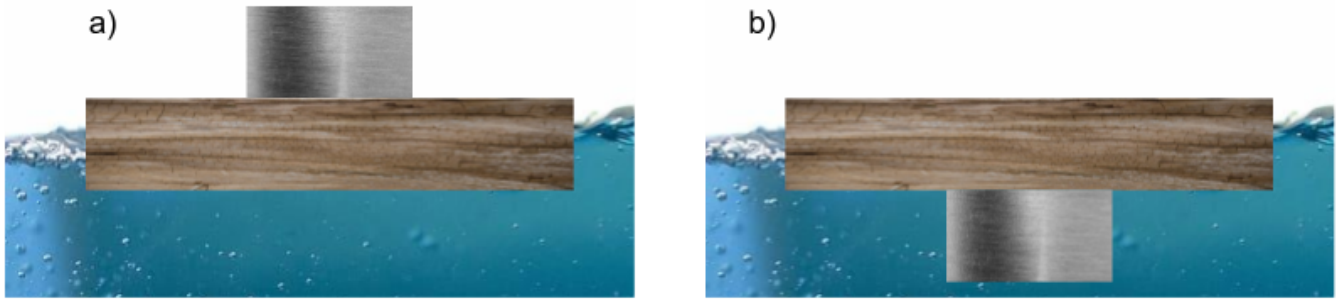
Esercizio 3.1

Un blocco di legno di massa 4.0 kg e densità di 600 kg/m^3, posto in un recipiente d'acqua ($\rho_{H_2O} = 10^3$ kg/m^3), viene appesantito con una massa di piombo ($\rho_{Pb} = 1.13 \cdot 10^4$ kg/m^3). Quanti chilogrammi di piombo è necessario utilizzare affinchè il blocco di legno galleggi con il 90% del suo volume sommerso nel caso in cui:

a) il piombo viene posto sopra il blocco di legno?

b) il piombo viene attaccato sotto il blocco di legno?



In [13]:

```
# Definisci i dati forniti dal problema
import numpy as np
m_l=4.0 # kg
rho_l=600 # kg/m^3
rho_h2o=1000 # kg/m^3
rho_pb=1.13e04 # kg/m^3
```

a)

Per un corpo che galleggia in quiete abbiamo equilibrio tra la forza peso F_p, e la spinta di Archimede, F_s. Solo il blocco di legno genera una spinta di Archimede poiche' il piombo si trova al di sopra della superficie dell'acqua (ovvero non sposta nessun volume d'acqua). Sia $V_s = 0.9V_{legno}$ il volume sommerso di legno, avremo quindi:

$$F_s = \rho_{H_20} V_s g = \rho_{H_20} 0.9 V_{legno} g = 0.9 \rho_{H_20} g \frac{m_{legno}}{\rho_{legno}}$$

$$F_p = (m_{legno} + m_{Pb}) g$$

$$F_s = F_p \rightarrow 0.9 \rho_{H_20} g \frac{m_{legno}}{\rho_{legno}} = (m_{legno} + m_{Pb}) g$$

$$m_{Pb} = m_{legno} \left(0.9 \frac{\rho_{H_20}}{\rho_{legno}} - 1 \right)$$

In [14]:

```
m_pb = m_l * (0.9*rho_h2o/rho_l - 1.)

print 'massa piombo: ', m_pb, "kg"
```

```
massa piombo:  2.0 kg
```

b)

In questoi caso anche il piombo genera una spina di Archimede in quanto si trova totalmente sommerso sotto il blocco di legno (ovvero sposta un volume d'acqua pari al suo volume). Sia $V_{\mathrm{Pb}} = m_{\mathrm{Pb}}/\rho_{\mathrm{Pb}}$ il volume della massa di piombo, avremo quindi in questo caso:

$$F_{\mathrm{s}} = \rho_{\mathrm{H_20}} V_s g + \rho_{\mathrm{H_2O}} V_{\mathrm{Pb}} g = \rho_{\mathrm{H_20}} 0.9 V_{\mathrm{legno}} g + \rho_{\mathrm{H_20}} m_{\mathrm{Pb}}/\rho_{\mathrm{Pb}} g = 0.9\rho_{\mathrm{H_20}} g \frac{m_{\mathrm{legno}}}{\rho_{\mathrm{legno}}} + \rho_{\mathrm{H_20}} g \frac{m_{\mathrm{Pb}}}{\rho_{\mathrm{Pb}}}$$

$$F_{\mathrm{p}} = (m_{\mathrm{legno}} + m_{\mathrm{Pb}})$$

$$F_{\mathrm{s}} = F_{\mathrm{p}} \rightarrow 0.9\rho_{\mathrm{H_20}} g \frac{m_{\mathrm{legno}}}{\rho_{\mathrm{legno}}} + \rho_{\mathrm{H_20}} g \frac{m_{\mathrm{Pb}}}{\rho_{\mathrm{Pb}}} = (m_{\mathrm{legno}} + m_{\mathrm{Pb}}) g$$

$$m_{\mathrm{Pb}} = m_{\mathrm{legno}} \frac{0.9(\rho_{\mathrm{H_20}}/\rho_{\mathrm{legno}}) - 1}{1 - \rho_{\mathrm{H_20}}/\rho_{\mathrm{Pb}}}$$

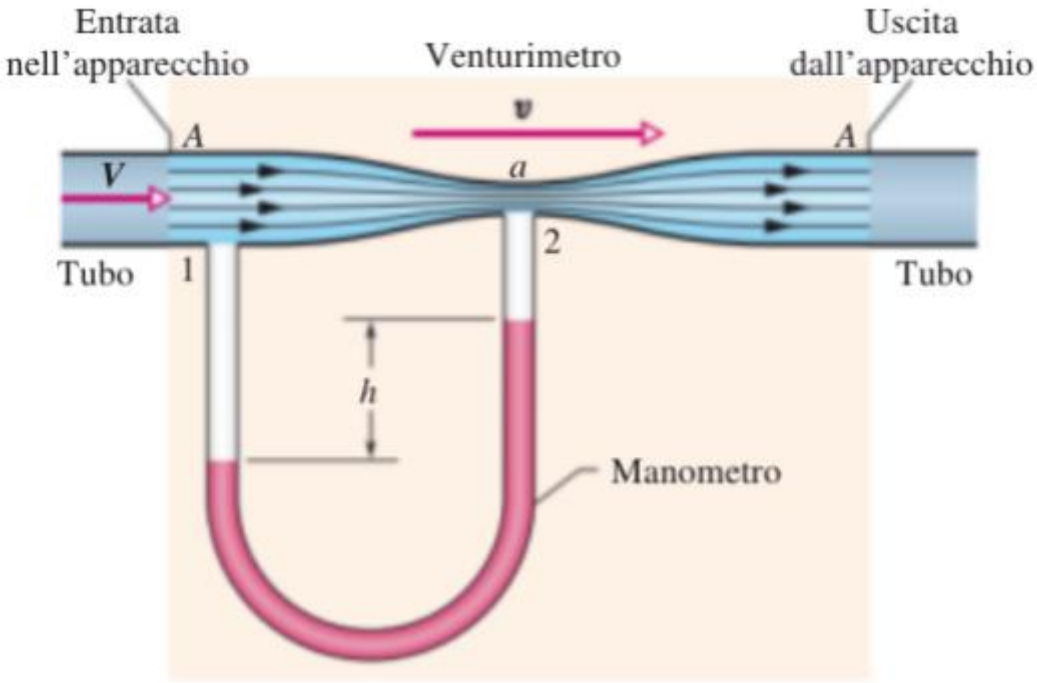
In [15]:

```
m_pb = m_l * (0.9*rho_h2o/rho_l - 1.)/(1.-rho_h2o/rho_pb)

print 'massa piombo: ', m_pb, "kg"
```

```
massa piombo:  2.19417475728 kg
```

Esercizio 3.2

Il tubo di Venturi è uno strumento per misurare la velocità di un fluido in una conduttura. Lo strumento viene collegato tra le due sezioni di un condotto di area A come mostrato in figura. Tra l'entrata e l'uscita del dispositivo il fluido attraversa una strettoia di sezione a. Un manometro unisce la sezione più grande e quella più piccola dello strumento. A causa della differenza di pressione tra le due sezioni A e a del condotto si crea un dislivello h tra le superfici del liquido nei bracci del manometro. a) Quanto vale la differenza di pressione tra le due superfici del liquido nel manometro noto che il liquido al suo interno è mercurio ($\rho_{\mathrm{Hg}} = 13600$ kg/m^3) ed il dislivello tra le superfici è $h = 0.1$ m? b) Si supponga che il fluido che attraversa il condotto sia acqua ($\rho_{\mathrm{H_2O}} = 1000$ kg/m^3), che l'area delle sezioni sia rispettivamente $A = 64$cm^2 e $a = 32$cm^2; si calcoli la velocità del fluido nella sezione di entrata A, e la portata del condotto in m^3/s. (Si noti che la differenza di pressione misurata nel manometro nel punto a) del problema corrisponde alla differenza di pressione tra le due sezioni A e a del condotto).



In [1]:

```
# dati
import numpy as np

g=9.81 # m/s^2
rho_Hg=13600. # [Kg/m^3]
rho_h20=1000. # [Kg/m^3]
h=0.1 # [m]
A=64.0e-4 # [m^2]
a=32.0e-4 # [m^2]
```

a) Differenza di pressione nei due tratti del condotto:

Dalla legge di Stevino abbiamo che: $\Delta p = \rho g h$

In [3]:

```
Delta_p= rho_Hg*g*h

print "Delta p = p_A - p_a =", Delta_p, "[Pa=N/m^2]"
```

```
Delta p = p_A - p_a = 13341.6 [Pa=N/m^2]
```

b) Velocità del fluido nel condotto

Per calcolare la velocità del fluido si deve sfruttare l'equazione di continuità:

$$AV = av \rightarrow v = \frac{A}{a}V$$

l'equazione di Bernoulli:

$$p_A + \frac{1}{2}\rho V^2 + \rho g h_A = p_a + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g h_a$$

che nel nostro caso essendo $h_A = h_a$ si riduce a:

$$p_A + \frac{1}{2}\rho V^2 = p_a + \frac{1}{2}\rho v^2.$$

Esplicitando V ed inserendo la relazione per v derivata dall'equazione di continuità si ottiene:

$$\frac{1}{2}\rho V^2(1 - \frac{A^2}{a^2}) = p_a - p_A \rightarrow V^2 = \frac{2}{\rho}(p_a - p_A)\frac{a^2}{a^2 - A^2}$$

In [4]:

```
Vsq=2./ rho_h20 * (- Delta_p) * (a**2./(a**2.-A**2.))
V=np.sqrt(Vsq)
print "V = ", V, "[m/s]"
```

```
V =  2.9823480682173904 [m/s]
```

Di conseguenza la portata, $R = VA$, è:

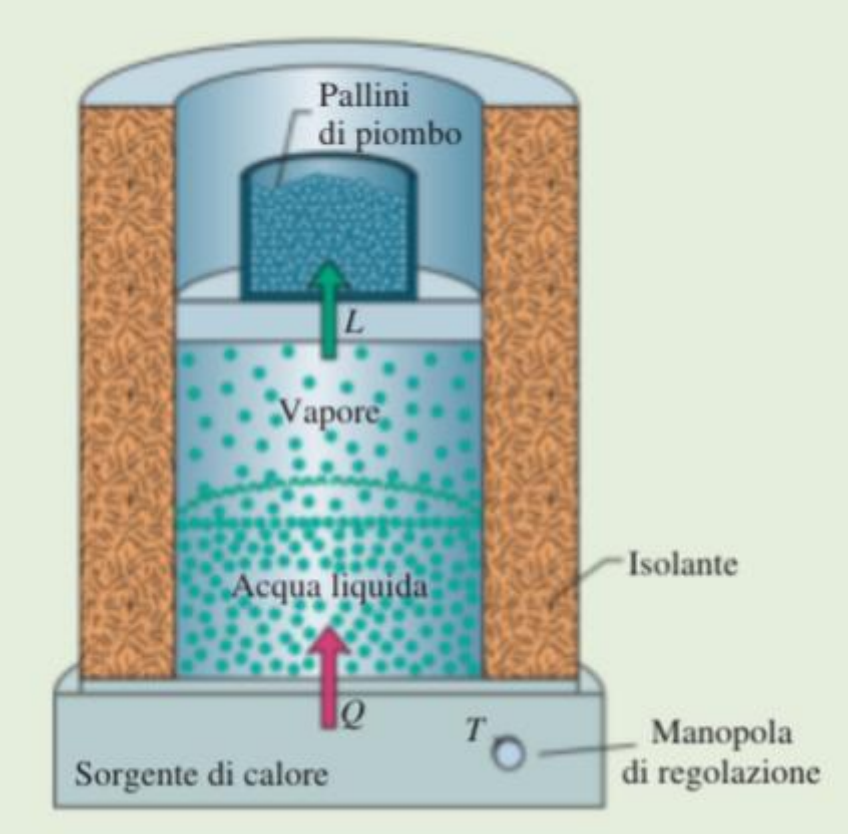
In [6]:

```
R=V*A

print 'portata R = ',V*A, '[m^3/s]'
```

```
portata R =  0.0190870276365913 [m^3/s]
```

Esercizio 3.3:

Una massa d'acqua pari a $m_{H_2O} = 2.0$ kg alla temperatura di 90° C, confinata in un contenitore isolante con pistone mobile (vedi figura), viene messa a contatto con una sorgente di calore a temperatura costante $T = 100^\circ$ C da cui assorbe calore fin tanto che tutto il liquido non si trasforma in vapore. Nella trasformazione, che avviene a pressione costante $p = 1.01 \cdot 10^5$ Pa, il volume passa da un valore iniziale $V_i = 2.0$ dm^3 del liquido a $V_f = 3.39$ m^3 di vapore. (Calore latente di evaporazione dell'acqua: $\lambda = 2256$ kJ/kg; Calore specifico acqua: $c = 4190$ J/(kg K)) Qual è a) il lavoro compiuto dal gas nella trasformazione; b) il calore fornito al sistema dalla sorgente; c) la variazione di energia interna.



In [24]:

```
# Definisci i dati forniti dal problema
import numpy as np
m_h2o=2.0 # kg
p = 1.01e05 # Pa
T_i=90.+273. # K
T_f=100.+273. # K
V_i=0.002 # m^3
V_f=3.390 # m^3
c_h2o=4190 # J/kg K
lambda_h2o=2256000 # J/kg
```

a) Variazione di energia interna del sistema durante la trasformazione:

In base al primo princio della termodinamica: $\Delta U = Q - W$

Il lavoro compiuto dal sistema corrisponde a:

$$W = \int_{V_i}^{V_f} dV p = p(V_f - V_i)$$

ovvero il volume si espande ed il sistema compie lavoro sull'ambiete alzando il pistone.

Il calore scambiato dal sistema con la sorgente corrisponde alla somma del calore assorbito per scaldare l'acqua da 90° **C a** 100° **C,** Q_1**, ed il calore assorbito per a far evaporare l'acqua,** Q_2**:**

$$Q_1 = m_{\mathrm{H_2O}} c (T_f - T_1)$$

$$Q_2 = m_{\mathrm{H_2O}} \lambda$$

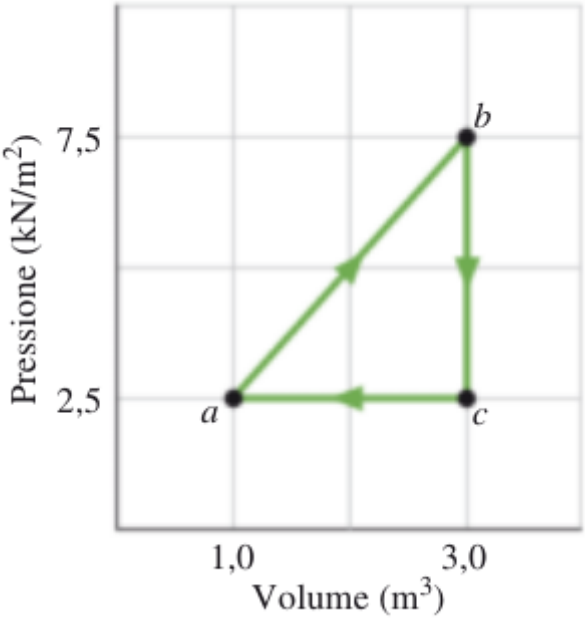
In [25]:

```
W = p * (V_f - V_i)
print "W = ", W, 'J'

Q_1 = m_h2o* c_h2o * (T_f - T_i)
print "Q_1 = ", Q_1, 'J'

Q_2 = m_h2o* lambda_h2o
print "Q_2 = ", Q_2, 'J'

Q_tot = Q_1 + Q_2
print "Q_tot = Q_1 + Q_2 =", Q_tot , 'J'

U = Q_tot - W
print "dU= Q_tot-W =", U , 'J, or ', U/1.0e6,' MJ'
```

```
W =  342188.0 J
Q_1 =  83800.0 J
Q_2 =  4512000.0 J
Q_tot = Q_1 + Q_2 = 4595800.0 J
dU= Q_tot-W = 4253612.0 J, or  4.253612  MJ
```

Esercizio 4

Un campione di un gas ideale compie tutto il processo ciclico illustrato sul diagramma p-V nella figura. Il valore di p_b è 7,5 kPa e quello di $p_a = p_c$ è 2,5 kPa. La temperatura del gas nel punto a è 200 K, ed i volumi in a e c rispettivamente $V_a = 1\mathrm{m}^3$ e $V_c = 3\mathrm{m}^3$. (a) Quante moli del gas si trovano nel campione? Quali sono (b) la temperatura del gas nel punto b, (c) la temperatura del gas nel punto c e (d) il calore netto fornito al gas durante il ciclo?



In [18]:

```
# dati
p_a=2500. # Pa
p_c=p_a
p_b=7500 # Pa
T_a=200. # K
V_a=1. # m^3
V_b=3. # m^3
V_c=3. # m^3
R = 8.314 # [J / (mol K)]
```

In [19]:

```
# a) n = p_a * V_a / R T_a
n=p_a*V_a/R/T_a
print("num moli",n)
```

```
('num moli', 1.5034880923743084)
```

In [20]:

```
# b) T_b = p_b V_b / R n
T_b= p_b*V_b/R/n
print("T_b",T_b,"K")
```

```
('T_b', 1800.0, 'K')
```

In [21]:

```
# c) p_a*V_a/T_a=p_c*V_c/T_c -> T_c = T_a * (p_c V_c) / (p_a V_a)
T_c = T_a * (p_c *  V_c) / (p_a * V_a)
print("T_c",T_c,"K")
```

```
('T_c', 600.0, 'K')
```

In [23]:

```
# d) Delta U=0 -> Q=W
# Wtot = Area Triangolo = (V_c - v_a) (p_b - p_a) *0.5
W=(V_c - V_a) * (p_b - p_a) *0.5
print("Q=W=",W,"J")
```

```
('Q=W=', 5000.0, 'J')
```

In [ ]:

```

```