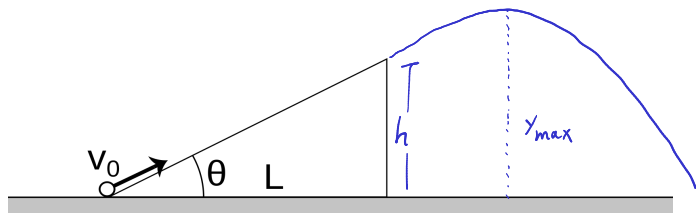


Cognome Nome CdS:

Istruzioni:

Per ciascuna domanda rispondere fornendo solo il risultato finale: la grandezza incognita espressa simbolicamente in funzione delle grandezze date, e poi l'eventuale corrispondente risultato numerico, con il corretto numero di cifre significative e con le unità di misura appropriate. Fare attenzione ai segni nelle risposte numeriche.

Problema 1. Un proiettile di massa $m = 0.25 \text{ kg}$ è sparato con una velocità iniziale di modulo $v_0 = 10 \text{ m/s}$ lungo una rampa di lunghezza orizzontale $L = 1 \text{ m}$, e di inclinazione data dall'angolo $\theta = 30^\circ$. Il coefficiente di attrito tra il proiettile e la rampa è $\mu = 0.2$.



- a) Disegnare il diagramma a corpo libero per il proiettile a in punto qualsiasi durante la sua salita lungo la rampa. Calcolare il valore numerico delle tre forze che agiscono sul proiettile.

2



$$F_t = mg = 2.5 \text{ N}$$

$$F_N = F_t \cos \theta = 2.1 \text{ N}$$

$$F_k = \mu F_N = 0.42 \text{ N}$$

- b) Qual è la velocità del proiettile alla fine della rampa? [Suggerimento: il teorema lavoro-energia cinetica è un modo veloce di arrivare alla soluzione.]

ipotenusa: $d = L / \cos \theta$

$$\frac{1}{2} m v_f^2 - \frac{1}{2} m v_0^2 = \int (\sum \vec{F}) \cdot d\vec{r} = (-F_t \sin \theta - F_k) d$$

$$F_k = \mu F_N = \mu F_t \cos \theta$$

$$\frac{1}{2} m v_f^2 = \frac{1}{2} m v_0^2 - F_t L (\tan \theta + \mu) = 12.5 \text{ J} - 1.9 \text{ J} = 10.6 \text{ J} \quad v_f = 9.2 \text{ m/s}$$

- c) Alla fine della rampa il proiettile inizia una caduta libera, con una traiettoria parabolica. Calcolare l'altezza massima che raggiunge il proiettile.

$$y = h + v_{oy} t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$y_{\max} = h + \frac{v_{oy}^2}{g} - \frac{1}{2} \frac{v_{oy}^2}{g} = h + \frac{1}{2} \frac{v_{oy}^2}{g} =$$

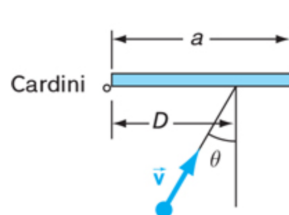
$$= 0.58 + 2.2 \text{ m} = 2.8 \text{ m}$$

$$v_{fy} = v_f \sin \theta = 4.6 \text{ m/s}$$

$$0 = v_y = v_{oy} - g t_{\max} \Rightarrow t_{\max} = \frac{v_{oy}}{g}$$

Problema 2. Una porta aperta di massa M è in quiete quando viene colpita da una pallina appiccicosa di massa $m \ll M$ (approssimabile come puntiforme) in un punto posto a distanza D dall'asse passante per i cardini della porta. La velocità iniziale $\vec{v}$ della pallina giace nel piano orizzontale e forma un angolo θ con la normale alla porta (vedi figura della porta vista dall'alto). Dopo l'urto, la pallina si attacca alla porta.

La porta ha densità uniforme e larghezza a , mentre lo spessore della porta e le dimensioni dei cardini sono trascurabili rispetto alle altre dimensioni. Si trascuri l'attrito dei cardini.



Prima dell'urto



Dopo l'urto

- a) Considerando il sistema costituito da porta e pallina, si spieghi perché la quantità di moto totale del sistema non si conserva a seguito dell'urto. Quale quantità invece si conserva?

2

La quantità di moto non si conserva a causa della forza vincolante dei cardini. Il momento angolare rispetto ai cardini è conservato.

- b) Si determini un'espressione analitica per la velocità angolare ω finale della porta in funzione delle grandezze introdotte

$$\vec{L}_i = \vec{L}_f$$

$$I_f = I_{porta} + I_{pallina} = \frac{1}{3} M a^2 + m D^2$$

$$D m v \cos \theta = I_f \omega$$

$$\omega = \frac{D m v \cos \theta}{\frac{1}{3} M a^2 + m D^2}$$

- c) Si determini la variazione dell'energia cinetica del sistema (porta + pallina) tra lo stato prima dell'urto e quello dopo l'urto, fissando $m = 1.1 \text{ kg}$, $M = 35 \text{ kg}$, $a = 73 \text{ cm}$, $D = 62 \text{ cm}$, $\theta = 0.38 \text{ rad}$, e $v = 27 \text{ m/s}$

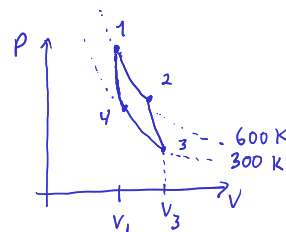
$$K_i = \frac{1}{2} m v^2 = 401 \text{ J}$$

$$K_f = \frac{1}{2} I_f \omega^2 = \frac{1}{2} \frac{(D m v \cos \theta)^2}{\frac{1}{3} M a^2 + m D^2} = 21,2 \text{ J}$$

Problema 3. Una macchina di Carnot, contenente $n = 2.00 \text{ mol}$ di gas perfetto monoatomico, viene fatta lavorare tra le temperature $T_C = 600 \text{ K}$ e $T_F = 300 \text{ K}$. Quando la macchina inizia a funzionare il gas occupa il volume minimo $V_1 = 20.0 \text{ L}$, mentre il volume massimo occupato durante la trasformazione ciclica è $V_3 = 80.0 \text{ L}$.

- a) Si calcoli il rendimento η della macchina termica

$$\eta = \eta_{\text{Carnot}} = 1 - \frac{T_F}{T_C} = 50\%$$



- b) Si trovino i valori dei volumi V_2 e V_4 occupati dal gas alla fine della prima e della terza trasformazione del ciclo eseguito dalla macchina

$2 \rightarrow 3$ adiabatica

$1 \rightarrow 4$

$$T_2 V_2^{\gamma-1} = T_3 V_3^{\gamma-1}$$

$$V_2 = V_3 \left(\frac{T_F}{T_C} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}}$$

$$V_2 = 80 \text{ L} \cdot 2^{-3/2} = 28.3 \text{ L}$$

$$V_4 = V_1 \left(\frac{T_C}{T_F} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}}$$

$$= 20.0 \text{ L} \cdot 2^{3/2} = 56.7 \text{ L}$$

- c) Si calcoli il lavoro associato a ciascuna delle trasformazioni del ciclo di Carnot, ed il lavoro totale compiuto in un ciclo

$1 \rightarrow 2$ isoterma

$$W_{12} = \int_{V_1}^{V_2} P dV = n R T_C \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right) = 3.46 \text{ kJ}$$

$3 \rightarrow 4$ isoterma

$$W_{34} = n R T_F \ln \left(\frac{V_4}{V_3} \right) = -1.72 \text{ kJ}$$

$2 \rightarrow 3$ adiabatica

$$W_{23} = -\Delta U_{23} = -n c_v (T_F - T_C) = 7.48 \text{ kJ}$$

$4 \rightarrow 1$ adiabatica

$$W_{41} = -n c_v (T_C - T_F) = -7.48 \text{ kJ}$$

$$W_{\text{tot}} = 1.74 \text{ kJ}$$

- d) La macchina viene fermata in uno degli stati di arrivo delle trasformazioni, anche se il ciclo non è completato, appena si è prodotto un lavoro complessivo $W = 5.13 \text{ kJ}$. Si determini in quale stato finale si trova il gas a questo punto.

La macchina può essere fermata durante la seconda trasformazione quando ha raggiunto una temperatura di 533 K , un volume di 33.8 L e pressione $P = 262 \text{ kPa}$.