

IL MODELLO STANDARD

- TEORIA QUANTISTICA DI CAMPO,
RINORMALIZZABILE,
CON SIMMETRIA DI GAUGE BASATA SUL GRUPPO

$$\mathcal{G}_{SM} = SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$$

ED IL SEGUENTE CONTENUTO DI CAMPI:

	ALGEBRA DI LORENZ $su(2)_L \otimes su(2)_R$	$SU(3)_c$	$SU(2)_L$	$U(1)_Y$	
$Q_L^i = \begin{pmatrix} u_L^i \\ d_L^i \end{pmatrix}$	$(\frac{1}{2}, 0)$	3	2	$\frac{1}{6}$	} TRE GENERAZIONI $i=1, 2, 3$
u_R^i	$(0, \frac{1}{2})$	3	1	$\frac{2}{3}$	
d_R^i	$(0, \frac{1}{2})$	3	1	$-\frac{1}{3}$	
$L_L^i = \begin{pmatrix} \nu_L^i \\ e_L^i \end{pmatrix}$	$(\frac{1}{2}, 0)$	1	2	$-\frac{1}{2}$	
e_R^i	$(0, \frac{1}{2})$	1	1	-1	
$H = \begin{pmatrix} H^+ \\ H^0 \end{pmatrix}$	$(0, 0)$	1	2	$\frac{1}{2}$	

↳ Dopo la rottura spontanea $SU(2)_L \times U(1)_Y \rightarrow U(1)_{em}$
la carica elettrica e è data da $Q = Y + T_L^3$

Da queste premesse segue la Lagrangiana del Modello Standard (SM) come la più generale possibile:

$$\mathcal{L}_{SM} = \mathcal{L}_{\text{gauge}} + \mathcal{L}_{\text{Higgs}} + \mathcal{L}_{\text{Yukawa}}$$

$$\begin{aligned} \bullet \mathcal{L}_{\text{gauge}} = & -\frac{1}{4} G_{\mu\nu}^A G^{A\mu\nu} - \frac{g_{\text{QCD}}}{4} G_{\mu\nu}^A \tilde{G}^{A\mu\nu} \\ & - \frac{1}{4} W_{\mu\nu}^a W^{a\mu\nu} - \frac{1}{4} B_{\mu\nu} B^{\mu\nu} \\ & + \sum_{i=1,2,3} \sum_{f=Q_L, U_R, D_R, L_L, E_R} \bar{f} i \not{D}_\mu^{(f)} \gamma^\mu f, \end{aligned}$$

$$\bullet \mathcal{L}_{\text{Higgs}} = (\not{D}_\mu H)^\dagger (\not{D}^\mu H) - \mu^2 H^\dagger H - \frac{\lambda}{4} (H^\dagger H)^2,$$

$$\bullet \mathcal{L}_{\text{Yukawa}} = -Y_u^{ij} \bar{Q}_L^i U_R^j \tilde{H} - Y_d^{ij} \bar{Q}_L^i D_R^j H - Y_e^{ij} \bar{L}_L^i E_R^j H + \text{h.c.},$$

dove $\not{D}_\mu^{(f)} = \not{\partial}_\mu + i g_s T_f^A G_\mu^A + i g t_f^a W_\mu^a + i g' Y_f B_\mu,$

e $\tilde{H} = i v_2 H^*$

Se consideriamo solamente $\mathcal{L}_{\text{gauge}} + \mathcal{L}_{\text{Higgs}}$
le 3 generazioni delle 5 specie di fermioni
sono indistinguibili tra loro.

Nel limite $\gamma_{u,d,e} \rightarrow 0$ esiste quindi una
SIMMETRIA GLOBALE di sapore (generazione)

$$\mathcal{G}_{\text{flavor}} = U(3)_q \times U(3)_u \times U(3)_d \times U(3)_L \times U(3)_e$$

Questa è **ROTTA** esplicitamente da $\gamma_{u,d,e} \neq 0$,
quindi gli accoppiamenti di Yukawa sono
gli unici termini che distinguono tra loro le
3 generazioni.

MASSE DI QUARK E MATRICI CKM [DG, II-4]

Quando l'Higgs prende un VEV $\langle H \rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ v \\ v/\sqrt{2} \end{pmatrix}$

$$\left[v = (\sqrt{2} G_F)^{-\frac{1}{2}} = \frac{2M_W}{g} \quad \begin{array}{l} \text{estratto dal decadimento} \\ \text{del muone} \end{array} \right]$$

$\approx 246,22 \text{ GeV}$

Le masse dei fermioni sono date da

$$M_{u,d,e} = \frac{v}{\sqrt{2}} Y_{u,d,e}$$

matrici complesse 3×3

$$\mathcal{L}_{\text{YUKAWA}} = - \left(M_u^{ij} \bar{u}_L^i u_R^j + M_d^{ij} \bar{d}_L^i d_R^j + m_e^{ij} \bar{e}_L^i e_R^j + \text{h.c.} \right) \times \left(1 + \frac{h(x)}{v} \right) \rightarrow \text{interazione col bosone di Higgs}$$

Possiamo diagonalizzarle con una trasformazione biunitaria:

$$M_f = U_L^f \hat{M}_f U_R^{f\dagger}, \quad \hat{M}_f = \text{diag}(m_1^f, m_2^f, m_3^f) \geq 0$$
$$f_R = U_R^f \hat{f}_R, \quad f_L = U_L^f \hat{f}_L$$

Riconoscendo che $\bar{f}_L f_R + h.c. = \bar{f}_L f_R + \bar{f}_R f_L = \bar{f} f$
 abbiamo:

$$\mathcal{L}_{\text{YUKAWA}} = - \left(\hat{m}_u^i \bar{u}^i \hat{u}^i + \hat{m}_d^i \bar{d}^i \hat{d}^i + \hat{m}_e^i \bar{e}^i \hat{e}^i \right) \left(1 + \frac{h}{v} \right)$$

• CORRENTI NEUTRE

$$\mathcal{L}_{\text{gauge}} \supset A_\mu \bar{J}_{\text{e.m.}}^\mu + Z_\mu \bar{J}_Z^\mu$$

Le correnti sono del tipo:

$$\bar{J}_X^\mu = \sum_i \left(g_X^{f_L} \bar{f}_L^i \gamma^\mu f_L^i + g_X^{f_R} \bar{f}_R^i \gamma^\mu f^i \right)$$

Applicando $f_R = U_R^f \hat{f}_R$, $f_L = U_L^f \hat{f}_L$ abbiamo

$$\bar{J}_X^\mu = \sum_i \left(g_X^{f_L} \bar{\hat{f}}_L^i \gamma^\mu \hat{f}_L^i + g_X^{f_R} \bar{\hat{f}}_R^i \gamma^\mu \hat{f}^i \right)$$

dato che $U_R^{f\dagger} U_R^f = U_L^{f\dagger} U_L^f \equiv \mathbb{1}$

⇒ Le correnti neutre rimangono diagonali.

Assenza di FCNC al livello albero
 "Flavour Changing Neutral Currents"

• CORRENTI CARICHE - QUARK

$$\mathcal{L}_{\text{gauge}} = -\frac{g}{\sqrt{2}} \left(W_{\mu}^{+} \bar{\Sigma}_{ch}^{\mu} + W_{\mu}^{-} \Sigma_{ch}^{\mu} \right)$$

$$\bar{\Sigma}_{ch}^{\mu} = \bar{u}_L^i \gamma^{\mu} d_L^i + \bar{\nu}_L^i \gamma^{\mu} e_L^i$$

$\nu_L = U_L^{\nu} \hat{\nu}_L \iff$ assuming we have a ν mass term

$$\Rightarrow = \bar{\hat{u}}_L \underbrace{\begin{pmatrix} U_L^{u+} & U_L^d \end{pmatrix}}_{V_{CKM}} \gamma^{\mu} \hat{d}_L + \bar{\hat{\nu}}_L \underbrace{\begin{pmatrix} U_L^{\nu+} & U_L^e \end{pmatrix}}_{U_{PMNS}} \gamma^{\mu} \hat{e}_L$$

not SM

$$V_{CKM} \equiv U_L^{u+} U_L^d$$

Matrice di Cabibbo-Kobayashi-Maskawa

APPROFONDIMENTO

In termini di $SU(2)_L \times U(1)_Y$, e' dovuta al fatto che u_L^i e d_L^i sono contenuti in $Q_L^i \equiv \begin{pmatrix} u_L^i \\ d_L^i \end{pmatrix}$ e non posso ruotarli indipendentemente per diagonalizzare sia γ_u che γ_d

$$Q_L = \begin{pmatrix} u_L \\ d_L \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_L^u \hat{u}_L \\ U_L^d d_L \end{pmatrix} = U_L^u \begin{pmatrix} \hat{u}_L \\ U_L^{u+} U_L^d \hat{d}_L \end{pmatrix} = U_L^u \begin{pmatrix} \hat{u}_L \\ V_{CKM} \hat{d}_L \end{pmatrix}$$

$\Rightarrow V_{CKM}$ e' il disallineamento tra la base di massa "up" e quella "down".

PARAMETRI FISICI

- Una matrice **ortogonale** $n \times n$ ha

$$n^2 - \frac{n(n+1)}{2} = \frac{n(n-1)}{2} \text{ angoli indipendenti}$$

$$\sum_k O_{ki} O_{kj} = \delta_{ij} : \frac{n(n+1)}{2} \text{ vincoli indipendenti}$$

- Una matrice **unitaria** $n \times n$ ha

$$2n^2 - n^2 = n^2 \text{ parametri indep.}$$

$$\sum_k V_{ki}^* V_{kj} = \delta_{ij} : n^2 \text{ vincoli indep.}$$

$$n^2 = \frac{n(n-1)}{2} + \frac{n(n+1)}{2}$$

angoli **fasi**

come matrice ortogonale

$(2n-1)$ di queste **fasi** NON SONO FISICHE.

Possono essere rimosse da cambio di fase dei quark che lascia invariato il resto della Lagrangiana:

$$u_{L,R}^i \rightarrow e^{i\theta_i^u} u_{L,R}^i \quad d_{L,R}^i \rightarrow e^{i\theta_i^d} d_{L,R}^i \quad i=1, \dots, n$$

L'effetto è

$$\mathcal{L}_{SM} \rightarrow \mathcal{L}_{SM} \left(V_{CKM}^{ij} \rightarrow V_{CKM}^{ij} e^{i(\theta_j^d - \theta_i^u)} \right)$$

Se tutti $\theta_j^d = \theta_i^u \quad \forall i, j$ allora $V_{CKM} \rightarrow V_{CKM}$
(simmetria $U(1)_B$ di numero barionico)

Quindi posso rimuovere $2n-1$ fasi.

$$V_{CKM} \text{ ha } \frac{n(n+1)}{2} - 2n + 1 = \frac{(n-1)(n-2)}{2} \text{ FASI FISICHE}$$

\Rightarrow Esiste una fase fisica solamente se $n \geq 3$!
Occorrono almeno 3 generazioni.

- Oltre ad angoli e fase di V_{CKM} , ho anche $n+n$ masse per quark up & down.

PARAMETRI DI YUKAWA PER I QUARK ($n=3$)

$$\begin{array}{ccc} 6 & + & 3 & + & 1 \\ \text{MASSE} & & \text{ANGOLI} & & \text{FASCE} \end{array}$$

NOTAZIONE: $V \equiv V_{CKM}$

$$\mathcal{L}_{\text{gauge}} = -\frac{g}{\sqrt{2}} \left(W_{\mu}^+ \bar{u}_L^{\alpha} V_{\alpha\beta} \gamma^{\mu} d_L^{\beta} + \text{h.c.} \right)$$

$$\mathbf{V} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix}$$

In completa generalità può essere parametrizzata con 3 angoli ed una fase in questo modo:

$$\mathbf{V} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_{23} & s_{23} \\ 0 & -s_{23} & c_{23} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{13} & 0 & s_{13}e^{-i\delta} \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_{13}e^{i\delta} & 0 & c_{13} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{12} & s_{12} & 0 \\ -s_{12} & c_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{V} = \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & -s_{23}c_{12} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix}$$

$$s_{ij} = \sin \theta_{ij} \quad c_{ij} = \cos \theta_{ij}$$

Sperimentalmente, questi angoli sono stati misurati e si ha $\theta_{13} \ll \theta_{23} \ll \theta_{12}$.

$$\theta_{12} \approx 0,226$$

$$\theta_{23} \approx 0,042$$

$$\theta_{13} \approx 0,0036$$

$$\delta \approx 69^{\circ}$$

↑
La fase è grande

La parametrizzazione di Wolfenstein riflette questa gerarchia:

$$S_{12} \stackrel{\text{def}}{=} \lambda$$

$$S_{23} \stackrel{\text{def}}{=} A \lambda^2$$

$$S_{13} e^{-i\delta} \stackrel{\text{def}}{=} A \lambda^3 (\rho - i\eta)$$

Si ottiene

$$V_{\text{CKM}} = \begin{pmatrix} 1 - \lambda^2/2 & \lambda & A\lambda^3(\rho - i\eta) \\ -\lambda & 1 - \lambda^2/2 & A\lambda^2 \\ A\lambda^3(1 - \rho - i\eta) & -A\lambda^2 & 1 \end{pmatrix} + \mathcal{O}(\lambda^4)$$

Definendo $\bar{\rho} \equiv \rho \left(1 - \frac{\lambda^2}{2} + \dots\right)$ $\bar{\eta} \equiv \eta \left(1 - \frac{\lambda^2}{2} + \dots\right)$

$$\Rightarrow \bar{\rho} + i\bar{\eta} = -\frac{V_{ud} V_{ub}^*}{V_{cd} V_{cb}^*} \quad \text{è indipendente dalla parametrizzazione di fase.}$$

Dalle misure:

$$\lambda \approx 0.226, \quad A \approx 0.87, \quad \bar{\rho} \approx 0.14, \quad \bar{\eta} \approx 0.35$$

$$V = \begin{pmatrix} 1 - \frac{\lambda^2}{2} - \frac{\lambda^4}{4} & \lambda & \lambda^3 A(\rho - i\eta) \\ -\lambda + \frac{A^2 \lambda^5}{2} (1 - 2(\rho + i\eta)) & 1 - \frac{\lambda^2}{2} - \frac{\lambda^4}{8} (1 + 4A^2) & \lambda^2 A \\ \lambda^3 A(1 - \bar{\rho} - i\bar{\eta}) & -\lambda^2 A + \frac{A\lambda^4}{2} (1 - 2(\rho + i\eta)) & 1 - \frac{A^2 \lambda^4}{2} \end{pmatrix}$$

MISURA DEGLI ELEMENTI DI V_{CKM}

Settore di "sapore" (flavour) del Modello Standard.

I decadimenti degli adroni sono controllati dagli elementi della matrice CKM delle interazioni di C.C.

$$\mathcal{L}_{\text{gauge}} = -\frac{g}{\sqrt{2}} \left(W_{\mu}^{+} \bar{u}_L^i V_{ij} \gamma^{\mu} d_L^j + \text{h.c.} \right)$$

- Transizioni $u_i \leftrightarrow d_j$ controllate da V_{ij}
- La fase controlla fenomeni di VIOLAZIONE di CP
- Non tutti gli elementi V_{ij} sono indipendenti:

UNITARIETÀ

$$V^{\dagger} V = \mathbb{1} \Rightarrow \begin{cases} \sum_{k=1}^3 |V_{ik}|^2 = \sum_{k=1}^3 |V_{kj}|^2 = 1 & \forall i, j \\ \sum_{k=1}^3 V_{ik} V_{jk}^{*} = \sum_{k=1}^3 V_{ki} V_{kj}^{*} = 0 & \forall i, j \end{cases}$$

\Rightarrow Questi sono importanti TESTI dello SM

- Gli elementi $|V_{ij}|$ possono essere determinati da misure di larghezze di decadimento σ di branching ratios (Br) (rapporti di disamazione) associati a decadimenti $u_i \leftrightarrow d_j$ a livello albero.
- Altre combinazioni di elementi CKM possono essere estratti da misure di processi che avvengono ad 1 loop.

\Rightarrow A tal fine, oltre la misura è necessaria la predizione teorica. Questa è soggetta ad incertezze adroniche, dovute al calcolo degli elementi di matrice di operatori formati da quark tra stati adronici:

$$\langle H_2(p) | \mathcal{O}(u_i, d_j, \dots) | H_1(k) \rangle$$

Tecniche: \swarrow simulazioni di QCD sul reticolo,
 Lagrangiana chirale,
 Heavy quark CFT,
 light-cone sum rules, ...

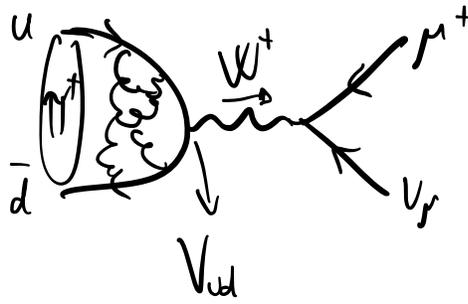
CLASSIFICAZIONE DEI DECADIMENTI DI ADRONI

• LEPTONICI

$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu$$

⋮

$$K^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu$$



$Br \sim 100\%$
Altri canali soppressi da spazio delle fasi.

$$B^+ \rightarrow \pi^+ \nu_\tau \rightarrow Br \sim 10^{-4} \rightarrow B^+ \text{ ha molti pi\u00f9 canali di decadimento pi\u00f9 probabili}$$

$$B_s^0 \rightarrow \mu^+ \mu^- \rightarrow Br \sim 10^{-9} \rightarrow FCNC. \text{ Molto raro.}$$

→ Dipendono da 1 solo parametro non-perturbativo, la "costante di decadimento" del mesone, eg. f_π .
Possono quindi essere predetti con buona precisione.

• SEMILEPTONICI

$$n \rightarrow p e^- \bar{\nu}_e$$

$$\pi^+ \rightarrow \pi^0 e^+ \nu_e, \quad K^+ \rightarrow \pi^0 e^+ \nu_e, \quad \dots$$

→ La predizione degli elementi di matrice adronici è più difficile. Richiede varie tecniche: Chiral perturbation theory, Heavy-quark EFT, etc...

• ADRONICI

$$K^+ \rightarrow \pi^+ \pi^0, \quad K^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$$

$$B^+ \rightarrow D^+ K^0, \quad \text{etc..}$$

Predizioni teoriche sono spesso molto difficili.

[PDG. 12]

- $|V_{ud}|$ $d \rightarrow u e^- \bar{\nu}_e$: $n \rightarrow p e^- \bar{\nu}$ $|V_{ud}| = 0.97367(32)$
 $O(1)$ $O^+ \rightarrow O^+$ superallowed nuclear β -decays
 $u \rightarrow d e^+ \bar{\nu}_e$: $\pi^+ \rightarrow \pi^0 e^+ \bar{\nu}$

- $|V_{us}|$ $s \rightarrow u l^- \bar{\nu}_l$: $K_L^0 \rightarrow \pi^- l^+ \bar{\nu}_l$
 $O(\lambda)$ $l = e, \mu$ $K^+ \rightarrow \pi^0 l^+ \bar{\nu}_l$

- $|V_{us}/V_{ud}|$ $\frac{B_r(K^- \rightarrow \mu \bar{\nu})}{B_r(\pi^- \rightarrow \mu \bar{\nu})}$ Il rapporto permette di ridurre le incertezze sull'elemento di matrice adronico

$$|V_{us}| = 0.22308(55)$$

UNITARIETÀ: $|V_{ud}|^2 + |V_{us}|^2 + |V_{ub}|^2 = 1$
 $\uparrow \sim 10^{-5}$: trascurabile

$$\Rightarrow |V_{ud}|_{\text{exp}}^2 + |V_{us}|_{\text{exp}}^2 = 0.99780 \pm 0.00067 \quad \text{vs. } 1$$

3.2 σ deviazione da 1 Segnale di possibile nuova fisica,
ANOMALIA DELL'ANGOLO problema nelle misure o predizioni teoriche
DI CABIBBO o fluttuazione statistica?

↓

Occorre aspettare ulteriori dati e migliorare le predizioni teoriche

• $|V_{cd}|$
 $O(\lambda)$ $c \rightarrow d \ell^+ \bar{\nu}_\ell$ $D \rightarrow \pi \ell \nu$
 $D \rightarrow K \ell \nu$ $|V_{cd}| = 0.221 \pm 0.004$
 $D^+ \rightarrow \mu^+ \nu$

• $|V_{cs}|$
 $O(1)$ $c \rightarrow s \ell^+ \bar{\nu}_\ell$ $D_s^+ \rightarrow \mu^+ \nu$
 $D_s^+ \rightarrow \tau^+ \nu$ $|V_{cs}| = 0.975 \pm 0.006$
 $D \rightarrow K \ell \nu$

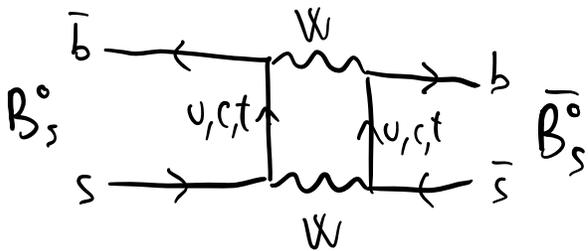
• $|V_{cb}|$ $b \rightarrow c \ell^- \bar{\nu}_\ell$
 $O(\lambda^2)$
 esclusivo: $B \rightarrow D^{(*)} \ell \nu$ $|V_{cb}| = (39,4 \pm 0,8) \times 10^{-3}$
 inclusivo:
 $\left[\begin{array}{l} \text{Somma su} \\ \text{tutti adroni} \\ \text{con charm} \end{array} \right] \sum_{X_c} B \rightarrow X_c \ell \nu$ $|V_{cb}| = (42,2 \pm 0,8) \times 10^{-3}$
 \updownarrow tensione ... ?

• $|V_{ub}|$ $b \rightarrow u \ell^- \bar{\nu}_\ell$
 $O(\lambda^3)$
 esclusivo: $B \rightarrow \pi \ell \nu$ $|V_{ub}| = (3,67 \pm 0,15) \times 10^{-3}$
 inclusivo: $\sum_{X_u} B \rightarrow X_u \ell \nu$ $|V_{ub}| = (4,13 \pm 0,25) \times 10^{-3}$
 \updownarrow tensione ... ?

- $|V_{ts}|$ e $|V_{td}|$ } non misurabili con alcuna precisione da decadimenti del top
 $O(\lambda^2)$ $O(\lambda^3)$ $t \rightarrow s l^+ \nu_l$
 $t \rightarrow d l^+ \nu_l$

Bisogna affidarsi a processi dove queste transizioni $t \rightarrow s$ e $t \rightarrow d$ avvengono dentro loop.

Per esempio in oscillazioni $B_s^0 \leftrightarrow \bar{B}_s^0$ e $B^0 \leftrightarrow \bar{B}^0$



$$|V_{ts}| = (47,5 \pm 0,9) \times 10^{-3}$$

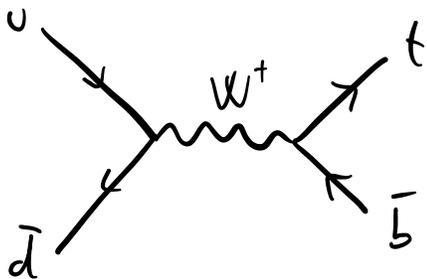
$$|V_{td}| = (8,6 \pm 0,2) \times 10^{-3}$$

simile per $B^0 \leftrightarrow \bar{B}^0$ con $s \leftrightarrow d$

- $|V_{tb}|$ $t \rightarrow b W^+$:

Decadimenti del top: $\frac{Br(t \rightarrow W^+ b)}{\sum_{q=b,s,d} Br(t \rightarrow W^+ q)} = |V_{tb}|^2 \Rightarrow |V_{tb}| > 0.975 @ 95\% CL$

Produzione di singolo top al collider:



$$\sigma \propto |V_{tb}|^2 \Rightarrow |V_{tb}| = 1,074 \pm 0,029$$

IL TRIANGOLO DI UNITARIETA'

(DELLA MATRICE CKM)

Vogliamo testare le relazioni $\sum_k V_{ki} V_{kj}^* = 0$, $i \neq j$

\Rightarrow sensibile alla fase δ .

ij

$$sd) \quad V_{us} V_{ud}^* + V_{cs} V_{cd}^* + V_{ts} V_{td}^* = 0$$

$\mathcal{O}(\lambda)$ $\mathcal{O}(\lambda)$ $\mathcal{O}(\lambda^5)$

un elemento e^- molto più piccolo degli altri \Rightarrow trascurabile, la relazione è meno interessante

$$bs) \quad V_{ub} V_{us}^* + V_{cb} V_{cs}^* + V_{tb} V_{ts}^* = 0$$

$\mathcal{O}(\lambda^4)$ $\mathcal{O}(\lambda^2)$ $\mathcal{O}(\lambda^2)$

$$bd) \quad V_{ub} V_{ud}^* + V_{cb} V_{cd}^* + V_{tb} V_{td}^* = 0$$

$\mathcal{O}(\lambda^3)$ $\mathcal{O}(\lambda^3)$ $\mathcal{O}(\lambda^3)$

} all of the same order

Dividiamo per $V_{cb} V_{cd}^*$ per far sì:

- Tutti termini $\mathcal{O}(1)$
- Uno $e^- = 1$
- Termini invarianti per riparametrizzazione di fase

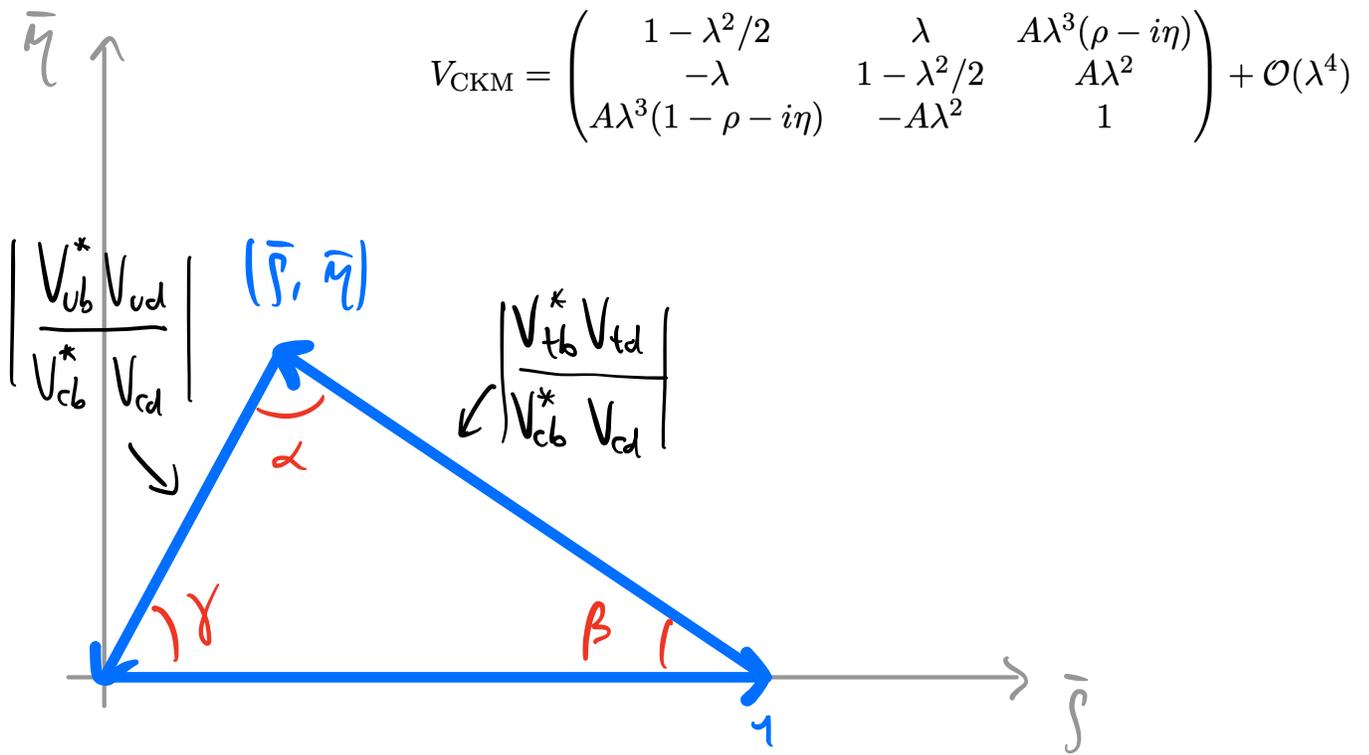
\Rightarrow Prendiamone il coniugato (per convenzione)

$$1 + \frac{V_{ub}^* V_{ud}}{V_{cb}^* V_{cd}} + \frac{V_{tb}^* V_{td}}{V_{cb}^* V_{cd}} = 0$$

$$\Rightarrow 1 + (-\bar{\rho} - i\bar{\eta}) + (-1 + \bar{\rho} + i\bar{\eta}) + \mathcal{O}(\lambda^4) = 0$$

È la somma di 3 numeri complessi

⇒ somma vettoriale nel piano complesso



$$\alpha = \arg \left(- \frac{V_{td} V_{tb}^*}{V_{ud} V_{ub}^*} \right) \quad \beta = \arg \left(- \frac{V_{cd} V_{cb}^*}{V_{td} V_{tb}^*} \right) \quad \gamma = \arg \left(- \frac{V_{ud} V_{cb}^*}{V_{cd} V_{cb}^*} \right)$$

- Base normalizzata ad 1

- Misure delle lunghezze dei lati $\left| \frac{V_{tb}^* V_{td}}{V_{cb}^* V_{cd}} \right|$ e $\left| \frac{V_{ub}^* V_{ud}}{V_{cb}^* V_{cd}} \right|$

o di 2 degli angoli α, β, γ forniscono test indipendenti dell'unitarieta'.

- Tutte queste misure devono essere compatibili con il vertice $(\bar{\rho}, \bar{\eta})$

