

**Esame di Analisi matematica I : esercizi**  
**A.a. 2022-2023, sessione invernale, primo appello**

COGNOME \_\_\_\_\_ NOME \_\_\_\_\_

N. Matricola \_\_\_\_\_ Anno di corso \_\_\_\_\_

Corso di      **S. CUCCAGNA**

**ESERCIZIO N. 1.** Per  $a \in (0, +\infty)$  e per  $[t] \in \mathbb{Z}$  la parte intera di  $t \in \mathbb{R}$ , definita da  $[t] \leq t < [t] + 1$ , si consideri

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\int_1^x ([t] - t) dt}{\log(1 + e^{x^a} + x^a) - 2 \log(x)}$$

• si calcoli esplicitamente il numeratore ;

• si determini il termine dominante del denominatore;

• al variare di  $a \in (0, +\infty)$  si verifichi se esiste e, se esiste, si calcoli esplicitamente il limite;

**ESERCIZIO N. 2.** Si determini l'insieme  $E = \left\{ z \in \mathbb{C} : \operatorname{Im} \left( \frac{z+1}{1+z^2} \right) > 0 \right\}$  tracciando inoltre le soluzioni nel piano.



COGNOME e NOME \_\_\_\_\_ N. Matricola \_\_\_\_\_

**ESERCIZIO N. 3.** Studiare la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \int_0^x e^{-\frac{1}{t}} \sqrt{1 + \frac{1}{t}} dt & \text{se } x > 0, \\ \int_0^x \frac{1+t}{(t-1)^2(t-2)} dt & \text{se } x \leq 0 \end{cases}$$

- si calcolino  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x)$ ;
- si calcoli  $f'(x)$ , of  $f'_d(x)$  e  $f'_s(x)$  dove  $f'(x)$  non e' definita, e si trovino eventuali punti di massimo e di minimo locali e assoluti;
- si stabilisca dove  $f(x)$  e' concava e dove e' convessa;
- si stabilisca se esistono rette asintotiche e si tracci il grafico .

**ESERCIZIO N. 4.** Calcolare le derivate di ogni ordine nel punto 0 della funzione  $f(x) = \int_0^x \frac{1}{1+t^3} dt$ .

**ESERCIZIO N. 5.** Calcolare le primitive  $\int \sqrt{1-x^2} dx$ .