

CENNI DI CARTOGRAFIA

Note tratte da:

Regione Piemonte
Manuale della Carta
Tecnica Regionale Numerica

La rappresentazione della cartografia della Regione Piemonte è inquadrata, in uniformità con la rete geodetica fondamentale italiana, nel sistema geodetico *Roma40* con proiezione Gauss-Boaga; il taglio degli elementi cartografici ed il riporto delle coordinate geografiche è invece coerente col sistema Europeo unificato *ED50*.

A chiarimento di quanto espresso, nel seguito verranno riportate alcune sintetiche note connesse con l'impostazione generale del problema della rappresentazione cartografica e con la cartografia numerica in particolare.

Sistema cartografico di riferimento

Per rappresentare l'irregolare superficie fisica terrestre ed i manufatti di origine antropica viene utilizzata, come superficie di riferimento sulla quale proiettare tutti i punti significativi del territorio, la superficie del *geoide*: è questa una superficie molto complessa, la cui definizione è tale da risultare in ogni punto della terra perpendicolare alla direzione della *verticale*, materializzabile mediante un filo a piombo. Questa superficie coinciderebbe con la superficie dei mari, opportunamente prolungata sotto le terre emerse, qualora l'acqua dei mari avesse la stessa temperatura, la stessa densità e non esistessero le perturbazioni dovute alle correnti, ai venti ed alle maree.

La complessità della formulazione matematica del geoide, dovuta al fatto che in essa figurano grandezze non solo geometriche ma anche meccaniche quali la densità dei diversi punti all'interno della terra, ha portato alla definizione di altre superfici di riferimento che approssimino il geoide, ma godano di espressioni matematiche più semplici.

In cartografia viene usualmente utilizzata la superficie dell'*ellissoide*, la cui espressione:

$$\frac{x^2 + y^2}{a^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

è caratterizzata da soli 2 parametri: *a* (*semiasse equatoriale*) e *c* (*semiasse polare*).

La quantità:

$$a = \frac{a - c}{a}$$

viene definita *schacciamento*.

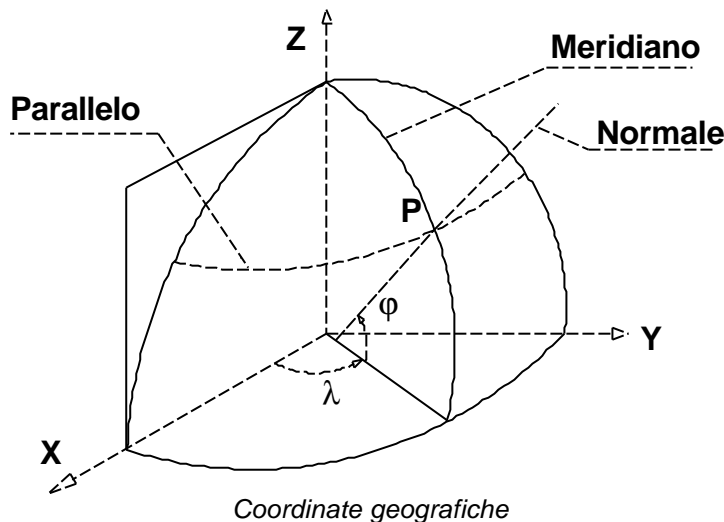
Lo scostamento tra geoide ed ellissoide si denomina *ondulazione*, e nel territorio della Regione Piemonte assume valori dell'ordine dei 50 m.



La superficie ellissoidica non è sviluppabile sul piano senza deformazioni essendo una superficie a doppia curvatura: la definizione di un sistema di rappresentazione cartografica si basa allora sulla scelta di due funzioni, dette *equazioni della rappresentazione*, che permettono di calcolare le coordinate piane ortogonali (*coordinate cartografiche*) x e y per ogni punto di cui siano note le coordinate geografiche φ (*latitudine*) e λ (*longitudine*):

$$x = f(\varphi, \lambda) \quad y = g(\varphi, \lambda)$$

Si possono definire anche le formule inverse, che permettono di calcolare φ e λ se sono note le coordinate x, y .



Rete geodetica di inquadramento

Nella costruzione della cartografia di un territorio si procede generalmente per livelli successivi, provvedendo dapprima alla determinazione della posizione di un limitato numero di punti caratterizzati da elevata precisione (*vertici trigonometrici*): l'inquadramento geodetico di una regione comporta la definizione, mediante un'opportuna serie di misure di angoli, distanze e dislivelli, delle coordinate geografiche di un insieme di punti disseminati sul territorio con sufficiente densità, attraverso l'esecuzione di calcoli che, oltre alla determinazione geometrica dei punti, consenta la definizione dei parametri di attendibilità statistica delle singole coordinate.

Sulla base di tale rete fondamentale vengono poi appoggiati i rilievi di raffittimento ed i vari rilievi di dettaglio.

L'Istituto Geografico Militare, l'Ente che ha in Italia il compito di provvedere alla realizzazione e alla gestione della rete geodetica nazionale, ha recentemente ultimato la revisione di tutta la rete geodetica, con l'istituzione di una rete tridimensionale di elevata precisione (*Progetto IGM95*), i cui punti sono caratterizzati da materializzazioni stabili ed accessibili, costituiti da

vertici trigonometrici selezionati tra quelli del I, II e III ordine esistenti o, in mancanza di questi, da vertici di nuova istituzione, per un totale di circa 1230 punti.

La particolarità di questa rete è che per la prima volta vengono applicate in modo estensivo le metodologie basate sull'uso dei segnali satellitari del sistema *GPS (Global Positioning System)*.

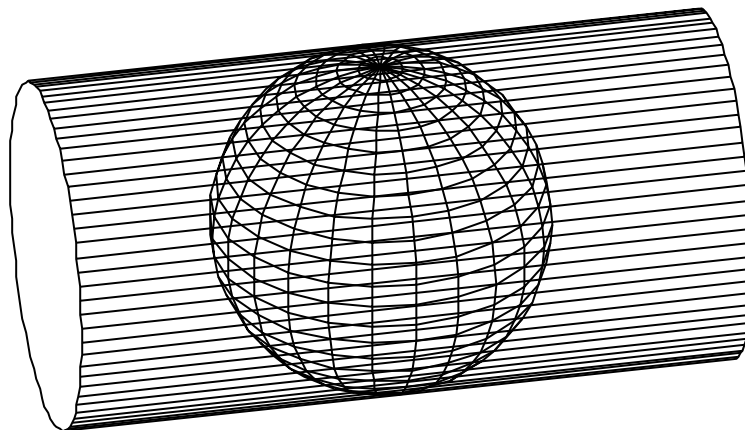
La distanza media tra i vertici della nuova rete è di circa 20 km, ossia un punto ogni circa 300 km², corrispondenti a circa 4 vertici per ogni Foglio alla scala 1:100.000.

Oltre alle coordinate dei vertici trigonometrici sono state anche calcolate le relazioni tra il sistema geodetico nazionale e il sistema *WGS84*, il sistema in uso per le applicazioni satellitari. Questo consentirà all'utenza la possibilità di effettuare rilievi topografici con metodologia GPS su tutto il territorio nazionale e di inquadrare i risultati nel sistema geodetico preesistente, con parametri di trasformazione già determinati e validi per intorni di circa 20-30 km.

La rappresentazione di Gauss

Dato un sistema geodetico e scelta la rappresentazione che si intende adottare, ovvero l'insieme delle due funzioni f e g cui si è fatto cenno, si procede al calcolo delle coordinate piane e ortogonali dei vertici trigonometrici che costituiscono, come è stato detto, l'"ossatura" sulla quale verranno *appoggiati* tutti i rilievi relativi ad un dato territorio.

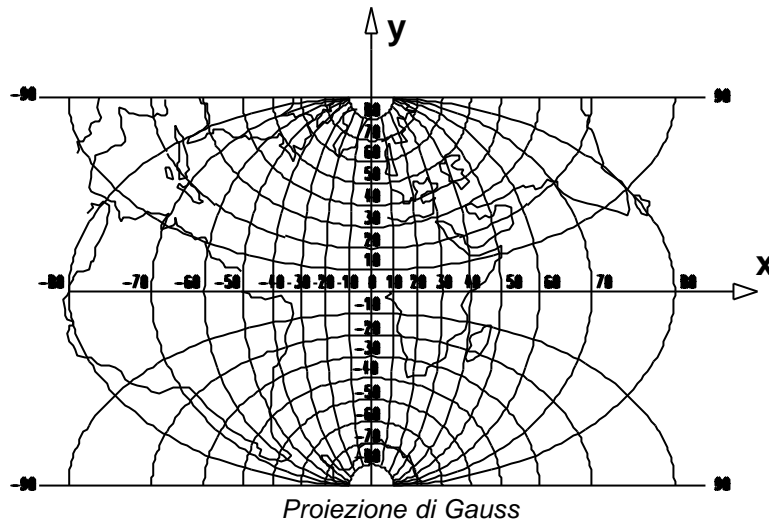
La rappresentazione di Gauss, scelta per la cartografia ufficiale italiana, si può inizialmente immaginare come derivata dalla proiezione dei punti dal centro dell'ellissoide di riferimento su un cilindro tangente ad un meridiano, detto *meridiano centrale*: in realtà la rappresentazione si ottiene unicamente con un procedimento matematico (le funzioni f e g) e non attraverso un procedimento geometrico e proiettivo, anche se, per la propria similitudine con la proiezione cilindrica, la rappresentazione di Gauss viene definita *cilindrica modificata* o *pseudocilindrica*.



Cilindro tangente a un meridiano

La cartografia di Gauss è *conforme*, e pertanto gli angoli misurati sulla carta corrispondono perfettamente con i corrispondenti angoli misurati sul terreno; le lunghezze misurate sulla carta sono invece deformate rispetto a quelle misurate sulla superficie di riferimento.

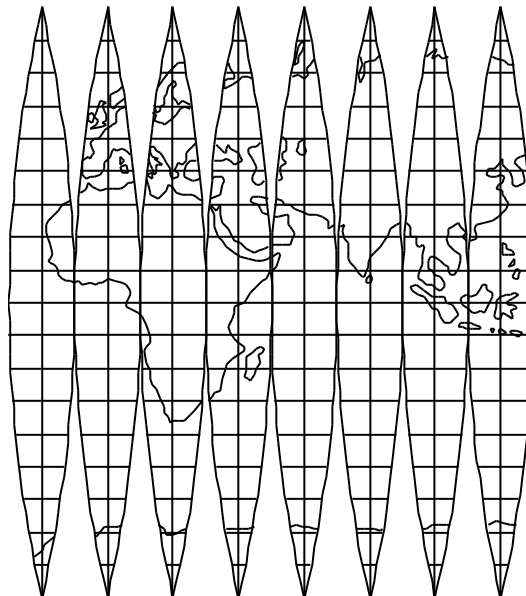
Nella figura che segue è riportata una rappresentazione del reticolato geografico, ovvero il complesso di linee che rappresentano le *trasformate dei meridiani e dei paralleli*: si noti che la trasformata del meridiano centrale è un segmento di retta. Si può facilmente constatare dalla figura come il meridiano centrale venga rappresentato senza subire alcuna deformazione, e come invece la deformazione cresca rapidamente allontanandosi dal centro.



Per limitare le deformazioni, le rappresentazioni cartografiche usualmente utilizzate limitano l'estensione del *fuso* (porzione di ellissoide compresa tra due meridiani) che viene rappresentato in un unico sistema.

Il sistema U.T.M.

Per il sistema *U.T.M.*, utilizzato come base per la cartografia mondiale, la rappresentazione è costituita da fusi di ampiezza 6° : assunto cioè l'antimeridiano di Greenwich come meridiano fondamentale, si costruisce una serie di 60 fusi aventi ciascuno ampiezza di 6° , e si rappresenta in un unico riferimento x, y la porzione di territorio i cui punti abbiano differenze di longitudine rispetto al meridiano centrale inferiori o uguali a 3° .



Fusi di ampiezza 6° previsti dal sistema di Gauss

Con le formule della rappresentazione si ottengono le coordinate x , con origine sul meridiano centrale, e y , con origine all'equatore.

Allo scopo di eliminare l'uso dei numeri negativi per le ascisse dei numeri posti ad Ovest dei

rispettivi meridiani centrali, si è ricorso allo spostamento fittizio dell'origine delle ascisse istituendo una *falsa origine* e attribuendo ai punti sul meridiano centrale di ogni fuso un valore convenzionale di x pari a 500 km.

Si vengono quindi a determinare le coordinate E (Est) e N (Nord), definite da:

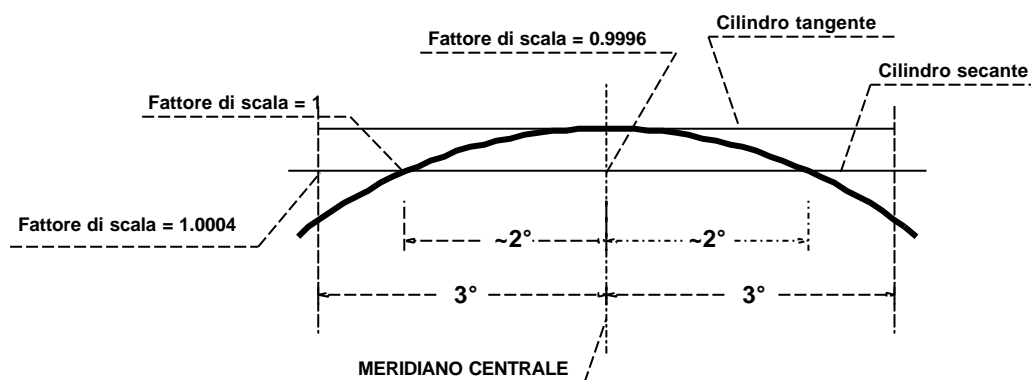
$$\begin{aligned} N &= y \\ E &= x + 500 \end{aligned}$$

Nell'ambito di un fuso la deformazione lineare raggiunge il valore massimo sui meridiani marginali del fuso: il *modulo di deformazione lineare*, definito come rapporto tra un elemento lineare infinitesimo sulla carta ed il corrispondente elemento misurato sull'ellissoide, raggiunge il valore di 1.0008, il che significa che considerando due punti ad una distanza di 1000 m sull'ellissoide si trova sulla carta, fra i corrispondenti di tali punti secondo le f e g , una distanza pari a 1000.80 m.

Per limitare questa deformazione si introduce un *fattore di contrazione* pari a 0.9996, ovvero si rimpicciolisce tutta la rappresentazione di 4/10.000. Si ha pertanto un modulo di deformazione lineare di 0.9996 sul meridiano centrale, di 1.0004 sui meridiani marginali e un modulo unitario su due linee prossime ai meridiani che hanno circa 2° di differenza di longitudine rispetto al meridiano centrale: in tale modo la deformazione relativa non supera il valore di 4/10.000.

Dal punto di vista geometrico, l'applicazione del fattore di contrazione corrisponde ad utilizzare un cilindro non più tangente bensì leggermente più piccolo, e quindi secante, rispetto all'ellissoide.

Si noti inoltre che le coordinate dei vertici trigonometrici riportate nei cataloghi ufficiali sono già comprensive di tale riduzione.



Cilindro tangente e cilindro secante nella rappresentazione di Gauss

Cartografia ufficiale italiana

La cartografia ufficiale italiana, proposta nel 1940 dal prof. Boaga, utilizza anch'essa, come il sistema U.T.M., la rappresentazione di Gauss, ma prevede unicamente l'utilizzo di due fusi, denominati fuso Ovest e fuso Est, coincidenti rispettivamente con i fusi 32 e 33 del sistema U.T.M. ed aventi rispettivamente i meridiani posti a 9° e a 15° ad Est di Greenwich come meridiani centrali.

Come *punto di emanazione* (luogo geometrico in cui la normale all'ellissoide e la verticale, intesa come linea di forza del campo gravitazionale terrestre, sono coincidenti) per il calcolo delle coordinate geografiche di tutti i vertici della rete geodetica italiana fu assunto il vertice di Roma Monte Mario (sistema *Roma40*), al quale, in seguito ad accurate osservazioni

astronomiche, erano state attribuite le seguenti coordinate geografiche:

$$\varphi = 41^{\circ}55'25''.51 \quad \lambda = 12^{\circ}27'08''.40$$

Come ellissoide veniva scelto l'Ellissoide Internazionale proposto da Hayford nel 1909, avente i seguenti parametri:

$$\begin{array}{ll} \text{semiasse equatoriale:} & a = 6.378.388 \text{ m} \\ \text{schacciamento:} & \alpha = 1/297.0 \end{array}$$

Fu istituita una doppia falsa origine, una per ciascun fuso, attribuendo ai punti sul meridiano centrale del fuso Ovest un valore convenzionale di x pari a 1500 km, ed a quelli sul meridiano centrale del fuso Est un valore di 2520 km.

Si venivano quindi a determinare le coordinate E e N , definite da:

$$\begin{array}{ll} N = y & \text{per entrambi i fusi} \\ E = x + 1500 & \text{per il fuso Ovest} \\ E = x + 2520 & \text{per il fuso Est} \end{array}$$

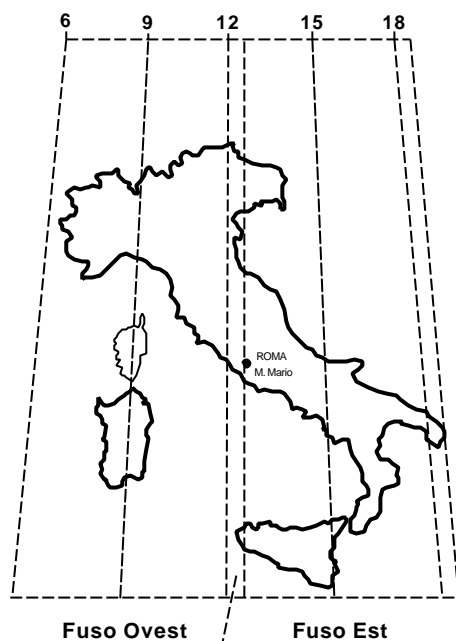
In tal modo la prima cifra della coordinata Est corrisponde sempre al numero del fuso: 1 per il fuso Ovest e 2 per il fuso Est.

Tale sistema venne denominato *Gauss-Boaga*.

Le coordinate dei punti appartenenti a fusi diversi non sono omogenee, e non è quindi possibile calcolare le relazioni di posizione fra punti appartenenti a diversi sistemi se non ricorrendo alle coordinate geografiche, oppure utilizzando apposite tavole di trasformazione note come "Tavole ausiliarie IGM".

Per collegare le rappresentazioni nei due fusi nazionali è stata creata una *zona di sovrapposizione* estendendo il fuso Ovest dell'ampiezza di 30' in longitudine; in tale zona i vertici trigonometrici sono riferiti sia al fuso Est sia al fuso Ovest, e sulla cartografia vengono impressi i riferimenti dei due sistemi.

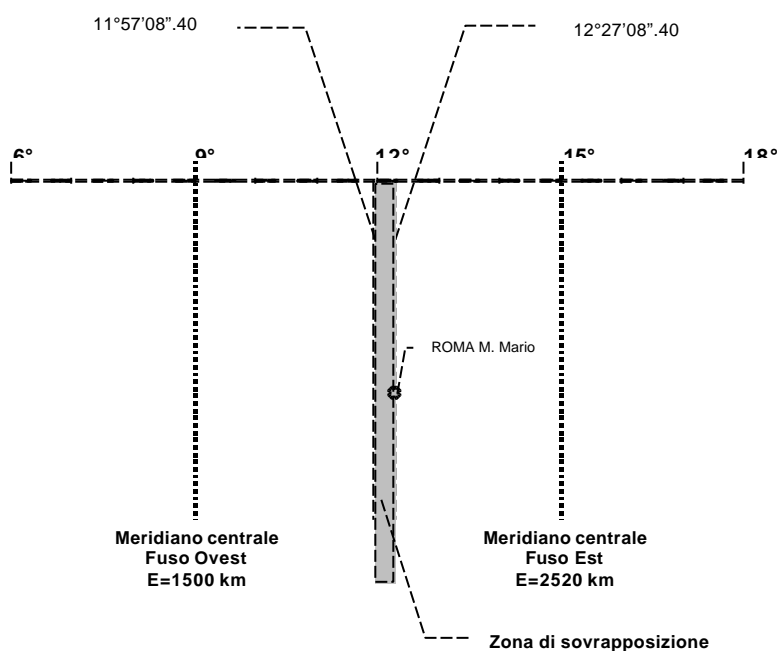
Per consentire poi l'intera rappresentazione del territorio nazionale in soli due fusi, anche il fuso Est è stato esteso di 30' in modo da comprendere la Penisola Salentina che altrimenti andrebbe rappresentata in un terzo fuso.



Zona di sovrapposizione

Suddivisione in fusi per la cartografia ufficiale italiana

Come si può notare dalla figura, il territorio della Regione Piemonte appartiene totalmente al fuso Ovest.



Schema della zona di sovrapposizione per la cartografia ufficiale italiana

In effetti, allo scopo di conservare invariato il taglio della preesistente cartografia in scala 1:25.000 e 1:100.000, la zona di sovrapposizione è stata ottenuta estendendo il fuso Ovest fino al meridiano di Roma (Monte Mario), e quindi il meridiano di separazione tra i due fusi è quello di longitudine 11°57'08".40.

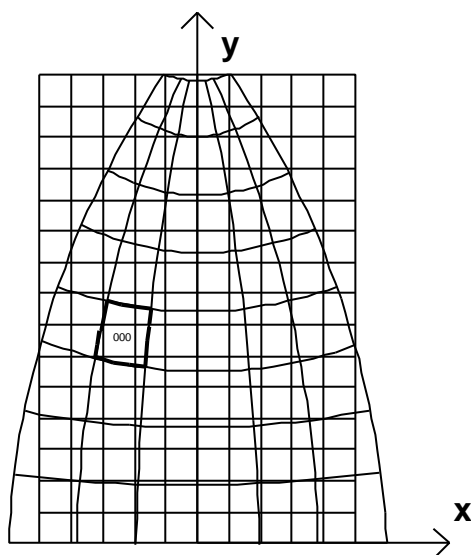
Taglio dei fogli

All'atto di costituzione della Carta d'Italia in scala 1:25.000 si adottò un sistema di taglio dei fogli secondo le trasformate dei meridiani e dei paralleli: ad esempio, ogni foglio alla scala 1:25.000, denominato *Tavoletta*, era compreso tra due meridiani aventi una differenza di longitudine pari a 7'30" e tra due paralleli aventi una differenza di latitudine di 5'; sulle carte venivano riportate anche le rette con Est=costante e con N=costante della rappresentazione, con intervallo pari ad un chilometro (*reticolato chilometrico nazionale*).

Nel 1950, in seguito ad un'intesa tra le Nazioni dell'Europa occidentale, si unificavano le reti geodetiche di vari Stati, assumendo come punto di emanazione per il calcolo delle coordinate geografiche un vertice a Postdam, in prossimità di Bonn, punto approssimativamente baricentrico rispetto alla globalità delle reti europee. Per la precisione, in tale punto non venne imposta la coincidenza tra la normale all'ellissoide e la verticale, ma venne invece imposto per la differenza tra essi un valore definito; il sistema venne denominato ED50 (*European Datum, 1950*).

Di conseguenza le coordinate geografiche di Roma Monte Mario subirono delle piccole variazioni, e risultarono:

$$\varphi = 41^{\circ}55'31''.49 \quad \lambda = 12^{\circ}27'10''.93$$



Taglio dei fogli secondo il sistema geografico

Per mantenere i Fogli alla scala 1:25.000 inquadrati tra gli stessi valori nominali dei meridiani e dei paralleli, evitando quindi di dover riquadrare tutti i fogli, si è provveduto a sovrastampare sul campo cartografico di ogni tavola, oltre al reticolato chilometrico nazionale, anche il reticolato derivante dall'ED50, chiamato *reticolato chilometrico U.T.M.*

Si è successivamente deciso di procedere ad una nuova Carta in scala 1:50.000, pur non abbandonando l'aggiornamento del vecchio 1:25.000: nella produzione di questa nuova carta, rispetto alla quale sono inquadrati le carte tecniche in scala 1:5.000 e 1:10.000, si sono tagliati i Fogli secondo l'ED50 e, per non perdere il collegamento con le Tavolette in scala 1:25.000, oltre al reticolato chilometrico U.T.M. è stato impresso anche il precedente reticolato chilometrico nazionale.

Peraltro sulla cartografia tecnica nelle scale 1:5.000 e 1:10.000, e quindi anche sulle carte in scala maggiore come il 1:1.000 e 1:2.000, è previsto il solo reticolato chilometrico nazionale, riferito nel sistema Roma40, mentre le coordinate geografiche sono riferite al sistema U.T.M.

con riferimento al sistema ED50: di qui risulta che leggendo sulla carta le coordinate geografiche di un punto e trasformandole secondo le formule f e g cui si è fatto cenno, non si ottengono le coordinate che si leggono per lo stesso punto sul reticolato chilometrico.

Le differenze tra i due sistemi variano da Foglio a Foglio, ed è per questo motivo che nelle informazioni di bandella di ogni tavola viene riportato il valore delle correzioni ΔE e ΔN che permettono di dedurre le coordinate U.T.M. partendo dalle coordinate Gauss-Boaga: ad esempio, per il Foglio di Torino (Foglio n.ro 56 della Carta d'Italia in scala 1:100.000), le correzioni previste, con l'approssimazione del metro, sono:

$$\Delta E = -999946 \text{ m}$$

$$\Delta N = 180 \text{ m}$$

Designazione delle tavole

La squadratura delle tavole delle carte tecniche è geografica come per le precedenti carte del territorio nazionale: i margini del campo cartografico di ogni tavola sono costituiti da trasformate di archi di meridiano e di parallelo.

Risulta una squadratura sottomultipla della citata carta in scala 1:50.000 che, a sua volta, è sottomultipla della Carta Internazionale al Milionesimo (IMW).

Ogni tavola in scala 1:50.000 si denomina **Foglio**.

Ogni tavola in scala 1:10.000 si denomina **Sezione** ed è ottenuta dividendo in 16 parti un Foglio al 50.000; risulta un campo cartografico pari a 5' in longitudine e 3' in latitudine.

Ogni Sezione è designata da un codice numerico di sei cifre del tipo **xxxyy0**, dove:

- **xxx** numero del Foglio IGM 1:50.000
- **yy0** numero che individua, nell'ambito del Foglio, la Sezione in scala 1:10.000 (ultima cifra sempre = 0), secondo lo schema seguente:

010	020	030	040
050	060	070	080
090	100	110	120
130	140	150	160

Ogni tavola in scala 1:5.000 si denomina **Elemento** ed è ottenuta dividendo in 4 parti una Sezione al 10.000; risulta un campo cartografico pari a 2'30" in longitudine e 1'30" in latitudine. Ne consegue che in ogni Foglio al 50.000 sono compresi 64 Elementi al 5.000.

Ogni Elemento è designato da un codice numerico di sei cifre del tipo **xxxyyz**, dove:

- **xxx** numero del Foglio IGM 1:50.000
- **yy** prime due cifre del codice della Sezione in scala 1:10.000
- **z** numero che individua, nell'ambito della Sezione, l'Elemento in scala 1:5.000, secondo lo schema seguente:

4	1
3	2

Le tavole in scala 1:1.000 e 1:2.000 si denominano invece **Mappe**.