

Esercizi su Lezione 2

1. I piloti di caccia conoscono bene il pericolo di eseguire un *giro della morte* troppo stretto. Dato che il corpo subisce una forte accelerazione centripeta con la testa rivolta verso il centro di curvatura, la pressione sanguigna nel cervello cala, portando a una possibile perdita delle funzioni cerebrali. Qual è l'accelerazione centripeta, in multipli di g , a cui è sottoposto un pilota che compie una virata seguendo una traiettoria circolare, entrandovi con velocità iniziale $\mathbf{v}_0 = 400\mathbf{i} + 500\mathbf{j}$ m/s, e uscendone 24,0 s dopo con velocità finale $\mathbf{v}_f = -400\mathbf{i} - 500\mathbf{j}$ m/s? (assumere che la virata avvenga in moto circolare uniforme)

Osservando che la velocità d'uscita è opposta a quella di entrata si evince che il pilota ha compiuto una semicirconferenza. Quindi il periodo del moto circolare uniforme è $T = 24\text{ s} \cdot 2 = 48\text{ s}$.

L'accelerazione centripeta è data da $a = v^2/R$.

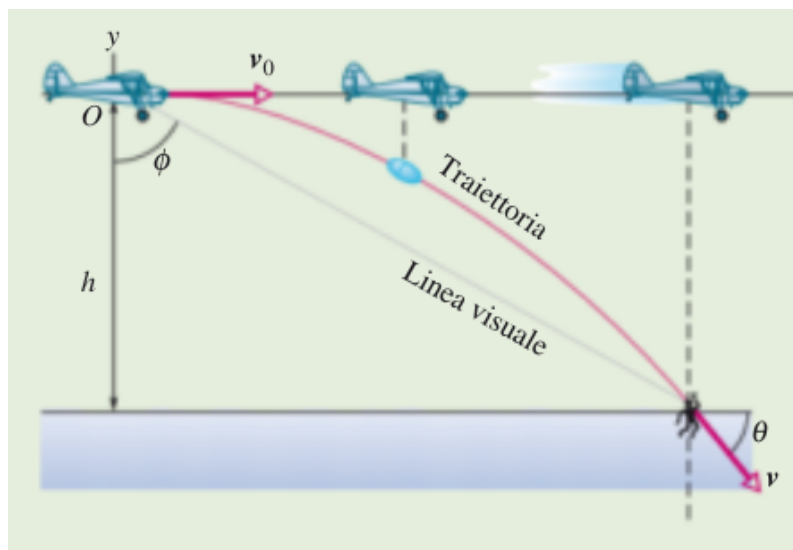
Il modulo della velocità lo possiamo ricavare direttamente dalle sue componenti con il teorema di pitagora:

$$v = \sqrt{(400 \text{ m/s})^2 + (500 \text{ m/s})^2} = 640,31 \text{ m/s}.$$

Il raggio lo possiamo ricavare utilizzando la relazione $T = 2\pi R/v$, ovvero $R = Tv / 2\pi$. Sostituendo nella relazione dell'accelerazione centripeta: $a = 2\pi v/T$. Sostituendo i valori:

$$a = \frac{2\pi(640,31 \text{ m/s})}{48,0 \text{ s}} = 83,81 \text{ m/s}^2 \approx 8,6g.$$

2. Un aereo da soccorso vola a 198 km/h (= 55 m/s) alla quota costante di 500 m verso una persona che si dibatte in mare. Sotto quale angolo visuale ϕ il pilota dovrebbe sganciare la



capsula in modo che cada in acqua alla posizione del naufrago? Che velocità avrà (in modulo) la capsula al momento dell'impatto con la superficie dell'acqua? Si ignori l'attrito dell'aria.

Vedi notebook

```
# Dati
x0=0. # m
y0=500. #m
v0=198./3.6 # m/s
t0=0. # s
g=9.81 # m/s^2 modulo accelerazione di gravita'

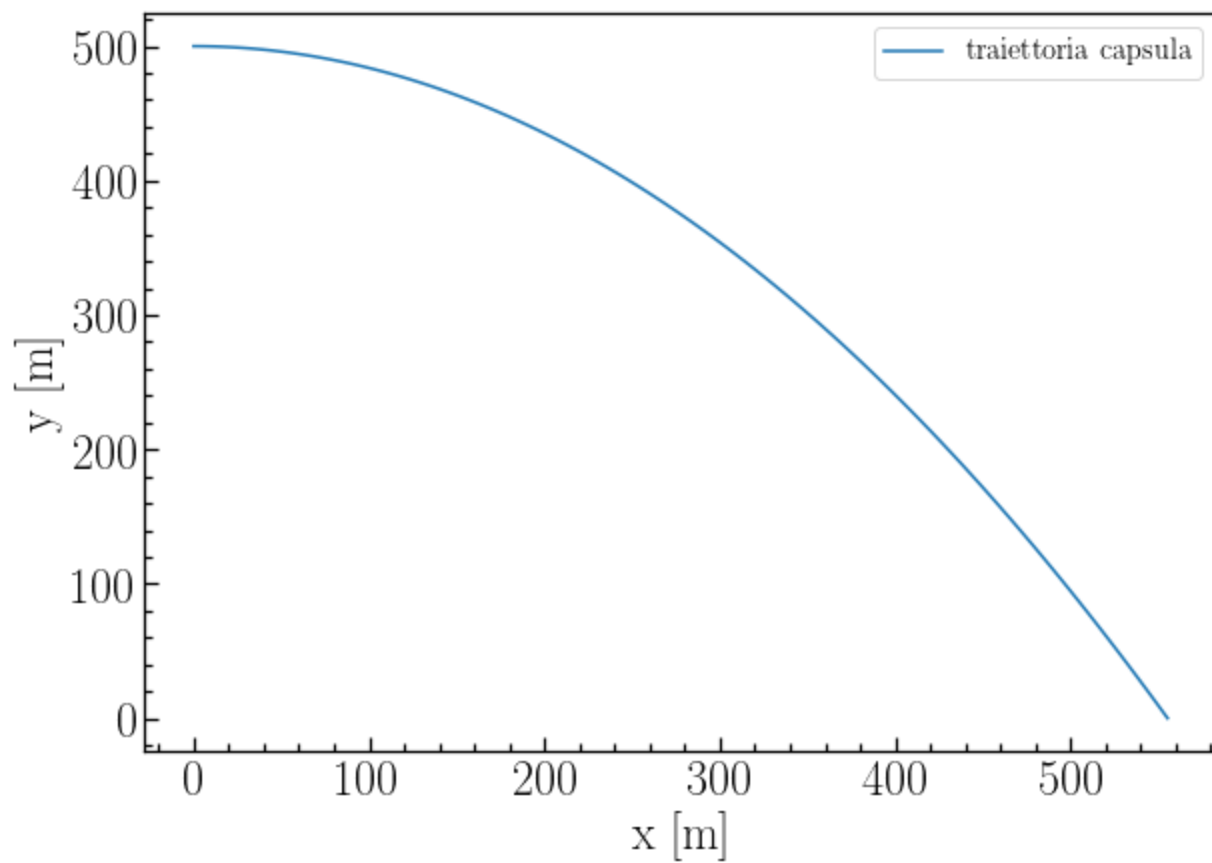
# Lungo asse y il moto e' uniformemente accelerato  $y(t_{fall})=0=y_0-1/2gt_{fall}^2$ 
t_fall=np.sqrt(2.*y0/g)
print('Tempo di caduta',t_fall,'s')
('Tempo di caduta', 10.096375546923044, 's')

# Distanza percorsa dal salvagente lungo l'asse x (moto rettilineo uniforme) prima di toccare
terra
x_tfall=v0*t_fall
print('Distanza percorsa dal salvagente lungo l'asse x',x_tfall,'m')
('Distanza percorsa dal salvagente lungo l'asse x', 555.3006550807675, 'm')

# Angolo rispetto all'orizzonte a cui il pilota deve sganciare la capsula salvagente
phi=np.arctan(y0/x_tfall)
print('Angolo rispetto all'orizzonte a cui il pilota deve sganciare la capsula salvagente',
phi,'radianti',np.degrees(phi),'deg')
('Angolo rispetto all'orizzonte a cui il pilota deve sganciare la capsula salvagente',
0.7330433025960531, 'radianti', 42.00028743908515, 'deg')

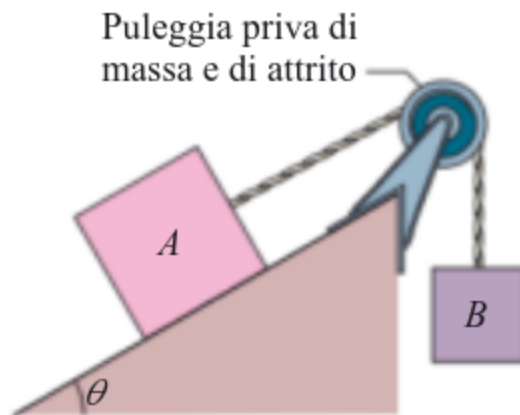
# il modulo della velocita' sara' dato dalla somma vettoriale della componente lungo x e lungo y
della velocita'.
# Lungo x la velocita' rimane costante v0; lungo y possiamo usare le leggi del moto
uniformemente accelerato
vy_tfall=-g*t_fall
print('velocita finale lungo y',vy_tfall,-np.sqrt(2*g*y0))
('velocita finale lungo y', -99.04544411531506, -99.04544411531506)

v_finale=np.sqrt(v0**2.+vy_tfall**2.)
print('modulo della velocita',v_finale,'m/s',v_finale*3.6,'km/h')
('modulo della velocita', 113.29165900453572, 'm/s', 407.84997241632857, 'km/h')
```

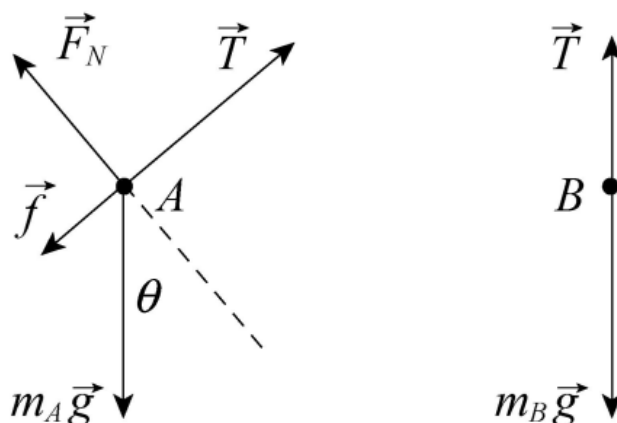


3. Il blocco A in figura pesa 102 N, mentre il corpo B pesa 32 N. I coefficienti di attrito statico e dinamico tra il corpo A ed il piano sono rispettivamente $\mu_s=0.56$ e $\mu_d=0.25$. Il piano è inclinato rispetto alla superficie con un angolo $\vartheta=40^\circ$.

Trovare l'accelerazione del blocco A nel caso in cui : a) sia inizialmente a riposo b) stia scivolando verso il basso.



Schema delle forze agenti sui due corpi: (T tensione corda, f forza d'attrito, F_N reazione



vincolare, mg forza peso)

Soluzione:

Per prima cosa, dobbiamo vedere se i corpi si muovono. Supponiamo che rimangano in quiete e calcoliamo la forza di attrito (statico) che li tiene fermi, confrontiamo il suo modulo con il valore massimo della forza di attrito statico $F_{\max} = \mu_s F_N$. Il diagramma delle forze è mostrato di seguito. T è il modulo della tensione del filo, f è il modulo della forza d'attrito sul corpo A, F_N è il modulo della forza normale del piano sul corpo A, $m_A g$ è la forza di gravità del corpo A (con modulo $P_A = 102 \text{ N}$), e $m_B g$ è la forza di gravità del corpo B (con modulo $P_B = 32 \text{ N}$). $\theta = 40^\circ$ è l'angolo di inclinazione. Fissiamo il verso di f verso il basso. Se otteniamo un

risultato negativo per f , allora sappiamo che la forza è verso l'alto sul piano.

(a) Per A fissiamo $+x$ in salita e $+y$ nella direzione e verso della forza normale. Le componenti x e y della seconda legge di Newton diventano:

$$\begin{aligned}T - f - P_A \sin \theta &= 0 \\F_N - P_A \cos \theta &= 0.\end{aligned}$$

Fissando il verso positivo “verso il basso” per il corpo B, la seconda legge di Newton ci dà $P_B - T = 0$, ovvero $T = m_b g$. Risolvendo queste tre equazioni si ha:

$$f = P_B - P_A \sin \theta = 32 - 102 \sin 40^\circ = -34 \text{ N}$$

(che indica che la forza d'attrito è in salita), e anche:

$$F_N = P_A \cos \theta = 102 \cos 40^\circ = 78 \text{ N}$$

che ci dà:

$$f_{s,\max} = \mu_s F_N = (0,56) (78) = 44 \text{ N}.$$

Poiché il modulo della forza d'attrito f che mantiene i corpi fermi è minore di $f_{s,\max}$, i corpi rimangono in quiete. L'accelerazione è zero.

(b) Il corpo A inizialmente si muove verso il basso, quindi la forza d'attrito è verso la cima del piano inclinato con modulo $f_d = \mu_d F_N$. Le equazioni delle forze diventano:

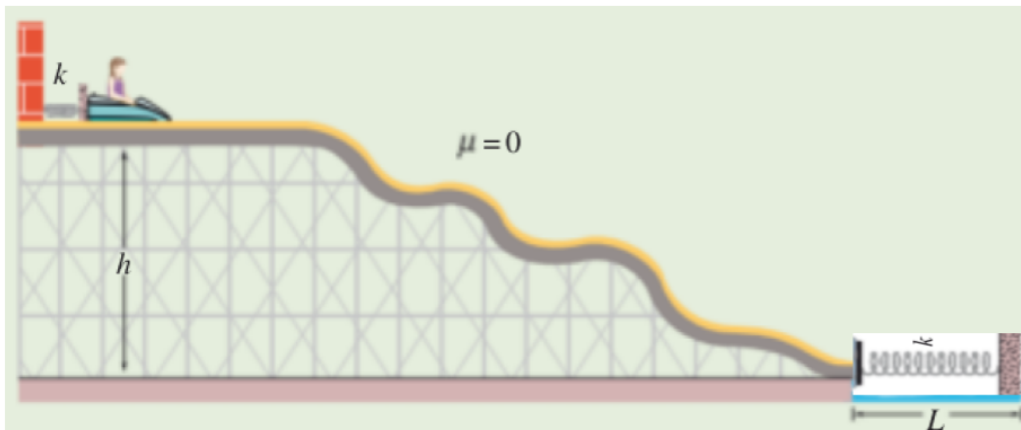
$$\begin{aligned}
 T + f_d - P_A \sin \theta &= m_A a \\
 F_N - P_A \cos \theta &= 0 \\
 P_B - T &= m_B a
 \end{aligned}$$

Risolvendo per a:

$$a = \frac{P_B - P_A \sin \theta + \mu_d P_A \cos \theta}{m_B + m_A} = \frac{32 \text{ N} - (102 \text{ N}) \sin 40^\circ + (0,25)(102 \text{ N}) \cos 40^\circ}{(32 \text{ N} + 102 \text{ N}) / (9,8 \text{ m/s}^2)} = -1,0 \text{ m/s}^2$$

L'accelerazione è verso il basso, ovvero il corpo scivola verso il basso.

4. Nell'immagine è mostrato uno scivolo alto 35 m in cui il carrello viene inizialmente azionato da una molla lungo un sezione piana, e poi continua la sua discesa lungo una traiettoria a pendenza variabile. Quando giunge a valle viene progressivamente frenato da una seconda molla, lungo un tratto piano, che si blocca una volta che il carrello si è fermato. La massa totale del carrello con i passeggeri è $m=200 \text{ kg}$, la compressione iniziale della prima molla è $d=5 \text{ m}$, la sua costante elastica $k_1=3,2 \cdot 10^3 \text{ N/m}$. a) Con che velocità il carrello giunge a valle dello scivolo? b) Sapendo che lo spazio massimo di frenata a disposizione è di $L = 50 \text{ m}$, calcolare il valore minimo della costante elastica della molla frenante k_2 . (Si consideri l'attrito trascurabile in tutte le sezioni della giostra)



Soluzione vedi notebook

```
# dati
m=200. # kg
k1=3200. # [N/m]
d=5. # [m]
h=35. # [m]
g=9.81 # [m/s^2]
L=50. # [m]

# Per risolvere il problema usiamo la conservazione dell'energia meccanica
# a)  $E_{\text{mec}_A} = \frac{1}{2} k_1 d^2 + mgh = E_{\text{mec}_B} = \frac{1}{2} m v_b^2$ 
# esplicitando  $v_b$ :

v_b = np.sqrt(k1/m*d**2. + 2.*g*h)

print('velocita a valle', v_b,'m/s, ovvero', v_b*3.6,'km/h')

('velocita a valle', 32.96513309543889, 'm/s, ovvero', 118.67447914358, 'km/h')

# b) Se lo spazio di frenata massimo e' di 50m, allora vogliamo che la velocita' del carrello dopo
50m
# che ha azionato la seconda molla sia nulla.
# Usano nuovamente la conservazione dell'energia meccanica possiamo scrivere:
#  $E_{\text{mec}_B} = \frac{1}{2} m v_b^2 = E_{\text{mec}_C} = \frac{1}{2} k_2 L^2$ 
# esplicitando  $k_2$ :

k2 = m * v_b**2. / L**2.

print('La costante elastica minima della seconda molla affinche il carrello si arresti entro 50m e:',
k2,'N/m')
('La costante elastica minima della seconda molla affinche il carrello si arresti entro 50m e:',
86.93600000000002, 'N/m')
```