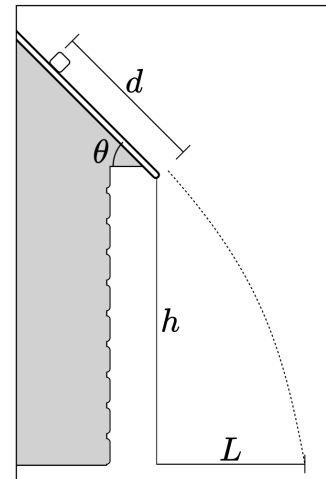


Cognome Nome Cds:

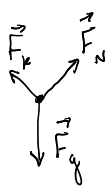
Istruzioni:

Per ciascuna domanda rispondere fornendo il risultato finale: la grandezza incognita espressa simbolicamente in funzione delle grandezze date, e poi l'eventuale corrispondente risultato numerico, con il corretto numero di cifre significative e con le unità di misura appropriate. Fare attenzione ai segni nelle risposte numeriche.

Problema 1. Un blocco di ghiaccio di massa $m = 1 \text{ kg}$ inizialmente a riposo scivola lungo un tetto di inclinazione $\theta = 45^\circ$. Giunto alla fine del tetto, esso prosegue la sua corsa nel vuoto. Il coefficiente di attrito cinetico tra il blocco ed il tetto è $\mu = 0.1$, la lunghezza del percorso inclinato è $d = 1 \text{ m}$, e l'altezza del tetto dal suolo è $h = 2 \text{ m}$.



- a) Si disegni il diagramma a corpo libero del blocco in un momento qualsiasi del suo moto sul tetto. Esprimere il **modulo** di ogni forza in termine dell'accelerazione gravitazionale g , della massa m , dell'angolo θ e del coefficiente di attrito μ .



$$\begin{aligned} F_g &= mg \\ F_N &= mg \cos \theta \\ F_k &= \mu F_N = \mu mg \cos \theta \end{aligned}$$

- b) Si determini l'accelerazione del blocco sul tetto e quindi la sua velocità nel punto in cui si stacca dal tetto.

accelerazione lungo il piano inclinato: $m a_{x'} = mg \sin \theta - \mu mg \cos \theta$
 $a_{x'} = g (\sin \theta - \mu \cos \theta) = \frac{0.9g}{\sqrt{2}} = 6.2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$
 moto uniformemente accelerato
 $d = \frac{1}{2} a t^2 \rightarrow t = \sqrt{\frac{2d}{a}}$
 $v = at = \sqrt{2ad} = 3.5 \text{ m/s}$

- c) Si determini a quale distanza orizzontale L (dalla fine del tetto) il blocco tocca il suolo.

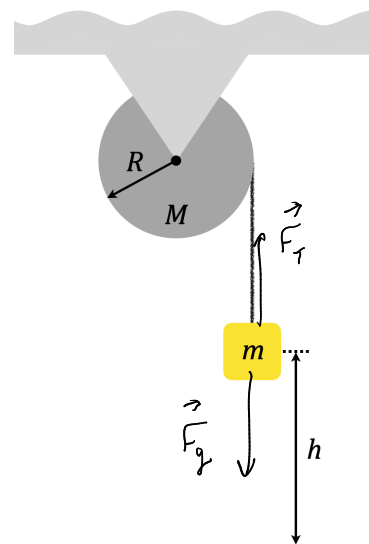
tempo di caduta $h = v_y t + \frac{1}{2} g t^2$
 $t_c = \frac{-v_y + \sqrt{v_y^2 + 2gh}}{g}$
 $v_y = v \sin \theta = 2.5 \text{ m/s}$
 $t_c = 0.43 \text{ s}$
 $L = v_x t_c = 1.1 \text{ m}$

- d) Quanta energia è stata dissipata a causa dell'attrito?

Senza attrito: $K = mg d \sin \theta = 6.9 \text{ J}$
 Con attrito: $K = \frac{1}{2} m v^2 = 6.13 \text{ J}$
 $\Delta K = 0.7 \text{ J}$

Problema 2. Una puleggia cilindrica di massa M e raggio R è azionata tramite un cavo di massa trascurabile. Si supponga di appendere al cavo un oggetto di massa m (vedi Figura). L'oggetto viene lasciato libero di cadere verso il suolo da una quota h .

- a) Si disegnino in Figura le forze agenti sull'oggetto di massa m .
- b) Fissando $M = 4.7 \text{ kg}$, $m = 900 \text{ g}$ ed $h = 1.05 \text{ m}$, si calcoli la velocità v_f (in modulo) dell'oggetto al momento dell'impatto con il suolo.
 Suggerimento: È possibile sfruttare la conservazione dell'energia meccanica.



$$\begin{aligned} U_i + K_i &= U_f + K_f \rightarrow mgh = \frac{1}{2} m v_f^2 + \frac{1}{2} I \omega_f^2 \\ \omega_f &= v_f / R \\ I &= \frac{1}{2} M R^2 \\ \Rightarrow v_f &= 2 \sqrt{\frac{mgh}{2m+M}} = 2.4 \text{ m/s} \end{aligned}$$

- c) Si determini l'espressione analitica dell'accelerazione angolare $\vec{\alpha}$ della puleggia in funzione delle grandezze introdotte M, R ed m .

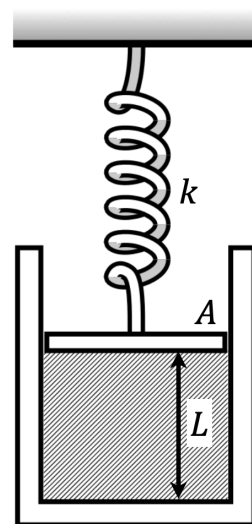
$$\frac{1}{2}MR^2\alpha = \mathcal{I}\alpha = \tau = F_T R \rightarrow \frac{1}{2}MR\alpha = F_T \quad \left(\frac{1}{2}MR + mR\right)\alpha = mg$$

$$m\alpha = F_g - F_T \rightarrow mR\alpha = mg - F_T \Rightarrow \alpha = \frac{2mg}{R(M+2m)}$$

- d) Si calcolino i valori del modulo dell'accelerazione angolare α e della tensione del cavo T fissando il raggio della puleggia a $R = 16\text{cm}$.

$$\alpha = 17.0 \text{ rad/s}^2 \quad F_T = \frac{1}{2}MR\alpha = \frac{Mmg}{(M+2m)} = 6.4 \text{ N}$$

Problema 3. All'interno di un contenitore di sezione incognita A sono contenute $n = 2$ mol di un gas perfetto monoatomico. All'esterno del contenitore è posta una molla di costante elastica $k = 2000 \text{ N/m}$. La molla è fissata all'estremità superiore ad un vincolo esterno e all'estremità inferiore alla parete esterna di un pistone (vedi Figura). Il pistone ha massa trascurabile ed è libero di scorrere verticalmente senza attrito. La lunghezza a riposo della molla è tale che, in assenza di pressione, il pistone è posto in contatto con il fondo del contenitore (ossia $L = 0$). La capacità termica della molla è trascurabile.



- a) Assumendo che il sistema si trovi all'equilibrio termodinamico per una compressione della molla $L_0 = 1.5 \text{ m}$ rispetto alla sua lunghezza a riposo, si determini la temperatura T_0 del gas nel contenitore. Si trascuri la pressione esterna al contenitore.

$$p = \frac{F}{A} = \frac{kL_0}{A} \quad T = \frac{pV}{nR} = \frac{kL_0}{A} \cdot \frac{L_0 A}{nR} = \frac{kL_0^2}{nR} = 271 \text{ K}$$

$$V = L_0 \cdot A$$

Successivamente, si somministra al gas una quantità di calore $Q = 400 \text{ cal}$ attraverso una trasformazione reversibile. Si assumano pareti del contenitore adiabatiche.

- b) Si determini l'espressione analitica del lavoro compiuto dal gas per effetto della trasformazione.

$$W = \int p dV = \int p A dL = \int_{L_0}^{L_f} kL dL = \frac{1}{2}k(L_f^2 - L_0^2)$$

$$= \frac{1}{2}nR(T_f - T_0) \quad \left. \begin{array}{l} \text{perché } T = \frac{kL^2}{nR} \end{array} \right\}$$

- c) Si calcoli la temperatura finale T_f raggiunta dal gas. Nota: $1 \text{ cal} \approx 4.18 \text{ J}$.

Primo principio $\Delta U = nC_v(T_f - T_0) = Q - W = Q - \frac{1}{2}nR(T_f - T_0)$

$$\Rightarrow (nC_v + \frac{1}{2}nR)T_f = Q + (nC_v + \frac{1}{2}nR)T_0$$

$$T_f = \frac{Q + 2nRT_0}{2nR} = 321 \text{ K}$$

- d) Si trovi la variazione di entropia ΔS relativa alla trasformazione effettuata.

$$\Delta S = \int \frac{dQ}{T} = \int \frac{1}{T}(dU + dW) = \int \frac{1}{T}(nC_v dT + \frac{1}{2}nR dT)$$

$$= 2nR \ln\left(\frac{T_f}{T_0}\right) = 5.7 \text{ J/K}$$