

PROVA SCRITTA DI ANALISI MATEMATICA II
Anno accademico 2022/2023 – INGEGNERIA
APPELLO DEL 24.01.2023 – FILA D

1. Trovare la soluzione del seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} u'' + 2u' + u = 9e^{-t} \\ u(0) = 1, \quad u'(0) = -1. \end{cases}$$

2. Stabilire se le seguenti serie convergono:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^7 \ln(n^3 + 1)}{n^9 - 9}, \quad \sum_{n=2}^{\infty} \frac{5n + 1}{n^2 \ln n}.$$

3. Calcolare $\int_E f$, dove

$$E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq y, x^2 + y^2 \leq 25\},$$

e $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ è la funzione definita da

$$f(x, y) = x + y^2.$$

4. Data la forma differenziale

$$\omega(x, y, z) = (4xyz + 3y^2z + yz^2) dx + (2x^2z + 6xyz + xz^2) dy + (2x^2y + 3xy^2 + 2xyz) dz,$$

trovare una funzione $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ tale che $df = \omega$. Calcolare inoltre $\int_{\gamma} \omega$ in due modi diversi, dove $\gamma : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^3$ è la curva definita da

$$\gamma(t) = (t, -t^2, 2t^2).$$