

# Geometria 3 - Topologia

## Foglio di esercizi 11

- 1) Dimostrare che non esiste una retrazione  $r: S^2 \rightarrow S^1$ .
- 2) Dimostrare che non esiste una retrazione  $r: RP^2 \rightarrow RP^1$ .
- 3) Dimostrare che l'inclusione  $i: S^1 \hookrightarrow S^2$  è omotopa a costante.
- 4) Dimostrare che l'inclusione  $i: RP^1 \hookrightarrow RP^2$  non è omotopa a costante.
- 5) Sia  $L \subset R^3$  una retta. Mostrare che  $R^3 - L$  è connesso per archi e calcolare  $\pi_1(R^3 - L)$ .
- 6) Sia  $K \subset R^2$  compatto e non vuoto. Dimostrare che  $R^2 - K$  ha un'unica componente connessa illimitata  $U$ , che è anche connessa per archi ed esiste un epimorfismo  $\pi_1(U) \rightarrow \mathbb{Z}$ .
- 7) Sia  $f = x^7 - x^4 - 5x + 3i$  un polinomio complesso. Dimostrare che  $f$  ammette almeno una radice  $\alpha \in C$  con  $|\alpha| \leq 1$ .
- 8) Siano  $J_1, J_2 \subset R^4$  due piani affini incidenti in un punto, e sia  $X = R^4 - (J_1 \cup J_2)$ . Dimostrare che  $X \simeq T^2$ . Calcolare  $\pi_1(X)$ .
- 9) Siano  $r, s \subset C^2$  due rette affini incidenti in un punto e poniamo  $X = C^2 - (r \cup s)$ . Calcolare  $\pi_1(X)$ .
- 10) Calcolare  $\pi_1(RP^2 \times T^2)$ .
- 11) Dimostrare che esiste un omeomorfismo di  $R^2$  che manda l'asse  $x$  nella parabola  $y = x^2$ .
- 12) Dimostrare che  $R^2$  non è omeomorfo a  $R^n$  per ogni  $n \neq 2$  (questo si chiama *invarianza topologica della dimensione*).