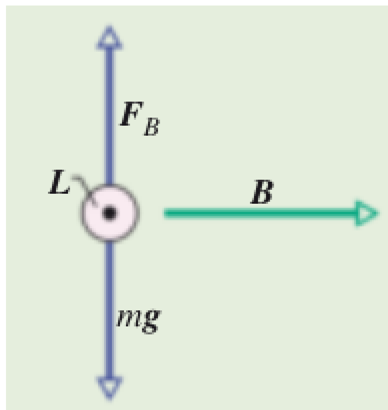
Esercizi su Lezione 5

1. Un filo rettilineo orizzontale di rame, immerso in un campo magnetico uniforme **B**, è percorso da una corrente *i*=28 A. Quali sono la direzione e l'intensità minima del campo magnetico affinché il filo leviti (ovvero la forza generata dal campo magnetico controbilanci la forza di gravità). La densita' lineare (ovvero la massa per unita' di lunghezza) del filo è pari a 46,6 g/m

Soluzione:



L'intesita' della forza che agisce sul filo e' pari a:

$$F_B = i\,lB\sin\theta$$

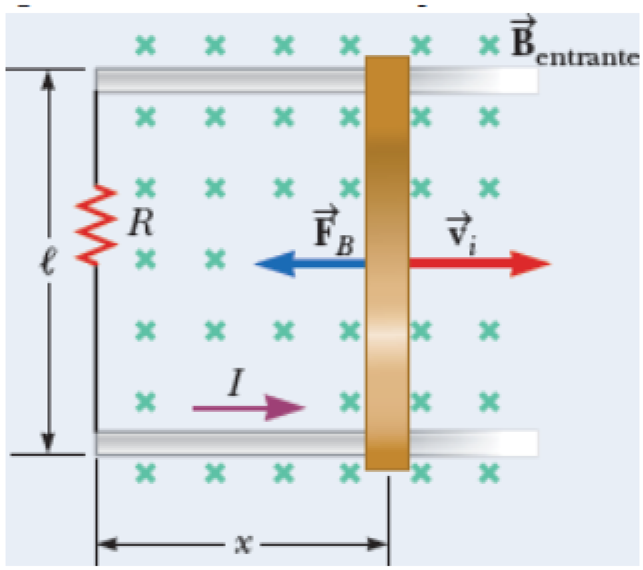
Per controbilanciare la forza di gravità la forza di Lorentz deve essere rivolta verso l'alto ed in modulo uguale a *mg*, dove *m* è la massa del filo, ovvero:

$$B = \frac{mg}{il\sin\theta}$$

Il problema richiede il minimo valore di B sufficiente a controbilanciare le due forze. Ciò corrisponde ad avere il valore massimo di sin ϑ nell'equazione. Ponendo quindi sin ϑ = 1, ne consegue che ϑ = 90°, e che il vettore B è perpendicolare alla direzione del filo. Sostituendo nell'equazione si ottiene:

$$B = \frac{(m/l)g}{i} = \frac{\left(46,6\ \cdot 10^{-3}\,kg/m\right)\left(9.8\,m/s^2\right)}{28\,A} = 1,6\ \cdot 10^{-2}T$$

2.Si consideri un circuito costituito da una barretta conduttrice di lunghezza ℓ che scorre su due guide conduttrici fisse e parallele, come è mostrato nella Figura. Per semplicità assumeremo che la barretta in movimento abbia resistenza elettrica nulla, mentre la resistenza della parte fissa del circuito sia R. Un campo magnetico uniforme e costante **B** è applicato perpendicolarmente al piano del circuito (verso entrante nella pagina). Supponendo che la sbarretta si muova di moto traslatorio con velocità $\mathbf{v}_i$ come indicato in figura calcolare a) la forza elettromotrice e b) la corrente indotte nel circuito.



Soluzione:

Quando la barretta si sposta con velocità $\mathbf{v}_i$, le cariche libere della barretta sono soggette alla forza di Lorentz diretta secondo la lunghezza della barretta. Poiché la barretta in movimento è parte di un circuito chiuso, in esso si instaura una corrente continua. In questo caso, la rapidità di cambiamento del flusso magnetico attraverso il circuito e la conseguente f.e.m. indotta nella barretta in movimento sono proporzionali alla variazione dell'area del circuito mentre la barretta si muove attraverso il campo magnetico.
Essendo l'area del circuito, a ogni istante, ℓx, il flusso magnetico concatenato con il circuito è dato da:

$$\Phi_B = B\ell x$$

dove x, la larghezza del circuito, è un parametro variabile nel tempo. Usando la legge di Faraday, la forza elettromotrice indotta è

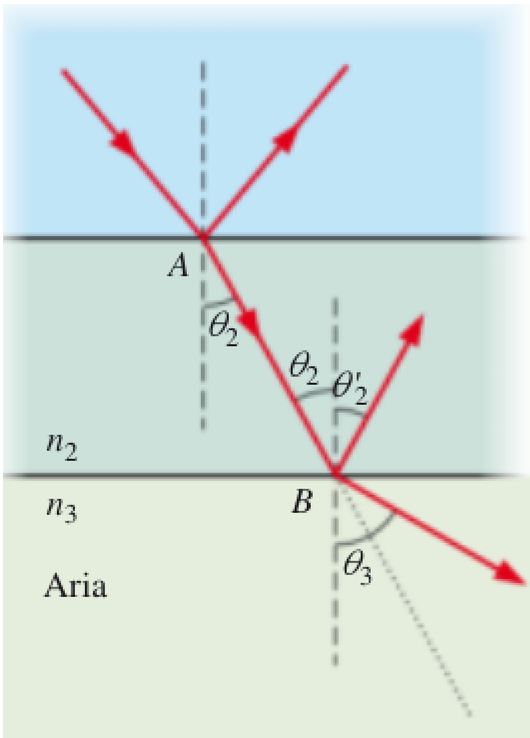
$$\mathcal{E} = -\frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t} = -B\ell\frac{\Delta x}{\Delta t} = -B\,\ell v_i$$

Essendo R la resistenza del circuito, la corrente indotta è:

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R} = -\frac{B\ell v_i}{R}$$

Il segno meno indica che la corrente indotta scorre nel verso tal che il campo magnetico indotto si oppone al campo magnetico originale.

3. Un raggio monocromatico di luce incide nel punto A dell'interfaccia tra due mezzi di indici n_1=1,33 e n_2=1,77, con un angolo di 50° rispetto alla superficie di separazione. Il raggio successivamente emerge passando in aria (n_3=1,0) nel punto B della superficie di separazione.. L'interfaccia su cui giace B e' parallela a quella su cui giace A. Quanto vale il secondo angolo di rifrazione ϑ_3 ?



Souzione:
Possiamo utilizzare la legge di Snell – n_2 sin(ϑ_2) = n_1 sin(ϑ_1) – due volte per ricavare l'angolo richiesto. L'angolo di incidenza del raggio rispetto alla normale nel primo mezzo ϑ_1 = 90°-50° = 40°. Dalla legge di Snell ricaviamo quindi:

$$\theta_2 = \arcsin\left(\frac{n_1}{n_2}\sin\theta_1\right) = 28.88^\circ$$

Ovvero il raggio rifratto nel mezzo 2 si avvicina alla normale (come atteso in quanto n_2>n_1). Come si evince dalla figura l'angolo di incidenza in B corrisponde a ϑ_2 del punto A. Applicando nuovamente la legge di Snell otteniamo:

$$\theta_3 = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_3}\sin\theta_2\right) = 58.75^\circ$$

In questo caso il raggio si allontana dalla normale, coerentemente con il fatto che passa da un mezzo ad indice di rifrazione maggiore ad uno minore.

4. Una mantide religiosa si è appostata lungo l'asse centrale di una lente sottile a facce simmetriche, a 20 cm di distanza dalla lente. L'ingrandimento trasversale della mantide prodotto dalla lente è m = – 0,25 e l'indice di rifrazione della lente è 1,65 (mentre per l'aria n=1,0).
a) Determinare il tipo di immagine prodotta, il tipo di lente, se l'oggetto (la mantide) è più vicino o più lontano del fuoco dalla lente, se l'immagine è dalla stessa parte della lente in cui vi è l'oggetto e infine l'orientamento dell'immagine.
b) Si trovino i raggi di curvatura della lente.

Soluzione:
a) Dalla relazione dell'ingrandimento trasversale m=-i/p ricaviamo che i = -m/p=0.25*20cm=5.0cm.
Essendo *i* positivo, in base alla convenzione dei segni, l'immagine e' reale e si trova dietro la lente. Inoltre la lente deve essere convergente, in quanto unico tipo di lente in grado di creare immagini reali. Infine l'immagine risulta capovolta, in base al segno di *m*.

b)
1. Dato che la lente è simmetrica, r (relativo alla superficie più vicina all'oggetto) ed r hanno lo stesso modulo r.
2. Dato che la lente è convergente, l'oggetto si affaccia a una superficie convessa e quindi r = +r. Viceversa, la faccia ad esso più lontana è concava e quindi r = –r
3. I raggi di curvatura sono in relazione con la lunghezza focale tramite l'equazione del costruttore di lenti

$$\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) \qquad \text{(lente sottile in aria)}$$

4. La lunghezza focale f è legata alla distanza dell'oggetto p e a quella dell'immagine i tramite l'equazione

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{i} = \frac{1}{20\text{ cm}} + \frac{1}{5{,}0\text{ cm}}$$

Da cui troviamo *f*=4.0 cm.
Dall'equazione del costruttore di lenti otteniamo:

$$\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) = (n-1)\left(\frac{1}{+r} - \frac{1}{-r}\right), \quad \frac{1}{4{,}0\text{ cm}} = (1{,}65-1)\frac{2}{r},$$

Ovvero esplicitando r:

$$r = (2)(0{,}65)(4{,}0 \text{ cm}) = 5{,}2 \text{ cm}.$$