

Esame di Analisi matematica I : esercizi
A.a. 2022-2023, sessione invernale, secondo appello

COGNOME _____ NOME _____

N. Matricola _____ Anno di corso _____

Corso di **S. CUCCAGNA**

ESERCIZIO N. 1. Per $a \in (0, +\infty)$ e per $[t] \in \mathbb{Z}$ la parte intera di $t \in \mathbb{R}$, definita da $[t] \leq t < [t] + 1$, si consideri

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\int_1^x [t]^{-a} \arctan(t) dt}{\log \left(e^{x^{-\frac{1}{2}}} + e^{\frac{1}{2x}} - \tanh(x) \right)}$$

• si calcoli il termine dominante del numeratore ;

• si determini il termine dominante del denominatore;

• al variare di $a \in (0, +\infty)$ si verifichi se esiste e, se esiste, si calcoli esplicitamente il limite;

ESERCIZIO N. 2. Si determini le soluzioni dell'equazione $z^4 - z^2|z|^2 + z^2 - 1 = 0$.

COGNOME e NOME _____ N. Matricola _____

ESERCIZIO N. 3. Studiare la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \int_0^x \left(e^{-t^2} - \frac{7}{6} + t^2 \right) \frac{1}{(1+t)^3} dt & \text{se } x > 0, \\ \int_0^x \frac{1+t}{(t-1)(t-2)(t-3)} dt & \text{se } x \leq 0 \end{cases}$$

• si calcolino $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x)$;

• si calcoli $f'(x)$ e si trovi il numero dei punti di massimo e di minimo locali e assoluti;

• si stabilisca se esistono rette asintotiche;

• si tracci il grafico .

ESERCIZIO N. 4. Calcolare tutti i polinomi di McLaurin della funzione $f(x) = \sin^2(x) + 1$.

ESERCIZIO N. 5. Calcolare l'integrale $\int_0^1 \sqrt{1+3x^2} \, dx$.