

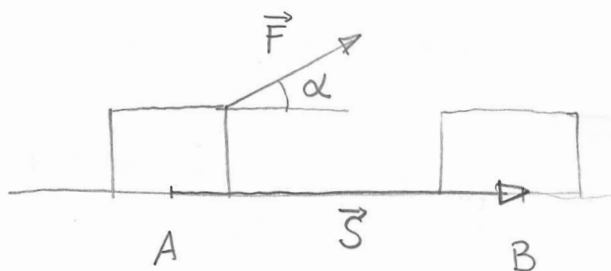
LAVORO

Consideriamo solo il caso di una forza \vec{F} costante e di uno spostamento \vec{s} rettilineo. Definiamo L il lavoro della forza \vec{F}

$$L = \vec{F} \cdot \vec{s} = |\vec{F}| |\vec{s}| \cos \alpha$$

Nota: unita' di misura
SI: $N m = \text{Joule (J)}$
cgs: $\text{dyne cm} = \text{erg}$

Esempio:



si noti che

$$\begin{aligned} L > 0 & \text{ per } 0 \leq \alpha < \frac{\pi}{2} \\ L = 0 & \text{ per } \alpha = \frac{\pi}{2} \\ L < 0 & \text{ per } \frac{\pi}{2} < \alpha \leq \pi \end{aligned}$$

ENERGIA

L'energia è la capacità di compiere lavoro.

Ci sono molti tipi di energia e si assiste spesso alla trasformazione di energia di un tipo in un altro.

ENERGIA CINETICA

È la particolare energia che possiede un corpo di massa m quando si muove con velocità v . Vale

$$K = \frac{1}{2} m v^2$$

Nota: unita' di misura:
 $\text{kg m}^2 \text{s}^{-2} = \text{J}$

TEOREMA LAVORO-ENERGIA

Detto anche "teorema dell'energia cinetica" o "teorema delle forze vive". Siamo:

L = lavoro della risultante delle forze su un corpo di massa m , o, equivalentemente, la somma dei lavori di tutte le forze agenti sul corpo.

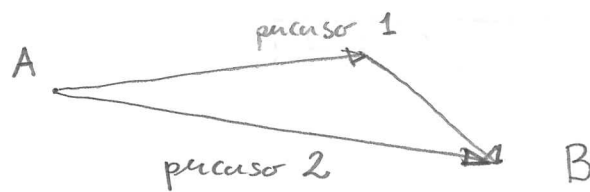
$\Delta K = K_f - K_i = \frac{1}{2} m v_f^2 - \frac{1}{2} m v_i^2$ variazione di energia cinetica del corpo di massa m .

Allora:

$$L = \Delta K$$

FORZE CONSERVATIVE

→ Una forza si dice conservativa se il lavoro di tale forza su un percorso da A a B dipende solo da A e B e non dal particolare percorso seguito.



$$L_1 = L_2 = L_{AB}$$

→ Se \vec{F} è conservativa, il lavoro di \vec{F} su qualsiasi percorso chiuso è nullo

→ Sono conservative la forza peso $\vec{P} = m\vec{g}$ e la forza elastica, $\vec{F}_e = -k\vec{x}$

Non sono conservative le forze d'attrito (→ f. dissipative)

ENERGIA POTENZIALE

→ Per le forze conservative, e solo per le forze conservative, definisco "Energia Potenziale" una funzione della posizione $U(\vec{r})$ tale che:

$$L_{AB} = U(\vec{r}_A) - U(\vec{r}_B)$$
$$= U_A - U_B = -\Delta U$$

$$\boxed{L = -\Delta U}$$



attenzione! Posizione Iniziale - Finale
quindi $-\Delta U$

Esempi: per la forza peso

$$U = mgh$$

per la forza elastica

$$U = \frac{1}{2} kx^2$$

ENERGIA MECCANICA

→ Definiamo "energia meccanica" E_{mecc} la somma di energia cinetica ed energia potenziale

$$\boxed{E_{mecc} = K + U}$$

CONSERVAZIONE DELL' ENERGIA MECCANICA

Se in un sistema compiono lavoro solo forze conservative, allora:

$$\mathcal{L} = \Delta K = K_B - K_A \quad (\text{teorema lavoro-energia}) \quad (1)$$

$$\mathcal{L} = -\Delta U = U_A - U_B \quad (\text{solo forze conservative}) \quad (2)$$

sottraendo: $0 = \Delta K + \Delta U$ $K_B - K_A - (U_A - U_B) = 0 \quad (1) - (2)$

Quindi: $\Delta K + \Delta U = 0$ $K_B - K_A - U_A + U_B = 0$

$$\Delta(K+U) = 0 \quad K_B + U_B = K_A + U_A$$

$$\boxed{\Delta E_{\text{mecc}} = 0}$$

$$\boxed{E_{\text{mecc}} B = E_{\text{mecc}} A}$$

L'energia meccanica si conserva!

Ecco perché queste forze si chiamano conservative.

FORZE DISSIPATIVE

In presenza di forze conservative e non-conservative (dissipative) scriviamo il teorema lavoro-energia come:

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_C + \mathcal{L}_D = \Delta K$$

↑ lavoro delle forze conservative
↑ lavoro delle forze dissipative

per le forze cons.
 $\mathcal{L}_C = -\Delta U$

$$\mathcal{L}_C + \mathcal{L}_D = \Delta K$$

$$-\Delta U + \mathcal{L}_D = \Delta K$$

$$\boxed{\mathcal{L}_D = \Delta K + \Delta U = \Delta E_{\text{mecc}}}$$

Il lavoro \mathcal{L}_D delle forze dissipative è sempre negativo. (si pensi ad esempio alle forze d'attrito, orientate sempre in verso contrario allo spostamento). Quindi in presenza di forze dissipative

$$\boxed{\Delta E_{\text{mecc}} = \mathcal{L}_D \leq 0}$$

SISTEMI ISOLATI

Un sistema si dice isolato se non scambia né materia né energia con l'ambiente che lo circonda.

Nei sistemi isolati si può definire l'energia interna E_{int}

Nei sistemi isolati, l'eventuale perdita di E_{mecc} dovuta a forze dissipative è compensata da un analogo aumento dell'energia interna

$$-\Delta E_{mecc} = \Delta E_{int}$$

Quindi, da $\Delta K + \Delta U = \Delta E_{mecc}$

$$\boxed{\Delta K + \Delta U - \Delta E_{int} = 0}$$

In conclusione, l'energia meccanica non si conserva, ma l'energia totale del sistema isolato ($K+U+E_{int}$) sì.

POTENZA

La potenza è il lavoro compiuto per unità di tempo:

$$P_m = \frac{\mathcal{L}}{\Delta t} \quad \text{potenza media}$$

unità SI: il Watt (W)

$$P = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\mathcal{L}}{\Delta t} \quad \text{potenza istantanea}$$

$$1W = \frac{1J}{s}$$

Poiché $\mathcal{L} = \vec{F} \cdot \vec{s}$ vale anche

$$P = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\vec{F} \cdot \vec{s}}{\Delta t} = \vec{F} \cdot \vec{v}, \quad \text{con } \vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\vec{s}}{\Delta t}, \quad \text{velocità}$$

RENDIMENTO

Si definisce il rendimento di una macchina η (adimensionale)

$$\eta = \frac{\mathcal{L}}{E} \cdot 100$$

↖ lavoro compiuto dalla macchina

↖ in questo modo η è espresso in percentuale
↖ energia necessaria a far funzionare la macchina