Geometria 3 – Topologia

Foglio di esercizi 8

1) Sia $A \subset R^n$ un sottoinsieme finito. Dimostrare che $R^n - A$ è connesso per archi se $n \geq 2$.

2) Nell'esercizio precedente possiamo assumere A numerabile?

3) Dimostrare che $R \cong R^n$ implica $n = 1$.

4) Siano $U \subset R$ e $V \subset R^n$ aperti non vuoti. Dimostrare che $U \cong V$ implica $n = 1$.

5) Quante e quali sono le componenti connesse per archi di $R^n - S^{n-1}$? E quelle di $R^n - B^n$?

6) Dimostrare che se $K \subset R^n$ è compatto, $n \geq 2$, allora $R^n - K$ ha soltanto una componente connessa per archi illimitata.

7) Siano $f_0, f_1 : X \to Y$ e $g_0, g_1 : Y \to Z$ continue. Dimostrare che se $f_0 \simeq f_1$ e $g_0 \simeq g_1$ allora $g_0 \circ f_0 \simeq g_1 \circ f_1$.

8) Dimostrare che la composizione di due equivalenze omotopiche è un'equivalenza omotopica.

9) Dimostrare che l'equivalenza omotopica è una relazione d'equivalenza tra spazi.

10) Dimostrare che uno spazio X è contraibile se e solo se qualunque applicazione continua $f : X \to Y$ verso uno spazio arbitrario Y è omotopa a costante.

11) Dimostrare che uno spazio X è contraibile se e solo se qualunque applicazione continua $f : Y \to X$ da uno spazio arbitrario Y è omotopa a costante.

12) La retta di Sorgenfrey è contraibile? Giustificare la risposta.