
Physics Education Laboratory Lecture 16

**Content Knowledge for Quantum Mechanics
Physics. The use of metaphors**

Francesco Longo • 15/12/2022

La metafora nella didattica della Fisica

Strumento noto nella letteratura di ricerca in didattica e che può svolgere differenti ruoli.



“A è B” oppure “A è come B in quanto...”

Attivazione di risorse cognitive per interpretare fenomeni nuovi:

- Circuito elettrico / acqua

Sostitutivo/comparativo (Boyd)



Fa cogliere il meccanismo di ragionamento che sta alla base della modellizzazione:

- Sistema solare / modello atomico

Interazione (Black)



Vantaggi:

- Ricerca delle similitudini e dei limiti: grazie alle dinamiche di mapping allena lo studente a ragionare e a migliorare la comprensione concettuale dei contenuti scientifici.
- Accomodamento: richiama all'attenzione dello studente modelli fisici già incontrati e favorisce così la rappresentazione di nuovi oggetti (corpo nero, fotone, dualismo..)

Svantaggi:

- Eccessiva banalizzazione: termini non chiari e poco comprensibili dagli studenti, metafore eccessivamente cristallizzate o troppo semplici possono allontanare troppo dal concetto che si vuole insegnare generando conoscenze imprecise e approssimative.



Using conceptual metaphor and functional grammar to explore how language used in physics affects student learning

David T. Brookes

Department of Physics; Loomis Laboratory of Physics; 1110 West Green St.; Urbana, IL 61801-3080

Eugenia Etkina

The Graduate School of Education; 10 Seminary Place; New Brunswick, NJ 08901

This paper introduces a theory about the role of language in learning physics. The theory is developed in the context of physics students' and physicists' talking and writing about the subject of quantum mechanics. We found that physicists' language encodes different varieties of analogical models through the use of grammar and conceptual metaphor. We hypothesize that students categorize concepts into ontological categories based on the grammatical structure of physicists' language. We also hypothesize that students over-extend and misapply conceptual metaphors in physicists' speech and writing. Using our theory, we will show how, in some cases, we can explain student difficulties in quantum mechanics as difficulties with language.

PACS numbers: 01.40.Fk;01.40.Ha;03.65.-w

METAFORE SULLA FISICA QUANTISTICA

Tratto da

Fabbri F., *Le metafore nell'insegnamento/apprendimento della fisica quantistica: una sperimentazione con docenti di liceo*. Tesi di Laurea Magistrale in Fisica, Dipartimento di Fisica e Astronomia, Alma Mater Studiorum – Università di Bologna (Relatrici: O. Levrini, L. Branchetti)

I brani riportati di seguito sono stati scelti da diversi libri divulgativi di autori noti (prevalentemente scienziati americani) i quali si propongono, con esempi pittoreschi e avvincenti, di spiegare ad un vasto pubblico concetti di base della meccanica quantistica come indeterminazione o quantizzazione dell'energia. Un ultimo esempio è stato preso invece da un libro di testo universitario di introduzione alla Meccanica Quantistica.

La scelta di ricercare i brani accessibili ad un vasto pubblico con un diverso tipo di conoscenza nella materia specifica, e non in riviste specializzate o testi universitari, è giustificata dal fatto che l'attività è pensata anche per essere realizzata in classi quinte di Liceo.

Le metafore riguardano:

1. la discretizzazione dell'energia

- Brian Greene (1999), *L'universo elegante*, Einaudi, p. 44. *Effetto fotoelettrico*
- Brian Greene (1999), *L'universo elegante*, Einaudi, p. 41. *Quantizzazione dell'energia e corpo nero*

2. il dualismo onda-corpuscolo:

- Lévy-Leblond (2003), *On the nature of quantons*. *Science & Education*. *L'ornitorinco*

3. la funzione d'onda:

- Jim al-Khalili (2014), *La fisica dei perplessi*, Nuovi saggi bollati Boringhieri. *Il ladro*

4. concetti di base di fisica quantistica

- Brian Greene (2004), *La trama del cosmo*, Einaudi p. 95. *Il menù cinese*
- David H. McIntyre 2012, *Quantum mechanics – A paradigms approach*, p. XXI. *I calzini di Erwin*.

Brian Greene (1999), *L'universo elegante*, Einaudi, p. 44. *Effetto fotoelettrico*

Per capire come Einstein sia riuscito a spiegare il fenomeno dell'effetto fotoelettrico, torniamo al nostro stanzone, dove ora fa un bel calduccio. L'orrido proprietario detesta i bambini e costringe tutti i minori di quindici anni a vivere in un seminterrato, che gli adulti possono vedere affacciandosi a una balconata. Come crudeltà aggiuntiva, ha stabilito che un bambino può lasciare quel postaccio solo se paga a una guardia una tassa di 950 lire. I bimbi non possiedono denaro, e così gli adulti cercano di salvarli gettando loro monete e banconote dalla balconata.

Ricordiamo che i soldi sono stati ridistribuiti in modo che ogni adulto possieda solo banconote e monete di un unico tipo. Il portatore delle cinquanta lire inizia a gettare qualche moneta, ma la somma è troppo scarsa per soddisfare la marea «infinita» di bambini che lottano selvaggiamente per accaparrarsi il denaro. Anche se la quantità di monete da 50 lire gettate è enorme, praticamente nessuno riuscirà in questo modo a raccogliere la cifra sufficiente per andarsene. Lo stesso accade quando iniziano i lanci di monete da 100, 200 e 500 lire. Ma quando il possessore delle 1.000 lire inizia a gettare banconote, succede un fatto nuovo: i fortunati bambini che riescono ad afferrare anche un solo biglietto possono andarsene immediatamente. Al crescere della quantità di banconote gettate cresce anche il numero dei fuggiaschi, ognuno dei quali si ritrova esattamente con 50 lire di resto.

Griglia delle corrispondenze per la metafora dell'effetto fotoelettrico

<i>Termini nella metafora</i>	<i>Termini del fenomeno fisico reale</i>
bambini	elettroni
Il proprietario costringe tutti i minori di quindici anni a vivere in un seminterrato	l'elettrone si trova in uno stato legato
Seminterrato/ stanzone	stato legato in cui si trova l'elettrone prima dell'interazione con la radiazione/ orbitale
un bambino può lasciare quel postaccio solo se paga a una guardia una tassa di 950 lire.	un elettrone può essere estratto dall'atomo soltanto a costo di un lavoro di estrazione
tassa	lavoro di estrazione
adulti che lanciano le monete	radiazione incidente
monete/banconote	radiazione (nella forma di "pacchetti discreti" di energia) con cui viene colpito l'atomo e, quindi, l'elettrone
50, 100, 1000 lire	valori possibili dei pacchetti di energia
I soldi sono stati ridistribuiti in modo che ogni adulto possieda solo banconote e monete di un unico tipo.	La radiazione incidente non è monocromatica e l'energia trasportata è "distribuita" sulle diverse lunghezze d'onda
Il portatore delle cinquanta lire inizia a gettare qualche moneta	La radiazione di una certa lunghezza d'onda colpisce l'atomo
Raccogliere	Assorbire un fotone
I fortunati bambini che riescono ad afferrare anche un solo biglietto (da 1000 lire) possono andarsene immediatamente.	Gli elettroni colpiti da un fotone "sufficientemente" energetico (che supera il valore di soglia) vengono estratti
Andarsene con il resto	L'elettrone, dopo l'estrazione, possiede una energia cinetica pari a $E = h\nu - W$
resto	Energia cinetica che rimane all'elettrone, una volta estratto $E = h\nu - W$
Al crescere della quantità di banconote gettate cresce anche il numero dei fuggiaschi	Al crescere del numero dei fotoni che interagiscono con l'atomo, cresce l'intensità del fascio di elettroni estratti

Brian Greene (1999), *L'universo elegante*, Einaudi, p. 41. *Quantizzazione dell'energia e corpo nero*

Vi trovate insieme con un enorme numero di individui -diciamo un numero «infinito» - inscatolati in uno stanzone gelido, il cui proprietario è un profittatore. Un termostato ultimo modello fa mostra di sé alla parete; ma vi accorgete presto che le tariffe imposte dal proprietario per il riscaldamento sono altissime. Se il termostato viene messo sui 10° C, ognuno deve pagare 100.000 lire al giorno; se si alza a 15° C, la cifra sale a 150.000 e così via. Visto che i vostri compagni di sventura sono infiniti, vi rendete conto che il malvagio proprietario guadagnerà una quantità infinita di denaro non appena il riscaldamento verrà acceso.

Ma leggendo meglio il contratto di affitto, vi accorgete di una possibile scappatoia. Il proprietario è un uomo molto occupato e non intende dare resto, soprattutto a un numero infinito di inquilini. Esiste dunque un sistema basato sulla fiducia: solo chi può pagare la cifra esatta paga interamente, gli altri danno quello che hanno. Vi viene allora in mente di raccogliere tutti i soldi dei vostri compagni e di organizzare il pagamento in questa maniera: un individuo prende tutte le monete da 50 lire, un altro tutte quelle da 100, e così via; in questo strano mondo, però, esistono strane banconote, e dopo quelle da 500 000 lire ve ne sono altre di valore ancora superiore, senza un limite massimo. Spavalamente, posizionate il termometro a 25°C. Subito il proprietario si presenta a riscuotere il dovuto (250.000 lire a testa). Ecco cosa succede: chi ha le monete da 50 lire gliene dà 5000, chi ha quelle da 100 lire gliene dà 2500 e così via, fino ad arrivare a chi ha le banconote da 50 000, che ne paga 5, e a chi ha quelle da 100.000, che ne dà solo 2 (perché con 3 il proprietario dovrebbe dare resto). Tutti gli altri, però, hanno solo banconote da 500 000 in su, e quindi non possono pagare, perché ci sarebbe comunque un resto. Il proprietario, che si aspettava una quantità infinita di denaro, si ritrova invece con la misera somma di 2.450 000 lire (ci sono 9 tipi di monete e banconote dalle 50 alle 50.000 lire, e quindi 9 persone che possono pagare 1e 250.000; aggiungendo 1e 200.000 pagate da chi ha le banconote da 100.000 il conto torna).

Planck si comportò in modo molto simile nei confronti delle pretese dell'energia infinita. Arditamente, avanzò l'ipotesi che l'energia trasportata da un'onda elettromagnetica potesse presentarsi - come il denaro contante - solo in pacchetti ben precisi. Introdotta una «Moneta energetica», i valori possibili sono solo multipli interi di questa unità: uno, due, tre eccetera, e nient'altro, proprio come non esiste un quarto di cento lire o mezza banconota da mille. Come gli inquilini che non possono pagare il proprietario perché hanno banconote troppo grandi, se un'onda ha un'energia minima intrinseca più grande del valore che dovrebbe teoricamente fornire all'energia totale, non «paga» e rimane inerte.

Griglia delle corrispondenze per la metafora del corpo nero

<i>Termini nella metafora</i>	<i>Termini del fenomeno fisico reale</i>
Numero infinito di individui	Onde all'interno del corpo nero/ oscillatori
Stanzione gelido	Interno della cavità rappresentante un corpo nero
Termostato	Misuratore della temperatura e, quindi, indicatore dell'equilibrio termico all'interno della cavità.
Numero infinito di individui	Numero degli oscillatori delle pareti su cui può essere distribuita l'energia totale presente nella cavità (nell'ipotesi classica di continuità del campo stesso).
Tariffa imposta dal proprietario (a seconda della temperatura)	Quantità di energia emesso da ciascun oscillatore, in virtù della temperatura, nell'ipotesi termodinamica classica
Quantità infinita di denaro guadagnata dal proprietario	Catastrofe ultravioletta
50,100,...,50000 lire	Discretizzazione dei "pacchetti" d'energia che il campo può scambiare con gli oscillatori delle pareti
Raccogliere i soldi [...] organizzare il pagamento	Quantizzazione/ nuovo modo di "contare"
Un individuo prende tutte le monete da 50 lire, un altro tutte quelle da 100, e così via	Divisione delle energie degli oscillatori in base alla loro frequenza, come multipli di una grandezza fondamentale, come illustra il postulato di Planck [<i>Qualsiasi grandezza fisica con un grado di libertà la cui "coordinata" è una funzione sinusoidale del tempo può possedere solo energie totali E tali che sia soddisfatta la relazione $E = nh\nu$</i>]
Il proprietario si ritrova invece con la misera somma di 2.450 000 lire (ci sono 9 tipi di monete e banconote dalle 50 alle 50.000 lire, e quindi 9 persone che possono pagare 1e 250.000; aggiungendo 1e 200.000 pagate da chi ha le banconote da 100.000 il conto torna).	Tramite le intuizioni di Planck, sostituendo all'integrale per il calcolo dell'energia media una sommatoria sui valori discreti dell'energia, si riesce superare i risultati di Rayleigh-Jeans ed evitare la catastrofe ultra violetta

Jim al-Khalili (2014), La fisica dei perplessi, Nuovi saggi bollati Boringhieri. *Metafora del ladro*

Un ladro è appena uscito di prigione e la polizia non è per nulla convinta che abbia cambiato vita, per cui, studiando una cartina della città, cerca di seugire i suoi movimenti dopo il rilascio. I poliziotti non riescono a determinare esattamente dove di trovi il ladro in ogni istante, ma possono cercare di indovinare la probabilità che avvengano furti negli appartamenti dei vari quartieri. Per cominciare, le case vicino alla prigione saranno più a rischio, ma l'aera interessati si allarga con il tempo; si può anche dire con relativa certezza che le zone più ricche saranno più a rischio di quelle povere. Questa ondata di crimini dovuti a un solo uomo si estende in tutta la città, e si può considerare come un'onda di probabilità: non è una cosa tangibile, o reale, è solo un insieme di numeri astrattamente assegnati a ogni luogo in città. In modo simile, la funzione d'onda si estende dal punto in cui l'elettrone è stato visto l'ultima volta e ci permette di calcolare quanto è probabile che ora si trovi in un punto o in un altro.

Gli investigatori si accorgono che la loro intuizione era corretta quando avviene un furto in un certo appartamento. Questo cambia la distribuzione di probabilità, perché ora si sa che il ladro sarà nei paraggi della scena del crimine. Allo stesso modo, se l'elettrone viene rilevato in un certo punto, allora la sua funzione d'onda cambia immediatamente. Nel momento della rilevazione ci sarà probabilità zero di trovarlo in qualunque altro posto, e poi la funzione d'onda evolve nel tempo e si estende di nuovo.

Griglia delle corrispondenze per la metafora della funzione d'onda

<i>Termini nella metafora</i>	<i>Termini del fenomeno fisico reale</i>
Ladro	Elettrone
Polizia	Osservatore/scienziato/sperimentatore
Cartina della città	Spazio in cui l'elettrone può essere trovato (scatola vuota, in un orbitale, in una buca di potenziale...)
I poliziotti non riescono a determinare esattamente dove di trovi il ladro in ogni istante	La posizione dell'elettrone non è determinabile con certezza sulla base di una legge deterministica
Probabilità che avvengano furti nei vari quartieri	Probabilità di trovare l'elettrone nei vari punti dello spazio
Furto	Interazione tra l'elettrone e lo strumento (atto della misura)
Distribuzione di probabilità di trovare il ladro	Distribuzione di probabilità di trovare l'elettrone
Le case vicino alla prigione saranno più a rischio, ma l'area interessata si allarga con il tempo.	La funzione d'onda evolve nel tempo
Questo [il furto] cambia la distribuzione di probabilità, perché ora si sa che il ladro sarà nei paraggi della scena del crimine.	L'atto della misura permette di affermare che, subito dopo la misura stessa, l'elettrone si trova in una zona precisa

Brian Greene (2004), *La trama del cosmo*, Einaudi p. 95. *Il menù cinese*

Per capire di che cosa si tratta [il principio di indeterminazione], pensiamo al menù a prezzo fisso di alcuni ristoranti cinesi: le pietanze sono elencate in due colonne, A e B. Se ordiniamo il primo piatto della colonna A, non possiamo ordinare il primo piatto della colonna B; se ordiniamo il secondo piatto della colonna A, non possiamo ordinare il secondo della colonna B, e così di seguito. In questo modo il ristorante istituisce una sorta di dualismo alimentare, una complementarità culinaria (che impedisce, in particolare, al cliente di scegliere tutti i piatti più cari). Nei menù cinesi a prezzo fisso possiamo avere l'anatra alla pechinese o l'aragosta alla cantonese, ma non entrambe.

Il principio di indeterminazione di Heisenberg fa una cosa molto simile: a grandi linee, inserisce le caratteristiche fisiche del mondo microscopico in due elenchi distinti A e B. La conoscenza della prima caratteristica dell'elenco A compromette sostanzialmente la capacità di conoscere la prima della lista B; la conoscenza della seconda caratteristica dell'elenco A compromette la capacità di conoscere la seconda dell'elenco B, e così via. Inoltre, proprio cose se ci fosse concesso di assaporare

un piatto contenente un po' di anatra alla pechinese e di aragosta alla cantonese, ma solo in proporzioni tali da corrispondere allo stesso prezzo totale, quanto più precisa è la nostra conoscenza di un aspetto della lista A, tanto meno precisa sarà quella dell'aspetto corrispondente della lista B. L'incapacità fondamentale di determinare simultaneamente tutte le caratteristiche dei due elenchi, ossia di stabilire con certezza tutte le proprietà del mondo microscopico, è l'indeterminazione illustrata dal principio di Heisenberg.

Griglia delle corrispondenze per la metafora del principio di indeterminazione.

<i>Termini nella metafora</i>	<i>Termini del fenomeno fisico reale</i>
Menù a prezzo fisso	Oggetto quantistico
Piatti	Proprietà dell'oggetto/ grandezze misurabili
Divisione in colonna A e colonna B	Divisione in due classi di proprietà dell'oggetto non commutabili
Anatra alla pechinese/aragosta alla cantonese	Esempio di grandezze coniugate da misurare: es. posizione e quantità di moto
Prezzo totale fissato	Il prodotto delle dispersioni è sempre $\geq \hbar/2$
Ordiniamo	Misuriamo una grandezza del sistema
Possiamo avere [...] ma non entrambi Tanto più precisa è....tanto meno precisa sarà...	Possiamo conoscere una grandezza del sistema con la precisione che vogliamo ma non entrambe le grandezze. Tanto più precisa è la misura dell'una, tanto meno precisa sarà l'altra

David H. McIntyre 2012, Quantum mechanics – A paradigms approach, p. XXI. *I calzini di Erwin*

Erwin aveva una collezione di calzini molto semplice – rossi o blu, per andare all'università o per giocare a pallone, corti o lunghi a seconda che li portasse con pantaloni o pantaloncini.

Erwin teneva i calzini in due cassette: in uno teneva i calzini rossi e nell'altro quelli blu, ritenendo di poter capire se erano lunghi o corti semplicemente toccandoli.

Ma non era proprio così: infatti ogni volta che dal cassetto dei calzini rossi, estraeva due calze lunghe o due corte, c'era una probabilità del 50% che ognuno dei due fosse rosso o blu; stesso risultato per il cassetto blu. I calzini sembravano aver *dimenticato* la proprietà che Erwin aveva determinato precedentemente, ovvero il loro colore!

Erwin decise così di organizzare i calzini secondo la loro lunghezza: fece un cassetto con i calzini lunghi ed uno per i calzini corti. Quando però andava a prendere da uno dei due cassette due calze rosse o blu, c'era una probabilità del 50% che ognuno dei due fosse lungo o corto...avevano *dimenticato* la proprietà di essere lunghi o corti.

Griglia delle corrispondenze per la metafora dei calzini.

<i>Termini nella metafora</i>	<i>Termini del fenomeno fisico reale (in riferimento ad un apparato Stern & Gerlach)</i>
Erwin	Scienziato/sperimentatore
Collezione di calzini	Insieme di oggetti quantistici (fascio di fotoni, elettroni...)
Colore (rossi o blu) Lunghezza (corti o lunghi)	Coppia di grandezze fisiche che non commutano, ciascuna delle quali può assumere soltanto due valori (es. spin lungo z e spin lungo x)
Calzini rossi e blu	Ad esempio, stato di spin z su e di spin z giù
Calzini lunghi e corti	Ad esempio, stato di spin x su e di spin x giù
"Erwin teneva i calzini in due cassetti: in uno teneva i calzini rossi e nell'altro quelli blu."	Lo scienziato prepara il sistema fisico, facendolo passare attraverso uno strumento di misura, ad esempio attraverso un apparato di Stern e Gerlach disposto in modo tale da misurare lo spin degli atomi d'argento lungo z.
Due cassetti	I due autostati (possibili esiti di una misura) di una grandezza come lo spin
"[Erwin] dal cassetto dei calzini rossi estrae due calze lunghe o due corte" [] "andava a prendere da uno dei due cassetti [o corto o lungo] due calze rosse o blu"	Lo scienziato seleziona il fascio con spin z su e, su questo, fa una misura di spin x, facendolo passare attraverso un apparato di Stern e Gerlach disposto lungo x. Quindi seleziona il fascio corrispondente a spin x su o a spin x giù e lo fa di nuovo passare attraverso un apparato di Stern e Gerlach disposto lungo z.
Se scelgo un calzino lungo o corto "c'è una probabilità del 50% che ognuno dei due fosse rosso o blu" Se scelgo un calzino rosso o blu "c'è una probabilità del 50% che ognuno dei due fosse lungo o corto"	Se lo scienziato seleziona gli atomi dal fascio corrispondente a spin x su o giù, c'è una probabilità del 50% che gli atomi di ciascun fascio abbiano spin z su o giù. Se lo scienziato seleziona gli atomi dal fascio corrispondente a spin z su o giù, c'è una probabilità del 50% che gli atomi di ciascun fascio abbiano spin x su o giù.
"I calzini sembravano aver dimenticato la proprietà che Erwin aveva determinato precedentemente" "avevano dimenticato la proprietà di essere lunghi o corti."	Gli atomi sembrano aver dimenticato la proprietà che lo scienziato aveva determinato nella misura che aveva preceduto quella della variabile coniugata, ad esempio avevamo dimenticato la proprietà di avere spin z su, se su questo fascio poi faccio una misura di spin x.
Proprietà di colore Proprietà di lunghezza	Non si può dire che gli oggetti quantistici abbiano una proprietà determinata: questa proprietà, in generale, esiste solo in uno stato di sovrapposizione.

Quantum Mechanics in Textbooks



1 CORPUSCOLI E ONDE: DUE MODELLI PER I FENOMENI

Un **corpuscolo**, o particella, è un ente a cui possiamo attribuire in ogni istante una posizione; l'insieme delle posizioni assunte nel tempo costituisce la traiettoria di un corpuscolo. Le leggi della dinamica ci permettono di descrivere la legge oraria del corpuscolo, una volta che sono note le forze che agiscono su di esso.

Un'onda è un fenomeno di propagazione di una perturbazione, soggetta al principio di sovrapposizione: dove agiscono due perturbazioni, la perturbazione risultante è la somma algebrica delle perturbazioni concorrenti. Questo dà luogo ai fenomeni di interferenza e diffrazione, caratteristici dei fenomeni ondulatori.

Abbiamo usato questi modelli, in modo più o meno esplicito, per interpretare molti fenomeni fisici: i moti di oggetti diversi, spesso considerandoli come particelle puntiformi dotate di massa (anche quando erano pianeti o stelle); gli urti tra oggetti, sempre utilizzando il modello del corpuscolo; un modello per l'atomo come costituito da piccole particelle cariche, gli elettroni e i protoni, e neutri, i neutroni; il suono, interpretandolo come onde di pressione che si propagano in un mezzo materiale; la luce, interpretandola come onde elettromagnetiche, cioè onde dei campi elettrico e magnetico (decisivo per l'interpretazione della luce come un'onda è stato l'esperimento di Young che evidenzia il fenomeno di interferenza).

Tra la fine del XIX secolo e i primi decenni del XX, tuttavia, una serie di risultati sperimentali e modelli teorici mettono in discussione alcuni risultati precedenti:

- in alcuni esperimenti la luce mostra comportamenti che non si riescono a interpretare con un modello ondulatorio e si spiegano invece con un modello corpuscolare;
- in alcuni esperimenti gli elettroni mostrano fenomeni di interferenza, che potrebbero essere descritti con un modello ondulatorio.

In 3 minuti

- $E = hf$
- Il principio di indeterminazione



Elenciamo alcuni di questi risultati, che poi discuteremo nel dettaglio:

Metà dell'Ottocento	Gli spettri di emissione di diversi elementi chimici, mostrano righe separate, invece che spettri continui.
1887	Hertz descrive l'effetto fotoelettrico (Lenard nel 1902 lo farà in modo più quantitativo) in base al quale la luce che colpisce un metallo provoca l'emissione di elettroni.
Fine dell'Ottocento	Non si riesce a derivare una legge che descriva lo spettro di emissione della radiazione del corpo nero.
1900	Planck ottiene una legge che descrive i dati sull'emissione del corpo nero basandosi sull'ipotesi che la luce venga assorbita e emessa dagli atomi sotto forma di pacchetti discreti di energia (corpuscoli).
1905	Einstein interpreta l'effetto fotoelettrico ipotizzando che la luce sia composta da corpuscoli.
1913	Bohr propone un modello atomico che comprende gli spettri a righe, ipotizzando che gli elettroni in un atomo abbiano alcune proprietà ondulatorie.
1914	Esperimento Franck-Hertz: un atomo può assorbire quantità di energia solo se queste sono multiple di un valore fondamentale.
1923	L'effetto Compton, in base al quale la luce che incide su un elettrone rimbalza cambiando frequenza, viene interpretato considerando la luce come composta da corpuscoli.
1927	Esperimento di Davisson-Germer: gli elettroni che passano attraverso un cristallo di nichel mostrano una figura di interferenza come se fossero onde.

Il quadro fornito da questi risultati fu raccolto da Bohr nel cosiddetto **principio di complementarità**:

sia la radiazione che le particelle esibiscono proprietà ondulatorie o caratteristiche corpuscolari a seconda dell'apparato sperimentale con cui interagiscono.

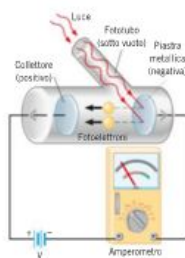
Questo principio cercava di spiegare i nuovi fenomeni osservati tenendo insieme il modello corpuscolare e quello ondulatorio. Come vedremo al termine del capitolo, il principio di complementarità è stato poi superato dallo sviluppo concettuale successivo della fisica quantistica.

2 L'EFFETTO FOTOELETTRICO E I FOTONI

L'effetto fotoelettrico

Figura 1

Nell'effetto fotoelettrico, una superficie metallica emette elettroni quando è illuminata da un fascio di luce di frequenza sufficientemente elevata. Questi fotoelettroni possono essere raccolti su una piastra positiva, producendo una corrente.



L'effetto fotoelettrico fu studiato sistematicamente negli ultimi anni dell'Ottocento dal fisico tedesco Philipp Lenard (1862-1947). La figura 1 mostra l'apparato sperimentale: un fascio di luce incide su una piastra metallica, racchiusa all'interno di un tubo in cui è stato praticato il vuoto. La superficie del metallo emette elettroni, che si muovono verso un elettrodo positivo, chiamato **collettore**, e producono una corrente di elettroni rilevabile con un amperometro. Tali elettroni, estratti con l'ausilio della luce, vengono chiamati **fotoelettroni**.

Per misurare l'energia cinetica massima posseduta dagli elettroni emessi dal metallo si può

applicare una differenza di potenziale variabile e di segno opposto, che invece di attirare gli elettroni verso il collettore li respinga: il valore minimo V_{stop} della ddp per cui la corrente si annulla è detto **potenziale di arresto**. Il lavoro compiuto dal campo elettrico per fermare gli elettroni è numericamente uguale all'energia cinetica degli elettroni più energetici: $eV_{stop} = K_{max}$. In questo modo misurando V_{stop} si può ricavare K_{max} .

Se si misura l'**energia cinetica massima dei fotoelettroni al variare dell'intensità e della frequenza della luce incidente**, si osservano le seguenti caratteristiche:

- esiste una frequenza minima f_0 , detta **frequenza di soglia**, al di sotto della quale non vengono emessi elettroni qualunque sia il valore dell'intensità della luce incidente;
- al di sopra della frequenza di soglia, K_{max} dipende linearmente dalla frequenza (figura 2) e non dipende dall'intensità;
- per un valore fissato della frequenza l'intensità di corrente cresce con l'intensità della luce incidente.



Figura 2

I fotoni possono espellere gli elettroni da un metallo quando la frequenza della luce supera un valore minimo f_0 . Per frequenze superiori, gli elettroni emessi hanno un valore massimo di energia cinetica K_{max} che dipende linearmente dalla frequenza, come mostra il grafico.

Difficoltà interpretative

Nel suo complesso, l'effetto fotoelettrico si potrebbe spiegare così: la radiazione elettromagnetica colpisce l'elettrone trasferendogli la sua energia; con questa energia l'elettrone può sfuggire all'attrazione del reticolo cristallino del metallo.

Se però si interpreta l'effetto fotoelettrico utilizzando il modello ondulatorio per la radiazione incidente, i risultati sperimentali lasciano alcuni dubbi:

- non si capisce perché debba esistere una frequenza di soglia; la potenza trasportata da un'onda è infatti proporzionale al quadrato della sua ampiezza: così se la radiazione incide su un elettrone per un tempo sufficientemente lungo, dovrebbe riuscire comunque a trasferire all'elettrone l'energia necessaria per farlo uscire dal metallo;
- non si capisce perché l'energia cinetica massima dei fotoelettroni dipenda solo dalla frequenza della radiazione incidente e non dalla sua intensità, dalla quale dipende l'energia trasportata dalla radiazione.

L'ipotesi del fotone

Nel 1905 Einstein ipotizzò che la luce di frequenza f potesse essere considerata come un insieme di particelle, che in seguito vennero chiamati **fotoni**, ciascuno con un'energia:

$$\text{Energia di un fotone} \quad E = hf \quad [1]$$

dove h è la costante di Planck.

Secondo questa ipotesi, quando aumenta l'intensità della luce, aumenta il numero di fotoni ma l'energia di ciascuno di essi rimane invariata.

Einstein utilizzò l'ipotesi del fotone per spiegare le caratteristiche dell'effetto fotoelettrico. Secondo Einstein, quando la luce colpisce un metallo un fotone può cedere la propria energia a un elettrone del metallo: se questa energia è maggiore o uguale al lavoro necessario per estrarre l'elettrone dal metallo, l'elettrone viene emesso.

Il lavoro minimo W_0 per estrarre un elettrone è detto **lavoro di estrazione** e dipende dal metallo. Ma quanto vale l'energia cinetica massima K_{max} di un fotone

lettrone che fuoriesce del metallo? Einstein applicò il principio di conservazione dell'energia e propose la seguente relazione per le grandezze coinvolte nell'effetto fotoelettrico:

$$hf = K_{\max} + W_0 \quad [2]$$

dove hf è l'energia del fotone, $K_{\max}$ l'energia cinetica massima del fotoelettrone e W_0 il lavoro di estrazione del metallo.

In base all'equazione [2], l'energia cinetica massima di un fotoelettrone risulta:

$$K_{\max} = hf - W_0$$

Ora siamo in grado di interpretare meglio il grafico di figura 2. Sappiamo che la frequenza di soglia f_0 è la minima frequenza che la luce incidente deve avere per strappare un elettrone al metallo. In questo caso particolare, il fotoelettrone viene emesso con energia cinetica nulla, così l'energia del fotone hf_0 risulta uguale al lavoro di estrazione W_0 : $0 = hf_0 - W_0$. La frequenza di soglia risulta dunque $f_0 = W_0/h$. Per valori di f minori di f_0 , $K_{\max}$ è negativa ed è per questo che non si ha emissione di elettroni; per valori di f maggiori di f_0 , invece, $K_{\max}$ cresce linearmente con f .

Il fatto che un solo fotone interagisca con un solo elettrone spiega perché l'energia cinetica dei fotoelettroni non dipende dall'intensità. L'aumento dell'intensità della luce, infatti, provoca soltanto l'aumento del numero dei fotoni, ma l'energia che essi trasportano e che possono trasferire agli elettroni del metallo dipende solo dalla frequenza.

RICORDA

Lavoro di estrazione

Il lavoro di estrazione di un metallo è l'energia minima richiesta per espellere un elettrone dal metallo stesso. Un elettrone che ha ricevuto questa energia ha energia cinetica nulla.

Esempio 1 L'effetto fotoelettrico per una superficie di argento

Il lavoro di estrazione dell'argento è $W_0 = 4,73$ eV.

- Determina la frequenza minima che la luce deve possedere per estrarre elettroni dalla sua superficie.

La soluzione

Poiché $1 \text{ eV} = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ J}$, il lavoro di estrazione espresso in joule è

$$W_0 = (4,73 \text{ eV}) \left(\frac{1,60 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{1 \text{ eV}} \right) = 7,57 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

La frequenza di soglia f_0 è la frequenza per cui l'energia del fotone è uguale al lavoro di estrazione W_0 del metallo. Usando l'equazione [2] con $K_{\max} = 0$, otteniamo

$$hf_0 = W_0 \rightarrow f_0 = \frac{W_0}{h} = \frac{7,57 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J s}} = 1,14 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$$

che corrisponde a una lunghezza d'onda $\lambda_0 = 263 \text{ nm}$, nella regione ultravioletta dello spettro.

Esempio 2 La massima velocità dei fotoelettroni

Una luce monocromatica con una lunghezza d'onda di 95 nm colpisce una superficie di selenio, che ha un lavoro di estrazione di $5,9 \text{ eV}$. Gli elettroni emessi hanno un'energia cinetica diversa da zero.

- Determina la massima velocità con cui gli elettroni vengono espulsi.

La soluzione

L'energia cinetica massima $K_{\max}$ dei fotoelettroni è $K_{\max} = (1/2)mv_{\max}^2$, da cui si ottiene l'equazione

$$v_{\max} = \sqrt{\frac{2K_{\max}}{m}}$$

dove m è la massa dell'elettrone, che vale $m = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$.

Dal principio di conservazione dell'energia $hf = K_{\max} + W_0$ ricaviamo

$$K_{\max} = hf - W_0$$

Sappiamo che $f\lambda = c$, da cui segue

$$f = \frac{c}{\lambda}$$

Combinando i vari passaggi si ottiene algebricamente

$$v_{\max} = \sqrt{\frac{2K_{\max}}{m}} = \sqrt{\frac{2(hf - W_0)}{m}} = \sqrt{\frac{2\left(h\frac{c}{\lambda} - W_0\right)}{m}}$$

Numericamente risulta

$$v_{\max} = \sqrt{\frac{2\left[2\left(6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J s}\right) \frac{3,00 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{95 \cdot 10^{-9} \text{ m}} - (5,9 \text{ eV}) \frac{1,60 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{1 \text{ eV}}\right]}{9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}}} = 1,6 \cdot 10^6 \text{ m/s}$$

Si noti che nel calcolo abbiamo convertito il lavoro di estrazione da elettronvolt a joule ($1 \text{ eV} = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ J}$).

La quantità di moto di un fotone

Abbiamo visto che il fotone può interagire con un elettrone come se fosse una particella. Il fotone però è una particella molto particolare: nel vuoto si muove sempre alla velocità della luce c ed è privo di massa. Di conseguenza l'energia totale di un fotone coincide con la sua energia cinetica, perché la sua energia a riposo è uguale a zero.

Se consideriamo la relazione tra energia e quantità di moto ottenuta in relatività

$$E^2 = p^2 c^2 + m^2 c^4$$

osserviamo che per una particella di massa nulla la quantità di moto è $p = \frac{E}{c}$, che nel caso di un fotone diventa $p = \frac{hf}{c}$. Anche per il fotone questa grandezza ha carattere vettoriale e la sua direzione e verso sono quelle del fascio di luce.

Esempio 3 Quanti fotoni spara una lampadina?

Un LED da 6 W converte energia elettrica in energia luminosa con un rendimento pari a circa il 21%. Supponiamo che la luce sia verde (lunghezza d'onda nel vuoto = 555 nm).

- Determina il numero di fotoni emessi dal LED ogni secondo.

La soluzione

Il numero di fotoni emessi al secondo può essere ottenuto dividendo la quantità di energia luminosa emessa ogni secondo per l'energia E di un fotone. L'energia del singolo fotone vale $E = hf$. La frequenza f del fotone è legata alla sua lunghezza d'onda λ , ovvero $f = c/\lambda$.

Poiché $f = c/\lambda$, l'energia di un fotone con $\lambda = 555 \text{ nm}$ è

$$E = hf = \frac{hc}{\lambda} = \frac{(6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s})(3,00 \cdot 10^8 \text{ m/s})}{555 \cdot 10^{-9} \text{ m}} = 3,58 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

Ogni secondo un LED da 6 W con un rendimento del 21% emette $0,21 \cdot (6,0 \text{ J/s}) \approx 1,3 \text{ J/s}$ di energia luminosa. Quindi

$$\begin{aligned} \frac{\text{numero di fotoni}}{\text{emessi al secondo}} &= \frac{\text{energia luminosa emessa al secondo}}{\text{energia di un fotone}} = \\ &= \frac{1,3 \text{ J/s}}{3,58 \cdot 10^{-19} \text{ J/fotone}} = 3,6 \cdot 10^{18} \text{ fotoni/s} \end{aligned}$$

3 LA RADIAZIONE DI CORPO NERO E L'IPOTESI DI PLANCK

Storicamente l'idea che l'interazione tra radiazione e materia avvenisse per pacchetti discreti di energia e non in modo continuo è legata allo studio dello spettro di emissione di un corpo nero.

Tutti i corpi, qualunque sia la loro temperatura, emettono continuamente onde elettromagnetiche. Per determinare le caratteristiche di questa emissione, alla fine dell'Ottocento i fisici iniziarono a studiare in modo sistematico le proprietà di emissione della radiazione elettromagnetica da parte di un **corpo nero**.

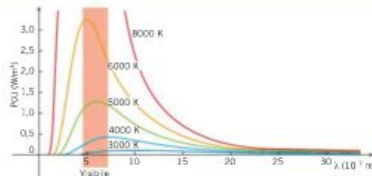
Come abbiamo già visto, un corpo nero è un oggetto qualsiasi che assorbe tutta la radiazione elettromagnetica che lo colpisce. Per effettuare misure in laboratorio si realizza un corpo nero mediante una cavità, le cui pareti sono mantenute a temperatura uniforme e costante. Le pareti assorbono e rimettono le radiazioni elettromagnetiche di tutte le lunghezze d'onda. Attraverso un foro si analizza la radiazione nella cavità: per mezzo di opportuni strumenti, si misura l'energia presente per ogni lunghezza d'onda.

In questo modo si ottengono le curve di distribuzione dell'energia nella radiazione di corpo nero di **figura 3**, che confermano quanto previsto dalla termodinamica:

la distribuzione dell'energia nella radiazione di corpo nero non dipende dal materiale di cui è costituito ma solo dalla temperatura delle pareti.

Figura 3

La radiazione elettromagnetica emessa da un corpo nero ideale ha un irraggiamento per unità di lunghezza d'onda $P(\lambda)$ che varia con la lunghezza d'onda nel modo indicato in figura. A temperature più elevate, l'intensità spettrale è maggiore e il massimo si verifica a lunghezze d'onda inferiori.



Caratteristiche della radiazione di corpo nero

Analizzando le curve sperimentali, si notano due importanti caratteristiche della radiazione di corpo nero.

1. All'aumentare della temperatura del corpo nero, aumenta l'area sottesa dalla curva. Poiché questa area è proporzionale all'energia totale emessa, ne deriva che un corpo nero irradia tanta più energia quanto più è elevata la sua temperatura. Si dimostra infatti che vale la **legge di Stefan-Boltzmann**, secondo la quale

l'energia irradiata in 1 s da una superficie di 1 m^2 di un corpo che si trova alla temperatura assoluta T è:

$$E = \sigma T^4$$

dove $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ J/(s} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{K}^4)$ è detta **costante di Stefan-Boltzmann**.

2. All'aumentare della temperatura assoluta T del corpo nero, la lunghezza d'onda λ_{max} per la quale si ha il massimo dell'energia irradiata si sposta verso lunghezze d'onda minori, secondo quanto stabilisce la **legge di spostamento di Wien**:

$$\lambda_{\text{max}} T = 2,90 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}$$

La luminosità dei corpi molto caldi è dovuta al fatto che essi emettono onde elettromagnetiche nella regione del visibile. Per esempio, il Sole, che ha una temperatura superficiale di circa 6000 K, appare giallo, mentre la stella Betelgeuse (2900 K) si presenta rossa-arancione.

A temperature più basse gli oggetti emettono solo debolmente nel visibile e, di conseguenza, non appaiono più luminosi. Per esempio, il corpo umano, che ha una temperatura di 310 K, emette, onde elettromagnetiche nella regione degli infrarossi, che possono essere rivelati da uno strumento a essi sensibile (**figura 4**).

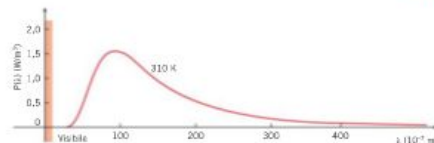


Figura 4

La distribuzione della radiazione emessa da un corpo nero di 310 K. La quantità di energia emessa nel visibile ($4,57 \cdot 10^{-2} \text{ W/m}^2$) è assolutamente trascurabile rispetto a quella emessa nell'infrarosso.

L'ANGOLO MATEMATICO

Lo spettro di emissione di un oggetto è una **distribuzione** che rappresenta in che modo l'irraggiamento complessivo delle onde elettromagnetiche emesse è distribuita tra le varie lunghezze d'onda (o, in alternativa, frequenze).

L'irraggiamento ha unità $\frac{\text{J}}{\text{s} \cdot \text{m}^2} = \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$, perché indica l'energia emessa ogni secondo da ogni metro quadrato di superficie.

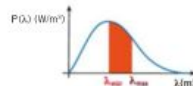
Lo spettro $P(\lambda)$ rappresenta l'irraggiamento per unità di lunghezza d'onda (o densità di irraggiamento) e ha unità $\frac{\text{J}}{\text{s} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{m}} = \frac{\text{W}}{\text{m}^3}$. Questo significa che la quantità $P(\lambda)$ da sola non ha un vero significato fisico, al contrario del prodotto $P(\lambda) \cdot \Delta\lambda$, che rappresenta l'irraggiamento per lunghezze d'onda comprese tra

λ e $\lambda + \Delta\lambda$ (l'unità di misura di $P(\lambda) \cdot \Delta\lambda$ è infatti $\frac{W}{m^2} \cdot m = \frac{W}{m^2}$, la stessa dell'irraggiamento).

Considerando un intervallo generico $[\lambda_{\min}, \lambda_{\max}]$, l'irraggiamento in tale intervallo è dato da

$$I_{\lambda_{\min} \rightarrow \lambda_{\max}} = \int_{\lambda_{\min}}^{\lambda_{\max}} P(\lambda) \cdot d\lambda$$

e corrisponde all'area sotto lo spettro nell'intervallo considerato.



L'irraggiamento complessivo dell'oggetto quindi è dato dall'area totale sotto lo spettro.

L'ipotesi di quantizzazione di Planck

Negli ultimi anni dell'Ottocento i fisici cercarono di derivare la distribuzione di corpo nero utilizzando le equazioni di Maxwell, ma si scontrarono con difficoltà insormontabili. Infatti le leggi della fisica classica prevedono che, a una fissata temperatura, l'energia irradiata aumenti all'aumentare della frequenza (e quindi al diminuire della lunghezza d'onda) contrariamente a quanto mostrano le curve sperimentali e a quanto impone il principio di conservazione dell'energia.

Questa incompatibilità tra figura classica e evidenze sperimentali venne chiamata «catastrofe ultravioletta».

Nel 1900 il fisico tedesco Max Planck (1858-1947) affrontò il problema in modo radicalmente nuovo e riuscì a derivare l'espressione analitica della distribuzione di corpo nero facendo questa ipotesi:

L'interazione fra radiazione e materia avviene per scambio di pacchetti discreti di energia, detti *quanti*.

Planck fece uso di un modello in cui il corpo nero è composto da un gran numero di oscillatori atomici (cioè atomi che si comportano come oscillatori armonici), ciascuno dei quali emette e assorbe onde elettromagnetiche. Per ottenere l'accordo tra curve teoriche e sperimentali, Planck ipotizzò che l'energia E di un oscillatore atomico (*) avesse solo i valori discreti $E = hf, 2hf, 3hf$ e così via. In altre parole, egli suppose che:

$$E = nhf \quad \text{con} \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad [3]$$

dove n è un numero naturale, f è la frequenza della radiazione e h una costante.

Oggi sappiamo che h , detta **costante di Planck**, è una delle costanti fondamentali della fisica e vale

$$h = 6,626\,068\,76 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$$

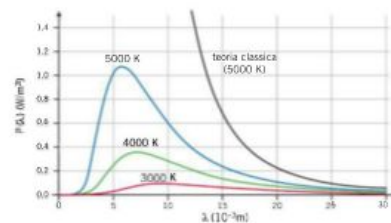
L'idea radicalmente nuova di Planck è che l'energia di un oscillatore atomico non è una grandezza continua, cioè in grado di assumere qualsiasi valore, ma è **quantizzata**, cioè può assumere solo valori discreti ($hf, 2hf, 3hf$ ecc.).

La conservazione dell'energia richiede che l'energia trasportata dalle onde elettromagnetiche sia uguale a quella persa dagli oscillatori atomici del modello

(*) Attualmente è noto che l'energia di un oscillatore armonico vale $E = (n + 1/2)hf$, ma il termine aggiuntivo $1/2$ non è fondamentale per la nostra discussione.

di Planck. Supponiamo, per esempio, che un oscillatore con energia $3hf$ emetta un'onda elettromagnetica. Secondo la fisica classica, l'energia dell'onda emessa può assumere un qualsiasi valore tra 0 e $3hf$. Al contrario, nel modello di Planck l'energia dell'onda può essere solo uno di questi valori: $hf, 2hf, 3hf$.

Il risultato è una curva in accordo con i dati sperimentali perché, a differenza della previsione classica (vedi figura 5), tende a zero per piccole lunghezze d'onda evitando così la «catastrofe ultravioletta».



Lo stesso Planck riteneva che la sua ipotesi fosse solo un artificio di calcolo e che la sua base fisica, cioè la quantizzazione dell'energia, non fosse fondata. In realtà pochi anni dopo il modello proposto da Einstein per l'effetto fotoelettrico riprese la stessa idea e aprì la strada a una rivoluzione concettuale (figura 6).



Figura 5

Spettro di emissione di un corpo nero a diverse temperature. Nelle curve continue secondo il modello di Planck a differenza di quelle previste dalla teoria classica, l'intensità tende a zero per piccole lunghezze d'onda.

Figura 6

Un termometro a raggi infrarossi determina la temperatura di un oggetto misurando una porzione dello spettro di emissione.

4 LA QUANTITÀ DI MOTO DI UN FOTONE E L'EFFETTO COMPTON

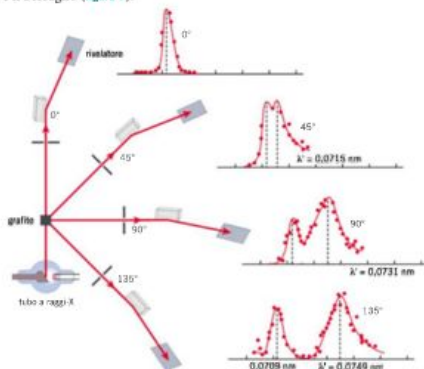
Einstein propose l'ipotesi del fotone nel 1905, ma solo nel 1923 essa cominciò a essere universalmente accettata, quando il fisico americano Arthur H. Compton (1892-1962) la utilizzò per spiegare i risultati sperimentali delle sue ricerche sulla diffusione dei raggi X da parte degli elettroni della grafite.

Secondo il modello ondulatorio della luce i raggi X sono onde elettromagnetiche ad alta frequenza. Quando colpiscono un elettrone questo dovrebbe oscillare con la stessa frequenza dell'onda che lo ha investito e poi emettere a sua volta un'onda sferica, sempre della stessa frequenza. Un rivelatore, posto in qualunque direzione in uscita dal bersaglio di grafite, dovrebbe così ricevere raggi X con la stessa frequenza usata per bombardare il bersaglio.

Quello che si osserva in realtà è molto diverso. A ogni angolo si rilevano raggi X che hanno due frequenze diverse: una parte della radiazione rilevata ha la stessa frequenza della radiazione incidente, una parte ha invece una frequenza minore (quindi lunghezza d'onda maggiore), diversa a seconda dell'angolo tra il rivelatore e il bersaglio (figura 7).

Figura 7

Lo spettro in lunghezza d'onda dei raggi X diffusi da un bersaglio di grafite. A ogni angolo, oltre alla componente con la stessa lunghezza d'onda λ_0 della radiazione incidente è presente una componente di lunghezza d'onda $\lambda' > \lambda_0$.



Anche in questo caso il modello corpuscolare della luce permette l'interpretazione del fenomeno osservato: vediamo come.

L'interazione tra un fotone e un elettrone può essere analizzata come urto elastico tra due corpi, durante il quale si conservano l'energia cinetica e la quantità di moto totali. Si suppone che l'elettrone sia inizialmente fermo e sostanzialmente libero, ovvero non vincolato agli atomi del materiale cui appartiene. In base al principio di conservazione dell'energia si ha

$$hf = hf' + K \quad [4]$$

dove K è l'energia cinetica del fotone dopo l'urto e si è usata la relazione $E = hf$ per le energie dei fotoni. Ne deriva che $hf' = hf - K$, cioè che l'energia e la corrispondente frequenza f' del fotone diffuso sono inferiori a quelle del fotone incidente, proprio come osservato da Compton. Poiché $\lambda' = cf'$, la lunghezza d'onda del raggio X diffuso è maggiore rispetto a quella del raggio X incidente.

Nell'ipotesi in cui l'elettrone sia inizialmente fermo, la conservazione della quantità di moto totale richiede che

$$\text{quantità di moto del fotone incidente} = \text{quantità di moto del fotone diffuso} + \text{quantità di moto dell'elettrone} \quad [5]$$

Per ottenere un'espressione per il modulo p della quantità di moto di un fotone, ricordiamo che l'energia e la quantità di moto di una particella sono legate dalla relazione $E^2 = p^2 c^2 + m^2 c^4$. Un fotone ha massa nulla ($m = 0$ kg), quindi la sua quantità di moto è

$$p = \frac{E}{c}$$

Poiché $E = hf$ e $c = \lambda f$, la quantità di moto di un fotone di frequenza f è

$$p = \frac{E}{c} = \frac{hf}{\lambda f} = \frac{h}{\lambda} \quad [6]$$

Poiché la quantità di moto è una grandezza vettoriale, facendo riferimento alla figura 8 la conservazione della quantità di moto totale si può scrivere

$$\frac{h}{\lambda} \hat{x} = \left(\frac{h}{\lambda'} \cos \theta + m_e v_e \cos \phi \right) \hat{x} + \left(-\frac{h}{\lambda'} \sin \theta + m_e v_e \sin \phi \right) \hat{y} \quad [7]$$

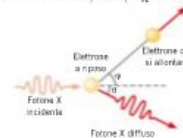


Figura 8

In un esperimento eseguito da Arthur H. Compton, un fotone X urta un elettrone fermo. Il fotone diffuso e l'elettrone si allontanano lungo direzioni differenti.

La conservazione dell'energia è data invece da questa espressione:

$$\frac{hc}{\lambda} = \frac{hc}{\lambda'} + \frac{1}{2} m_e v_e^2 \quad [8]$$

Le equazioni [7] e [8] ci permettono di ricavare la relazione tra la lunghezza d'onda del fotone incidente λ , la lunghezza d'onda del fotone diffuso λ' e l'angolo di diffusione θ :

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos \theta) \quad [9]$$

dove m è la massa dell'elettrone. La quantità $h/(m_e c)$ viene chiamata **lunghezza d'onda Compton** dell'elettrone e ha il valore $h/(m_e c) = 2,43 \cdot 10^{-12}$ m. Dal momento che $\cos \theta$ è compreso tra +1 e -1, la variazione di lunghezza d'onda $\lambda' - \lambda$ può andare da 0 a $2h/(m_e c)$, a seconda del valore di θ , un fatto che Compton aveva osservato.

La presenza di raggi X della stessa frequenza del fascio incidente è dovuta agli urti contro gli elettroni più interni, fortemente legati all'atomo. In questo caso a subire il rinculo è l'intero atomo, che ha una massa molto maggiore di quella dell'elettrone, e la lunghezza d'onda diffusa secondo la formula [9] è quasi identica a quella originale.

Nell'effetto Compton l'elettrone rimbalza poiché acquista una parte della quantità di moto del fotone. In linea di principio, dunque, la quantità di moto che i fotoni possiedono può essere usata per far muovere altri corpi. La figura 9 mostra un sistema di propulsione in via di studio per i viaggi ai confini del Sistema Solare che utilizza una larga vela. L'idea è che la luce solare, colpendo la vela, crei una forza in grado di spingere la navicella lontano dal Sole, nello stesso modo in cui il vento muove una barca a vela.

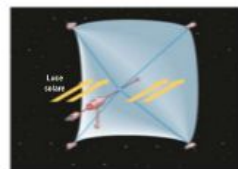


Figura 9

La luce solare che colpisce la vela solare fornisce la propulsione per questa navicella interstellare.

5 LA LUNGHEZZA D'ONDA DI DE BROGLIE E LA NATURA ONDULATORIA DEI CORPI MATERIALI



Figura 10

Se una particella in moto sia un'onda possiede energia, quantità di moto e lunghezza d'onda. La fotografia mostra un notevole ingrandimento del moscerino della frutta, ottenuto con un microscopio elettronico. Questo microscopio utilizza elettroni al posto della luce. La risoluzione dei dettagli è eccezionale perché la lunghezza d'onda di un elettrone può risultare molto inferiore rispetto a quella della luce visibile. I colori sono frutto di un'elaborazione grafica.

Gli esperimenti che abbiamo considerato finora mostrano la manifestazione del principio di complementarità per la luce.

L'effetto fotoelettrico e l'effetto Compton forniscono una chiara evidenza del fatto che la luce può manifestare caratteristiche corpuscolari attribuibili ai pacchetti di energia chiamati fotoni. D'altro canto, l'interferenza e la diffrazione sono fenomeni in cui la luce si comporta come un'onda.

Nel 1923 il fisico francese Louis de Broglie (1892-1987) avanzò la sorprendente ipotesi che le particelle materiali possano manifestare un comportamento di tipo ondulatorio. Egli suppose che tutti i corpi materiali in movimento abbiano associata una lunghezza d'onda (figura 10) e che questa sia data dalla stessa relazione [6] che vale per un fotone:

$$\text{Lunghezza d'onda di de Broglie} \quad \lambda = \frac{h}{p} \quad [10]$$

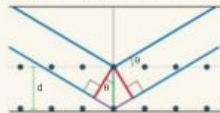
dove h è la costante di Planck e p è il modulo della quantità di moto relativistica della particella.

Oggi λ è nota come **lunghezza d'onda di de Broglie** della particella.

Esempio 4 L'esperimento di Davisson e Germer

Nel 1927 i fisici americani Clinton J. Davisson e Lester H. Germer pensarono di verificare sperimentalmente l'ipotesi di de Broglie, cioè che a ogni particella fosse associata un'onda. Davisson e Germer inviarono un fascio di elettroni su un cristallo di nichel e osservarono che il fascio, riflesso dai piani del reticolo cristallino, produceva una figura di diffrazione.

In figura, i punti neri rappresentano le posizioni dei nuclei degli atomi nel reticolo cristallino. Gli elettroni (le linee blu) vengono mandati contro il cristallo in modo che la loro traiettoria formi un angolo θ con la superficie. Gli elettroni possono essere riflessi dal primo piano cristallino (cioè la superficie del cristallo) oppure dal secondo piano cristallino, a distanza d dal primo.



Se in seguito alla riflessione gli elettroni riflessi dal primo piano interferiscono con quelli riflessi dal secondo, si può osservare a quali angoli θ si ha un massimo di interferenza e a quali angoli si ha un minimo. Poiché i due fasci sono paralleli, quando interferiscono la differenza di cammino è data dai due tratti viola in figura.

► Esprimi la differenza di cammino Δs tra gli elettroni riflessi dal primo piano e quelli riflessi dal secondo in funzione della distanza reticolare d (il segmento verde) e dell'angolo di incidenza θ .

- Esprimi la lunghezza d'onda degli elettroni in funzione dell'angolo θ per cui si ha un massimo di interferenza.
- Sulla base della relazione di de Broglie, calcola l'espressione della lunghezza d'onda di un elettrone in funzione della differenza di potenziale usata per accelerarlo.

La soluzione

- Ciascuno dei due tratti viola ha lunghezza $d \sin \theta$, quindi i due percorsi differiscono di una lunghezza

$$\Delta s = 2d \sin \theta$$

- Se i due fasci si incontrano in un rivelatore, dovremmo avere interferenza costruttiva quando la differenza di cammino è un multiplo della lunghezza d'onda ($\Delta s = n\lambda$).

Il primo massimo è previsto quindi quando:

$$\lambda = 2d \sin \theta$$

- La lunghezza d'onda così ottenuta si può confrontare con quella prevista dalla formula di de Broglie. Una differenza di potenziale V fa raggiungere agli elettroni la velocità di

$$v = \sqrt{\frac{2eV}{m}}$$

quindi una quantità di moto $p = mv$ e infine una lunghezza d'onda

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2meV}}$$

Negli esperimenti è stato usato un fascio di elettroni accelerato con differenza di potenziale entro 300 V e le velocità raggiunte sono dell'ordine di 0,03c: possiamo quindi trascurare gli effetti relativistici e usare le relazioni classiche per energia e quantità di moto.

La lunghezza d'onda ricavata dalla figura di diffrazione degli elettroni coincide proprio con quella prevista dall'ipotesi di de Broglie.

Anche altre particelle diverse dagli elettroni possono manifestare proprietà ondulatorie. Per esempio, si usa la diffrazione di neutroni per studiare le strutture dei cristalli. La figura 11 paragona le figure di diffrazione da parte di un cristallo di sale (NaCl) ottenibili con neutroni e con raggi X.

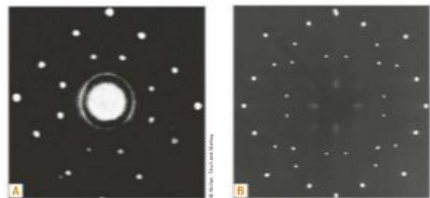


Figura 11

Figura di diffrazione con i neutroni (A) e con i raggi X (B) da parte di un cristallo di cloruro di sodio (NaCl).

Sebbene ogni particella in movimento possieda una lunghezza d'onda di de Broglie, gli effetti di tale lunghezza d'onda sono osservabili solo nel caso di particelle la cui massa sia molto piccola, dell'ordine, per esempio, di quella dell'elettrone o del neutrone.

Esempio 5 Un elettrone e una pallina da tennis a confronto

Determina la lunghezza d'onda di de Broglie:

- ▶ di un elettrone (massa = $9,1 \cdot 10^{-31}$ kg) in moto a una velocità di $6 \cdot 10^6$ m/s;
- ▶ di una pallina da tennis (massa = 0,06 kg) in moto a una velocità di 13 m/s.

La soluzione

Le velocità sono piccole rispetto a quella della luce, quindi possiamo ignorare gli effetti relativistici ed esprimere la quantità di moto come il prodotto tra la massa e la velocità.

▶ Dall'equazione [10] otteniamo

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{(9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg})(6,0 \cdot 10^6 \text{ m/s})} = 1,2 \cdot 10^{-10} \text{ m}$$

Una lunghezza d'onda di de Broglie di $1,2 \cdot 10^{-10}$ m è più o meno uguale alle distanze interatomiche di un solido, come il cristallo di nichel usato da Davisson e Germer, e, quindi, porta agli effetti di diffrazione osservati.

▶ Un calcolo simile a quello precedente mostra che la lunghezza d'onda di de Broglie di una pallina da tennis è $\lambda = 8,5 \cdot 10^{-14}$ m. Questa lunghezza d'onda è notevolmente piccola, anche se paragonata con le dimensioni di un atomo (10^{-10} m) o di un nucleo (10^{-14} m). Quindi il rapporto λ/d tra questa lunghezza d'onda e la larghezza d di un'apertura ordinaria, come una finestra, è così piccolo che non è possibile osservare la diffrazione di una pallina da tennis da parte di una finestra.

6 ONDE DI PROBABILITÀ

Sia la luce sia le particelle si comportano in alcuni esperimenti come onde e in altri come corpuscoli.

In particolare, sia per la luce sia per le particelle possiamo dire che:

- la loro propagazione può essere prevista utilizzando un modello ondulatorio;
- la loro interazione con la materia (quindi anche con un rivelatore) si può descrivere bene con un modello corpuscolare.

In altri termini:

- possiamo calcolare con il modello ondulatorio dove troveremo massimi e minimi di interferenza sia per la luce che per le particelle;
- la misura dell'intensità dei massimi e dei minimi è in realtà un conteggio di interazioni corpuscolari (quanti fotoni o quanti elettroni interagiscono con il rivelatore).

L'equazione di de Broglie per la lunghezza d'onda di una particella non offre però alcuno spunto per capire di che tipo sia l'onda associata a una particella materiale. Per avere una prima idea della natura di tale onda, osserviamo la figura 12. La parte A mostra la figura a frange su uno schermo, ottenuta eseguendo

un esperimento di Young con la doppia fenditura con l'utilizzo di elettroni al posto della luce. Le frange chiare hanno luogo nei punti in cui le onde provenienti dalle fenditure interferiscono costruttivamente, mentre le frange scure corrispondono a zone in cui le onde interferiscono distruttivamente.

Quando un elettrone passa attraverso la doppia fenditura e colpisce lo schermo, il punto di arrivo diventa luminoso; le parti B, C e D della figura 12 illustrano il modo in cui questi punti diventano sempre più numerosi al passare del tempo. Con l'accumularsi degli elettroni sullo schermo, i punti luminosi finiscono per formare la figura a frange evidente nella parte D.

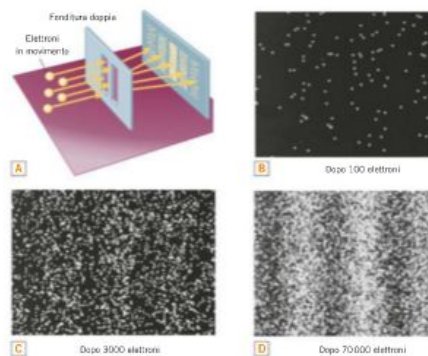


Figura 12

In questa versione dell'esperimento di Young che utilizza elettroni, la caratteristica figura a frange diventa evidente solo dopo che un numero sufficiente di elettroni ha colpito lo schermo (da A. Tonomura, J. Endo, T. Matsuda, T. Kawasaki e H. Ezawa, *Am. J. Phys.* 57 (2): 117, Feb. 1989).

L'esperimento di Young con gli elettroni è stato ripetuto nel 1974 a Bologna da tre fisici italiani, Pier Giorgio Merli, Gian Franco Missiroli e Giulio Pozzi, che riuscirono a costruire un apparato in grado di far arrivare un solo elettrone alla volta sullo schermo. Anche loro ottennero una figura di interferenza, dimostrando che l'interferenza ottenuta non è causata dall'interferenza di una particella con un'altra ma dal comportamento ondulatorio dell'elettrone.

Le frange luminose si ottengono quindi dove esiste un'alta probabilità che gli elettroni colpiscano lo schermo, quelle scure dove la probabilità è bassa.

È questa la chiave per comprendere che cosa sono le onde associate alle particelle. **Le onde associate alle particelle sono onde di probabilità**, il cui valore in un determinato punto dello spazio fornisce un'indicazione della probabilità di trovare la particella in tale punto. Nella zona in cui è situato lo schermo, l'andamento della probabilità associato con le onde dà luogo alla figura a frange. Il fatto che non siano visibili frange nella parte B della figura non significa che lì non siano presenti onde di probabilità; semplicemente sono troppo pochi gli elettroni che hanno colpito lo schermo e la figura non è ancora riconoscibile.

La distribuzione di probabilità che porta alle frange della figura 12 è analoga a quella dell'intensità luminosa responsabile delle frange nell'originario esperimento di Young. Si è dimostrato che l'intensità della luce è proporzionale al quadrato dei campi elettrico o magnetico associati all'onda. In modo analogo, nel caso delle onde associate alle particelle la probabilità è proporzionale al quadrato

del modulo di una grandezza ψ (lettera greca «psi»), che viene chiamata **funzione d'onda** della particella.

Nel 1925 il fisico austriaco Erwin Schrödinger (1887-1961) e il fisico tedesco Werner Heisenberg (1901-1976) svilupparono in maniera indipendente due formulazioni teoriche per calcolare la funzione d'onda. Essi fondarono così una nuova branca della fisica chiamata **meccanica quantistica**. Il termine **quanto** si riferisce al fatto che su scala atomica, laddove occorre considerare le onde associate alle particelle, l'energia è quantizzata, in modo che solo certe particolari energie sono permesse.

La meccanica quantistica è essenziale per capire la struttura atomica e i fenomeni a essa collegati e l'equazione di Schrödinger per il calcolo della funzione d'onda è ormai largamente usata. Esploreremo la struttura dell'atomo basata sulle idee della meccanica quantistica nel prossimo capitolo.

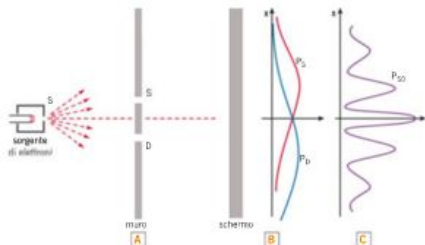
L'esperimento influenza il risultato

L'interpretazione delle onde associate alle particelle come onde di probabilità ci permette di capire in che modo l'allestimento di un esperimento può influenzare il risultato.

Prepariamo un esperimento di Young con doppia fenditura per un fascio di elettroni in modo da poter aprire una, l'altra o entrambe le fenditure (figura 13):

Figura 13

- A. Un fascio di elettroni viene mandato contro una parete con una doppia fenditura.
- B. Distribuzione degli elettroni ottenuta aprendo una sola fenditura alla volta.
- C. Distribuzione degli elettroni ottenuta con entrambe le fenditure aperte.



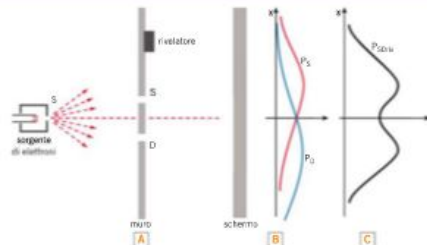
- la curva rossa rappresenta la distribuzione di intensità di elettroni che si ottiene aprendo solo la fenditura di sinistra;
- la curva blu rappresenta la distribuzione di intensità di elettroni che si ottiene aprendo solo la fenditura di destra;
- la curva viola rappresenta la distribuzione di intensità di elettroni che si ottiene aprendo entrambe le fenditure e non è uguale alla somma delle altre due curve.

La distribuzione degli elettroni sullo schermo indica che il fascio si propaga come un'onda. Solo nel momento in cui avviene l'interazione con lo schermo, l'elettrone si comporta come una particella puntiforme ed è possibile dire che «si trova in un punto».

Se ora inseriamo nell'esperimento un rivelatore per determinare da che fenditura passano gli elettroni, sullo schermo appare una figura diversa (figura 14). L'interazione con il rivelatore impone infatti all'elettrone di specificare la sua posizione e l'elettrone si comporta allora da particella. La curva di intensità che si ottiene (curva nera) è in questo caso data dalla somma delle due curve ottenute chiudendo una fenditura alla volta.

Figura 14

L'esperimento degli elettroni con doppia fenditura viene ripetuto con un dispositivo che permette di sapere da che fenditura è passato l'elettrone: in questo caso, la distribuzione che si ottiene è la somma delle due distribuzioni che si hanno con una sola fenditura aperta.



In fisica quantistica il **procedimento di misura** non è più separabile dal fenomeno fisico, nel senso che **concorre a determinare le caratteristiche del sistema**: un fenomeno non può più essere descritto «in sé», ma in relazione al particolare modo scelto per osservarlo.

In particolare, nell'esempio analizzato l'elettrone si comporta come corpuscolo nella sua interazione con il rivelatore di fenditura o con lo schermo e si comporta come un'onda quando lasciato libero di propagarsi.

L'ANGOLO MATEMATICO

La descrizione matematica del comportamento degli elettroni si basa sulla funzione d'onda.

A ogni punto x dello schermo è associato il valore $\psi(x)$ della funzione d'onda, ma l'unica grandezza osservabile è l'intensità di elettroni sullo schermo, che è proporzionale alla probabilità $P(x)$ che un elettrone arrivi in quel punto, data da $P(x) = |\psi_S(x)|^2$.

Se apriamo solo la fenditura sinistra avremo una certa funzione d'onda $\psi_S(x)$ e quindi

$$P_S(x) = |\psi_S(x)|^2$$

Se apriamo solo la fenditura destra avremo un'altra funzione d'onda e quindi

$$P_D(x) = |\psi_D(x)|^2$$

Se apriamo entrambe le fenditure la funzione d'onda sarà la somma dei due casi precedenti $\psi_{SD}(x) = \psi_S(x) + \psi_D(x)$, e la probabilità che l'elettrone arrivi in x è

$$P_{SD}(x) = |\psi_S(x) + \psi_D(x)|^2$$

che è diversa dalla somma delle due probabilità. Il fatto che la formula preveda di calcolare prima la somma e poi il modulo quadrato permette di avere anche interferenza distruttiva tra le onde di probabilità.

Se infine teniamo entrambe le fenditure aperte, ma con il rivelatore di fenditura presente, la funzione d'onda deve tener conto anche dell'interazione col rivelatore di fenditura e la probabilità di trovare l'elettrone in un certo punto dello schermo è la somma delle probabilità nei casi di singola fenditura:

$$P_{SDiv}(x) = |\psi_S(x)|^2 + |\psi_D(x)|^2 = P_S(x) + P_D(x)$$

7 IL PRINCIPIO DI INDETERMINAZIONE DI HEISENBERG

Il fatto che la propagazione di luce e particelle sia descrivibile in termini di onde di probabilità significa che i concetti di posizione, traiettoria e velocità vanno interpretati con molta più cautela di quanto non accada per gli oggetti macroscopici. Il principio di indeterminazione di Heisenberg che discutiamo in questo paragrafo è un modo per tenere conto di alcuni degli aspetti ondulatori nella propagazione delle particelle senza necessariamente abbandonare del tutto il linguaggio classico.

In base a quanto visto nel paragrafo precedente, le frange chiare della figura 12 corrispondono ai punti in cui la probabilità che un elettrone colpisca lo schermo è alta. Dal momento che è presente un certo numero di frange chiare, ciò significa che esiste un certo numero di punti dello schermo in cui questa probabilità è diversa da zero.

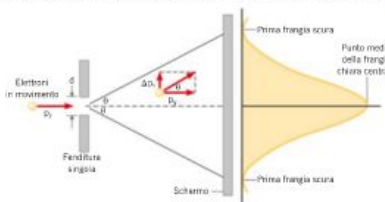
Non possiamo prevedere esattamente quale punto dello schermo verrà colpito dal singolo elettrone. Tutto ciò che possiamo fare è indicare la probabilità che l'elettrone vada a finire in un determinato punto. Non è più possibile affermare, come suggerito dalle leggi di Newton, che il singolo elettrone, inviato contro la doppia fenditura, proceda lungo una determinata traiettoria e colpisca un punto preciso dello schermo.

Questo semplice modello non funziona quando una particella di dimensioni paragonabili a quelle di un elettrone passa attraverso una coppia di fenditure ravvicinate. Poiché in tali circostanze diventa importante la natura ondulatoria delle particelle, si perde la possibilità di prevedere il percorso seguito dal singolo elettrone. Solo il comportamento medio di un elevato numero di particelle risulta prevedibile, mentre il comportamento della singola particella non è determinabile a priori.

Per analizzare più chiaramente la natura di questa indeterminazione, consideriamo degli elettroni inviati attraverso una fenditura singola, come in figura 15.

Figura 15

Quando un numero sufficiente di elettroni passa attraverso una fenditura singola e colpisce uno schermo, viene prodotta una figura a frange chiare e scure (qui viene mostrata solo la frangia centrale). Questa figura è dovuta alla natura ondulatoria dell'elettrone ed è analoga a quella prodotta dalle onde luminose.



Dopo che un numero sufficientemente elevato di elettroni avrà colpito lo schermo, emergerà una figura di diffrazione. La figura che riguarda gli elettroni consiste in un'alternanza di frange chiare e scure ed è analoga a quella associata alla diffrazione della luce. La figura 15 riproduce la fenditura e le prime frange scure da entrambi i lati della frangia chiara centrale. La frangia centrale è chiara perché in tutta la zona compresa tra le frange scure gli elettroni colpiscono lo schermo. Trascurando gli elettroni che colpiscono lo schermo al di fuori della frangia centrale, l'apertura angolare con cui gli elettroni vengono diffratti è fornita dall'angolo θ riportato nella figura.

Per giungere nei punti appartenenti all'intervallo della frangia centrale alcuni elettroni devono aver acquisito una componente della quantità di moto lungo l'asse x , nonostante siano pervenuti sulla fenditura viaggiando lungo l'asse y e quindi siano privi di una quantità di moto iniziale lungo l'asse x . La figura mostra che la componente x della quantità di moto acquisita può valere al massimo Δp_x . Il simbolo Δp_x corrisponde alla differenza tra il massimo valore della quantità di moto acquisita dall'elettrone dopo il passaggio attraverso la fenditura e il suo valore nullo prima di attraversarla. Δp_x rappresenta quindi l'**indeterminazione** nella componente x della quantità di moto, in quanto tale componente può assumere tutti i valori compresi tra zero e Δp_x .

È possibile collegare Δp_x con la larghezza d della fenditura. Per farlo, supponiamo che l'equazione $\sin \theta = m\lambda/d$, $m = 1, 2, 3 \dots$, applicabile alle onde luminose, sia utilizzabile anche per particelle con lunghezza d'onda di de Broglie λ . Tale equazione scritta per $m = 1$, $\sin \theta = \lambda/d$, specifica l'angolo θ che localizza la prima frangia scura. Se θ è piccolo, allora $\sin \theta = \tan \theta$. Inoltre, la figura 15 indica che $\tan \theta = \Delta p_x/p_y$, dove p_y è la componente y della quantità di moto dell'elettrone. Quindi $\Delta p_x/p_y = \lambda/d$. Ma $p_y = h/\lambda$ secondo l'equazione di de Broglie, in modo che

$$\frac{\Delta p_x}{p_y} = \frac{\Delta p_x}{h/\lambda} = \frac{\lambda}{d}$$

Di conseguenza

$$\Delta p_x = \frac{h}{d} \quad [11]$$

in cui si nota che minore è la larghezza della fenditura, maggiore risulta l'indeterminazione nella componente x della quantità di moto dell'elettrone.

Fu Heisenberg il primo a ipotizzare che l'indeterminazione Δp_x nella componente x della quantità di moto sia collegata all'indeterminazione nella componente x della posizione dell'elettrone che attraversa la fenditura. Siccome l'elettrone può attraversare la fenditura di larghezza d in un suo punto qualsiasi, l'indeterminazione nella componente x della posizione dell'elettrone è $\Delta x = d$. Sostituendo Δx a d nell'equazione [11] si ottiene che $\Delta p_x = h/\Delta x$, ovvero $(\Delta p_x) \cdot (\Delta x) = h$.

Il risultato ottenuto nel caso di un esperimento di diffrazione può essere generalizzato e assume la forma di principio, noto come **principio di indeterminazione di Heisenberg**.

$$\text{Quantità di moto e posizione } (\Delta p_x) \cdot (\Delta x) \geq \frac{h}{4\pi} \quad [12]$$

dove Δx è l'indeterminazione nella componente x della posizione di una particella e Δp_x è l'indeterminazione nella componente x della quantità di moto della particella.

Il principio di indeterminazione di Heisenberg fissa alcuni limiti alla precisione con cui posizione e quantità di moto di una particella possono essere contemporaneamente specificati. Tali limiti non sono semplicemente dovuti a tecniche di misurazione poco precise: essi sono limiti fondamentali imposti dalla natura e non è possibile «aggirarli».

L'equazione [12] indica che Δp_x e Δx non possono essere entrambe arbitrariamente piccole. Se una delle due è piccola, l'altra deve essere grande, in modo che il loro prodotto sia maggiore o uguale a $h/4\pi$. Per esempio, se la posizione di una particella è esattamente nota, in modo che Δx sia zero, allora Δp_x risulta avere un valore «infinitamente grande» e quindi la quantità di moto della particella

è completamente indeterminata. Al contrario, se supponiamo che Δp_x sia zero, allora Δx che assume un valore «infinitamente grande» e la posizione della particella è del tutto indeterminata. In altre parole, il principio di indeterminazione di Heisenberg afferma che è impossibile specificare contemporaneamente con precisione assoluta sia la quantità di moto sia la posizione di una particella.

Esiste un principio di indeterminazione anche a proposito dell'energia e del tempo.

$$\text{Energia e tempo} \quad (\Delta E) \cdot (\Delta t) \geq \frac{h}{4\pi} \quad [13]$$

dove ΔE è l'indeterminazione nell'energia di una particella che si trova in un determinato stato e Δt è l'indeterminazione nell'intervallo di tempo durante il quale la particella permane in quello stato.

Il prodotto delle indeterminazioni nell'energia ΔE di una particella in un certo stato e nell'intervallo di tempo Δt durante il quale la particella rimane in quello stato è maggiore o uguale a $h/4\pi$. Quindi l'indeterminazione nell'energia di una particella in un certo stato è tanto maggiore quanto più brevemente la particella si mantiene in tale stato.

RICORDA

Osservazione sul principio di indeterminazione di Heisenberg

Il principio di indeterminazione di Heisenberg afferma che il prodotto tra Δp_x e Δx è maggiore o uguale a $h/4\pi$. L'indeterminazione minima si ha quando tale prodotto vale $h/4\pi$.

Esempio 6 Piccole e grandi masse

Supponiamo che la posizione di un corpo lungo la direzione x sia nota con precisione tale da comportare un'indeterminazione nella posizione pari solo a $\Delta x = 1,5 \cdot 10^{-11}$ m.

- Determina la minima indeterminazione nella quantità di moto del corpo.
- Stabilisci la corrispondente minima indeterminazione nella velocità del corpo nel caso in cui esso sia un elettrone ($m = 9,1 \cdot 10^{-31}$ kg).
- Esegui lo stesso calcolo nel caso in cui il corpo sia una pallina da ping-pong di massa $2,2 \cdot 10^{-3}$ kg.

La soluzione

- La minima indeterminazione nella componente x della quantità di moto è

$$\Delta p_x = \frac{h}{4\pi\Delta x} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{4\pi(1,5 \cdot 10^{-11} \text{ m})} = 3,5 \cdot 10^{-24} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

- Dal momento che $\Delta p_x = m\Delta v_x$, la minima indeterminazione sulla velocità dell'elettrone è

$$\Delta v_x = \frac{\Delta p_x}{m} = \frac{3,5 \cdot 10^{-24} \text{ kg} \cdot \text{m/s}}{9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}} = 3,8 \cdot 10^6 \text{ m/s}$$

Quindi la piccola indeterminazione nella componente x della posizione dell'elettrone dà luogo a un'elevata indeterminazione sulla sua velocità.

- L'indeterminazione nella velocità della pallina da ping-pong è

$$\Delta v_x = \frac{\Delta p_x}{m} = \frac{3,5 \cdot 10^{-24} \text{ kg} \cdot \text{m/s}}{2,2 \cdot 10^{-3} \text{ kg}} = 1,6 \cdot 10^{-21} \text{ m/s}$$

Visto che la massa della pallina da ping-pong è relativamente grande, la piccola indeterminazione nella componente x della sua posizione dà luogo a un'indeterminazione nella sua velocità molto minore di quella dell'elettrone. Quindi, al contrario di quanto avviene per l'elettrone, possiamo sapere contemporaneamente dove si trova la palla e a che velocità si sta muovendo, con una precisione decisamente alta.

Key concepts

I CONCETTI FONDAMENTALI



GUARDA! i video
Recap in English

1 CORPUSCOLI E ONDE: DUE MODELLI PER I FENOMENI

Dualismo onda-corpuscolo: un'onda può manifestare proprietà corpuscolari e una particella caratteristiche ondulatorie.

2 L'EFFETTO FOTOELETTRICO E I FOTONI

Energia di un fotone: la radiazione elettromagnetica è formata da fotoni, che sono pacchetti di energia. L'energia di un fotone è

$$E = hf$$

dove h è la costante di Planck e f è la frequenza del fotone.

Un fotone non ha massa e viaggia sempre con velocità pari a c .

Effetto fotoelettrico e lavoro di estrazione: l'effetto fotoelettrico è il fenomeno in cui la luce colpisce la superficie di un metallo estraendone elettroni. Il lavoro di estrazione W_0 di un metallo è il minimo lavoro necessario per estrarre un elettrone dal metallo.

Caratteristiche dell'effetto fotoelettrico

- Un metallo emette fotoelettroni solo se la frequenza della luce incidente è superiore a un valore soglia f_0 .
- L'energia cinetica massima dei fotoelettroni espulsi non varia quando l'intensità della luce aumenta e la sua frequenza resta costante.

Conservazione dell'energia ed effetto fotoelettrico: gli elettroni emessi dal metallo possono avere un'energia cinetica massima K_{max} legata all'energia hf del fotone incidente e al lavoro di estrazione W_0 del metallo:

$$hf = K_{max} + W_0$$

3 LA RADIAZIONE DI CORPO NERO E L'IPOTESI DI PLANCK

Corpo nero: è qualsiasi oggetto che, a temperatura costante, assorbe tutta la radiazione elettromagnetica che lo colpisce. La distribuzione dell'energia nella radiazione di corpo nero non dipende dal materiale di cui è costituito ma solo dalla temperatura delle pareti.

Legge di Stefan-Boltzmann: un corpo nero a temperatura assoluta T irradia in 1 s da 1 m² di superficie una energia totale

$$E = \sigma T^4$$

σ = costante di Stefan Boltzmann = $5,67 \cdot 10^{-8} \text{ J/(s} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{K}^4)$

Ipotesi di quantizzazione di Planck: l'interazione fra radiazione e materia avviene per scambio di pacchetti discreti di energia, detti quanti.

Energie degli oscillatori atomici: Planck ipotizzò che un corpo nero sia costituito da oscillatori atomici che possono avere solo energie quantizzate espresse da

$$E = nhf \quad \text{con} \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

h = costante di Planck = $6,626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$

f = frequenza di vibrazione dell'oscillatore

4 LA QUANTITÀ DI MOTO DI UN FOTONE E L'EFFETTO COMPTON

Quantità di moto di un fotone: il modulo della quantità di moto di un fotone vale

$$p = \frac{h}{\lambda}$$

h = costante di Planck

λ = lunghezza d'onda del fotone

Effetto Compton: corrisponde alla diffusione di un fotone da parte di un elettrone di un determinato materiale. Il fotone diffuso ha una frequenza (e quindi un'energia) inferiore rispetto al fotone incidente.

Variazione della lunghezza d'onda nell'effetto Compton: la differenza fra la lunghezza d'onda λ' del fotone diffuso e la lunghezza d'onda λ del fotone incidente è legata all'angolo di diffusione θ dalla relazione

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{mc} (1 - \cos \theta)$$

dove m è la massa dell'elettrone. La quantità $h/(mc)$ è detta *lunghezza d'onda Compton* dell'elettrone.

5 LA LUNGHEZZA D'ONDA DI DE BROGLIE E LA NATURA ONDULATORIA DEI CORPI MATERIALI

Lunghezza d'onda di de Broglie di una particella

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

dove h è la costante di Planck e p è il modulo della quantità di moto relativistica della particella.

7 IL PRINCIPIO DI INDETERMINAZIONE DI HEISENBERG

Fissa dei limiti alle possibilità di conoscere il comportamento di una particella.

È espresso dalla relazione (*quantità di moto e posizione*):

$$\Delta p_x \cdot \Delta x \geq \frac{h}{4\pi}$$

dove Δx è l'indeterminazione nella componente x della posizione di una particella e Δp_x è l'indeterminazione nella componente x della quantità di moto della particella.

Oppure può essere espresso dalla relazione (*energia e tempo*):

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \frac{h}{4\pi}$$

dove ΔE è l'indeterminazione nell'energia della particella quando si trova in un determinato stato e Δt è l'indeterminazione nell'intervallo di tempo durante il quale la particella permane in quello stato.

CAPITOLO 21 LA TEORIA ATOMICA

Competenze

Comprendere le principali tappe del passaggio dalla fisica classica alla fisica moderna
Conoscere e descrivere gli esperimenti che portarono alla scoperta dell'elettrone e della quantizzazione della carica elettrica
Descrivere i limiti dell'interpretazione classica degli spettri a righe
Conoscere e confrontare i modelli atomici

Contenuti

Dalla fisica classica alla fisica moderna
Il moto browniano
I raggi catodici e la scoperta dell'elettrone
L'esperimento di Millikan e l'unità fondamentale di carica
Gli spettri a righe
I raggi X
I primi modelli dell'atomo e la scoperta del nucleo

Obiettivi minimi

Illustrare l'esperimento di Thomson
Illustrare l'esperimento di Millikan
Conoscere la legge della diffrazione dei raggi X
Conoscere i modelli atomici di Thomson e Rutherford

Schede

La fisica risponde *La tomografia assiale computerizzata*
CLIL Physics *Synchrotron light*

CAPITOLO 22 LA FISICA QUANTISTICA

Competenze	Obiettivi minimi
Argomentare l'ipotesi quantistica di Planck sulla radiazione del corpo nero	Conoscere l'ipotesi di Planck sulla radiazione del corpo nero
Analizzare i singoli esperimenti, mostrare i limiti della spiegazione classica e la necessità di un'ipotesi di quantizzazione dell'energia	Comprendere l'effetto fotoelettrico Comprendere l'effetto Compton Definire energia e quantità di moto per i fotoni
Definire e descrivere i fotoni	Conoscere le caratteristiche dell'atomo di Bohr
Descrivere le ipotesi di Bohr per il modello atomico e le caratteristiche del modello	Calcolare orbite, energie e spettri dell'atomo di idrogeno
Applicare le ipotesi quantistiche nella risoluzione dei problemi	Conoscere i numeri quantici e il loro significato
Identificare e analizzare i comportamenti di onde e particelle	Calcolare l'indeterminazione su posizione o quantità di moto di una particella
Comprendere il significato del principio di indeterminazione di Heisenberg	

Programmazione didattica 13

CAPITOLO 22 LA FISICA QUANTISTICA

Contenuti	Schede
La radiazione del corpo nero e l'ipotesi di Planck	La fisica risponde <i>I pannelli fotovoltaici</i>
I fotoni e l'effetto fotoelettrico	CLIL Physics <i>Quantum information and teleportation</i>
La massa e la quantità di moto del fotone	
L'effetto Compton	
Il modello di Bohr dell'atomo di idrogeno	
L'ipotesi di de Broglie e il dualismo onda-particella	
Dalle onde di de Broglie alla meccanica quantistica	
La teoria quantistica dell'atomo di idrogeno	
Il principio di indeterminazione di Heisenberg	
L'effetto tunnel quantistico	

https://phet.colorado.edu/



SIMULATIONS TEACHING RESEARCH ACCESSIBILITY [DONATE](#)



Browse Filter

SUBJECT



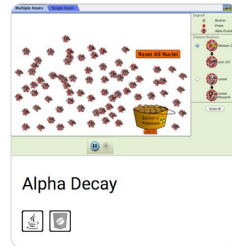
21 Results

A-Z

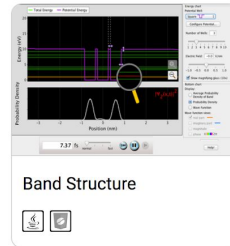


- ☒ Physics
 - ☐ Motion
 - ☐ Sound & Waves
 - ☐ Work, Energy & Power
 - ☐ Heat & Thermo
 - ☒ Quantum Phenomena
 - ☐ Light & Radiation
 - ☐ Electricity, Magnets & Circuits
- ☐ Chemistry
 - ☐ General Chemistry
 - ☐ Quantum Chemistry

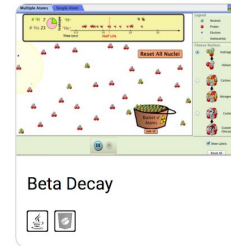
Quantum Phenomena



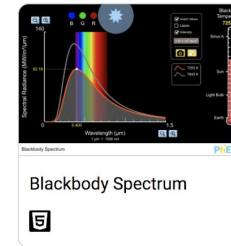
Alpha Decay



Band Structure



Beta Decay



Blackbody Spectrum

Developing and researching PhET simulations for teaching quantum mechanics

S. B. McKagan, K. K. Perkins, M. Dubson, C. Malley, S. Reid, R. LeMaster, and C. E. Wieman

Citation: *American Journal of Physics* **76**, 406 (2008); doi: 10.1119/1.2885199

View online: <https://doi.org/10.1119/1.2885199>

View Table of Contents: <https://aapt.scitation.org/toc/ajp/76/4>

Published by the [American Association of Physics Teachers](#)

<https://doi.org/10.1119/1.2885199>

ABSTRACT

Quantum mechanics is counterintuitive, difficult to visualize, mathematically challenging, and abstract. The Physics Education Technology (PhET) Project now includes 18 simulations on quantum mechanics designed to improve the learning of this subject. These simulations include several key features to help students build mental models and intuition about quantum mechanics: visual representations of abstract concepts and microscopic processes that cannot be directly observed, interactive environments that directly couple students' actions to animations, connections to everyday life, and efficient calculations so that students can focus on the concepts rather than the mathematics. Like all PhET simulations, these are developed using the results of research and feedback from educators, and are tested in student interviews and classroom studies. This article provides an overview of the PhET quantum simulations and their development. We also describe research demonstrating their effectiveness and discuss some insights about student thinking.

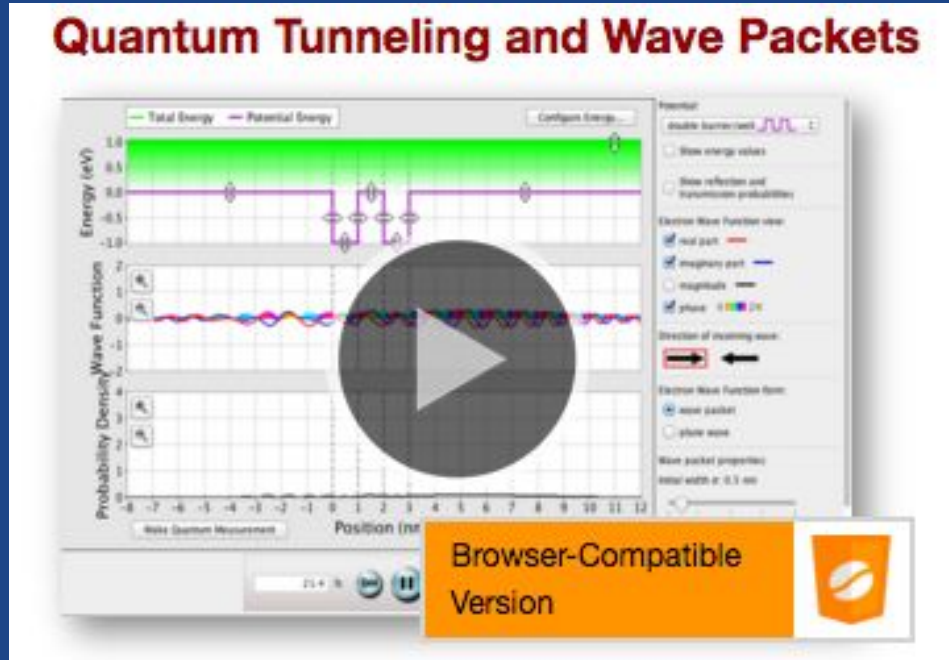
<https://doi.org/10.1119/1.2885199>

Table I. PhET simulations on quantum mechanics.

Fundamental principles	Historical experiments	Applications
Quantum Tunneling and Wave Packets	Photoelectric Effect	Lasers
Quantum Wave Interference	Davisson-Germer: Electron Diffraction	Neon Lights and Other Discharge Lamps
Quantum Bound States	Stern-Gerlach Experiment	Simplified MRI
Double Wells and Covalent Bonds	Rutherford Scattering	Semiconductors
Band Structure	Models of the Hydrogen Atom	Conductivity
Fourier: Making Waves	Blackbody Spectrum	Nuclear Physics

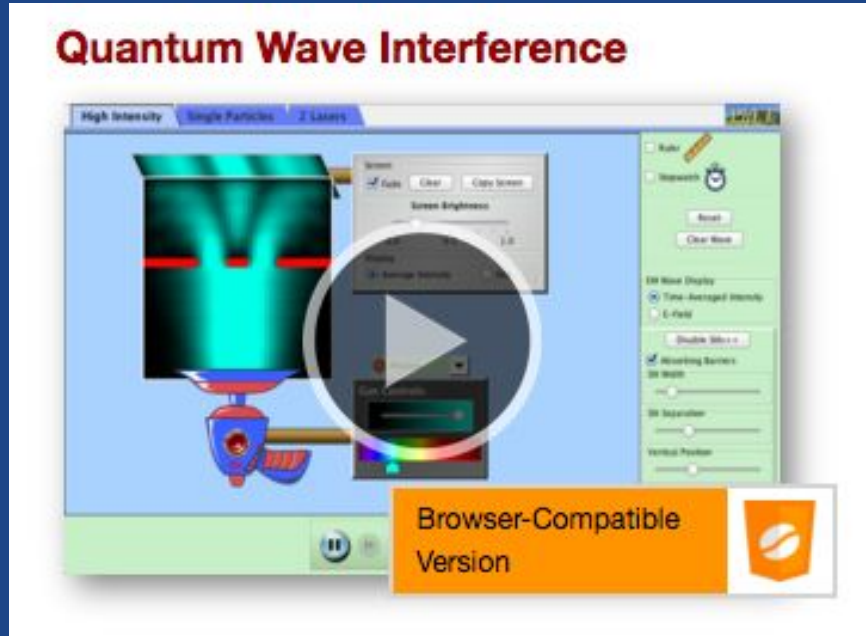
<https://doi.org/10.1119/1.2885199>

Quantum Tunneling and Wave Packets



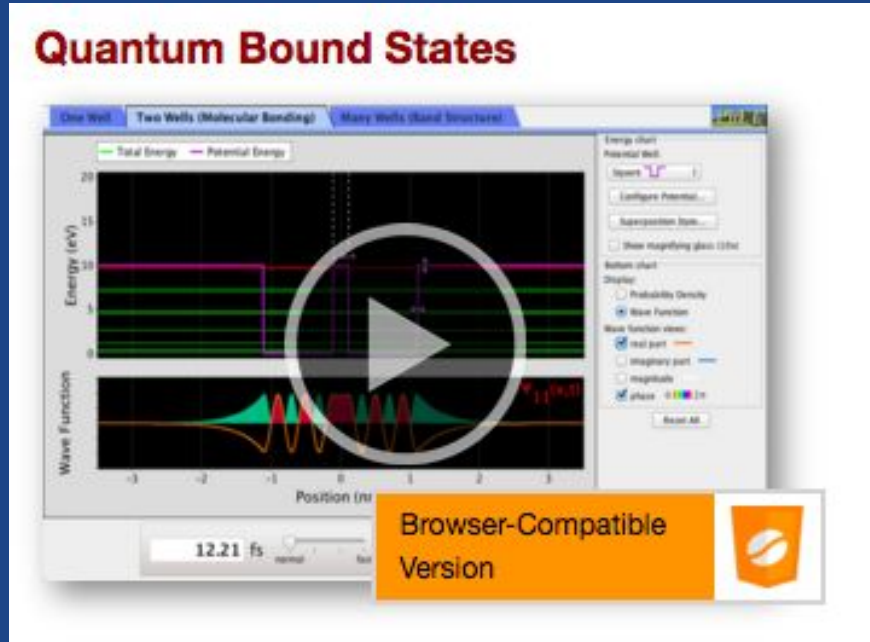
<https://phet.colorado.edu/en/simulation/quantum-tunneling>

Quantum Wave Interference



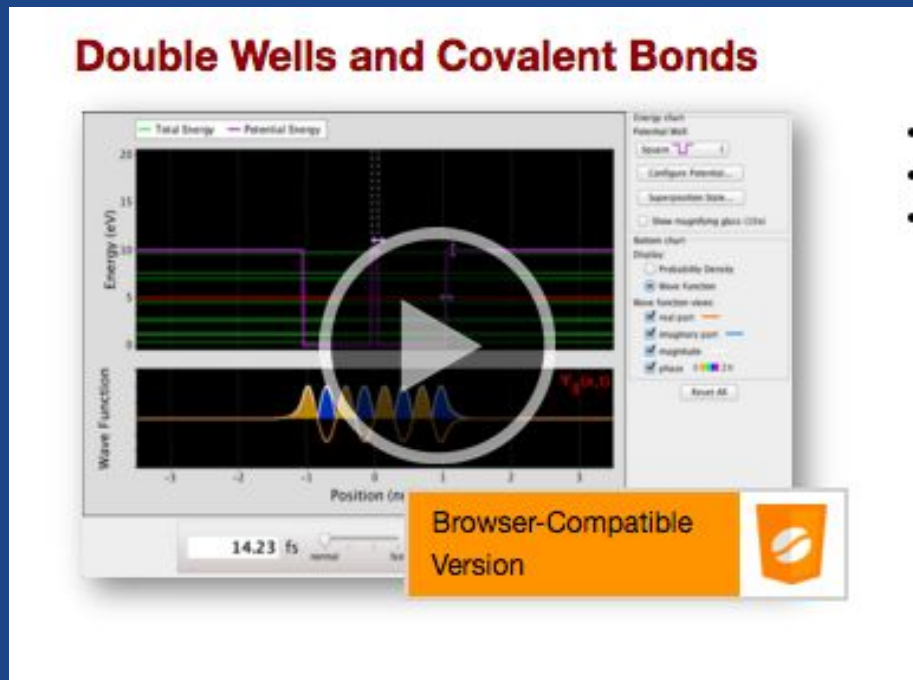
<https://phet.colorado.edu/en/simulation/quantum-wave-interference>

Quantum Bound States



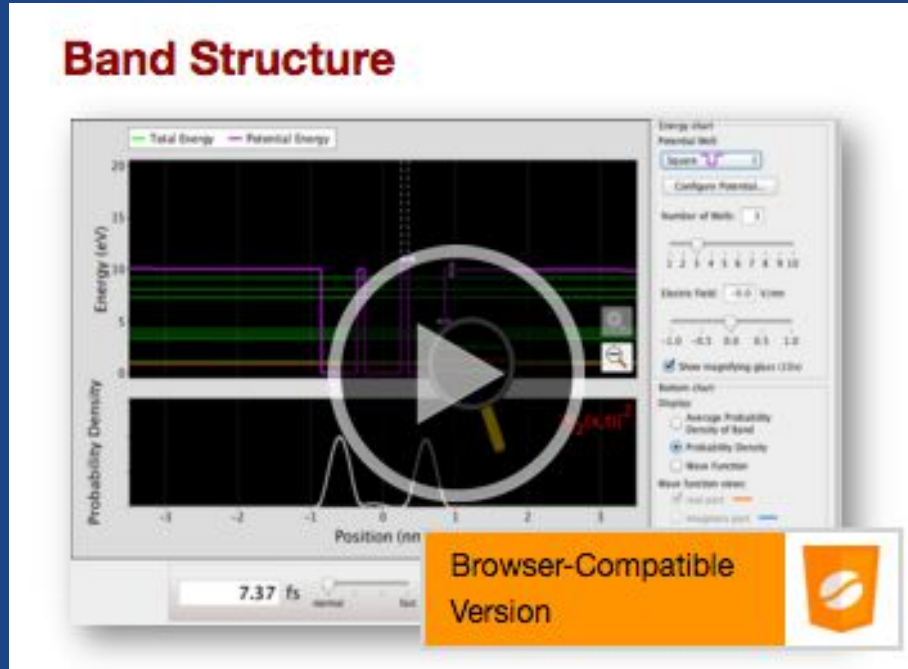
<https://phet.colorado.edu/en/simulation/bound-states>

Double Wells and Covalent Bonds



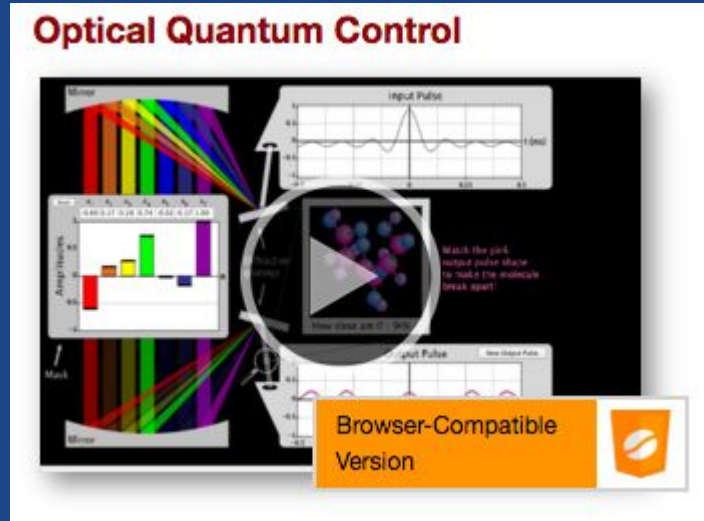
<https://phet.colorado.edu/en/simulation/covalent-bonds>

Band Structure



<https://phet.colorado.edu/en/simulation/band-structure>

Optical Quantum Control



<https://phet.colorado.edu/en/simulation/optical-quantum-control>

MQ nella formazione degli insegnanti

GLI INSEGNANTI RIFLETTONO SUI NODI CONCETTUALI DELLA MECCANICA QUANTISTICA

M. Michelini, L. Santi, A. Stefanel

Unità di Ricerca in Didattica della Fisica, Università di Udine

1. Introduzione

Accanto alla formazione in rete sulla meccanica quantistica (MQ) nell'ambito di IDIFO sono state proposte diverse attività nei workshop in presenza. Esse erano in particolare mirate alla riflessione e alla discussione sui nodi concettuali fondanti della teoria:

- una tavola rotonda di presentazione e confronto sulle diverse impostazioni delle proposte sull'insegnamento della MQ offerte in IDIFO (Sperandeo 2004; Stefanel 2008, Battaglia et al. 2010) e delle esperienze di sperimentazione
- una serie di seminari partecipati sui suoi contenuti concettuali, epistemologici, storici
- un work-shop di analisi approfondita di una proposta didattica basata sulla ricerca (Ghirardi et al. 1997; Michelini et al. 2000)
- approfondimenti sull'analisi di casi proposti in forma problematica, come angoli di riflessione di percorsi didattici sulla MQ, in particolare incentrati su: logica quantistica; formalismo; aspetti storici; nodi concettuali

<http://www.fisica.uniud.it/URDF/articoli/ftp/2010/2010-43.pdf>

MQ nella formazione degli insegnanti

- Q1.1** Il comportamento quantistico: quali sono gli elementi che lo caratterizzano/identificano.
- Q1.2** Le proprietà di un sistema: conoscerle o non conoscerle implica l'esistenza di tali proprietà?
- Q1.3** La misura: come cambiano significato e ruolo della misura in MQ rispetto alla fisica classica?
- Q1.4** Il risultato di una misura: sua prevedibilità e natura oggettiva delle proprietà misurate
- Q1.5** Il dominio della MQ: Si può applicare la MQ ai sistemi macroscopici?

MQ nella formazione degli insegnanti

Q2.1 Perché insegnare MQ?

Q2.2 Concetti di base irrinunciabili in una proposta didattica in MQ. Spiegare le ragioni delle scelte.

Q2.3 Quali aspetti privilegiare (formali, storici, logici, concettuali, applicativi)?

Quantum Physics Conceptual Survey

<https://drive.google.com/file/d/1ldpAQgjoTmEFQzrFsxhPz5UoRW7Xe0/view?usp=sharing>
