

Esercizi VII settimana *Ist. Matematiche A (Scienze Geologiche) – Prof. Fabio Vlacci*
A.A. 2022/2023

1. Si determinino gli asintoti della funzione

$$f(x) = \frac{1}{x} + \ln |x|.$$

Si trovi inoltre l'equazione della retta tangente al grafico di f nel punto $(1/2, 2 - \ln 2)$.

[ESERCIZIO PROPOSTO NEL II APPELLO DI FEBBRAIO 2022]

2. Si determini il dominio della funzione

$$f(x) = \sqrt{(2x - 1)(x + 1)(x - 2)}$$

e l'insieme ove f risulti continua e il sottoinsieme ove f sia anche derivabile. Trovare inoltre le equazioni di eventuali asintoti di f .

Si risponda alle stesse domande se al posto di f si consideri

$$g(x) = \sqrt{|(2x - 1)(x + 1)(x - 2)|}.$$

[(PARTE DI) ESERCIZIO PROPOSTO NEL II APPELLO DI FEBBRAIO 2022]

3. Mostrare che la successione $\{a_n = (2n)! - 2^n\}_{n \in \mathbb{N}}$ è

i) monotóna e illimitata superiormente;

ii) costituita da multipli di 2.

Si provi inoltre che $\min\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}} = 0$.

Calcolare quindi, se esiste,

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_n}{n!}.$$

[ESERCIZIO PROPOSTO NEL II APPELLO DI FEBBRAIO 2022]

4. Si determinino il dominio e gli eventuali asintoti della funzione

$$f(x) = \sqrt{\frac{x^3 - 1}{x}}.$$

Si trovi inoltre l'equazione cartesiana della retta tangente al grafico di f nel punto $(2, \sqrt{7/2})$.

Si determini infine, se esiste, un parametro reale a tale che

$$h(x) := \begin{cases} f(x) & x \geq 1 \\ a2^x + 6 & x < 1 \end{cases}$$

risulti continua nel suo dominio di definizione.

[(PARTE DI) ESERCIZIO PROPOSTO NELL'APPELLO DI GIUGNO 2022]