

PROVA SCRITTA DI ANALISI MATEMATICA II  
Anno accademico 2022/2023 – INGEGNERIA  
APPELLO DEL 24.01.2023 – FILA C

1. Trovare la soluzione del seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} u'' - 2u' + u = 9e^t \\ u(0) = 1, \quad u'(0) = -1. \end{cases}$$

2. Stabilire se le seguenti serie convergono:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^6 \ln(n^3 + 1)}{n^8 - 9}, \quad \sum_{n=2}^{\infty} \frac{4n + 1}{n^2 \ln n}.$$

3. Calcolare  $\int_E f$ , dove

$$E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq y, x^2 + y^2 \leq 16\},$$

e  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  è la funzione definita da

$$f(x, y) = x + y^2.$$

4. Data la forma differenziale

$$\omega(x, y, z) = (2xyz + 2y^2z + 3yz^2) dx + (x^2z + 4xyz + 3xz^2) dy + (x^2y + 2xy^2 + 6xyz) dz,$$

trovare una funzione  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$  tale che  $df = \omega$ . Calcolare inoltre  $\int_{\gamma} \omega$  in due modi diversi, dove  $\gamma : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^3$  è la curva definita da

$$\gamma(t) = (t, -t^2, 2t^2).$$