

Geometria

Foglio di esercizi 5

- 1) Descrivere lo spazio delle soluzioni del sistema seguente al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$, e risolverlo nei casi in cui ha più di una soluzione

$$\begin{cases} \alpha x_1 - x_2 + x_4 = \alpha - 1 \\ x_1 - \alpha x_2 + (\alpha - 1)x_3 + x_4 = 0 \\ x_2 + x_3 + 2x_4 = -1 \\ -x_2 + \alpha x_3 + (\alpha + 1)x_4 = -1. \end{cases}$$

- 2) Consideriamo i vettori

$$u_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad u_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4$$

e sia $U = \text{span}(u_1, u_2) \subset \mathbb{R}^4$. Scrivere equazioni parametriche e cartesiane per U . Completare (u_1, u_2) ad una base \tilde{U} di \mathbb{R}^4 e scrivere le matrici del cambiamento di base in entrambe le direzioni rispetto a tale base e alla base canonica. Scrivere anche le equazioni del cambiamento di base.

- 3) Dire se le seguenti matrici complesse sono invertibili e in caso affermativo calcolarne l'inversa. Calcolarne anche il determinante.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & i \\ 1 & -i \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & i & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 0 & i & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ -1 & 2i & 1 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$