ESERCITAZIONE 12/12/2022

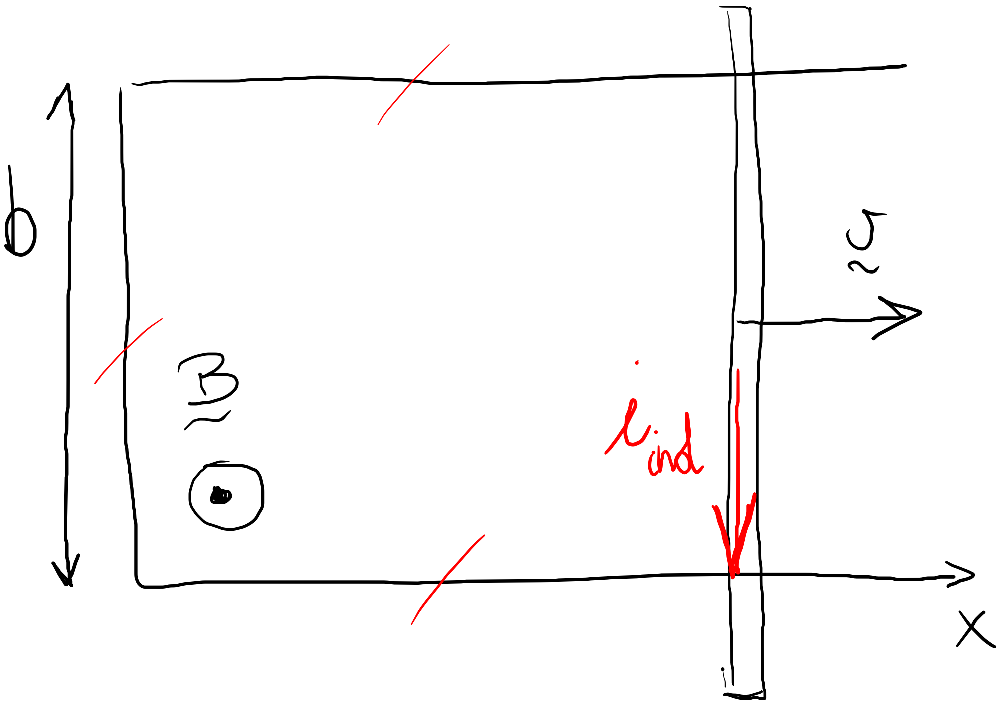
INDUZIONE

SOLENOIDE TOROIDALE

MUTUA INDUZIONE

I TRSFORMATORI

ESERCIZIO 1.



$R = 5\ \Omega$

$b = 5\,cm = 5 \cdot 10^{-2}\,m$

NO FRICTION

$v = 10\ m/s$

$B = 0{,}2\ T$

1. IL VALORE DI i
2. FORZA AGENTE SUL CONDUTTORE MOBILE

1. DETERMINARE IL FLUSSO DEL CAMPO MAGNETICO $\underset{\sim}{B}$

$\Phi_S(\underset{\sim}{B})$: S È LA SUPERFICIE DEL CIRCUITO

$\Phi_S(\underset{\sim}{B}) = B\, b\, x(t) = B b v t \qquad S = S(t)$

$\mathcal{E}_{ind} = -\frac{d\Phi(\underset{\sim}{B})}{dt} = -Bbv$

$i_{ind} = \frac{f.e.m.}{R} = -\frac{Bbv}{R}$

2. PER DETERMINARE LA FORZA:

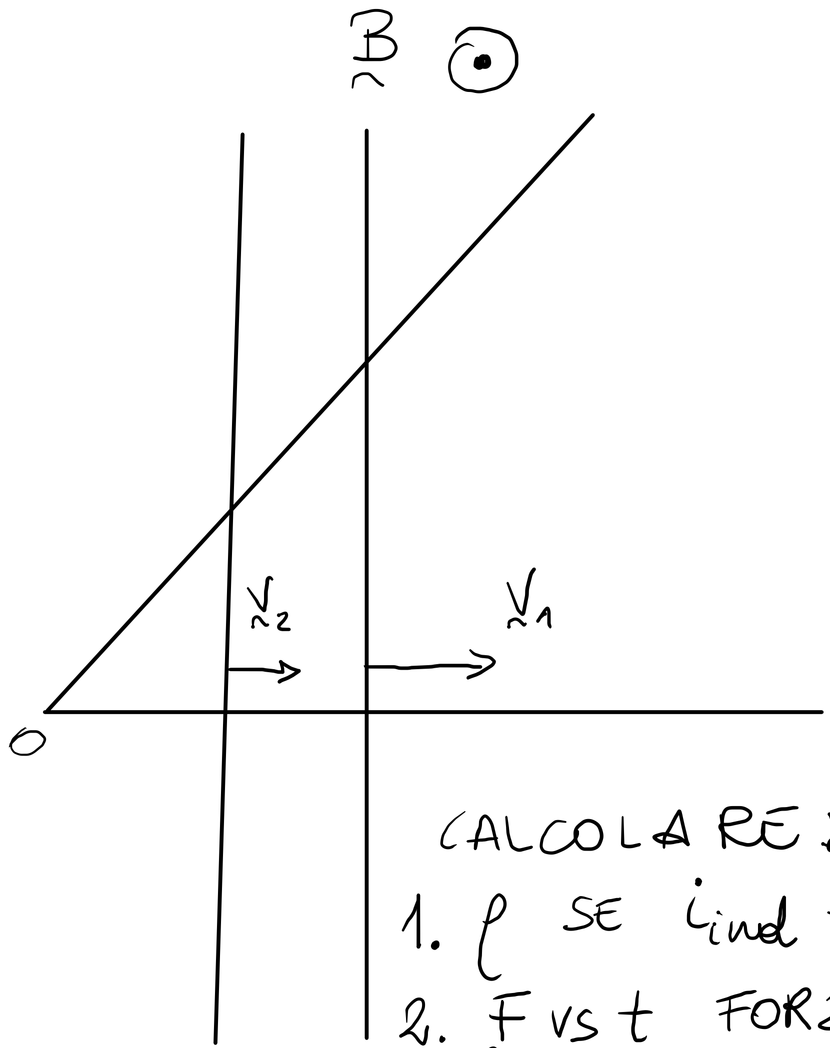
$$\underset{\sim}{F} = I \underset{\sim}{l} \times \underset{\sim}{B} = i \underset{\sim}{b} \times \underset{\sim}{B}$$

$$\underset{\sim}{F} = -\frac{vBb}{R} \, b B \, \hat{i} \simeq -2 \cdot 10^{-4} N \, \hat{i}$$

i_{ind}

la forza è opposta alla velocità $\underset{\sim}{V} = V \hat{i}$

ESERCIZIO 2



ρ = RESISTENZA PER UNITA' DI LUNGHEZZA

$\alpha = \frac{\pi}{4}$ $B = 1,2\,T$

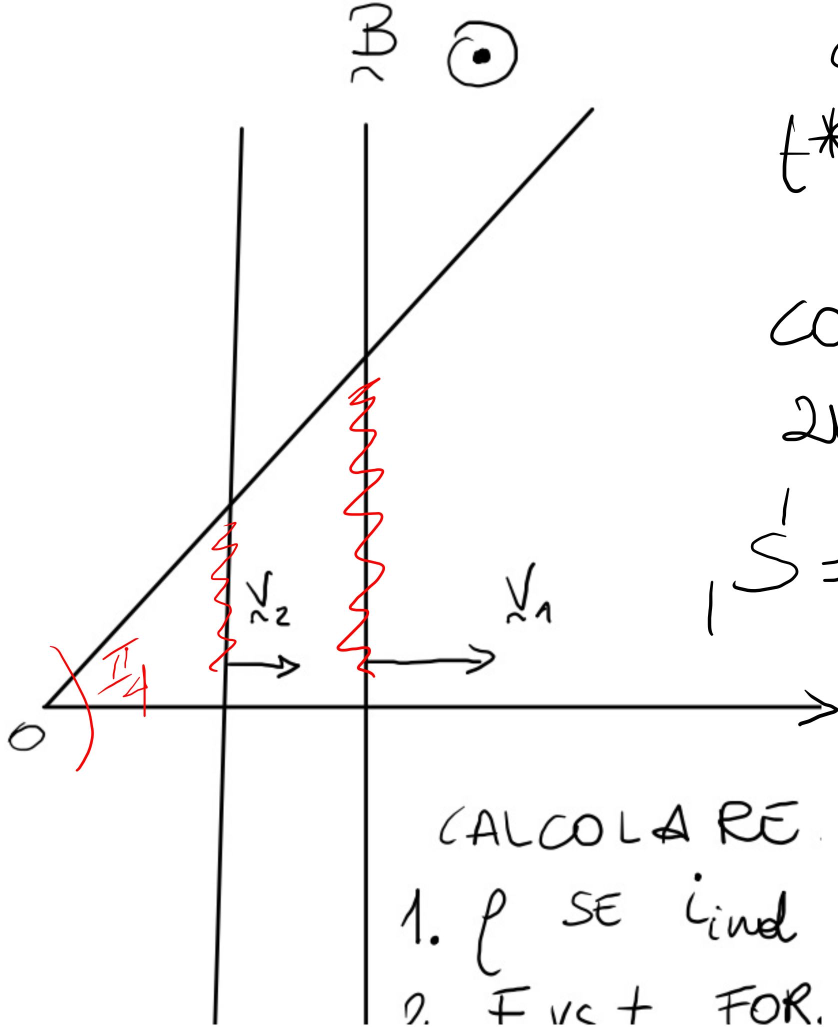
$v_1 > v_2$

$v_1 = 10\,m/s$

$v_2 = 5\,m/s = \frac{v_1}{2}$

CALCOLARE:

1. ρ SE $i_{ind} = 0,24\,A$
2. $\underset{\sim}{F}$ vs t FORZA AGENTE SULLE BARRE
3. $\tilde{\phi}(t')$: $t' = 10\,s$ CARICA NEL CIRCUITO



CONSIDERO UN ISTANTE

t^* : $x_1(t^*) \neq x_2(t^*)$

CONSIDERIAMO IL TRAPEZIO MOBILE

$S' = \frac{1}{2}(y_1+y_2)(x_1(t)-x_2(t))$

$$\boxed{y_i = x_i \operatorname{tg}\alpha = x_i}$$

$S' = \frac{1}{2}(x_1(t)+x_2(t))(x_1(t)-x_2(t))$

$= \frac{1}{2}\left[x_1^2(t) - x_2^2(t)\right]$

CALCOLARE

1. ρ SE i_{ind}

2. F vs t FOR.

$$\Phi_{S}(\underset{\sim}{B}) = \underset{\sim}{B} \cdot \underset{\sim}{S} = B \frac{1}{2}\left(v_1^2 t^2 - v_2^2 t^2\right)$$

dove abbiamo sostituito $x_i(t) = v_i t$

$$\Phi_{S}(\underset{\sim}{B}) = \frac{B t^2}{2}\left(v_1^2 - v_2^2\right)$$

$$\mathcal{E} = -\frac{d}{dt} \frac{B t^2}{2}\left(v_1^2 - v_2^2\right) = -B t \left(v_1^2 - v_2^2\right)$$

$$= -\frac{3}{4} B v_1^2 t$$

$$\boxed{R_{TOT} = R(t) = \rho\, x_1(t) + \rho\, x_2(t) = \rho v_1 t + \rho v_2 t = \rho(v_1+v_2)t}$$

$$x_i(t) = y_i(t)$$

$$i(t) = \frac{1}{R(t)}\left(-\frac{d\phi(\vec{B})}{dt}\right) = -\frac{1}{R(t)}\,\frac{3}{4}B v_1^2 t$$

$$= -\frac{3}{4}B v_1^2 \cancel{t}\cdot\frac{1}{\rho(v_1+v_2)\cancel{t}} = -\frac{\cancel{3}}{\cancel{4}_{2}}B v_1^{\cancel{2}}\cdot\frac{\cancel{2}}{\cancel{3}\,\cancel{v_1}\,\rho}$$

$$= -\frac{B v_1}{2\rho} \Rightarrow 0{,}24 = \frac{B v_1}{2\rho}$$

$$\rho \simeq 25\ \Omega/m$$

CONSIDERATO $y_i(t) = x_i(t)$ PERCHE' $\alpha = \frac{\pi}{4}$

LE FORZE AGENTI SONO LE FORZE DI LORENTZ

$$\underset{\sim}{F}_1 = i \, \underset{\sim}{l}_1 \times \underset{\sim}{B} = i \, x_1(t) B \hat{i} = i \, v_1 t B \hat{i} = -\frac{1}{2} \frac{B^2 v_1^2}{\ell} t \hat{i}$$

$$\underset{\sim}{F}_2 = i \, \underset{\sim}{l}_2 \times \underset{\sim}{B} = \frac{B v_1}{2\ell} v_2 t B \hat{i} = \frac{B^2 v_1 v_2 t}{2\ell} \hat{i}$$

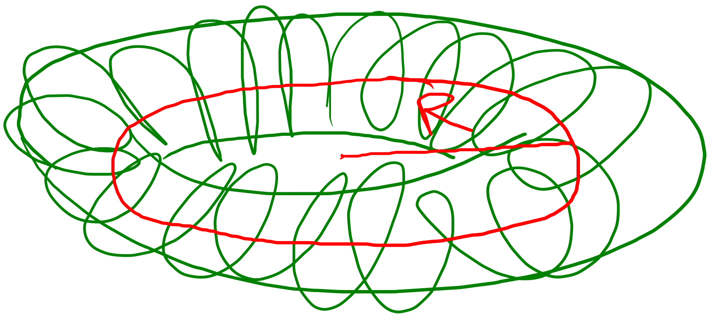
$$= \frac{B^2 v_1^2}{2\ell} \cdot \frac{1}{2} t \hat{i} = \frac{1}{4} \frac{B^2 v_1^2}{\ell} t \hat{i}$$

PER CALCOLARE $Q(t')$ $t' = 10\,s$

$$Q(t') = \int_0^{t'} i(t)\,dt = \int_0^{10} -\frac{B v_1}{2\rho}\,dt =$$

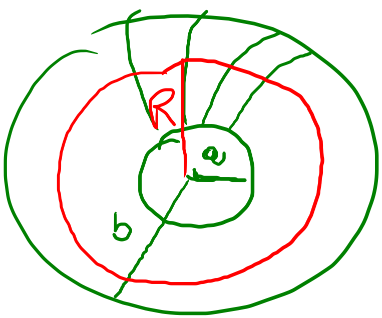
$$-\frac{B v_1}{2\rho}\,t' \simeq -2{,}4\ C$$

SOLENOIDE TOROIDALE



INSIDE $\underset{\sim}{B} \neq \underset{\sim}{0}$

OUTSIDE $\underset{\sim}{B} = \underset{\sim}{0}$



$a < R < b$

$$\oint \underset{\sim}{B} \cdot d\underset{\sim}{l} = B(R)\, 2\pi R = \mu_0 I_{conc}$$

$$B(R)\, 2\pi R = \mu_0 N I \qquad B(R) = \frac{\mu_0 N I}{2\pi R}$$

SULLA CIRCONFERENZA MEDIANA, CIOÈ

RAGGIO $R = \dfrac{a+b}{2}$

$$\boxed{B\left(\frac{a+b}{2}\right) = \frac{\mu_0 N I}{2\pi} \cdot \frac{2}{a+b} = \frac{\mu_0 N I}{\pi(a+b)}}$$

$B = B_{max}$ @ $R = a$ $\quad B = \dfrac{\mu_0 N I}{2\pi a}$

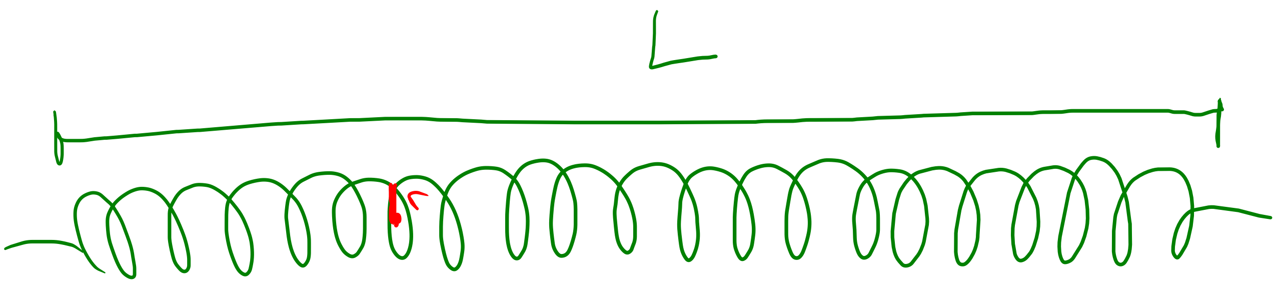
$B = B_{min}$ @ $R = b$ $\quad B = \dfrac{\mu_0 N I}{2\pi b}$

UN'ANALOGIA....

CONSIDERIAMO UN SOLENOIDE RETTILINEO

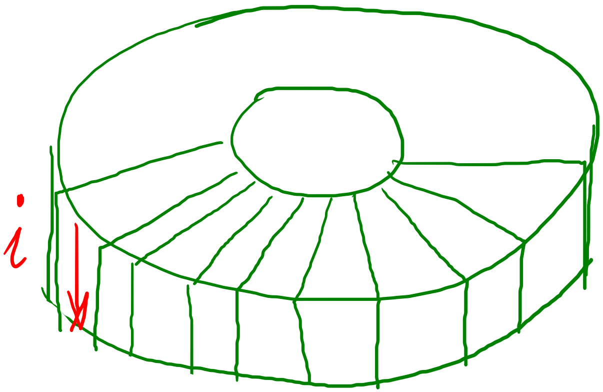
DI LUNGHEZZA $L = 2\pi\left(\frac{a+b}{2}\right) = \pi(a+b)$

E RAGGIO $r = \frac{b-a}{2}$ CON N SPIRE

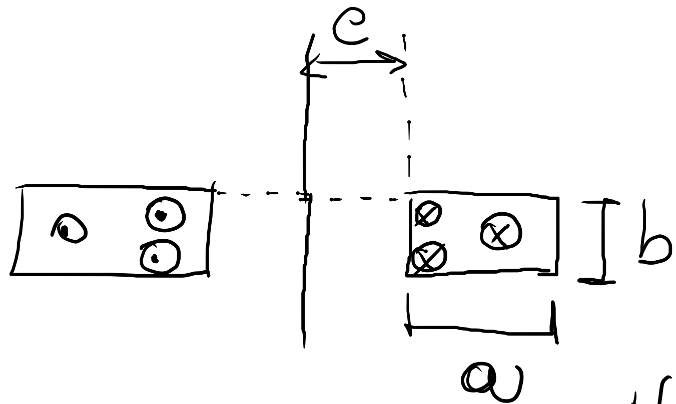


$$B = \mu_0 n I \qquad n = \frac{N}{L} = \frac{N}{\pi(a+b)}$$

$$B = \mu_0 I \frac{N}{\pi(a+b)}$$



$i = 110\ A$



$c = 1{,}10\ m$

$a = 42\ cm$

$b = 2{,}0\ m$

$N = 65000$ spire

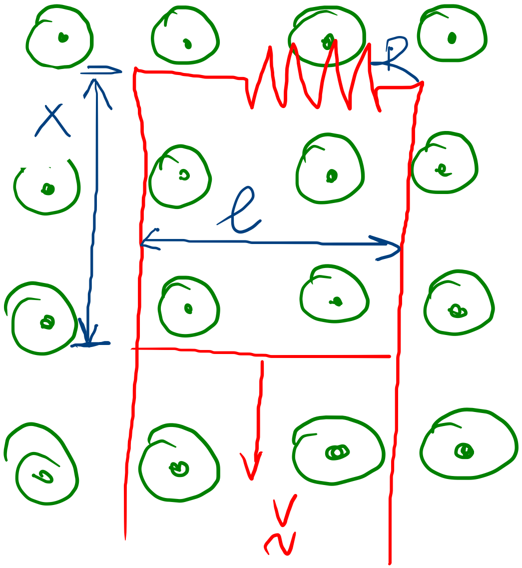
1. CALCOLARE MODULO DI B_{mid} GENERATO DAL SOLENOIDE ALLA COORDINATA RADIALE

$$r = c + \frac{a}{2}$$

$$B_{mid} = \frac{\mu_0\, i\, N}{2\pi\left(c + \frac{a}{2}\right)} = 1{,}09\ T$$

INFATTI

$$B(r) = \frac{\mu_0 I N}{2\pi r}$$



$\ell = a = 42\,\mathrm{cm}$

$R_r = 22\,\mathrm{m}\Omega$

@ $t = 0$ $\quad v_{in} = 0$

DOPO Δt $\quad v = 24.1\,\mathrm{cm/s}$

SIAMO ATTESI DI CALCOLARE LA MASSA DEL BRACCIO MOBILE

DOPO AVER CALCOLATO IL CAMPO B_{mid}

SI APPROSSIMA COSTANTE IN r IL CAMPO

$$B(r) \cong \text{cost.} = B_{mid} = \frac{\mu_0 N i}{2\pi\left(c + \frac{a}{2}\right)}$$

PER DETERMINARE I_{ind} NEL CIRCUITO

SI USA LA LEGGE DI FARADAY @ $t > \Delta t$

CIOÈ ASSUMENDO $v = 24{,}1\ cm/s = 0{,}241\ m/s$

$$S' = S'(t) = l\,x(t) = l\,v\,t$$

$$\frac{d}{dt}\phi_{S(t)}(\underline{B}) = B\frac{d}{dt}l\,v\,t = B\,l\,v \qquad B = B_{mid}$$

$$I_{ind} = \frac{B_{mid}\,l\,v}{R} = \frac{B_{mid}\,a\,v}{R} = 5{,}02\ A$$

CALCOLARE LA FORZA MAGNETICA SUL CONDUTTORE F_{mid}

$$F_{ind} = I_{ind}\, l\, B_{ind} = \frac{B_{ind}^2\, a^2\, V}{R} = 2{,}30\,N$$

PER CALCOLARE, INFINE, LA MASSA DELLA BARRETTA, CONSIDERO L'EQUILIBRIO DELLE FORZE CHE SONO F_{ind} e IL PESO $\underset{\sim}{mg}$ DELLA BARRETTA

$$mg = F_{ind} \Rightarrow m = \frac{B_{ind}^2\, a\, V}{g R}$$

$$m = 235\,g$$

CALCOLARE IL FLUSSO DI B QUANDO IL CONDUTTORE È IN UNA GENERICA POSIZIONE x

SIA $B(r) \simeq B_{mid}$

SIA $B = B(r)$

$$\phi(B_{mid}) = \frac{\mu_0 N I}{2\pi\left(c + \frac{a}{2}\right)} a\, x(t)$$

$$\phi(B(r)) = \iint \frac{\mu_0 N I}{2\pi r} dS = \frac{\mu_0 N I}{2\pi} x(t) \int_c^{c+a} \frac{1}{r} dr$$

$$= \frac{\mu_0 N I}{2\pi} x(t) \ln\left(\frac{c+a}{c}\right)$$ flusso esatto

$$\frac{\Phi(B(r))}{\Phi(B_{mid})} = \ln\left(\frac{c+a}{c}\right) \cdot \frac{\left(c+\frac{a}{2}\right)}{a}$$

$$= \frac{\left(c+\frac{a}{2}\right)}{a} \ln\left(\frac{c+a}{a}\right) = 1{,}01$$

MUTUA INDUZIONE

2 bobine i_1 e i_2 CIRCOLANTI NELLE BOBINE

CORRENTI VARIABILI

SE CAMBIA ISTANTANEAMENTE i_1 SULLA b_2 (BOBINA 2) SI OSSERVA UNA VARIAZIONE DI FLUSSO CONCATENATO ALLE SPIRE E

SIA b_2 COMPOSTA DA N_2 SPIRE

Φ_{21} FLUSSO CONCATENATO CON 1 SPIRA DI b_2 A CAUSA DELLA VARIAZIONE i_1

$$N_2 \phi_{21} \propto i_1 \qquad N_2 \phi_{21} = M_{21} i_1$$

ANALOGAMENTE SI PUÒ SCRIVERE PER LA BOBINA b_1 CON N_1 SPIRE

$$N_1 \phi_{12} \propto i_2 \qquad N_1 \phi_{12} = M_{12} i_2$$

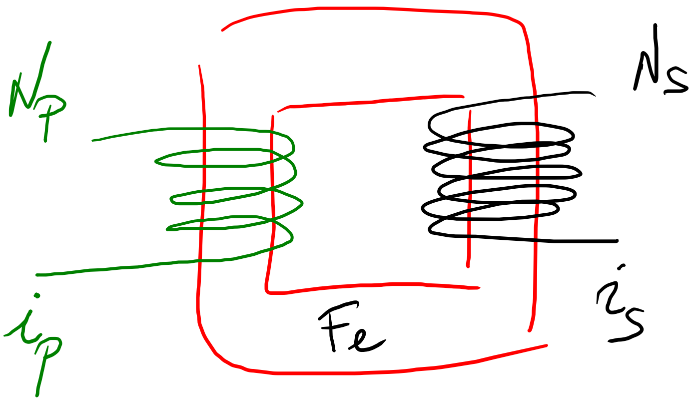
$$\phi_{21} = \frac{M_{21}}{N_2} i_1 \qquad \phi_{12} = \frac{M_{12}}{N_1} i_2$$

$$\mathcal{E}_{21} = \left(-\frac{M_{21}}{N_2}\frac{di_1}{dt}\right) \cdot N_2 \qquad \mathcal{E}_{12} = \left(-\frac{M_{12}}{N_1}\frac{di_2}{dt}\right) N_1$$

$$\mathcal{E}_{21} = -M_{21}\frac{di_1}{dt} \qquad \mathcal{E}_{12} = -M_{12}\frac{di_2}{dt}$$

$$M_{12} = M_{21} = M$$

I TRASFORMATORI UTILIZZANO IL FENOMENO DELLA MUTUA INDUZIONE



$$\mathcal{E} = -\frac{d\phi(\vec{B})}{dt}$$

$$V_s = N_s \mathcal{E} = -N_s \frac{d\phi(\vec{B})}{dt}$$

$$V_p = N_p \mathcal{E} = -N_p \frac{d\phi(\vec{B})}{dt}$$

SE CONFRONTIAMO I POTENZIALI

$$\frac{V_s}{V_p} = \frac{N_s}{N_p} \qquad P_p = i_p V_p \qquad P_s = i_s V_s$$

IN UN TRASFORMATORE IDEALE

$$P_p \simeq P_s$$

$$\frac{P_s}{P_p} \cong 1 = \frac{i_s V_s}{i_p V_p} = \frac{i_s N_s}{i_p N_p}$$

$$\boxed{\frac{i_s}{i_p} = \frac{N_p}{N_s}}$$

DERIVA

$$\frac{V_s}{V_p} = \frac{N_s}{N_p}$$