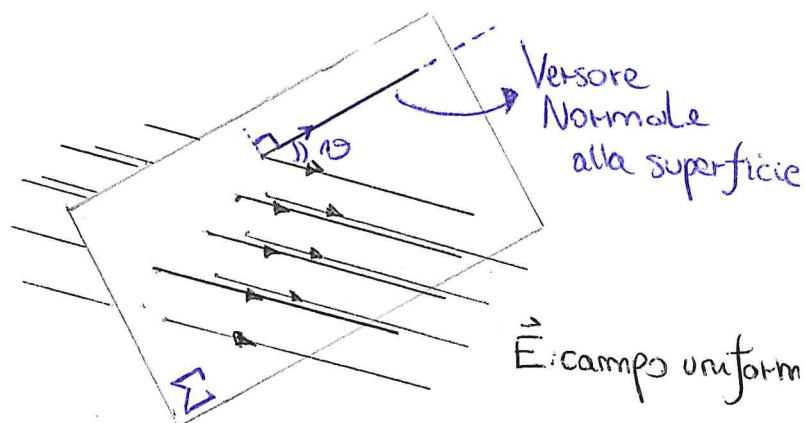


* Flusso del campo elettrico

$$\Phi_E = \vec{E} \cdot \vec{\Sigma} = E \Sigma \cos \theta$$

Superficie Considerata

Angolo tra la normale alla superficie e il campo



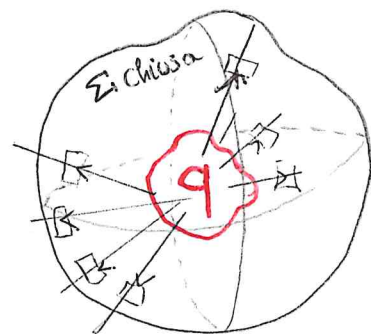
Legge di Gauss:

Si dimostra che per una superficie chiusa (p.es una sfera) il flusso Totale che l'attraversa e':

$$\Phi_E = \frac{q_{in}}{\epsilon_0}$$

Carica Interna Totale racchiusa dalla superficie

- Quindi se una regione di spazio NON contiene cariche, o se la carica Totale e' nulla, $\Phi_E = 0$



- La legge e' valida per qualsiasi superficie chiusa e qualsiasi distribuzione di carica

→ Questa relazione e' particolarmente utile per calcolarsi il campo elettrico generato da alcune distribuzioni di carica.

Esempio:

- Per una carica puntiforme consideriamo una superficie sferica intorno ad essa di raggio r :

$$\Phi_E = E \Sigma = \frac{Q}{\epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{Q}{\Sigma \epsilon_0} = \frac{Q}{4\pi r^2 \epsilon_0} \Rightarrow \text{Ritroviamo la legge nota}$$

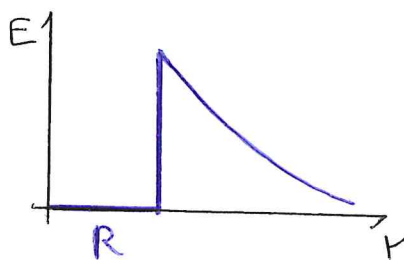
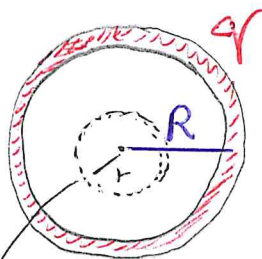
$\downarrow$
 $\cos \theta = 1$ perché
 il campo è $\perp$
 alla superficie

$\downarrow$
 Superficie
 sfera = $4\pi r^2$

- Superficie sferica carica cava:

- All'interno della sfera il campo è Nullo!

Infatti, prendendo come superficie una qualsiasi sfera con $r < R$ abbiamo



$$\Phi_E = 0 = E 4\pi r^2 \Rightarrow E = 0 \quad r < R$$

$\downarrow$
in quanto
è nulla la
carica interna

$\Downarrow$
Gabbia di Faraday
All'interno di un
conduttore carico il
campo elettrico è
nullo

- All'esterno della sfera avremo

$$\Phi_E = \frac{Q_{in}}{\epsilon_0} = E 4\pi r^2$$

$$\Downarrow$$

$$E = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \frac{Q_{in}}{r^2}$$

$\Downarrow$
lo stesso campo
generato da
una carica puntiforme
 Q !

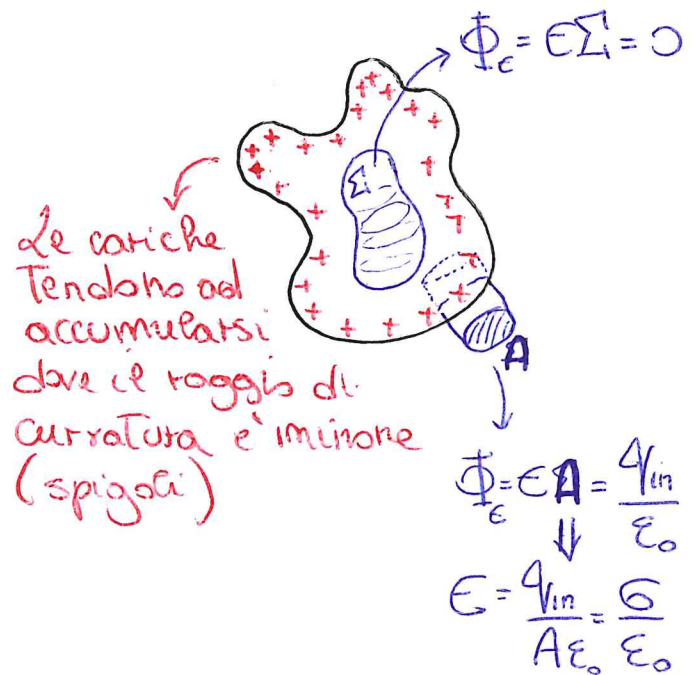
In un conduttore la carica in eccesso si dispone sempre sulla superficie esterna dello stesso (le cariche dello stesso segno si dispongono alla massima distanza permessa dalla configurazione del corpo)

→ dunque il campo elettrico all'interno di un conduttore, cavo o pieno, è sempre Nulla

→ Appena al di fuori del conduttore il campo elettrico è:

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

densità superficiale di carica: q/A



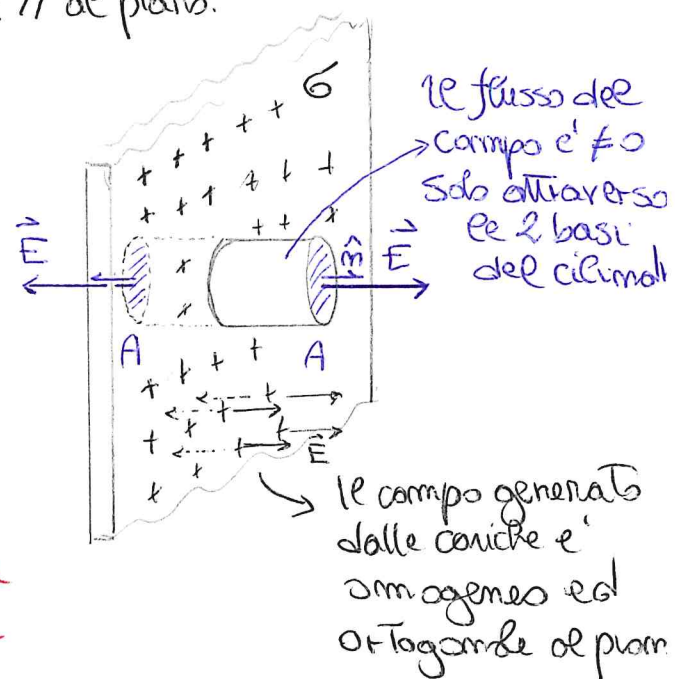
→ Per una lastra piana infinita con densità di carica σ :
Consideriamo un cilindro con basi A // al piano.

$$\Phi_e = 2EA = \frac{\sigma A}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

Il campo ha modulo costante in tutto lo spazio!

(cambia verso da una parte all'altra della lastra)



→ Consideriamo ora 2 piani infiniti paralleli uniformemente carichi con densità di carica superficiale $+\sigma$ e $-\sigma$

In modulo:

$$E_{-\sigma} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

$$E_{+\sigma} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

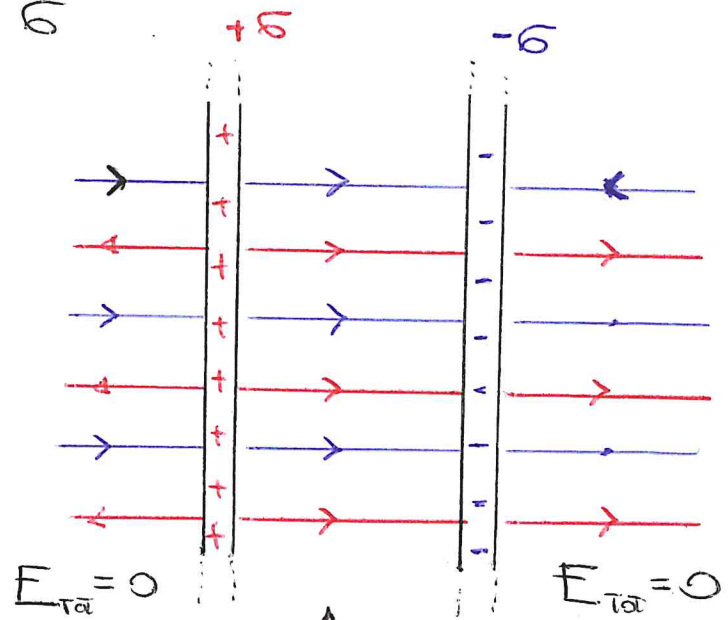
$$\vec{E}_{\text{Tot}} = \vec{E}_{+\sigma} + \vec{E}_{-\sigma}$$

• Al di fuori delle lastre:

$$E_{+\sigma} = -E_{-\sigma} \Rightarrow E_{\text{Tot}} = 0$$

• Tra le due lastre

$$E_{+\sigma} = E_{-\sigma} \Rightarrow E_{\text{Tot}} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} + \frac{\sigma}{2\epsilon_0} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

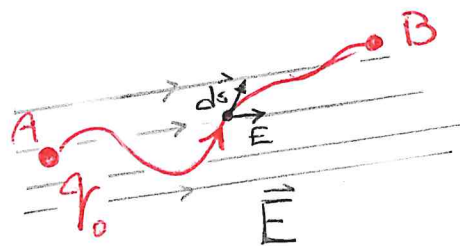


↑
Tra le due lastre
i campi sono
concordati ed uguali
in modulo

q Potenziale Elettrico

Consideriamo una carica elettrica puntiforme che si muove in un campo elettrico da A a B.

Per ogni spostamento infinitesimo $d\vec{s}$ il campo elettrico compie sulla carica un lavoro



$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{s} = q_0 \vec{E} \cdot d\vec{s} = -dU$$

Variazione di energia potenziale

Per non confonderci con il campo lo chiamo U invece che E_p

"Sommiamo" tutti gli spostamenti infinitesimi tra A & B ottengo il lavoro e la variazione di energia potenziale:

$$W = -\Delta U = +q_0 \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s} \Rightarrow$$

Dato che la forza elettrica è una forza conservativa (come quella gravitazionale) il lavoro NON dipende dal percorso, ma solo da A & B

$$\Delta U = q_0 \Delta V$$

differenza di potenziale elettrico tra due punti

$$\Delta V = + \int_B^A \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{\Delta U}{q_0} \Rightarrow \text{Se } E \text{ costante e } \parallel \text{ a } \vec{s} \quad \Delta V = E d_{AB}$$

N.B. il potenziale è una caratteristica del campo elettrico, indipendente dalla carica di prova q_0 . L'energia potenziale è una caratteristica del sistema carica-campo elettrico

Unità di misura del potenziale: Volt

$$V = \frac{J}{C} \rightarrow [V]$$

$C \rightarrow [q]$

Il Volt ci permette di esprimere il campo elettrico come

$$[E] = \frac{[F]}{[q]} = \frac{N}{C} = \frac{Nm}{Cm} = \frac{J}{Cm} = \frac{V}{m}$$

Orvero la d.d.p. di 1V è quella che dà luogo al lavoro di 1J per il trasporto di una carica di 1C

Esempio:

Per una carica puntiforme

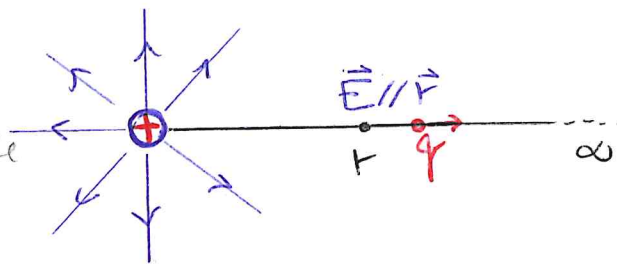
$$\Delta V = V_{\infty} - V_r = - \int_r^{\infty} E dr \Rightarrow 0 - V(r) = - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r}$$

poniamo a
0 il potenziale
ad una distanza
infinita dalla
carica

Visto che questo integrale
non dipende dal percorso,
scelgo una traiettoria radiale

$$V(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r} = E(r) r$$

Le linee di campo
puntiforme nella
direzione
in cui
il potenziale
decresce



Potenziale elettrico ad una
distanza r da una carica
puntiforme q

Le superfici equipotenziali
sono sfere concentriche
intorno alla carica

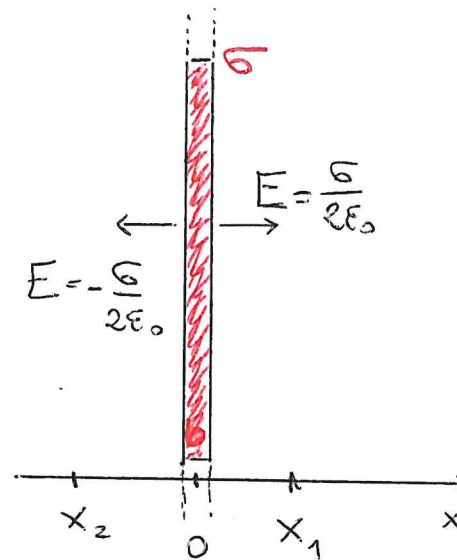
Esempio: lastra piana infinita con densità di carica σ .

d.d.p. tra le 2 facce: $\vec{E} \parallel \vec{x}$ e costante

$$V(x_1) - V(x_2) = \int_{x_1}^{x_2} E dx = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} (x_2 - x_1)$$

$$\vec{E}(x_1) - \vec{E}(x_2) = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \hat{i} - \left(-\frac{\sigma}{2\epsilon_0} \hat{i} \right) = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \hat{i}$$

↑
il campo cambia verso



Esempio: 2 lastre piane infinite con densità di carica $+\sigma$ e $-\sigma$ poste a distanza d

d.d.p. tra le piastre:

• $0 < x < d$

$$V(0) - V(x) = \int_0^x E dx = \frac{\sigma}{\epsilon_0} x$$

Costante tra le piastre

Potenziale della lastra positiva

• tra le 2 facce ($x=d$)

$$\Delta V = V(0) - V(d) = \frac{\sigma}{\epsilon_0} d$$

• All'esterno $\vec{E} = 0$ ed il potenziale rimane costante

$$x < 0 \rightarrow V(x) = V(0)$$

$$x > d \rightarrow V(x) = V(d)$$

