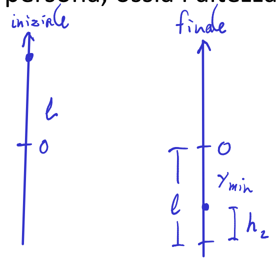
Università di Trieste A.A. 2022/2023 Lauree Triennali in Ingegneria **A**
FISICA GENERALE 1, Prova Scritta, 17.07.2023

Cognome: ______________________ **Nome:** ________________________ **CdS:** _____________

Istruzioni:
Per ciascuna domanda rispondere fornendo il risultato finale: la grandezza incognita espressa simbolicamente in funzione delle grandezze date, ed il corrispondente risultato numerico se richiesto, con il corretto numero di cifre significative e con le unità di misura appropriate. Fare attenzione ai segni nelle risposte numeriche.

Problema 1. Una persona di massa $m = 80$ kg si lancia da un ponte di altezza $h_1 = 80$ m con velocità iniziale nulla, attaccata a una corda elastica avente lunghezza a riposo $\ell = 40$ m. Sapendo che la costante elastica della corda è $k = 150$ N/m:

a) Determinare l'altezza h_2 dal suolo a cui la corda elastica ferma la caduta della persona, ossia l'altezza minima raggiunta dalla persona.



Conservazione dell'energia cinetica: $mg\ell = E_i = E_f = mgy_{min} + \frac{1}{2}ky_{min}^2$

/3 $y_{min}^2 + \frac{2mg}{k}y_{min} - \frac{2mg\ell}{k} = 0 \rightarrow y_{min} = -\frac{mg}{k} \pm \sqrt{\frac{m^2g^2}{k^2} + \frac{2mg\ell}{k}} = -\frac{mg}{k}\left[1 + \sqrt{1 + \frac{2k\ell}{mg}}\right]$

$h_2 = \ell + y_{min} = \{A: 14\,m \mid B: 5.9\,m\}$

b) Determinare l'accelerazione massima a_{max} della persona.

l'accelerazione è massima quando la corda è tesa $\Rightarrow$ in basso.

/3 $ma_{max} = -ky_{min} - mg \qquad a_{max} = -\frac{k}{m}y_{min} - g = \begin{matrix} A: 40\ m/s^2 = 4.0\,g \\ B: 33\ m/s^2 = 3.3\,g \end{matrix}$

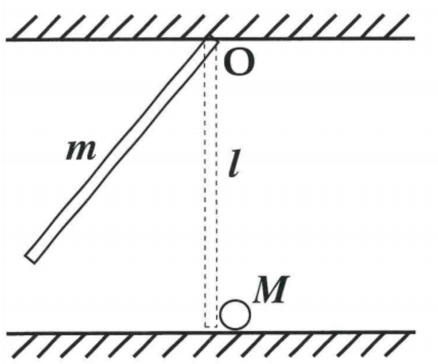
c) Determinare l'altezza finale h_3 dal suolo a cui si ferma la persona dopo che le oscillazioni si sono smorzate.

Equilibrio delle forze: $0 = -ky_0 - mg$

/4 $y_0 = -\frac{mg}{k}$

$h_3 = \ell + y_0 = \begin{cases} A: 34.8\,m \\ B: 32.2\,m \end{cases}$

Problema 2. Una sbarra omogenea di massa $m = 0.50$ kg e lunghezza $l = 70$ cm è incernierata al punto O attorno al quale può ruotare liberamente senza attrito. All'inizio la sbarra è lasciata cadere dalla posizione orizzontale (ovvero quando l'angolo che essa forma con la verticale è pari a 90°). Quando essa si trova in posizione verticale, urta con la propria estremità inferiore una sferetta di massa $M = 2.5$ kg e dimensioni trascurabili, inizialmente ferma e libera di muoversi su un piano privo di attrito (vedi Figura a destra).



a) Calcolare l'energia cinetica della sbarra nell'istante appena prima dell'urto con la sferetta.

Dall'orizzontale alla verticale, il CM scende di $l/2$ quindi:

/2 $E_i = E_f$

$U_i = K_f = mgl/2 = 1.7\,J$

b) Determinare l’angolo massimo $\theta_{\max}$ raggiunto dalla sbarra dopo l’urto nel caso di un urto perfettamente elastico. Urto elastico : energia e momento angolare si conservano

/5

Mom. Ang.: $I\omega_i = L_i = L_f = I\omega_f + Mvl \quad \rightarrow \quad Mvl = I(\omega_i - \omega_f)$

Energia: $\frac{1}{2}I\omega_i^2 = E_i = E_f = \frac{1}{2}I\omega_f^2 + \frac{1}{2}Mv^2 \quad \rightarrow \quad Mv^2 = I(\omega_i^2 - \omega_f^2) = I(\omega_i - \omega_f)(\omega_i + \omega_f)$

$Mv^2 = Mvl(\omega_i + \omega_f) \quad \rightarrow \quad v = l(\omega_i + \omega_f) = \frac{I}{Ml}(\omega_i - \omega_f) \quad \rightarrow \quad \omega_f\left(\frac{I}{Ml} + l\right) = \omega_i\left(\frac{I}{Ml} - l\right)$

$\omega_f = \left(\frac{I - Ml^2}{I + Ml^2}\right)\omega_i$

$mg\frac{l}{2}(1 - \cos\theta_{max}) = \frac{1}{2}I\omega_f^2 \quad \Rightarrow \quad \theta_{max} = \{A: 76° \mid B: 80°\}$

c) Nel caso di urto completamente anelastico, la sferetta rimane invece incollata alla sbarra dopo l’urto. Calcolare l’energia meccanica totale del sistema sbarra-sferetta dopo l’urto in questo caso, e ricavarne il rapporto con l’energia meccanica del sistema prima dell’urto.

/4

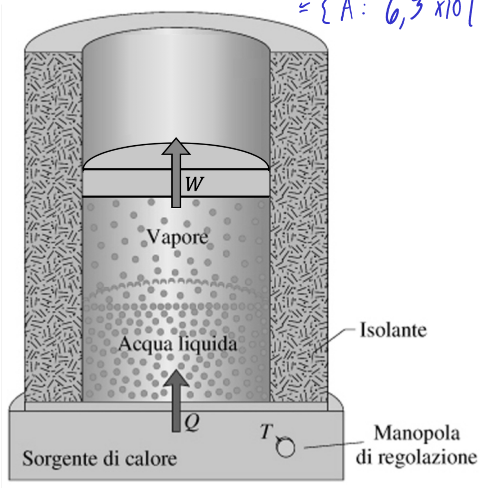
$E_i = mgl/2$

$I\omega_i = L_i = L_f = I_{tot}\,\omega_{tot} = (I + Ml^2)\,\omega_{tot}$

$E_f = \frac{1}{2}I_{tot}\,\omega_{tot}^2 = \frac{1}{2}I_{tot}\left(\frac{I\omega_i}{I_{tot}}\right)^2 = \frac{1}{2}\frac{I^2}{I_{tot}}\omega_i^2 = \frac{I}{I_{tot}}E_i \quad \Rightarrow \quad \frac{E_f}{E_i} = \frac{I}{I_{tot}} = \frac{I}{I + Ml^2}$

$= \{A: 6{,}3 \times 10^{-2} \mid B: 4{,}5 \times 10^{-2}\}$

Problema 3. Una massa $M = 1\,\mathrm{kg}$ di acqua liquida inizialmente alla temperatura di 80 °C viene riscaldata e si trasforma gradualmente in vapore acqueo a 100 °C. Il processo avviene all’interno di un grande pistone posto a pressione atmosferica, la cui parete superiore può scorrere verticalmente senza attrito (vedi Figura a fianco). A seguito della trasformazione, il volume passa dal volume iniziale dell’acqua liquida a $1.67 \times 10^{-3}\,\mathrm{m}^3$ di vapore.



a) Calcolare il lavoro compiuto dal sistema a seguito della trasformazione.

/3

$W = P\Delta V = P(1{,}67 \times 10^{-3} - 1 \times 10^{-3})\,m^3$

$= 67{,}9\ J$

a) Determinare quanto calore deve essere fornito all’acqua per completare la trasformazione in vapore, e calcolare la variazione di energia interna del sistema. Si ricordi che il calore specifico dell’acqua è $c_a = 1\,\mathrm{cal/g\,°C}$ e il calore latente di evaporazione dell’acqua è $L_{ev} = 2257\,\mathrm{kJ/kg}$. *Nota*: $1\,\mathrm{cal} \simeq 4.187\,\mathrm{J}$

/2

$Q = Mc_p\Delta T + ML_{ev} = \{A: 2{,}34\ MJ \mid B: 2.42\ MJ\}$

b) Determinare la variazione di entropia dell’acqua a seguito dell’intera trasformazione.

$\Delta S = nc_p \ln\frac{T_f}{T_i} + \frac{ML_{ev}}{T_f} = \{A: 6{,}28\ kJ/K \mid B: 6{,}53\ kJ/K\}$

/3

c) Ipotizziamo che la trasformazione dell’acqua in vapore avvenga in maniera improvvisa ed a pressione non costante. A quanto ammonta la variazione di entropia del sistema in questo caso?

/2

Essendo l'entropia una funzione di stato, ΔS è uguale al caso precedente.