Fisica Applicata– I prova scritta

CdL in TECNICHE DI LABORATORIO BIOMEDICO
CdL in TECNICHE DI RADIOLOGIA MEDICA, PER IMMAGINI E RADIOTERAPIA
Sessione Invernale- I appello– AA 2022/2023 – 16/12/2022

1) Una pesca cade dal ramo di un albero che si trova a $h = 3.15$ m di altezza.

   a) Quanto tempo impiega la pesca a raggiungere il suolo?

   b) Qual è la velocità con cui tocca terra?

2) Un piccolo corpo di massa $m = 0.50$ kg è attaccato, mediante una corda lunga $R = 50$ cm ad un perno, posto sulla superficie di un tavolo privo di attrito. Il corpo si muove descrivendo una circonferenza sulla superficie orizzontale del tavolo, con una velocità $v = 2.0$ m/s.

   a) Qual è il modulo dell'accelerazione centripeta del corpo?

   b) Qual è la tensione nella corda?

3) Una massa $m = 0.20$ kg viene agganciata ad una molla di lunghezza a riposo $x_0 = 5.0$ cm e di massa trascurabile.

   a) In un primo momento, l'estremità libera della molla viene fissata al soffitto, cossicchè il sistema molla-massa risulta appeso in verticale, e si osserva che la molla si allunga raggiungendo all'equilibrio la lunghezza $x_1 = 6.0$ cm. Calcolare la costante elastica k della molla.

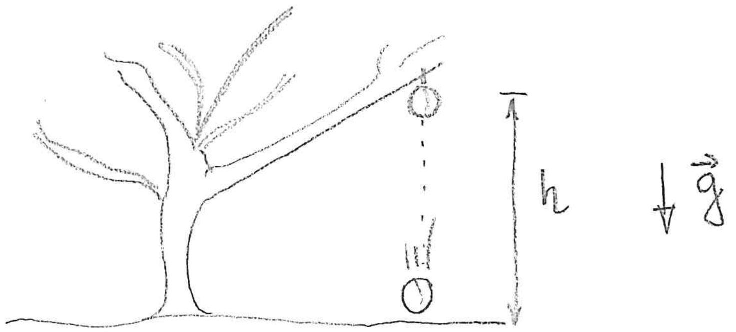
   b) Successivamente, il sistema molla-massa viene posto su una superficie orizzontale priva di attrito, e l'estremità libera della molla viene fissata ad una parete laterale. In questa nuova configurazione, la massa viene trascinata sul piano, allungando la molla fino a raggiungere la lunghezza $x_2 = 10.0$ cm, ed infine rilasciata, per cui comincia un moto oscillatorio. Calcolare la velocità massima v_{max} che la massa raggiunge durante il suo moto oscillatorio:

4) All'attaccatura di un idrante, l'acqua scorre in una manichetta antincedio di diametro $d_1 = 9.6$ cm con una velocità $v_1 = 1.3$ m/s. All'altra estremità del tubo, l'acqua esce attraverso un ugello di diametro $d_2 = 2.5$ cm. Calcolare la velocità con cui l'acqua esce dall'ugello:

   a) Nel caso in cui l'ugello si trovi alla stessa altezza dell'attaccatura all'idrante

   b) Nel caso in cui l'ugello si trovi ad un'altezza $h = 3$ m più in alto rispetto all'attaccatura dell'idrante.

(1)



$h = 3{,}15\ m$

$g = 9{,}8\ \frac{m}{s^2}$

a) La pesca si muove di moto unif. accelerato, con accelerazione pari a $\vec{g}$ (diretta verso il basso)
L'equazione del moto è del tipo:

$$x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

con $x_0 = h$
$v_0 = 0$
$a = -g$
$x(\bar{t}) = 0$ con $\bar{t}$ istante in cui la pesca tocca ter

Quindi:

$$0 = h - \frac{1}{2} g \bar{t}^2$$

$$\bar{t}^2 = \frac{2h}{g} = \frac{6{,}30\ m}{9{,}8\ m/s^2} = 0{,}64\ s^2 \qquad e \qquad \bar{t} = 0{,}80\ s$$

b) La legge oraria della velocità è del tipo:

$$v(t) = v_0 + at$$

con $v_0 = 0$
$a = -g$

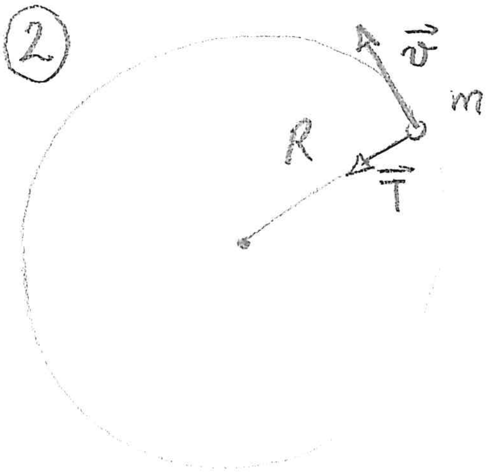
diretta verso il bass

Quindi

$$v(\bar{t}) = -g\bar{t} = -g\sqrt{\frac{2h}{g}} = -\sqrt{2gh} = -\sqrt{2 \cdot 9{,}8 \frac{m}{s^2} \cdot 3{,}15 m}$$

$$|v(\bar{t})| = \sqrt{2 \cdot 9{,}8 \frac{m}{s^2} \cdot 3{,}15 m} = 7{,}9\ \frac{m}{s} = 28\ km/h$$

(2)



$m = 0{,}50\ \text{Kg}$

$R = 0{,}50\ \text{m}$

$v = 2{,}0\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$

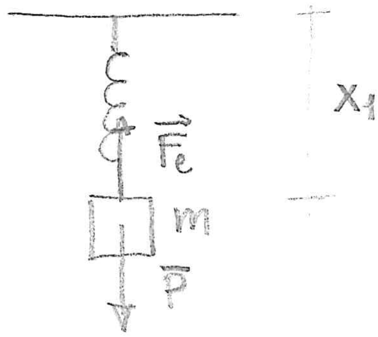
Si tratta di un moto circolare uniforme.

a) $a_c = \dfrac{v^2}{R} = \dfrac{\left(2{,}0\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{(0{,}50\ \text{m})} = 8{,}0\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

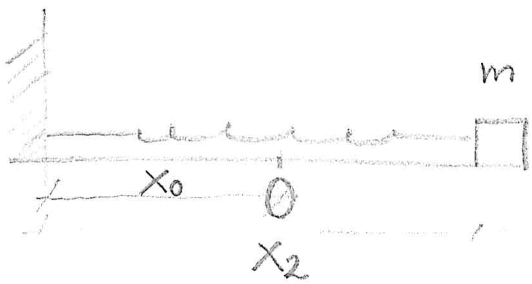
b) $T = m a_c = 0{,}50\ \text{Kg} \cdot 8{,}0\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 4{,}0\ \text{N}$

③

a)



b)



$x_0 = 5{,}0$ cm

$x_1 = 6{,}0$ cm $\qquad m = 0{,}20$ kg

$x_2 = 10{,}0$ cm

a) La forza elastica $\vec{F_e}$ compensa esattamente $\vec{P}$:

$$\vec{F_e} + \vec{P} = 0$$

$$F_e = P$$

$$K(x_1 - x_0) = mg$$

$$K = \frac{mg}{(x_1 - x_0)} = \frac{0.2\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2}{1{,}0 \cdot 10^{-2}\ \text{m}} = 196\ \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

b) La molla risulta allungata di $x_2 - x_0 = 5{,}0$ cm.
Prima di essere rilasciata, la massa ha solo energia potenziale elastica, che poi* viene interamente convertita in energia cinetica

*quando la massa passa per O, posizione in cui la molla è a riposo

$$K = U$$

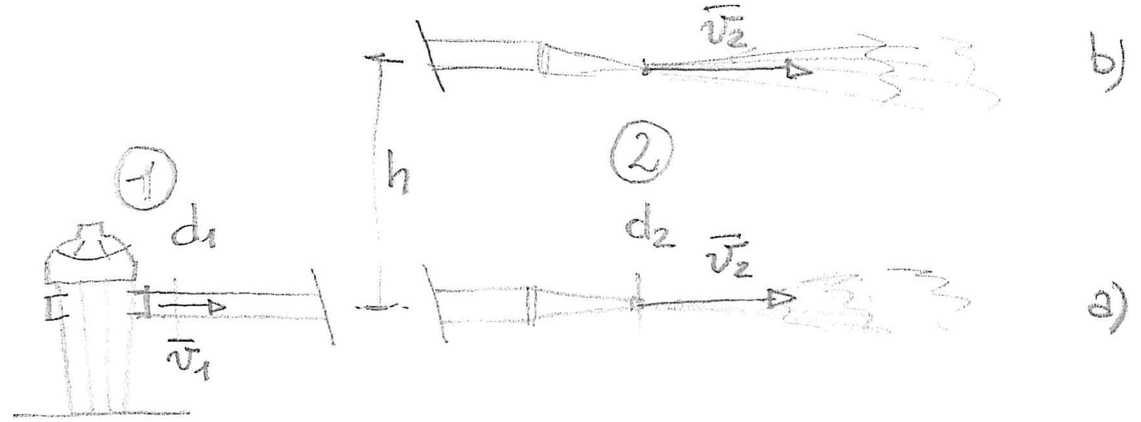
$$\frac{1}{2} m v_{max}^2 = \frac{1}{2} k (x_2 - x_0)^2$$

$$\cancel{m} v_{max}^2 = \frac{\cancel{m} g}{(x_1 - x_0)} (x_2 - x_0)^2$$

$$v_{max} = \sqrt{g \frac{(x_2 - x_0)^2}{(x_1 - x_0)}} = \sqrt{9{,}8\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \frac{(5 \cdot 10^{-2}\ \text{m})^2}{10^{-2}\ \text{m}}}$$

$$= \sqrt{2{,}45\ \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}} = 1{,}57\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

4



$d_1 = 9{,}6$ cm $\qquad d_2 = 2{,}5$ cm

$v_1 = 1{,}3$ m/s

a) Per il teorema di Leonardo,

$$v_1 S_1 = v_2 S_2$$

$$v_2 = v_1 \frac{S_1}{S_2} = v_1 \frac{\cancel{\pi} d_1^2 \cancel{/4}}{\cancel{\pi} d_2^2 \cancel{/4}} = v_1 \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2$$

$$= v_1 \left(\frac{9{,}6\ \cancel{cm}}{2{,}5\ \cancel{cm}}\right)^2 = 1{,}3\ \frac{m}{s} \cdot 14{,}7 = 19{,}2\ \frac{m}{s}$$

b) Il testo del problema lascia intendere che v_1 <u>non cambia</u> tra le configurazioni a) e b), ovvero $v_{1a} = v_{1b}$. Allora per il teorema di Leonardo <u>non cambia nemmeno v_2</u>, ovvero

$$\boxed{v_{2b} = v_{2a} = 19{,}2\ \frac{m}{s}}$$

Si noti che questo implica che la pressione in 1 deve aumentare ($p_{1b} > p_{1a}$). Più precisamente, applicando Bernoulli alle configurazioni a) e b):

$$\text{a)}\quad p_{1a} + \frac{1}{2}\rho v_{1a}^2 = p_{2a} + \frac{1}{2}\rho v_{2a}^2$$

$$\text{b)}\quad p_{1b} + \frac{1}{2}\rho \underbrace{v_{1b}^2}_{\substack{\text{invariato} \\ (v_{1a} = v_{1b})}} = \underbrace{p_{2b}}_{\substack{\text{invariato} \\ (p_{2a} = p_{2b} = p_{atm})}} + \frac{1}{2}\rho \underbrace{v_{2b}^2}_{\substack{\text{invariato} \\ (v_{2a} = v_{2b})}} + \rho g h$$

Il che implica $p_{1b} = p_{1a} + \rho g h$.

4) <Ulteriori considerationi>

La solutione precedente, con $v_{1b} = v_{1a}$, è probabilmente poco realistica. Un'altra ipotesi potrebbe essere che p1 non cambi ($p_{1b} = p_{1a}$). In questa ipotesi, più realistica, il problema si complica ma resta comunque fattibile.
Di nuovo, si tratta di applicare Bernoulli alle configurazioni a) e b):

$$a)\quad p_{1a} + \frac{1}{2}\rho v_{1a}^2 = p_{2a} + \frac{1}{2}\rho v_{2a}^2$$

$$b)\quad \underbrace{p_{1b}}_{\substack{\text{invariato}\\(p_{1a}=p_{1b})}} + \frac{1}{2}\rho v_{1b}^2 = \underbrace{p_{2b}}_{\substack{\text{invariato}\\(p_{2a}=p_{2b}=p_{atm})}} + \frac{1}{2}\rho v_{2b}^2 + \rho g h$$

Da cui si deduce:

$$\frac{1}{2}\cancel{\rho}\left(v_{2a}^2 - v_{1a}^2\right) = \frac{1}{2}\cancel{\rho}\left(v_{2b}^2 - v_{1b}^2\right) + \cancel{\rho} g h$$

$$v_{2a}^2 - v_{1a}^2 = v_{2b}^2 - v_{1b}^2 + 2gh$$

Ricordando poi che, per il teorema di Leonardo, $v_1 = v_2 \frac{S_2}{S_1}$:

$$v_{2a}^2\left(1 - \frac{S_2^2}{S_1^2}\right) = v_{2b}^2\left(1 - \frac{S_2^2}{S_1^2}\right) + 2gh$$

$$v_{2b}^2 = v_{2a}^2 - \frac{2gh}{1 - \frac{S_2^2}{S_1^2}}$$

$$= \left(19{,}2\ \frac{m}{s}\right)^2 - \frac{2 \cdot 9.8\ \frac{m}{s^2} \cdot 3\,m}{\underbrace{1 - \left(\frac{2{,}5\ \cancel{cm}}{9{,}6\ \cancel{cm}}\right)^4}_{=\,0{,}9954\,\sim\,1}} =$$

$$= \left(19{,}2\ \frac{m}{s}\right)^2 - 59\ \frac{m^2}{s^2}$$

$$\boxed{v_{2b} = 17{,}6\ \frac{m}{s}}$$

Questo risultato differisce da quello precedente perché diverse sono le ipotesi alla base del modello.
Ai fini della valutazione del compito, entrambe le soluzioni sono state considerate esatte.