

# 1

Si consideri l'equazione di Abraham-Lorentz

$$m\dot{v} = mt_0\ddot{v} + F_{\text{ext}} ,$$

che descrive il moto di una particella carica sottoposta ad una forza esterna, tenendo conto dell'emissione di onde elettromagnetiche da parte della particella stessa. La costante  $t_0$  è positiva. Si mostri che per una generica forza esterna  $F_{\text{ext}}(t) \in L^2(\mathbb{R})$  non esiste una soluzione causale dell'equazione. [*Suggerimento*: si risolva per  $\dot{v}$  come funzione di  $F_{\text{ext}}$ , usando il metodo della funzione di Green, e si mostri che la soluzione causale dà luogo a un integrale genericamente divergente e dunque non è accettabile.]

# 2

Si consideri uno spazio di Hilbert con un s.o.c.  $\{e^{(n)}\}_{n \geq 1}$ . È data la successione di vettori

$$f^{(n)} = \frac{\sum_{k=1}^n a_k e^{(k)} - b_{n+1} e^{(n+1)}}{\sqrt{\sum_{k=1}^n |a_k|^2 + |b_{n+1}|^2}} , \quad \forall n \geq 1 ,$$

dove  $\{a_n\}_{n \geq 1}$  e  $\{b_n\}_{n \geq 2}$  sono due successioni di numeri complessi, e  $a_n \neq 0$  per qualsiasi  $n \geq 1$ .

- (i) Determina  $\{b_n\}_{n \geq 2}$  in funzione di  $\{a_n\}_{n \geq 1}$  in modo che  $\{f^{(n)}\}_{n \geq 1}$  sia un sistema ortonormale.
- (ii) Mostra che, con questa scelta di  $\{b_n\}_{n \geq 2}$ ,  $\{f^{(n)}\}_{n \geq 1}$  è un s.o.c. se e soltanto se  $\{a_n\}_{n \geq 1} \notin l^2$ .