Martedì 4 ottobre 2022 ore 8-10 Numeri naturali. Principio di induzione. Teorema sulle dimostrazioni per induzione. Un esempio di dimostrazione per induzione: dimostrazione della disuguaglianza di Bernoulli.

Martedì 4 ottobre 2022 ore 16-18 Sommatorie, somma aritmetica. Dimostrazione per induzione della formula per somme geometriche di ragione x. Fattoriali e coefficienti binomiali.

Mercoledì 5 settembre 2 ore Formula di Newton per i binomi (con dim.). Triangolo di Tartaglia.

Venerdì 7 ottobre 2 ore. Insieme dei numeri complessi C . Somma e prodotto in C. R come sottoinsieme di C. Numero i=(0,1) e verifica che i^2=-1. Complesso coniugato di z. Valore assoluto |z|. Esistenza di 1/z se z≠0 (con dim.).

Martedì 11 ottobre 2022 ore 8-10 Svolgimento di vari esercizi sui numeri complessi. Polinomi e loro radici. Teorema fondamentale dell'algebra, versione 1, sull'esistenza di una radice in C per ogni polinomio di grado ≥ 1 . Teorema fondamentale dell'algebra, versione 2, sulla fattorizzazione in polinomi di grado 1. Molteplicità delle radici di un polinomio.

Martedì 11 ottobre 2022 ore 16-18 Verifica che se un polinomio ha coefficienti reali allora se un numero complesso è una radice anche il complesso coniugato lo è. Un esercizio. Rappresentazione di un numero complesso in termini delle coordinate polari e Formule di De Moivre (senza dim). Radici n-esime dell'unità.

mercoledì 12 ottobre 2022 ore 8-11 Radici n-esime di un numero complesso qualsiasi: esempio con le radici ottave di 1+i. Due esercizi con risoluzioni di equazioni usando la formula di De Moivre- Classi separate. Elementi di separazione. Assioma di separazione in R. Retta reale estesa. Definizione di estremo superiore. Teorema sull'esistenza dell'estremo superiore di qualsiasi sottoinsieme di R (senza dim.).

Venerdì 14 ottobre 2 ore Verifica che se X è un intervallo di estremi a<b, allora supX=b. Estremo inferiore. supN=infinito (con dim). Principio di Archimede (con dim.). Densità di Q in R. Definizione di funzione tra due insiemi. Vari esempi di funzione: funzione di Heaviside, funzione segno, funzione di Dirichlet, funzione parte intera.

Martedì 18 ottobre 2022 ore 8-10 Funzioni crescenti, strettamente crescenti, decrescenti, strettamente decrescenti. Grafico di una funzione . Immagine di un insieme e controimmagine di un insieme. Funzioni pari, dispari . Funzioni iniettive, suriettive e biettive. Funzioni inverse di funzioni biettive e loro grafico. Definizione di arcsin (x) e di arctan (x). Un esercizio d'esame sui numeri complessi.

Martedì 18 ottobre 2022 ore 16-18 Definizione della funzione valore assoluto |x| e proprietà. In particolare, dimostrazione della disuguaglianza triangolare. Distanza tra due punti della retta e relativa disuguaglianza triangolare. Successioni. Definizione di limite di una successione (nel caso di limite finito). Vari esempi.

Martedì 25 ottobre 2022 ore 8-10 Definizione di $\lim_{x \to +\infty} f(x) = L$ per L numero reale e per una funzione a valori reali definita su un sottoinsieme X di R con supX=+∞. Verifica che di $\lim_{x \to +\infty} 1/x = 0$ e che $\lim_{x \to +\infty} \sin(x)$ non esiste. Verifica che se |L_1-L_2|<ε per ogni ε>0 allora L_1=L_2. Teorema dell'unicità del limite (con dim solo nel caso di limiti reali). Definizione di $\lim_{x \to +\infty} \mathrm{f}(x) = +\infty$. Per b>1 verifica di $\lim_{n \to +\infty} b$^{n} = +∞. Regole (solo enunciato, senza dimostrazioni) della somma , del prodotto e del quoziente per limiti per x

Martedì 25 ottobre 2022 ore 16-18 Teorema del confronto (solo enunciato). Teorema dei Carabinieri (con dim.) Dimostrazione che per b>0 il limite di b^{1/n} è 1. Verifica che per b>1 il limite di b^{n}/n è + infinito .

Mercoledì 26 ottobre 2022 3 ore Dimostrazione che $\lim_{x \to +\infty} f(x) = sup f(X)$ per funzioni crescenti. Numero di Nepero ed enunciato sul fatto che la successione $(1 + 1/n)^n$ è strettamente crescente. Verifica per b>1 il limite di b^{x} per $x \to +\infty$ è + infinito. Definizione di punto di accumulazione per un sottoinsieme X di R . Verifica che l'insieme dei punti di accumulazione di Q è tutto R.

Venerdì 28 ottobre 2 ore Verifica che un insieme in R con un numero finito di punti non ha punti di accumulazione. Verifica che Z non ha punti di accumulazione in R.

Novembre 2 , 3 ore, Definizione di $\lim_{x \to y} f(x) = L$ per L in R per y un punto di accumulazione del dominio di f . Un esempio. Due definizioni di funzione continua in un punto Teorema sulle regole dei limiti (somma, prodotto, quoziente, tutte senza dim). Teoremi del confronto e dei Carabinieri (solo gli enunciati). Verifica della continuità di sin (x) e di cos (x) in 0 e verifica della continuità di sin (x) in tutto R.

Martedì 8 novembre 2022 ore 8-10 Dimostrazione di $\lim_{x \to 0} sin(x)/x$=1. $\lim_{x \to \infty} (1 + 1/x)^x = e$, con dim. $\lim_{n \to +\infty} (1 + x/n)^n = e^x$ con dim. Discussione sui tassi di interesse. Definizione di limite destro e limite sinistro.

Martedì 8 novembre 2022 ore 16-18 Caratterizzazione del limite in termini di limiti destro e sinistro (senza dim.). Teorema sui limite destro e sinistro per funzioni monotone (senza dim.). Dimostrazione della continuità di b^x .

Successioni di intervalli dimezzati e lemma su tali successioni (senza dim). Sottosuccessioni di una successione. Chiusura di un sottoinsieme di R, sottoinsiemi chiusi di R. Sottoinsiemi limitati di R. Teorema di Bolzano Weierstrass per successioni in [a,b] (enunciato).

Mercoledì 9 novembre 3 ore Definizione di sottosuccessione. Lemma su successioni di intervalli dimezzati, con parziale dimostrazione.Dimostrazione del teorema di Bolzano Weierstrass per successioni in [a,b]. Punti di massimo e punti di minimo di una funzione. Dimostrazione del teorema di Weierstrass per f:[a,b] →R continue.

Venerdì 11 novembre 2 ore Teorema degli zeri (con dim.). Esempio dell'esistenza di uno zero reale per polinomi a coefficienti reali di grado dispari. Teorema dei valori intermedi (con dim.).

Martedì 15 novembre 2022 ore 8-10 Teorema sulla continuità delle funzioni inverse di funzioni strettamente monotone definite su intervalli (senza dim.). Continuità della composizione di due funzioni continue (con dim.). Esempio: continuità di x^a. Verifica che ogni successione in R ha una sottosuccessione che ha limite. Un esercizio sul teorema di Weierstrass sui punti di massimo.

Martedì 15 novembre 2022 ore 16-18 Un altro modo per risolvere lo stesso esercizio di prima.

$\lim_{y\to 0} \log(1+y)/y = 1(con\ dim)$, $\lim_{x\to 0}(e^x - 1)/x = 1$ (con dim). $\lim_{x\to 0}[(x+1)^a - 1]/x = a$ (senza dim.) . Rapporti incrementali e significato geometrico. Definizione di derivata. Retta tangente al grafico in un punti. Dim . di (c) '=0, e di $(e^x)' = e^x$

Mercoledì 16 novembre 3 ore $(x^a)' = a\ \ x^{a-1}$ (regola della potenza). $(\log x\ )' = \ \ x^{-1}$ Regole della somma(con dim.), del prodotto (con dim.) e del quoziente (solo enunciata). Regola della catena (con dim). Calcolo di (tan x)'. Qualche esempio. Legge di Malthus ed equazione logistica.

Venerdì 18 novembre 2 ore Derivata destra e sinistra. Esempio di |x|. Teorema della derivata della funzione inversa (con dim.). Esempi: derivata di arcsin(x) e di arctan(x). Funzioni iperboliche

Martedì 22 novembre 2022 ore 8-10 . Derivate delle funzioni iperboliche. Inversa del sinh (x) e di cosh(x) (con dim.). Risoluzione di un esercizio su limite, limite destro e limite sinistro.

Martedì 22 novembre 16-18 Punti di massimo e di minimo. Teorema di Fermat (con dim.). Un esempio. Come applicazione di Fermat, dimostrazione di 1+x $\leq e^{x}$ su R. Teorema di Rolle (con dim.). Teorema di Lagrange (con dim).

Mercoledì 23 novembre 3 ore Teorema di Cauchy (con dim). Prima regola dell'Hopital (con dim.). Seconda regola dell'Hopital (con dim.). Terza regola dell'Hopital (senza dim.). Qualche esempio di limite relativo alle regole dell'Hopital.

Venerdì 25 novembre 2 ore Qualche esempio di applicazione della regola dell'Hopital. Definizione di derivate di ordine superiore. Derivate di qualsiasi ordine di x^{a}, e^x, $\sin(x), \cos(x)$.

Martedì 29 novembre 2022 ore 8-10 . Lemma sull'unico polinomio di grado minore o uguale ad n le cui derivate in un punto 0 sono date da n+1 numeri preassegnati (con dimostrazione). Definizione di polinomio di Taylor e di polinomio di McLaurin. Derivazione dei polinomi di McLaurin di e^x, sin(x), cos(x) .

Martedì 29 novembre 2022 ore 16-18 Polinomio di McLaurin di (1+x)^a . Formula di Lagrange per il resto (senza dimostrazione). Applicazione della formula di Lagrange: approssimazione di e con un numero razionale con errore inferiore a 10^{-3}. Un esercizio sul teorema di Lagrange e funzioni crescenti.

Mercoledì 30 novembre 3 ore. Definizione di o piccolo, in particolare o(1) ed o(g(x)): vari esempi. Formula di Peano per il resto (senza dim.). Lemma sul fatto che se p(x) è un polinomio di grado minore o uguale di n con p(x)= o((x-x_0)^n) allora p(x) è il polinomio nullo (con dimostrazione). Dimostrazione che se f(x)=p(x) + o((x-x_0)^n) con p(x) è un polinomio di grado minore o uguale di n, allora p è il polinomio di Taylor di ordine n di f in x_0. Utilizzo della formula di Peano per il calcolo di vari polinomi di McLaurin di x^2 sin (x^3) .Varie definizioni distinte, ma equivalenti, delle funzioni convesse (senza dim. dell'equivalenza).

Venerdì 2 dicembre, 2 ore. Espansione di $(1+x)^{-1}$, $(1-x)^{-1}$ a di $(1+x^{2})^{-1}$. Inizio dello svolgimento di un limite dell'esame del 13/01/2014. Caratterizzazione delle funzioni convesse in termini della loro derivata prima (senza dim.). Corollario di caratterizzazione delle funzioni convesse in termini della loro derivata seconda (senza dim.).

Martedì 6 dicembre 8-10 Funzioni concave. Punti di flesso. Derivata seconda nei punti di flesso.Studio della funzione $(x^{2}+1$)/(x-1). Rette asintotiche. Ricerca delle rette asintotiche nel precedente esempio.

Martedì 6 dicembre 14-16 Cenni introduttivi all'integrazione secondo Darboux. Decomposizioni Δ di intervalli e loro calibro | Δ |. Raffinamenti di decomposizioni Somme S(Δ) e s(Δ) associate ad una data funzione f. Calcolo di S(Δ) e s(Δ) per funzioni costanti e per la funzione di Dirichlet. Calcolo di S(Δ) e s(Δ) per funzioni crescenti. Lemma sul fatto che s(Δ) ≤s(Δ') ≤S(Δ') ≤S(Δ) se Δ ' è un raffinamento di Δ (senza dim.). Lemma sul fatto che date due decomposizione esiste una decomposizione che è un raffinamento di entrambe (senza dim.). Corollario sul fatto che s(Δ') ≤S(Δ) per ogni coppia Δ ', Δ (con dim.).

Mercoledì 7 dicembre 3 ore Definizione di integrale superiore e di integrale inferiore. Calcolo dell'integrale superiore ed inferiore per funzioni costanti e per la funzione di Dirichlet. Definizione di integrale di Darboux. Teorema con una condizione necessaria e sufficiente perché una funzione sia integrabile secondo Darboux (con dim.). Integrabilità per Darboux delle funzioni monotone (con dimostrazione). Integrabilità per Darboux delle funzioni continue (senza dim). Integrabilità per Darboux di somme e prodotti di funzioni integrabili (senza dim.). Integrale di Riemann e sua equivalenza con l'integrale di Darboux (senza dim.). Monotonia dell'integrale (solo enunciata). Media di una funzione. Teorema della media (con dim.). Teor. sull'integrabilità di |f(x)| se f(x) è integrabile (senza dim.) e disuguaglianza triangolare (senza dim.).

Martedì 13 dicembre ore 14-18 4 ore Continuità della funzione integrale (con dim.). Teorema fondamentale del calcolo (con dim.). Primitive e funzioni primitivabili. Esempi, in particolare la funzione sin (1/x). Teorema di valutazione (con dim.) . Calcolo dei polinomi di McLaurin di arctan(x).

Mercoledì 14 dicembre 3 ore Formula dell'integrazione per parti (con dim.) con qualche applicazione. Formula del cambio di variabile per integrali indefiniti (con dim.): qualche esempio. Formula del cambio di variabile per integrali definiti (con dim.). Qualche esempio di espansione di Hermite per funzioni razionali.

Venerdì 16 dicembre, 2 ore. Teorema sulla espansione di Hermite per funzioni razionali : enunciato (senza dim.) nel caso $R(x)=\frac{P(x)}{Q(x)}$ con grado P< grado Q e anche caso grado P maggiore o uguale al grado Q. Vari esempi elementari.

Martedì 20 dicembre ore 8-10 Definizione di integrale improprio. Integrabilità di funzioni x^{-p} in in (0, 1]. Integrabilità di funzioni x^{-p} in in [1, infinito) : enunciato e dimostrazione . Teorema su monotonia e linearità dell'integrale improprio (senza dim). Integrali impropri: Aut-Aut (con dim.).

Martedì 20 dicembre ore 14-16 Teorema del confronto (con dim.) . Teorema del confronto asintotico per integrali impropri (senza dim.). Definizione di funzione assolutamente integrabile. Esempi. Teorema che assoluta integrabilità implica integrabilità (solo enunciato). Verifica che sin(x)/ x^p è integrabile in [1, +∞) per ogni p>0.

Mercoledì 21 dicembre 1 ora Verifica che |sin(x)|/ x^p non è integrabile in [1, +∞) per 0<p ≤ 1

Mercoledì 21 dicembre, ricevimento, 2 ore Svolgimento dell’esercizio 1 dell’esame del 12 settembre 2022.