

Onde Elettromagnetiche

Le onde elettromagnetiche sono costituite da campi elettrici e magnetici oscillanti e la variazione dei campi crea reciprocamente il mantenimento della propagazione dell'onda stessa. Le caratteristiche chiave per un'onda elettromagnetica sono:

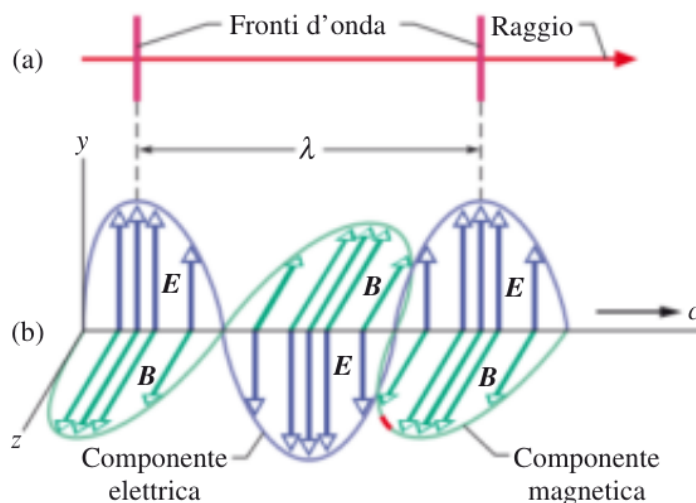
1. I campi elettrico e magnetico E e B sono sempre perpendicolari alla direzione di avanzamento dell'onda.
2. Il campo elettrico è sempre normale al campo magnetico.
3. Il prodotto vettoriale $E \times B$ dà sempre la direzione di avanzamento dell'onda.
4. Le intensità di campo variano sempre sinusoidalmente. Inoltre la loro variazione avviene alla stessa frequenza e reciprocamente in fase.

Possiamo quindi descrivere i campi elettrico e magnetico come funzioni sinusoidali della posizione x a un qualsiasi istante t :

$$E = E_m \sin(kx - \omega t)$$

$$B = B_m \sin(kx - \omega t)$$

in cui E_m e B_m sono le ampiezze dei campi e ω e k sono rispettivamente la pulsazione ($\omega = 2\pi\nu$, con ν frequenza dell'onda), o frequenza angolare, e il numero d'onda angolare dell'onda ($k = 2\pi / \lambda$ con λ lunghezza d'onda). Da questa descrizione osserviamo che le due componenti non solo formano l'onda elettromagnetica, ma che ognuna delle due equazioni descrive di per sé un'onda. Come vedremo fra poco non ha senso l'esistenza separata di queste due componenti.



La velocità dell'onda è data da ω/k . Il simbolo che rappresenta la velocità, trattandosi in questo caso di un'onda elettromagnetica, è, per la propagazione nel vuoto, c piuttosto che v . Valgono le relazioni:

$$c = \frac{\omega}{k} = \nu\lambda = \frac{1}{\sqrt{\mu_0\epsilon_0}} = \frac{E_m}{B_m} = \frac{E}{B}$$

dove c vale circa $3,0 \cdot 10^8$ m/s. Ad ogni istante, il rapporto dei moduli del campo elettrico e di quello magnetico in un'onda elettromagnetica è uguale alla velocità della luce. Ovvero, tutte le onde elettromagnetiche, luce compresa, hanno nel vuoto la stessa velocità c

Disegni come quello di figura ci aiutano a visualizzare l'evoluzione dei campi elettrici e magnetici nella propagazione dell'onda. Consideriamo il campo magnetico. Dato che varia sinusoidalmente, induce (per la legge di Faraday) un campo elettrico perpendicolare che varia pure sinusoidalmente. Ma, siccome questo campo elettrico varia appunto sinusoidalmente, induce (per la legge di Maxwell) un campo magnetico perpendicolare che varia ancora sinusoidalmente. E così via. I due campi continuano a generarsi a vicenda per induzione e la risultante variazione sinusoidale dell'intensità di campo si propaga come un'onda, appunto un'onda elettromagnetica.

L'intensità media di un'onda armonica, ovvero la potenza media per unità di area è pari a:

$$I = \frac{E_m B_m}{2 \mu_0} = \frac{E_m^2}{2 \mu_0 c} = \frac{c B_m^2}{2 \mu_0}$$

Polarizzazione onda:

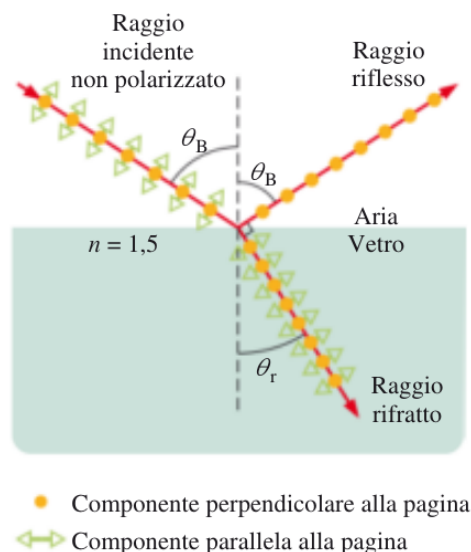
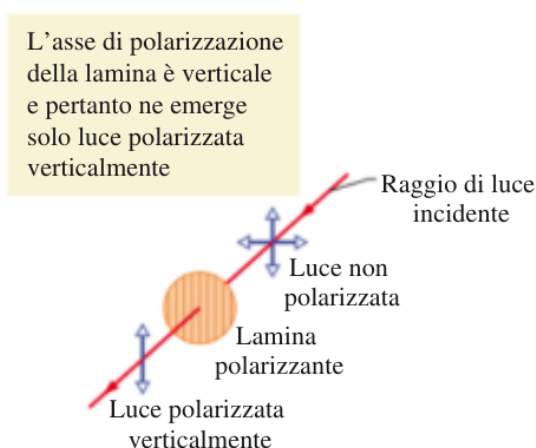
Come abbiamo appreso, i vettori campo elettrico e magnetico associati a un'onda elettromagnetica sono perpendicolari fra loro e anche alla direzione di propagazione, come viene mostrato nella Figura precedente. Il fenomeno della polarizzazione, è una proprietà che specifica le direzioni del campo elettrico e magnetico associate a un'onda elettromagnetica.

Un comune fascio di luce consiste di un grande numero di onde emesse dagli atomi della sorgente di luce. Ogni atomo genera un'onda con la sua propria orientazione del campo elettrico E , che corrisponde alla direzione della vibrazione atomica. La direzione di polarizzazione dell'onda elettromagnetica è definita come la direzione lungo la quale vibra il campo E . Tuttavia, poiché tutte le direzioni di vibrazione in un gruppo di atomi che emettono luce sono possibili, l'onda elettromagnetica risultante è una sovrapposizione di onde generate dalle singole sorgenti atomiche. Il risultato è un fascio luminoso non polarizzato.

Un fascio di luce si dice polarizzato linearmente se l'orientazione di E è la stessa in ogni istante in un particolare punto.

La luce originariamente non polarizzata può essere convertita in luce polarizzata facendola passare attraverso una lamina polarizzante, come mostrato in figura. La più comune di queste lamine è commercialmente nota col nome di Polaroid, inventata nel 1932 da Edwin Land, quando ancora era laureando. Un filtro polaroid consiste di lunghe catene molecolari inglobate in materiali plastici. Durante il processo produttivo, la lamina plastica viene stirata in modo da

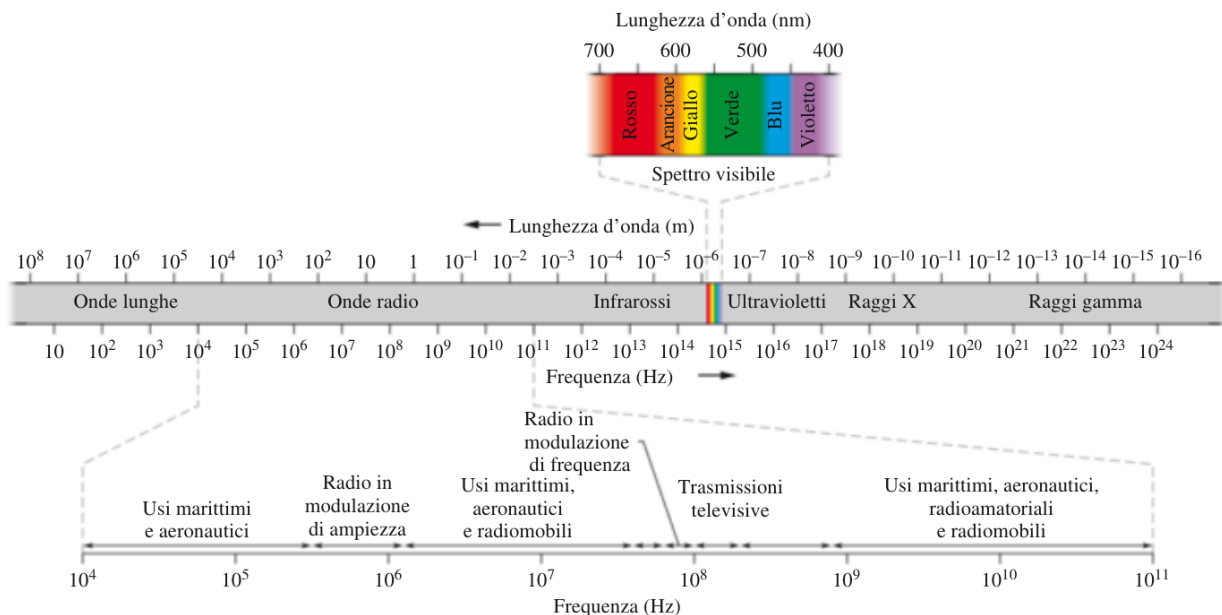
allineare queste molecole in file parallele. Quando si fa passare un fascio di luce attraverso la lamina le componenti del campo elettrico parallele a una direzione la attraversano agevolmente, mentre quelle perpendicolari vengono assorbite dalle molecole e scompaiono.



Si può polarizzare la luce anche con altri metodi, per esempio per riflessione. Ciò è possibile perché la luce riflessa è completamente o parzialmente polarizzata da un processo di riflessione alla superficie. Questo significa che la luce riflessa è parzialmente polarizzata, cioè che i campi elettrici oscillanti in una direzione sono più intensi di quelli oscillanti in altre direzioni. Quando però la luce ha un particolare angolo di incidenza, chiamato angolo di Brewster ϑ_B , la luce riflessa presenta solo le componenti perpendicolari; la luce riflessa a questo angolo di incidenza è completamente polarizzata, con il piano di vibrazione perpendicolare al piano di incidenza. Le componenti parallele del raggio incidente con angolo di Brewster non vengono riflesse: esse devono essere rifratte completamente, assieme alla frazione di componenti perpendicolari. Lenti da sole polarizzanti, il vetro, l'acqua e altri materiali dielettrici sono in grado di polarizzare la luce, totalmente o parzialmente, per riflessione. Quando i nostri occhi intercettano la luce solare riflessa da una tale superficie, vediamo una macchia brillante (il riverbero) sulla superficie su cui avviene la riflessione. Se la superficie è orizzontale come nella figura, la luce riflessa è completamente o parzialmente polarizzata sul piano orizzontale. Per eliminare questo riverbero, le lenti degli occhiali da sole polarizzanti sono montate con la loro direzione di polarizzazione verticale.

Spettro Elettromagnetico

Le onde elettromagnetiche viaggiano nel vuoto con velocità c , frequenza ν e lunghezza d'onda λ . I diversi tipi di onde elettromagnetiche, tutti generati da cariche accelerate, sono illustrati nella Figura. Descriveremo brevemente i vari tipi di onde elencate nella Figura.



Le onde radio sono il prodotto di cariche accelerate, per esempio, nel filo conduttore di un'antenna radio. Sono generate da dispositivi elettronici, tipo i circuiti oscillanti LC, e sono usate nei sistemi di comunicazione radio e televisivi.

Le microonde (onde radio di piccola lunghezza d'onda) hanno lunghezze d'onda che stanno in un intervallo compreso tra circa 1 mm e 30 cm e sono anch'esse generate da dispositivi elettronici. A causa della loro corta lunghezza d'onda, sono adatte per i sistemi radar usati nella navigazione aerea e per studiare le proprietà atomiche e molecolari della materia.

Le onde infrarosse hanno lunghezze d'onda che vanno da circa 1 mm alla più lunga lunghezza d'onda della luce visibile, 7×10^{-7} m. Queste onde, prodotte dagli oggetti a temperatura ambiente e dalle molecole, sono facilmente assorbite dalla maggior parte dei materiali. I telecomandi per il televisore, il videoregistratore, il DVD e simili usano un fascio infrarosso per comunicare con i dispositivi.

La luce visibile, la forma più familiare delle onde elettromagnetiche, è quella parte dello spettro elettromagnetico che l'occhio umano può rilevare. La luce è prodotta dagli oggetti molto caldi, come i filamenti delle lampadine, e dalle transizioni degli elettroni in atomi e molecole. Le varie lunghezze d'onda della luce visibile sono classificate con colori che vanno dal violetto ($\lambda \approx 4 \times 10^{-7}$ m) al rosso ($\lambda \approx 7 \times 10^{-7}$ m). La sensibilità dell'occhio è una funzione della lunghezza d'onda e la sensibilità è massima alla lunghezza d'onda di circa 5.5×10^{-7} m (giallo-verde).

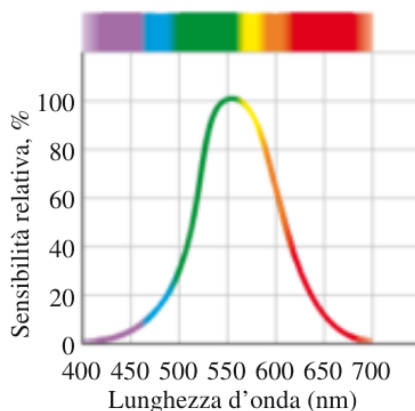
La luce ultravioletta copre le lunghezze d'onda che vanno da circa 4×10^{-7} m (400 nm) fino a 6×10^{-10} m (0.6 nm). Il Sole è una sorgente importante di luce ultravioletta e quest'ultima è la

principale responsabile dell'abbronzatura e delle scottature solari, anche se la maggior parte della radiazione ultravioletta proveniente dal Sole viene assorbita dagli atomi nella stratosfera.

I raggi X sono onde elettromagnetiche con lunghezze d'onda comprese in un intervallo che va da circa 10^{-8} m (10 nm) fino a 10^{-13} m (10^{-4} nm). I raggi X vengono comunemente prodotti mediante la decelerazione di elettroni di alta energia, che bombardano un bersaglio metallico. Sono usati come strumento diagnostico in medicina e per il trattamento di certe forme di cancro. I raggi X sono usati anche nello studio della struttura cristallina poiché hanno lunghezze d'onda confrontabili con le distanze interatomiche nei solidi (≈ 0.1 nm).

I raggi gamma sono onde elettromagnetiche emesse da nuclei radioattivi e durante certe reazioni nucleari. Hanno lunghezze d'onda che vanno da circa 10^{-10} m a meno di 10^{-14} m. Sono altamente penetranti e producono seri danni quando vengono assorbiti da tessuti viventi.

La figura mostra la sensibilità relativa dell'occhio di un ipotetico osservatore standard rispetto alle diverse lunghezze d'onda. Il centro della regione visibile corrisponde a circa 555 nm; la luce di questa lunghezza d'onda produce la sensazione colorata che chiamiamo giallo-verde. I limiti dello spettro visibile non sono ben definiti poiché la curva di sensibilità dell'occhio è asintotica sia per le lunghezze d'onda corte, sia per quelle lunghe. Se vengono stabiliti dei limiti arbitrari, scegliendo le lunghezze d'onda a cui la sensibilità visiva cade all'1% del suo valore massimo, si delimita la zona tra circa 430 e 690 nm; tuttavia, l'occhio può intercettare radiazioni con lunghezze d'onda oltre questi limiti, purché siano sufficientemente intense.

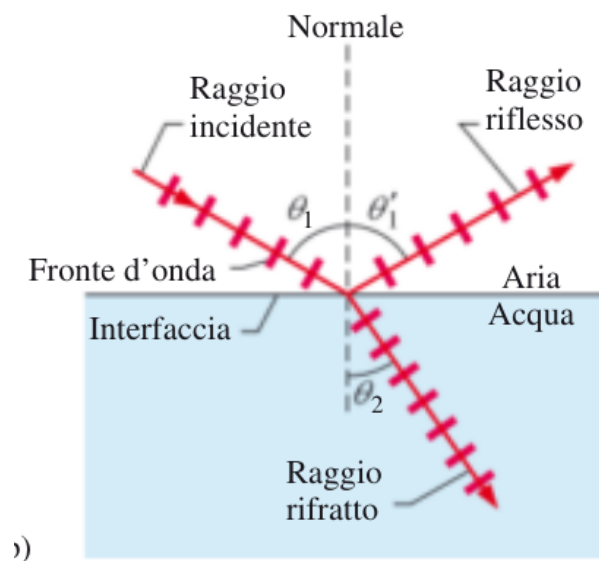


Ottica Fisica e Ottica Geometrica:

Come abbiamo visto la radiazione elettromagnetica è un fenomeno ondulatorio. Tuttavia ci sono situazioni in cui è possibile approssimare la propagazione dell'onda a quella di un raggio. In particolare, nell'ipotesi che le dimensioni dei mezzi siano molto maggiori della lunghezza d'onda della luce, si può trascurare l'aspetto ondulatorio e assumere che la luce si propaga in un dato mezzo in linea retta (ottica geometrica).

L'ottica fisica è quella parte della fisica che studia i fenomeni di propagazione della luce attraverso mezzi di natura diversa per i quali si applicano le leggi delle onde. Studia fenomeni come interferenza, diffrazione e polarizzazione della luce per i quali non sono valide le ipotesi dell'ottica geometrica, ma si deve ricorrere alla natura ondulatoria della luce come radiazione elettromagnetica

Riflessione e Rifrazione (ottica geometrica):



Consideriamo la propagazione di un raggio incidente con angolo θ_1 su una superficie semitrasparente (e.g. acqua). Parte della luce viene riflessa dalla superficie, cioè si propaga di nuovo come un raggio che si allontana dalla superficie, come se rimbalzasse su di essa. L'altra parte del raggio si propaga nel mezzo. L'attraversamento da parte della luce di una superficie di separazione (o interfaccia) tra due mezzi materiali è chiamato rifrazione, e la luce si dice rifratta. Salvo che nel caso particolare di incidenza normale alla superficie, la rifrazione provoca sempre una deviazione del raggio incidente, come se il raggio venisse «piegato» dalla rifrazione. Si noti nella figura che la deviazione avviene solo al passaggio attraverso la superficie; all'interno del mezzo il raggio prosegue in linea retta. Le leggi che regolano la propagazione dei due raggi, riflesso e rifratto sono:

- Legge della riflessione: Il raggio riflesso giace sul piano di incidenza e forma un angolo di riflessione uguale a quello di incidenza, entrambi misurati rispetto alla normale.

$$\theta_1' = \theta_1 \quad (\text{riflessione})$$

- Legge della rifrazione: Il raggio rifratto giace nel piano di incidenza e forma un angolo di rifrazione legato all'angolo di incidenza dalla relazione

$$n_2 \sin \theta_2 = n_1 \sin \theta_1 \quad (\text{rifrazione})$$

Qui n_1 ed n_2 sono costanti adimensionali chiamate indici di rifrazione, che dipendono solo dal tipo di sostanze implicate nel fenomeno.

La luce passando da un mezzo a un altro viene rifratta poiché la sua velocità media è diversa nei due mezzi. Infatti, la luce viaggia con la sua massima velocità nel vuoto. È conveniente definire l'indice di rifrazione n di un mezzo come il rapporto

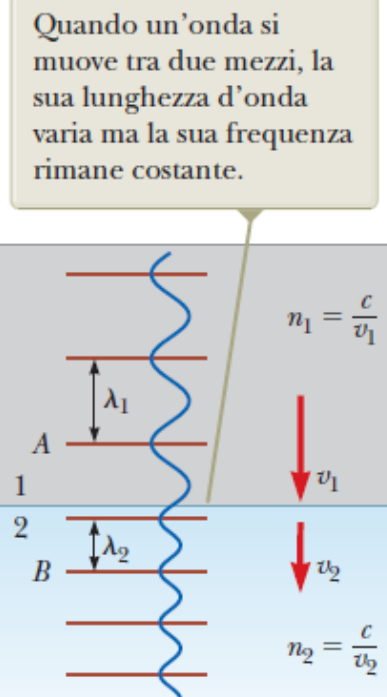
$$n \equiv \frac{\text{velocità della luce nel vuoto}}{\text{velocità della luce nel mezzo}} = \frac{c}{v}$$

Da cui segue che:

$$\frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1} = \frac{v_1}{v_2}$$

Da questa definizione vediamo che l'indice di rifrazione è una grandezza adimensionale maggiore o uguale all'unità poiché la v in un mezzo è sempre minore di c . Inoltre, n è uguale all'unità per il vuoto, per l'aria, n è molto vicino a 1,0 (un'approssimazione che si farà spesso). Nessuna sostanza ha un indice di rifrazione inferiore a 1.

Al fine di comprendere perché la luce si comporti in tal modo, si consideri un fascio di luce che entra in un pezzo di vetro. Una volta dentro il vetro, la luce può incontrare un atomo. Supponiamo che la luce sia assorbita dall'atomo, il che causa la sua oscillazione. L'atomo oscillante allora irradia (emette) la luce verso un atomo e qui la luce è di nuovo assorbita. I



dettagli di questi assorbimenti ed emissioni sono descritti dalle leggi della meccanica quantistica. Per ora è sufficiente pensare a un processo in cui la luce passa da un atomo all'altro attraverso il vetro (la situazione è in qualche modo analoga ad una gara di staffetta in cui il testimone viene passato da un corridore a un altro della stessa squadra). Sebbene la luce viaggi da un atomo all'altro nello spazio vuoto con una velocità $c = 3.0 \times 10^8$ m/s, i processi di assorbimento ed emissione della luce da parte degli atomi, che richiedono del tempo per avvenire, causano la diminuzione della velocità media della luce attraverso il vetro.

Nota: Quando un'onda passa da un mezzo a un altro, la sua frequenza non varia, ma varia la sua lunghezza d'onda: $\lambda_n = \lambda_0 / n$, con n indice di rifrazione del mezzo e λ_0 lunghezza d'onda nel vuoto. Se così non fosse i fronti d'onda dovrebbero accumularsi sul confine di separazione oppure distruggersi o crearsi al confine.

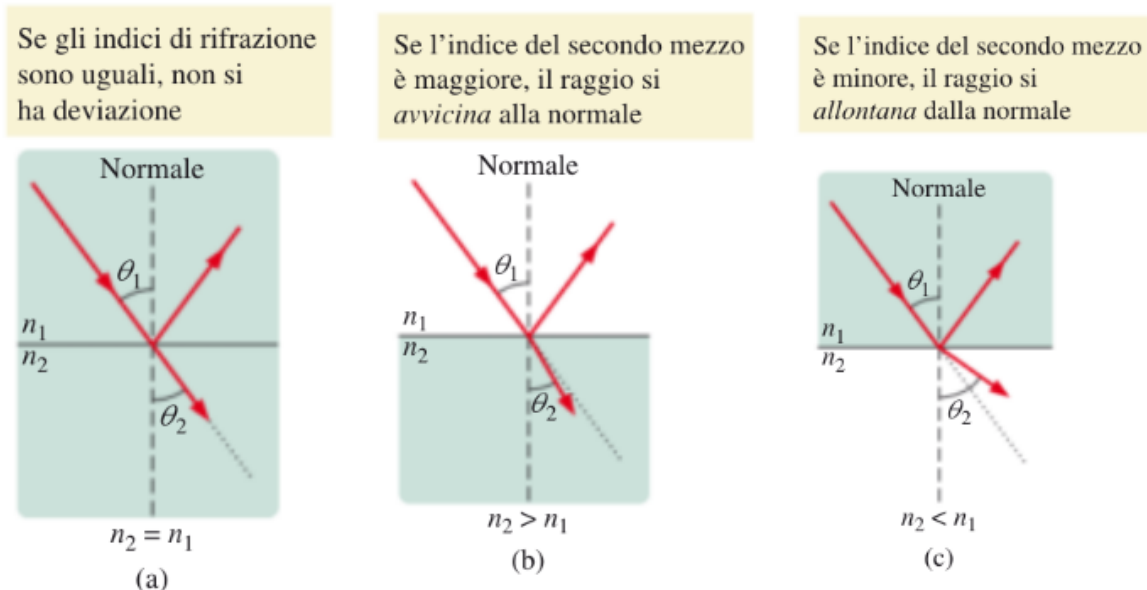
Possiamo riscrivere l'equazione per la rifrazione come:

$$\sin \theta_2 = \frac{n_1}{n_2} \sin \theta_1$$

, per confrontare l'angolo di rifrazione θ_2 con l'angolo di incidenza θ_1 . Si vede che il valore di θ_2 dipende dai valori di n_2 ed n_1 . Si possono avere tre generi di risultati:

1. Se n_2 è uguale a n_1 , allora θ_2 è uguale a θ_1 . In questo caso la rifrazione non piega il fascio incidente, che prosegue senza deviazioni, come in figura a.
2. Se n_2 è maggiore di n_1 , allora θ_2 è minore di θ_1 . In questo caso la rifrazione piega il fascio incidente avvicinandolo alla normale, come in figura b.
3. Se n_2 è minore di n_1 , allora θ_2 è maggiore di θ_1 . In questo caso la rifrazione piega il fascio incidente allontanandolo dalla normale, come in figura c.

Si osservi che la rifrazione non può piegare il raggio incidente fino a dirigerlo nello stesso mezzo da cui è provenuto.



Riflessione interna totale:

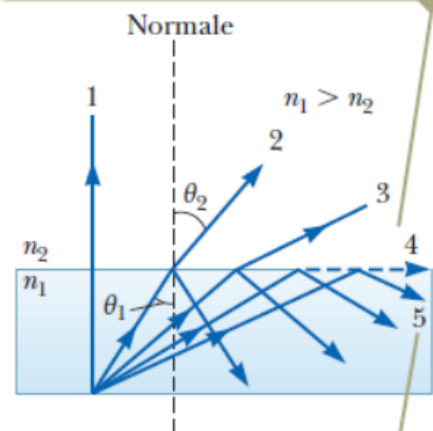
Un fenomeno importante, chiamato riflessione interna totale, può verificarsi quando la luce si propaga da un mezzo di un dato indice di rifrazione ad uno con un indice di rifrazione minore. Si consideri un raggio di luce che viaggia nel mezzo 1 e che incontra la superficie che separa il mezzo 1 dal mezzo 2, dove $n_1 > n_2$. Varie direzioni possibili del raggio sono indicate dai raggi da 1 a 5. I raggi rifratti si allontanano dalla normale perché $n_1 > n_2$ (si ricordi che, quando la luce si rifrange alla superficie di separazione tra due mezzi, è anche parzialmente riflessa). Ad un certo angolo di incidenza θ_c , chiamato angolo limite, il raggio di luce rifratto si muoverà parallelo alla superficie di separazione cosicché $\theta_2 = 90^\circ$ (raggio 4 in Figura). Per angoli di incidenza maggiori di θ_c , nessun raggio è rifratto e il raggio incidente è interamente riflesso dalla superficie di separazione, come il raggio 5 in Figura. Questo raggio è riflesso dalla superficie come se avesse colpito una superficie perfettamente riflettente. Esso obbedisce alla legge della riflessione; cioè, l'angolo di incidenza è uguale all'angolo di riflessione.

Possiamo usare la legge di Snell per trovare l'angolo limite. Quando $\theta_1 = \theta_c$, $\theta_2 = 90^\circ$ e la legge di Snell dà

$$n_1 \sin \theta_c = n_2 \sin 90^\circ = n_2$$
$$\sin \theta_c = \frac{n_2}{n_1} \quad (\text{per } n_1 > n_2)$$

Si noti che questa equazione può essere utilizzata solo quando n_1 è maggiore di n_2 . Cioè, la riflessione interna totale si verifica solo quando la luce si propaga da un mezzo di un dato indice di rifrazione a un mezzo di indice di rifrazione minore. Questo è il motivo per cui il termine interna viene aggiunto alla definizione – la luce deve essere inizialmente all'interno di un materiale di indice di rifrazione più alto rispetto a quello del materiale esterno. Se n_1 fosse minore di n_2 , l'Equazione darebbe $\sin \theta_c > 1$, il che è un risultato assurdo poiché il seno di un angolo non può mai essere maggiore di uno.

All'aumentare dell'angolo di incidenza θ_1 , l'angolo di rifrazione θ_2 aumenta fino a raggiungere 90° (raggio 4). La linea tratteggiata indica che il raggio rifratto si propaga nella direzione parallela alla superficie di separazione dei mezzi.



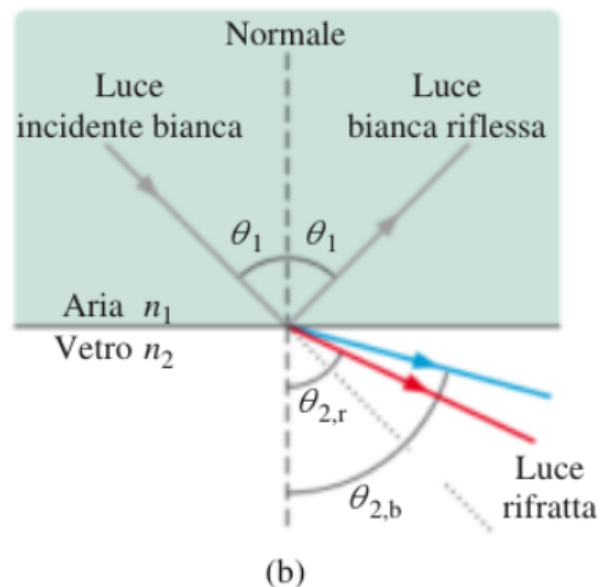
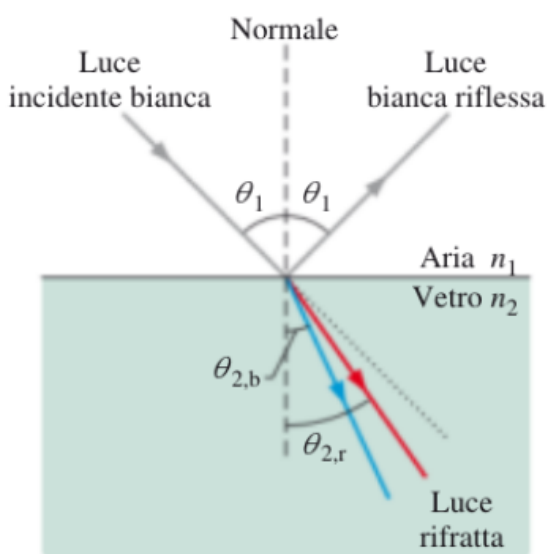
Per angoli di incidenza maggiori, si verifica riflessione interna totale (raggio 5).

Le fibre ottiche, prodotte solitamente in quarzo o con resine plastiche sotto forma di cilindri del diametro inferiore al millimetro, sono strumenti utili per trasmettere luce e immagini tra due punti, lungo un cammino qualsiasi, sfruttando il fenomeno della riflessione totale. Un fascio di luce può entrare nella sezione di testa della fibra con un'angolazione tale che, per effetto della rifrazione, l'angolo di incidenza sulla parete laterale della fibra sia maggiore dell'angolo limite per quel materiale. In tal modo si ha la riflessione totale e la propagazione del fascio luminoso fino all'altra estremità della fibra. A questo scopo, solitamente le fibre ottiche sono rivestite di una guaina a minor indice di rifrazione della fibra stessa.



Dispersione Cromatica

L'indice di rifrazione n in qualsiasi mezzo, eccetto il vuoto, dipende dalla lunghezza d'onda della luce. Quindi, quando un raggio di luce è formato da componenti con lunghezze d'onda differenti, la rifrazione del raggio alla superficie ne separa le componenti così che esse assumono direzioni diverse. Questo effetto si chiama dispersione cromatica; il termine «cromatico» si riferisce ai colori associati a ogni lunghezza d'onda, e «dispersione» si riferisce alla separazione delle lunghezze d'onda o dei colori. In genere l'indice di rifrazione in un mezzo è maggiore per una lunghezza d'onda minore (corrispondente, per esempio, alla luce blu), di quanto non sia per una lunghezza d'onda maggiore (per esempio, la luce rossa).

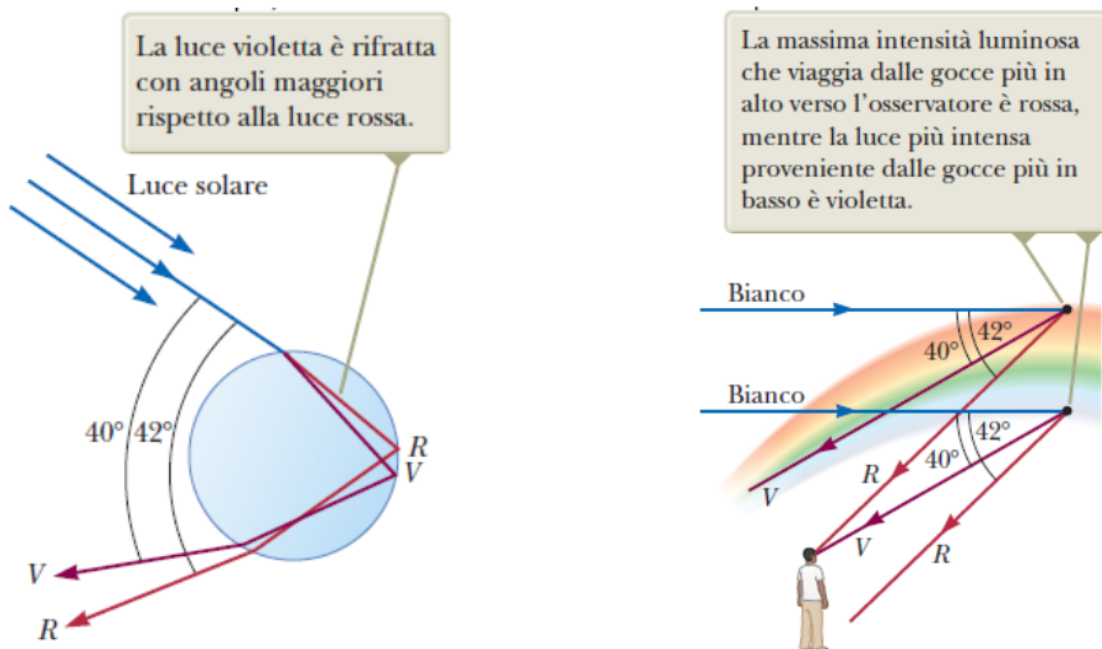


Prisma:

Un fascio di luce bianca è costituito da componenti di tutti (o molti) colori dello spettro visibile con intensità approssimativamente uguali. La percezione di un tale fascio luminoso dà la sensazione del colore bianco piuttosto che di tutti i colori componenti. Nella figura un fascio di luce bianca in aria incide su una superficie di vetro. Nella figura di sinistra sono indicate solo le componenti rossa e blu della luce rifratta. Poiché la componente blu viene deflessa più della rossa, l'angolo di rifrazione $\vartheta_{2,b}$ per il blu è minore dell'angolo $\vartheta_{2,r}$ per il rosso. Si ricordi che gli angoli si misurano rispetto alla normale. Nella figura di destra un raggio di luce bianca che si propaga nel vetro incide sulla superficie di separazione vetro-aria. Anche qui la componente blu viene deviata più di quella rossa, ma ora $\vartheta_{2,b} > \vartheta_{2,r}$. Per esaltare la separazione dei colori, si usa un prisma di vetro con sezione triangolare. La dispersione alla prima superficie (a sinistra nella figura) viene ulteriormente accentuata dalla dispersione sulla seconda.

Arcobaleno:

La dispersione della luce in uno spettro viene dimostrata vividamente in natura nella formazione di un arcobaleno, spesso visto da un osservatore posto fra il Sole e le gocce di pioggia. Per capire come si forma un arcobaleno, consideriamo la Figura di sinistra. Un raggio di luce colpisce una goccia d'acqua nell'atmosfera e subisce riflessione e rifrazione nel modo seguente. Esso viene prima rifratto dalla superficie anteriore della goccia, con la luce violetta deviata di più e la luce rossa deviata di meno. Sulla superficie posteriore della goccia, la luce viene riflessa e ritorna alla superficie anteriore, dove subisce ancora una rifrazione mentre si muove dall'acqua all'aria.



Poiché la luce penetra la superficie anteriore della goccia in tutti i punti, vi è un intervallo di angoli di uscita per la luce che abbandona la goccia dopo essere stata riflessa dalla superficie

posteriore. Un'analisi attenta della forma sferica della goccia d'acqua, tuttavia, mostra che l'angolo di uscita per cui l'intensità è massima è 42° per la luce rossa e 40° per la luce violetta. Quindi, la luce proveniente da una goccia di pioggia vista da un osservatore è più brillante per questi angoli e l'osservatore vede un arcobaleno. La Figura di destra mostra la geometria per l'osservatore. I colori dell'arcobaleno sono visti in un intervallo da 40° a 42° rispetto ad una direzione opposta a quella del Sole, direzione che corrisponde a 180° rispetto ai raggi del Sole. Se si vede arrivare la luce rossa da una goccia di pioggia alta nel cielo, la luce violetta proveniente da questa goccia passa al di sopra della testa dell'osservatore e non si vede. Quindi, la porzione di arcobaleno in vicinanza di questa goccia è rossa. La porzione viola dell'arcobaleno vista da un osservatore è fornita dalle gocce d'acqua più basse nel cielo, che mandano la luce violetta verso gli occhi dell'osservatore e la luce rossa al di sotto degli occhi.

Lenti (sottili):

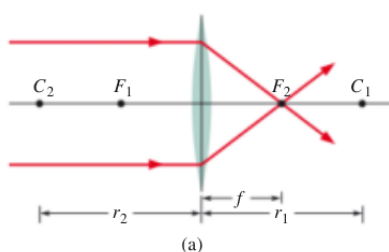
Una lente è un oggetto trasparente con due superfici rifrangenti, di cui almeno una curva, i cui assi centrali coincidono; l'asse comune costituisce l'asse centrale della lente. Quando una lente è immersa in aria, la luce proveniente dall'aria si rifrange entrando nella lente, la attraversa ed è rifratta nuovamente emergendo nell'aria. Ciascun evento di rifrazione può cambiare la direzione di propagazione della luce. Se i raggi di luce sono inizialmente paralleli all'asse centrale della lente ed essa li fa convergere, la lente è detta convergente. Se invece nella stessa ipotesi li fa divergere, si chiama lente divergente.

Elementi di una lente:

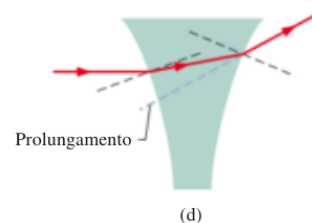
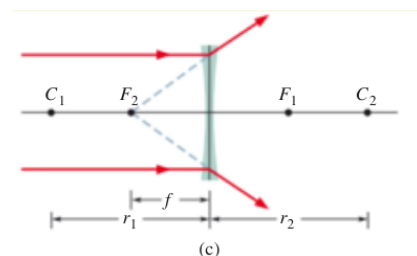
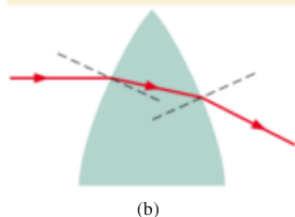
asse ottico= retta che congiunge i centri di curvatura delle due facce della lente;

centro ottico = punto dell'asse ottico che divide a metà lo spessore della lente;

fuoco= punto in cui convergono tutti i raggi paralleli all'asse ottico



La curvatura del raggio avviene solo in corrispondenza delle superfici

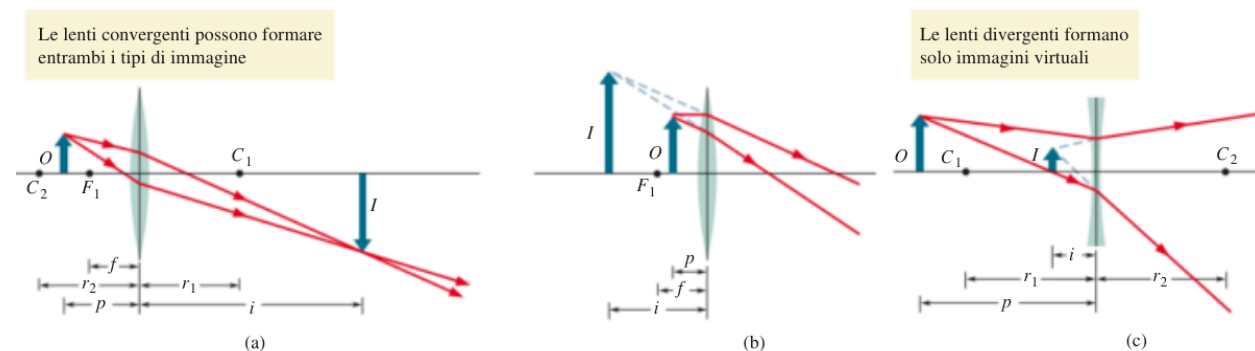


Consideriamo il caso speciale della lente sottile, cioè una lente in cui lo spessore è piccolo in rapporto alla distanza dell'oggetto p e alla distanza dell'immagine i o, ciò che è lo stesso, rispetto a entrambi i raggi di curvatura r_1 ed r_2 . Considereremo solo raggi che formano angoli piccoli con l'asse centrale, detti anche parassiali (esagerati nelle figure). Inoltre assumiamo che le caratteristiche ottiche della lente siano indipendenti dalla posizione in cui passano i raggi (omogeneità del mezzo) e dal colore della luce (omogeneità cromatica). In questo caso i e p stanno in relazione tra loro secondo l'espressione:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{i} = \frac{1}{f} \quad (\text{lente sottile})$$

Mentre la distanza focale della lente è data da:

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \quad (\text{lente sottile in aria})$$



Queste formule sono valide sia per lenti convergenti che divergenti, a patto di utilizzare la seguente convenzione per i segni:

Grandezza	Positiva quando...	Negativa quando...
Posizione dell'oggetto (p)	l'oggetto è davanti alla lente (oggetto reale)	l'oggetto è dietro la lente (oggetto virtuale)
Posizione dell'immagine (q)	l'immagine è dietro la lente (immagine reale)	l'immagine è davanti alla lente (immagine virtuale)
Altezza dell'immagine (h')	l'immagine è dritta	l'immagine è capovolta
Raggi di curvatura R_1 e R_2	il centro di curvatura è dietro la lente	il centro di curvatura è davanti alla lente
Distanza focale (f)	la lente è convergente	la lente è divergente

L'ingrandimento trasversale, ovvero il rapporto tra la dimensione trasversale dell'immagine e dell'oggetto vale:

$$m = \frac{h'}{h} = -\frac{i}{p}$$

L'ingrandimento 1 vuol dire che l'immagine è della stessa dimensione dell'oggetto. Il segno + vuol dire che l'immagine e l'oggetto hanno lo stesso orientamento, viceversa, se m è negativo che l'immagine e' capovolta.

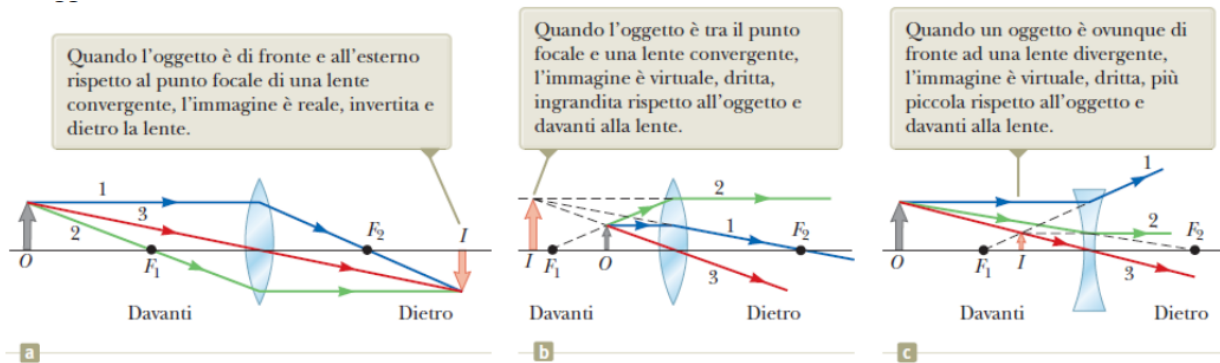
La costruzione geometrica è molto utile per determinare l'immagine di una lente sottile o di un sistema di lenti. Per localizzare l'immagine di una lente convergente, si tracciano i tre raggi seguenti dalla cima dell'oggetto:

- Il raggio 1 è tracciato parallelamente all'asse principale. Dopo essere stato rifratto dalla lente, questo raggio passa per il punto focale sul lato posteriore della lente.
- Il raggio 2 è tracciato attraverso il punto focale sul lato anteriore della lente (o come se arrivasse dal punto focale qualora $p < f$) ed emerge dalla lente parallelamente all'asse principale.
- Il raggio 3 è tracciato attraverso il centro della lente e continua in linea retta.

La localizzazione di un'immagine per una lente divergente si ottiene tracciando i seguenti tre raggi dalla sommità dell'oggetto:

- Il raggio 1 è tracciato parallelamente all'asse principale. Dopo essere stato rifratto dalla lente, questo raggio emerge allontanandosi dal punto focale sul lato anteriore della lente.
- Il raggio 2 è tracciato verso il punto focale sul lato posteriore della lente ed emerge dalla lente parallelamente all'asse principale.
- Il raggio 3 è tracciato attraverso il centro della lente e continua in linea retta.

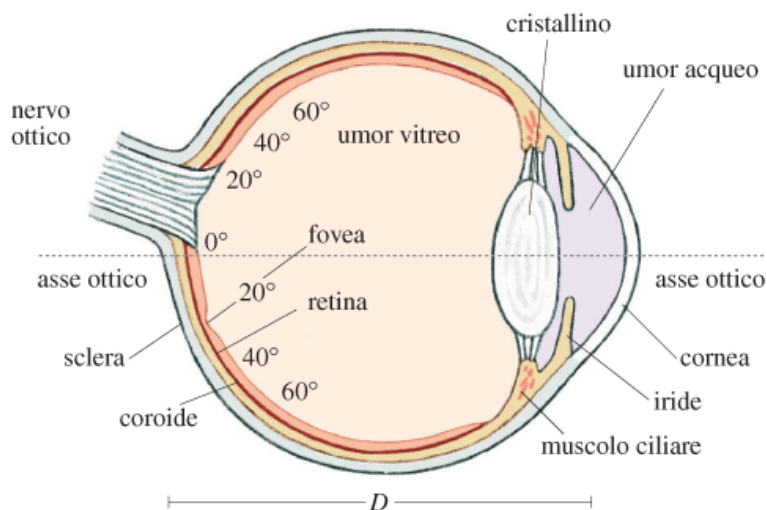
Con questa costruzione, il punto d'intersezione di una qualunque coppia di raggi può essere usato per localizzare l'immagine. Il terzo raggio serve come controllo della nostra costruzione.



L'occhio umano come sistema ottico:

Nella Figura è schematicamente rappresentata la sezione orizzontale di un occhio umano sinistro. Un raggio luminoso, proveniente dall'esterno, giunge sulla parte sensoriale dell'occhio (retina), attraversando i seguenti mezzi:

a) la cornea, di indice di rifrazione $n \approx 1.33$, con un raggio di curvatura di 8 mm;



b) l'umor acqueo, liquido contenuto fra la cornea e il cristallino, costituito da acqua e piccole quantità di proteine e sali in concentrazione isotonica, di indice di rifrazione $n \approx 1.33$;

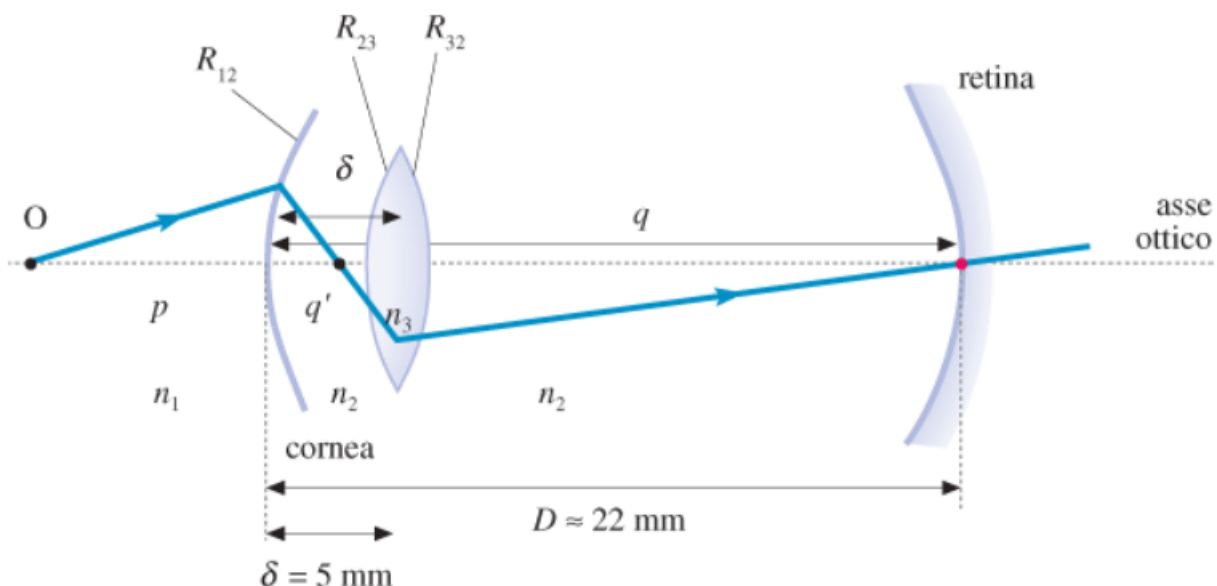
c) l'iride, costituita da una membrana elastica, al centro della quale si trova un'apertura (pupilla), la quale si contrae o si dilata a seconda dell'intensità luminosa che colpisce l'occhio, fungendo quindi da diaframma per i raggi luminosi;

d) il cristallino (o lente), lente biconvessa con due superfici con raggi di curvatura differenti (in stato di riposo, 10 mm per quella anteriore e 6 mm per quella posteriore), di indice di rifrazione medio $n \approx 1.44$; la curvatura della superficie anteriore può essere diminuita dalla contrazione dei muscoli ciliari, variando così la distanza focale del cristallino;

e) l'umor vitreo (o corpo vitreo), materiale gelatinoso tra il cristallino e la retina, di indice di rifrazione uguale a quello dell'umor acqueo, $n \approx 1.33$;

f) la retina, tessuto nervoso fotosensibile, su cui si formano le immagini e la cui funzione è quella di trasformare l'immagine in un insieme di potenziali d'azione che, tramite il nervo ottico, vengono inviati al cervello.

L'occhio umano può essere schematizzato come un diottro contenente una lente sottile. Il diottro è costituito dal sistema aria-umor acqueo, in quanto cornea, umor acqueo e umor vitreo, avendo circa lo stesso indice di rifrazione, possono essere considerati come un unico mezzo. La lente sottile, invece, rappresenta il cristallino. Per ottenere la relazione tra la distanza p dell'oggetto dall'occhio e la distanza q dalla cornea alla quale si forma l'immagine, bisogna applicare la formula dei punti coniugati del diottro e della lente sottile in successione. L'immagine sulla retina risulta essere reale e capovolta.



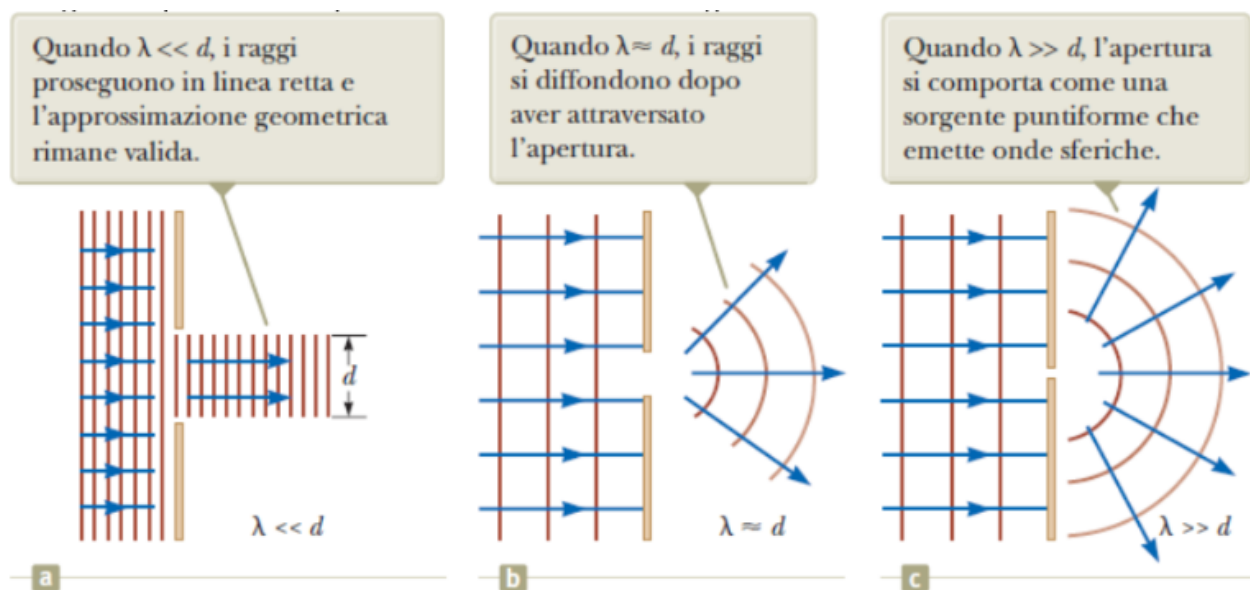
La minima distanza cui l'occhio può mettere a fuoco è chiamata punto prossimo e, con sforzo, questa può arrivare a 50 mm. L'invecchiamento produce una diminuzione dell'elasticità del cristallino, nonché della capacità operativa del muscolo ciliato, per cui il potere di accomodamento diminuisce con l'età e il punto prossimo si allontana sempre più.

È interessante osservare che la cornea esplica un potere di rifrazione predominante rispetto al cristallino. Una riprova di ciò si ha dal notevole sfocamento con cui appaiono gli oggetti quando si aprono gli occhi sott'acqua. In questo caso, la cornea si trova a separare due mezzi, l'acqua e l'umor acqueo, di indice di rifrazione quasi uguale: viene a mancare così l'azione della cornea e l'unico sistema rifrangente è costituito dal cristallino. Con l'uso di occhiali o di maschere da sub, la cornea viene mantenuta a contatto con l'aria, per cui il diottro corneale è ripristinato e gli oggetti sott'acqua sono visibili distintamente.

Interferenza e diffrazione:

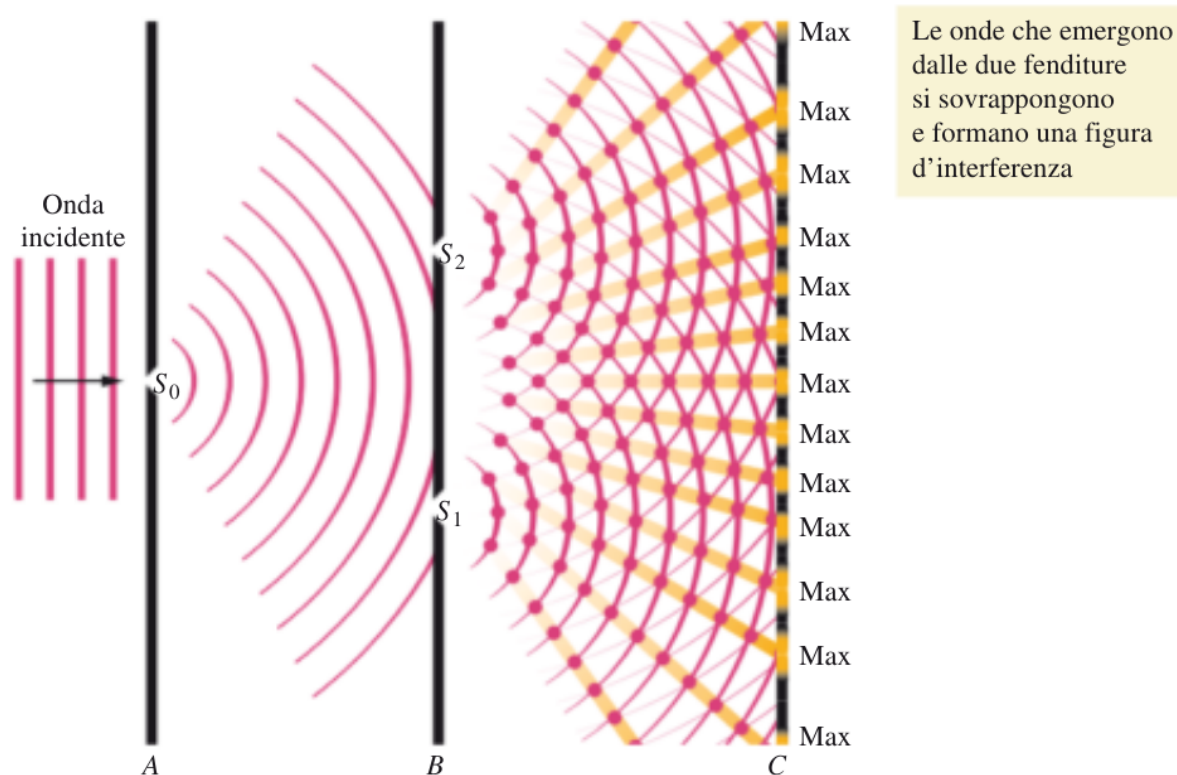
Per comprendere i fondamenti fisici dell'interferenza e diffrazione dobbiamo abbandonare in larga misura la semplicità dell'ottica geometrica, con la quale descriviamo l'onda come un raggio, e tornare alla sua natura di onda.

Il fenomeno della diffrazione si ha quando un'onda attraversa una fenditura di dimensioni paragonabili alla sua lunghezza d'onda. In questo caso l'onda devia dalla propagazione rettilinea e si diffonde in più direzioni. Il fenomeno è tanto più evidente tanto minore è l'apertura della fenditura rispetto alla lunghezza d'onda

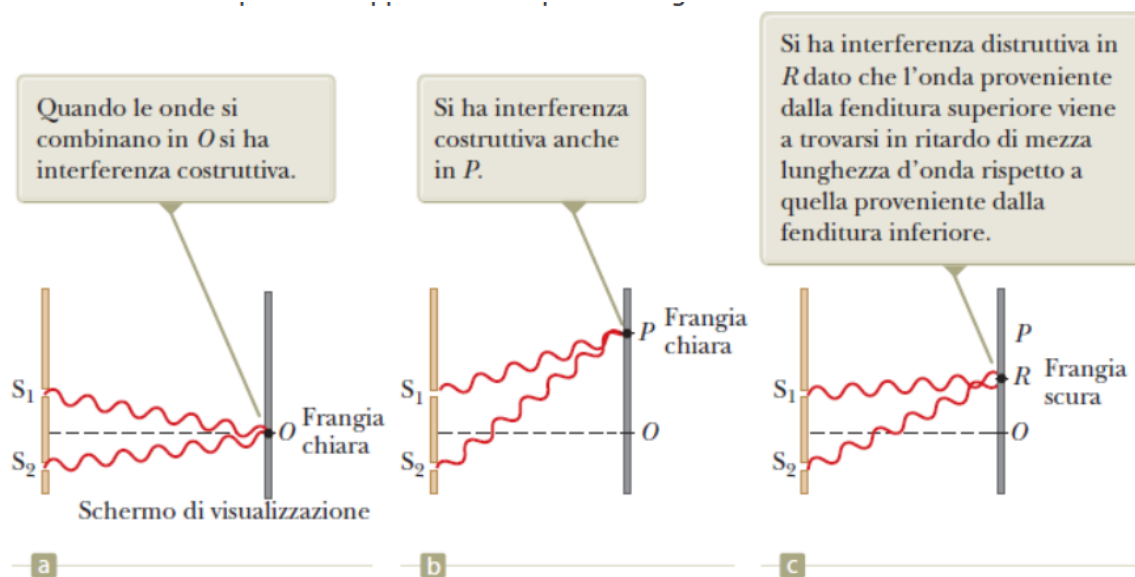


Il fenomeno di interferenza, dipende dal principio di sovrapposizione, il quale afferma che quando due o più onde che viaggiano si combinano in un dato punto, l'ampiezza dell'onda in quel punto è la somma delle ampiezze delle singole onde. A seconda della differenza di fase che hanno due onde che si sovrappongono in punto, daranno luogo ad una interferenza costruttiva o distruttiva.

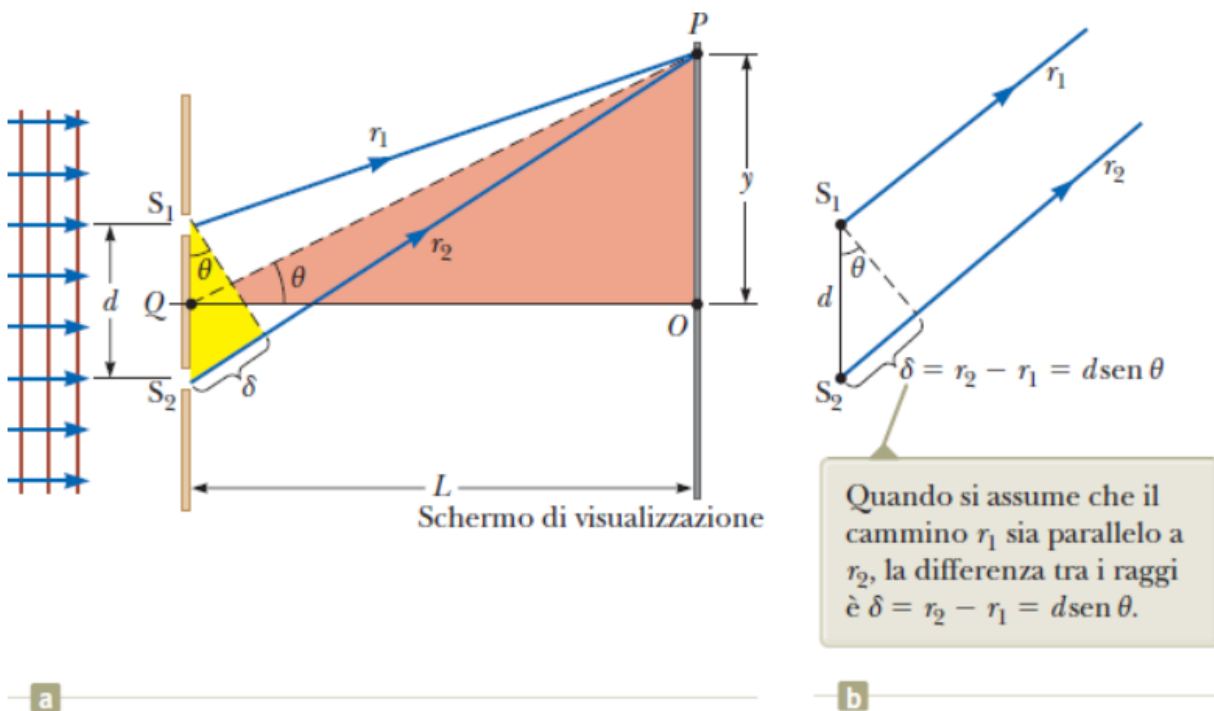
Esempio: Interferenza doppia fenditura (Esperimento di Young)



Nell'esperimento sull'interferenza di Young la luce viene diffratta dalla fenditura S_0 , che si comporta così come una sorgente puntiforme di luce che emette fronti d'onda semicirculari. La luce incontra poi le fenditure S_1 ed S_2 sullo schermo B, che agiscono quindi come due sorgenti puntiformi di luce coerente (ovvero le onde emergenti dalle due fenditure sono in fase tra loro; se le onde non fossero coerenti, ovvero la differenza di fase non fosse costante nel tempo, non potremmo osservare nessuna interferenza). La luce diffratta da queste due fenditure si sovrappone nella zona tra lo schermo B e lo schermo di osservazione C, producendo una figura d'interferenza sullo schermo C, che consiste di una serie di bande parallele chiare e scure chiamate frange. Quando la luce dalle fenditure S_1 e S_2 arriva su un punto dello schermo tale che in quella posizione si abbia interferenza costruttiva, appare una frangia chiara. Quando invece la luce proveniente dalle due fenditure si combina in modo da produrre un'interferenza distruttiva in una certa posizione sullo schermo, allora si ha una frangia scura. La presenza di un'interferenza costruttiva o distruttiva in punto dello schermo è dovuta alla differenza di fase con cui le onde raggiungono lo schermo in quel punto; la differenza di fase a sua volta è dovuta alla diversa lunghezza percorsa dalle onde (inizialmente in fase) per raggiungere il punto (vedi figura).



Assumiamo che la distanza tra B e C, chiamata L , sia molto maggiore di d , la distanza tra le due fenditure, sicché i due cammini risultino paralleli (figura di destra):



In questo caso la differenza di cammino risulta:

$$\delta = r_2 - r_1 = d \sin \theta$$

Se la differenza di cammino è zero oppure un multiplo intero di una lunghezza d'onda, le due onde arriveranno in fase in P e ne risulterà un'interferenza costruttiva. La condizione per ottenere frange chiare in P è data da:

$$\delta = d \sin \theta_{\text{chiaro}} = m\lambda \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

Il numero m è un intero detto numero d'ordine. La frangia chiara centrale a $\theta_{\text{chiaro}} = 0$ è associata con il numero d'ordine $m = 0$ e si chiama massimo d'ordine zero. Il primo massimo da ciascuna delle due parti, quando $m = \pm 1$, si chiama massimo del primo ordine, e così via.

Analogamente, quando la differenza di cammino è un multiplo dispari di $\lambda/2$, le due onde arrivano in P sfasate di 180° , causando un'interferenza distruttiva. Quindi, la condizione per ottenere frange scure in P è data da:

$$\delta = d \sin \theta_{\text{scuro}} = (m + \frac{1}{2})\lambda \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

Nei punti intermedi tra quelli di massimo o di minimo, le onde sono parzialmente sfasate e l'intensità risultante ha un valore intermedio tra quello di massimo e di minimo (vedi figura)

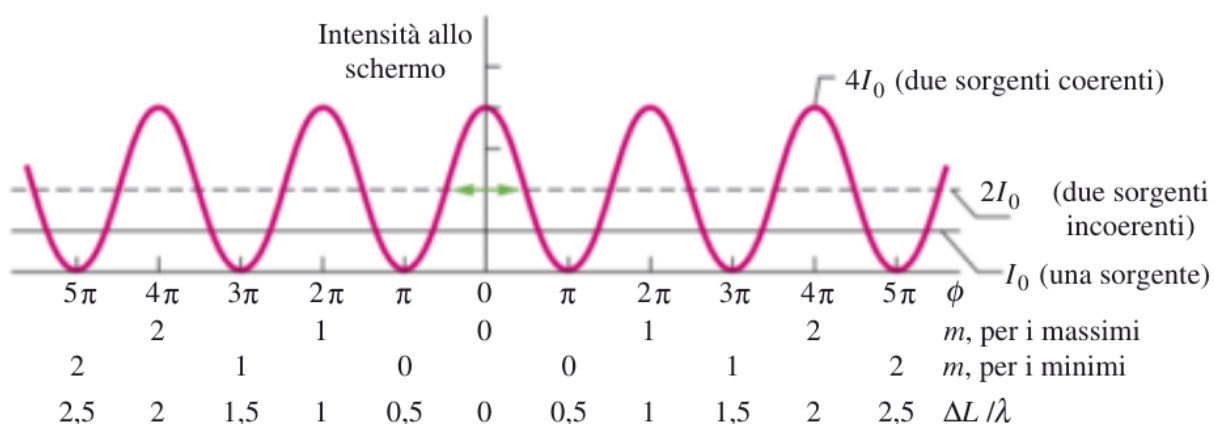
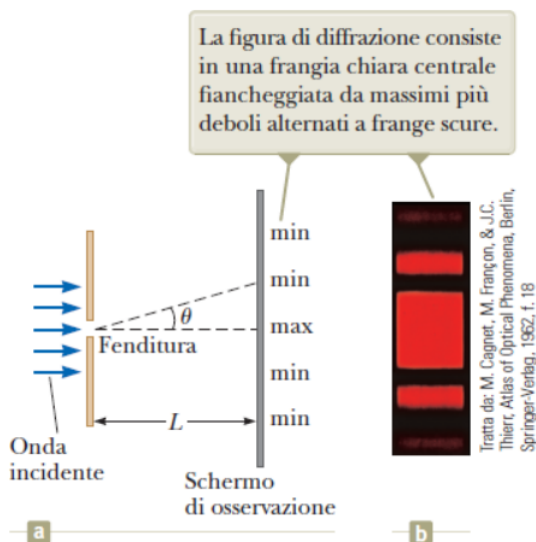


Figure di diffrazione:

La figura di diffrazione è un particolare fenomeno di interferenza che si verifica quando un'onda incontra sul suo percorso un ostacolo o un'apertura. Qualitativamente, nello spazio oltre l'ostacolo, o apertura, le onde si propagano anche lungo direzioni diverse da quella di incidenza e hanno origine differenze di cammino tra onde che si sovrappongono in un dato punto, dando luogo a fenomeni di interferenza. Per esempio, quando una stretta fenditura è posta tra una lontana sorgente puntiforme di luce (o un fascio laser) e uno schermo, la luce produce una figura di diffrazione come quella mostrata in Figura. La figura consiste di una banda centrale

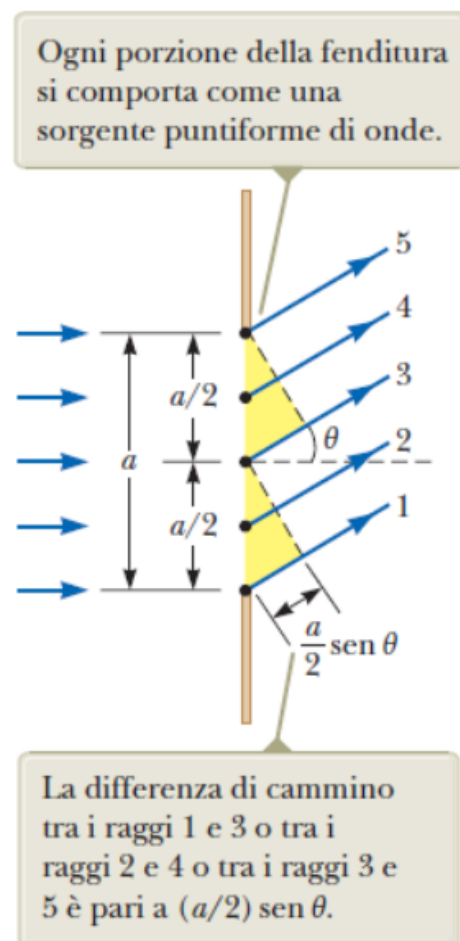
larga e intensa, (detta massimo centrale), affiancata da una serie di bande secondarie più strette e meno intense (chiamate massimi secondari) e da una serie di bande oscure (o minimi).



Consideriamo una situazione comune, in cui la luce passa attraverso una stretta apertura, assimilabile a una fenditura, ed è proiettata su uno schermo. Come modello semplificato assumiamo che lo schermo di osservazione sia lontano dalla fenditura, cosicché i raggi che raggiungono lo schermo siano approssimativamente paralleli. In questo modello, la figura sullo schermo si chiama figura di diffrazione di Fraunhofer.

Possiamo dedurre alcune caratteristiche importanti di questo fenomeno esaminando le onde provenienti da varie parti della fenditura, come mostrato in Figura a destra. Secondo il principio di Huygens, ogni porzione della fenditura si comporta come una sorgente di onde. Quindi, la luce proveniente da una porzione della fenditura può interferire con quella proveniente da un'altra e l'intensità risultante sullo schermo dipenderà dalla direzione θ . Per analizzare la figura di diffrazione, è conveniente dividere la fenditura in due parti uguali. Tutte le onde originate dalla fenditura sono in fase tra loro.

Consideriamo le onde 1 e 3 che sono originate rispettivamente dal fondo e dal centro della fenditura. Per raggiungere lo stesso punto sullo schermo di osservazione, l'onda 1 deve percorrere rispetto all'onda 3 un tratto in più pari alla differenza di cammino $(a/2) \sin \theta$, dove a è la larghezza della fenditura. Allo stesso modo, anche la differenza di cammino tra le onde 3 e 5 è $(a/2) \sin \theta$. Se questa differenza di cammino è esattamente pari a mezza lunghezza d'onda (corrispondente ad una differenza di fase di 180°), le due onde si annullano l'un



l'altra e ne risulta interferenza distruttiva. Questo è vero, in realtà, per ogni coppia di onde originate in punti distanti metà della larghezza della fenditura, in quanto la differenza di fase tra tali punti è 180° . Perciò, le onde provenienti dalla metà superiore della fenditura interferiscono in modo distruttivo con quelle provenienti dalla metà inferiore quando:

$$a/2 \sin \theta = \pm \lambda/2 \Rightarrow \sin \theta = \pm \lambda/a$$

Parimenti, possiamo dividere la fenditura in $2m$ parti uguali, ricavando che la condizione generale di interferenza distruttiva è:

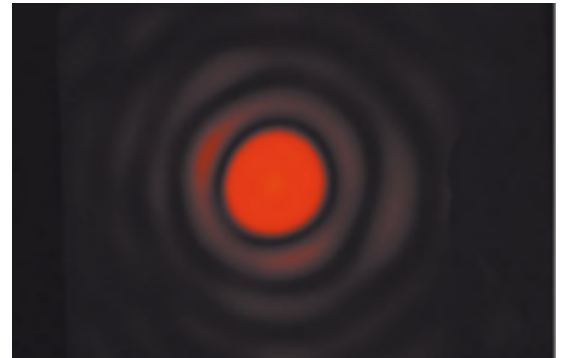
$$\sin \theta_{\text{scurio}} = m \frac{\lambda}{a} \quad m = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$$

Risoluzione angolare:

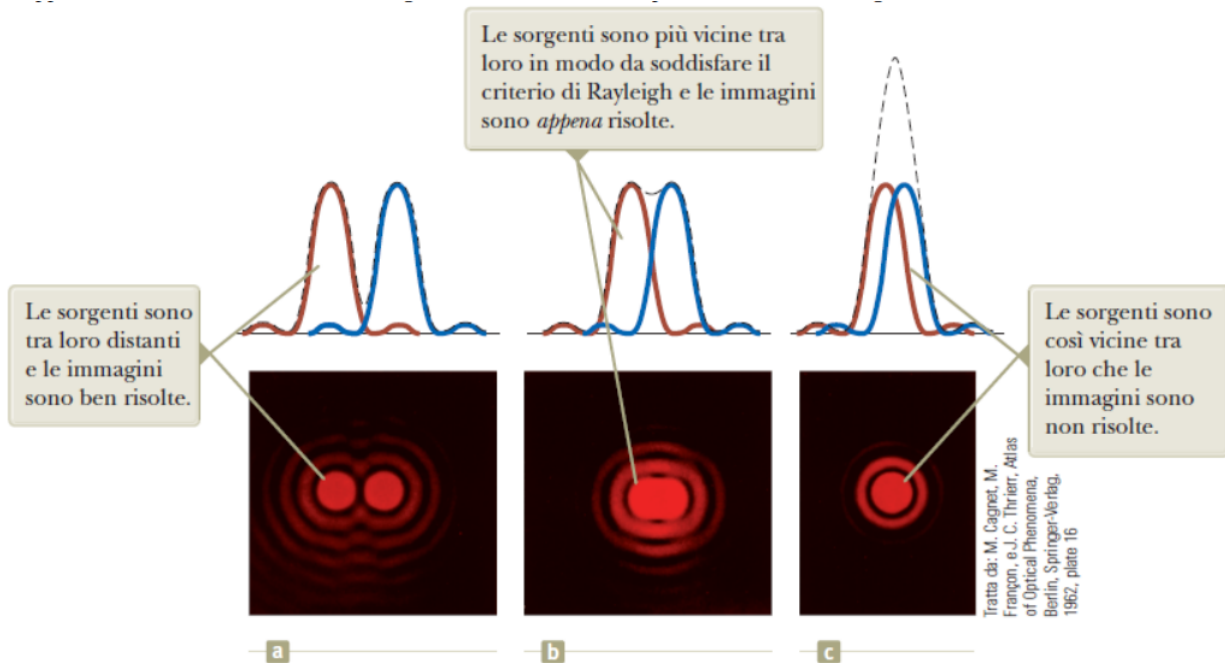
La capacità di sistemi ottici di distinguere tra oggetti vicini fra loro è limitata dalla natura ondulatoria della luce.

Si consideri ora la diffrazione prodotta da un foro circolare, come una lente convergente, attraverso cui passa la luce. La figura mostra l'immagine che forma un laser puntato su un'apertura circolare di piccolissimo diametro.

Quest'immagine non è un punto, come risulterebbe da un'analisi condotta secondo le approssimazioni dell'ottica geometrica, ma un disco circolare circondato da anelli secondari di intensità via via minore. Si tratta, anche in questo caso, di un fenomeno di diffrazione. Qui, tuttavia, l'apertura non è una fenditura rettangolare, bensì un foro circolare di diametro d .



Il fatto che le immagini delle lenti siano figure di diffrazione è importante quando si voglia risolvere, ossia distinguere, due oggetti puntiformi lontani la cui distanza angolare è piccola. Se le due sorgenti sono separate in modo tale che i loro massimi centrali non si sovrappongano, le loro immagini possono essere distinte e si dice che le due sorgenti sono risolte. Però, se le sorgenti sono vicine l'una all'altra, i due massimi centrali possono sovrapporsi e le sorgenti non sono risolte.



Per decidere quando due immagini sono risolte, si usa spesso il seguente criterio: Si dice che le immagini sono appena risolte quando il massimo centrale della figura di diffrazione di una sorgente cade sul primo minimo della figura di diffrazione dell'altra sorgente. Questa condizione limite per la risoluzione è nota come criterio di Rayleigh.

La Figura mostra le figure di diffrazione da aperture circolari per tre situazioni. Quando gli oggetti sono distanti tra loro, le loro immagini sono ben risolte (Fig. a). Le sorgenti sono appena risolte quando la loro separazione angolare soddisfa il criterio di Rayleigh (Fig. b). Infine, in Figura c le sorgenti sono non risolte.

Usando il criterio di Rayleigh, possiamo determinare la minima separazione angolare $\theta_{\min}$, sottesa dalle sorgenti rispetto alla fenditura (angolo visivo), tale che siano appena risolte. Un'analisi completa mostra che l'angolo limite di risoluzione per l'apertura circolare è:

$$\theta_{\min} = 1.22 \frac{\lambda}{D}$$

dove D è il diametro dell'apertura. Questa equazione è correlata alla difficoltà che abbiamo ad esempio nel vedere due fari distanti come distinti. Quando osserviamo con l'occhio, D nell'Equazione è il diametro della pupilla (circa 2mm). La figura di diffrazione che si forma quando la luce passa attraverso la pupilla causa la difficoltà nel risolvere i fari.