

- sul terreno di fondazione
- all'interfaccia fondazione- terreno
- sulla struttura

### **AZIONI (NTC2018 6.5.2)**

Si considerano azioni sull'opera di sostegno quelle dovute al peso proprio del terreno e del materiale di riempimento, ai sovraccarichi, all'acqua, ad eventuali ancoraggi presollecitati, al moto ondoso, ad urti e collisioni, alle variazioni di temperatura e al ghiaccio.

**SOVRACCARICHI (NTC2018 6-5.2.1)**. Nel valutare il sovraccarico a tergo di un'opera di sostegno si deve tener conto della eventuale presenza di costruzioni, di depositi di materiale, di veicoli in transito, di apparecchi di sollevamento.

**Si deve comunque intendere che il terreno e l'acqua costituiscono carichi permanenti (strutturali) quando, nella modellazione utilizzata, contribuiscono al comportamento dell'opera con le loro caratteristiche di peso, resistenza e rigidezza.**

# CLASSIFICAZIONE DELLE AZIONI (NTC2018 2.5.1.3)

## 2.5.1.3 CLASSIFICAZIONE DELLE AZIONI SECONDO LA VARIAZIONE DELLA LORO INTENSITÀ NEL TEMPO

- a) *permanenti* (G): azioni che agiscono durante tutta la vita nominale di progetto della costruzione, la cui variazione di intensità nel tempo è molto lenta e di modesta entità:
- peso proprio di tutti gli elementi strutturali; peso proprio del terreno, quando pertinente; forze indotte dal terreno (esclusi gli effetti di carichi variabili applicati al terreno); forze risultanti dalla pressione dell'acqua (quando si configurino costanti nel tempo) ( $G_1$ );
  - peso proprio di tutti gli elementi non strutturali ( $G_2$ );
  - spostamenti e deformazioni impressi, incluso il ritiro;
  - presollecitazione (P).

- b) *variabili* (Q): azioni che agiscono con valori istantanei che possono risultare sensibilmente diversi fra loro nel corso della vita nominale della struttura:
- sovraccarichi;
  - azioni del vento;
  - azioni della neve;
  - azioni della temperatura.

Le azioni variabili sono dette di lunga durata se agiscono con un'intensità significativa, anche non continuativamente, per un tempo non trascurabile rispetto alla vita nominale della struttura. Sono dette di breve durata se agiscono per un periodo di tempo breve rispetto alla vita nominale della struttura. A seconda del sito ove sorge la costruzione, una medesima azione climatica può essere di lunga o di breve durata.

- c) *eccezionali* (A): azioni che si verificano solo eccezionalmente nel corso della vita nominale della struttura;
- incendi;
  - esplosioni;
  - urti ed impatti;
- d) *sismiche* (E): azioni derivanti dai terremoti.

Quando rilevante, nella valutazione dell'effetto delle azioni è necessario tenere conto del comportamento dipendente dal tempo dei materiali, come per la viscosità.

I coefficienti  $\gamma_M$  e  $\gamma_R$  sono definiti nei capitoli successivi.

Tab. 2.6.I – Coefficienti parziali per le azioni o per l'effetto delle azioni nelle verifiche SLU

		Coefficiente	EQU	A1	A2
		$\gamma_F$			
Carichi permanenti $G_1$	Favorevoli	$\gamma_{G1}$	0,9	1,0	1,0
	Sfavorevoli		1,1	1,3	1,0
Carichi permanenti non strutturali $G_2^{(1)}$	Favorevoli	$\gamma_{G2}$	0,8	0,8	0,8
	Sfavorevoli		1,5	1,5	1,3
Azioni variabili Q	Favorevoli	$\gamma_Q$	0,0	0,0	0,0
	Sfavorevoli		1,5	1,5	1,3

<sup>(1)</sup> Nel caso in cui l'intensità dei carichi permanenti non strutturali o di una parte di essi (ad es. carichi permanenti portati) sia ben definita in fase di progetto, per detti carichi o per la parte di essi nota si potranno adottare gli stessi coefficienti parziali validi per le azioni permanenti.

Nella Tab. 2.6.I il significato dei simboli è il seguente:

$\gamma_{G1}$  coefficiente parziale dei carichi permanenti  $G_1$ ;

$\gamma_{G2}$  coefficiente parziale dei carichi permanenti non strutturali  $G_2$ ;

$\gamma_Q$  coefficiente parziale delle azioni variabili Q.

Nel caso in cui l'azione sia costituita dalla spinta del terreno, per la scelta dei coefficienti parziali di sicurezza valgono le indicazioni riportate nel Capitolo 6.

Il coefficiente parziale della precompressione si assume pari a  $\gamma_P = 1,0$ .

Altri valori di coefficienti parziali sono riportati nei capitoli successivi con riferimento a particolari azioni specifiche.

Nel caso delle opere di sostegno si possono considerare come **permanenti**:

- Il peso della struttura ( $G_1$ )
- il peso del materiale di riempimento a tergo dell'opera ( $G_1$ )
- il peso del materiale eventualmente presente davanti all'opera ( $G_1$ )
- il peso dell'acqua ( $G_1$ )
- i sovraccarichi permanenti ( $G_2$ ) e altri elementi non strutturali
- pretensione e precompressione (P)

Si possono considerare come variabili: i sovraccarichi temporanei, di breve e lunga durata ( $Q_k$ )

## RESISTENZE (NTC2018 6.2.4.1.2)

Il valore di progetto della resistenza  $R_d$  può essere determinato:

- in modo analitico, con riferimento al valore caratteristico dei parametri geotecnici del terreno, diviso per il valore del coefficiente parziale  $\gamma_M$  specificato nella successiva Tab. 6.2.II e tenendo conto, ove necessario, dei coefficienti parziali  $\gamma_R$  specificati nei paragrafi relativi a ciascun tipo di opera;
- in modo analitico, con riferimento a correlazioni con i risultati di prove in sito, tenendo conto dei coefficienti parziali  $\gamma_R$  riportati nelle tabelle contenute nei paragrafi relativi a ciascun tipo di opera;
- sulla base di misure dirette su prototipi, tenendo conto dei coefficienti parziali  $\gamma_R$  riportati nelle tabelle contenute nei paragrafi relativi a ciascun tipo di opera.

Per gli ammassi rocciosi e per i terreni a struttura complessa, nella valutazione della resistenza caratteristica occorre tener conto della natura e delle caratteristiche geometriche e di resistenza delle discontinuità strutturali. Il valore di progetto della resistenza si ottiene, per il caso (a), applicando al valore caratteristico della resistenza unitaria al taglio  $\gamma_R$  un coefficiente parziale  $\gamma_R = 1,0$  (M1) e  $\gamma_R = 1,25$  (M2) oppure procedendo come previsto ai punti b) e c) di cui sopra.

Tab. 6.2.II – Coefficienti parziali per i parametri geotecnici del terreno

Parametro	Grandezza alla quale applicare il coefficiente parziale	Coefficiente parziale $\gamma_M$	(M1)	(M2)
Tangente dell'angolo di resistenza al taglio	$\tan \varphi'_k$	$\gamma_{\varphi'}$	1,0	1,25
Coesione efficace	$c'_k$	$\gamma_{c'}$	1,0	1,25
Resistenza non drenata	$c_{uk}$	$\gamma_{cu}$	1,0	1,4
Peso dell'unità di volume	$\gamma_\gamma$	$\gamma_\gamma$	1,0	1,0

## ANALISI DELL'EQUILIBRIO PLASTICO

La risoluzione del problema del mezzo plastico perfetto richiede che, nel rispetto del criterio di resistenza e delle assegnate condizioni al contorno, siano soddisfatte:

- I. le equazioni di equilibrio,
- II. le equazioni di congruenza,
- III. la legge costitutiva del materiale.

L'analisi dell'equilibrio plastico viene condotta riferendosi a **due metodi, cinematico e statico**, che portano a soluzioni approssimate, ma teoricamente corrette in grado di fornire rispettivamente un limite superiore ed un limite inferiore del carico di rottura.

**I. METODO CINEMATICO (TEORIA DI COULOMB).** Il **teorema del limite superiore** stabilisce che: **“se viene fatta una stima del carico di collasso analizzando un meccanismo di deformazione cinematicamente ammissibile, la stima sarà uguale o maggiore del valore corrispondente alla soluzione esatta”**. Cioè, se si individua un meccanismo di collasso plastico tale che il lavoro svolto dalle forze esterne  $L_e$  uguagli il lavoro fatto dalle tensioni interne  $L_i$ , avviene la rottura e le forze esterne costituiscono un limite superiore dei carichi di collasso reale.

**II. METODO STATICO (TEORIA DI RANKINE).** Il **teorema del limite inferiore** stabilisce che: **“se è possibile trovare un complesso di forze esterne che sia in equilibrio con uno stato di tensioni interne tale che non violi in nessun punto il criterio di rottura del materiale, allora la rottura non può avvenire e le forze esterne costituiscono un limite inferiore dei carichi di collasso reale”**.

# METODO CINEMATICO - TEORIA DI COULOMB

## LIMITE SUPERIORE - CALCOLO DELLA SPINTA: EQUILIBRIO GLOBALE

La **soluzione di tipo cinematico può essere ottenuta** esaminando la situazione rappresentata sotto, nella quale è indicato il movimento della parete e di un cuneo rigido retrostante (stato attivo).

Le ipotesi semplificative sono: terrapieno orizzontale, parete verticale liscia.

Il lavoro delle forze esterne è dato da

$L_e = W\delta V_w - P_a \delta h_{Pa}$  mentre quello delle forze interne è dato da

$L_i = T\delta_s$ .

Si ha  $W = \frac{1}{2} \gamma h^2 \operatorname{tg} \alpha$  e per il criterio di Mohr-Coulomb

$\tau_f = c + \sigma \operatorname{tg} \Phi$  cioè:

$$T = \tau \frac{h}{\cos \alpha} = \frac{ch}{\cos \alpha} + \frac{\sigma h}{\cos \alpha} \operatorname{tg} \Phi = \frac{ch}{\cos \alpha} + N \operatorname{tg} \Phi$$

Il valore di N può essere ricavato proiettando i vettori che rappresentano  $P_a$  e  $W$  nella direzione perpendicolare a T e ottenendo  $N = W \operatorname{sen} \alpha + P_a \operatorname{cos} \alpha$ .

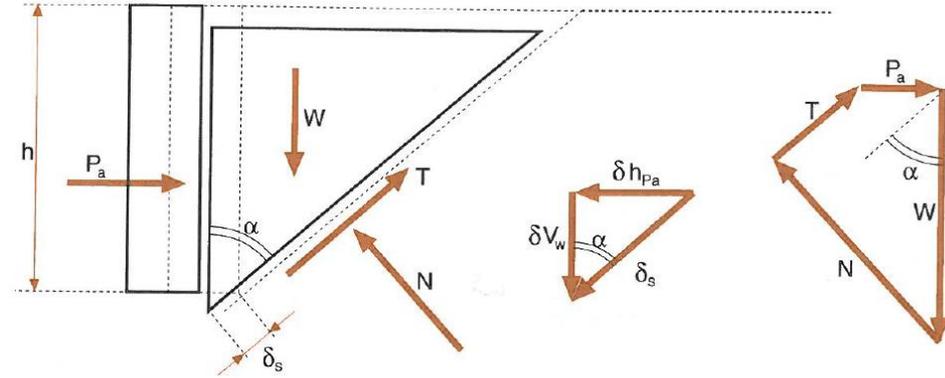
Perciò la condizione  $L_e - L_i = 0$  si scrive:  $W \delta V_w - P_a \delta h_{Pa} - \left[ \frac{ch}{\cos \alpha} + (W \operatorname{sen} \alpha + P_a \operatorname{cos} \alpha) \operatorname{tg} \Phi \right] \delta_s = 0$

tenendo conto che  $\delta V_w = \delta_s \operatorname{cos} \alpha$  e  $\delta h_{Pa} = \delta_s \operatorname{sen} \alpha$  si ottiene:  $P_a = \frac{1/2 \gamma h^2 \operatorname{sen} \alpha (\operatorname{cos} \alpha - \operatorname{tg} \Phi \operatorname{sen} \alpha) - ch}{\operatorname{cos} \alpha (\operatorname{sen} \alpha + \operatorname{tg} \Phi \operatorname{cos} \alpha)}$

Il valore di  $\alpha$  che **rende massima la spinta attiva** si ha imponendo la condizione  $\frac{\delta P_a}{\delta \alpha} = 0$  svolgendo la derivata si ha  $\frac{1}{\operatorname{tg}(2\alpha)} = \operatorname{tg} \Phi$  cioè  $\alpha = 45^\circ - \frac{\Phi}{2}$

per cui:  $P_a = 1/2 \gamma h^2 K_a - 2ch \sqrt{K_a}$

dove  $K_a = \frac{1}{\operatorname{tg}^2 \left( 45^\circ + \frac{\Phi}{2} \right)} = \operatorname{tg}^2 \left( 45^\circ - \frac{\Phi}{2} \right)$



## METODO STATICO: LIMITE INFERIORE - TEORIA DI RANKINE

Il **teorema del limite inferiore** stabilisce che, se è possibile trovare un complesso di forze esterne che sia in equilibrio con uno stato di tensioni interne tale che non violi in nessun punto il criterio di rottura del materiale, allora la rottura non può avvenire e le forze esterne costituiscono un limite inferiore dei carichi di collasso reale.

Analizziamo la situazione della **spinta su una parete rigida verticale, liscia, addossata ad un mezzo plastico con un metodo statico facendo l'ipotesi che la parete non alteri la distribuzione delle tensioni che si avrebbe in sua assenza**, cioè la parete si comporta come il volume del mezzo mancante per ricostruire il semispazio.

Se consideriamo il piano di Mohr, le tensioni verticali e orizzontali sono tensioni principali, poiché per l'ipotesi fatta non possono esservi tensioni tangenziali sulla superficie di contatto tra il muro e la parete e quindi nelle condizioni iniziali si ha la relazione  $\sigma_{h0} = K_0 \sigma_{v0}$  con  $K_0$  in genere inferiore a 1.

**Nell'ipotesi di uno spostamento  $\delta_h$  della parete verso l'esterno**, la tensione orizzontale  $\sigma_h = \sigma_3$  (tensione principale minore) si riduce mentre si mantiene costante quella verticale  $\sigma_v = \sigma_1$  (tensione principale maggiore); il valore minimo della tensione orizzontale viene raggiunto quando il cerchio tocca la retta limite e in questo caso si ha la tensione in condizioni di equilibrio limite attivo.

Per il criterio di Coulomb:  $\sigma_1 = \operatorname{tg}^2\left(45^\circ + \frac{\Phi}{2}\right) \sigma_3 + 2c \operatorname{tg}\left(45^\circ + \frac{\Phi}{2}\right)$  e quindi  $\sigma_3 = \frac{\sigma_1}{\operatorname{tg}^2\left(45^\circ + \frac{\Phi}{2}\right)} - 2c \operatorname{tg}\left(45^\circ - \frac{\Phi}{2}\right)$

Essendo  $\frac{1}{\operatorname{tg}^2\left(45^\circ + \frac{\Phi}{2}\right)} = \operatorname{tg}^2\left(45^\circ - \frac{\Phi}{2}\right)$  per  $c = 0$  si ha  $\sigma_3 = \sigma_1 \operatorname{tg}^2\left(45^\circ - \frac{\Phi}{2}\right) = \sigma_1 K_a$  o  $\sigma_{ha} = \sigma_{v0} K_a$

Quindi nel caso generale con coesione  $\sigma_{ha} = \sigma_{v0} K_a - 2c \sqrt{K_a}$  con  $K_a$  indicato come **coefficiente di spinta attiva**.

**Se invece consideriamo uno spostamento  $\delta_h$  della parete verso l'interno** (verso il terreno) la tensione orizzontale aumenta fino a raggiungere le condizioni di equilibrio limite passivo per cui  $\sigma_{hp} = \sigma_1$  e:

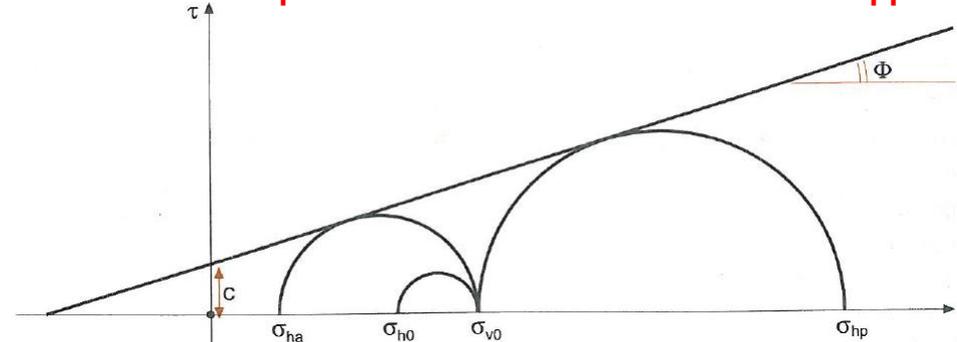
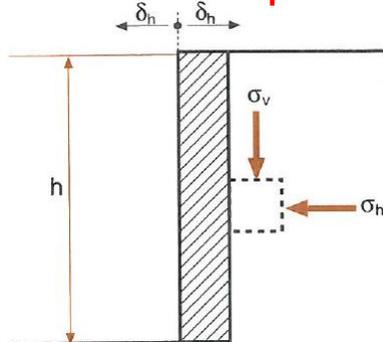
$$\sigma_{hp} = K_p \sigma_{v0} + 2c \sqrt{K_p} \quad K_p = \operatorname{tg}^2\left(45^\circ + \frac{\Phi}{2}\right)$$

$K_p$  indicato come **coefficiente di spinta passiva**

**Ovviamente la spinta totale viene ottenuta integrando le relazioni precedentemente indicate lungo la parete.**

**Questa soluzione essendo ottenuta nel rispetto delle condizioni di equilibrio e del criterio di resistenza appartiene al cosiddetto metodo statico.**

**La Teoria di Rankine ipotizza che il TERRENO DI MONTE SIA ORIZZONTALE.**

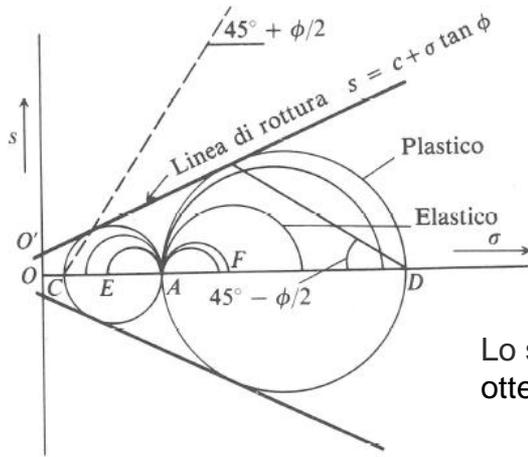


## EQUILIBRIO ELASTICO E PLASTICO

Si considerino i due cerchi, disegnati in modo da avere in comune il punto A ed essere tangenti alla linea di rottura. Entrambi i cerchi rappresentano uno stato di equilibrio plastico (o limite) in condizioni di deformazione piana.

A parità di pressione verticale OA ( $\sigma_1$ ), i cerchi EA ed AF rappresentano situazioni stazionarie dipendenti da  $K_0$  e dal rapporto di sovraconsolidazione dei terreni (rispettivamente normalconsolidati e sovraconsolidati), mentre, sempre a parità di pressione verticale, AC rappresenta una diminuzione della pressione laterale  $\sigma_3$  (spinta attiva) e AD un aumento della medesima (spinta passiva).

**OC rappresenta la "pressione attiva nel terreno", mentre OD la "pressione passiva".**

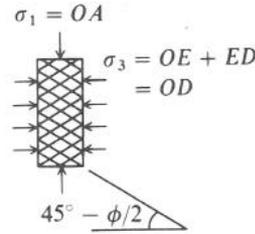
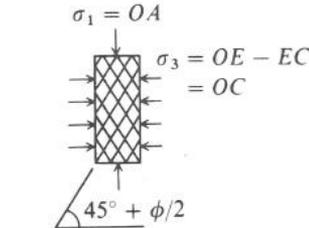
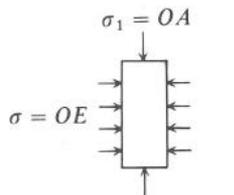


Lo sforzo principale minimo **OC =  $\sigma_3$**  viene indicato come **pressione attiva del terreno** ed è ottenibile con

$$\sigma_3 = \sigma_1 \tan^2 \left( 45 - \frac{\phi}{2} \right) - 2c \tan \left( 45 - \frac{\phi}{2} \right) \text{ dove: } \tan^2 \left( 45 - \frac{\phi}{2} \right) = \frac{1 - \sin \phi}{1 + \sin \phi}$$

$$\tan \left( 45 - \frac{\phi}{2} \right) = \frac{1 - \sin \phi}{\cos \phi}$$

(a) Cerchi di Mohr in condizioni  $K_0$  e all'equilibrio plastico (o limite, o a rottura).



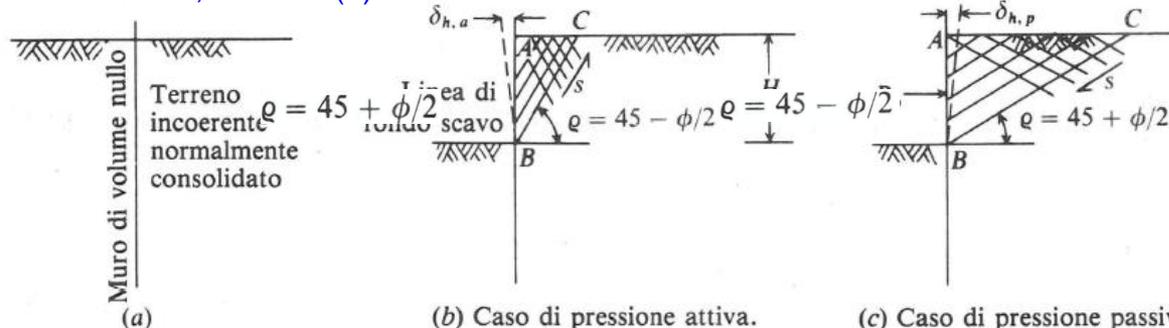
**È consuetudine usare il simbolo  $K_A$  invece del termine  $\tan^2$  ....**

Lo sforzo principale massimo **OD =  $\sigma_1$**  viene indicato come **pressione passiva del terreno**

$$\sigma_1 = \sigma_3 \tan^2 \left( 45 + \frac{\phi}{2} \right) + 2c \tan \left( 45 + \frac{\phi}{2} \right)$$

**È consuetudine usare il simbolo  $K_p$  invece del termine  $\tan^2$ ....**

Idealizzazione delle pressioni attiva e passiva del terreno a partire dalle condizioni  $K_0$  generate dall'inserimento di un muro di spessore (volume) nullo nel terreno, come in (a).



(a)

(b) Caso di pressione attiva.

(c) Caso di pressione passiva.

# STATI LIMITE DI EQUILIBRIO ALLA RANKINE

Mezzo di Mohr-Coulomb ( $\varphi > 0, c > 0$ )

condizioni di rottura

$$\sigma_1 = k_p \sigma_3 + 2c\sqrt{k_p}$$

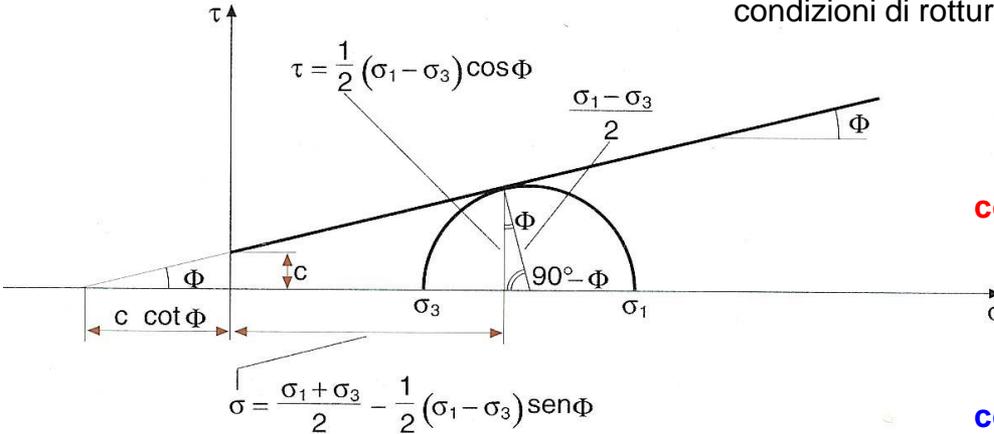
$$\text{o anche } \sigma_3 = k_a \sigma_1 - 2c\sqrt{k_a}$$

$$k_a = \frac{1 - \sin\varphi}{1 + \sin\varphi} = \tan^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right) \doteq$$

coefficiente di spinta attiva (DECRESCe con il crescere di  $\varphi$ )

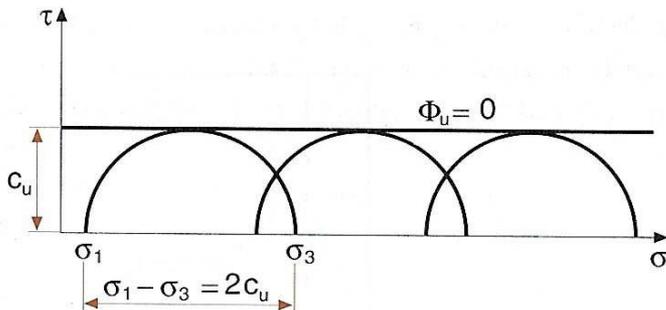
$$k_p = \frac{1 + \sin\varphi}{1 - \sin\varphi} = \tan^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right) \doteq$$

coefficiente di spinta passiva (CRESCe con il crescere di  $\varphi$ )



Mezzo di Tresca ( $\varphi = 0, c = c_u$ )

Nel caso in cui, **in presenza di un terreno coesivo**, si fa riferimento a **condizioni non drenate** (come quelle che possono verificarsi immediatamente dopo l'esecuzione di uno scavo o la costruzione di un'opera di sostegno), per determinare la spinta attiva e passiva bisogna applicare il criterio di rottura di Mohr-Coulomb in termini di tensioni totali ( $\varphi = 0, c = c_u$ ) e la tensione limite attiva e passiva diventano



$$k_a = k_p = 1$$

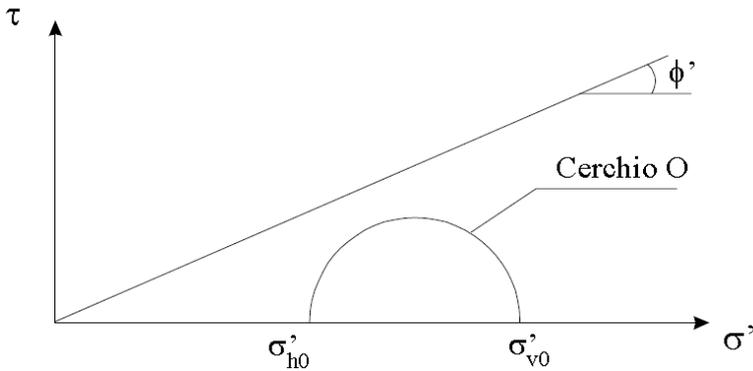
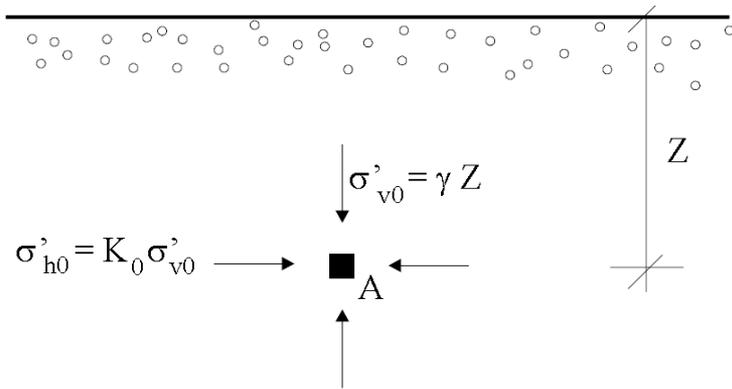
$$\sigma_1 = \sigma_3 + 2c_u$$

$$\sigma_3 = \sigma_1 - 2c_u$$

# TEORIA DI RANKINE

Tensioni geostatiche in un terreno omogeneo, incoerente, delimitato da una superficie piana e orizzontale

## SPINTA A RIPOSO



Il coefficiente di spinta a riposo,  $K_0$ , può essere misurato sperimentalmente o più spesso stimato con formule empiriche<sup>1</sup>.

Poiché di norma  $K_0$  è minore di 1, la tensione verticale  $\sigma'_{v0}$  corrisponde alla tensione principale maggiore  $\sigma'_1$ , mentre la tensione orizzontale  $\sigma'_{h0}$  corrisponde alla tensione principale minore  $\sigma'_3$ . Per simmetria assiale la tensione principale intermedia  $\sigma'_2$  è eguale alla tensione principale minore  $\sigma'_3$ .

Sia la tensione verticale  $\sigma'_{v0}$  che la tensione orizzontale  $\sigma'_{h0}$  valgono zero in superficie ( $Z=0$ ) e variano linearmente con la profondità  $Z$ , rispettivamente con gradiente  $\gamma$  e con gradiente  $K_0 \gamma$ .

Assumiamo che il terreno abbia resistenza al taglio definita dal criterio di rottura di Mohr-Coulomb:

$$\tau = \sigma' \cdot \tan \phi' \quad (\text{Eq. 13.1})$$

<sup>1</sup>Per la stima del coefficiente di spinta a riposo,  $K_0$ , sono state proposte diverse equazioni empiriche, come già visto nel Capitolo 3, le più note e utilizzate delle quali sono:

per terreni NC:  $K_0(\text{NC}) \cong (1 - \sin \phi')$

e per terreni OC:  $K_0(\text{OC}) \cong K_0(\text{NC}) \cdot \text{OCR}^{0.5}$

Per avere un'idea anche quantitativa dei valori di  $K_0$  si consideri che per  $\phi'=30^\circ$ , applicando le equazioni sopra scritte si stima:

per OCR = 1 (terreno normalmente consolidato)  $K_0 \approx 0,50$

per OCR = 2 (terreno debolmente sovraconsolidato)  $K_0 \approx 0,71$

per OCR = 4 (terreno mediamente sovraconsolidato)  $K_0 \approx 1,00$

per OCR = 10 (terreno fortemente sovraconsolidato)  $K_0 \approx 1,58$

ovvero, in un terreno NC la tensione geostatica orizzontale  $\sigma'_{h0}$  è circa la metà di quella verticale, per OCR = 4 lo stato tensionale geostatico è isotropo, mentre per OCR > 4 la tensione geostatica orizzontale  $\sigma'_{h0}$  diviene tensione principale maggiore.

## SPINTA A RIPOSO

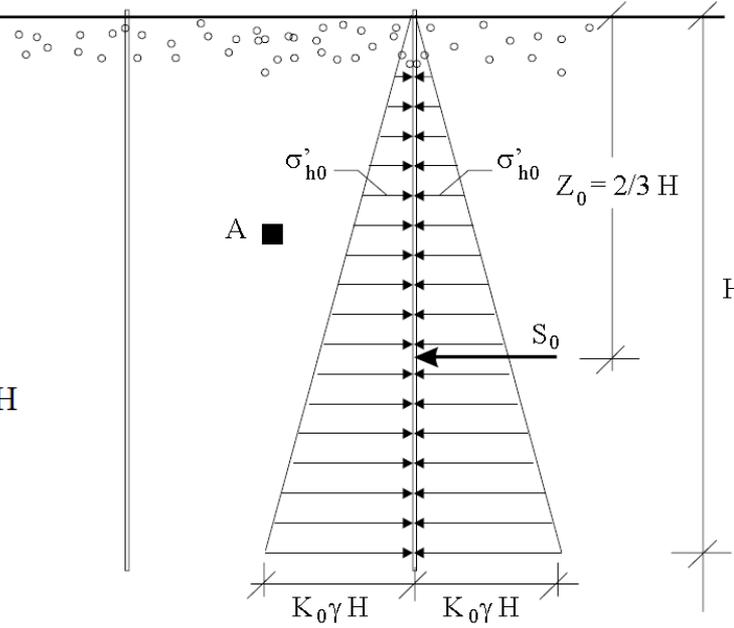
Supponiamo di inserire, a sinistra e a destra del punto A, due pareti verticali ideali, cioè tali da non modificare lo stato tensionale nel terreno. Alla generica profondità  $z$ , sui due lati di ciascuna parete, si esercita la tensione orizzontale efficace  $\sigma'_{h0} = K_0 \gamma z$ .

La **spinta orizzontale  $S_0$**  (risultante delle tensioni orizzontali efficaci) presente sui due lati di ciascuna parete, dal piano di campagna fino ad una generica profondità  $H$ , vale

$$S_0 = \int_0^H \sigma'_{h0} \cdot dz = \frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot H^2 \cdot K_0$$

$$Z_0 = \frac{\int_0^H \sigma'_{h0} \cdot z \cdot dz}{S_0} = \frac{2}{3} \cdot H$$

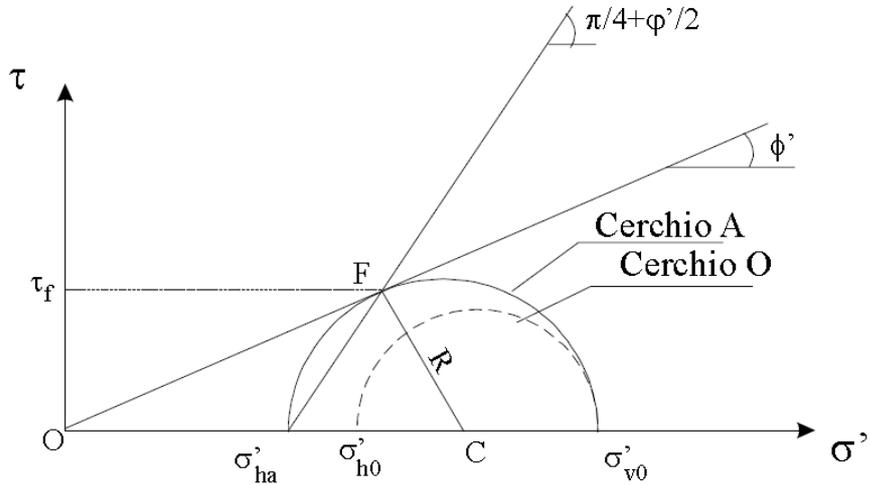
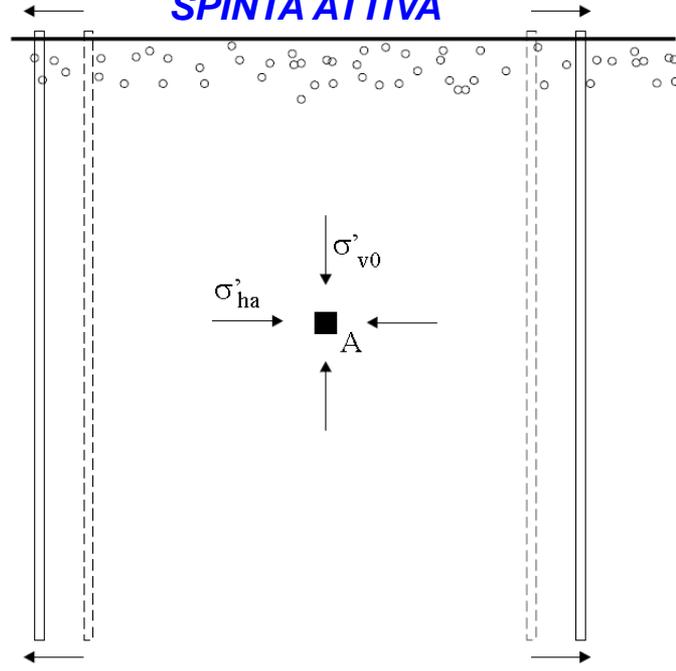
che **corrisponde alla profondità del baricentro dell'area triangolare del diagramma di pressione orizzontale di altezza  $H$  e base  $K_0 \gamma z$ .**

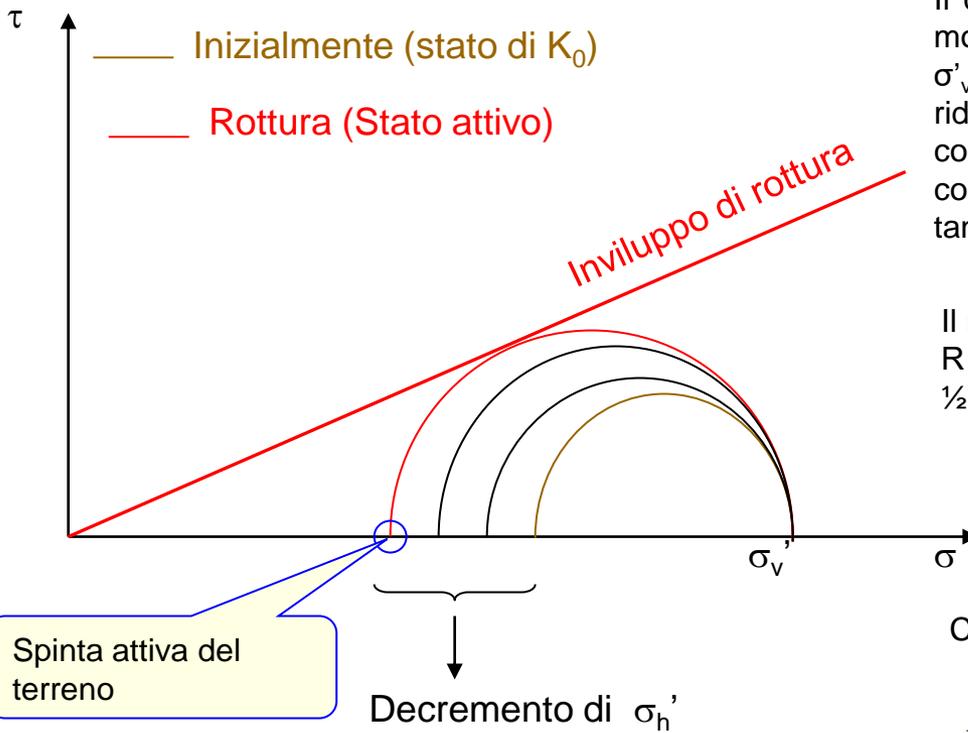


Supponiamo ora di allontanare gradualmente le due pareti. Nel punto A permangono condizioni di simmetria, per cui le tensioni verticale ed orizzontali sono ancora principali.

La tensione verticale  $\sigma'_{v0} = \gamma z$  non varia, mentre la tensione orizzontale efficace si riduce progressivamente.

## SPINTA ATTIVA





Il cerchio di Mohr, rappresentativo dello stato tensionale in A, si modifica di conseguenza: la tensione principale maggiore  $\sigma'_1 = \sigma'_{v0}$  rimane costante, mentre la tensione principale minore  $\sigma'_3$  si riduce progressivamente dal valore iniziale  $\sigma'_{h0}$  al valore minimo compatibile con l'equilibrio,  $\sigma'_{ha}$ , detta **tensione limite attiva**, che corrisponde alla tensione principale minore del cerchio di Mohr tangente alla retta di involuppo a rottura.

Il raggio del cerchio di Mohr dello stato di tensione limite attiva è  $R = \frac{1}{2} (\sigma'_{v0} - \sigma'_{ha})$ , ed il centro è ad una distanza dall'origine  $OC = \frac{1}{2} (\sigma'_{v0} + \sigma'_{ha})$ .

Considerando il triangolo rettangolo OFC, si ha:

$$R = FC = OC \cdot \text{sen} \phi'$$

$$\frac{1}{2} \cdot (\sigma'_{v0} - \sigma'_{ha}) = \frac{1}{2} \cdot (\sigma'_{v0} + \sigma'_{ha}) \cdot \text{sen} \phi'$$

$$\sigma'_{ha} \cdot (1 + \text{sen} \phi') = \sigma'_{v0} \cdot (1 - \text{sen} \phi')$$

$$\sigma'_{ha} = \frac{1 - \text{sen} \phi'}{1 + \text{sen} \phi'} \cdot \sigma'_{v0} = \tan^2 \left( \frac{\pi}{4} - \frac{\phi'}{2} \right) \cdot \sigma'_{v0}$$

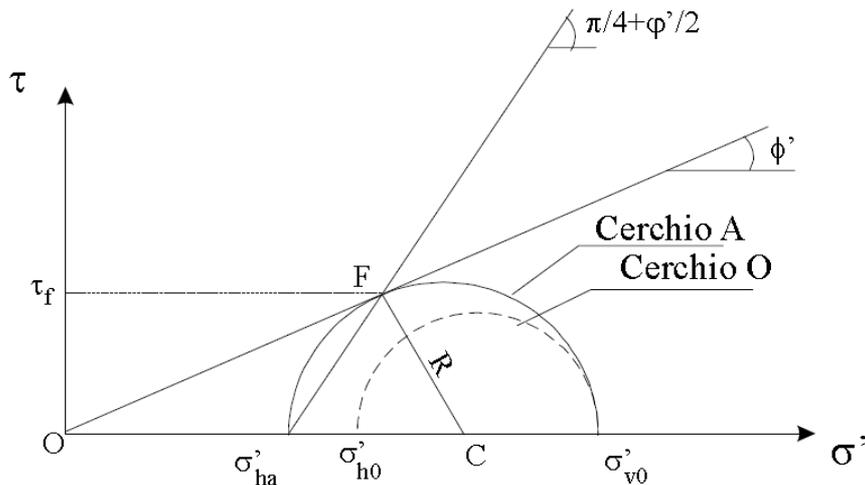
Il rapporto:

$$K_A = \frac{1 - \text{sen} \phi'}{1 + \text{sen} \phi'} = \tan^2 \left( \frac{\pi}{4} - \frac{\phi'}{2} \right)$$

è detto **coefficiente di spinta attiva**.

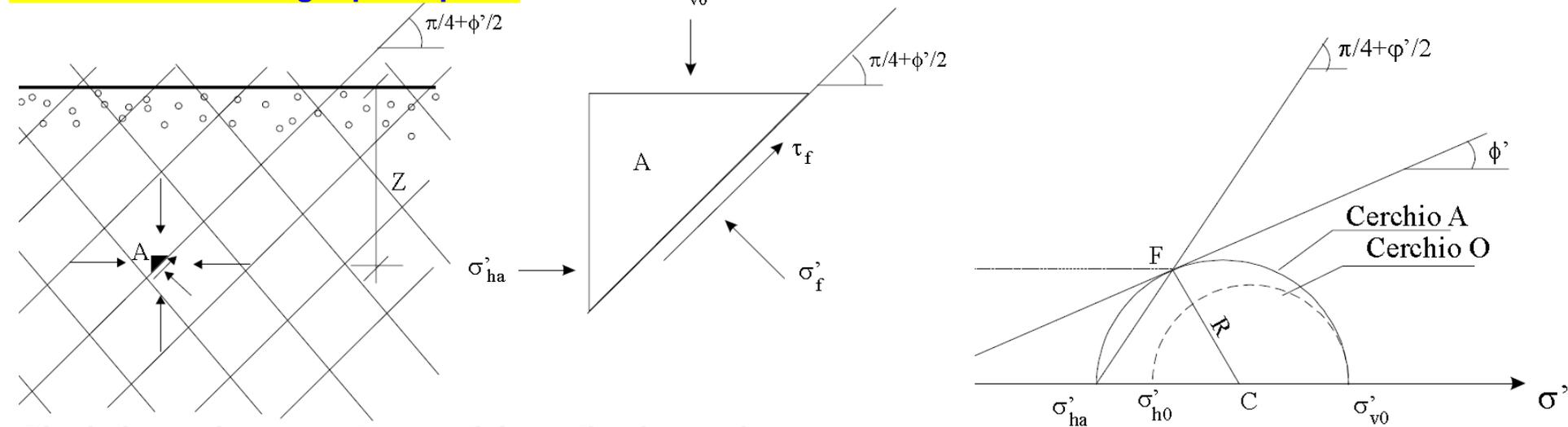
Dunque si può scrivere:

$$\sigma'_{ha} = K_A \cdot \sigma'_{v0}$$



La tensione tangenziale critica, il cui valore  $\tau_f$  è l'ordinata del punto F di tangenza del cerchio di Mohr con la retta di involuppo a rottura, agisce su un piano che forma un angolo  $\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi'}{2}\right)$  con la direzione orizzontale.

In condizioni di rottura per raggiungimento dello stato di equilibrio limite inferiore (spinta attiva), il terreno inizia a scorrere lungo questi piani.



### Piani di scorrimento nella condizione di spinta attiva

La spinta orizzontale  $S_A$  presente sui lati interni di ciascuna parete ideale, dal piano di campagna fino ad una generica profondità  $H$ , vale:

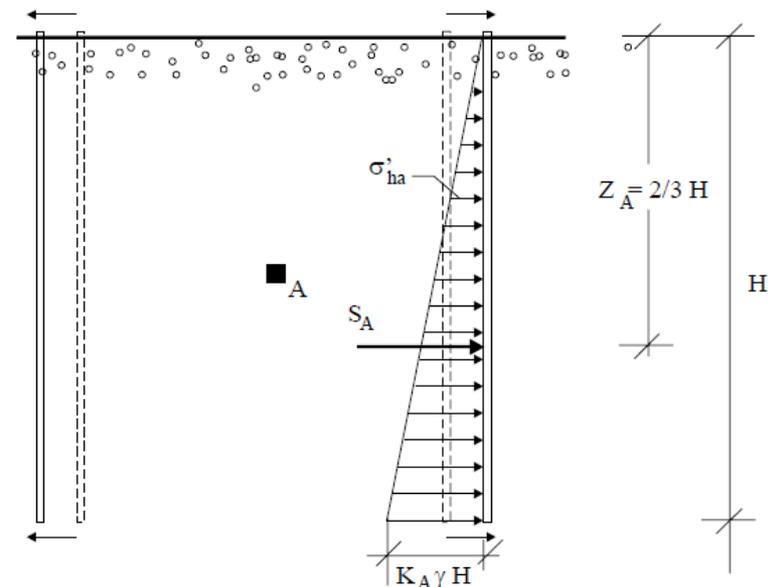
$$S_A = \int_0^H \sigma'_{ha} \cdot dz = \frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot H^2 \cdot K_A$$

Poiché anche in questo caso il diagramma di pressione orizzontale è triangolare, la profondità  $Z_A$  della retta di applicazione di  $S_A$  vale:

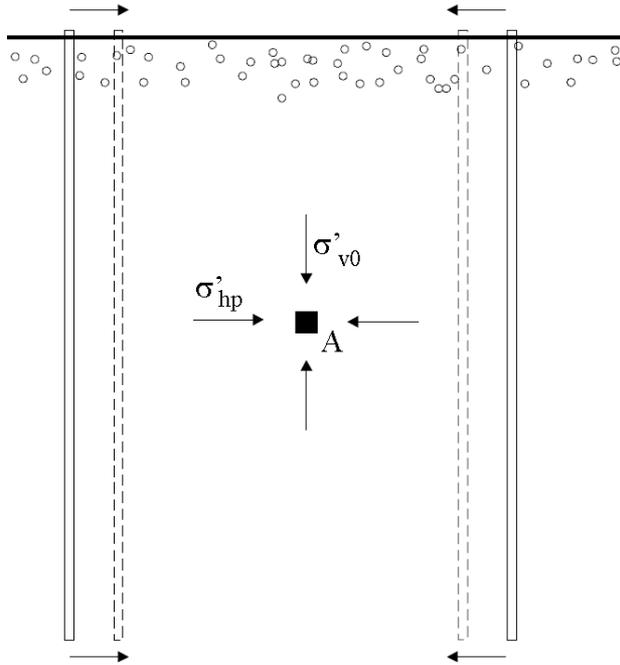
$$Z_A = \frac{2}{3} \cdot H = Z_0 \quad \text{Nota che } S_A < S_0$$

**PUNTO DI APPLICAZIONE DELLA SPINTA A 1/3 DALLA BASE**

A titolo di esempio per  $\phi' = 30^\circ$  si stima:  $K_A = 0,333$ ;  $K_0 = 0,5$ ;



## SPINTA PASSIVA



Se si suppone ora di avvicinare le due pareti verticali ideali, alla destra ed alla sinistra del punto A, la tensione verticale efficace non subisce variazioni mentre quella orizzontale progressivamente cresce fino al valore massimo compatibile con il criterio di rottura di Mohr-Coulomb. In tali condizioni la tensione verticale efficace, corrisponde alla tensione principale minore,  $\sigma'_{v0} = \sigma'_3$ , e quella orizzontale, detta **tensione limite passiva**,  $\sigma'_{hp}$ , alla tensione principale maggiore,  $\sigma'_{hp} = \sigma'_1$ .

Procedendo in modo analogo a quanto già fatto per la condizione di spinta attiva, si ottiene:

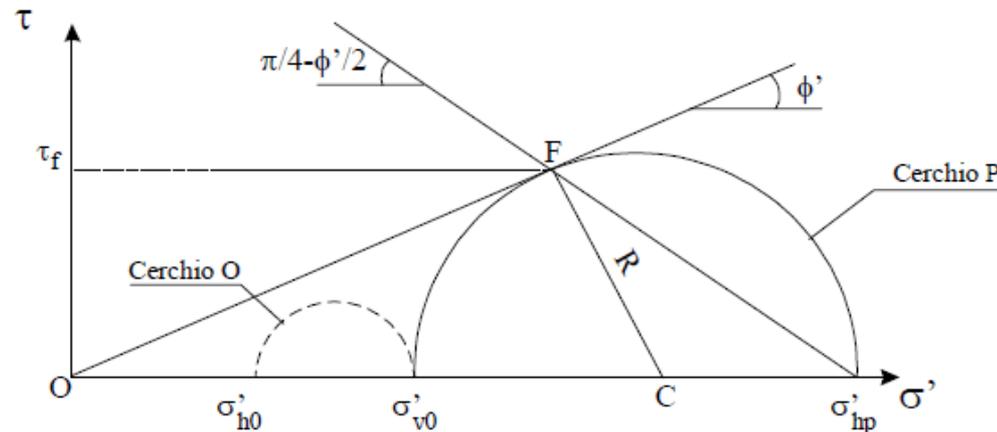
$$\sigma'_{hp} = \frac{1 + \text{sen}\phi'}{1 - \text{sen}\phi'} \cdot \sigma'_{v0} = K_p \cdot \sigma'_{v0}$$

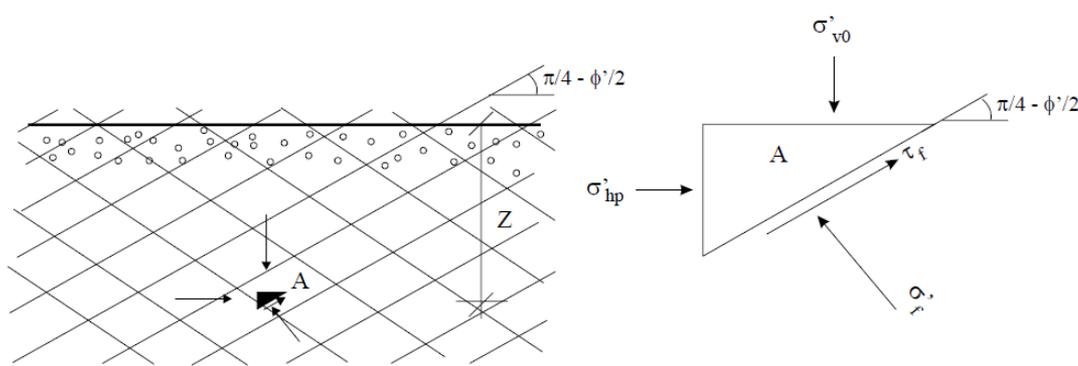
$K_p$  è il **coefficiente di spinta passiva** espresso dal rapporto:

$$K_p = \frac{1 + \text{sen}\phi'}{1 - \text{sen}\phi'} = \tan^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi'}{2}\right) = \frac{1}{K_A}$$

Le tensioni tangenziali critiche agiscono su piani che formano un angolo di  $\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\phi'}{2}\right)$  con la direzione orizzontale.

In condizioni di rottura per raggiungimento dello stato di equilibrio limite superiore (spinta passiva), il terreno inizia a scorrere lungo questi piani





La spinta orizzontale  $S_P$  presente sui lati interni di ciascuna parete ideale dal piano di campagna fino ad una generica profondità  $H$ , vale:

$$S_P = \int_0^H \sigma'_{hp} \cdot dZ = \frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot H^2 \cdot K_P$$

**Nota che  $S_P \gg S_0$**

Poiché anche in questo caso il diagramma di pressione orizzontale è triangolare la profondità  $Z_P$  della retta di applicazione di  $S_P$ , vale:  $Z_P = \frac{2}{3} \cdot H = Z_0$

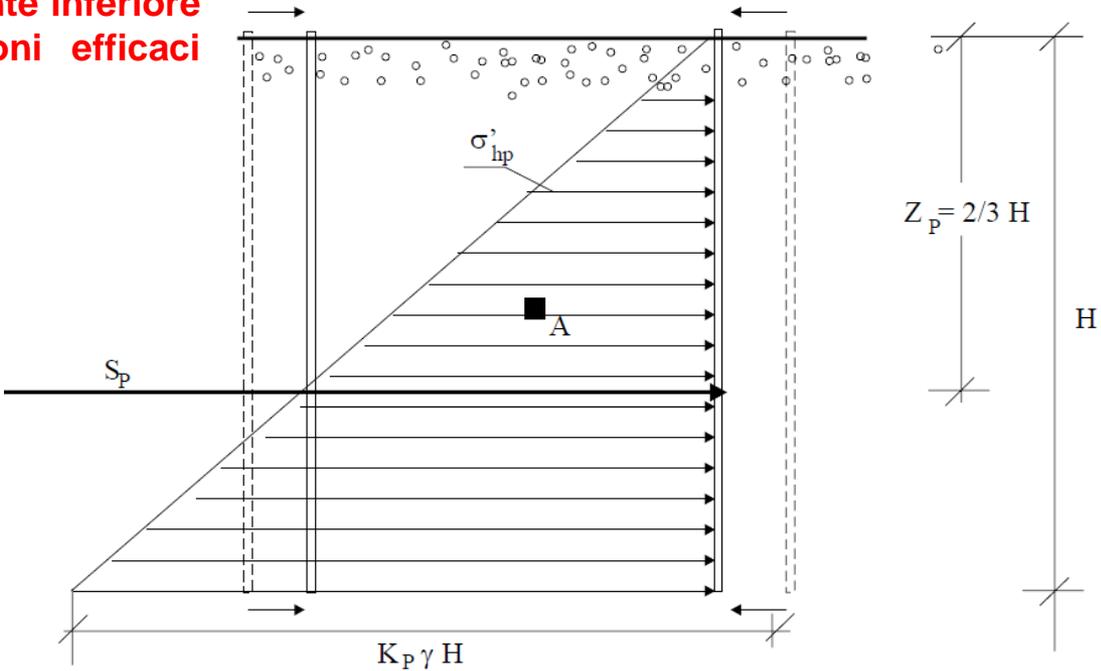
**I coefficienti di spinta attiva,  $K_A$ , e passiva,  $K_P$ , rappresentano i valori limite, rispettivamente inferiore e superiore, del rapporto tra le tensioni efficaci orizzontale e verticale:**

$$K_A \leq \frac{\sigma'_h}{\sigma'_{v0}} \leq K_P$$

In particolare il valore del coefficiente di spinta a riposo,  $K_0$ , è compreso tra il valore di  $K_A$  e quello di  $K_P$

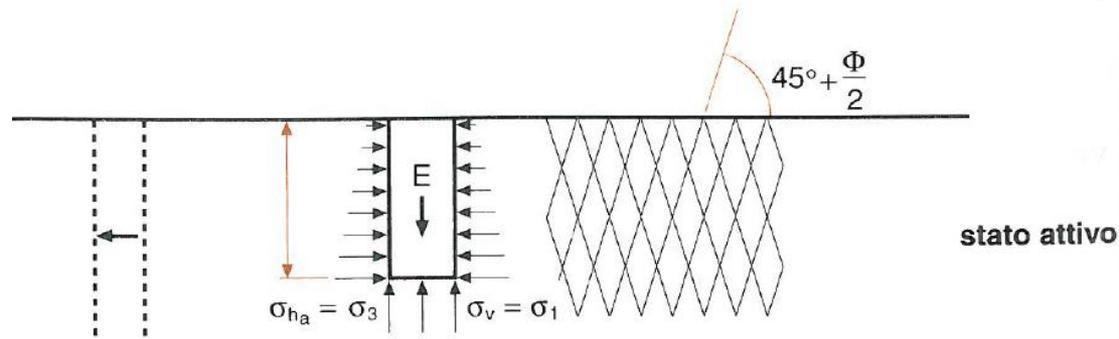
All'aumentare di phi:  
 $K_0$  cala  
 $K_a$  cala  
 $K_p$  cresce

$$\text{Nota che } S_P \gg S_0 > S_A$$

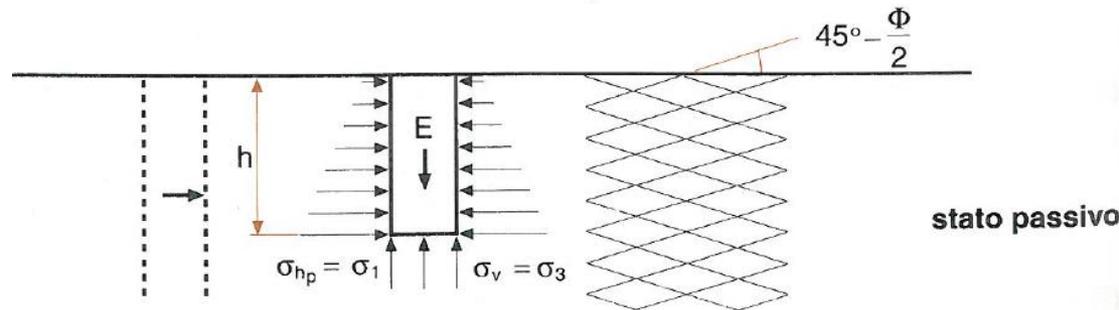


## IN SINTESI

**Stato attivo:** il meccanismo di collasso plastico avviene su un piano di slittamento individuato dall'angolo  $45^\circ + \Phi/2$  rispetto alla orizzontale.



Analogamente per lo **stato passivo** si arriva ad una relazione equivalente a quella ottenuta con il metodo statico e il meccanismo di collasso plastico avviene su un piano individuato dall'angolo  $45^\circ - \Phi/2$  rispetto alla orizzontale.



La condizione di rottura è soddisfatta per ogni superficie inclinata di un angolo  $45^\circ - \Phi/2$  rispetto alla DIREZIONE della tensione principale maggiore; con massa seminfinita, limitata da una superficie orizzontale e sollecitata solo dalla gravità, le tensioni principali e i piani corrispondenti, come si è già visto, sono quelli verticali e orizzontali; con l'espansione la tensione principale maggiore è quella verticale mentre con la compressione è quella orizzontale e la rottura si raggiunge con piani di slittamento inclinati di  $45^\circ + \Phi/2$  rispetto all'orizzontale nel primo caso e di  $45^\circ - \Phi/2$  rispetto all'orizzontale nel secondo caso e le tensioni a rottura per l'elemento della massa interessata sono quelle già indicate con le relazioni precedenti. La teoria di Rankine fa parte delle soluzioni con linee di scorrimento nella massa a rottura, linee che per le situazioni esaminate sono rette.

Tabella 13.1: Entità delle rotazioni della parete per raggiungere la rottura (con riferimento ai simboli di Figura 13.13)

Terreno	Rotazione $Y/H$	
	Decompressione (Stato attivo)	Compressione (Stato passivo)
Incoerente denso	0,001	0,020
Incoerente sciolto	0,004	0,060
Coesivo consistente	0,010	0,020
Coesivo molle	0,020	0,040

È stato sperimentalmente osservato che le **deformazioni di espansione** necessarie per far decadere la pressione orizzontale dal valore  $\sigma'_{h0}$ , che corrisponde allo stato indeformato, al valore limite inferiore  $\sigma'_{ha}$ , **sono piccole, e comunque molto inferiori alle deformazioni di compressione** necessarie per far elevare la pressione orizzontale dal valore  $\sigma'_{h0}$ , al valore limite superiore  $\sigma'_{hp}$ .

**Pertanto è buona norma riferirsi all'angolo di resistenza al taglio di picco per il calcolo della spinta attiva, ed all'angolo di resistenza al taglio a volume costante (ovvero per grandi deformazioni) per il calcolo della spinta passiva.**

Il grafico mostra che, per la mobilitazione della spinta attiva è necessario uno spostamento della sommità del muro dell'ordine dello 0,1 ÷ 0,2% della sua altezza mentre nel caso passivo tale valore può variare dal 2 ÷ 8% per le sabbie dense al 5 ÷ 20% per le sabbie sciolte.

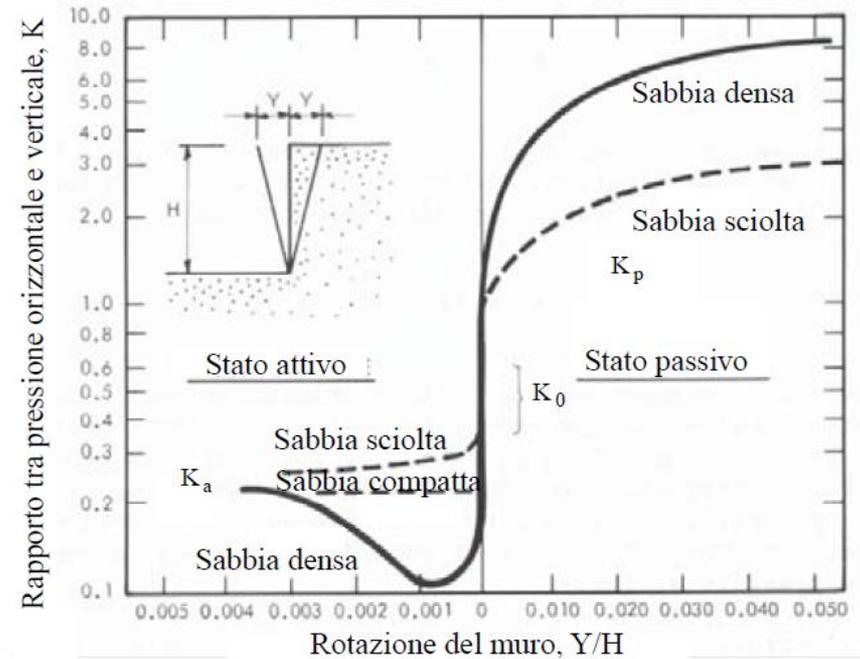
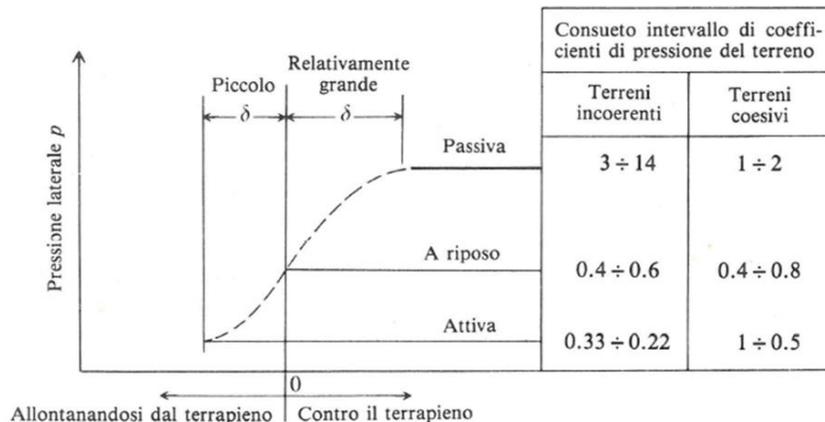


Illustrazione delle pressioni attiva e passiva con il consueto intervallo di valori per terreni incoerenti e coesivi.

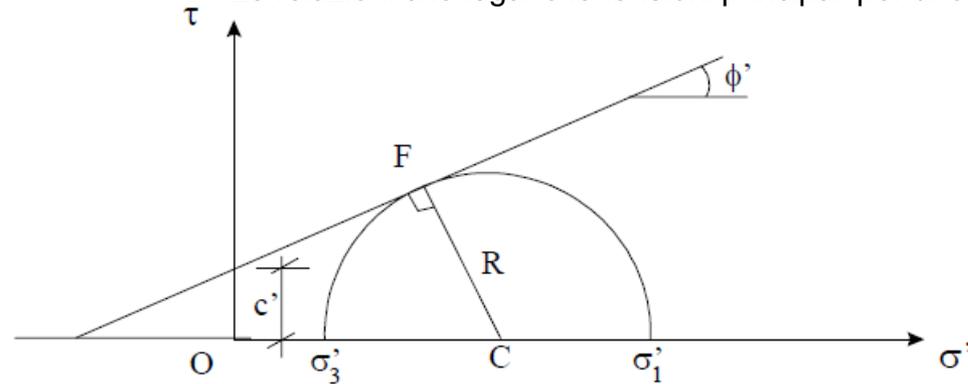


## EFFETTO DELLA COESIONE

Se il deposito di terreno asciutto, omogeneo e delimitato da una superficie orizzontale è dotato anche di coesione oltre che di attrito, ovvero ha resistenza al taglio definita dal criterio di rottura di Mohr-Coulomb:  $\tau = c' + \sigma' \cdot \tan \phi'$

### Stato tensionale di equilibrio limite per un terreno dotato di coesione e di attrito

Le relazioni che legano le tensioni principali per uno stato tensionale di equilibrio limite sono le seguenti:



$$\sigma'_1 = \sigma'_3 \cdot \tan^2 \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\phi'}{2} \right) + 2 \cdot c' \cdot \tan \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\phi'}{2} \right)$$

$$\sigma'_3 = \sigma'_1 \cdot \tan^2 \left( \frac{\pi}{4} - \frac{\phi'}{2} \right) - 2 \cdot c' \cdot \tan \left( \frac{\pi}{4} - \frac{\phi'}{2} \right)$$

$$\left/ \frac{c'}{\tan \phi'} \right/ \quad \left/ \frac{\sigma'_1 + \sigma'_3}{2} \right/$$

Pertanto, in condizioni di **spinta attiva**, quando la tensione orizzontale corrisponde tensione principale minore e la tensione verticale a quella maggiore, si ha:

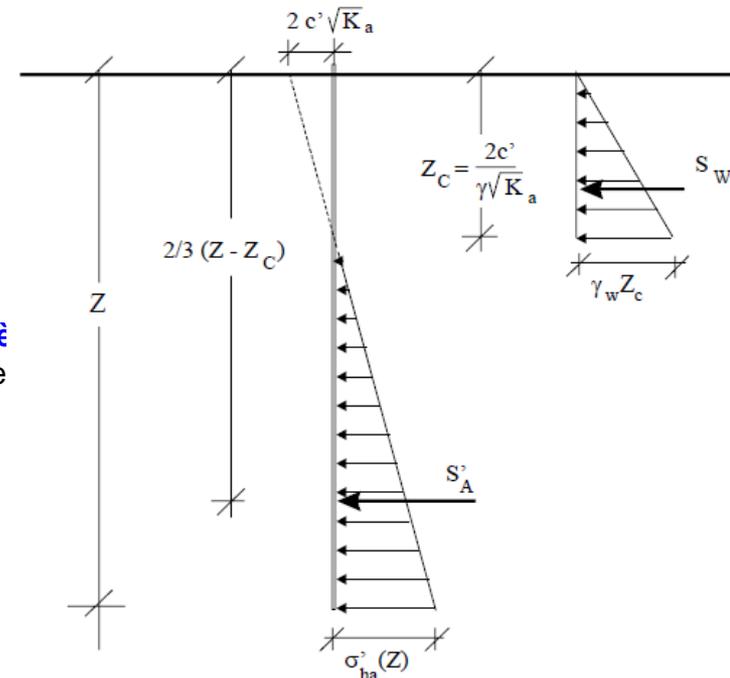
$$\sigma'_{h,a} = \gamma \cdot Z \cdot \tan^2 \left( \frac{\pi}{4} - \frac{\phi'}{2} \right) - 2 \cdot c' \cdot \tan \left( \frac{\pi}{4} - \frac{\phi'}{2} \right) = \gamma \cdot Z \cdot K_A - 2 \cdot c' \cdot \sqrt{K_A}$$

**Poiché IL TERRENO NON HA RESISTENZA A TRAZIONE, questa equazione è valida per  $Z > Z_c$** , essendo  $Z_c$  la profondità critica per la quale risulta  $\sigma'_{ha} = 0$ , cioè

$$Z_c = \frac{2 \cdot c'}{\gamma \cdot \sqrt{K_A}}$$

mentre per  $Z < Z_c$  si assume  $\sigma'_h = 0$

$$S_A = \int_0^H \sigma'_{hA} \cdot dz = \frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot H^2 \cdot K_A$$



Per il calcolo della spinta attiva e della profondità di applicazione si può fare riferimento al diagramma sotto riportato.

**Nella fascia di spessore  $Z_c$  il terreno sarà interessato da fessure verticali di trazione che possono riempirsi di acqua, ad esempio per la pioggia. Si tiene conto di tale possibilità considerando, per il calcolo della spinta, anche un triangolo di pressione idrostatica di altezza  $Z_c$  e base  $\gamma_w Z_c$ .**

Diagramma di **spinta attiva** in un terreno dotato di coesione e attrito

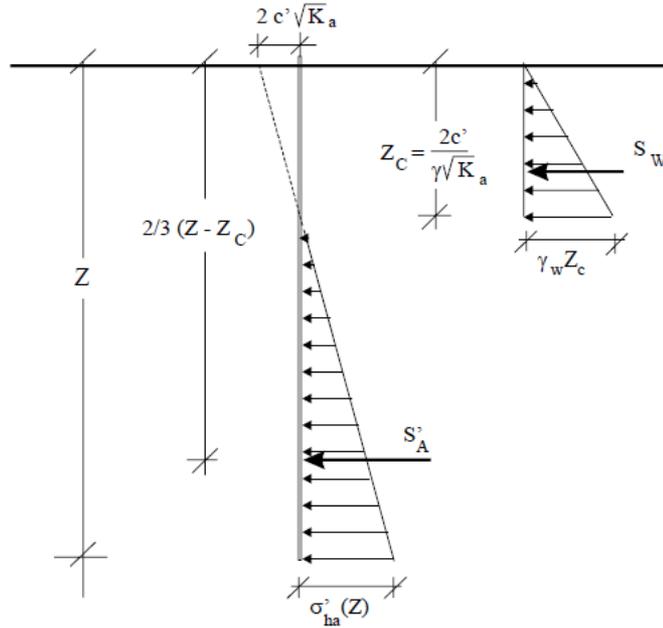
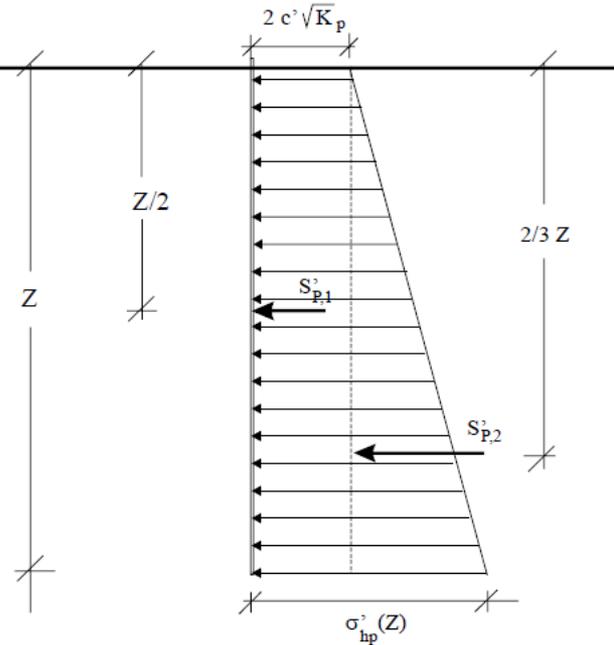


Diagramma di **spinta passiva** in un terreno dotato di coesione e attrito; è sempre positiva



In condizioni di **spinta passiva**, quando la tensione orizzontale corrisponde alla tensione principale maggiore e la tensione verticale a quella minore, si ha:  $\sigma'_{h,p} = \gamma \cdot Z \cdot \tan^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi'}{2}\right) + 2 \cdot c' \cdot \tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi'}{2}\right) = \gamma \cdot Z \cdot K_p + 2 \cdot c' \cdot \sqrt{K_p}$

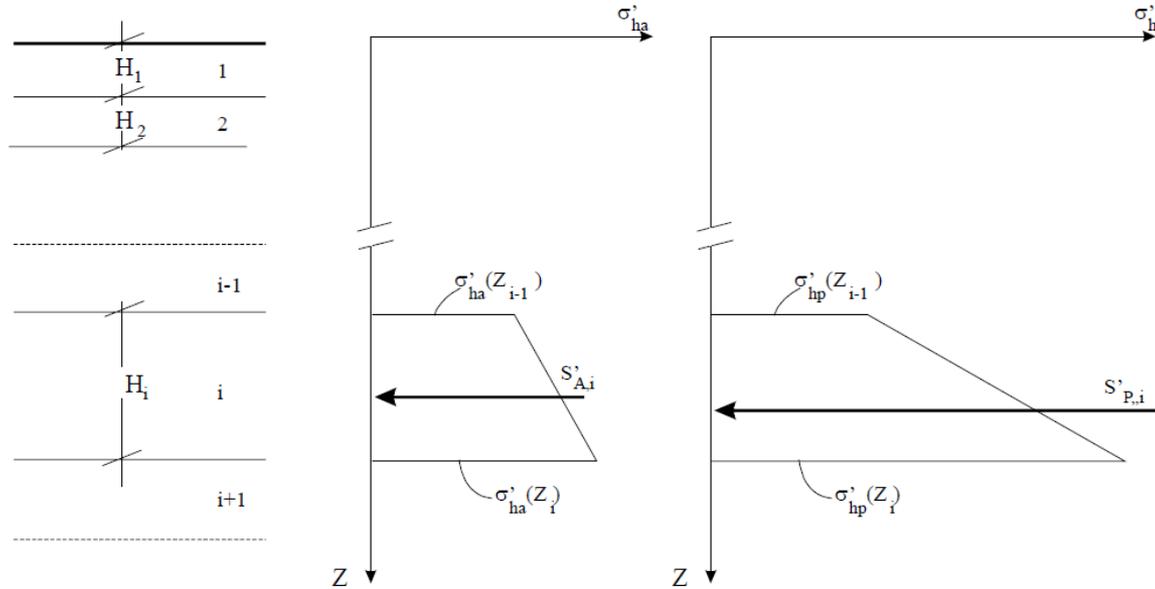
Per il calcolo della spinta passiva e della profondità di applicazione si fa riferimento al diagramma

$$S_p(Z) = S_{P,1} + S_{P,2} = 2 \cdot c' \cdot \sqrt{K_p} \cdot Z + \frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot Z^2 \cdot K_p$$

$$Z(S_p) = \frac{S_{P,1} \cdot \frac{Z}{2} + S_{P,2} \cdot \frac{2}{3} \cdot Z}{S_p(Z)}$$

## TERRENI STRATIFICATI

Se il deposito di terreno è costituito da strati orizzontali omogenei, la spinta totale esercitata sulla parete verticale è la somma dei contributi di ciascuno strato. Il generico strato *i*-esimo, di spessore  $H_i$ , fra le profondità  $Z_{i-1}$  e  $Z_i$ , costituito da un terreno avente peso di volume  $\gamma_i$  e resistenza al taglio:  $\tau = c' + \sigma' \cdot \tan\phi'_i$ , eserciterà contro la parete verticale ideale una spinta  $S_i$  pari all'area del diagramma delle pressioni orizzontali nel tratto di sua competenza, applicata alla quota del baricentro di tale area

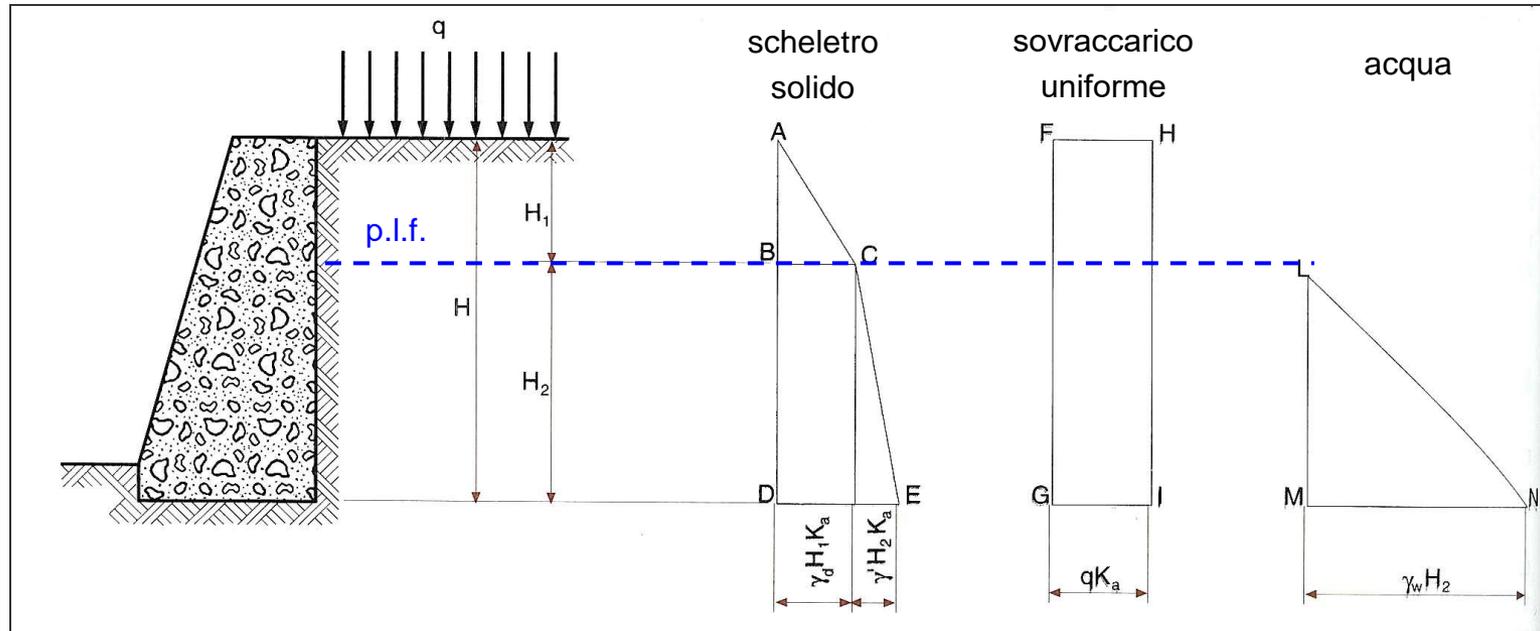


La tensione verticale agente **al tetto** dello strato *i*-esimo, alla profondità  $Z_{i-1}$ , vale: 
$$\sigma'_{v0}(Z_{i-1}) = \sum_{j=1}^{i-1} \gamma_j \cdot H_j$$

La tensione verticale agente **alla base** dello strato *i*-esimo, alla profondità  $Z_i$ , vale: 
$$\sigma'_{v0}(Z_i) = \sigma'_{v0}(Z_{i-1}) + \gamma_i \cdot H_i$$

# EFFETTO DI UN SOVRACCARICO UNIFORME

caso elementare (terrapieno orizzontale)



Tensioni orizzontali aggiuntive dovute al sovraccarico uniforme indefinito

$$\Delta\sigma_h = k_a q$$



Incremento di spinta risultante

$$\Delta P_q = q k_a H$$

applicato ad un'altezza  $H/2$  sul piano di posa

## EFFETTO DI UN SOVRACCARICO DI TIPO LINEARE

Più complicata è la valutazione della **spinta dovuta ad un sovraccarico di tipo lineare o puntiforme**. Generalmente in questi casi si ricorre a soluzioni ottenibili dalla teoria dell'elasticità (Boussinesq), però corrette opportunamente sulla base di prove sperimentali. Per un carico di tipo lineare il valore di  $\sigma_h$  è dato:

per  $m \leq 0,4$  da:

$$\sigma_h = \frac{Q_L}{H} \frac{0,20 n}{(0,16 + n^2)^2}$$

e  $P_a = 0,55 Q_L$

e per  $m > 0,4$  da:

$$\sigma_h = \frac{Q_L}{H} \frac{1,28 m^2 n}{(m^2 + n^2)^2}$$

e  $P_a = \frac{0,64 Q_L}{(m^2 + 1)}$

**All'avvicinarsi del sovraccarico al muro ( $m \rightarrow 0$ ):**

- l'incremento di spinta risultante aumenta
- il punto di applicazione si avvicina alla superficie

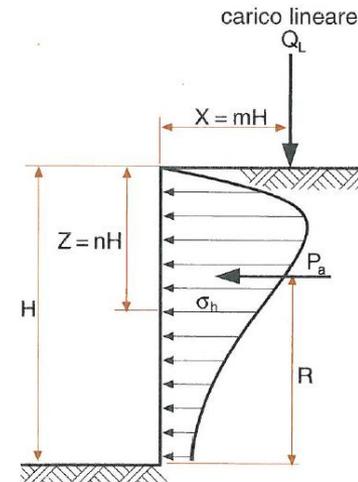
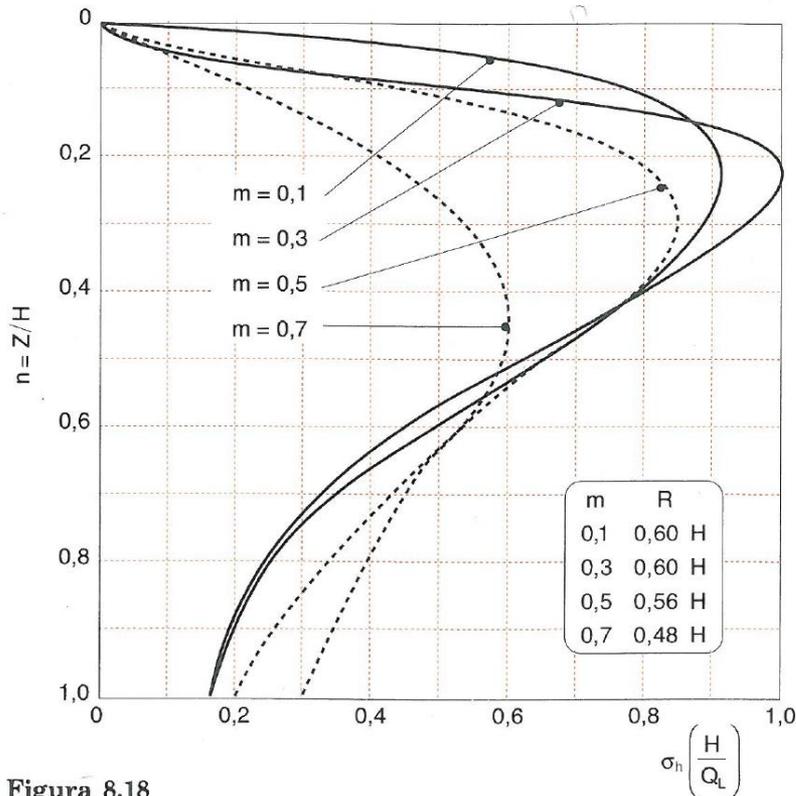


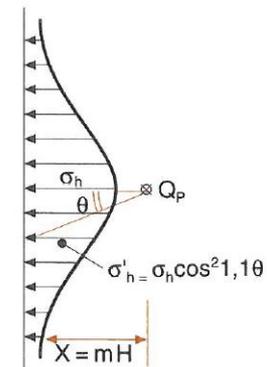
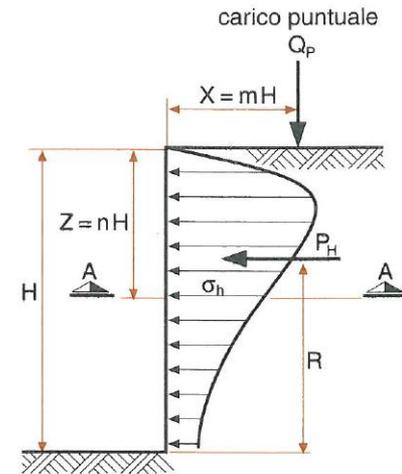
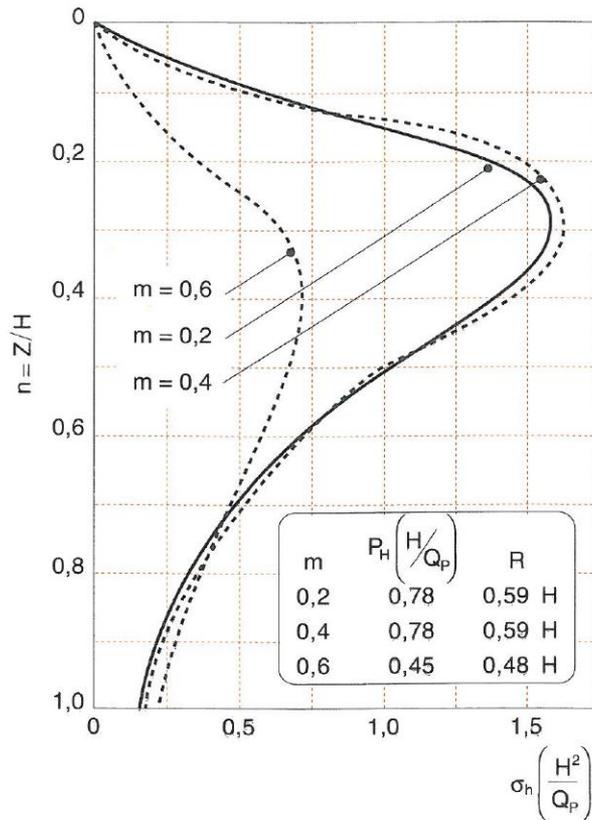
Figura 8.18

## EFFETTO DI UN SOVRACCARICO DI TIPO PUNTUALE

Nel caso di **UN CARICO PUNTUALE** si hanno le espressioni:

$$\sigma_h = \frac{Q_p}{H^2} \frac{0,28 n^2}{(0,16 + n^2)^3} \cos^2(1,1 \vartheta) \quad \text{per } m < 0,4$$

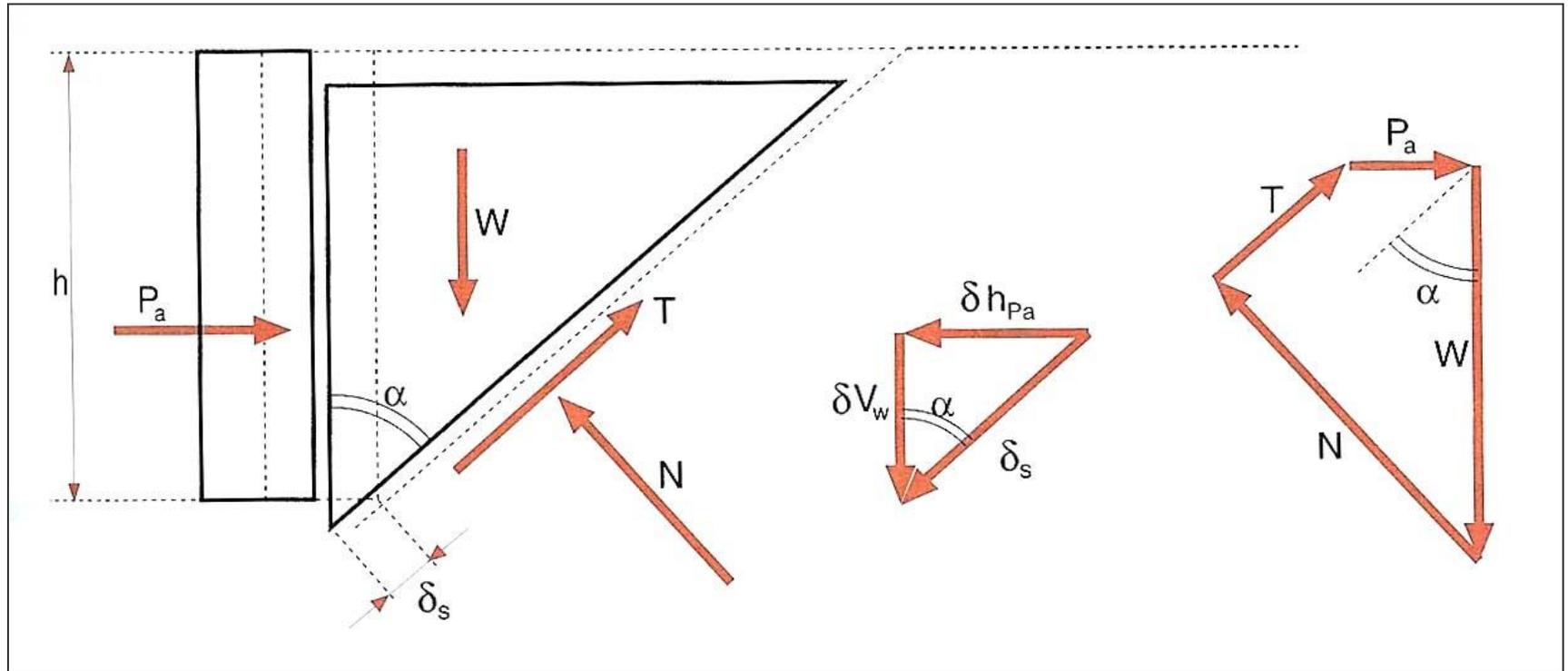
$$\sigma_h = 1,77 \frac{Q_p}{H^2} \frac{m^2 \times n^2}{(m^2 + n^2)^3} \cos^2(1,1 \vartheta) \quad \text{per } m > 0,4$$



sezione A-A

## CALCOLO DELLA SPINTA: EQUILIBRIO LIMITE GLOBALE (COULOMB)

Caso elementare (terrapieno orizzontale, parete verticale liscia, cinematico ↓)



Poligono delle forze

$$P_a = f(\alpha) \Rightarrow \frac{dP_a}{d\alpha} = 0 \Rightarrow \alpha = 45^\circ - \frac{\varphi}{2} \Rightarrow$$

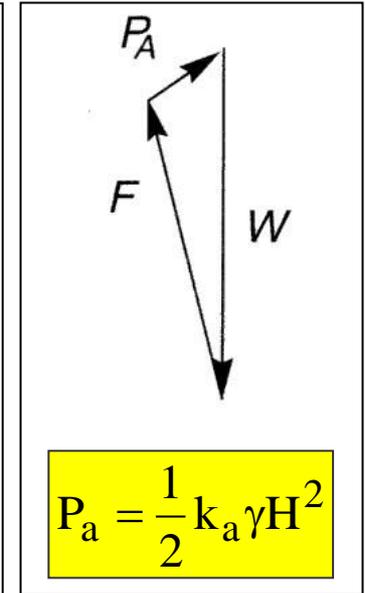
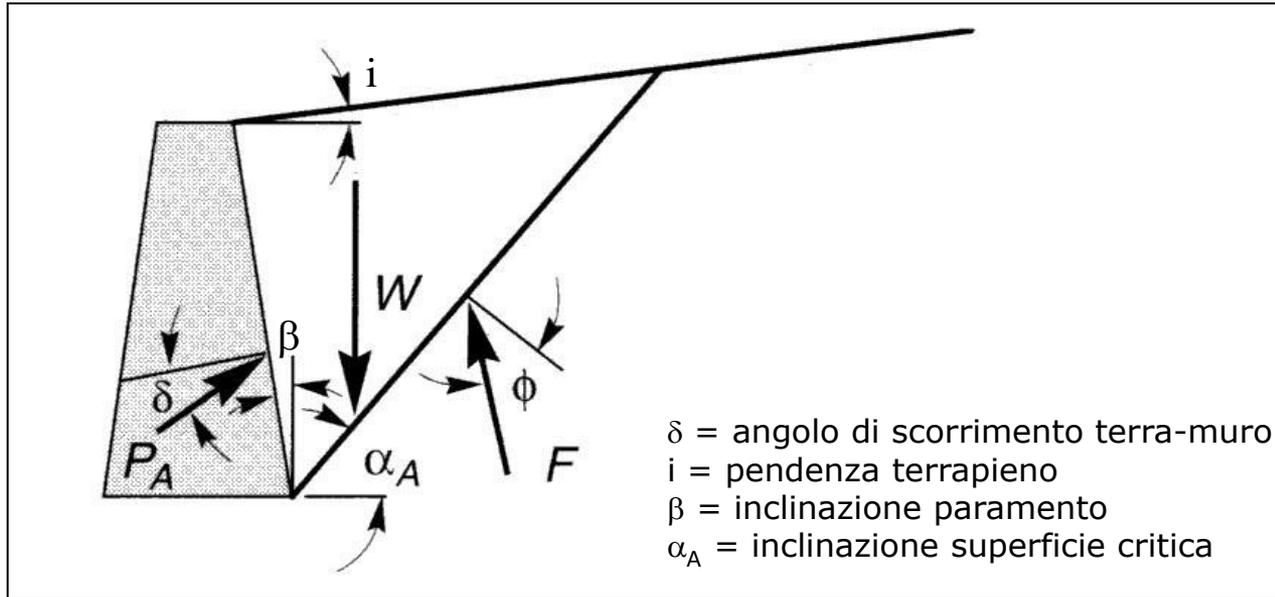
$$P_a = \frac{1}{2} k_a \gamma h^2 - 2c\sqrt{k_a} h$$

$$k_a = \tan^2 \alpha = \tan^2 \left( \frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2} \right)$$

(come per Rankine)

# CALCOLO DELLA SPINTA ATTIVA COL METODO DI COULOMB: CASO GENERALE

**Ipotesi:** terrapieno e parete inclinati, attrito terra-parete



$$P_a = \frac{1}{2} k_a \gamma H^2$$

coefficiente di spinta

$$k_a = \frac{\cos^2(\varphi - \beta)}{\cos^2 \beta \cos(\delta + \beta) \left[ 1 + \sqrt{\frac{\sin(\varphi + \delta) \sin(\varphi - i)}{\cos(\delta + \beta) \cos(i - \beta)}} \right]^2}$$

inclinazione superficie di rottura:

$$\alpha_A = \varphi + \arctan \left[ \frac{\tan(\varphi - i) + C_1}{C_2} \right]$$

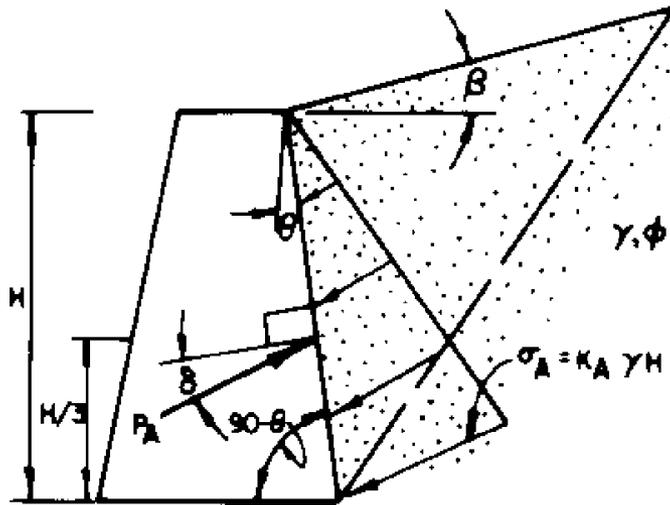
$$C_1 = \sqrt{\tan(\varphi - i) [\tan(\varphi - i) + \cot(\varphi - \beta)] [1 + \tan(\delta + \beta) + \cot(\varphi - \beta)]}$$

$$C_2 = 1 + \tan(\delta + \beta) [\tan(\varphi - i) + \cot(\varphi - \beta)]$$

Per  $\delta = 0^\circ$ ,  $i = 0^\circ$  e  $\beta = 0^\circ$  la spinta di Coulomb coincide con quella di Rankine; si è visto comunque anche che  $K_a$  dedotto con il metodo di Coulomb differisce poco dai valori ricavati con soluzioni analitiche esatte.

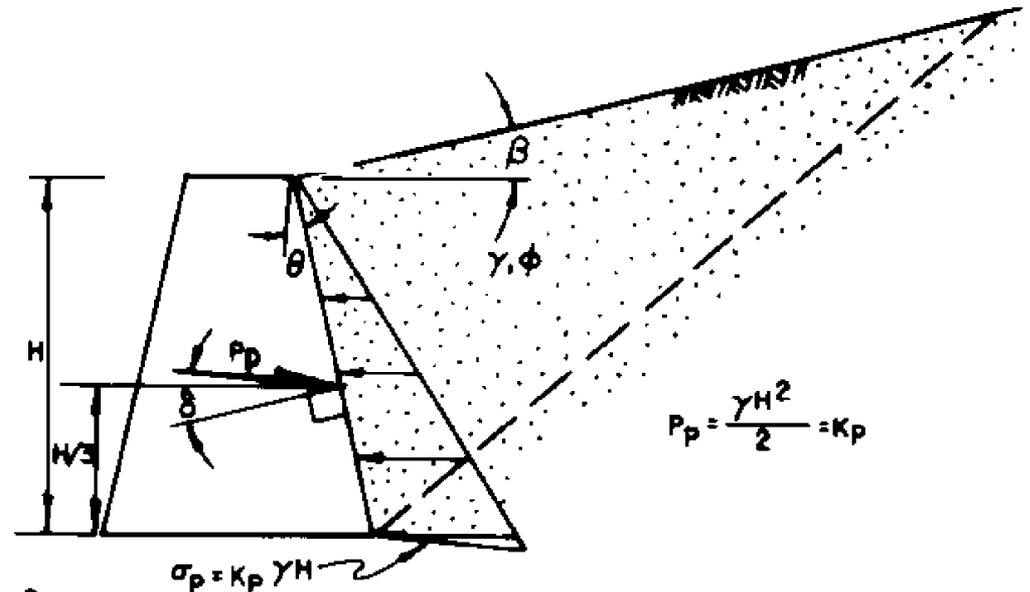


**CALCOLO DELLA SPINTA ATTIVA – PASSIVA  
COL METODO DI COULOMB  
(NAVFAC 7.02, 1986)**



$$P_A = \frac{\gamma H^2}{2} K_A$$

$$K_A = \frac{\cos^2(\phi - \theta)}{\cos^2 \theta \cos(\theta + \delta) \left[ 1 + \frac{\sin(\phi + \delta) \sin(\phi - \beta)}{\cos(\theta + \delta) \cos(\theta - \beta)} \right]^2}$$



$$P_P = \frac{\gamma H^2}{2} = K_P$$

$$K_P = \frac{\cos^2(\theta + \phi)}{\cos^2 \theta \cos(\theta - \delta) \left[ 1 - \frac{\sin(\phi + \delta) \sin(\phi + \beta)}{\cos(\theta - \delta) \cos(\theta - \beta)} \right]^2}$$

**$K_P$  VALUES ARE SATISFACTORY FOR  $\delta \leq \phi/3$  BUT ARE UNCONSERVATIVE FOR  $\delta > \phi/3$  AND THEREFORE SHOULD NOT BE USED.**

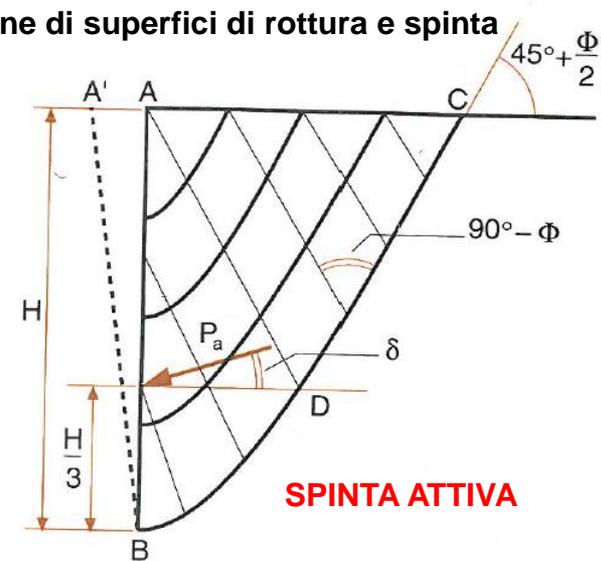
# EFFETTO DELL'ATTRITO ALL'INTERFACCIA TERRA-PARETE

L'attrito terra-muro produce un'inclinazione  $\delta$  delle tensioni di interfaccia  $\rightarrow$  rotazione di superfici di rottura e spinta

In genere si assume  $\delta = (1/3 \div 2/3) \varphi$  al crescere della rugosità della parete

Quando si ipotizzano superfici ruvide del muro ed il muro ha uno spostamento in A'B la sabbia tende a muoversi e ad abbassarsi lungo la parete retrostante del muro. Si sviluppano allora delle forze di attrito che inclinano la risultante della spinta attiva di un angolo  $\delta$  rispetto alla normale al muro. Questo angolo d'attrito terra-muro viene considerato positivo quando la componente tangenziale della spinta è diretta verso il basso, cioè quando la sabbia si abbassa rispetto al muro.

Alcune analisi teoriche e sperimentali del fenomeno hanno mostrato che la superficie di scorrimento BC consiste di una parte bassa curva e di una parte alta retta; all'interno della zona ADC i piani di scorrimento corrispondono a quelli dello stato attivo di Rankine, mentre nella zona ADB la rete di scorrimento è formata da due famiglie di linee curve.



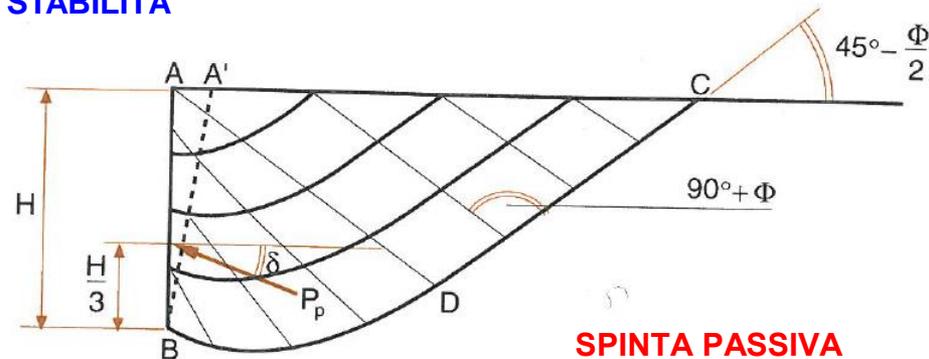
**CINEMATISMO VERSO L'ESTERNO: TERRENO SOSTENUTO VERSO L'ALTO DALLA PARETE**



**ROTAZIONE DELLA SPINTA A FAVORE DI STABILITÀ**

Se invece la parete è spinta indietro si ha resistenza passiva. Quando il peso della parete è maggiore della forza di attrito sabbia-muro, la sabbia s'alza e la spinta passiva agisce inclinata dell'angolo  $\delta$ .

La sua componente tangenziale è diretta verso l'alto ed in questo caso l'angolo  $\delta$  è considerato positivo; all'interno del triangolo ADC la rete è corrispondente allo stato passivo di Rankine, mentre nella zona ADB, come nel caso precedente, si hanno due famiglie di curve.



**CINEMATISMO VERSO IL TERRAPIENO: TERRENO CHE SOSTIENE LA PARETE VERSO L'ALTO**



**ROTAZIONE DELLA SPINTA A FAVORE DI STABILITÀ**

Quando  $\delta \neq 0$ , ovvero nei casi reali in cui c'è interazione fra la parete dell'opera di sostegno ed il terreno, ci sono degli effetti sulla forma della superficie di scorrimento, di cui bisogna tenere conto. **Se non lo si fa, si SOVRASTIMA LA  $P_p$ , ed essendo quest'ultima UNA FORZA RESISTENTE, si esegue un'analisi A SFAVORE DI SICUREZZA.**

TABELLA 4.6.1 – Attrito tra alcuni materiali da costruzione e terreni.

Materiale di interfaccia	Coeff. di attrito $\tan \delta$	Angolo di attrito $\delta$ (°)
Calcestruzzo gettato in sito o muratura contro:		
– roccia sana pulita	0.70	35
– ghiaia pulita, sabbia grossolana, sabbia e ghiaia	0.55 – 0.60	29 – 31
– sabbie fini e medie pulite, sabbia media e grossolana limosa, sabbia limosa o argillosa	0.45 – 0.55	24 – 29
– sabbia fine pulita, sabbia fine media limosa o argillosa	0.35 – 0.45	19 – 24
– limo fine sabbioso, limo non plastico	0.30 – 0.35	17 – 19
– argilla molto compatta	0.40 – 0.50	22 – 26
– argilla compatta e argilla limosa	0.30 – 0.35	17 – 19
Palancole metalliche contro:		
– ghiaia pulita, sabbia e ghiaia, roccia e breccia ben gradate	0.40	22
– sabbia pulita, sabbia e ghiaia limose, breccie dure	0.30	17
– sabbia limosa, ghiaia o sabbia con argilla	0.25	14
– limo fine sabbioso, limo non plastico	0.20	11
Calcestruzzo da cassero o prefabbricati in calcestruzzo contro:		
– ghiaia pulita, sabbia e ghiaia, roccia e breccia ben gradate	0.40 – 0.50	22 – 26
– sabbia pulita, sabbie e ghiaie limose, breccie dure	0.30 – 0.40	17 – 22
– sabbie e ghiaie con argilla	0.30	17
– limo fine sabbioso, limo non plastico	0.25	14

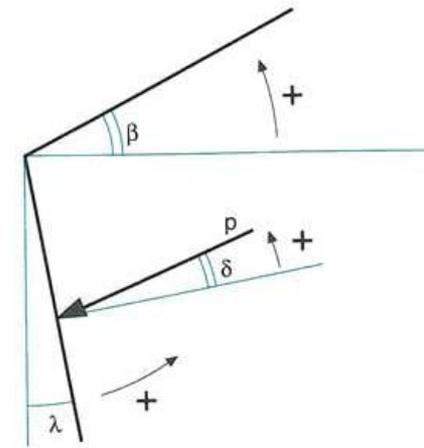
TABELLA 4.6.2 – Adesione dei materiali argillosi

Materiali di interfaccia	Adesione $c_a$ (KPa)
Argille e limi molli (0 – 12 KPa)	0 – 12
Argille e limi soffici (12 – 24 KPa)	12 – 24
Argille e limi medi (24 – 48 KPa)	24 – 36
Argille e limi compatti (48 – 96 KPa)	36 – 45
Argille e limi duri (96 – 190 KPa)	45 – 62

## SUPERFICI DI SCIVOLAMENTO CURVILINEE

Fra le soluzioni che hanno ipotizzato superfici di scivolamento curvilinee e parete ruvida, vi è quella proposta da **Caquot e Kerisel** che prevede di determinare i valori delle spinte in funzione di  $\varphi$  e delle caratteristiche geometriche sia del muro che del terreno.

I coefficienti  $K_a$  e  $K_p$  sono funzione di  $\varphi$ , dell'angolo  $\beta$  della superficie libera con l'orizzontale, dell'angolo  $\lambda$  del muro sulla verticale e dell'angolo  $\delta$  della spinta sulla normale al muro; tali angoli sono computati con il segno indicato da Caquot Kerisel riportato in figura.

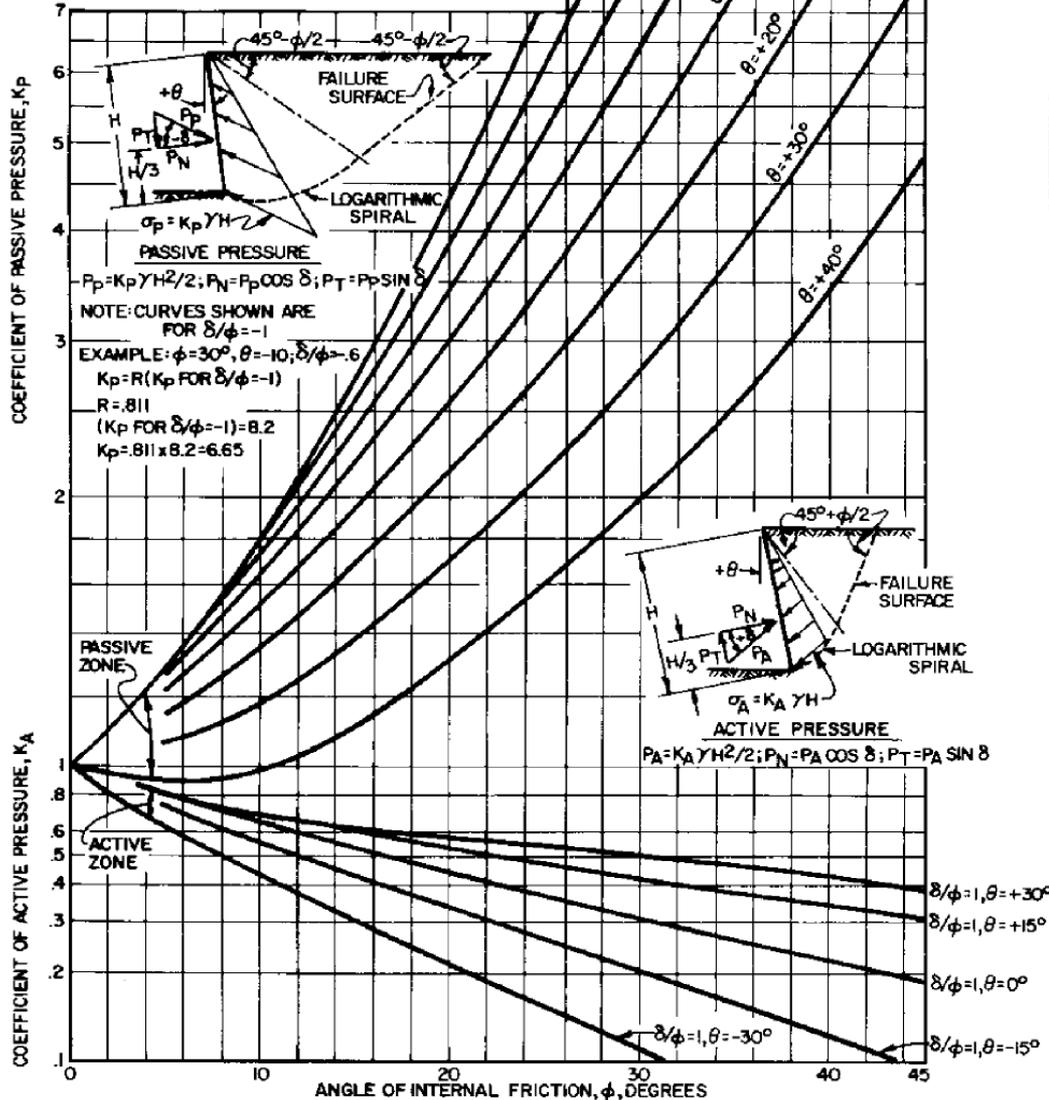
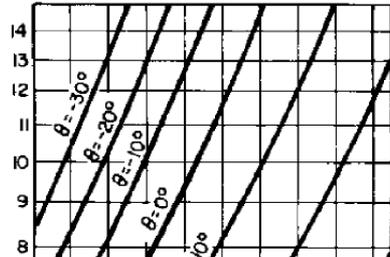


**SOLUZIONE ANALITICA** per  $\beta = \lambda = 0$ , mediante le tabelle di Caquot e Kerisel, sia  $\delta$  che  $\beta$  variano tra 0 e  $\varphi$ , e  $\delta$  è preso eguale a 0,  $1/3 \varphi$ ,  $2/3 \varphi$  e  $\varphi$  (tabella).

**TABELLA 8.2** I valori di  $K_a$  sono riportati sulla prima linea e di  $K_p$  sulla seconda linea

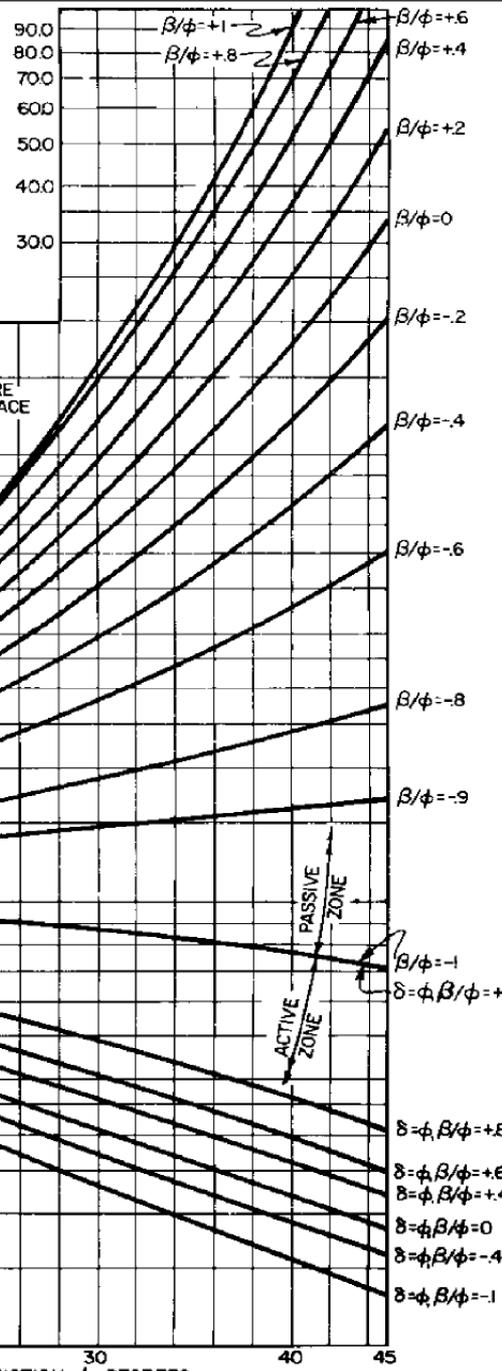
$\varphi$	5°	10°	15°	20°	25°	30°	35°	40°	45°	50°
$\frac{\delta}{\varphi} = 1$	0,81	0,65	0,53	0,44	0,37	0,31	0,26	0,22	0,185	0,155
	0,99	0,98	0,97	0,95	0,93	0,90	0,86	0,80	0,73	0,64
$\frac{\delta}{\varphi} = \frac{2}{3}$	0,81	0,66	0,54	0,44	0,36	0,30	0,25	0,20	0,16	0,13
	1,08	1,16	1,24	1,33	1,44	1,56	1,68	1,8	1,7	1,6
$\frac{\delta}{\varphi} = \frac{1}{3}$	0,82	0,67	0,56	0,45	0,37	0,30	0,25	0,20	0,16	0,13
	1,15	1,30	1,49	1,70	1,93	2,20	2,5	2,8	3,2	3,6
$\frac{\delta}{\varphi} = 0$	0,84	0,70	0,59	0,49	0,41	0,33	0,27	0,22	0,17	0,13
	1,19	1,42	1,70	2,04	2,46	3,0	3,7	4,6	5,8	7,5
$\frac{\delta}{\varphi} = -\frac{1}{3}$	0,88	0,75	0,64	0,52	0,46	0,39	0,32	0,26	0,20	0,16
	1,22	1,52	1,89	2,38	3,03	4,02	5,55	8,1	12	19
$\frac{\delta}{\varphi} = -\frac{2}{3}$	0,94	0,81	0,72	0,54	0,56	0,48	0,40	0,34	0,27	0,22
	1,24	1,59	2,06	2,72	3,61	5,25	8,0	12,8	21	41
$\frac{\delta}{\varphi} = -1$	1,04	1,06	1,05	1,04	1,02	0,98	0,94	0,88	0,82	0,75
	1,26	1,66	2,20	3,04	4,26	6,56	10,7	18,2	35	75

REDUCTION FACTOR (R) OF $K_p$ FOR VARIOUS RATIOS OF $-\delta/\phi$									
$\phi$	$\delta/\phi$	-0.7	-0.6	-0.5	-0.4	-0.3	-0.2	-0.1	0.0
10		.978	.962	.946	.929	.912	.898	.881	.864
15		.961	.934	.907	.881	.854	.830	.803	.775
20		.939	.901	.862	.824	.787	.752	.716	.678
25		.912	.860	.808	.759	.711	.666	.620	.574
30		.878	.811	.746	.686	.627	.574	.520	.467
35		.836	.752	.674	.603	.536	.475	.417	.362
40		.783	.682	.592	.512	.439	.375	.316	.262
45		.718	.600	.500	.414	.339	.276	.221	.174



SOLUZIONE GRAFICA NAVFAC 7.02 (1986).  
 Pressioni delle terre in terreni granulari:  
 terrapieno orizzontale e paramento inclinato

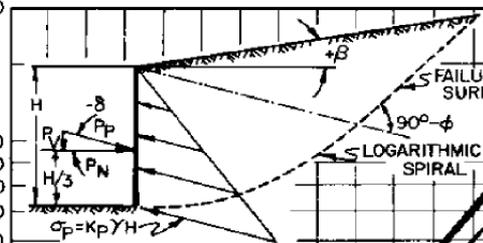
REDUCTION FACTOR (R) OF $K_p$ FOR VARIOUS RATIOS OF $-\delta/\phi$								
$\phi \backslash \delta/\phi$	-0.7	-0.6	-0.5	-0.4	-0.3	-0.2	-0.1	0.0
10	.978	.962	.946	.929	.912	.898	.881	.864
15	.961	.934	.907	.881	.854	.830	.803	.775
20	.939	.901	.862	.824	.787	.752	.716	.678
25	.912	.860	.808	.759	.711	.666	.620	.574
30	.878	.811	.746	.686	.627	.574	.520	.467
35	.836	.752	.674	.603	.536	.475	.417	.362
40	.783	.682	.592	.512	.439	.375	.316	.262
45	.718	.600	.500	.414	.339	.276	.221	.174



COEFFICIENT OF PASSIVE PRESSURE,  $K_p$

COEFFICIENT OF ACTIVE PRESSURE,  $K_a$

ANGLE OF INTERNAL FRICTION,  $\phi$ , DEGREES



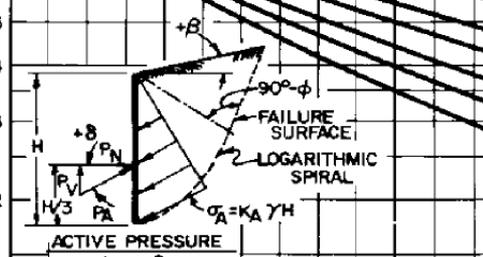
PASSIVE PRESSURE

$P_p = K_p \gamma H^2/2$ ;  $P_N = P_p \cos \delta$ ;  $P_V = P_p \sin \delta$

NOTE: CURVES SHOWN ARE FOR  $\delta/\phi = -1$

EXAMPLE:  $\phi = 25^\circ$ ;  $\beta/\phi = -2$   
 $\delta/\phi = -3$

$K_p = R(K_p \text{ FOR } \delta/\phi = -1)$   
 $R = .711$   
 $(K_p \text{ FOR } \delta/\phi = -1) = 3.62$   
 $K_p = .711 \times 3.62 = 2.58$



ACTIVE PRESSURE

$P_a = K_a \gamma H^2/2$   
 $P_N = P_a \cos \delta$   
 $P_V = P_a \sin \delta$

**SOLUZIONE GRAFICA NAVFAC 7.02 (1986).**  
**Pressioni delle terre in terreni granulari:**  
**terrapieno inclinato e paramento verticale**

## SPINTA DOVUTA ALLA COMPATTAZIONE DEL TERRAPIENO

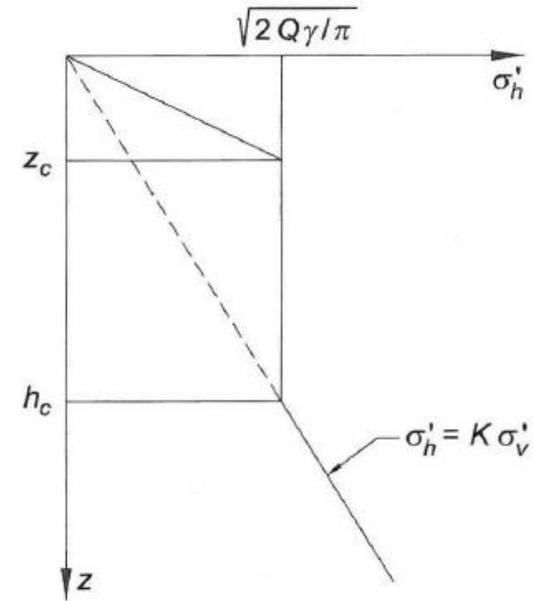
Per conferire al terrapieno adeguate caratteristiche meccaniche, viene usualmente richiesta la messa in opera dello stesso con compattazione per ottenere un assegnato valore della densità secca.

Il processo di compattazione induce naturalmente delle spinte sull'opera, che variano in intensità e distribuzione a seconda delle precise modalità di realizzazione del terrapieno (numero e spessore degli strati e relative fasi di compattazione).

È quindi inevitabile, volendo valutare la spinta sull'opera, rifarsi a uno schema semplificato che, può essere riassunto come a lato.

Si assuma che il processo di compattazione possa essere rappresentato da un carico lineare  $Q$ , equivalente al carico statico per unità di lunghezza della generatrice del tamburo del rullo di compattazione (al quale andrebbe aggiunto l'effetto della rotazione della massa eccentrica nel caso di un rullo vibrante). Fissato tale valore, la massima tensione orizzontale, prodotta dal singolo passaggio del rullo, può stimarsi pari a:

$$\sigma'_h = \sqrt{\frac{2Q\gamma}{\pi}}$$



Supponendo che tale valore sia raggiunto in ogni successiva fase di messa in opera e compattazione dei vari strati, si può definire un **DIAGRAMMA DI SPINTA** come schematizzato in figura, che presenta le seguenti peculiarità.

A profondità inferiori al valore  $h_c$ , risulta prevalente l'effetto della compattazione ed è possibile individuare un luogo dei massimi della  $\sigma'_h$ , una volta definiti i valori delle profondità caratteristiche  $z_c$  e  $h_c$ :

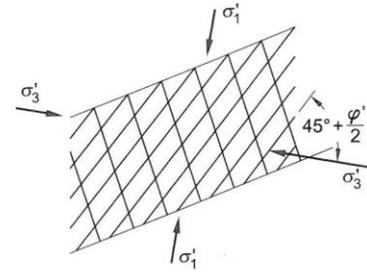
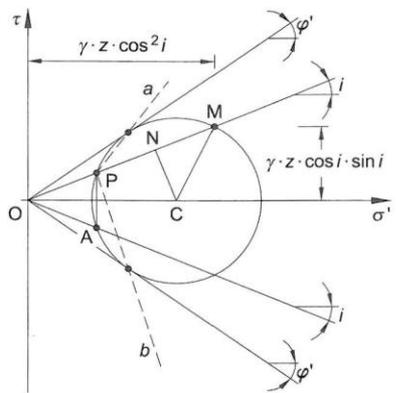
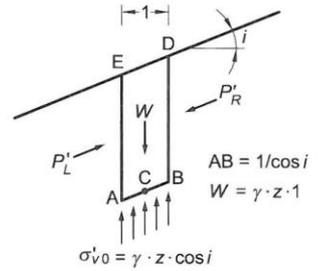
$$z_c = K \sqrt{\frac{2Q}{\gamma\pi}} \quad h_c = \frac{1}{K} \sqrt{\frac{2Q}{\gamma\pi}}$$

che consentono di tracciare il diagramma di spinta.

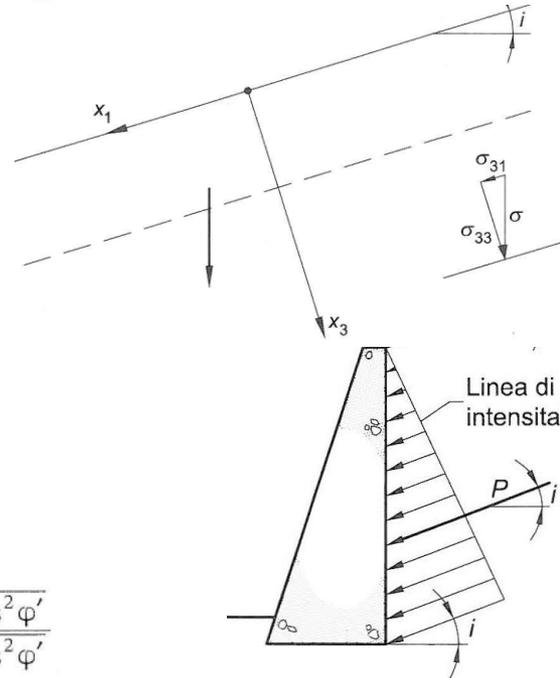
A profondità maggiori di  $h_c$  risulta prevalente l'usuale andamento idrostatico della spinta, con l'avvertenza che il **coefficiente di spinta  $K$  può assumersi pari al valore di spinta attiva**, nel caso siano consentiti movimenti dell'opera che giustificano il raggiungimento di tale condizione limite, oppure pari al coefficiente di spinta a riposo in presenza di vincoli che impediscano ogni spostamento.

# SFORZI CONIUGATI IN UN PENDIO INDEFINITO

Si consideri ora un semispazio delimitato da un piano avente come traccia la retta di inclinazione  $i < \varphi'$ , con proprietà costanti alla stessa profondità, qualunque sia la verticale considerata. Tale assunzione richiede che eventuali stratificazioni siano parallele al piano campagna e implica che lo stato di sforzo sia indipendente dalla coordinata  $x_1$  lungo il pendio. Le risultanti delle azioni agenti sulle sezioni BA e DB devono avere pertanto lo stesso modulo e rette d'azione parallele; inoltre, se si considera l'equilibrio alla rotazione intorno al punto C, si deduce anche che tali rette coincidono e sono parallele alla traccia del piano limite. L'equilibrio alla traslazione verticale permette così di scrivere  $\sigma'_{v0} = \gamma z \cos i$  e si arriva pertanto alla conclusione che il vettore sforzo agente sul piano verticale e quello agente sul piano parallelo alla frontiera risultano ognuno parallelo al piano sul quale agisce l'altro. Quando sussiste tale proprietà, i piani sono definiti piani coniugati e gli sforzi sono pertanto indicati come sforzi coniugati. Anche in questo caso, **mentre il valore della tensione verticale è definito dalla formula sopra riportata, il valore della tensione agente sul piano verticale risulta indeterminato**, per cui è d'interesse individuarne il campo di variazione.



Con riferimento al cerchio di Mohr riportato in figura, **la tensione  $\sigma'_{v0}$  che agisce su un piano che ha la stessa obliquità  $i$  del piano campagna è rappresentata dal segmento OM**. Il cerchio di Mohr corrispondente a una condizione limite deve passare per tale punto ed essere tangente all'involuppo di rottura. L'origine dei piani è individuata dal punto P e i piani sui quali risulta mobilitata la resistenza al taglio hanno come traccia le rette a e b. Il valore minimo che può essere attribuito alla tensione agente sul piano verticale, nel rispetto delle condizioni di equilibrio e del criterio di rottura, può essere ricavato osservando che la retta verticale tracciata dal punto P interseca il cerchio di Mohr nel punto A. Valgono pertanto le relazioni seguenti



$$\begin{aligned} \overline{OM} &= \sigma'_{v0} \\ \overline{OA} &= \sigma'_a \\ \overline{ON} &= \overline{OC} \cos i & \overline{NC} &= \overline{OC} \sin i \\ \overline{MC} &= \overline{OC} \sin \varphi' \\ \frac{\sigma'_a}{\sigma'_{v0}} &= \frac{\overline{ON} - \overline{MN}}{\overline{ON} + \overline{MN}} \end{aligned}$$

$$\frac{\sigma'_a}{\sigma'_{v0}} = \frac{\cos i - \sqrt{\cos^2 i - \cos^2 \varphi'}}{\cos i + \sqrt{\cos^2 i - \cos^2 \varphi'}}$$

che consentono di determinare il valore della spinta attiva

## SPINTA DELLE TERRE SULLE OPERE DI SOSTEGNO: SINTESI

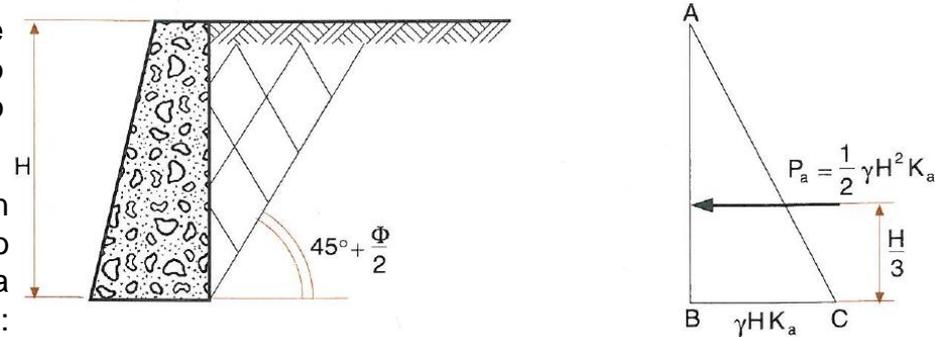
Generalmente con i muri di sostegno vengono soddisfatte le condizioni di spostamento che danno luogo alla spinta attiva.

Nello stato attivo di Rankine la determinazione  $K_a$  corrisponde al caso in cui la superficie del terreno è orizzontale, sui piani verticali non ci sono tensioni di taglio e le tensioni orizzontali sono tensioni principali. Quando il muro di sostegno si muove, soddisfacendo così la condizione di deformazione, anche il terreno retrostante si muove e quindi si sviluppano tensioni di taglio tra il terreno ed il muro. Queste tensioni però, nel caso di spinta attiva, riducono la spinta; l'adottare il **METODO DI RANKINE** porta quindi ad una stima in eccesso e a favore della sicurezza.

Quando la superficie del terreno è orizzontale e il retro del muro è verticale e liscio, dimodoché non vi sono tensioni di taglio, si può valutare la spinta attiva nell'ipotesi che la zona attiva sia un triangolo e che il terreno entro esso si trovi nello stato attivo di Rankine.

Consideriamo ora un muro che sostenga della sabbia asciutta; in questo caso la spinta attiva ad ogni profondità è data come abbiamo già visto da  $\sigma_h = \gamma z K_a$  essendo  $\gamma$  il peso di volume della terra,  $z$  la profondità e  $K_a$  il coefficiente di spinta attiva. La spinta totale vale:

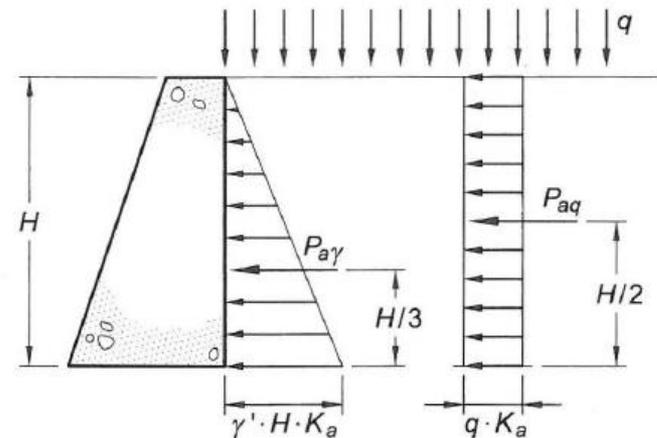
**$P_a = \frac{1}{2} \gamma H^2 K_a$  ed agisce ad un'altezza  $H/3$  dalla base.**



## SPINTA DOVUTA AI SOVRACCARICHI

Se un sovraccarico  $q$  uniformemente distribuito viene applicato sul piano campagna la tensione verticale efficace alla generica profondità assume il valore  $(\gamma' z + q)$ . Ne segue che la tensione attiva risulterà incrementata della quantità  $K_a q$  e il corrispondente **incremento di spinta sarà pari a  $P_{aq} = K_a q H$ , con punto di applicazione a  $H/2$ .**

Più complicata è l'analisi del regime di spinta in presenza di un carico lineare o puntuale. L'entità e la distribuzione delle spinte è in questi casi ancora oggetto di ricerca e la mancanza di soluzioni rigorose spiega perché nella pratica professionale si faccia uso di diversi approcci approssimati, si veda il manuale NAVFAC, 1982.



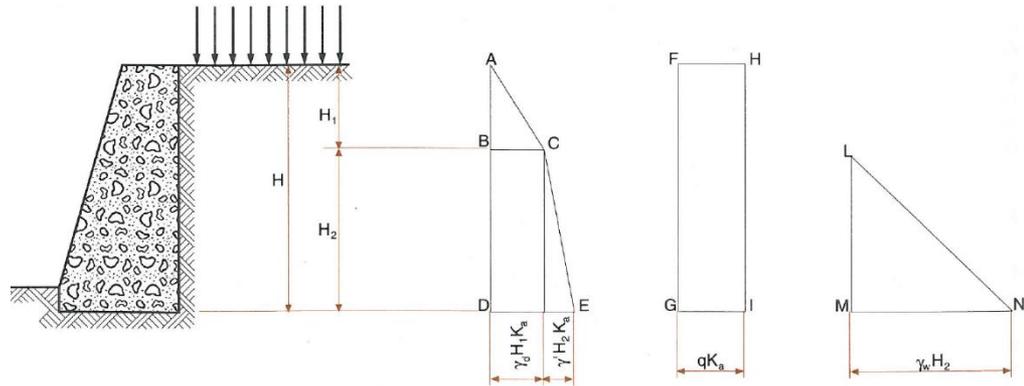
Esempio di un muro che sostenga un riempimento formato da sabbia asciutta per l'altezza  $H_1$  e immersa per l'altezza  $H_2$  e sulla cui superficie orizzontale agisca un sovraccarico uniformemente ripartito  $q$ .

L'angolo di attrito interno sia  $\phi$ , eguale per sabbia asciutta ed immersa, e il peso di volume della sabbia asciutta sia  $\gamma_d$ . Si è visto che si deve tener conto dell'effetto della pressione neutrale sugli sforzi effettivi della sabbia assegnando alla sabbia immersa il peso di volume immerso  $\gamma'$ . Quindi, fino alla profondità  $H_1$ , la spinta sul muro è rappresentata, con acqua ferma, dal triangolo ABC; alla profondità  $z'$ , sotto la falda con acqua in quiete, la pressione verticale vale  $\sigma_v = \gamma_d H_1 + z' \gamma'$  e quindi quella orizzontale è data da:

$$\sigma_h = \sigma_v K_a = (H_1 \gamma_d + z' \gamma') K_a$$

La spinta totale è data dall'area ABDEC. Bisogna poi aggiungere la spinta dell'acqua  $1/2 \gamma_w H_2^2$  rappresentata da LMN.

Il sovraccarico  $q$  fa aumentare la pressione verticale  $\sigma_z$  ad ogni profondità di  $q$  e quindi la pressione orizzontale aumenta di:  $\sigma_h = q \cdot K_a$  e la spinta corrispondente al sovraccarico è data dall'area FGIH.



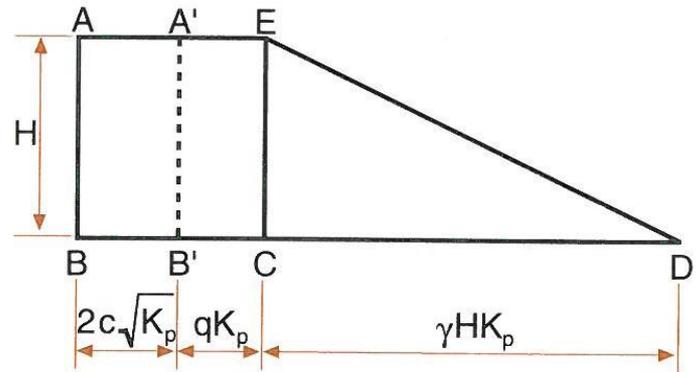
Se la parete comprime il terreno sul quale può agire un sovraccarico la pressione  $\sigma_h$ , come è stato già visto, diventa lo sforzo principale maggiore  $\sigma_1$  e ricordando che  $\sigma_1 = \sigma_3 K_p + 2c \sqrt{K_p}$ , si ha  $\sigma_h = \sigma_1$  e  $\sigma_v = \sigma_3 = \gamma z + q$  e sostituendo:

$$\sigma_h = \gamma z K_p + q K_p + 2c \sqrt{K_p} \tag{8.21}$$

La spinta passiva  $P_p$  è allora formata (figura 8.21) dal triangolo CDE, di area  $1/2 \gamma H^2 K_p$  e dal rettangolo ABCE di area  $H(2c \sqrt{K_p} + q K_p)$ .

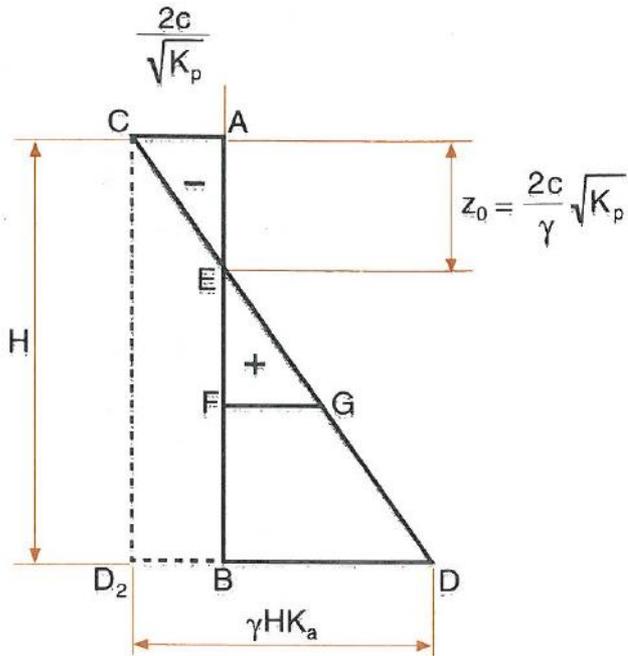
Per  $\Phi = 0$ ,  $\tau = c_u$  e  $K_a = K_p = 1$  si ha:

$$\sigma_h = \sigma_v + q + 2c_u \tag{8.22}$$



Se il muro sostiene della terra la cui resistenza al taglio sia data dalla relazione  $\tau = c' + \sigma' \operatorname{tg} \varphi'$ , si può applicare la relazione  $\sigma_{ha} = \sigma_{v0} K_a - 2c \sqrt{K_a}$  che può essere scritta nella forma  $\sigma_h = \sigma_v K_a - \frac{2c}{\sqrt{K_p}}$

La pressione orizzontale  $\sigma_h$  è rappresentata dalla linea CD rispetto ad AB.



Alla profondità  $z_0$ :  $z_0 = \frac{2c}{\gamma} \sqrt{K_p}$  la pressione orizzontale si annulla

Poiché il terreno non aderisce necessariamente al muro, si fa in genere l'ipotesi che la spinta attiva di un terreno coerente sia rappresentata dal triangolo BDE e quindi sia espressa da:

$$P_a = \frac{1}{2} \gamma H^2 K_a - \frac{2cH}{\sqrt{K_p}} + \frac{2c^2}{\gamma}$$

Per  $\Phi = 0$ ,  $\tau = c_u$  e quindi  $K_a = K_p = 1$ , si ha:

$$\sigma_h = \sigma_v - 2c_u$$

sempre nell'ipotesi che l'adesione terra-muro sia nulla.

## LA FUNZIONE DEI SISTEMI DRENANTI

La spinta idrostatica può essere facilmente ridotta, se non addirittura annullata, con l'utilizzo, a tergo delle opere di sostegno (in particolare nel caso di muri e strutture miste), di sistemi drenanti appropriati.

**I drenaggi e i filtri hanno lo scopo di:**

- ridurre il valore delle pressioni interstiziali nel sottosuolo o in manufatti di materiali sciolti;
- eliminare o ridurre le pressioni interstiziali a tergo di strutture di sostegno;
- consentire la filtrazione verso l'esterno di acque presenti nel sottosuolo o in manufatti di materiali sciolti senza causare il sifonamento;
- interrompere l'eventuale risalita di acqua per capillarità.

Inoltre: **i drenaggi e i filtri, in relazione alle finalità per cui vengono realizzati, devono essere progettati in modo da soddisfare i seguenti requisiti:**

1. il **materiale filtrante deve essere più permeabile** del terreno con il quale è a contatto;
2. la **granulometria** del materiale filtrante deve essere tale da evitare che particelle di terreno causino intasamento del filtro e del drenaggio;
3. lo **spessore** dello strato filtrante deve essere sufficientemente elevato da consentire una buona distribuzione delle frazioni granulometriche nello strato stesso e deve essere definito tenendo conto anche dei procedimenti costruttivi.

**Se i criteri di progetto sopra elencati non possono essere soddisfatti con un solo strato filtrante, sarà impiegato un tipo a più strati. Ciascuno strato filtrante nei riguardi di quelli adiacenti sarà progettato alla stessa stregua di un filtro monostrato.**

**Scelta dei materiali drenanti secondo i criteri per il dimensionamento granulometrico dei filtri:**

- $4d_{15} < d_{f15} < 4 d_{85}$
- scarichi  $\rightarrow d_{f85} > \varnothing_{\text{foro}} \text{ o } 1.2 L_{\text{fenditura}}$

I tubi disposti nei drenaggi allo scopo di convogliare l'acqua raccolta devono essere dimensionati tenendo conto della portata massima ed i fori di drenaggio dei tubi vanno dimensionati in modo da evitare che granuli del materiale filtrante penetrino nelle tubazioni stesse.

**I materiali naturali o artificiali da impiegare per la confezione di drenaggi e filtri, devono essere formati da granuli resistenti e durevoli e non devono contenere sostanze organiche o altre impurità.**

**Le acque ruscellanti in superficie non devono penetrare entro i drenaggi e i filtri; esse devono essere regimentate in superficie mediante canalizzazioni.**

Il terreno formante il piano di posa di drenaggio e filtri non deve subire rimaneggiamenti, deve essere sufficientemente consistente e se necessario costipato.

Durante la costruzione vanno eseguiti regolari controlli della granulometria del materiale impiegato.

Il materiale del filtro e del drenaggio va posto in opera evitando la separazione delle frazioni granulometriche.

## SISTEMI DI DRENAGGIO

Nella progettazione dei muri di sostegno la predisposizione di adeguati sistemi di drenaggio e l'attenta presa in considerazione del problema delle fondazioni sono gli aspetti più rilevanti, con un peso ben maggiore dell'esatta valutazione delle spinte.

Con riferimento al primo aspetto, si osserva che lo scopo principale di un sistema di drenaggio è quello evitare che sull'opera possano prodursi spinte di elevate intensità e, per raggiungere questo obiettivo, sono possibili diverse soluzioni, volte a ridurre l'effetto di ristagno e accumulo delle acque a ridosso dell'opera e a prevenire gli effetti legati all'azione del gelo.

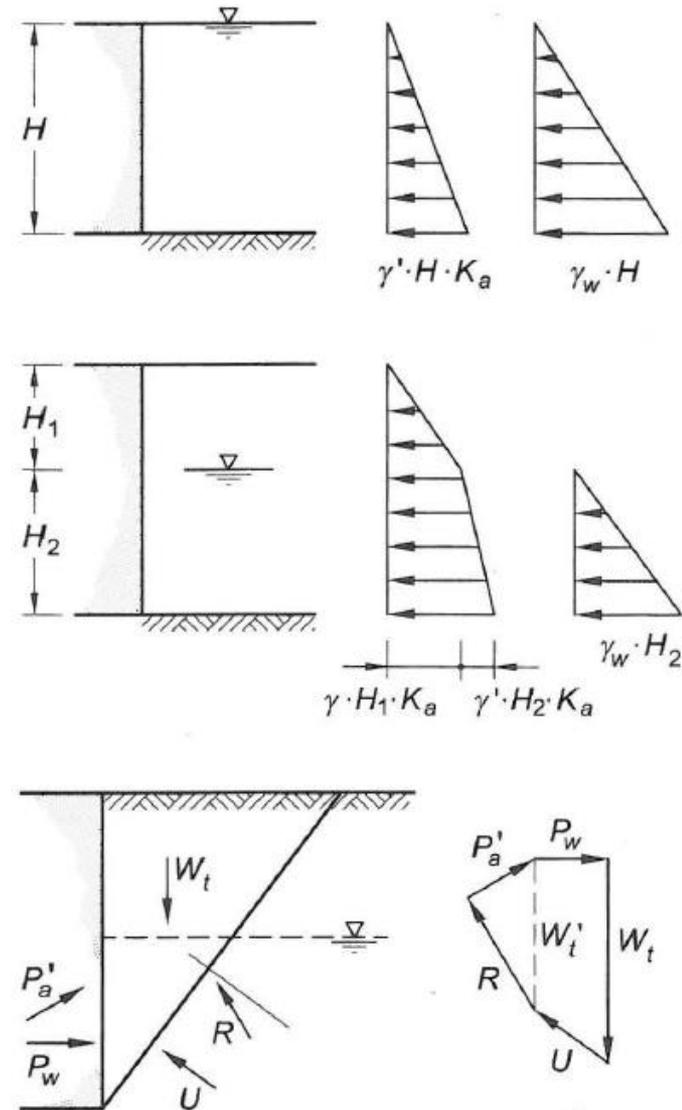
Prendendo in esame il caso più semplice che vede l'acqua in condizioni idrostatiche, la spinta esercitata dal terreno viene calcolata con riferimento alle tensioni efficaci, nella quale va introdotto il peso dell'unità di volume del terreno alleggerito  $\gamma'$ , ossia:

$$P_a = \frac{1}{2} \cdot \gamma' \cdot H^2 \cdot K_a$$

e al valore così determinato va sommata la spinta idrostatica dell'acqua, per cui la spinta totale assume l'espressione:

$$P_a = \frac{1}{2} \cdot \gamma' \cdot H^2 \cdot K_a + \frac{1}{2} \cdot \gamma_w \cdot H^2$$

I due pesi di volume, dell'acqua e del terreno alleggerito si equivalgono e pertanto è spesso il contributo dell'acqua a creare situazioni critiche per la stabilità visto che il «coefficiente di spinta» dell'acqua è unitario, mentre quello delle terre è, in condizioni attive, minore di uno ( $K_a \sim 0,25 \div 0,40$ ); quindi, a parità di altezza, la spinta dell'acqua può essere anche 4 volte quella del terreno!



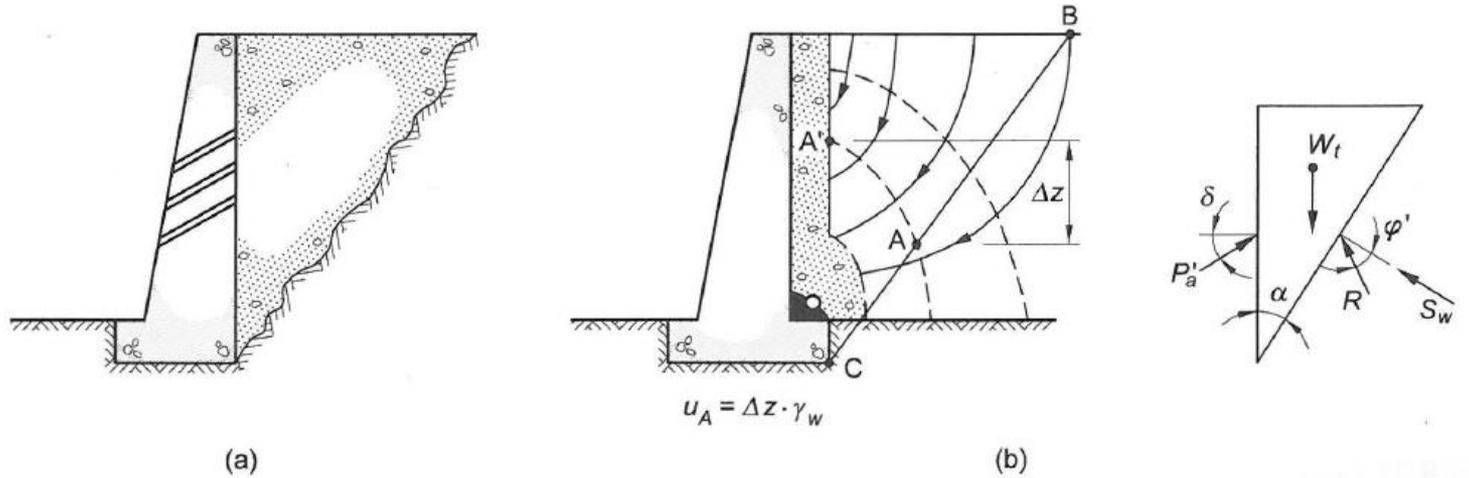
In presenza di *precipitazioni*, il terrapieno tende a saturarsi, con conseguente aumento del peso di volume, e la pressione dell'acqua influenza la stabilità dell'opera in maniera dipendente dai sistemi di drenaggio adottati.

Per eliminare l'acqua di infiltrazione vengono solitamente predisposti **FORI DI SCARICO NEL CORPO DEL MURO E DRENAGGI NEL TERRAPIENO**. I primi sono solitamente costituiti da tubi del diametro di 10 cm a interasse (orizzontale e verticale) di 1,50 m, muniti di un filtro che ne impedisca l'occlusione.

Questo modo di procedere presenta però l'inconveniente che l'acqua che esce dai tubi si infiltra nel terreno al piede della fondazione del muro, dove è invece opportuno che il terreno risulti più asciutto possibile.

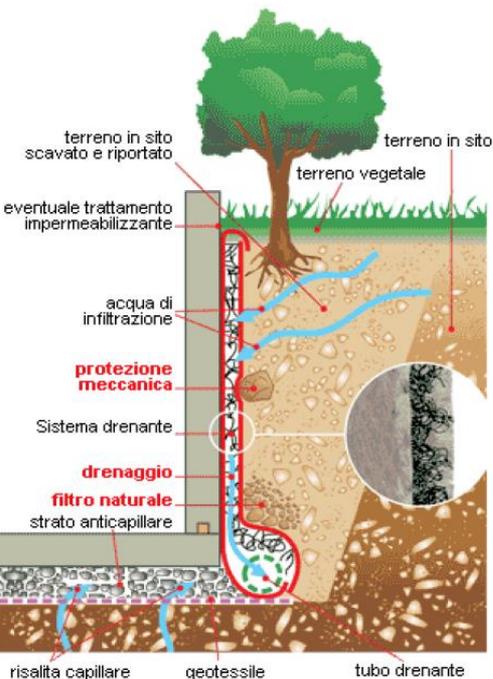
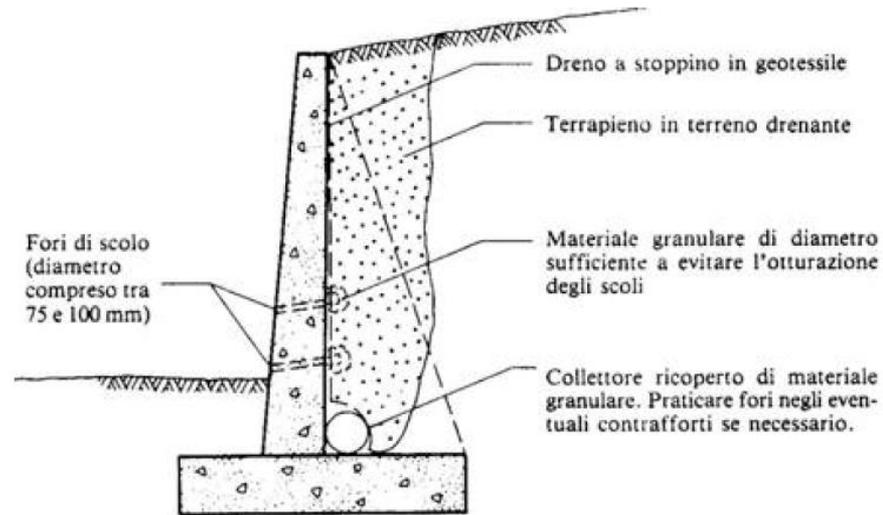
Per eliminare questo inconveniente si può ricorrere a un **DRENO CONTINUO** a ridosso della parete interna del muro (figura b), con sbocchi situati alle estremità del muro stesso, e per determinare il valore della pressione dell'acqua in ogni punto della potenziale superficie di scorrimento *CB* si ricorre alla costruzione della rete di flusso. Noto ad esempio il reticolo di filtrazione, la pressione nel generico punto *A* si ottiene osservando che esso appartiene all'equipotenziale passante per il punto *A'*, che si trova a pressione atmosferica e quindi nulla (perché la pressione dell'acqua è misurata con riferimento alla pressione atmosferica), e risulta pertanto pari a  $\gamma_w \Delta z$  (figura b).

Una volta determinata la risultante  $S_w$  delle pressioni dell'acqua (agenti su *CB*), la valutazione della spinta può effettuarsi considerando al solito l'equilibrio del cuneo di terreno saturo.



Si vede come, benché il dreno verticale garantisca un valore nullo della pressione dell'acqua a ridosso dell'opera, **l'effetto della filtrazione comporta comunque un aumento della spinta.**

Il sistema drenante più comune rappresentato dall'associazione di materiale drenante a ridosso del muro, di fori di scolo che attraversano la struttura (diametro 7,5÷10,0 cm) e dalla posa di collettori longitudinali lungo la faccia interna del muro stesso. **Il materiale drenante deve essere costituito preferibilmente da ghiaia grossa, separata dal terreno in posto per mezzo di uno strato di geotessile, con la funzione di impedire all'eventuale frazione fine dilavata di intasare il materiale drenante stesso.** Il geotessile può anche essere collocato tra materiale drenante e muro, con lo scopo di evitare la fuoriuscita del dreno attraverso i fori di scolo. Tale sistema, in presenza di falda, ne consente l'abbattimento, e in assenza della stessa impedisce, in caso di piogge intense, l'instaurarsi di un fenomeno di flusso continuo di acqua all'interno del terrapieno.



Geocompositi drenanti

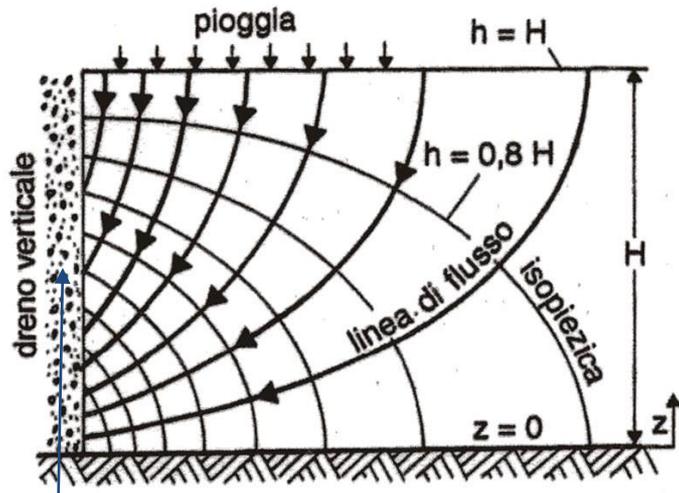


Sistemi di "materassi drenanti"

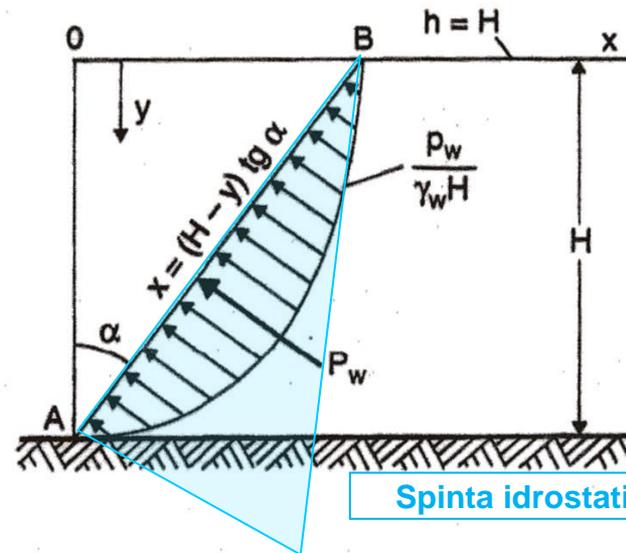
**Ai sistemi drenanti tradizionali vengono oggi associati sistemi più recenti, che resistono alla compressione senza perdere le loro proprietà drenanti, e sono rappresentati:**

- dai geocompositi drenanti, associati a collettori drenanti alla base del muro;
- da sistemi costituiti da trucioli di polistirolo espanso contenuti in strutture a reti metalliche, con frapposto uno strato di geotessile anti-intasante.

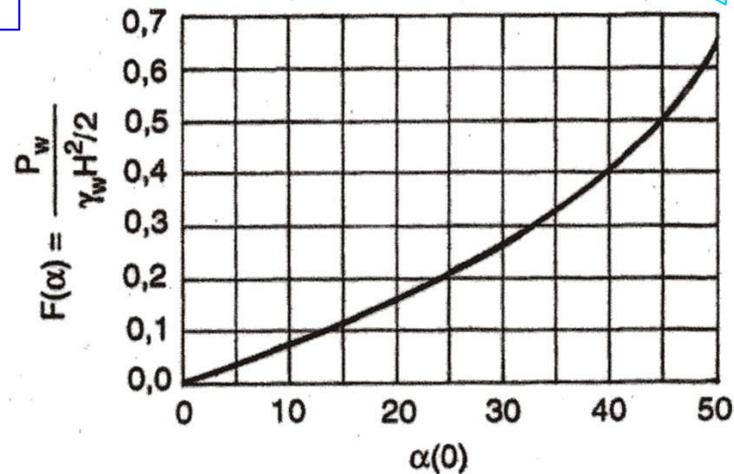
# RIDUZIONE DELLA SPINTA CON DRENAGGIO VERTICALE



Pressione atmosferica nel dreno



Spinta idrostatica

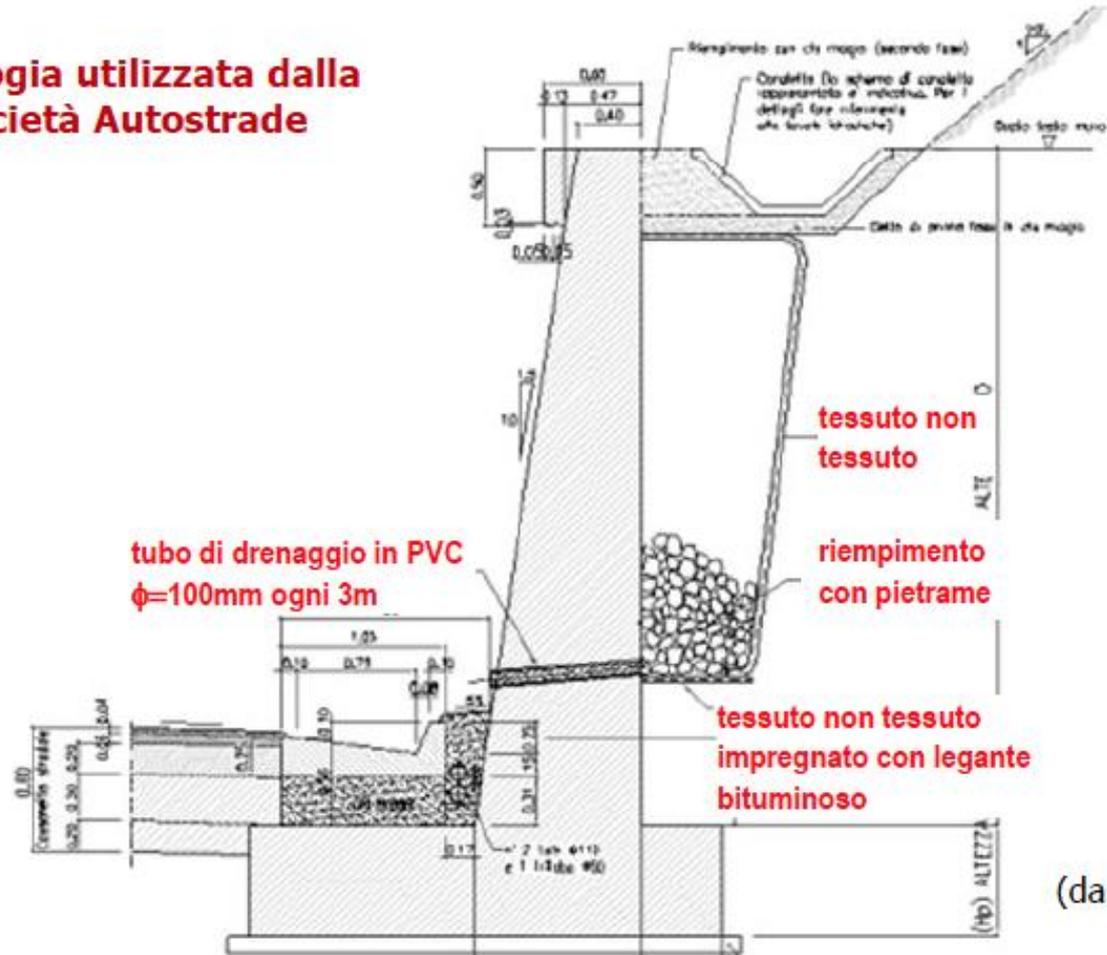


$$P_w = F(\alpha) \frac{1}{2} \gamma_w H^2$$

$$F(\alpha) = \sec \alpha - \frac{32}{\pi^3} \cos \alpha \sum_0^{\infty} \frac{1}{(2m+1)^3} \operatorname{tg} \alpha + (-1)^m \{e^{-(2m+1)(\pi/2) \operatorname{tg} \alpha}\}$$

## ESEMPIO DI SISTEMA DI DRENAGGIO

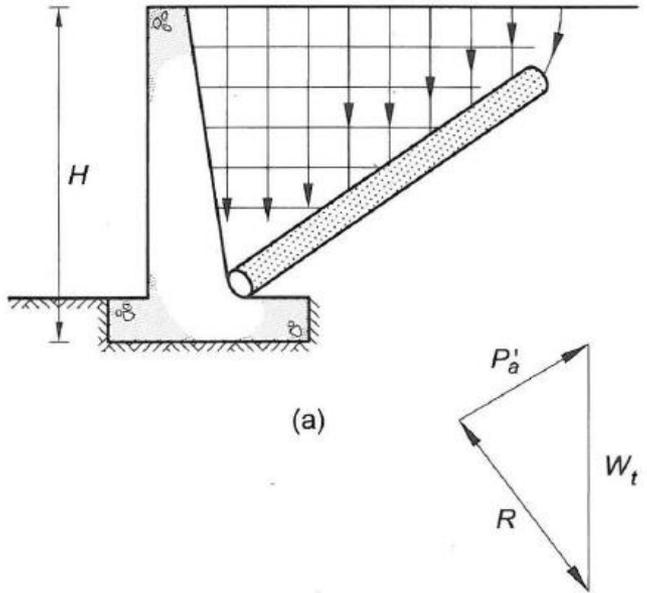
Tipologia utilizzata dalla  
Società Autostrade



(da Boccacci, 2011)

Nel caso si abbia la possibilità di mettere in opera un **DRENO SUBORIZZONTALE** (a), che svolge anche la funzione di protezione contro il gelo, si consegue il vantaggio di avere delle linee di flusso verticali con equipotenziali orizzontali. In virtù di questo fatto (linee equipotenziali orizzontali) e osservando che lungo il dreno la pressione dell'acqua è nulla (pressione atmosferica), **la pressione dell'acqua risulta nulla** anche in ogni punto del dominio e la differenza di carico tra due equipotenziali è uguale alla differenza di quota.

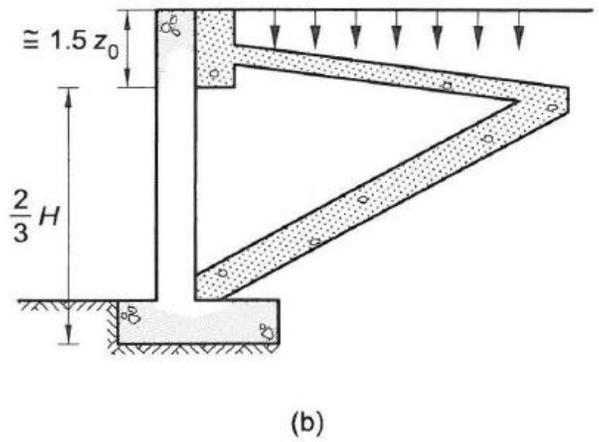
**Il calcolo della spinta è quindi analogo al caso in cui l'acqua sia assente, salvo ricordarsi di introdurre nelle analisi il peso di volume del terreno saturo.**



Nel caso di terrapieni argillosi soggetti a fessurazione si può ricorrere ai materassi drenanti.

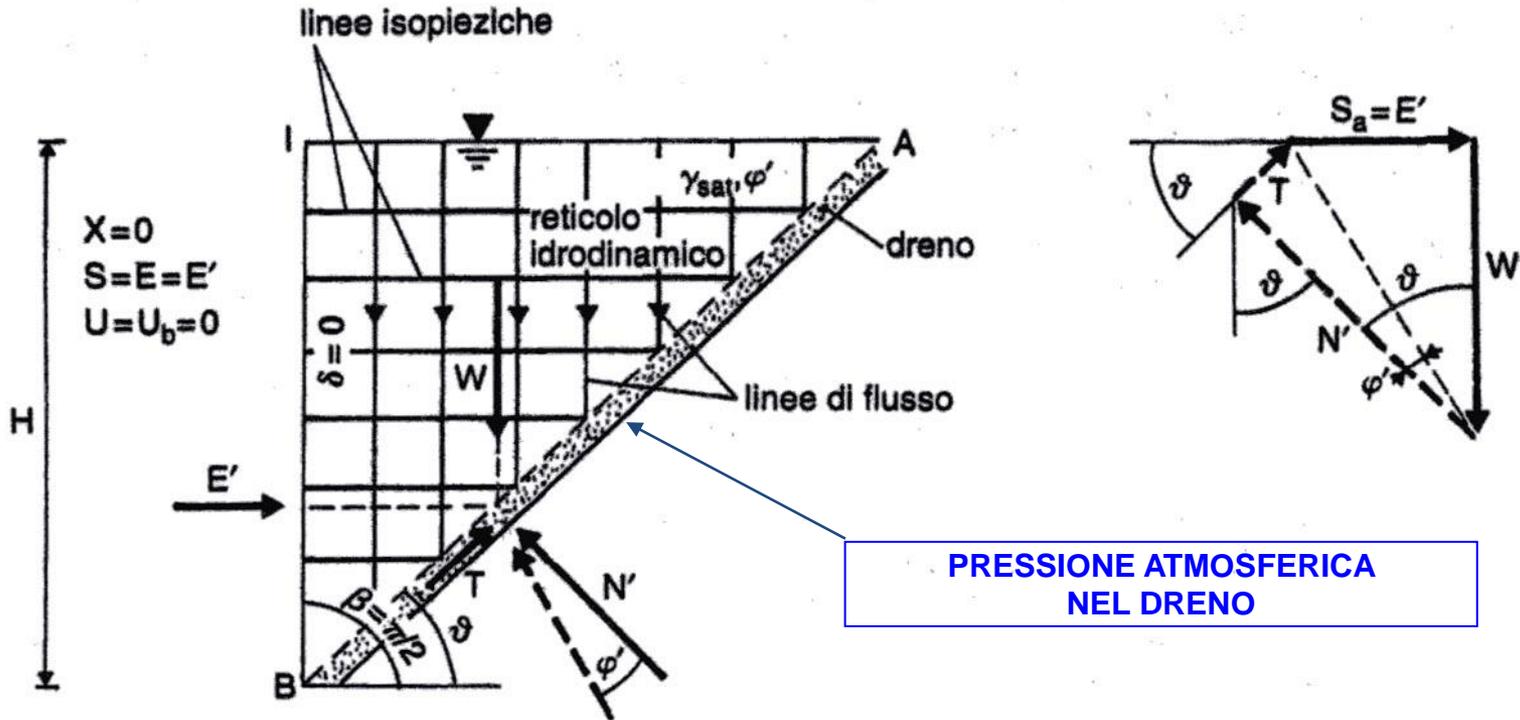
Se il **terrapieno è costituito da materiale a grana fine**, Terzaghi e Peck suggeriscono l'impiego di **MATERASSI DRENANTI** (un sistema di drenaggio costituito da un filtro verticale di altezza analoga a quella delle ipotetiche fessure, collegato a un dreno in contropendenza (per la raccolta delle acque di infiltrazione superficiali) collegato a sua volta con un dreno orizzontale) disposti come illustrato in b, per prevenire variazioni del contenuto d'acqua e, conseguentemente, fenomeni di rigonfiamento e fessurazioni.

Poiché un terrapieno di argilla tende inoltre a staccarsi dal muro per una profondità pari a circa  $z_0$ , e la fessura così formatasi si riempie di acqua, è buona norma inserire in tale zona uno strato drenante spinto fino alla profondità di  $1,5 z_0$ .



## RIDUZIONE DELLA SPINTA CON DRENAGGIO INCLINATO

terrapieno saturo, dreno inclinato, acqua in moto verticale con  $i=1$



Senza drenaggio:

$$P_{a,u} = \frac{1}{2} k_a \gamma' H^2 + \frac{1}{2} \gamma_w H^2 = \frac{1}{2} (k_a \gamma' + \gamma_w) H^2$$

Con drenaggio:

$$P_{a,d} = \frac{1}{2} k_a \gamma_{sat} H^2 = \frac{1}{2} (k_a \gamma' + k_a \gamma_w) H^2 < P_{a,u}$$

Nei muri di sostegno, il terreno di riempimento a tergo del muro deve quindi essere posto in opera con opportuna tecnica di costipamento ed avere granulometria tale da consentire un **drenaggio efficace** nel tempo.

Si può ricorrere all'uso di **geotessili**, con funzione di separazione e filtrazione, da interporre fra il terreno in sede e quello di riempimento.

Il drenaggio deve essere progettato in modo da risultare efficace in tutto il **volume significativo** a tergo del muro.

Devono essere valutati gli **effetti derivanti da parziale perdita di efficacia di dispositivi particolari** quali **sistemi di drenaggio superficiali e profondi, tiranti ed ancoraggi**.

Devono essere prescritte le caratteristiche fisiche e meccaniche dei **materiali di riempimento**.

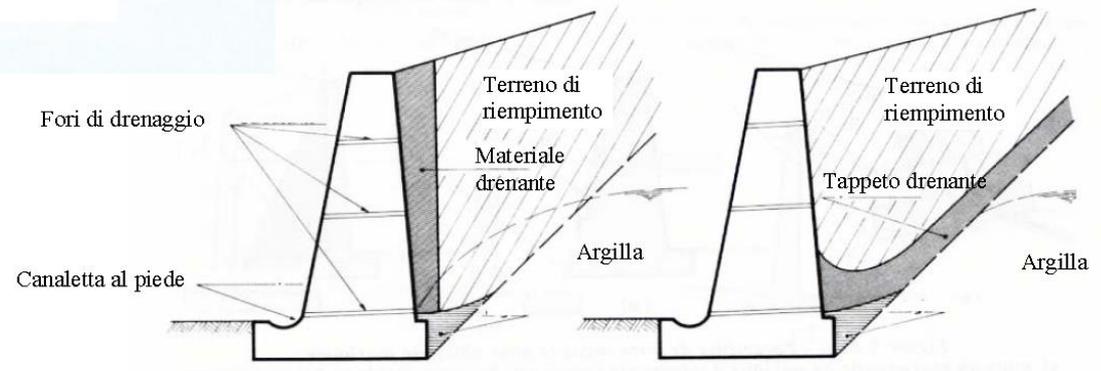
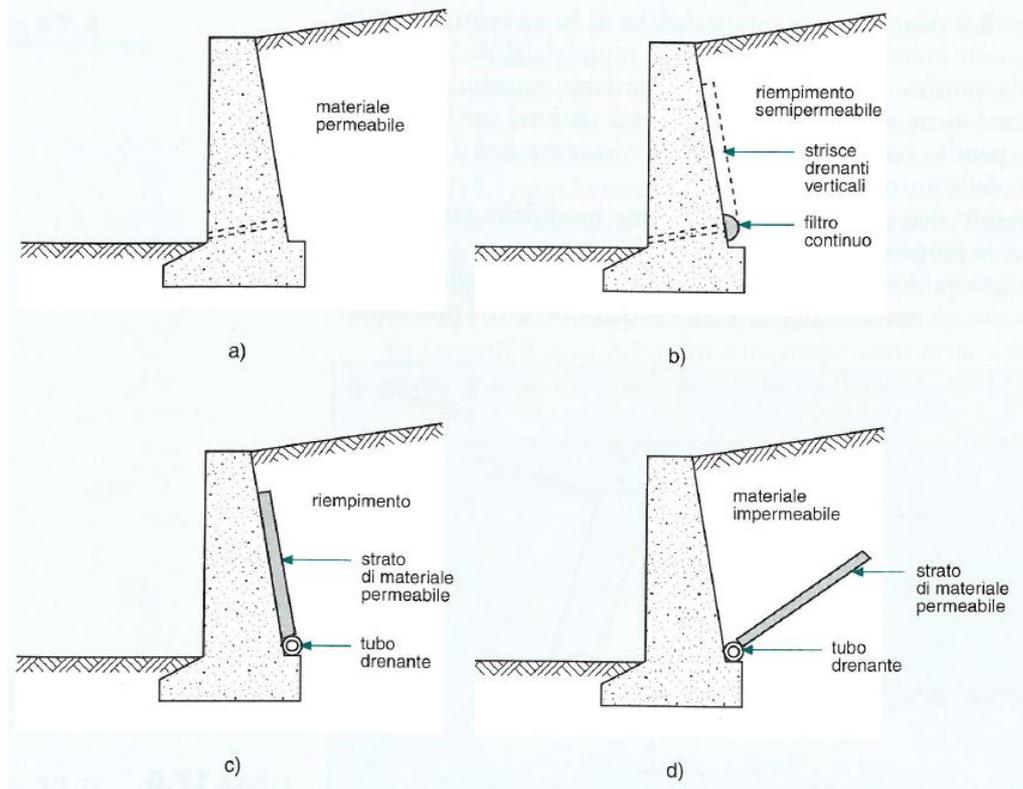


Figura 14.5: Sistemi di drenaggio dietro i muri di sostegno.

## **CONDIZIONI SISMICHE**

- In condizioni sismiche il problema reale è molto complesso per la sovrapposizione di movimenti traslativi e rotazionali il cui rapporto relativo dipende dalle caratteristiche:
  - dell'**opera**
  - del **terreno**
  - del **terremoto**
- Durante il terremoto l'entità e la distribuzione delle **pressioni trasmesse dal terreno variano nel tempo**
- Il **punto di applicazione della spinta si sposta** verso l'alto o verso il basso a seconda che l'opera tenda ad avvicinarsi o allontanarsi dal terreno
- Il **moto è amplificato** in corrispondenza delle frequenze naturali dell'opera e del deposito che possono muoversi anche in opposizione di fase
- Al termine della scossa sismica possono permanere per un certo periodo **sovrappressioni interstiziali** in eccesso a tergo dell'opera

**È un problema complesso di interazione che nella pratica viene di norma affrontato con metodi semplificati: METODI PSEUDOSTATICI  
METODI PSEUDODINAMICI (spostamenti)**

## INFLUENZA DELLA FALDA IDRICA SUL REGIME DELLE SPINTE IN CONDIZIONI DINAMICHE

La presenza di acqua è indesiderabile soprattutto **in caso di sisma**, ove l'incremento di spinta dato non solo dalla pressione **idrostatica**, presente in condizioni sia statiche sia sismiche e che cresce in modo lineare con la profondità, ma anche dalla pressione **idrodinamica**, che dipende dalla risposta dinamica del corpo idrico.

La presenza di acqua sul lato di monte dell'opera di sostegno può influenzare la spinta sismica in questo modo:

- alterando le forze inerziali nel terrapieno
- sviluppando **pressioni idrodinamiche** nel terrapieno
- consentendo la formazione di **pressioni interstiziali in eccesso** dovute a deformazioni cicliche

**Le forze inerziali nei terreni saturi dipendono dal movimento relativo tra le particelle e l'acqua interstiziale.**

Se **la permeabilità del terreno è abbastanza bassa ( $k < 5 \cdot 10^{-4}$  m/s)**, in modo tale che l'acqua interstiziale si muova solidale al terreno durante l'evento sismico, **le forze inerziali sono proporzionali al peso di volume del terreno.**

Se invece **la permeabilità è elevata ( $k > 5 \cdot 10^{-4}$  m/s)**, l'acqua interstiziale può rimanere ferma mentre lo scheletro solido si muove; in questo caso, **le forze inerziali saranno proporzionali al peso di volume alleggerito del terreno.**

Per tener conto dell'incremento di spinta dovuta alla presenza di acqua in condizioni sismiche, il metodo di **Mononobe-Okabe** consente di **effettuare una correzione** nell'ambito delle relative equazioni, con un aumento del valore di  $\theta$ , come sotto riportato:

- per **terreni a bassa permeabilità** (coefficiente di permeabilità  $k < 5 \cdot 10^{-4}$  m/s), **in cui l'acqua non è libera di muoversi** rispetto allo scheletro solido ma si muove con esso (mezzo monofase)

$$\theta = \arctg\left(\frac{\gamma_{sat}}{\gamma_{sat} - \gamma_w} \frac{k_h}{1 \pm k_v}\right)$$

- per **terreni a permeabilità elevata** ( $k > 5 \cdot 10^{-4}$  m/s), **in cui l'acqua si muove** rispetto al terreno

$$\theta = \arctg\left(\frac{\gamma_d}{\gamma_{sat} - \gamma_w} \frac{k_h}{1 \pm k_v}\right)$$

in cui:

$k_h$  = coefficiente sismico orizzontale

$k_v$  = coefficiente sismico verticale

$\gamma_w$  = peso di volume dell'acqua

$\gamma_{sat}$  = peso di volume del terreno in condizioni di saturazione

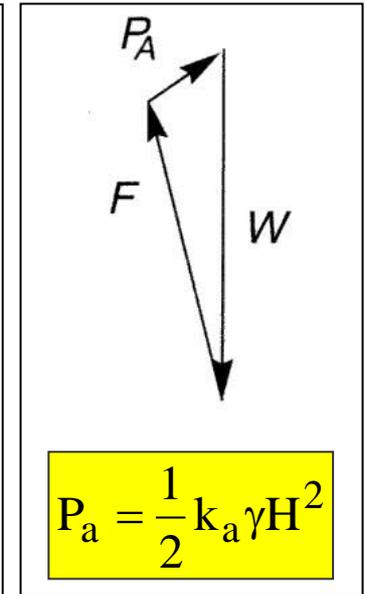
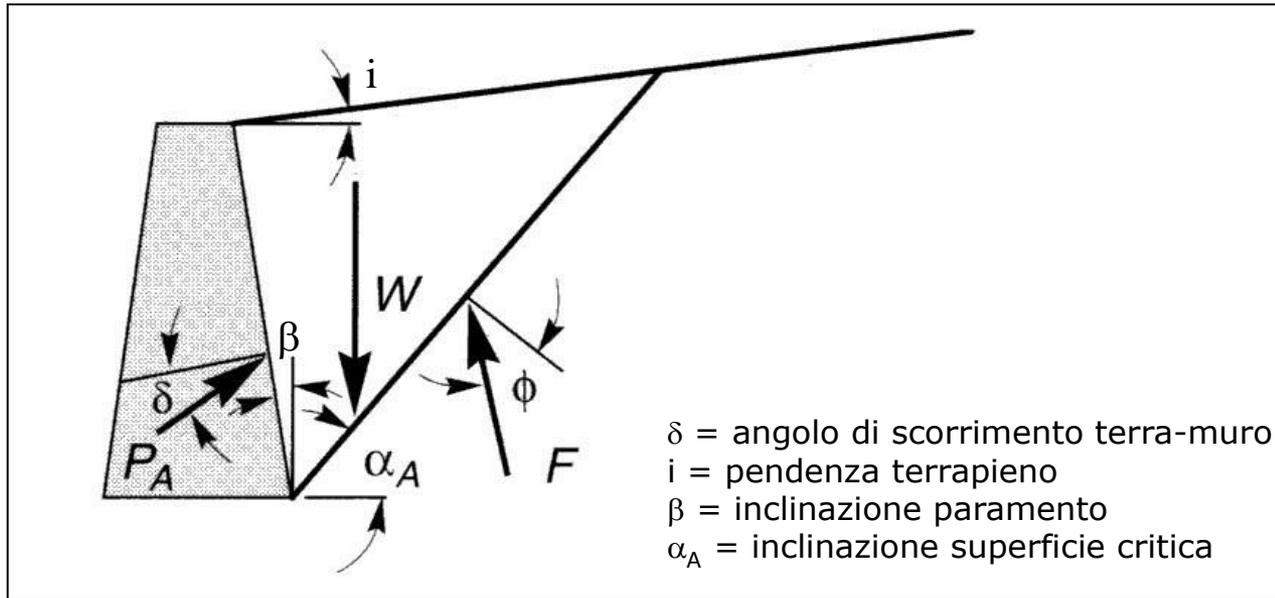
$\gamma_d$  = peso di volume secco

**Nel caso di presenza di acqua sia dal lato monte, sia dal lato valle, si può applicare la teoria di Matsuo e Ohara (1960), che fornisce la spinta idrodinamica lato monte con la:**

$$P_m = 0.7 P_v = 0.7 \frac{7}{12} k_h \gamma_w h^2$$

# CALCOLO DELLA SPINTA ATTIVA COL METODO DI COULOMB: CASO GENERALE

**Ipotesi:** terrapieno e parete inclinati, attrito terra-parete



$$P_a = \frac{1}{2} k_a \gamma H^2$$

coefficiente di spinta

$$k_a = \frac{\cos^2(\varphi - \beta)}{\cos^2 \beta \cos(\delta + \beta) \left[ 1 + \sqrt{\frac{\sin(\varphi + \delta) \sin(\varphi - i)}{\cos(\delta + \beta) \cos(i - \beta)}} \right]^2}$$

inclinazione superficie di rottura:

$$\alpha_A = \varphi + \arctan \left[ \frac{\tan(\varphi - i) + C_1}{C_2} \right]$$

$$C_1 = \sqrt{\tan(\varphi - i) [\tan(\varphi - i) + \cot(\varphi - \beta)] [1 + \tan(\delta + \beta) + \cot(\varphi - \beta)]}$$

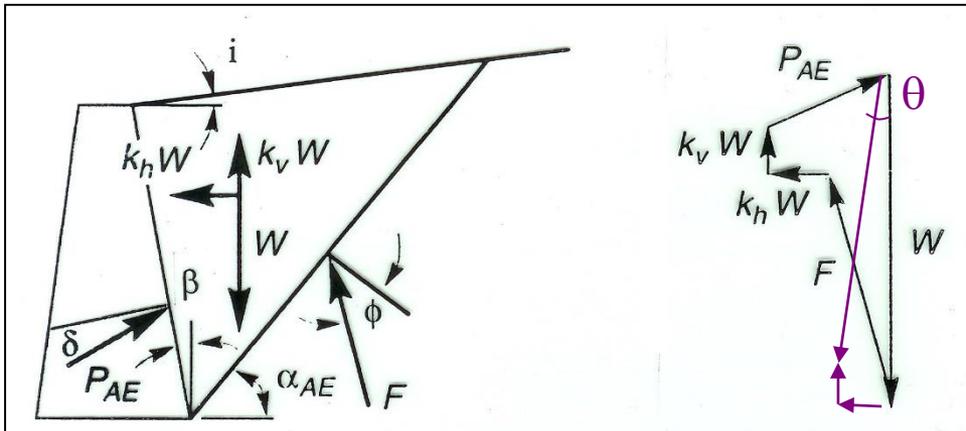
$$C_2 = 1 + \tan(\delta + \beta) [\tan(\varphi - i) + \cot(\varphi - \beta)]$$

Per  $\delta = 0^\circ$ ,  $i = 0^\circ$  e  $\beta = 0^\circ$  la spinta di Coulomb coincide con quella di Rankine; si è visto comunque anche che  $K_a$  dedotto con il metodo di Coulomb differisce poco dai valori ricavati con soluzioni analitiche esatte.

## SPINTA DELLE TERRE IN PRESENZA DI AZIONI SISMICHE

Il **METODO DI MONONOBÉ-OKABÉ** è una generalizzazione del *metodo di Coulomb* che tiene conto delle forze di inerzia prodotte dall'azione sismica:

- incrementando le forze di massa del cuneo di spinta attiva con una componente orizzontale ( $k_h W_t$ ) ed una verticale ( $k_v W_t$ );
- aumentando le forze di massa del muro di una componente orizzontale ( $k_h W_m$ ).



$\delta$  = angolo di scorrimento terra-muro

$i$  = pendenza terrapieno

$\beta$  = inclinazione paramento

$\alpha_{AE}$  = inclinazione superficie critica (minore che in condizioni statiche)

**Spinta totale  $P_{aE}$ :**

$$P_{aE} = \frac{1}{2} \gamma H^2 (1 - k_v) k_{aE}$$

**Coefficiente di spinta attiva in condizioni sismiche**

$$k_{aE} = \frac{\cos^2(\phi' - \beta - \theta)}{\cos^2 \beta \cos \theta \cos(\delta + \beta + \theta) \left[ 1 + \sqrt{\frac{\sin(\phi' + \delta) \sin(\phi' - \theta - i)}{\cos(\delta + \beta + \theta) \cos(i - \beta)}} \right]^2}$$

$$\theta = \arctg\left(\frac{k_h}{1 - k_v}\right) = \text{inclinazione della risultante della forza peso e delle forze di inerzia agenti sul cuneo rispetto alla verticale}$$

Analogamente, la spinta passiva è data da:

$$S_{PE} = \frac{1}{2} K_{PE} \gamma H^2 (1 \pm k_v)$$

ove

$$K_{PE} = \frac{\cos^2(\phi + \beta - \vartheta)}{\cos \vartheta \cos^2 \beta \cos(\delta - \beta + \vartheta) \left[ 1 + \sqrt{\frac{\sin(\phi + \delta) \sin(\phi + i - \vartheta)}{\sin(\delta - \beta + \vartheta) \cos(i - \beta)}} \right]^2}$$

**IN RELAZIONE ALLA POSIZIONE DELLA FALDA, SI DISTINGUONO TRE CASI POSSIBILI:**

Terrapieno	valore di $\gamma^*$	valore di $\text{tg}\theta$	valore di $P_{wd}$
sopra falda	$\gamma$ (umido)	$\frac{k_h}{1 \mp k_v}$	0
sotto falda, drenaggio impedito	$\gamma'$ (immerso)	$\frac{\gamma}{\gamma'} \frac{k_h}{1 \mp k_v}$	0
sotto falda, drenaggio libero	$\gamma'$ (immerso)	$\frac{\gamma_d}{\gamma'} \frac{k_h}{1 \mp k_v}$	$\frac{1}{2} k_h \gamma_w H^2$

( $\gamma_d$  = peso secco dell'unità di volume,  $H'$  = altezza terrapieno sotto falda)



## IL PUNTO DI APPLICAZIONE DELLE SPINTE

Il punto di applicazione delle spinte condiziona essenzialmente la verifica a rotazione dell'opera di sostegno.

Relativamente alle **SPINTE DI TIPO STATICO**, le teorie esposte ipotizzano una distribuzione delle medesime di tipo lineare, con la risultante delle forze applicata a  $1/3H$ , ove  $H$  è l'altezza del muro.

In realtà la distribuzione delle pressioni laterali non è generalmente di tipo lineare, e dipende:

- dall'eventuale movimento rigido dell'opera e dalla sua entità;
- dal tipo di movimento (scorrimento orizzontale, rotazione intorno alla base, alla testa o combinazione di entrambi i movimenti);
- dalle caratteristiche del terrapieno (geometria, deformabilità ecc.).

Nel caso di rotazioni intorno alla base, la distribuzione delle spinte può considerarsi di tipo lineare, e quindi il loro punto di applicazione si suppone localizzato a  $1/3H$ ; in caso di scorrimenti o rotazioni intorno alla testa, la risultante delle forze invece è localizzata a  $0.4\div 0.5H$ ; da verifiche sperimentali in situ su muri e in laboratorio su modelli, inoltre, si è osservato che la risultante delle forze localizzata è a  $0.33\div 0.45H$ .

**La normativa nazionale attuale (NTC'18), così come l'EC8-5, concordano comunque nell'indicare il punto di applicazione della spinta statica del terreno a  $1/3H$ .**

**La spinta dovuta al sovraccarico uniformemente distribuito invece applicata a  $1/2 H$ .**

In caso di spinte in **CONDIZIONI SISMICHE**, le stesse possono essere suddivise in due componenti:

- una **componente statica**, il cui punto di applicazione ipotizzato, come sopra esposto, a  $1/3H$ ,
- e una **componente dinamica**, il cui punto di applicazione dipende dalla flessibilità dell'opera, dalla distribuzione dell'accelerazione sismica all'interno del terrapieno e dall'entità degli spostamenti subiti:
  - **$1/3H$  per le NTC** solo per muri liberi di scorrere e ruotare intorno alla base,
  - negli altri casi, in assenza di specifici studi si deve assumere che tale incremento sia applicato a **metà altezza del muro**

## LE PARATIE O I DIAFRAMMI

Le **PARATIE** (o i **DIAFRAMMI**) sono **strutture di sostegno snelle** costituite da: **pannelli in c.a. (diaframmi), file di pali trivellati o micropali accostati, elementi metallici infissi e resi solidali gli uni agli altri (palancole)**, che vengono realizzate per sostenere fronti di scavo di altezza rilevante.

**Non essendo lo scavo autostabile, è necessario realizzare la paratia prima di iniziare le operazioni di scavo.**

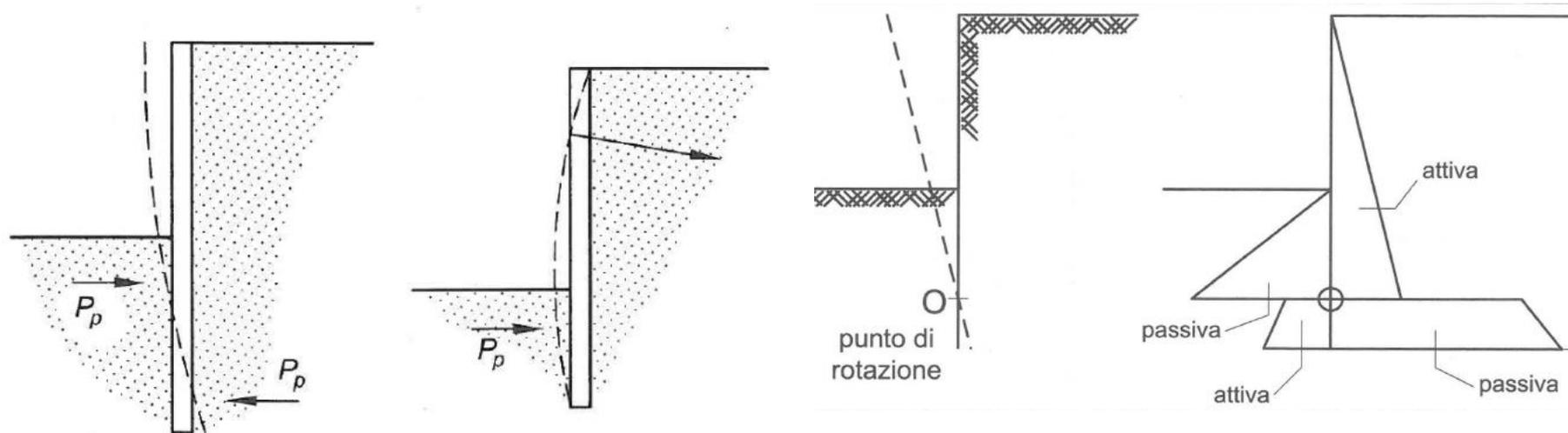
**La stabilità della paratia è garantita dalla mobilitazione della resistenza passiva e dalla eventuale presenza di uno o più vincoli nella parte fuori terra).**

Nel caso delle paratie sono importanti sia la stabilità (geotecnica e strutturale) **sia i fenomeni deformativi del terreno da sostenere**. Frequentemente le paratie sono vincolate lungo l'altezza tramite strutture quali puntoni o ancoraggi, che hanno la funzione di contrastare le spinte e limitare gli spostamenti dell'opera e del terreno retrostante, sia a scavo completato sia in fase di abbassamento dello stesso; questa necessità è chiara se si considera che la spinta del terreno aumenta con il quadrato dell'altezza di spinta, indipendentemente che le condizioni siano attive ( $K_A$ ) o «a riposo» ( $K_0$ ).



Spesso si parla delle paratie anche come opere di sostegno «deformabili», in quanto esse possono deformarsi ruotando rigidamente attorno ad un punto  $O$ , più frequentemente, con inflessioni lungo l'altezza, in relazione al grado di «incastro» al piede, alla presenza e posizione di vincoli esterni e alla rigidezza della parete. Da un punto di vista strutturale **una paratia può essere considerata come una trave con diversi gradi di vincolo, in funzione del suo approfondimento sotto il fondo scavo e della presenza di strutture di sostegno «ausiliarie».**

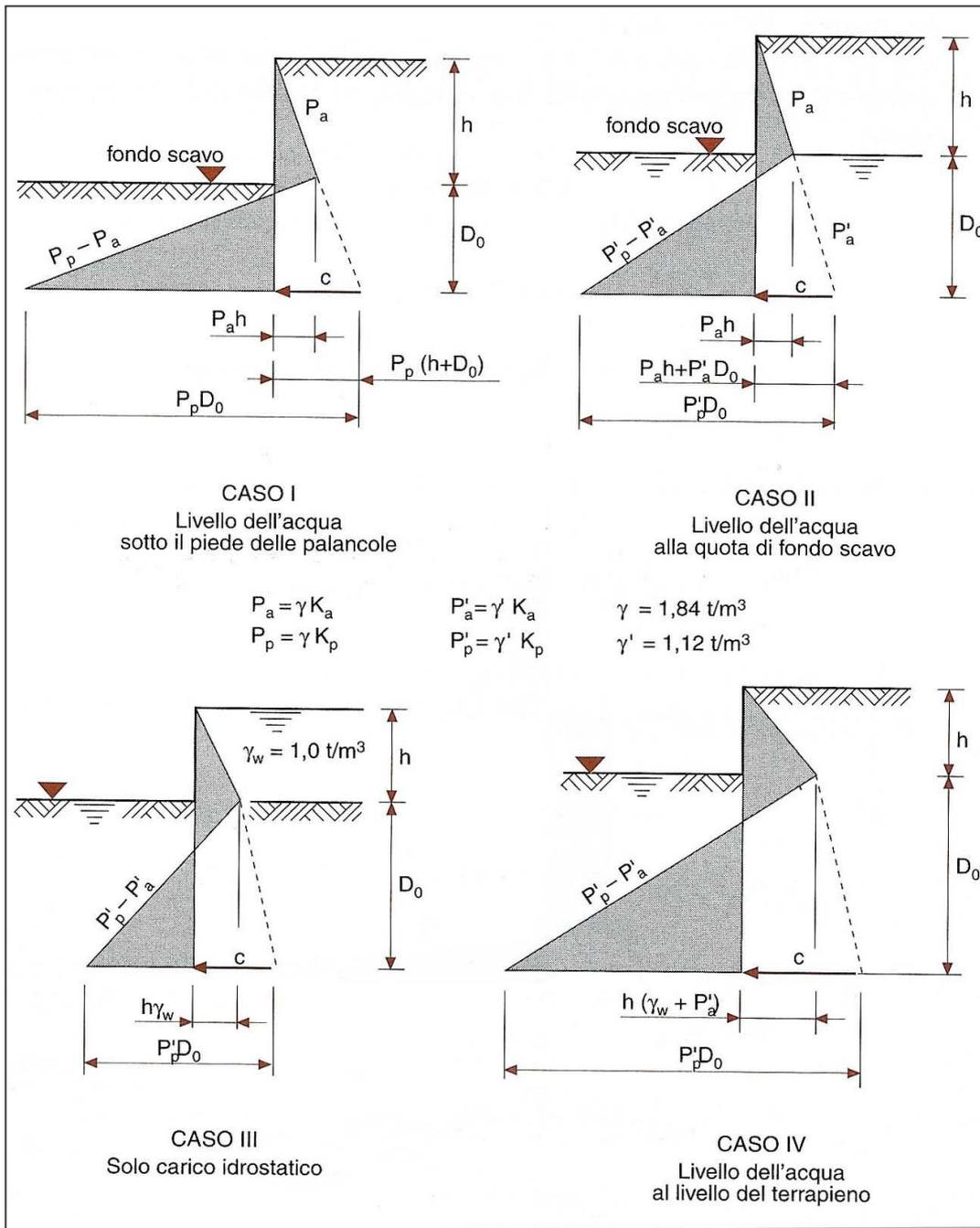
Le **azioni** provengono dalle spinte del terreno (più eventuali sovraccarichi) come nel caso dei muri, mentre le **reazioni** sono garantite dalla mobilitazione della resistenza passiva nella zona al di sotto del fondo scavo (paratia a mensola o a sbalzo), più eventuali forze esterne fornite dai sistemi di vincolo (paratie multi vincolate).



La mobilitazione delle spinte attive e delle resistenze passive è legata agli spostamenti della paratia rispetto al terreno (espansione laterale, compressione laterale) a loro volta legati alla forma della deformata: **a priori non è quindi facile identificare (come invece nel caso dei muri) i diagrammi di spinta risultanti rendendo necessario l'impiego dei FEM.**

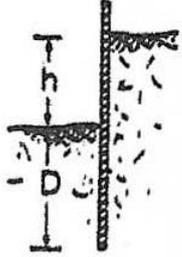
In figura si riporta uno schema per il semplice caso della paratia a mensola, soggetta a rotazione rispetto a un punto. Seguendo il criterio che a espansione laterale corrisponde mobilitazione di spinta attiva e a compressione laterale, resistenza passiva, è relativamente agevole tracciare i diagrammi di spinta, che poi vanno «composti» per ottenere quelli risultanti.

# EFFETTI DELLA PRESENZA DELL'ACQUA (calcolo delle spinte di terreno e acqua a lungo termine)

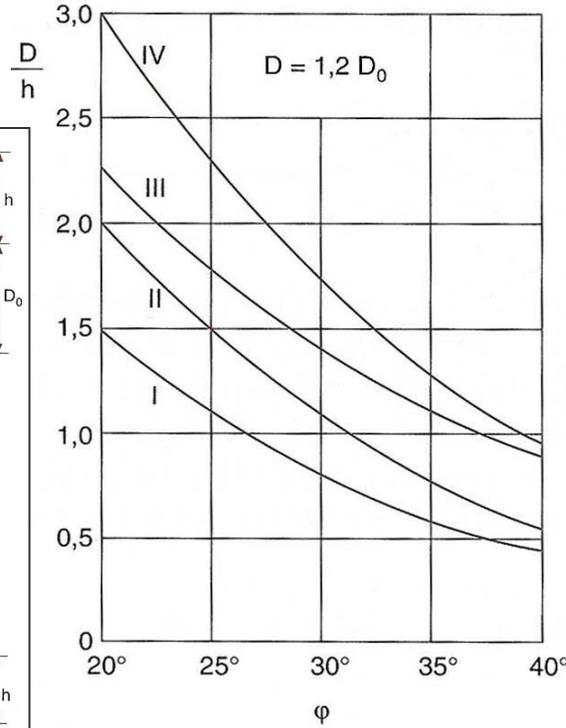
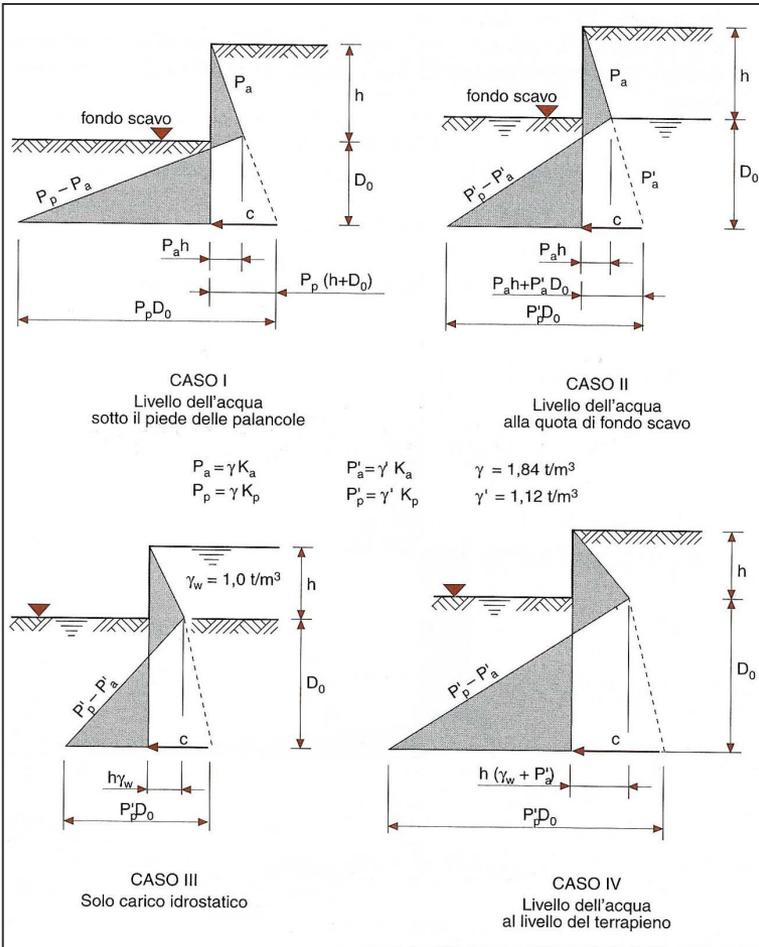


# PARATIE: DIMENSIONAMENTO PRELIMINARE

valori tipici della **profondità di infissione** di una paratia a sbalzo



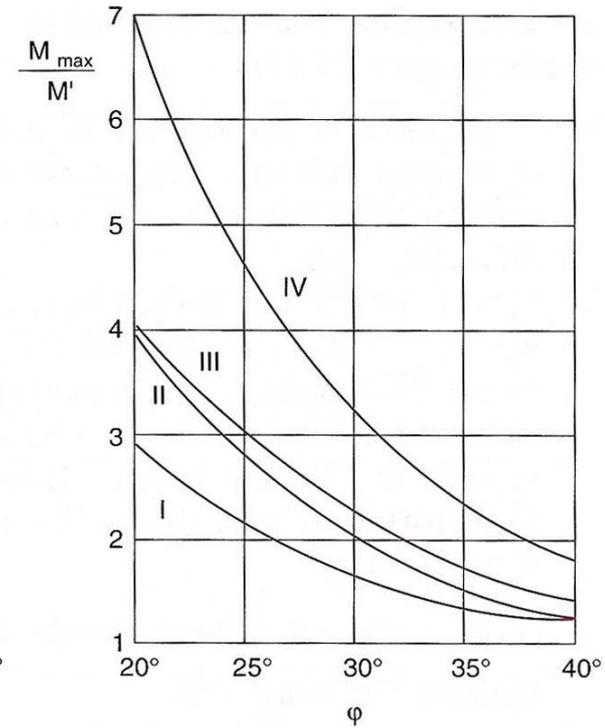
Terreno	$D/h$
addensato	0,75
med. addensato	1,00
poco addensato	1,50
non addensato	2,00



$M'$  = momento flettente all'inizio del tratto immerso

a)

Diagramma delle lunghezze del tratto immerso



b)

Diagramma dei momenti flettenti

valutazione di **profondità di infissione** e **momento flettente massimo** in funzione dell'angolo d'attrito per diverse condizioni di falda

## Stratigrafia

I micropali possono essere realizzati in qualunque successione stratigrafica, mentre per i diaframmi sono assolutamente problematiche eventuali croste di terreno cementato (quali ad esempio le formazioni di 'ceppo' comuni in Brianza), o trovanti lapidei. La possibilità di adattare le modalità di perforazione alla stratigrafia da attraversare si traduce in un minor disturbo dei terreni, con maggiore sicurezza per le eventuali costruzioni adiacenti.

L'impiego dei diaframmi consente l'esecuzione di scavi sottofalda; adottando particolari giunti all'accostamento tra i pannelli ed un tappo di fondo con colonne jet-grouting, è possibile sostenere elevati battenti senza emungimento (a tutto vantaggio della stabilità di eventuali edifici adiacenti)



## Opere in pendio

In questo caso è generalmente obbligato l'impiego dei micropali, in quanto la movimentazione e lavorazione delle benne per diaframmi richiedono l'esecuzione di piste di lavoro molto ampie (circa 10÷12m), con conseguenti pericolosi intagli preparatori nel pendio.

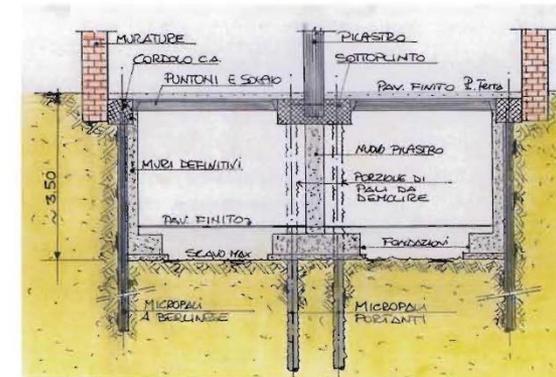
## Ambiti ristretti

Esistono comunque degli ambiti particolari per i quali, a causa della ristrettezza degli spazi è praticamente obbligato l'uso dei micropali, le cui sonde perforatrici possono operare grazie alla loro versatilità dimensionale.

Un caso tipico in cui l'uso dei micropali risolve le problematiche progettuali è rappresentato dalla realizzazione di scavi all'interno di edifici esistenti per ricavare o ampliare gli scantinati. In tali situazioni le attrezzature per micropali consentono di realizzare un paramento provvisorio per i muri di confine e, se necessario, di realizzare dei sostegni per la sospensione e il successivo approfondimento dei pilastri interni; è importante notare che i micropali di sospensione possono essere demoliti ad opera finita, in modo da non creare ingombri eccessivi. La figura a lato esplica tale possibilità e la metodologia di esecuzione:

### Fasi operative:

- Abbassamento del piano terra per avere maggiore altezza di lavoro rispetto al solaio di piano 1°
- Esecuzione della berlinese al perimetro con pali a passo 33÷40cm e lunghezza 7.0÷8.0m
- Esecuzione dei pali interni di sostegno (in n° di 4÷8 per pilastro) lunghezza 12÷15.0m e portata 15÷20ton.
- Getto delle travi di testa dei pali, del plinto di sospensione e delle travature di contrasto
- Approfondimento scavo fino alla quota in progetto



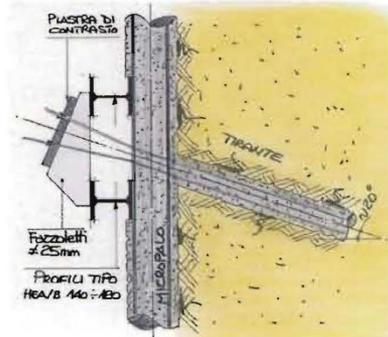
- Realizzazione fondazioni, muri perimetrali e ricostruzione del pilastro sotto all'esistente
- Getto del solaio di P.T.
- Eliminazione dei micropali di sospensione
- Realizzazione pavimentazioni e finiture.

Le travi ripartizione intermedie possono essere sia acciaio che in c.a.; le prime sono da preferire per la loro velocità di posa in opera, mentre le seconde garantiscono una migliore

ripartizione sui pali e sono quindi da preferire per le berlinesi con altezze di scavo impegnative o in presenza di situazioni di particolare delicatezza.

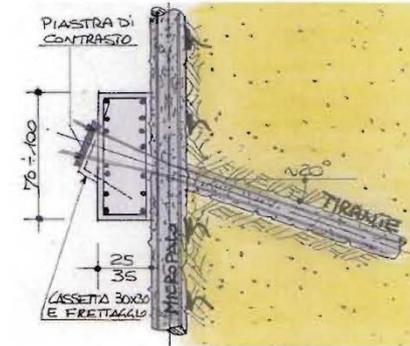
### Trave di ripartizione con profili HE:

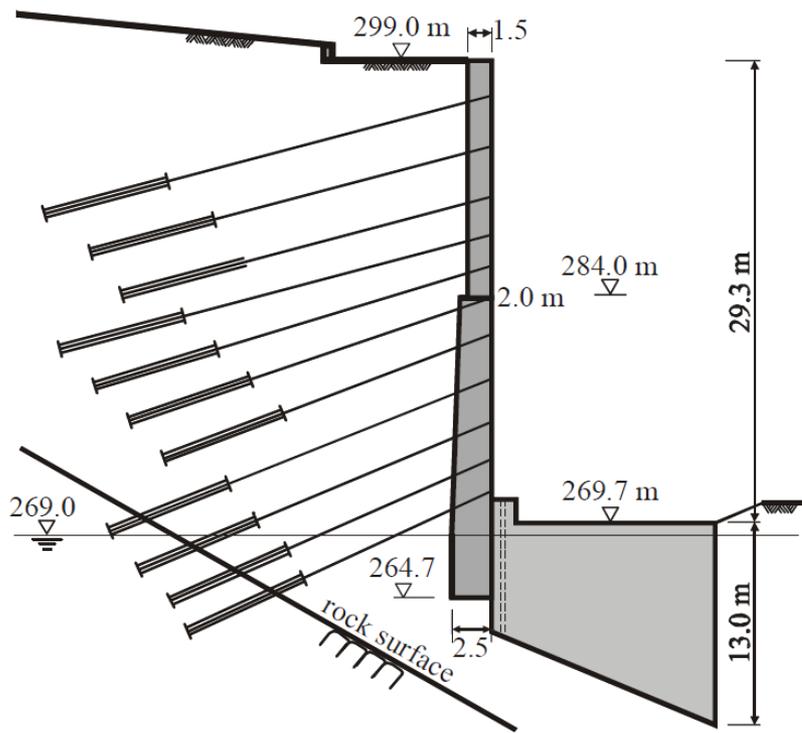
le armature dei micropali devono essere adeguatamente spessorate contro le travi di ripartizione. L'inclinazione dei tiranti non deve superare i 20°.

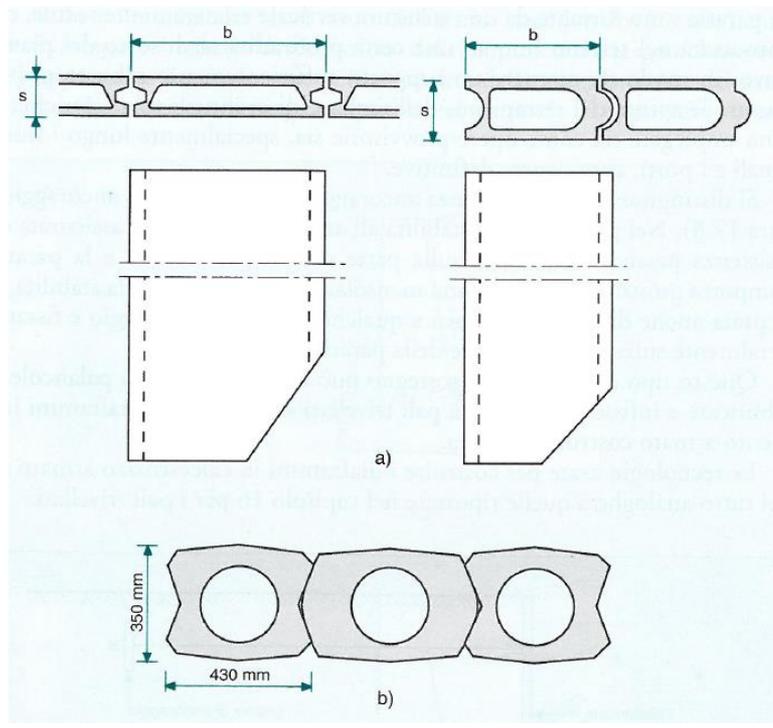
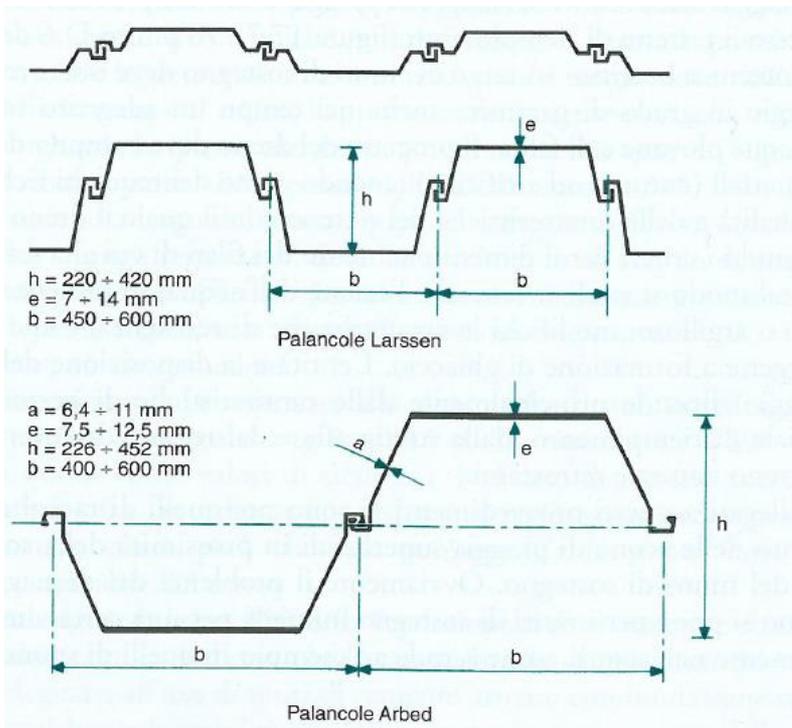


### Travi di ripartizione in c.a.:

generalmente lo spessore minimo è di 25÷35cm, per un'altezza di 70÷100cm. Le dimensioni dipendono dalla tirantatura impiegata.







**Aspetto Micropali o Diaframmi**

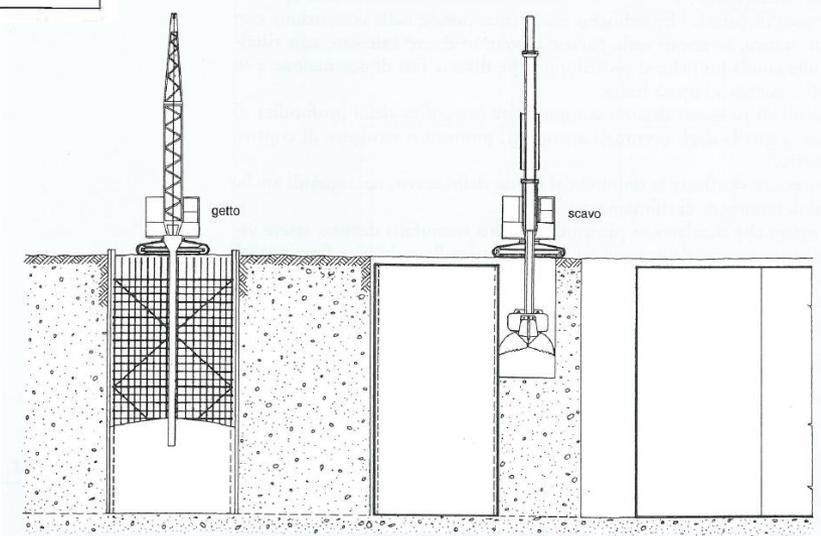
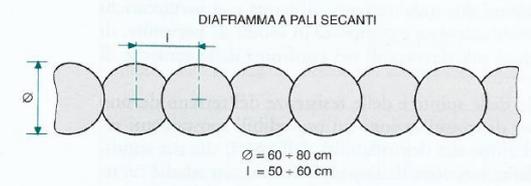
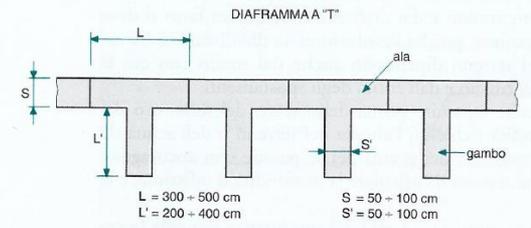
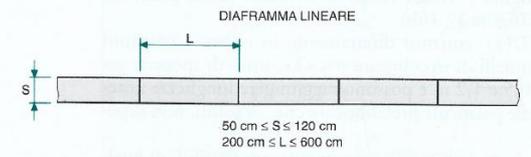
**Cantierizzazione** La lavorazione con micropali è nel complesso più pulita, in quanto elimina le problematiche di gestione della risulta di scavo (fanghi bentonitici).  
La vasta gamma di dimensioni delle sonde di perforazione consente di operare anche con ridottissimi spazi di manovra (sia planimetrici che altimetrici), consentendo anche di seguire tracciamenti tortuosi, o di eseguire lavori all'interno di edifici esistenti.

**Opere preparatorie** La realizzazione di una berlinese generalmente non richiede l'esecuzione di opere preparatorie, invece necessarie con i diaframmi, quali i cordoli guida, o l'asportazione di blocchi cementati preesistenti nel sottosuolo.

**Dimensione** Poiché l'impianto cantiere dei micropali è molto più economico rispetto ai diaframmi, per lavori di piccola entità le berlinesi sono nel complesso più vantaggiose. In linea di massima, i diaframmi cominciano a diventare vantaggiosi oltre i 500+600mq di fronte da scavare.

**Opera finita** Con il diaframma si realizza una parete controterra che richiede poche finiture (spesso è sufficiente anche solo un controtravolato), e sulla quale è possibile impostare i solai interrati. Viceversa, nel caso dei micropali, occorre realizzare un contromuro in getto.  
Con i diaframmi è possibile assorbire notevoli carichi verticali (pilastri fuori terra del nuovo edificio); questa possibilità sussiste anche con le berlinesi, ma richiede molta attenzione nel dimensionamento della palificata e delle travi di coronamento

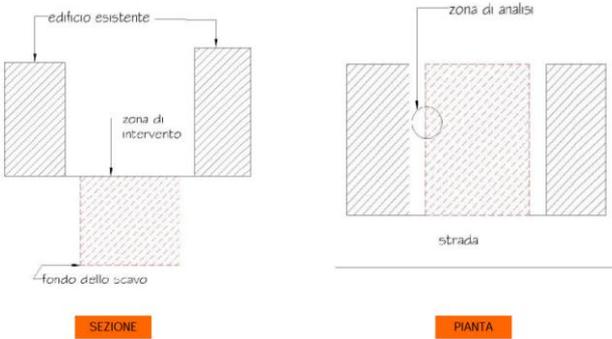
**Altezza di scavo** Per elevate altezze di scavo (oltre i 6+7m), sono generalmente convenienti i diaframmi; questi ultimi, grazie alla maggiore resistenza statica (variabile in funzione dello spessore), richiedono un minor numero di tirantature e di conseguenza minori fermi scavo.  
Mediante disposizioni particolari dei diaframmi (ad esempio a T), è possibile ottenere soluzioni dotate di elevatissima resistenza e rigidezza, che consentono di superare elevati sbalzi anche senza tirantature. L'uso dei micropali richiede l'impiego di contrasti orizzontali già a partire dai 2.5+3.0m



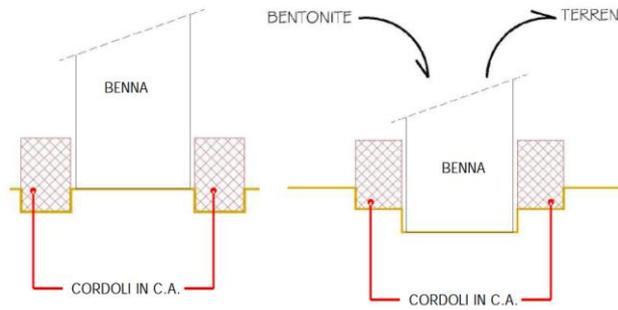
FASI ESECUTIVE DI UN DIAFRAMMA LINEARE

# ESECUZIONE DI UNO SCAVO CON DIAFRAMMI IN BENTONITE

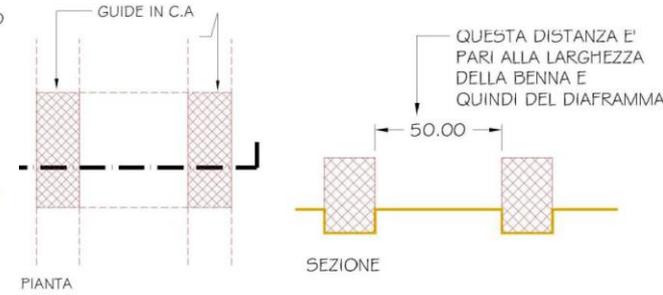
## ANALISI DELLA SITUAZIONE DEI LUOGHI



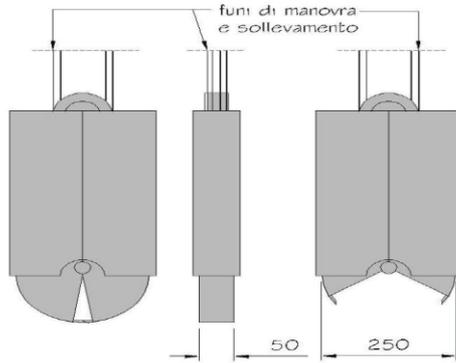
## SEQUENZA OPERATIVA PER ESEGUIRE LO SCAVO



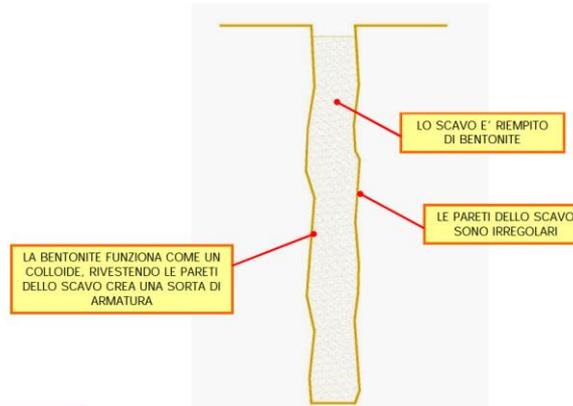
## SI INIZIA L'OPERAZIONE CREANDO LE GUIDE IN C.A. PER LA BENNA



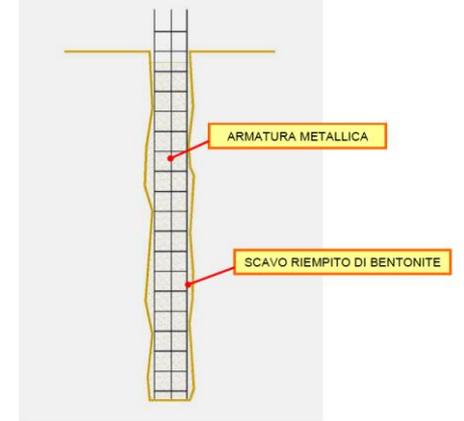
## PER SCAVARE SI UTILIZZA UNA PARTICOLARE BENNA MORDENTE



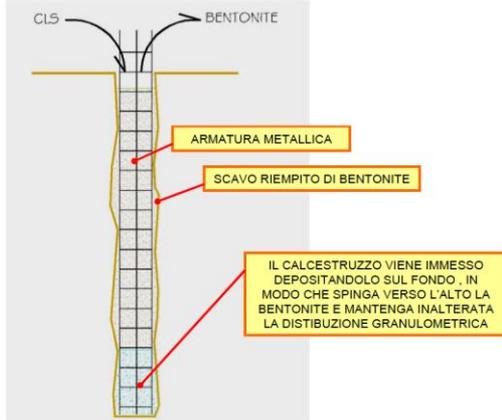
## SEZIONE TEORICA DELLO SCAVO OTTENUTO



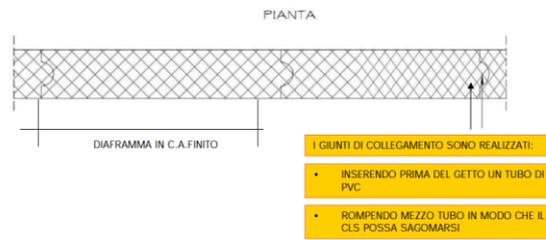
## NELLO SCAVO, PIENO DI BENTONITE, SI INSERISCE L'ARMATURA METALLICA



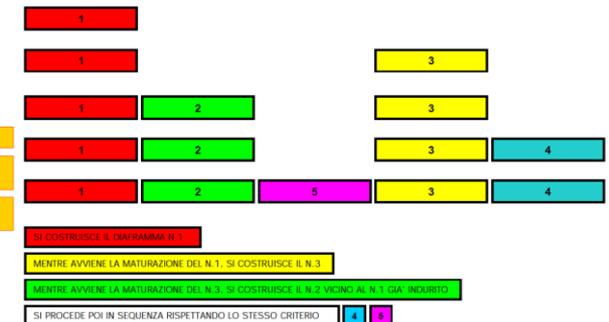
## SOSTITUZIONE DELLA BENTONITE CON IL CALCESTRUZZO



## I SETTI SONO INCASTRATI UNO CON L'ALTRO



## IPOTESI DI SEQUENZA OPERATIVA DA OSSERVARE PER LA COSTRUZIONE



## TIRANTI DI ANCORAGGIO (NTC2018 6.6)

I tiranti di ancoraggio sono elementi strutturali opportunamente collegati al terreno, in grado di sostenere forze di trazione.

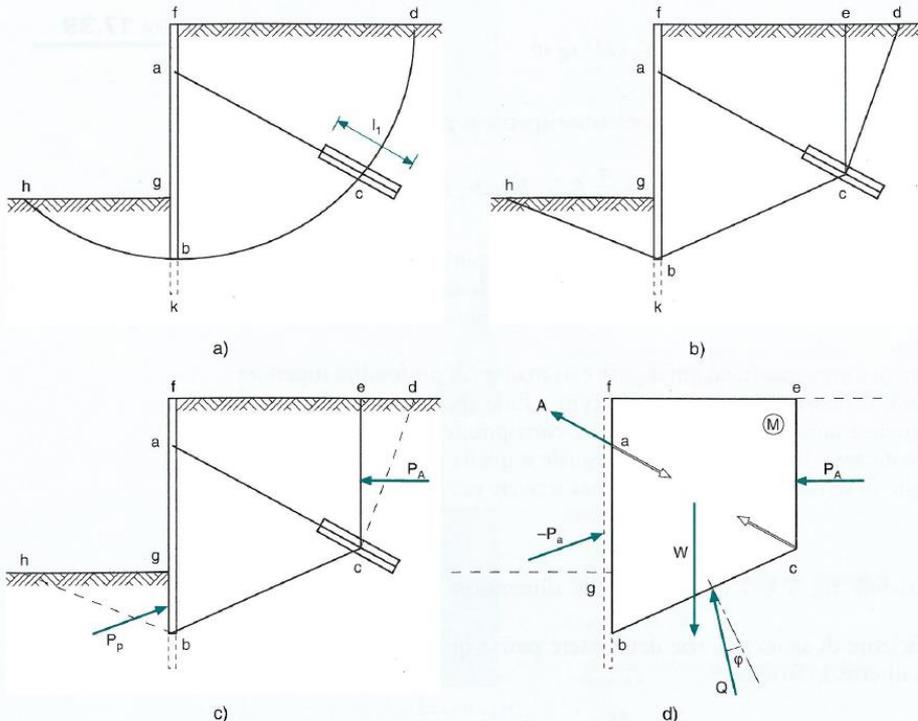
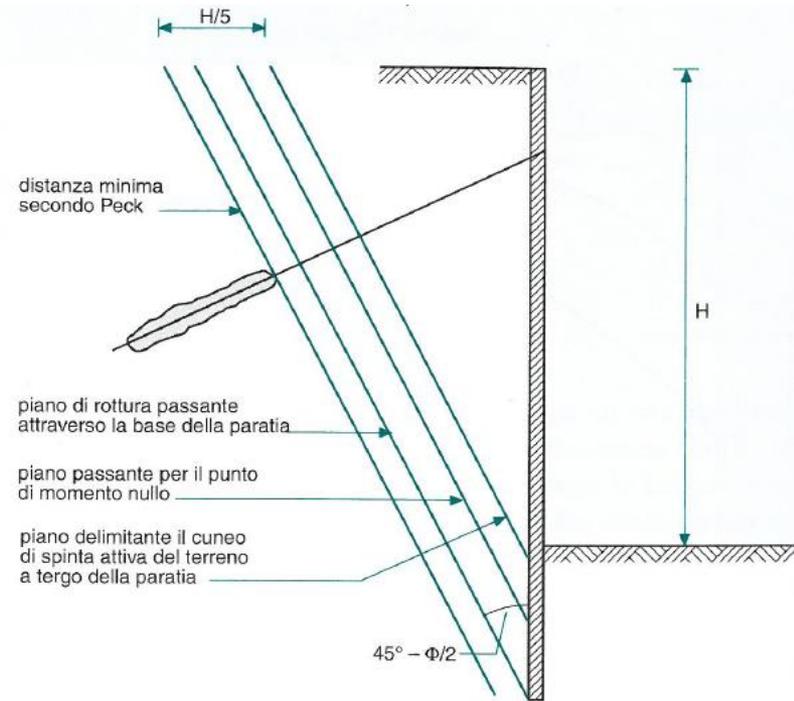
### CRITERI DI PROGETTO (NTC2018 6.6.1)

Ai fini del progetto, gli ancoraggi si distinguono in provvisori e permanenti.

Gli ancoraggi possono essere ulteriormente suddivisi in attivi o presollecitati, quando nell'armatura viene indotta una forza di tesatura iniziale, e passivi o non presollecitati.

Nella scelta del tipo di ancoraggio si deve tenere conto delle sollecitazioni prevedibili, delle caratteristiche del sottosuolo, dell'aggressività ambientale.

Nel progetto devono indicarsi l'orientazione, la lunghezza e il numero degli ancoraggi; la tecnica e le tolleranze di esecuzione; la resistenza di progetto  $R_{ad}$  e l'eventuale programma di tesatura.



Nel caso di **ancoraggi attivi impiegati per una funzione permanente**, devono essere adottati tutti gli accorgimenti costruttivi necessari a garantire la durabilità e l'efficienza del sistema di testata dei tiranti, soprattutto per quelli a trefoli, in particolare nei riguardi della corrosione, per tutta la vita nominale della struttura. Inoltre si devono prevedere efficaci dispositivi di contenimento locale dell'armatura nei confronti del possibile tranciamento in corso di esercizio.

Nel progetto deve essere definito un programma di manutenzione ordinaria che può comprendere anche successivi interventi di regolazione e/o sostituzione dei dispositivi di ancoraggio. Deve inoltre essere predisposto un piano di monitoraggio per verificare il comportamento dell'ancoraggio nel tempo.

**Se la funzione di ancoraggio è esercitata da piastre, da pali accostati o simili, è necessario evitare ogni sovrapposizione tra la zona passiva di pertinenza dell'ancoraggio e quella attiva a tergo dell'opera di sostegno.**

Legenda

- |  |                                  |
|--|----------------------------------|
| 1 Punto di ancoraggio sul martinetto in tasatura | 6 Terreno sciolto o roccia       |
| 2 Punto di bloccaggio sulla testa di ancoraggio  | 7 Foro                           |
| 3 Piastra di appoggio                            | 8 Guaina di scorrimento          |
| 4 Blocco ripartitore di carico                   | 9 Armatura                       |
| 5 Elemento strutturale                           | 10 Malta iniettata di ancoraggio |

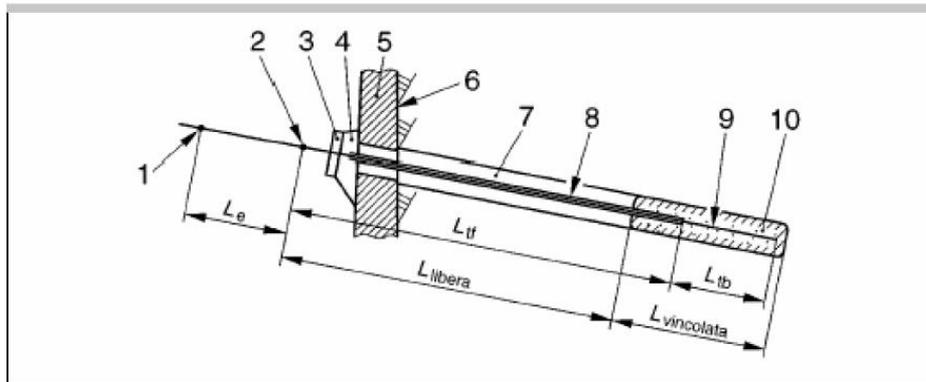
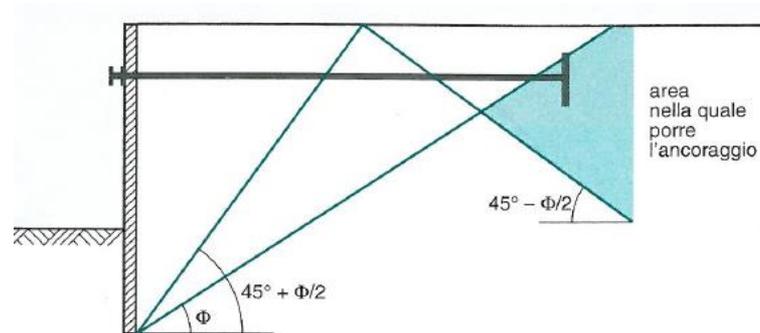


Figura 14.21: Schema di un tirante di ancoraggio



Per la valutazione della resistenza a sfilamento di un ancoraggio si può procedere in prima approssimazione con formule teoriche o con correlazioni empiriche. La conferma sperimentale con prove di trazione in sito nelle fasi di progetto e in corso d'opera è sempre necessaria.

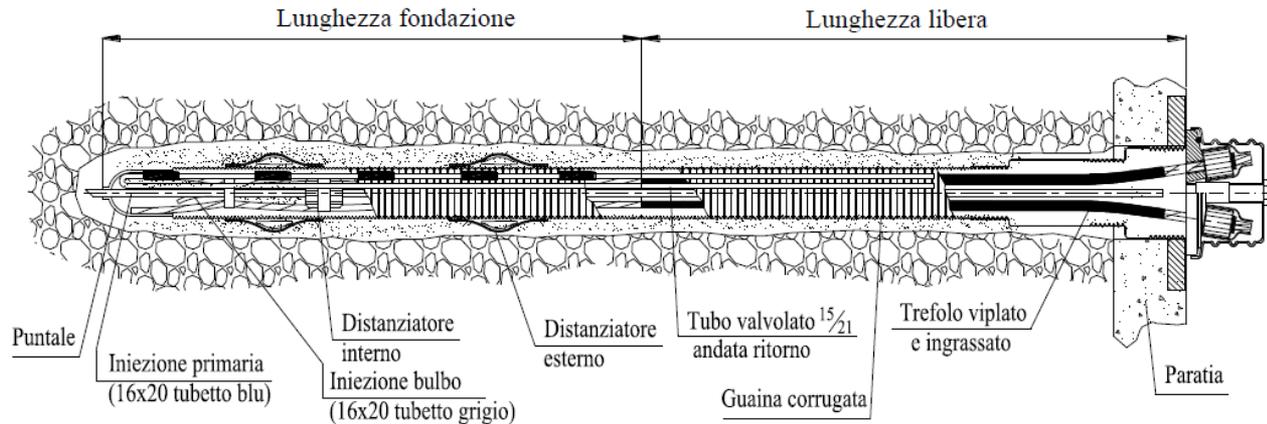
### *Parti funzionali del tirante*

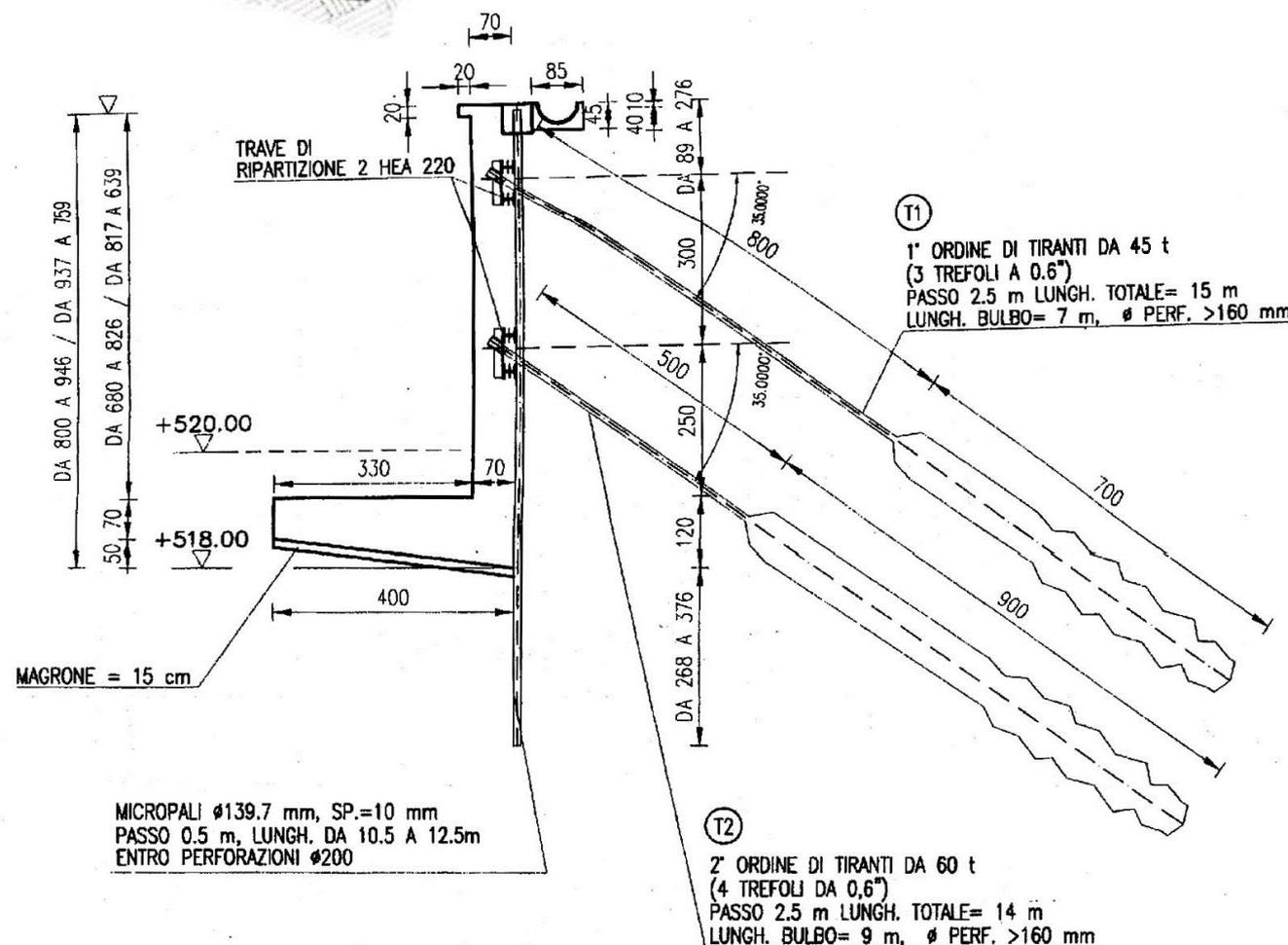
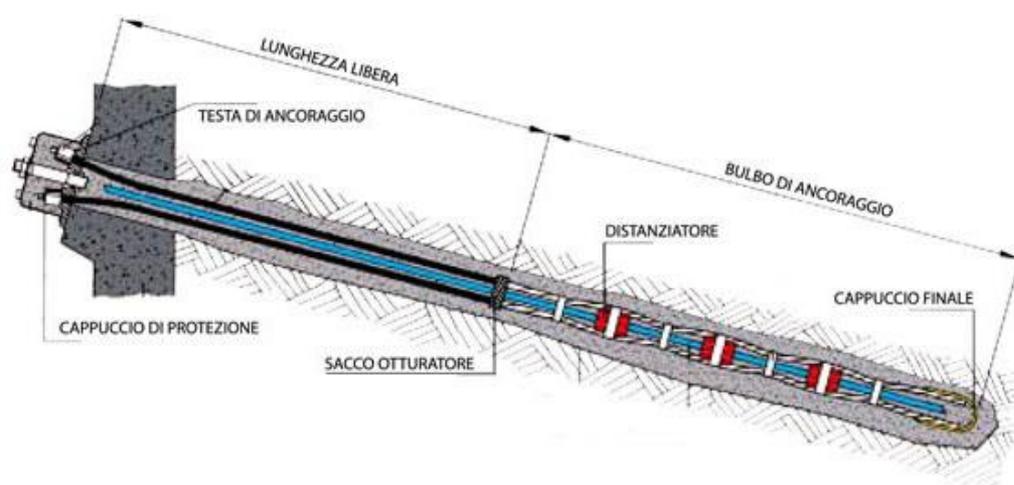
- *testata: insieme degli elementi terminali atti a trasmettere alla struttura ancorata, o direttamente alla roccia, la forza di trazione del tirante;*
- *parte libera: insieme degli elementi atti a trasmettere la forza di trazione dalla testata alla fondazione;*
- *fondazione: insieme degli elementi atti a trasmettere al terreno le forze di trazione del tirante.*

### *Elementi costitutivi del tirante*

*Con riferimento alle parti funzionali esse sono:*

- *dispositivo di bloccaggio e piastra di ripartizione della testata;*
- *armatura e guaina;*
- *dispositivo di ancoraggio della fondazione.*





## **TIRANTI PROVVISORI "TPR" (EURO NORM EN 1537-2002 Paragrafo 6.9.2 )**

*I componenti di acciaio di un tirante provvisori devono essere dotati di una protezione che prevenga la corrosione per una durata di progetto non maggiore di due anni. Se vi è la possibilità che la vita di esercizio di un tirante temporaneo debba prolungarsi provvisoriamente oppure se è installato in condizioni di terreno note come corrosive, allora si devono prendere provvedimenti, approvati dal rappresentante tecnico del cliente per proteggere dalla corrosione. Sono impiegati in strutture provvisorie per contenimento di paratie o per strutture che, ad opera ultimata, non necessitano più della funzione statica del tirante.*



*Tiranti temporanei TPR*



*Tiranti provvisori TPR*

## SONO DEFINITI PERMANENTI I TIRANTI PER I QUALI È PREVISTA UNA DURATA DI SERVIZIO SUPERIORE AI DUE ANNI.

La protezione anticorrosiva minima intorno alle armature del tirante deve essere costruita da un unico strato continuo di materiale protettivo anti-corrosione che non degradi durante la vita di esercizio.

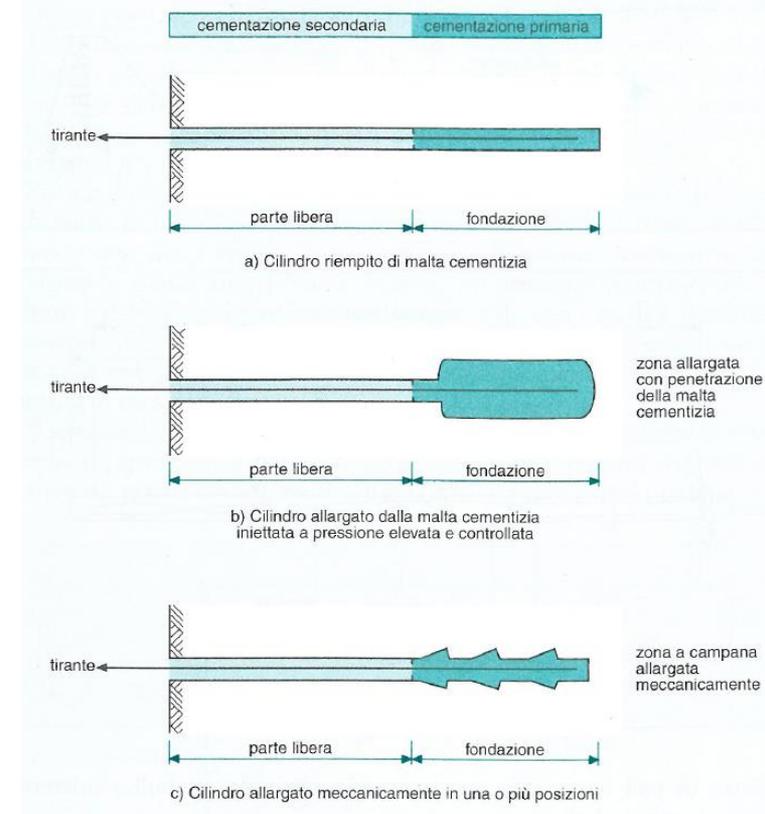
Le armature di un tirante devono essere dotate di una delle seguenti protezioni anti-corrosione:

- due barriere protettive in modo che, se una è danneggiata durante l'installazione o la messa in tiro, la seconda rimanga intatta,
- una singola barriera protettiva la cui integrità deve essere verificata con prove in sito su ogni singolo tirante,
- un sistema di protezione costituito da un tubo di acciaio con valvole a manicotto,
- un sistema di protezione costituito da un tubo corrugato di plastica con valvole a compressione,
- un sistema di protezione costituito da un tubo di acciaio operante a compressione,

Sono impiegati in strutture dove l'azione del tirante è richiesta per un lungo periodo.



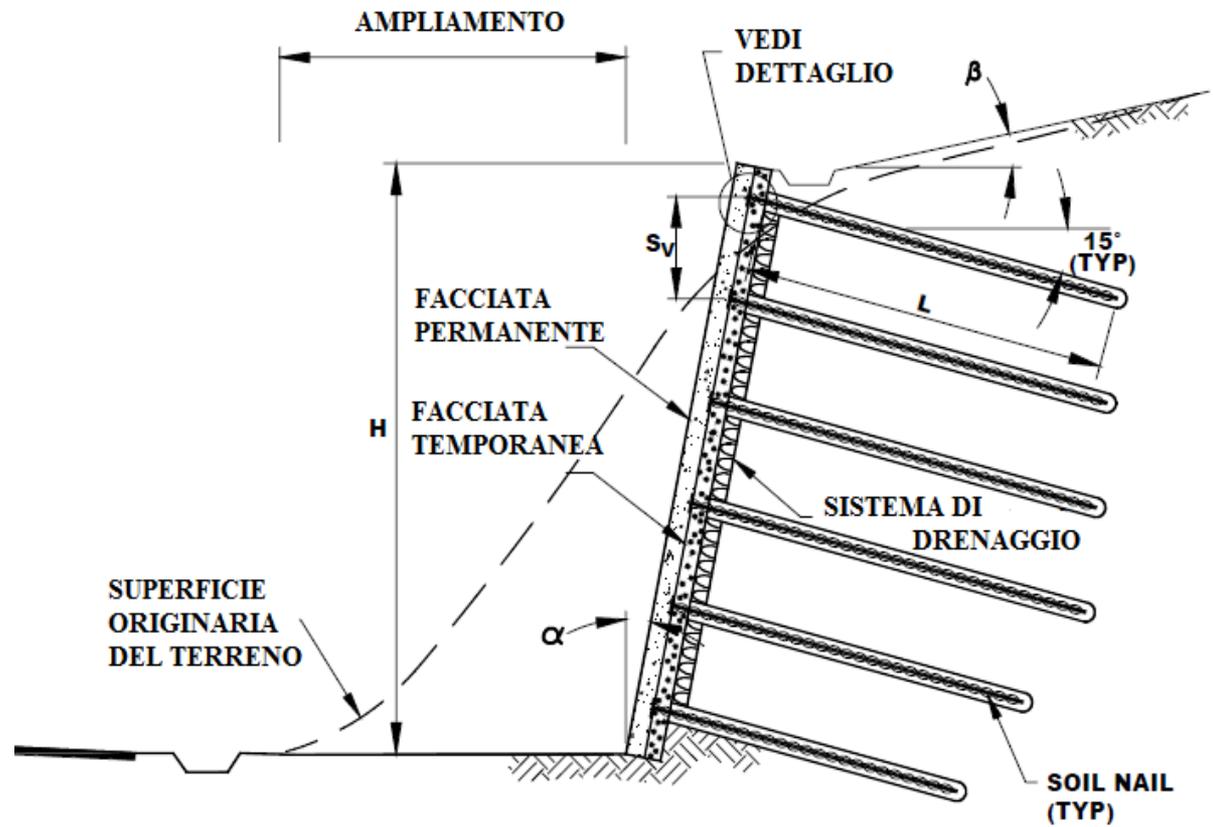
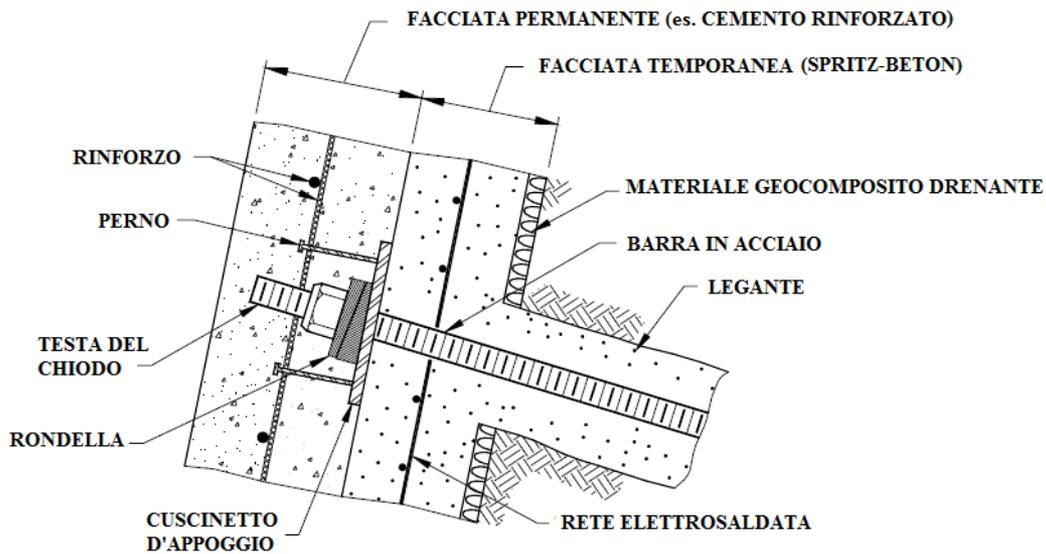
Tiranti permanenti TPE

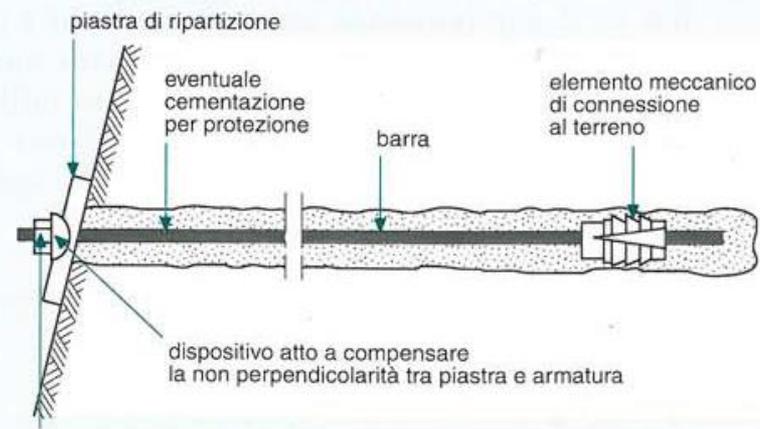
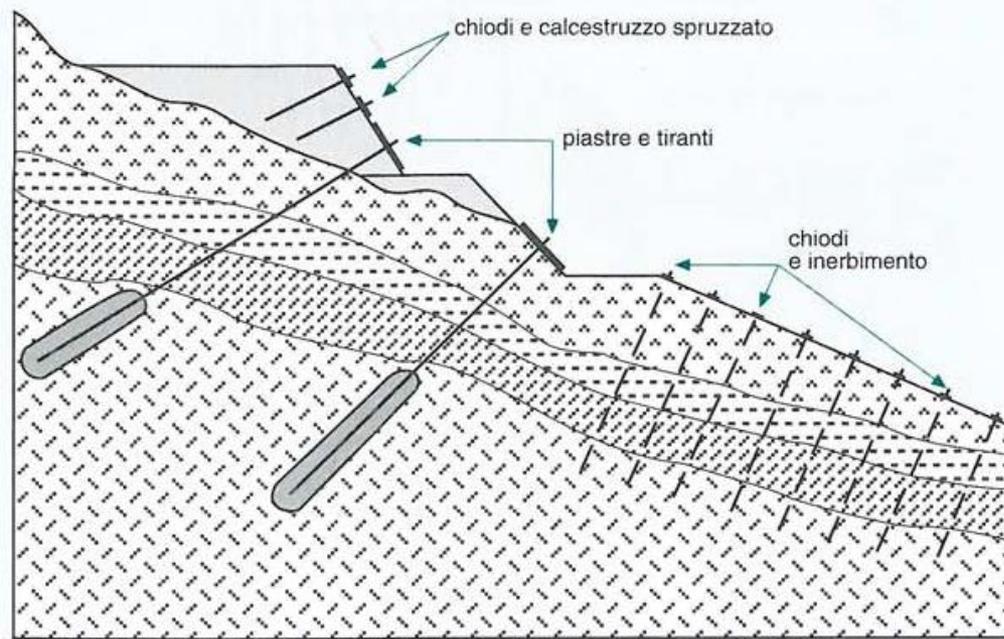


Tiranti permanenti TPE re-iniettabili



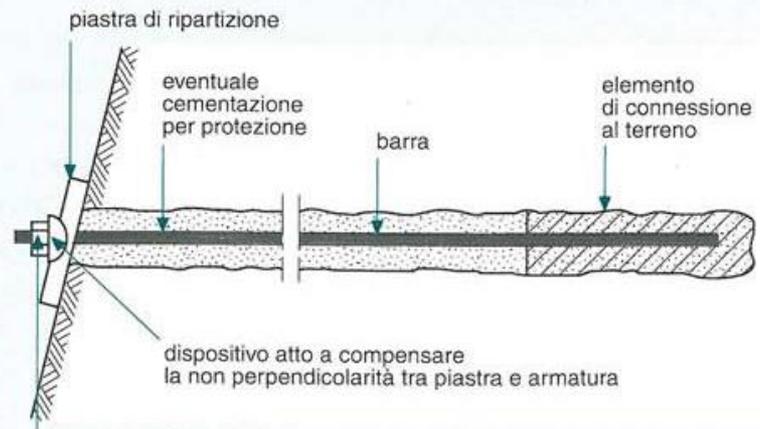
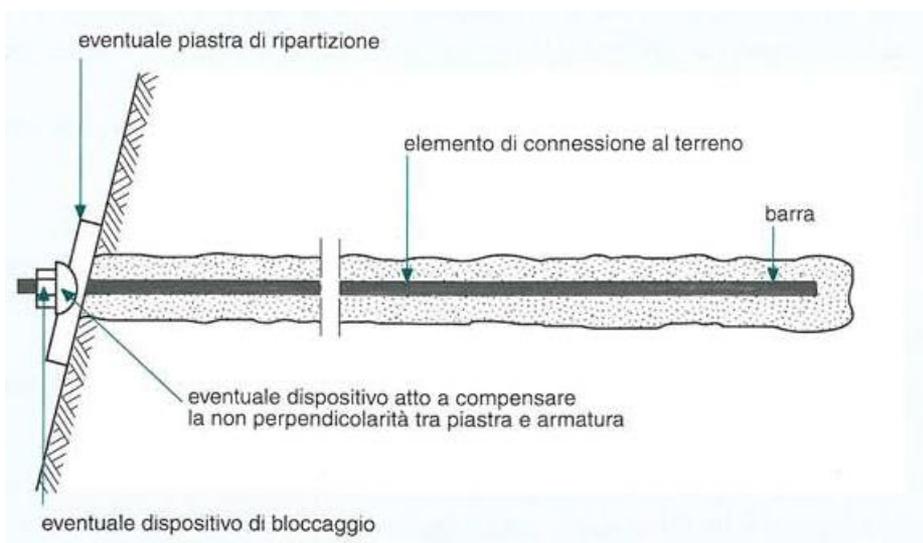
Photo courtesy of Dywidag Systems International





dispositivo di bloccaggio

a)



dispositivo di bloccaggio

b)

## ALTRE STRUTTURE DI CONTENIMENTO

Altre tipologie di muri di contenimento sono quelle costituite da *elementi modulari prefabbricati* sovrapposti sfalsati gli uni agli altri, come le *gabbionate* (cubi di pietrame ingabbiato in strutture metalliche) e i *muri cellulari* (composti di elementi cellulari in legno o in cemento armato riempiti di terra).



Per contenere e consolidare le scarpate si possono utilizzare anche le *graticciate* (graticci di legno di bloccaggio della terra inerbati).

Forme di opere di contenimento sono anche i *muri in terra armata*, che consistono in pareti di terra rinforzata mediante materiale resistente a trazione e a taglio, come ad esempio *barre o strisce metalliche, strisce o fogli di tessuto geotessile, griglie di filo metallico*. Il fronte della parete può poi essere ulteriormente protetto dall'erosione mediante pannelli prefabbricati in calcestruzzo armato o in metallo, membrane in tessuto geotessile o griglie metalliche. Questa tecnica di sostegno dei terreni risulta competitiva in termini di costo soprattutto quando occorre sostenere scavi alti.

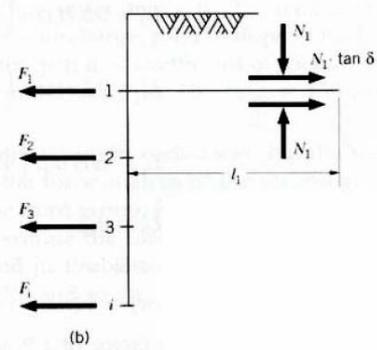
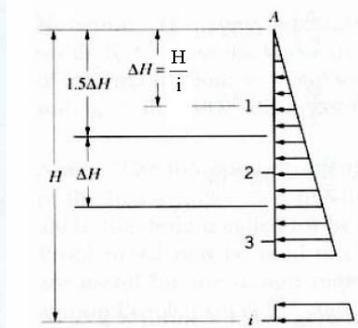
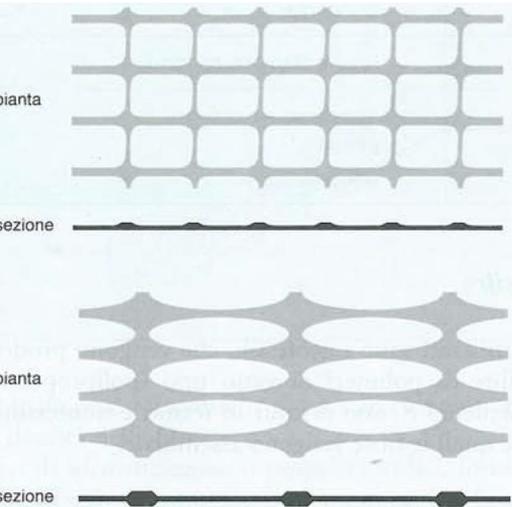
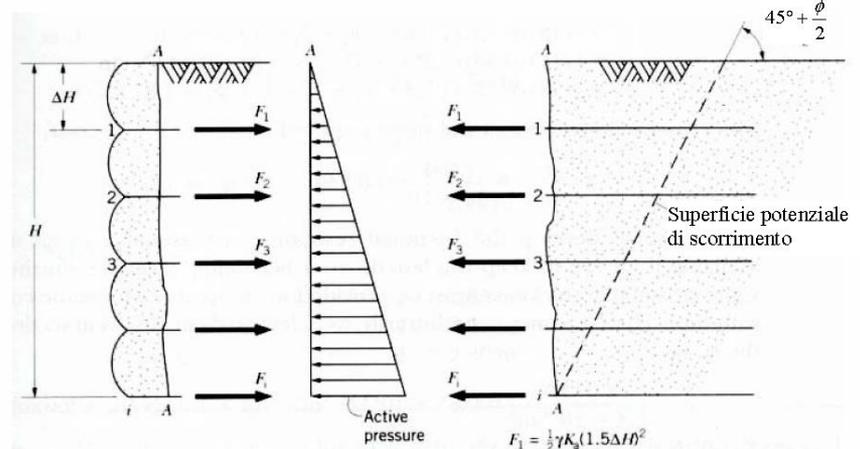
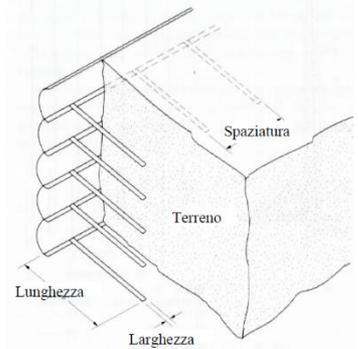
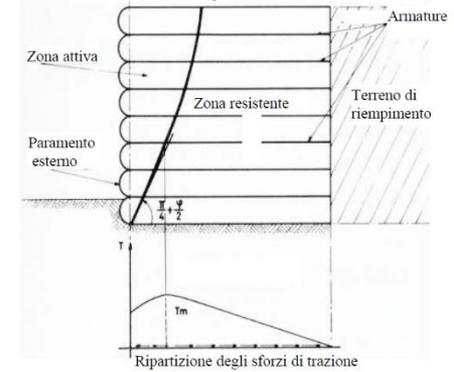


Le caratteristiche della terra rinforzata/armata **dipendono** dalla interazione tra il materiale di rinforzo e la terra a contatto, interazione che è legata alle caratteristiche dei materiali impiegati (terra e rinforzo) e alle modalità costruttive.

- Il trasferimento delle tensioni esistenti nella terra ai materiali di rinforzo**, avviene principalmente attraverso **due meccanismi**.
- (1) Con un primo meccanismo le tensioni sono trasferire **per attrito** lungo l'interfaccia terra-elemento di rinforzo in relazione allo scorrimento tra i due materiali. Questo meccanismo è prevalente nel caso di rinforzo a strisce (terra armata) e a fogli (geotessili).
  - (2) Il secondo meccanismo si ha quando gli elementi di rinforzo hanno delle aperture (geogriglie) e le tensioni sono trasferite, oltre che per attrito lungo l'interfaccia, anche per la resistenza di tipo dilatante suscitata, all'atto dello scorrimento, dalla **terra che si inserisce** nelle aperture.

La terra rinforzata può essere assimilata, come comportamento, ad un materiale coesivo anisotropo.

**La resistenza del terreno rinforzato dipende:** a) da resistenza e rigidità del rinforzo in relazione a quelle del materiale circostante, b) dall'inclinazione del rinforzo, c) dalla durabilità del rinforzo: alla corrosione, all'aggressione chimica e batterica, al danneggiamento meccanico, d) dalla forma degli elementi rinforzanti, e) dalle caratteristiche di scorrimento viscoso o creep (deformazione di un materiale sottoposto a sforzo costante) del rinforzo stesso durante il periodo di vita previsto.



$$F_1 = \frac{1}{2} \gamma K_a (1.5 \Delta H)^2$$

$$F_2 = \frac{1}{2} \gamma K_a (2.5 \Delta H)^2 - F_1$$

$$F_3 = \frac{1}{2} \gamma K_a (3.5 \Delta H)^2 - F_2$$

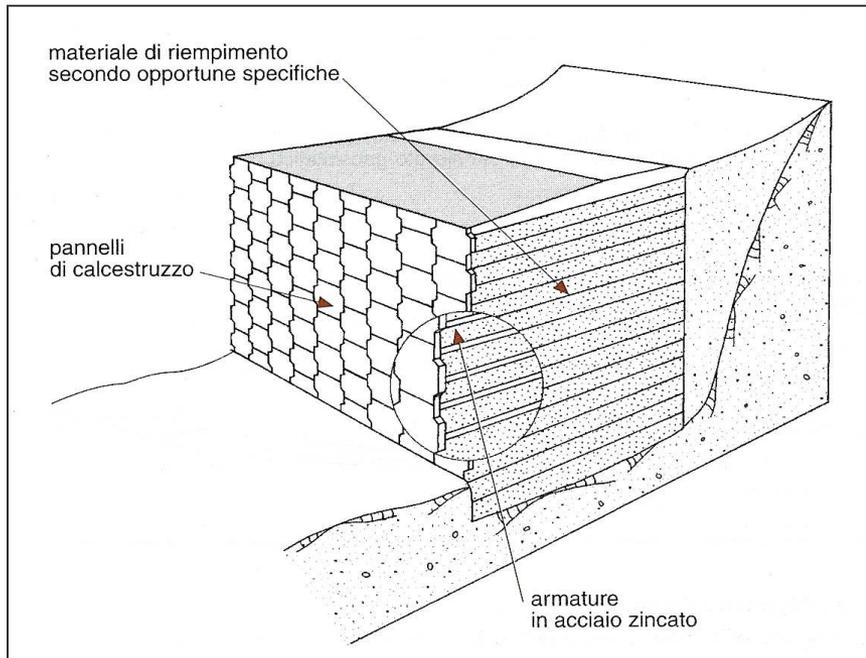
$$F_n = \frac{1}{2} \gamma K_a ((n + \frac{1}{2}) \Delta H)^2 - F_{n-1} - F_{n-2} - \dots - F_1$$

$$F_i = \frac{1}{2} \gamma K_a (i \Delta H)^2 - \sum F_n$$

dove  $1 \leq n < i$ ;  $i$  = strato di base

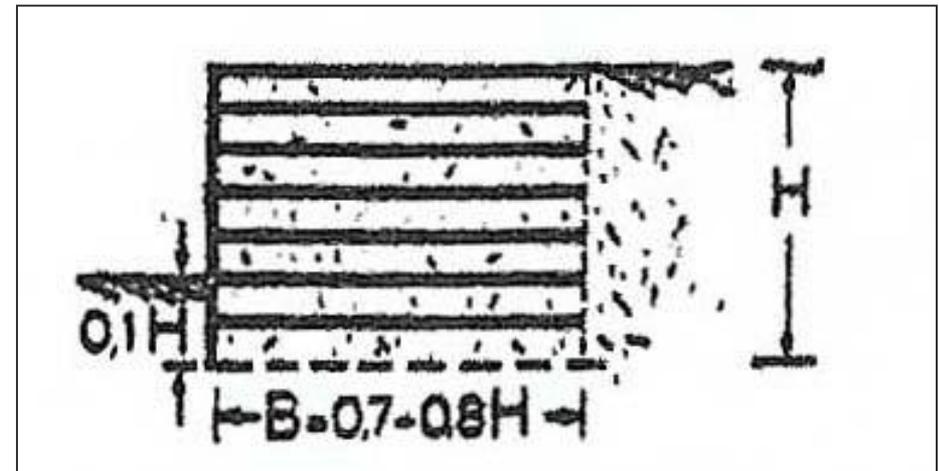
GEOGRIGLIE

# Dimensionamento preliminare: muri speciali



schema di **realizzazione**  
di una parete in **terra armata**

**dimensioni** tipiche di una parete in **terra armata**



Strutture composte da elementi prefabbricati, messi in opera in modo da realizzare delle celle (**crib walls**), successivamente riempite con terreno.

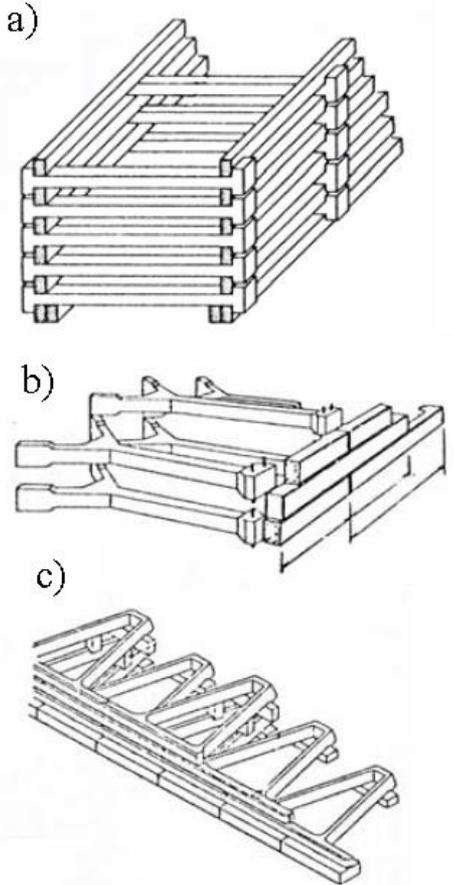
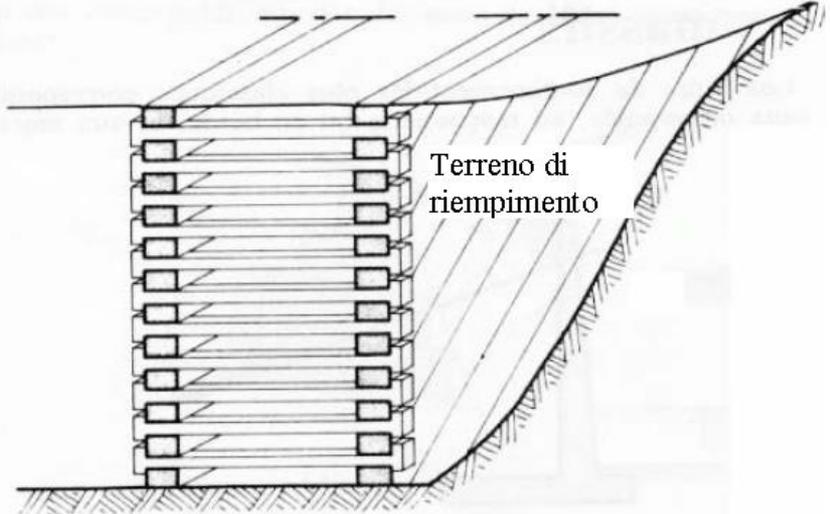
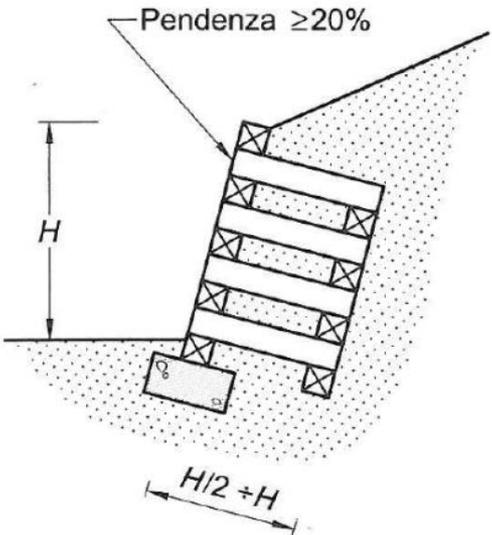
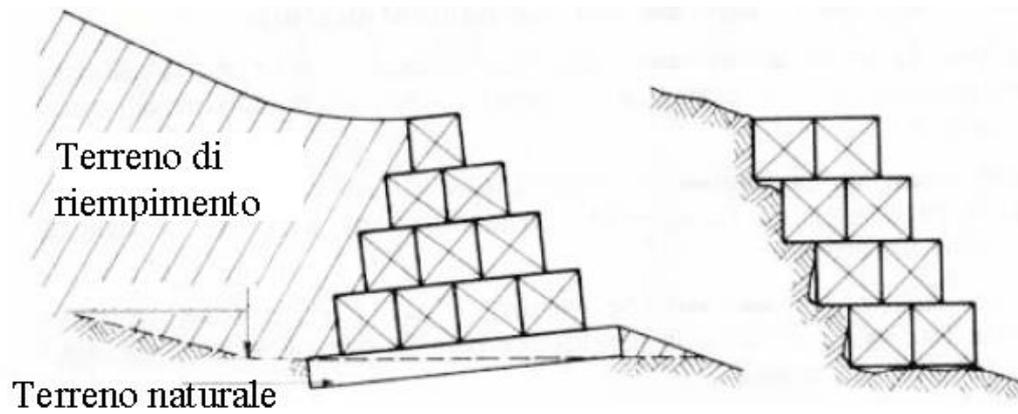
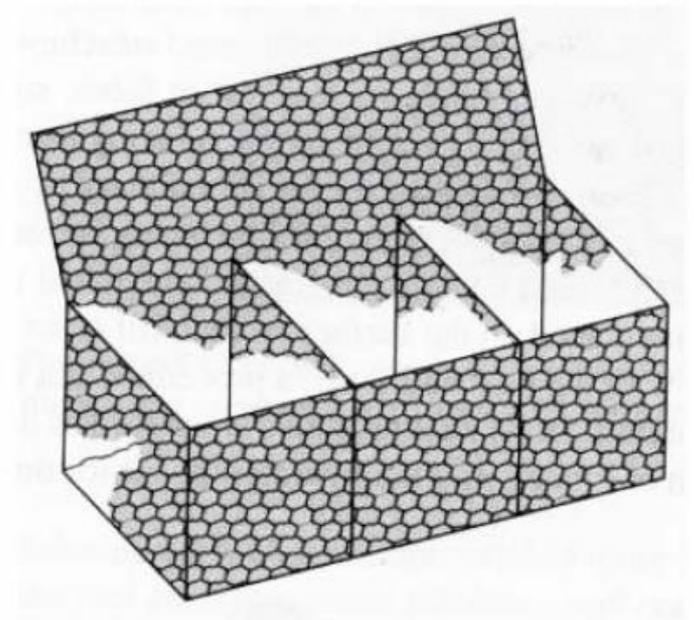


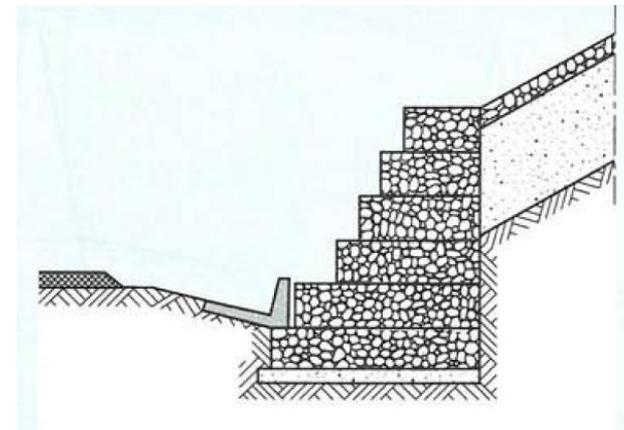
Figura 14.9: Tipi di elementi prefabbricati per crib-walls: a) a doppia faccia; b) a coda di rondine; c) di tipo chiuso



*Figura 14.6: Schemi di gabbionate*



*Figura 14.7 - Involucro di un gabbione*

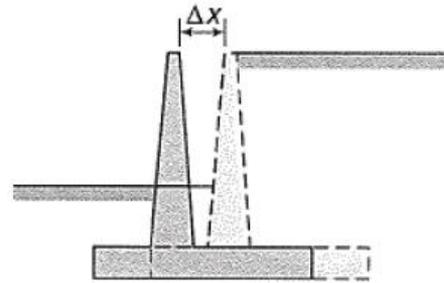


## VERIFICHE DI SICUREZZA DEI MURI DI SOSTEGNO (NTC2018 6.5.3.1.1)

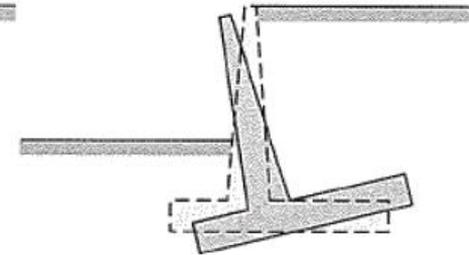
Per i muri di sostegno o per altre strutture miste ad essi assimilabili devono essere effettuate le verifiche con riferimento almeno ai seguenti stati limite, accertando che la condizione sia soddisfatta per ogni stato limite considerato:

### • SLU di tipo geotecnico (GEO)

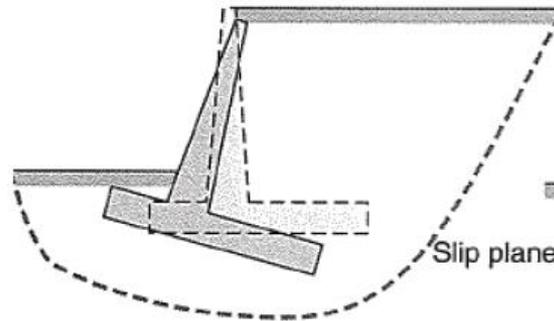
- scorrimento sul piano di posa;
- collasso per carico limite del complesso fondazione-terreno;
- ribaltamento;
- stabilità globale del complesso opera di sostegno-terreno;



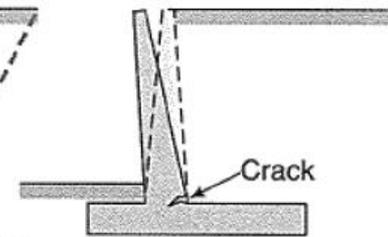
(a) Sliding or translational failure



(b) Rotation and bearing capacity failure



(c) Deep-seated failure



(d) Structural failure

### SLU di tipo strutturale (STR)

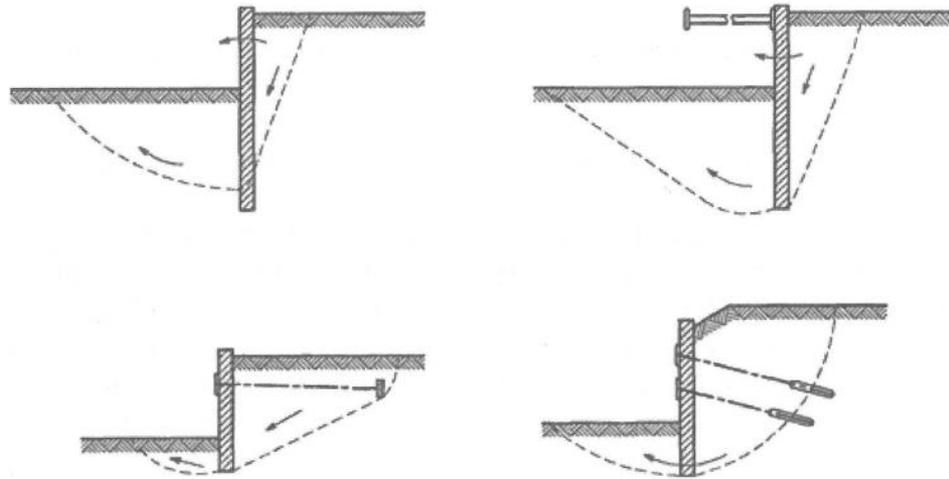
- raggiungimento della resistenza negli elementi strutturali.



## VERIFICHE DI SICUREZZA DELLE PARATIE (NTC2018 6.5.3.1.2)

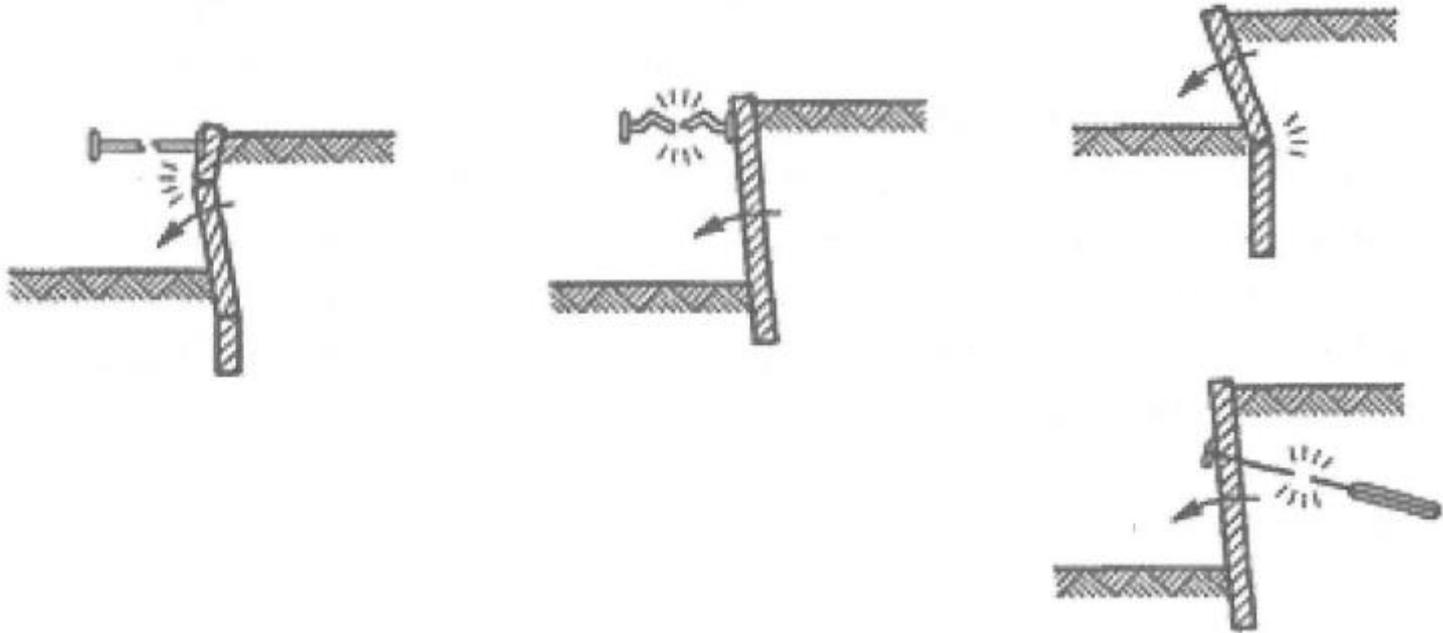
Per le paratie si devono considerare almeno i seguenti stati limite, accertando che la condizione sia soddisfatta per ogni stato limite considerato:

- **SLU di tipo geotecnico (GEO) e di tipo idraulico (UPL e HYD)**
  - collasso per rotazione intorno a un punto dell'opera (atto di moto rigido);
  - collasso per carico limite verticale;
  - sfilamento di uno o più ancoraggi;
  - instabilità del fondo scavo in terreni a grana fine in condizioni non drenate;
  - instabilità del fondo scavo per sollevamento;
  - sifonamento del fondo scavo;
  - instabilità globale del complesso opera di sostegno-terreno



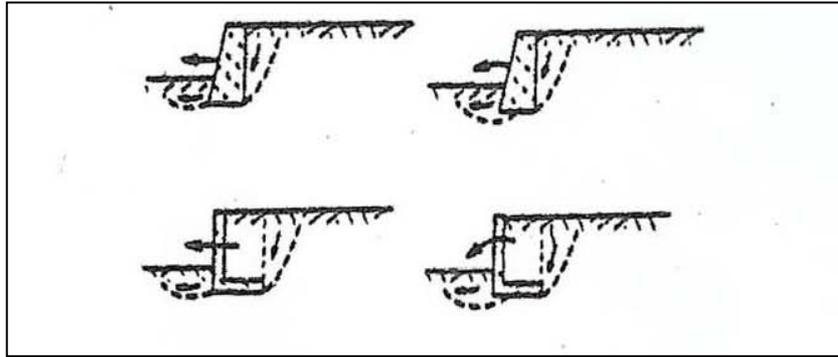
- **SLU di tipo strutturale (STR)**

- raggiungimento della resistenza in uno o più ancoraggi;
- raggiungimento della resistenza in uno o più puntoni o di sistemi di contrasto;
- raggiungimento della resistenza strutturale della paratia

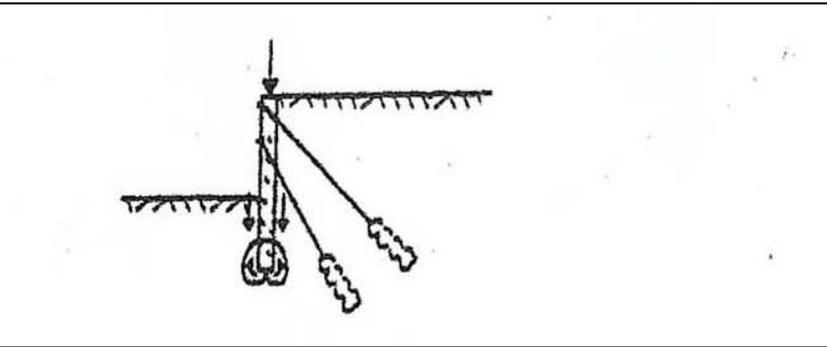


Per le paratie, i calcoli di progetto devono comprendere la verifica degli eventuali ancoraggi, puntoni o strutture di controventamento.

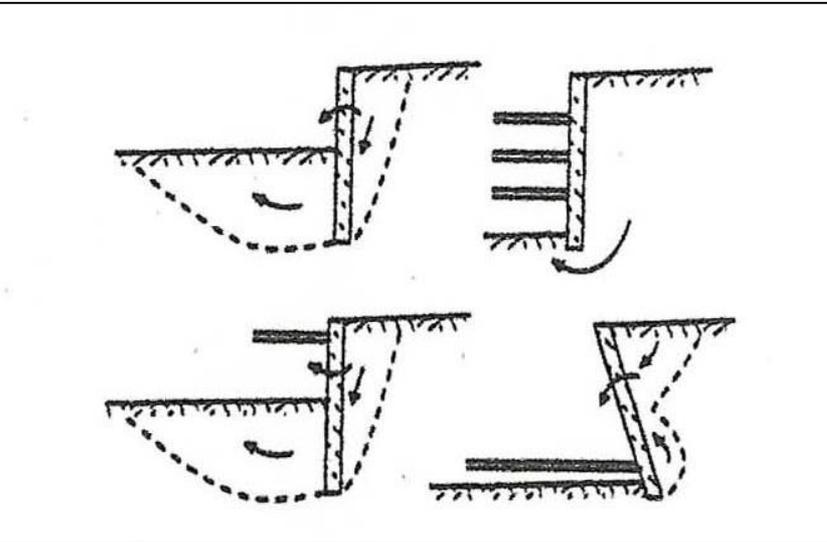
## ESEMPI DI MECCANISMI DI ROTTURA POSSIBILI



a. rottura dei terreni di fondazione

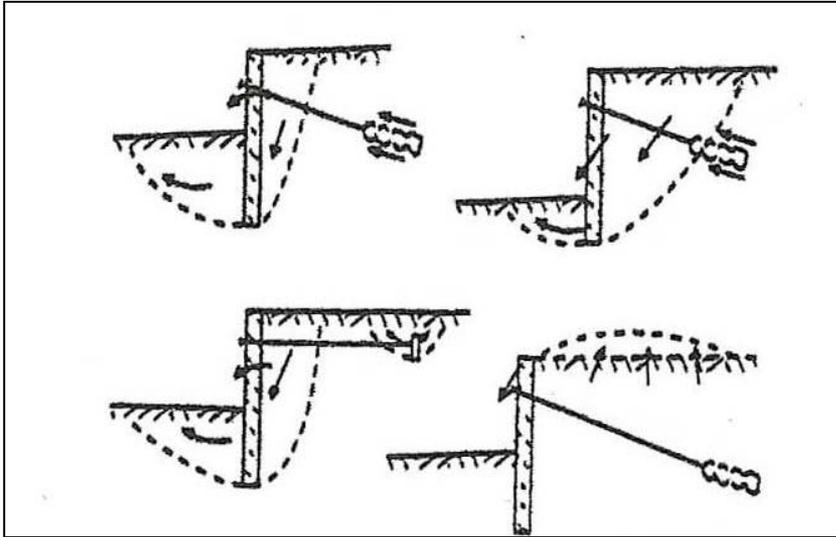


b. punzonamento dei terreni di fondazione

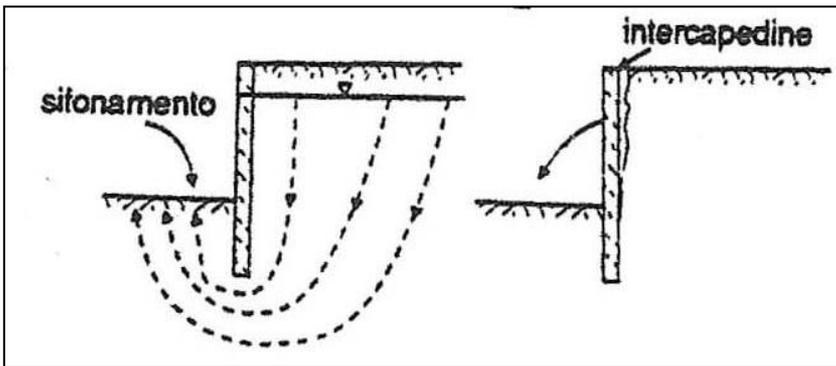


c. rottura dei terreni in cui è ammorsata la struttura

## ESEMPI DI MECCANISMI DI ROTTURA POSSIBILI



d. collasso di una parte del sistema di ancoraggio

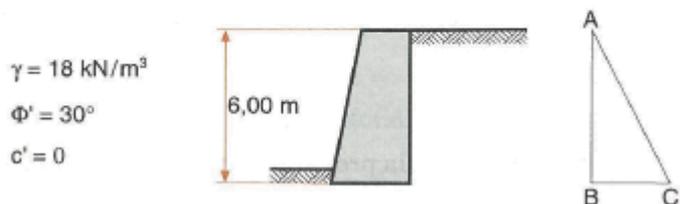


e. sifonamento, discontinuità all'interfaccia struttura-terreno

## ESERCIZI

I. Valutare, con l'applicazione del metodo di Rankine, i diagrammi di spinta su un muro di 6 m di altezza (figura 8.24) nei seguenti casi:

A) Terreno sabbioso con  $\gamma = 18 \text{ kN/m}^3$ ,  $\phi' = 30^\circ$ ,  $c' = 0$



### Soluzione caso A

Ad ogni profondità sotto la superficie la pressione è data da:

$$\sigma_h = z K_a$$

in cui:

$$K_a = \operatorname{tg}^2 \left( 45^\circ - \frac{30^\circ}{2} \right) = 0,333$$

Il tratto  $BC$  vale quindi  $18 \times 6 \times 0,333 = 36 \text{ kPa}$ .

La spinta totale sarà data da:

$$P_a = \frac{1}{2} \gamma H^2 K_a = 0,5 \times 36 \times 6 = 108 \text{ kN/m}$$

che rappresenta l'area del triangolo  $ABC$ ; il punto di applicazione è nel baricentro del triangolo e quindi ad una distanza di 2,00 m dalla base del muro.

### Soluzione caso B

Per effetto del sovraccarico la pressione orizzontale è, rispetto al caso precedente, incrementata ad ogni profondità di  $qK_a$ .

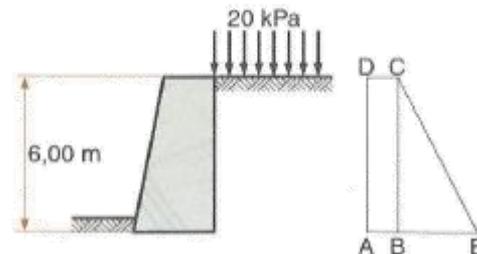
Il tratto  $AB$  vale quindi  $20 \times 0,333 = 6,7 \text{ kPa}$ .

La spinta totale dovuta al sovraccarico sarà invece pari all'area del rettangolo  $ABCD$ , cioè  $0,333 \times 20 \times 6 = 40 \text{ kN/m}$ .

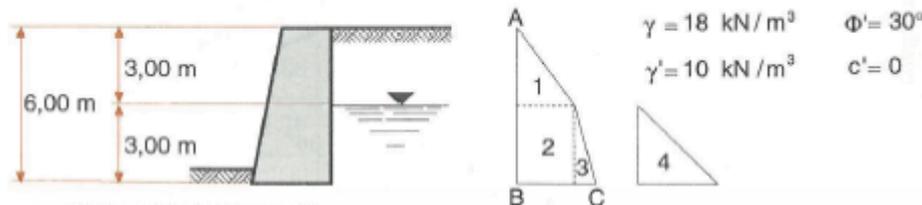
Il punto di applicazione dista 3,00 m dalla base del muro.

L'area del triangolo  $BCE$  è uguale a quella del triangolo  $ABC$  del caso precedente.

B) Terreno con le caratteristiche del caso precedente con un sovraccarico uniforme  $q = 20 \text{ kPa}$  (figura 8.25).



D) Identica situazione del caso A con falda freatica a 3,00 m dalla sommità del muro e con un peso di volume immerso  $\gamma' = 10 \text{ kN/m}^3$  (figura 8.27).



### Soluzione caso D

La pressione laterale a 3,00 m dalla sommità del muro vale:

$$\sigma_h = 18 \times 3 \times 0,333 = 18 \text{ kPa}$$

la spinta totale [1] sarà data da:

$$P_a = 0,5 \times 18 \times 3 = 27 \text{ kN/m}$$

La pressione laterale, dovuta al terreno immerso, alla base del muro vale:

$$\sigma_h = 18 + 10 \times 3 \times 0,333 = 28 \text{ kPa}$$

La spinta totale [2] + [3] sarà data da:

$$P = 18 \times 3 + 0,5 \times 10 \times 9 \times 0,333 = 54 + 15 = 69 \text{ kN/m}$$

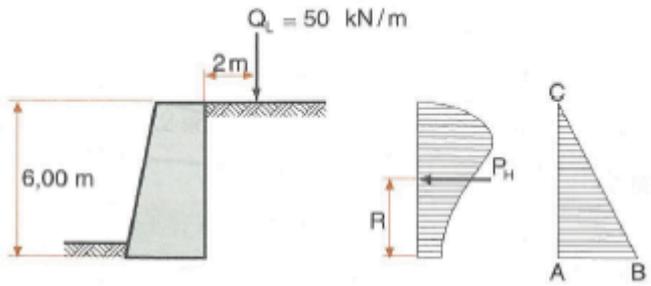
La pressione orizzontale alla base del muro dovuta all'acqua sarà:

$$\sigma_h = 10 \times 3 = 30 \text{ kPa}$$

La spinta totale [4] sarà:

$$P = 0,5 \times 10 \times 9 = 45 \text{ kN/m}$$

C) Terreno con le caratteristiche del caso A con un carico lineare uniforme  $Q_L = 50 \text{ kN/m}$  (figura 8.26).



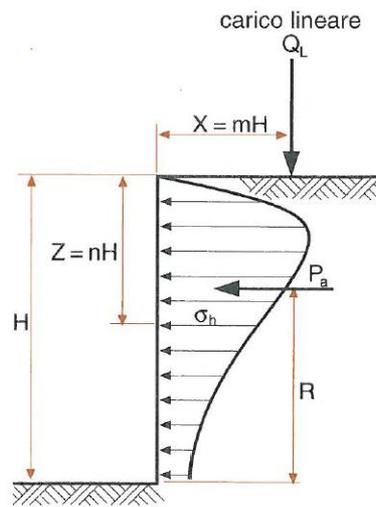
**Soluzione caso C**

$$m = \frac{2 \text{ m}}{6 \text{ m}} = \frac{1}{3} = 0,33 < 0,4$$

$$R = 0,60 H = 0,60 \times 6 \text{ m} = 3,6 \text{ m}$$

$$P_H = 0,55 \times Q_L = 0,55 \times 50 = 27,5 \text{ kN/m}$$

Pertanto alla spinta esercitata sul muro dal terreno (vedi caso A) deve essere aggiunta la spinta  $P_H$  prodotta dal carico lineare  $Q_L$ .



Per un carico di tipo lineare il valore di  $\sigma_h$  è dato per  $m \leq 0,4$  da:

$$\sigma_h = \frac{Q_L}{H} \frac{0,20 n}{(0,16 + n^2)^2}$$

e  $P_a = 0,55 Q_L$

e per  $m > 0,4$  da:

$$\sigma_h = \frac{Q_L}{H} \frac{1,28 m^2 n}{(m^2 + n^2)^2}$$

e  $P_a = \frac{0,64 Q_L}{(m^2 + 1)}$

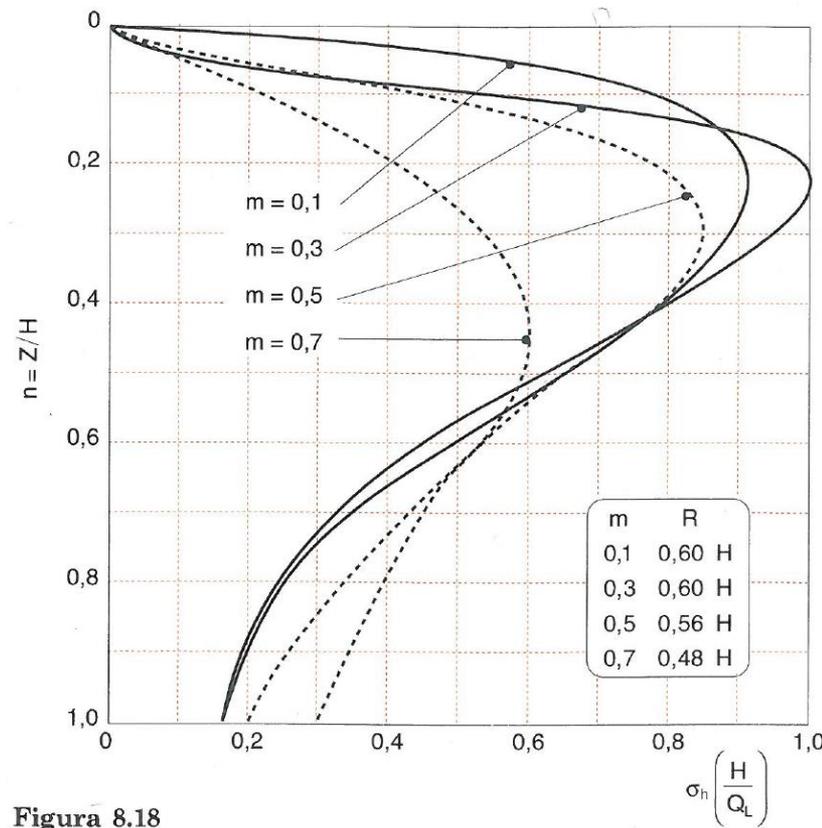
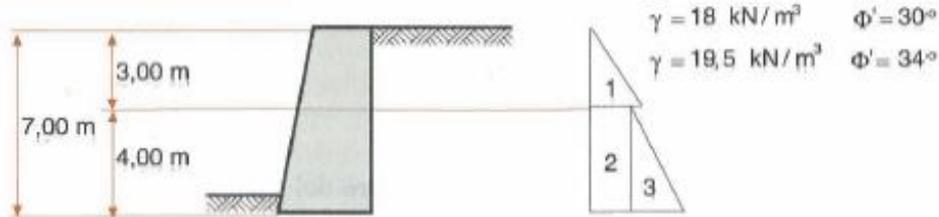


Figura 8.18

2. Un muro a gravità di 7,00 m di altezza sostiene un terreno incoerente con  $\gamma = 18 \text{ kN/m}^3$ ,  $\Phi' = 30^\circ$  per i primi 3,00 m di altezza e un terreno, sempre incoerente, con  $\gamma = 19,5 \text{ kN/m}^3$  e  $\Phi' = 34^\circ$  per il tratto rimanente (figura 8.28). Valutare con il metodo di Rankine i diagrammi di spinta.



### Soluzione

La pressione orizzontale alla profondità di 3,00 m dalla sommità del muro vale:

$$\sigma_h = 18 \times 3 \times 0,333 = 18 \text{ kPa}$$

La spinta totale [1] sarà:

$$P_a = 0,5 \times 18 \times 3 = 27 \text{ kN/m}$$

Il suo punto di applicazione è ad una distanza di  $4 + \frac{1}{3} \times 3 = 5 \text{ m}$  dalla base del muro.

I primi 3 m di terreno agiscono come sovraccarico sul terreno sottostante.

Tale sovraccarico vale:

$$18 \times 3 = 54 \text{ kPa}$$

Per lo strato profondo avremo un coefficiente di spinta attiva:

$$K_a = \text{tg}^2 \left( 45 - \frac{34^\circ}{2} \right) = 0,283$$

la pressione orizzontale dovuta al sovraccarico vale:

$$\sigma_h = 54 \times 0,283 = 15,2 \text{ kPa}$$

la spinta totale [2] quindi sarà:

$$P_a = 15,2 \times 4 = 61 \text{ kN/m}$$

la pressione orizzontale dovuta al terreno è:

$$\sigma_h = 0,283 \times 19,5 \times 4 = 22 \text{ kPa}$$

la spinta totale [3] sarà:

$$P_a = 22 \times 4,0 \times 0,5 = 44 \text{ kN/m}$$

I punti di applicazione delle spinte [2] e [3] sono rispettivamente ad una distanza di 2,00 m e 1,33 m dalla base del muro.

Un muro verticale, alto 6 m, contiene un terrapieno omogeneo ed inclinato di  $20^\circ$  sull'orizzontale (figura 8.29). Assumendo un peso di volume  $\gamma$  di  $18 \text{ kN/m}^3$ , e i parametri di resistenza al taglio  $c' = 0$  e  $\phi' = 35^\circ$ , determinare il valore della spinta.

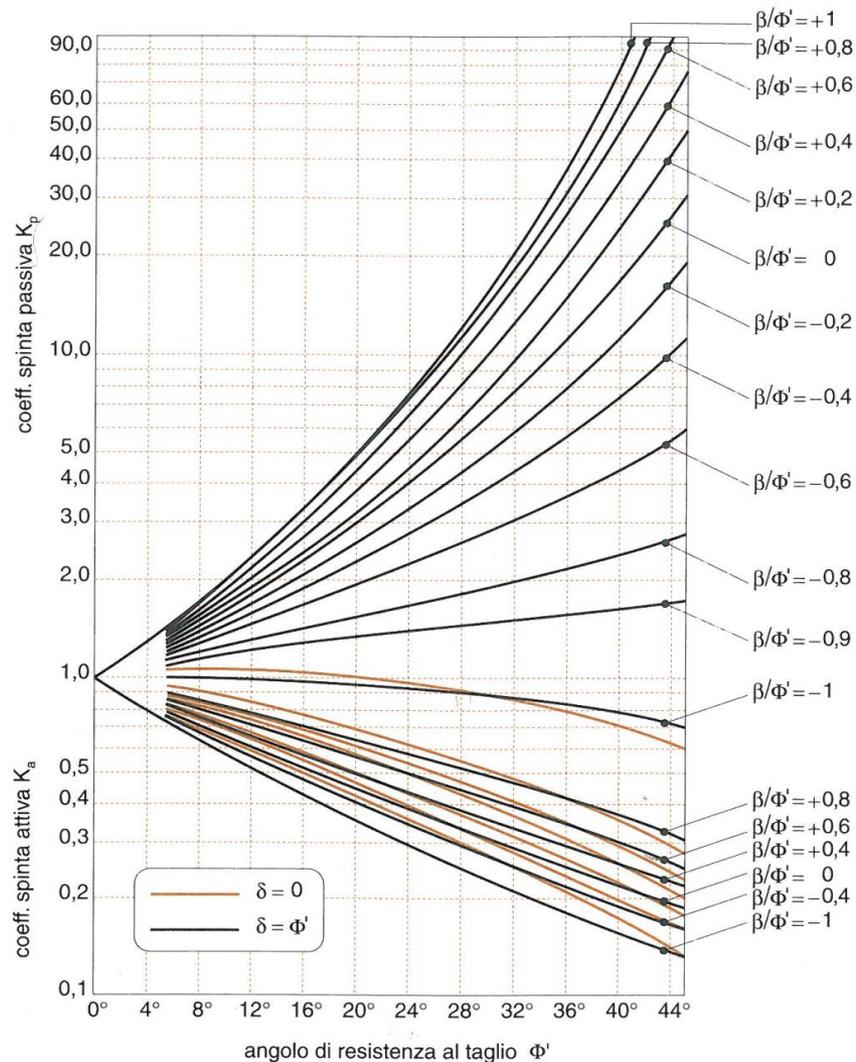
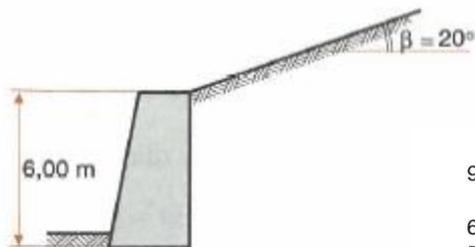
### Soluzione

Dal diagramma Navfac si ottiene il valore del coefficiente di spinta attiva  $K_a$ :

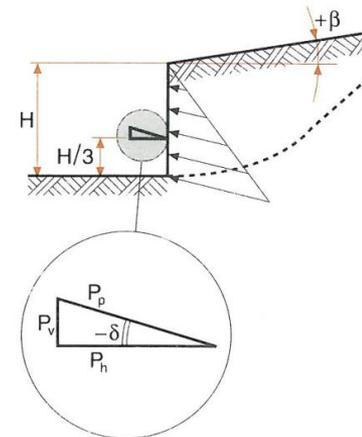
$$\left. \begin{array}{l} \beta = 20^\circ \\ \phi' = 35^\circ \end{array} \right\} K_a \approx 0,35$$

da cui si ricava il valore della spinta totale:

$$P_a = \frac{1}{2} \gamma H^2 K_a = 0,5 \times 18 \times 6^2 \times 0,35 = 113 \text{ kN/m}$$



$\delta/\phi'$	-0,7	-0,6	-0,5	-0,4	-0,3	-0,2	-0,1	-0,0
10	0,978	0,962	0,946	0,929	0,912	0,898	0,881	0,865
15	0,961	0,934	0,907	0,881	0,854	0,830	0,803	0,774
20	0,939	0,901	0,862	0,824	0,787	0,752	0,716	0,678
25	0,912	0,850	0,808	0,759	0,718	0,666	0,620	0,574
30	0,878	0,811	0,746	0,686	0,627	0,574	0,520	0,467
35	0,838	0,752	0,674	0,603	0,536	0,475	0,417	0,362
40	0,783	0,682	0,592	0,512	0,439	0,375	0,316	0,262
45	0,718	0,600	0,500	0,414	0,339	0,276	0,221	0,174



### Pressione attiva

Mezzo	Prof. (m)	Alt. acqua (m)	$\sigma_v$ (kPa)	$u$ (kPa)	$\sigma'_v$ (kPa)	$\sigma'_A$ (kPa)	$\sigma_A$ (kPa)
	$z$	$h_w$	$\gamma \cdot z + q$	$\gamma_w \cdot h_w$	$\sigma_v - u$	$\sigma'_v \cdot K_A$	$\sigma'_A + u$ (drenata) $\sigma_v - 2 \cdot c_u$ (non dr.)
sabbia	0	0	80	0	80	27	27
sabbia	2	0	120	0	120	40	40
sabbia	7	5	220	49	171	57	106
argilla	7	5	220	\	\	\	140
argilla	10	8	280	\	\	\	200

### Pressione passiva

Mezzo	Prof. (m)	Alt. acqua (m)	$\sigma_v$ (kPa)	$u$ (kPa)	$\sigma'_v$ (kPa)	$\sigma'_P$ (kPa)	$\sigma_P$ (kPa)
	$z$	$h_w$	$\gamma \cdot z + q$	$\gamma_w \cdot h_w$	$\sigma_v - u$	$\sigma'_v \cdot K_P$	$\sigma'_P + u$ (drenata) $\sigma_v + 2 \cdot c_u$ (non dr.)
acqua	2	0	0	0	0	0	0
acqua	5	3	29	29	0	0	29
sabbia	5	3	29	29	0	0	29
sabbia	7	5	69	49	20	61	110
argilla	7	5	69	\	\	\	149
argilla	10	7	129	\	\	\	209

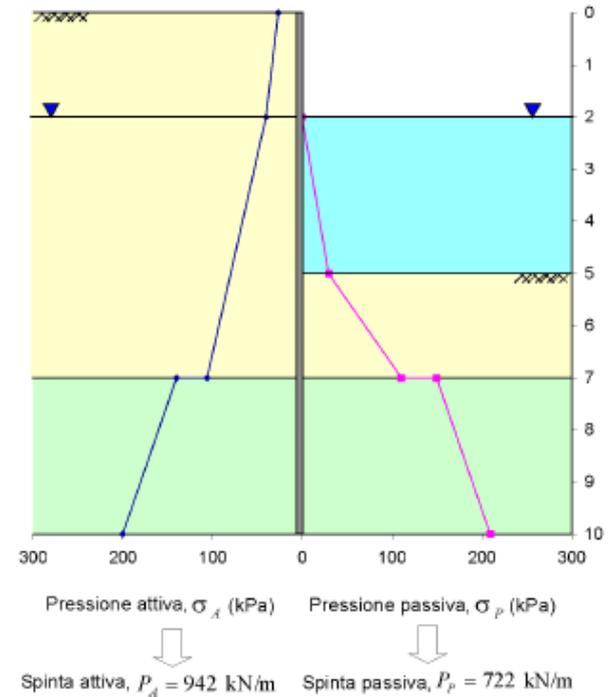
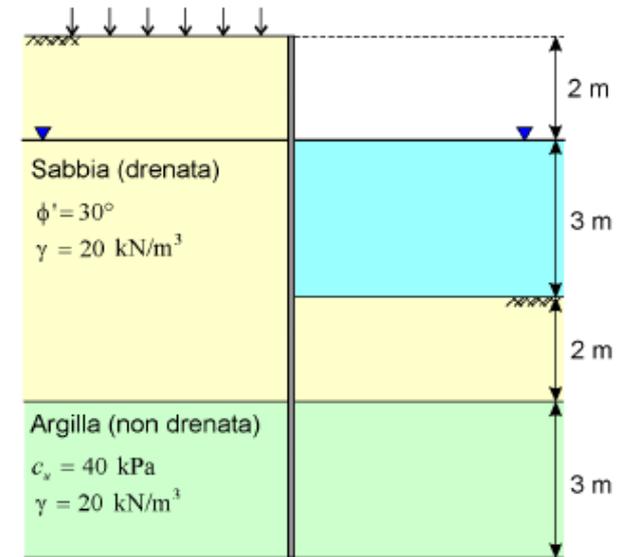
Si noti come la pressione dell'acqua influisce sulla spinta nella sabbia (condizione drenata) ma non nell'argilla (condizione non drenata); si noti inoltre come sia necessario calcolare due valori di spinta alla stessa profondità nel caso di contatto tra diverse litologie.

I valori di spinta attiva  $P_A$  e spinta passiva  $P_P$  si ottengono facilmente calcolando l'area dei rispettivi diagrammi di pressione:

$$P_A = 942 \text{ kN/m}$$

$$P_P = 722 \text{ kN/m}$$

Sovraccarico,  $q = 80 \text{ kPa}$



7.1. – Nei semispazi illustrati in fig. 7.1 sono stati individuati due elementi infinitesimi di terreno indicati con A e B. Si vuol conoscere lo stato tensionale a riposo e la spinta attiva che può svilupparsi alle

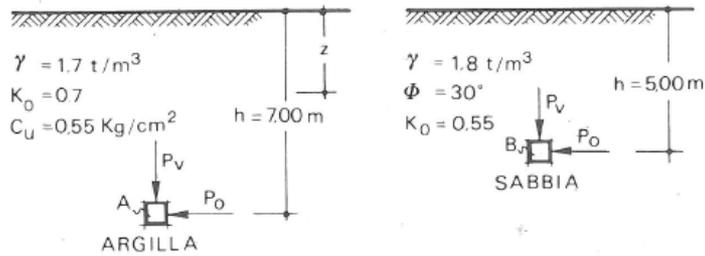


FIGURA 7.1.

quote indicate. Le caratteristiche geotecniche dei terreni in esame sono riportate in fig. 7.1.

1) Nell'argilla si ha:

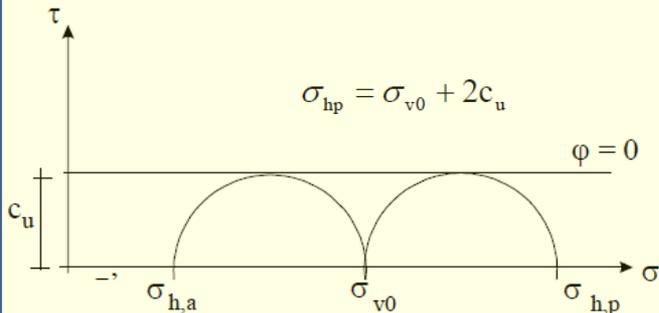
$$p_v = \gamma h = 1,7 \cdot 7,0 = 11,9 \text{ t/m}^2$$

$$p_0 = K_0 p_v = 8,3 \text{ t/m}^2$$

Nel caso in cui, **in presenza di un terreno coesivo**, si faccia riferimento a **condizioni non drenate** (come quelle che possono verificarsi immediatamente dopo l'esecuzione di uno scavo o la costruzione di un'opera di sostegno), per determinare la spinta attiva e passiva bisogna applicare il criterio di rottura di Mohr-Coulomb in termini di tensioni totali ( $\phi = 0$ ,  $c = c_u$ ) e la tensione limite attiva e passiva diventano rispettivamente:

$$\sigma_{ha} = \sigma_{v0} - 2c_u$$

$$\sigma_{hp} = \sigma_{v0} + 2c_u$$



Le condizioni geometriche del problema implicano che le pressioni orizzontali e verticali siano principali; note perciò queste è giustificata la costruzione dello stato tensionale nel piano di Mohr riportata in fig. 7.2a.

Tenendo costante la pressione verticale e diminuendo quella

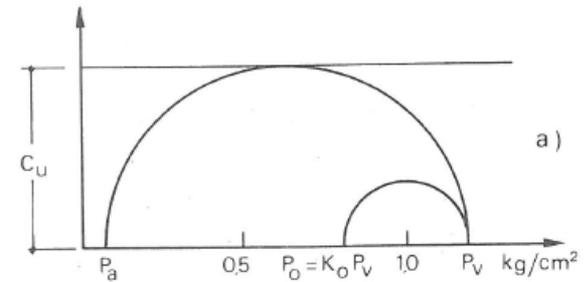


FIGURA 7.2a.

orizzontale, si perviene ad uno stato di equilibrio plastico limite detto attivo; poiché la resistenza del materiale è definita da:

$$\tau = c_u = \frac{1}{2} q_u ; \text{ in condizioni } \phi = 0^\circ \text{ si ha:}$$

$$p_a = p_v - 2 c_u = \gamma h - 2 c_u = 11,9 - 11 = 0,9 \text{ t/m}^2$$

La distribuzione, al variare della profondità, della spinta attiva orizzontale delle terre è riportata in fig. 7.3. Si deve notare che si ricorre ad una verifica di pressioni totali, con  $\phi = 0^\circ$ , nel caso di terreni saturi di bassa permeabilità, nel caso che non vi siano condizioni da permettere il drenaggio del terreno spingente sulla struttura, né durante né subito dopo la sua costruzione.

2) Nella sabbia si ha:

$$p_v = \gamma h = 1,8 \cdot 5,0 = 9,0 \text{ t/m}^2$$

$$p_0 = K_0 p_v = 0,55 \cdot 9 = 4,95 \text{ t/m}^2$$

Lo stato tensionale a riposo in B, caratterizzato da queste tensioni principali, è riportato in fig. 7.2b. La resistenza al taglio di un materiale incoerente può essere definita dal criterio di rottura di Mohr-Coulomb:

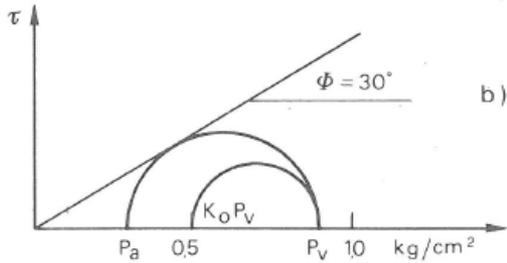
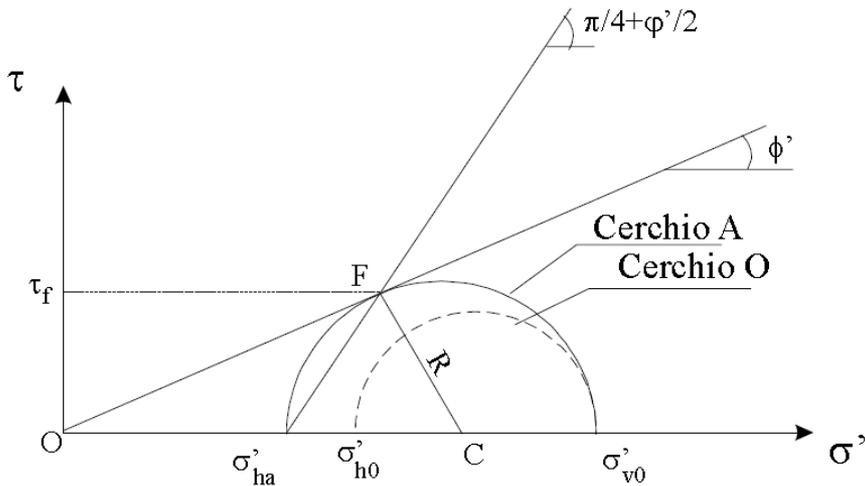
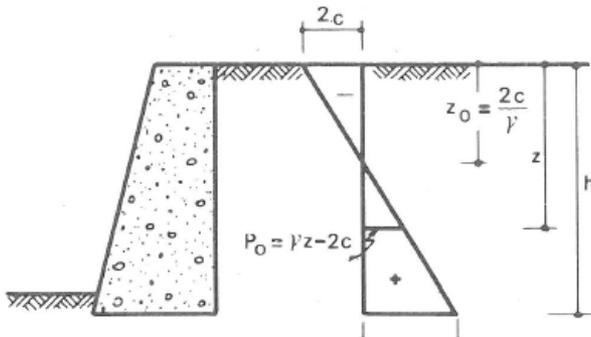


FIGURA 7.2b



Tale stato plastico (stato attivo alla Rankine) è rappresentato nel piano di Mohr da un cerchio tangente alla retta di Coulomb.

Dalla fig. 7.2b si ha:

$$\sin \phi = \frac{\gamma z - p_a}{\gamma z + p_a}$$

segue che:

$$p_a (1 + \sin \phi) = \gamma z (1 - \sin \phi)$$

$$p_a = \gamma z \frac{1 - \sin \phi}{1 + \sin \phi}$$

Si definisce  $K_a = p_a / \gamma z =$  coefficiente di spinta attiva

$$K_a = \frac{1 - \sin \phi}{1 + \sin \phi} = \tan^2 \left( \frac{\pi}{4} - \frac{\phi}{2} \right) = \frac{1}{3}$$

$$p_a = 1,8 \cdot 5,0 \cdot \frac{1}{3} = 3 \text{ t/m}^2$$

Considerando il triangolo rettangolo OFC, si ha:

$$R = FC = OC \cdot \sin \phi'$$

$$\frac{1}{2} \cdot (\sigma'_{v0} - \sigma'_{ha}) = \frac{1}{2} \cdot (\sigma'_{v0} + \sigma'_{ha}) \cdot \sin \phi'$$

$$\sigma'_{ha} \cdot (1 + \sin \phi') = \sigma'_{v0} \cdot (1 - \sin \phi')$$

$$\sigma'_{ha} = \frac{1 - \sin \phi'}{1 + \sin \phi'} \cdot \sigma'_{v0} = \tan^2 \left( \frac{\pi}{4} - \frac{\phi'}{2} \right) \cdot \sigma'_{v0}$$

Il rapporto:

$$K_A = \frac{1 - \sin \phi'}{1 + \sin \phi'} = \tan^2 \left( \frac{\pi}{4} - \frac{\phi'}{2} \right)$$

è detto *coefficiente di spinta attiva*.

Dunque si può scrivere:

$$\sigma'_{ha} = K_A \cdot \sigma'_{v0}$$

è tale che risulta:

7.2. – Determinare la spinta attiva che può svilupparsi alla base di un muro di sostegno alto 5 m. Il terreno sostenuto dal muro è una argilla limosa con peso di volume di  $1,75 \text{ t/m}^3$ ; da prove triassiali senza drenaggio, espresse in termini di pressioni totali, eseguite sul terreno non saturo in esame, si hanno i seguenti valori della coesione ed angolo d'attrito:  $c = 2,0 \text{ t/m}^2$ ,  $\phi = 18^\circ$ .

L'involuppo degli stati di rottura nel terreno è rappresentato nel piano di Mohr del criterio di rottura di Coulomb:

$$\tau = c + p \tan \phi$$

Tale equazione rappresenta la retta di fig. 7.4.

Lo stato di equilibrio plastico caratterizzato da:

$$p_1 = p_v ; \quad p_3 = p_a$$

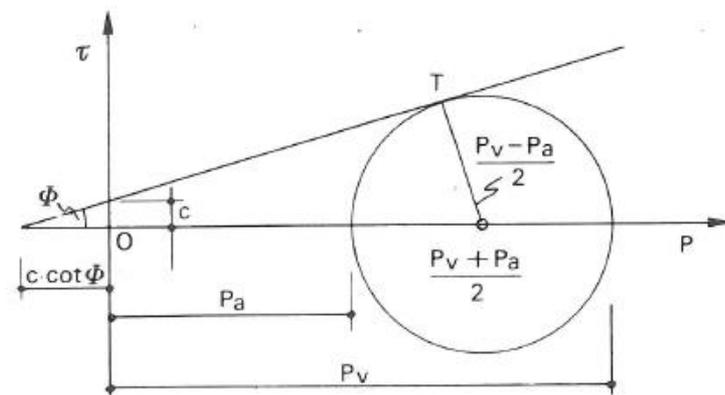


FIGURA 7.4.

$$\sin \phi = \frac{p_v - p_a}{2} \frac{1}{\frac{c}{\tan \phi} + \frac{p_v + p_a}{2}}$$

$$\sin \phi = \frac{(p_v - p_a) \tan \phi}{2c + (p_v + p_a) \tan \phi}$$

da cui si può ricavare la pressione attiva per un materiale coerente ad ogni profondità:

$$p_a = p_v \frac{1 - \sin \phi}{1 + \sin \phi} - \frac{2c \cos \phi}{1 + \sin \phi}$$

$$p_a = p_v K_a - 2c \sqrt{K_a}$$

La pressione verticale alla base del muro è:

$$p_v = \gamma z = 1,75 \cdot 5 = 8,75 \text{ t/m}^2$$

$$K_a = \frac{0,69}{1,31} = 0,53 ; \quad \sqrt{K_a} = 0,73$$

$$p_a = 8,75 \cdot 0,53 - 2 \cdot 0,73 = 1,72 \text{ t/m}^2$$

La tensione orizzontale si annulla ad una profondità di:

$$z_0 = \frac{2c}{\gamma} \cdot \frac{1}{\sqrt{K_a}} = \frac{4,0}{1,75} \cdot \frac{1}{0,73} = 3,13 \text{ m}$$

Il diagramma delle spinte dovute al terreno è riportato in fig. 7.5.

Nel caso proposto non sembrerebbe che agiscano spinte tendenti a ribaltare il muro; le tensioni di trazione sono infatti maggiori alle pressioni orizzontali, ribaltanti.

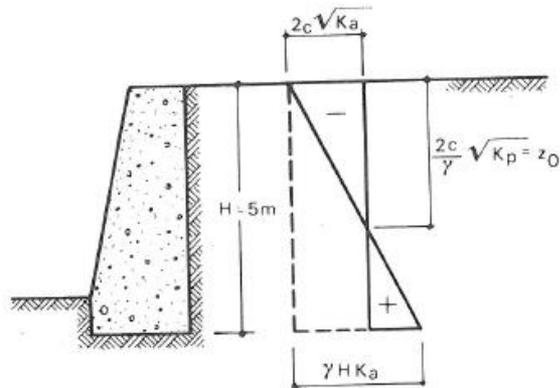


FIGURA 7.5.

Si suppone che si possano sviluppare delle fessurazioni fino alla profondità  $z_0$  per effetto dello stato tensionale. A favore della sicurezza si trascura il diagramma delle tensioni di trazione. Se è presente dell'acqua superficiale, questa penetra nelle fessurazioni e genera una spinta idrostatica prima di poter drenare.

La spinta totale  $S$  risulta essere:

$$S = \frac{1}{2} (\gamma H K_a - 2c \sqrt{K_a}) (H - z_0) + \frac{1}{2} z_0^2 \cdot \gamma_a$$

$$= 0,5 \cdot 1,72 \cdot 1,87 + 0,5 \cdot 9,8 = 6,50 \text{ t/m}$$

7.3. – Si calcoli col metodo di Rankine, con quello di Coulomb e con il metodo di Caquot-Kerisel, la spinta agente sul muro nella situazione proposta in fig. 7.6a.

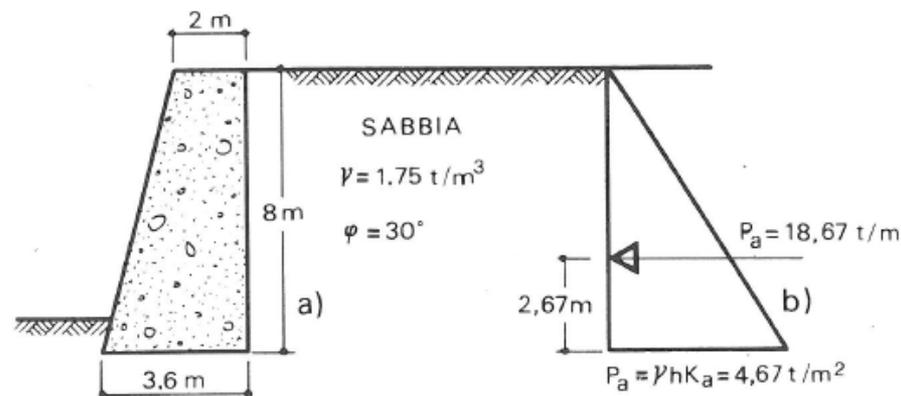


FIGURA 7.6a.

a) Il metodo di Rankine non tiene conto dell'attrito terra-muro lungo la parete verticale. Il coefficiente di spinta attiva vale:

$$K_a = \frac{P_o}{P_v} = \tan^2 \left( 45^\circ - \frac{\phi}{2} \right) = \frac{1 - \sin \phi}{1 + \sin \phi} = \frac{1}{3}$$

La spinta attiva orizzontale agente sul muro di sostegno sarà:

$$P_a = \frac{1}{2} K_a \gamma h^2$$

e quindi:

$$P_a = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot 1,75 \text{ t/m}^3 \cdot 8^2 \text{ m}^2 = 18,67 \text{ t/m}$$

b) Il metodo di Coulomb tiene conto dell'attrito che si sviluppa tra terra e muro. L'angolo di attrito si può prendere pari a  $\delta = 2/3 \phi = 20^\circ$ .

Il metodo consiste nel fare l'equilibrio del prisma di terreno a tergo del muro di sostegno: equilibrio tra la reazione del muro (inclinata di  $\delta$ ), il peso del prisma di terreno e la risultante delle azioni di attrito che si sviluppano nel terreno lungo la potenziale superficiale di slittamento del prisma stesso.

La soluzione grafica, per tentativi, del problema è rapidamente convergente. Coulomb ha risolto il problema anche analiticamente e ha ottenuto l'equazione:

$$P_a = \frac{1}{2} \gamma H^2 \frac{K_a}{\sin \alpha \cos \delta}$$

con

$$K_a = \frac{\sin^2 (\alpha + \phi) \cos \delta}{\sin \alpha \sin(\alpha - \delta) \left[ 1 + \sqrt{\frac{\sin(\phi + \delta) \sin(\phi - \beta)}{\sin(\alpha - \delta) \sin(\alpha + \beta)}} \right]^2}$$

nel nostro caso:

$$\phi = 30^\circ \quad \delta = 20^\circ \quad \alpha = 90^\circ \quad \beta = 0^\circ$$

Si veda fig. 7.6b per chiarire il significato dei simboli impiegati. Si ha quindi:

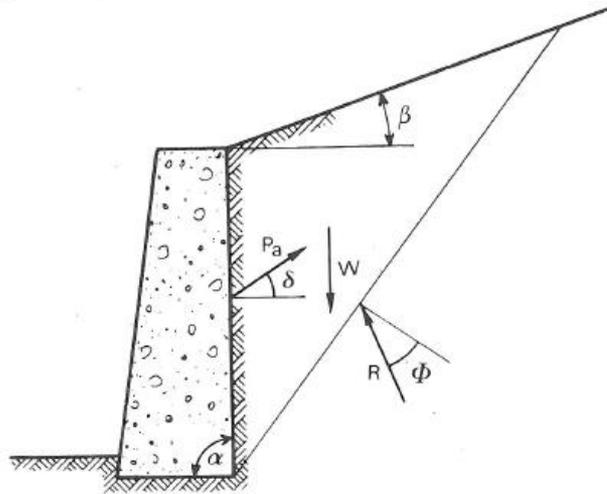


FIGURA 7.6b.

$$K_a = \frac{\cos^2 30^\circ}{\left[ 1 + \sqrt{\frac{\sin 50^\circ \sin 30^\circ}{\cos 20^\circ}} \right]^2}$$

$$P_a = \frac{1}{2} \gamma h^2 \frac{K_a}{\cos \sigma} = \frac{1}{2} \cdot 1,75 \cdot 8^2 \cdot \frac{0,279}{\cos 20^\circ} = 16,65 \text{ t/m}$$

La componente orizzontale della spinta  $P_{ao} = P_a \cos \delta = 15,64$  t/m e la componente verticale della spinta  $P_{av} = P_a \sin \delta = 5,70$  t/m.

Si verifica facilmente che nel caso di  $\delta = 0^\circ$  la spinta coincide con quella data da Rankine:

$$K_a = \frac{\cos^2 \phi}{\left[ 1 + \sqrt{\sin^2 \phi} \right]^2} = \frac{\frac{3}{4}}{\left( 1 + \frac{1}{2} \right)^2} = \frac{1}{3}$$

c) Il metodo di Caquot-Kerisel costituisce un metodo completo e le spinte sono calcolate in funzione di  $\phi$  e delle caratteristiche geometriche del muro e del terreno.

Nella nostra situazione  $\phi = 30^\circ$ ,  $\delta = 2/3 \phi = 20^\circ$ ; per  $\beta = \lambda = 0^\circ$  e con le convenzioni di fig. 7.6c, si ha  $K_a = 0,30$  (si veda la tabella 7.2 del testo: "Elementi di Geotecnica" Pietro Colombo - Zanichelli - 1974).

Segue che:

$$P_a = \frac{1}{2} \gamma h^2 \cdot K_a = \frac{1}{2} \cdot 1,75 \text{ t/m}^3 \cdot 8^2 \text{ m}^2 \cdot 0,3 = 16,8 \text{ t/m}$$

La componente orizzontale

$$P_{a0} = P_a \cos \delta = 16,8 \cdot 0,940 = 15,79 \text{ t/m}$$

e la componente verticale

$$P_{av} = P_a \sin \delta = 16,8 \cdot 0,342 = 5,75 \text{ t/m}$$

Soluzione ottenuta per via numerica e riportata in grafici e tabelle in termini di coefficienti di spinta attiva,  $K_A$ , e passiva,  $K_P$ , al variare dell'angolo :

- > di resistenza al taglio  $\phi'$ ,
- > di attrito parete-terreno  $\delta$ ,
- > di inclinazione della parete rispetto alla verticale  $\lambda$ ,
- > di inclinazione del piano che delimita il terrapieno rispetto all'orizzontale  $\beta$

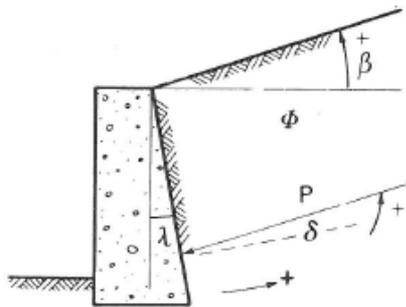
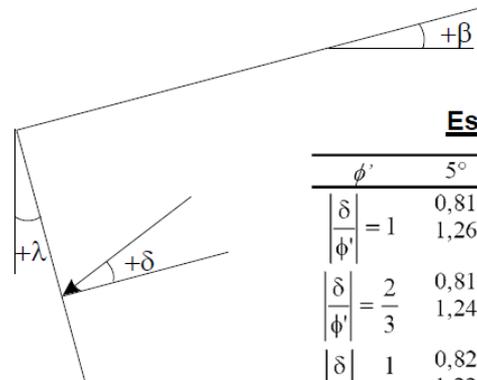


FIGURA 7.6c - Convenzioni di segno relative alla determinazione della spinta con il metodo Caquot-Kerisel.



**Esempio: terrapieno orizzontale ( $\beta = 0^\circ$ ) e parete verticale ( $\lambda = 0^\circ$ )**

$\phi'$	$5^\circ$	$10^\circ$	$15^\circ$	$20^\circ$	$25^\circ$	$30^\circ$	$35^\circ$	$40^\circ$	$45^\circ$	$50^\circ$	
$\left  \frac{\delta}{\phi'} \right  = 1$	0,81	0,65	0,53	0,44	0,37	0,31	0,26	0,22	0,19	0,16	← $K_A$ ← $K_P$
	1,26	1,66	2,20	3,04	4,26	6,56	10,7	18,2	35,0	75,0	
$\left  \frac{\delta}{\phi'} \right  = \frac{2}{3}$	0,81	0,66	0,54	0,44	0,36	0,30	0,25	0,20	0,16	0,13	
	1,24	1,59	2,06	2,72	3,61	5,25	8,00	12,8	21,0	41,0	
$\left  \frac{\delta}{\phi'} \right  = \frac{1}{3}$	0,82	0,67	0,56	0,45	0,37	0,30	0,25	0,20	0,16	0,13	
	1,22	1,52	1,89	2,38	3,03	4,02	5,55	8,10	12,0	19,0	
$\left  \frac{\delta}{\phi'} \right  = 0$	0,84	0,70	0,59	0,49	0,41	0,33	0,27	0,22	0,17	0,13	
	1,19	1,42	1,70	2,04	2,46	3,00	3,70	4,60	5,80	7,50	

7.4. – Nella situazione illustrata in fig. 7.7a valutare l'entità della spinta totale orizzontale con il metodo di Rankine:

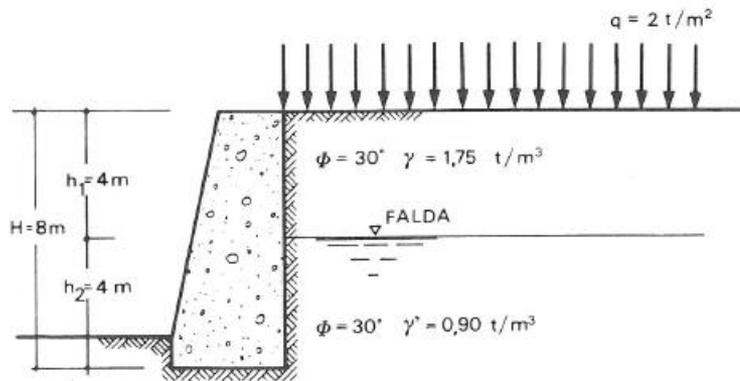


FIGURA 7.7a.

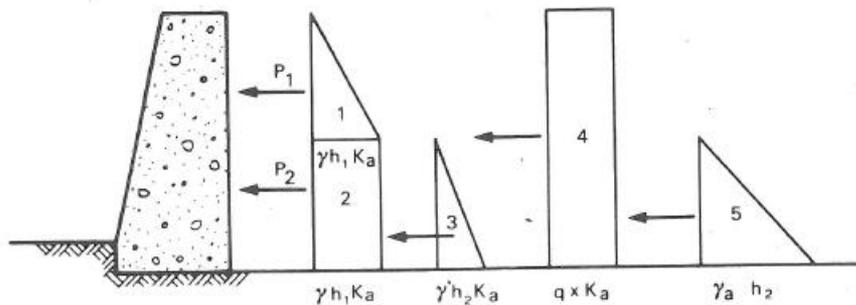


FIGURA 7.7b.

$$1) \quad P_1 = \frac{1}{2} \gamma h_1^2 \cdot K_a = \frac{1}{2} \cdot 1,75 \text{ t/m}^3 \cdot 4^2 \cdot 0,33 = 4,63 \text{ t/m}$$

$$2) \quad P_2 = \gamma h_1 K_a \cdot h_2 = 1,75 \text{ t/m}^3 \cdot 4^2 \cdot 0,33 = 9,24 \text{ t/m}$$

$$3) \quad P_3 = \frac{1}{2} \gamma' h_2^2 K_a = \frac{1}{2} \cdot 0,90 \text{ t/m}^3 \cdot 4^2 \cdot 0,33 = 2,38 \text{ t/m}$$

$$4) \quad P_4 = H \cdot q \cdot K_a = 2 \text{ t/m}^2 \cdot 0,33 \cdot 8 \text{ m} = 5,28 \text{ t/m}$$

$$5) \quad P_5 = \frac{1}{2} \gamma_a h_2^2 = \frac{1}{2} \cdot 1 \text{ t/m}^3 \cdot 4^2 = 8 \text{ t/m}$$

$$P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5 = 4,62 \text{ t/m} + 9,24 \text{ t/m} +$$

$$+ 2,38 \text{ t/m} + 5,28 \text{ t/m} + 8 \text{ t/m} =$$

$$= 29,52 \text{ t/m}$$

b) Nella stessa situazione senza acqua le spinte, riportate in fig. 7.7c valgono:

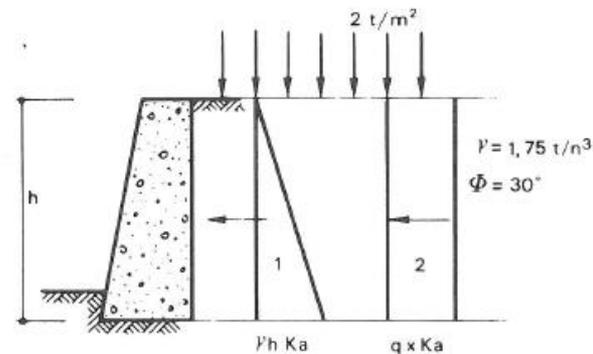


FIGURA 7.7c.

$$P_1 = \frac{1}{2} \gamma h^2 K_a = \frac{1}{2} \cdot 1,75 \text{ t/m}^3 \cdot 8^2 \cdot 0,33 = 18,48 \text{ t/m}$$

$$P_2 = q \cdot K_a \cdot h = 2 \text{ t/m}^2 \cdot 0,33 \cdot 8 = 5,28 \text{ t/m}$$

$$P_1 + P_2 = 18,48 \text{ t} + 5,28 \text{ t} = 23,76 \text{ t/m}$$

7.5. — Si valuti con la teoria proposta da Rankine la spinta orizzontale agente a tergo di un muro di sostegno nel caso in cui il suolo sia costituito da strati di terreno di natura diversa. E' presente inoltre un sovraccarico distribuito di  $2 \text{ t/m}^2$  che agisce sopra il terreno sostenuto del muro. Le caratteristiche dei vari strati di terreno sono riportate in fig. 7.8.

I coefficienti di spinta attiva sono:

$$K_{a1} = \tan^2 \left( 45^\circ - \frac{\phi_1}{2} \right) = 0,208 \quad (\text{ghiaia})$$

$$K_{a2} = \tan^2 \left( 45^\circ - \frac{\phi_2}{2} \right) = 0,283 \quad (\text{sabbia})$$

Le spinte del terreno, secondo la teoria di Rankine sono:

$$P_1 = \frac{1}{2} (\gamma_1 h_1^2 K_{a1}) = 0,5 \cdot 2 \cdot 16,0 \cdot 0,208 = 3,33 \text{ t/m}$$

$$P_2 = \gamma_1 h_1 (h_2 + h_3) K_{a2} = 2 \cdot 4,0 \cdot 4,0 \cdot 0,283 = 9,06 \text{ t/m}$$

$$P_3 = \frac{1}{2} \gamma_2 h_2^2 K_{a2} = 0,5 \cdot 1,8 \cdot 4 \cdot 0,283 = 1,02 \text{ t/m}$$

$$P_4 = \gamma_2 h_2 h_3 K_{a2} = 1,8 \cdot 2,0 \cdot 2,0 \cdot 0,283 = 2,04 \text{ t/m}$$

$$P_5 = \frac{1}{2} \gamma' h_3^2 K_{a2} = 0,5 \cdot 1 \cdot 4,0 \cdot 0,283 = 0,57 \text{ t/m}$$

La spinta idrostatica vale:

$$P_6 = \frac{1}{2} \gamma_a h_3^2 = 0,5 \cdot 1 \cdot 4,0 = 2,0 \text{ t/m}$$

Le spinte dovute al sovraccarico, sempre secondo la teoria di Rankine risultano essere:

$$P_7 = q K_{a1} h_1 = 2 \cdot 0,208 \cdot 4,0 = 1,66 \text{ t/m}$$

$$P_8 = q K_{a2} (h_2 + h_3) = 2 \cdot 0,283 \cdot 4,0 = 2,26 \text{ t/m}$$

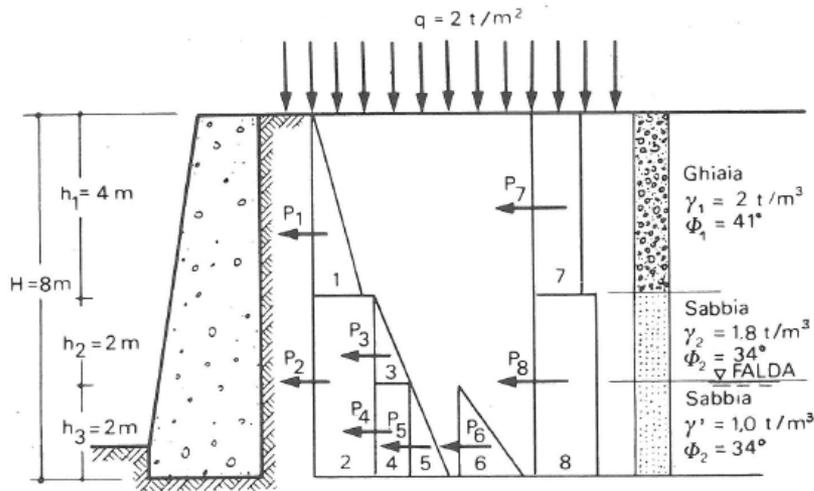


FIGURA 7.8.

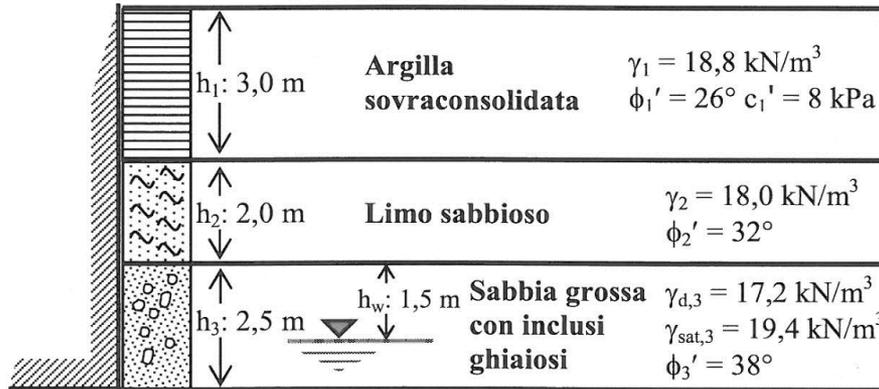
La spinta attiva totale sarà quindi:

$$P_{\text{atot}} = 21,94 \text{ t/m}$$

Il suo punto di applicazione, valutato a partire dal piano di fondazione del muro, è:

$$d = \frac{\sum P_i d_i}{P_{\text{atot}}} = \frac{56,83 \text{ tm/tl}}{21,94 \text{ t/ml}} = 2,59 \text{ m}$$

Applicando il metodo di Rankine, si valuti la risultante delle spinte su una struttura di sostegno a parete verticale liscia di altezza pari a 7,5 metri, nella situazione stratigrafica e di falda indicata in Figura 6.5.



**Figura 6.5**

**SOLUZIONE:**

I coefficienti di spinta attiva  $K_{a,1}$ ,  $K_{a,2}$ ,  $K_{a,3}$ , associati rispettivamente agli strati di argilla sovraconsolidata, di limo sabbioso e di sabbia grossa, valgono:

$$K_{a,1} = \frac{1 - \sin \phi_1'}{1 + \sin \phi_1'} = \frac{1 - \sin 26^\circ}{1 + \sin 26^\circ} = 0,39$$

$$K_{a,2} = \frac{1 - \sin \phi_2'}{1 + \sin \phi_2'} = \frac{1 - \sin 32^\circ}{1 + \sin 32^\circ} = 0,307 \cong 0,31$$

$$K_{a,3} = \frac{1 - \sin \phi'_3}{1 + \sin \phi'_3} = \frac{1 - \sin 38^\circ}{1 + \sin 38^\circ} = 0,238 \cong 0,24$$

Si osserva innanzitutto che, poiché l'argilla sovraconsolidata è caratterizzata da  $c' \neq 0$ , la tensione orizzontale attiva  $\sigma'_a$  assume valori negativi dal piano campagna fino alla profondità  $h^*$ :

$$h^* = \frac{2c'_1}{\gamma_1 \cdot \sqrt{K_{a,1}}} = \frac{2 \cdot 8}{18,8 \cdot \sqrt{0,39}} = 1,36 \text{ m}$$

in corrispondenza della quale  $\sigma'_a$  si annulla.

Il profilo di  $\sigma'_a$  inizia dunque al piano campagna con il valore:

$$\sigma'_{a,0m} = -2c'_1 \sqrt{K_{a,1}} = -2 \cdot 8 \cdot \sqrt{0,39} = -9,99 \text{ kPa}$$

e aumenta linearmente con la profondità fino ad assumere valori positivi al di sotto di  $h^*=1,36$  metri. Alla base dello strato di argilla (profondità 3 metri) si ha dunque:

$$\sigma'_{v,3m} = \gamma_1 \cdot h_1 = 18,8 \cdot 3 = 56,4 \text{ kPa}$$

$$\sigma'_{a,3m}^{(1)} = K_{a,1} \cdot \sigma'_{v,3m} - 2c'_1 \sqrt{K_{a,1}} = 0,39 \cdot 56,4 - 2 \cdot 8 \cdot \sqrt{0,39} = 12,00 \text{ kPa}$$

$$\sigma'_{a,3m}^{(2)} = K_{a,2} \cdot \sigma'_{v,3m} = 0,31 \cdot 56,4 = 17,48 \text{ kPa}$$

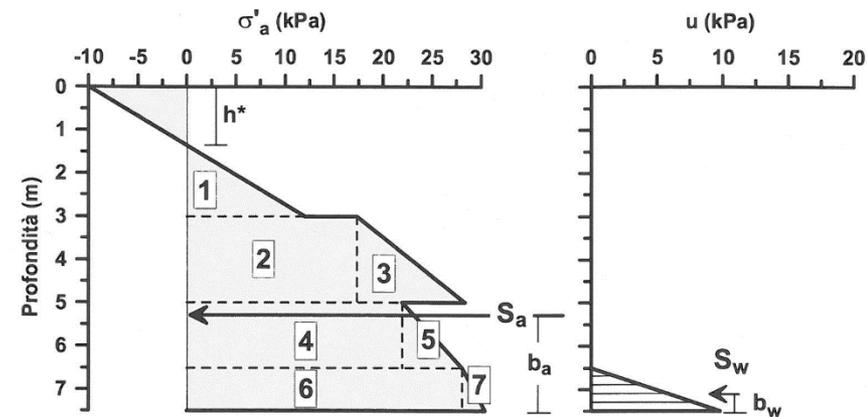


Figura 6.5a

Alla profondità di 5 metri si ha:

$$\sigma'_{v,5m} = \gamma_1 \cdot h_1 + \gamma_2 \cdot h_2 = 18,8 \cdot 3 + 18,0 \cdot 2 = 92,4 \text{ kPa}$$

$$\sigma'_{a,5m}^{(2)} = K_{a,2} \cdot \sigma'_{v,5m} = 0,31 \cdot 92,4 = 28,64 \text{ kPa}$$

$$\sigma'_{a,5m}^{(3)} = K_{a,3} \cdot \sigma'_{v,5m} = 0,24 \cdot 92,4 = 22,18 \text{ kPa}$$

Alla profondità di 6,5 metri, in corrispondenza del piano di falda:

$$\sigma'_{v,6,5m} = \gamma_1 \cdot h_1 + \gamma_2 \cdot h_2 + \gamma_{d,3} \cdot h_w = 18,8 \cdot 3 + 18,0 \cdot 2 + 17,2 \cdot 1,5 = 118,2 \text{ kPa}$$

$$\sigma'_{a,6,5m} = K_{a,3} \cdot \sigma'_{v,6,5m} = 0,24 \cdot 118,2 = 28,37 \text{ kPa}$$

Infine, alla base del muro:

$$\begin{aligned} \sigma'_{v,7,5m} &= \gamma_1 \cdot h_1 + \gamma_2 \cdot h_2 + \gamma_{d,3} \cdot h_w + (\gamma_{sat,3} - \gamma_w) \cdot (h_3 - h_w) = \\ &= 18,8 \cdot 3 + 18,0 \cdot 2 + 17,2 \cdot 1,5 + (19,4 - 9,81) \cdot (2,5 - 1,5) = 127,79 \text{ kPa} \end{aligned}$$

$$u_{7,5m} = \gamma_w \cdot (h_3 - h_w) = 9,81 \cdot (2,5 - 1,5) = 9,81 \text{ kPa}$$

$$\sigma'_{a,7,5m} = K_{a,3} \cdot \sigma'_{v,7,5m} = 0,24 \cdot 127,79 = 30,67 \text{ kPa}$$

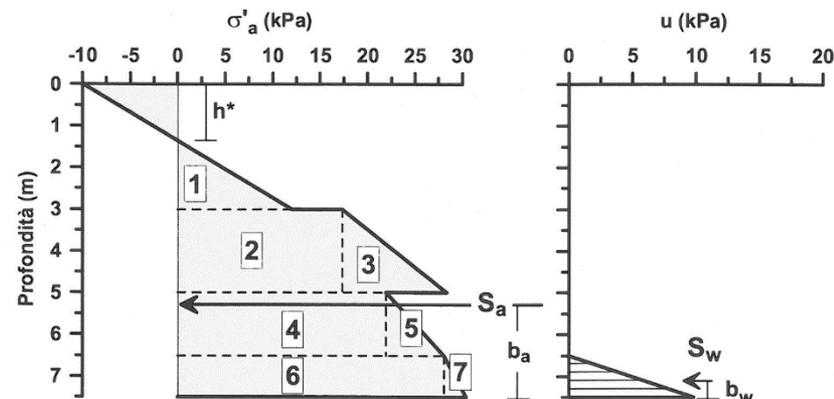


Figura 6.5a

I profili della tensione  $\sigma'_a$  e della pressione neutra  $u$  sono riportati in Figura 6.5a.

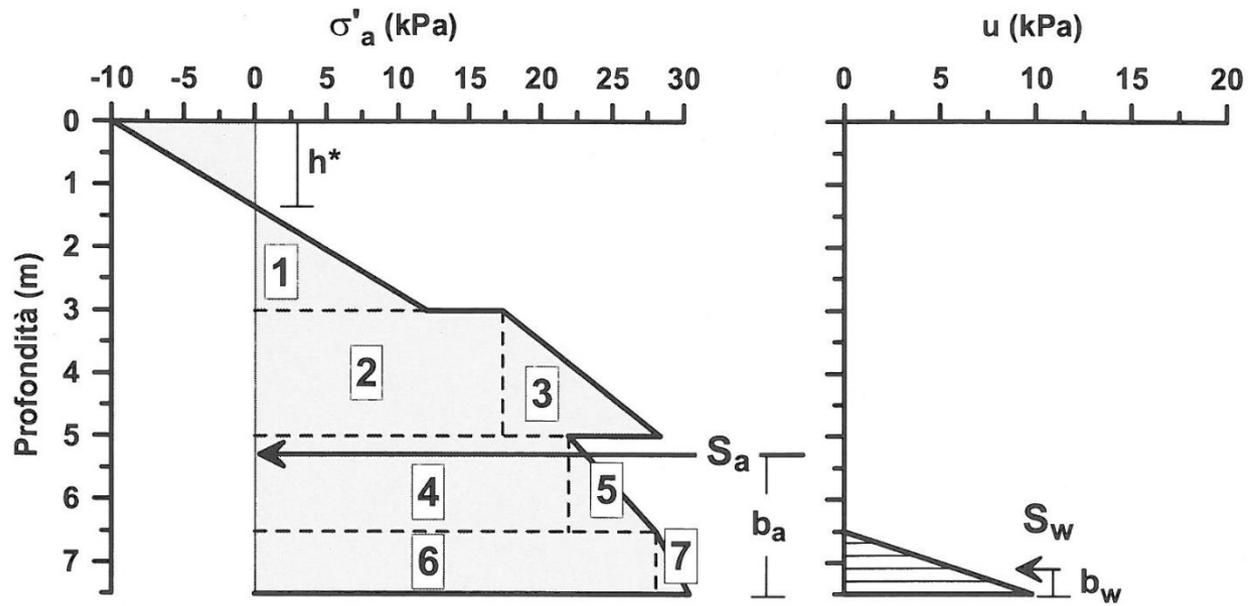


Figura 6.5a

Ai fini del calcolo della spinta complessiva, consideriamo innanzitutto i contributi di spinta attiva  $S_{a1}$ ,  $S_{a2}$ ,  $S_{a3}$ ,  $S_{a4}$ ,  $S_{a5}$ ,  $S_{a6}$ ,  $S_{a7}$  associati alle aree 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 indicate in figura e agenti rispettivamente alle distanze  $b_1$ ,  $b_2$ ,  $b_3$ ,  $b_4$ ,  $b_5$ ,  $b_6$ ,  $b_7$  dalla base del muro:

$$S_{a1} = \sigma'_{a,3m}^{(1)} \cdot \frac{(h_1 - h^*)}{2} = 12,00 \cdot \frac{(3 - 1,36)}{2} = 9,84 \text{ kN/m}, \quad b_1 = 5,05 \text{ m}$$

$$S_{a2} = \sigma'_{a,3m}^{(2)} \cdot h_2 = 17,48 \cdot 2 = 34,96 \text{ kN/m}, \quad b_2 = 3,5 \text{ m}$$

$$S_{a3} = (\sigma'_{a,5m}^{(1)} - \sigma'_{a,3m}^{(2)}) \cdot \frac{h_2}{2} = (28,64 - 17,48) \cdot \frac{2}{2} = 11,16 \text{ kN/m}, \quad b_3 = 3,17 \text{ m}$$

$$S_{a4} = \sigma'_{a,5m}^{(2)} \cdot h_w = 22,18 \cdot 1,5 = 33,27 \text{ kN/m}, \quad b_4 = 1,75 \text{ m}$$

$$S_{a5} = (\sigma'_{a,6,5m} - \sigma'_{a,5m}^{(2)}) \cdot \frac{h_w}{2} = (28,37 - 22,18) \cdot \frac{1,5}{2} = 4,64 \text{ kN/m}, \quad b_5 = 1,5 \text{ m}$$

$$S_{a6} = \sigma'_{a,6,5m} \cdot (h - h_w) = 28,37 \cdot (2,5 - 1,5) = 28,37 \text{ kN/m}, \quad b_6 = 0,5 \text{ m}$$

$$S_{a7} = (\sigma'_{a,7,5m} - \sigma'_{a,6,5m}) \cdot \frac{(h - h_w)}{2} = (30,67 - 28,37) \cdot \frac{(2,5 - 1,5)}{2} = 1,15 \text{ kN/m},$$

$$b_7 = 0,33 \text{ m}$$

La spinta attiva complessiva,  $S_a$ , è dunque pari a:

$$S_a = \sum_{i=1}^{i=7} S_{ai} = 9,84 + 34,96 + 11,16 + 33,27 + 4,64 + 28,37 + 1,15 = 123,39 \text{ kN/m}$$

Si osservi che il calcolo di  $S_a$  non ha preso in considerazione la porzione del profilo compresa tra il piano campagna e la profondità  $h^*$ , all'interno della quale la tensione  $\sigma'_a$  risulta di trazione. Infatti, in virtù delle fessure che si originano in questa zona “in trazione”, è preferibile trascurare il relativo contributo di spinta. La posizione di  $S_a$  è individuata dalla distanza  $b_a$ , pari a:

$$b_a = \frac{S_{a1} \cdot b_1 + S_{a2} \cdot b_2 + S_{a3} \cdot b_3 + S_{a4} \cdot b_4 + S_{a5} \cdot b_5 + S_{a6} \cdot b_6 + S_{a7} \cdot b_7}{S} = 2,33 \text{ m}$$

Il contributo di spinta esercitato dall'acqua  $S_w$  è pari a:

$$S_w = u_{7,5m} \cdot \frac{(h_3 - h_w)}{2} = 9,81 \cdot \frac{(2,5 - 1,5)}{2} = 4,91 \text{ kN/m}$$

la cui retta di azione passa a distanza  $b_w = 0,33 \text{ m}$  dalla base del muro. La spinta complessiva  $S$  agente sulla struttura di sostegno è data da:

$$S = S_a + S_w = 123,39 + 4,91 = 128,30 \text{ kN/m}$$

passante alla distanza  $b$  dalla base del muro:

$$b = \frac{S_a \cdot b_a + S_w \cdot b_w}{S} = \frac{123,39 \cdot 2,33 + 4,91 \cdot 0,33}{128,3} = 2,25 \text{ m}$$

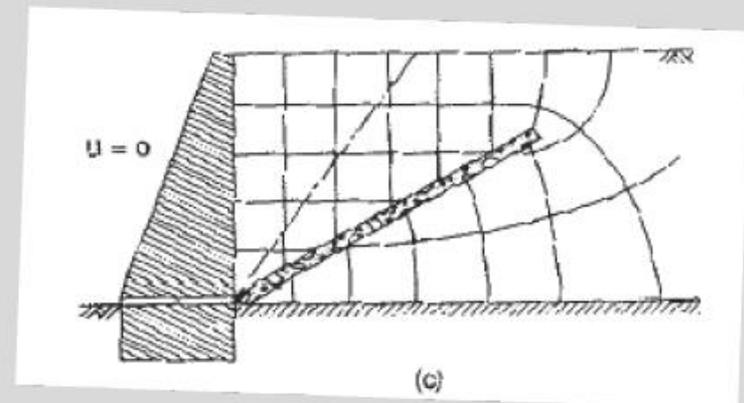
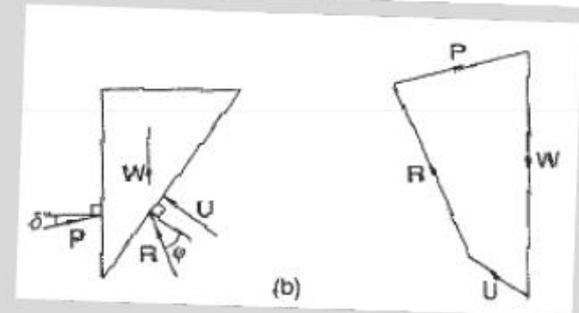
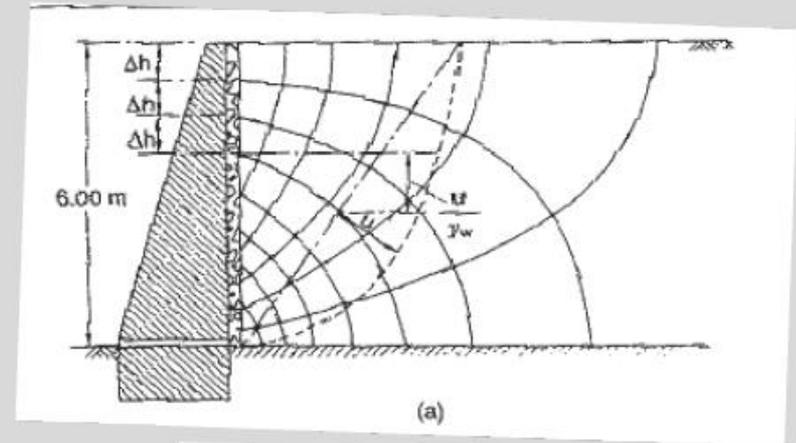
# ESERCIZIO 6

Un muro di sostegno di altezza  $H$  pari a 6,0 m sostiene un terreno di riempimento con peso dell'unità di volume saturo  $\gamma_{\text{sat}}=20,0 \text{ kN/m}^3$ .

Alle spalle del muro è posizionato un dreno verticale.

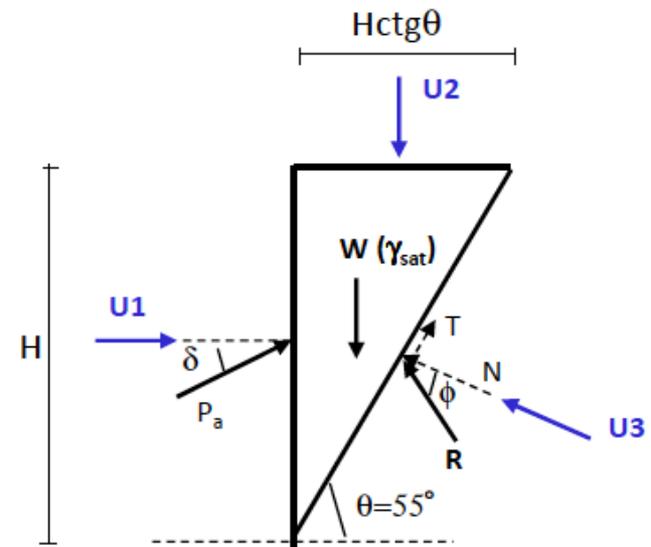
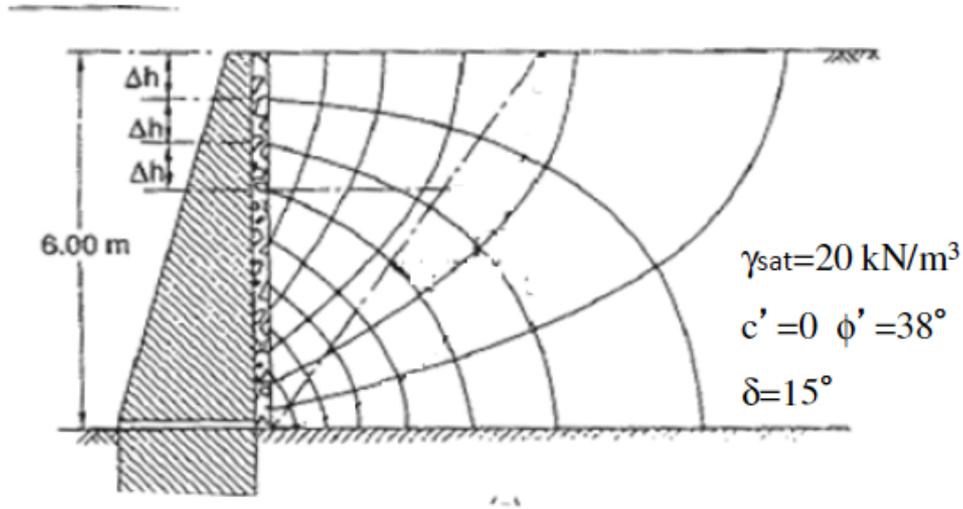
- Assumendo che il piano di rottura sia inclinato di  $55^\circ$  rispetto all'orizzontale, determinare la componente orizzontale della spinta totale quando il terreno di monte viene completamente saturato dalle acque piovane, con una filtrazione stazionaria verso il dreno.
- Determinare la spinta orizzontale nel caso in cui il dreno sia inclinato e posizionato al di sotto della superficie di rottura (fig. c).
- Determinare la spinta orizzontale nel caso non siano presenti dreni.

Terreno di riempimento:  $c'=0$   $\phi'=38^\circ$   $\delta=15^\circ$



## ESERCIZIO 6-Soluzione

### Caso a) METODO DI COULOMB



Il cuneo di terreno saturo ha un peso pari a:

$$W(\gamma_{sat}) = \frac{1}{2} \gamma_{sat} \cdot H^2 \cdot \text{ctg}\theta = 252,1 \text{ kN/m}$$

Il cuneo di terreno saturo è immerso in acqua e dunque si deve considerare le risultanti delle pressioni dell'acqua agenti su ciascuno dei lati:  $U_1$ ,  $U_2$  ed  $U_3$ .

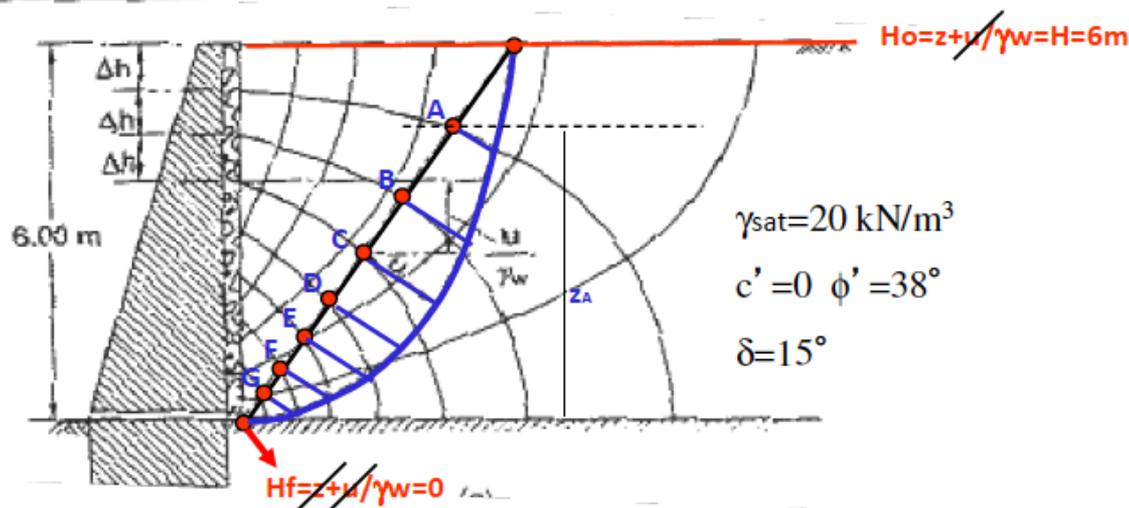
La presenza del dreno innesca un moto di filtrazione, caratterizzato dal reticolo idrodinamico illustrato in figura. Si noti che:

- ✓ I punti a contatto col dreno sono caratterizzati da una pressione dell'acqua nulla (efficienza 100%)  $\rightarrow U_1=0$
- ✓ La pressione dell'acqua è nulla in corrispondenza del piano di falda  $\rightarrow U_2=0$

Il valore della risultante  $U_3$  si ricava valutando la pressione interstiziale per punti discreti sulla superficie di rottura. Tali punti sono individuati dall'intersezione delle linee equipotenziali del reticolo con la superficie di rottura stessa.

## ESERCIZIO 6-Soluzione

Il valore di  $U_3$  si ricava come risultante della distribuzione di pressione interstiziale tracciata valutando la pressione neutra nei punti di intersezione tra le linee equipotenziali del reticolo e la superficie di rottura stessa.



$$\Delta H = H_0 - H_f = 6m$$

$n = 8$  Intervalli equipotenziali del reticolo idrodinamico.

Il salto di potenziale tra una linea equipotenziale e la successiva è pari a:

$$\Delta h = \Delta H / n = 6m / 8 = 0,75m$$

Esempio di calcolo di pressione interstiziale in A:

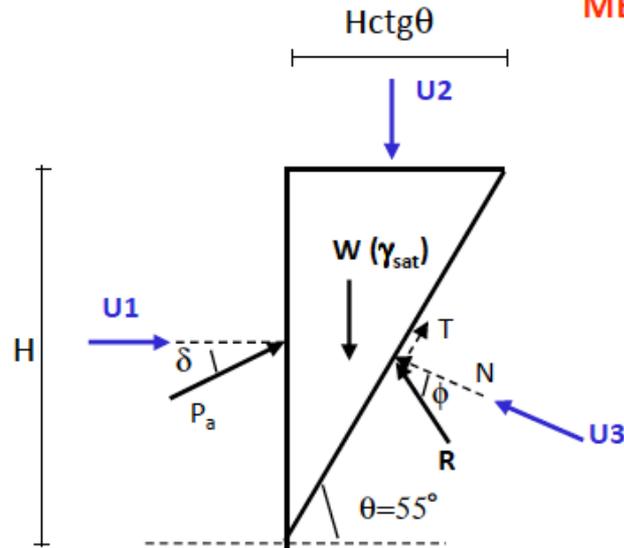
$$u_A = \gamma_w (H_A - z_A) = 10 \text{ kN/m}^3 [(6m - 0,75m) - 4,6m] = 6,5 \text{ kPa}$$

Eseguendo il calcolo per ciascuno dei punti in esame si ottiene una risultante  $U_3$  pari a circa:

$$U_3 = 55 \text{ kN/m}$$

## ESERCIZIO 6-Soluzione

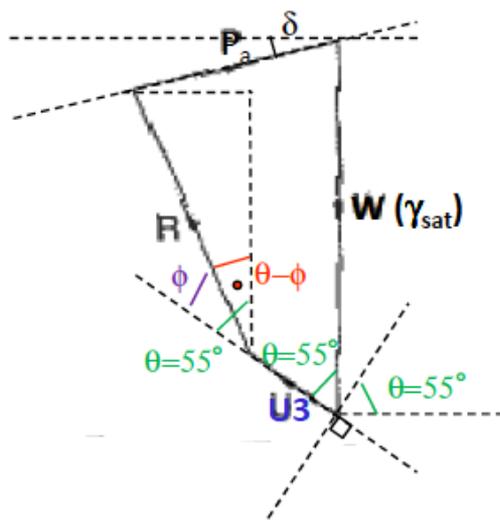
### METODO DI COULOMB



$$W(\gamma_{sat}) = 252,1 \text{ kN} / \text{m}$$

$$U_3 = 55 \text{ kN} / \text{m}$$

W ed U3 sono note in modulo ed in direzione, mentre di R e di Pa si conosce solo la direzione, dunque attraverso la chiusura del poligono delle forze è possibile determinare il modulo di entrambe.



$$\begin{cases} \sum F_v = 0 \\ \sum F_h = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} W - U_3 \cos \theta - R \cos(\theta - \phi) - P_a \text{ sen} \delta = 0 \\ P_a \cos \delta - U_3 \text{ sen} \theta - R \text{ sen}(\theta - \phi) = 0 \end{cases}$$

Risolviendo il sistema si ricavano i moduli delle risultanti di Pa e R.

$$P_a = 107,6 \text{ kN} / \text{m} \cong 108 \text{ kN} / \text{m}$$

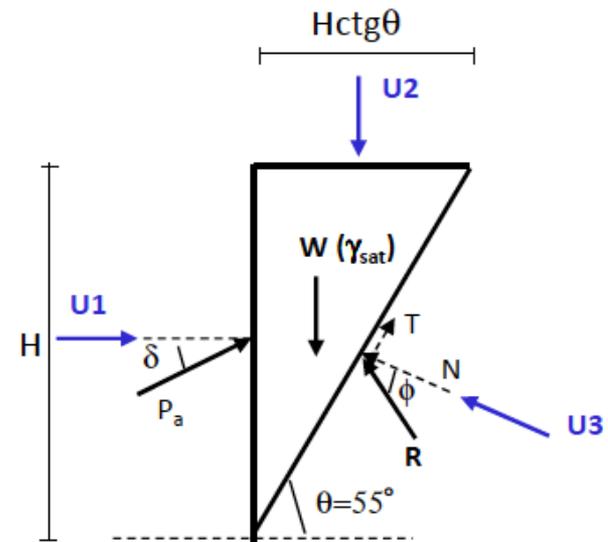
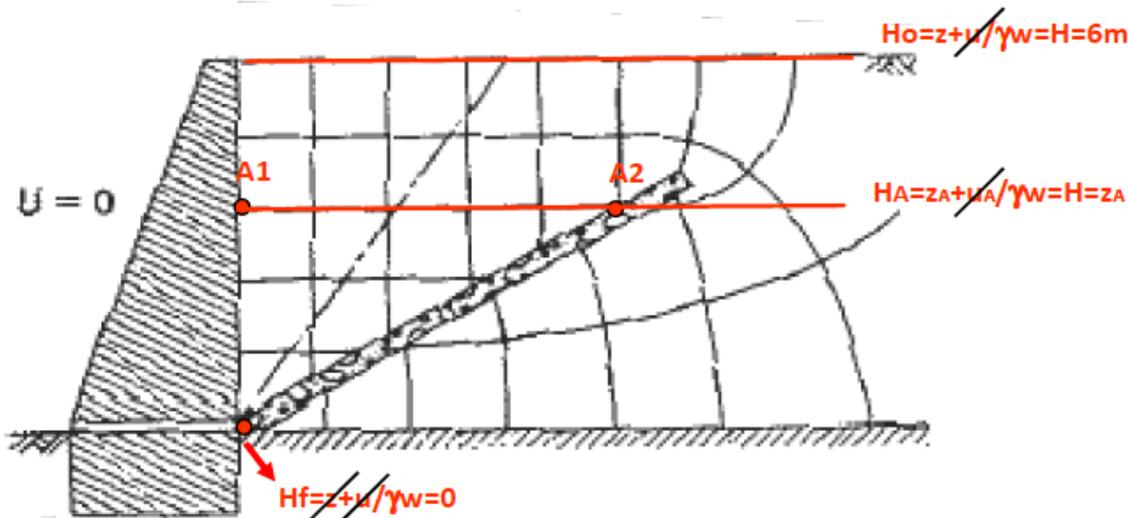
Le componenti orizzontale e verticale della spinta attiva valgono:

$$P_{ah} = P_a \cdot \cos \delta = 105 \text{ kN} / \text{m}$$

$$P_{av} = P_a \cdot \text{sen} \delta = 28 \text{ kN} / \text{m}$$

## ESERCIZIO 6-Soluzione

### Caso b) METODO DI COULOMB



Il cuneo di terreno saturo ha un peso pari a:

$$W(\gamma_{sat}) = \frac{1}{2} \gamma_{sat} \cdot H^2 \cdot ctg\theta = 252,1\text{kN/m}$$

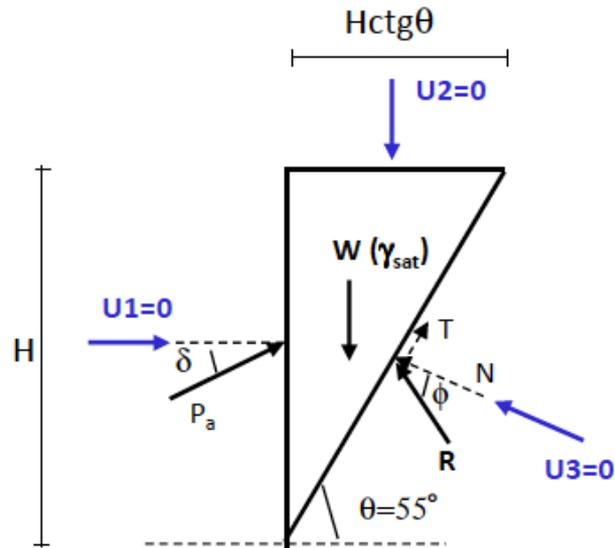
Il reticolo di filtrazione è formato da linee equipotenziali orizzontali e da linee di flusso verticali. Si noti che:

- ✓ La pressione dell'acqua è nulla in corrispondenza del piano di falda  $\rightarrow U_2 = 0$
- ✓ Per tutti i punti a contatto col dreno la pressione interstiziale è nulla ( $u = 0$  per  $E = 100\%$ ) e dunque per ciascuno di essi il carico corrisponde alla quota geometrica ( $H = z$ )  $\rightarrow U_1 = 0$   
 $U_3 = 0$

Infatti, calcolando la pressione interstiziale in A1, o in A2, si ottiene:

$$u_{A1} = u_{A2} = \gamma_w (H_A - z_A) = \gamma_w (z_A - z_A) = 0$$

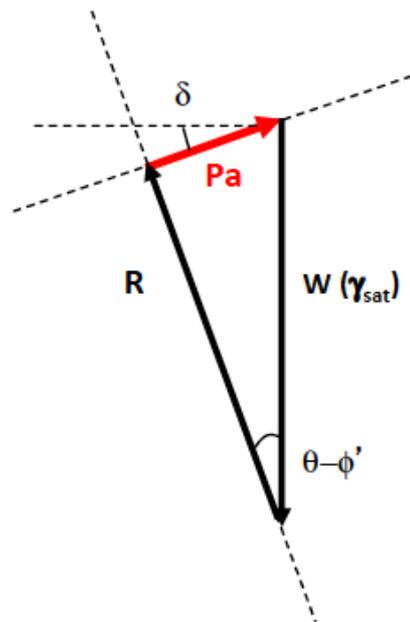
## ESERCIZIO 6-Soluzione



$$W(\gamma_{sat}) = 252,1 \text{ kN / m}$$

$$U_1 = U_2 = U_3 = 0$$

**NB:** In un reticolo idrodinamico formato da linee equipotenziali orizzontali e da linee di flusso verticali, la pressione neutra si annulla in ogni punto dello spazio.



$$\begin{cases} \sum F_v = 0 \\ \sum F_h = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} W - R \cos(\theta - \phi) - P_a \text{ sen } \delta = 0 \\ P_a \cos \delta - R \text{ sen }(\theta - \phi) = 0 \end{cases}$$

Risolviendo il sistema si ricavano i moduli delle risultanti di Pa e R.

$$P_a = 73,7 \text{ kN / m}$$

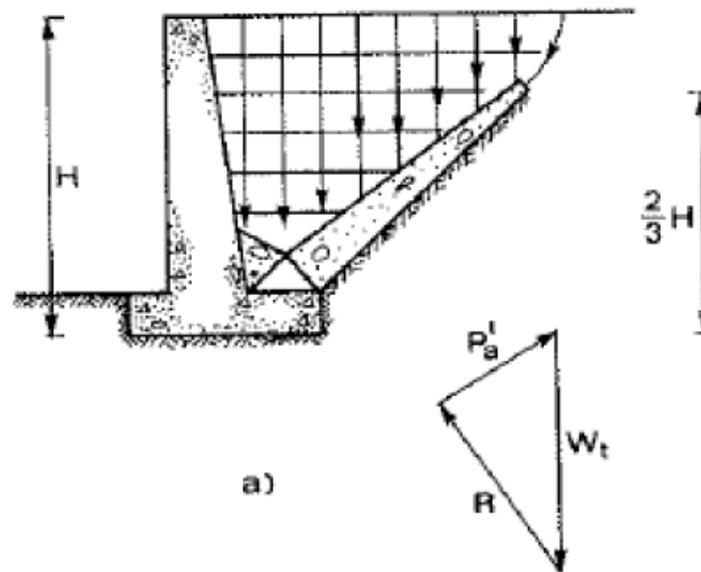
Le componenti orizzontale e verticale della spinta attiva valgono:

$$P_{ah} = P_a \cdot \cos \delta = 71,2 \text{ kN / m}$$

$$P_{av} = P_a \cdot \text{sen } \delta = 19,1 \text{ kN / m}$$

## ESERCIZIO 6-Soluzione

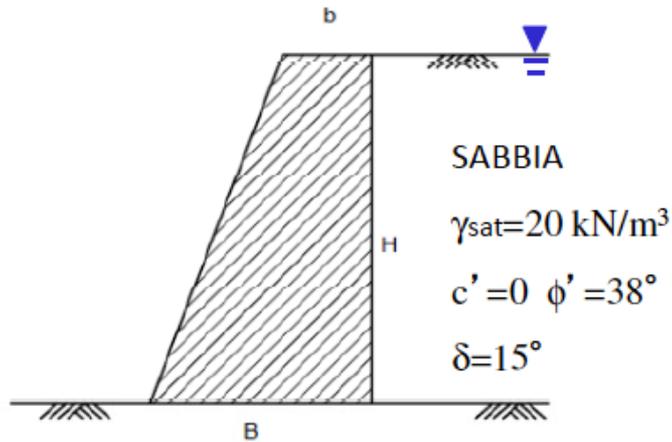
**NB:** Si annullano le pressioni interstiziali nel cuneo di terreno tergo al muro quando il dreno è posizionato al di sotto della superficie di rottura, o al limite in corrispondenza della superficie di rottura stessa.



Se si ricorre allo schema di drenaggio suborizzontale (fig. 8.44a) si ottiene il vantaggio di avere, in caso di precipitazioni, delle linee di flusso verticali con equipotenziali orizzontali. Di conseguenza la pressione dell'acqua risulta nulla in ogni punto della superficie di rottura, e il calcolo procede così in modo analogo a quanto visto per i casi in cui essa sia assente.

## ESERCIZIO 6-Soluzione

### Caso c) METODO DI COULOMB



SUBSTRATO ROCCIOSO IMPERMEABILE

$$\alpha=90^\circ \quad \phi'=38^\circ \quad \delta=15^\circ \quad \beta=0^\circ$$

$$K_a = \frac{\text{sen}^2(\alpha + \phi) \cdot \cos \delta}{\text{sen} \alpha \cdot \text{sen}(\alpha - \delta) \cdot \left[ 1 + \sqrt{\frac{\text{sen}(\phi + \delta) \cdot \text{sen}(\phi - \beta)}{\text{sen}(\alpha - \delta) \cdot \text{sen}(\alpha + \beta)}} \right]^2} = 0,2115$$

$$P'_a = \frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot H^2 \cdot \frac{K_a}{\text{sen} \alpha \cdot \cos \delta} = 39,41 \text{ kN/m} \quad \rightarrow \quad \begin{aligned} P'_{ah} &= P'_a \cdot \cos \delta = 38,07 \text{ kN/m} \\ P'_{av} &= P'_a \cdot \text{sen} \delta = 10,2 \text{ kN/m} \end{aligned}$$

La spinta totale attiva orizzontale è somma della spinta attiva efficace orizzontale e della spinta dell'acqua.

$$P_w = \frac{1}{2} \cdot \gamma_w \cdot H^2 = 180 \text{ kN/m}$$

$$P_{ah} = P'_{ah} + P_w = 218,7 \text{ kN/m}$$

