1

Si consideri $f \in L^1(\mathbb{R})$ definita da

$$f(t) = \frac{1}{(t - ia)^n} \ ,$$

dove n è un numero naturale ≥ 2 e a un numero reale $\neq 0$. Si calcoli $\mathcal{F}[f](\omega)$ e si mostri che è ancora una funzione in $L^1(\mathbb{R})$. Dunque si applichi ancora la trasformata di Fourier, mostrando che vale $\mathcal{F}[\mathcal{F}[f]](t) = 2\pi f(-t)$.

2

Si consideri l'equazione differenziale

$$\frac{df}{dt} + \frac{2t}{T^2} f(t) = 0 \ .$$

Si applichi la trasformata di Fourier a questa equazione, e si ottenga un'equazione differenziale per la trasformata di Fourier $\hat{f}(\omega)$. Si deduca da questo risultato che la trasformata di Fourier di una gaussiana è ancora una gaussiana.