

Esercizi di Introduzione alla fisica (261SM)

Anno accademico 2022/2023

Daniele Coslovich

March 22, 2023

Indice

| | | |
|----------|---|-----------|
| 1 | Introduzione | 2 |
| 1.1 | Leggi di scala | 2 |
| 1.2 | Analisi dimensionale | 2 |
| 1.3 | Ordini di grandezza | 2 |
| 1.4 | Propagazione delle incertezze | 3 |
| 1.5 | Verifica di predizioni teoriche | 3 |
| 2 | Cinematica | 5 |
| 2.1 | Cinematica 1d | 5 |
| 2.2 | Cinematica 2d | 6 |
| 3 | Dinamica | 8 |
| 3.1 | Ordini di grandezza | 8 |
| 3.2 | Equilibrio | 8 |
| 3.3 | Equazioni del moto | 10 |
| 4 | Energia e quantità di moto | 12 |
| 4.1 | Lavoro ed energia | 12 |
| 4.2 | Conservazione dell'energia | 13 |
| 4.3 | Quantità di moto | 13 |
| 5 | Oscillazioni | 15 |
| 6 | Fasi della materia | 16 |
| 6.1 | Equazioni di stato | 16 |
| 6.2 | Fluidostatica | 16 |
| 6.3 | Fluidodinamica | 17 |
| 7 | Termodinamica | 18 |
| 7.1 | Primo principio | 18 |
| 7.2 | Secondo principio | 19 |
| 7.3 | Macchine termiche | 20 |
| 7.4 | Conduzione termica | 21 |
| 8 | Elettricità | 22 |
| 8.1 | Elettrostatica | 22 |
| 8.2 | Conduzione elettrica | 22 |

Ringraziamenti: grazie al Dr. Frontino Crisafulli (tutore 2021-22) per un'attenta rilettura del documento e l'aggiunta di risposte a svariati esercizi.

Introduzione

Leggi di scala

1.1.1 Due cubi omogenei fatti dello stesso materiale hanno lati rispettivamente l'uno il doppio dell'altro. (a) Quale è il rapporto tra le loro masse? (b) Quale è la differenza percentuale tra le loro masse?

Risposta: (a) 8, (b) 700%

1.1.2 Il periodo di oscillazione τ di un pendolo semplice e la sua lunghezza L sono legati dalla seguente legge di scala: $\tau \sim \sqrt{L}$. Se il periodo di un pendolo è 10% superiore a quello di un altro pendolo, quale è il rapporto tra le loro lunghezze?

Risposta: 1.21

1.1.3 Un tecnico informatico vuole acquistare un nuovo schermo per il suo computer. Può scegliere tra 2 modelli di diagonale L e risoluzione massima differenti

(a) $L = 22''$, 1920×1080 (Full HD)

(b) $L = 27''$, 2560×1440 (QHD)

Quale modello di schermo avrà maggiore nitidezza, misurata in base alla densità di pixels?

Risposta: Il modello (b)

Analisi dimensionale

1.2.1 Un tuo compagno di corso sostiene che il volume di un cono a base circolare di raggio r e altezza h è dato dall'espressione $\frac{\pi}{3}r^3h$. Spiega perchè non può avere ragione.

Risposta: La formula non è corretta dimensionalmente.

1.2.2 Un oggetto di massa m lanciato in direzione verticale con una velocità iniziale v sotto l'effetto della gravità terrestre raggiunge un'altezza massima h prima di ricadere al suolo. Usando la sola analisi dimensionale e supponendo di poter trascurare l'attrito viscoso dell'aria, determina come h scala con v , m e l'accelerazione di gravità g .

Risposta: $h \propto \frac{v^2}{g}$

Ordini di grandezza

1.3.1 Determina l'ordine di grandezza del numero di battiti del cuore durante una vita umana.

Risposta: 10^9

1.3.2 Determina l'ordine di grandezza della massa d'acqua presente sulla superficie della terra.

Risposta: 10^{21} kg

1.3.3 Un movimento politico propone di distribuire equamente la superficie della terra ai suoi abitanti. Stima l'ordine di grandezza in metri quadrati della superficie emersa che sarebbe possibile assegnare a ciascun abitante.

Risposta: 10^4 m²

Propagazione delle incertezze

1.4.1 Esprimi analiticamente l'incertezza ΔA sull'area di un trapezio di base maggiore B , base minore b e altezza h , date le incertezze ΔB , Δb e Δh .

Risposta: $\frac{1}{2}[(\Delta B + \Delta b)h + \Delta h(B + b)]$

1.4.2 Il lato lungo di un pezzo rettangolare di alluminio, misurato con un righello, è $a = 12\text{mm}$. Il lato corto, misurato con un calibro, è $b = 5.98\text{mm}$. Rispondi alle seguenti domande riportando il corretto numero di cifre significative: (a) Quanto vale l'area del rettangolo? (b) Quanto vale il rapporto tra a e b ? (c) Quanto vale il rapporto tra b e a ? (d) Quanto vale la differenza $b - a$?

Risposta: (a) 72 mm^2 , (b) 2.0, (c) 0.50, (d) -6 mm

1.4.3 Un libro di testo di fisica di 852 pagine misura (4.7 ± 0.1) cm di spessore. Qual è l'incertezza sullo spessore di una pagina? Quanto è spessa una pagina? Riporta il risultato con il giusto numero di cifre significative.

Risposta: $(5.5 \pm 0.1) \times 10^{-3}$ cm

1.4.4 Il diametro misurato di una sfera piena è (6.5 ± 0.2) cm e la sua massa misurata è (1.85 ± 0.02) kg. A partire da queste due misure determinare la densità ρ della sfera e l'incertezza $\Delta\rho$ associata alla sua misura nella forma $\rho \pm \Delta\rho$.

Risposta: $(1.2 \pm 0.1) \times 10^4\text{ kg/m}^3$

Verifica di predizioni teoriche

1.5.1 Alcune misure sperimentali del moto di un corpo in orbita circolare permettono di determinare come l'accelerazione centripeta a_c dipenda dalla velocità del corpo v per un valore fissato del raggio r dell'orbita. L'analisi dimensionale indica che $a_c \sim v^2/r$. Quale tipo di grafico permette di verificare facilmente questa relazione? Prova a predire qualitativamente come cambierà il grafico se le misure sono ripetute per un valore $r' = 2r$ del raggio.

Risposta: Un grafico di $\log a_c$ in funzione di $\log v$; il grafico si abbassa

1.5.2 La legge di Moore afferma che il numero di transistor N per microchip aumenta esponenzialmente in funzione del tempo t . Indica quale tra i seguenti grafici permette di mettere in evidenza questo comportamento nella forma di una relazione lineare tra grandezze:

- (a) $\exp(N)$ in funzione di t
- (b) N in funzione di $\log(t)$
- (c) $\log(N)$ in funzione di t
- (d) $\log(N)$ in funzione di $\log(t)$

Come puoi interpretare la pendenza e l'intercetta della retta nel grafico prescelto?

Risposta: (c); la pendenza è legata alla frequenza con la quale N aumenta esponenzialmente, l'intercetta al logaritmo del numero N iniziale.

1.5.3 Durante la fase iniziale di un'epidemia, si osserva che il numero di casi totali N aumenta esponenzialmente in funzione del tempo t

$$N \sim \exp[a(t - t_0)]$$

dove $a > 0$ e t_0 sono due costanti.

- Quale grafico permette di verificare facilmente questa relazione? Giustifica la tua risposta.
- I bollettini riguardanti la pandemia di covid-19 riportano spesso il numero ΔN di "nuovi casi giornalieri". Supponi che la durata di un giorno sia piccola rispetto a $1/a$. Come varia ΔN in funzione del tempo durante la fase iniziale di un'epidemia?

Risposta: grafico di $\log N$ in funzione di t ; se Δt è la durata di un giorno, si ha $\Delta N \sim a\Delta t \exp[a(t - t_0)]$

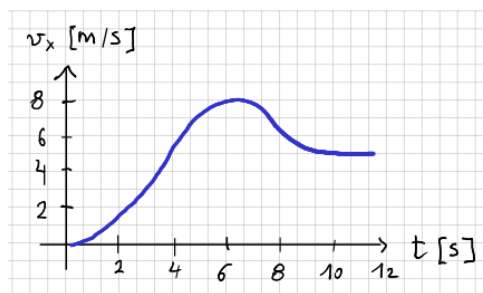
Cinematica

Cinematica 1d

2.1.1 Un'automobile guidata da un pirata della strada viaggia a una velocità costante $v_a = 90$ km/h su una strada in cui il limite è 50 km/h. Una moto della polizia, appostata dietro un cartello pubblicitario, si mette al suo inseguimento partendo 2 secondi dopo che l'auto è passata davanti al cartello. La moto della polizia ha un'accelerazione costante $a_m = 3.5$ m/s². Dopo quanto tempo la moto raggiunge l'automobile? [SJ E2.8]

Risposta: 16.1 s

2.1.2 Il diagramma qui sotto mostra la velocità v_x di un'automobile che parte da ferma e si muove lungo una strada rettilinea. (a) Determina l'accelerazione media nell'intervallo di tempo compreso tra $t = 0$ s e $t = 6$ s. (b) Stima l'istante in cui l'accelerazione ha il suo massimo valore positivo e il valore dell'accelerazione in quell'istante. (c) Quando si annulla l'accelerazione? (d) In quale istante di tempo l'accelerazione raggiunge il suo massimo valore negativo? [SJ P2.15]

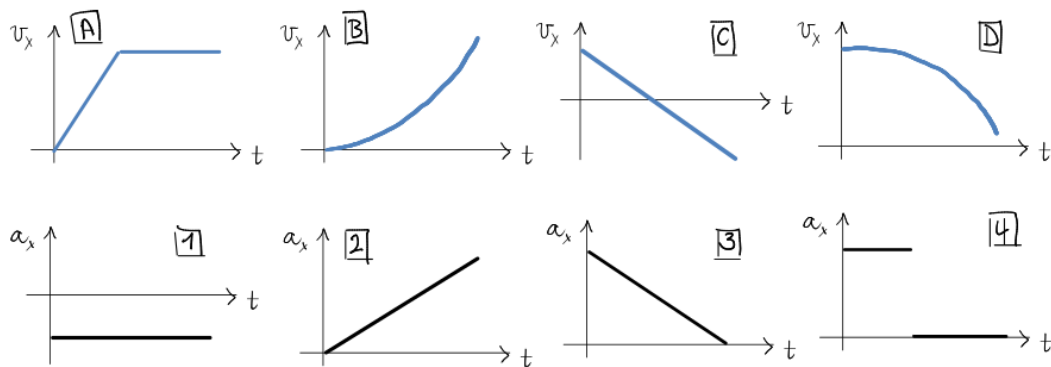


Risposta: (a) 1.33 m/s², (b) 4 s, (c) 6 s, (d) 8 s.

2.1.3 Per misurare la profondità di un pozzo, una studentessa vi lascia cadere una pietra senza velocità iniziale. Dopo misure ripetute, la studentessa stima che il suono della pietra le giunge con un ritardo $\Delta t = (2.8 \pm 0.2)$ s. (a) Trascurando dapprima il tempo di propagazione del suono nell'aria, calcola la profondità L del pozzo. (b) Stima in modo semplice l'errore introdotto nella misura della profondità del pozzo se si trascura il tempo di propagazione del suono. La velocità del suono nell'aria è $c = 330$ m/s. Riconsidera il numero di cifre significative utilizzate nella risposta al punto precedente. (c) Determina L in funzione di c , Δt e g e riconsidera la stima ottenuta al punto (b). [SJ P2.49]

Risposta: (a) $L = 38$ m, (b) $\Delta L = 3$ m, (c) $L = 36$ m

2.1.4 Collega i diagrammi del moto per la velocità v_x e per l'accelerazione a_x che sono compatibili tra loro:

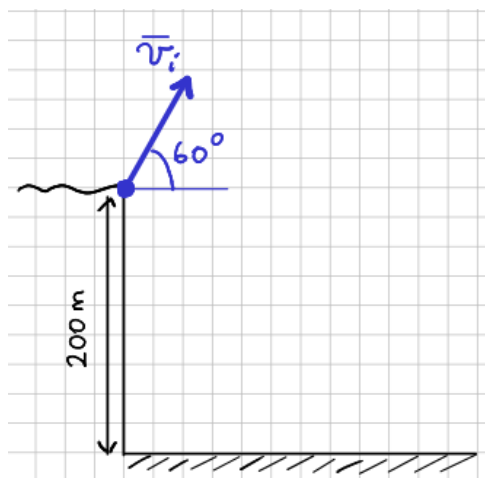


Risposta: A-4, B-2, C-1.

Cinematica 2d

2.2.1 Un proiettile è sparato nell'aria dalla cima di una rupe alta 200 m. Il modulo della velocità iniziale del proiettile è 60 m/s, l'angolo formato tra la velocità iniziale e l'orizzontale è 60° . (a) Trascurando la resistenza dell'aria, per quanto tempo il proiettile resta in aria? (b) In quale punto colpisce il suolo?

Risposta: (a) 13.6 s; (b) 408 m

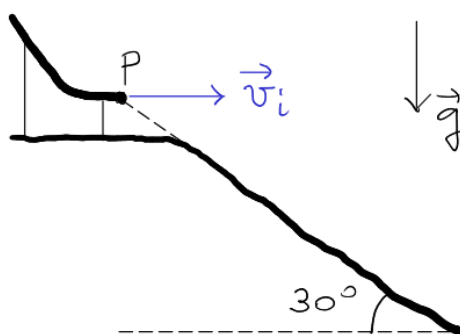


2.2.2 Una ragazza fa roteare una palla attaccata ad una corda facendole descrivere una traiettoria circolare di 1 m di raggio su un piano parallelo all'orizzontale. Supponendo che la velocità della palla sia costante in modulo, quanti giri al minuto deve compiere la palla affinché la sua accelerazione centripeta abbia lo stesso valore dell'accelerazione di gravità?

Risposta: 30 min^{-1}

2.2.3 In una gara di salto dal trampolino sugli sci, un atleta lascia il trampolino nel punto P indicato in figura, in direzione orizzontale e con una velocità di 20 m/s. La discesa di atterraggio forma un angolo di 30° rispetto all'orizzontale. L'accelerazione è diretta verticalmente e vale $g = 9.81 \text{ m/s}^2$. A che distanza dal punto P atterra l'atleta?

Risposta: 54.4 m



2.2.4 Un corpo situato all'equatore è soggetto a un'accelerazione verso il centro della Terra in virtù della rotazione della Terra su se stessa e un'accelerazione verso il sole in virtù dell'orbita della Terra attorno al Sole, che per semplicità assumeremo circolare. Calcola il modulo di entrambe le accelerazioni ed esprimilo in unità di $g = 9.81 \text{ m/s}^2$, l'accelerazione di gravità in caduta libera. Dati: raggio terrestre 6400 km, distanza media Terra-Sole $150 \times 10^6 \text{ km}$.

Risposta: $3.45 \cdot 10^{-3}g$, $5.95 \cdot 10^{-4}g$

Dinamica

Ordini di grandezza

3.1.1 Stima la differenza relativa tra l'accelerazione di gravità terrestre all'equatore e quella ai poli.

Risposta: 10^{-3}

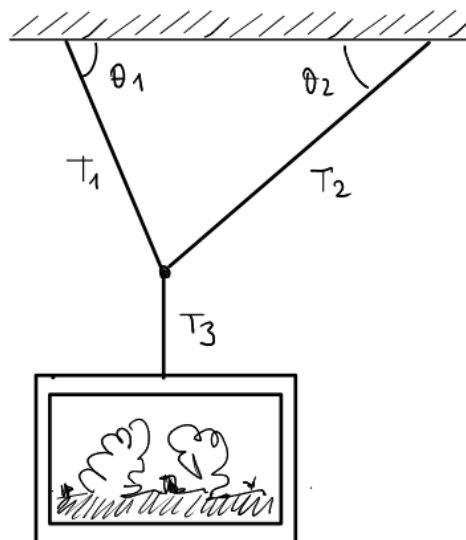
3.1.2 Stima l'ordine di grandezza della forza d'attrazione gravitazionale tra due persone.

Risposta: 10^{-7} N

Equilibrio

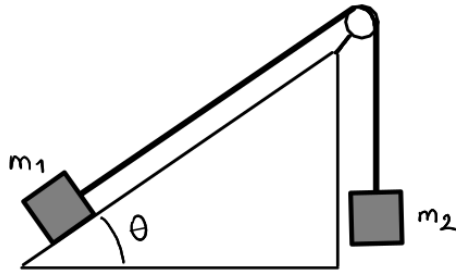
3.2.1 Un quadro di peso $P = 10$ N è mantenuto in equilibrio statico da tre funi come mostrato in figura. Le funi formano gli angoli $\theta_1 = 60^\circ$ e $\theta_2 = 40^\circ$ con l'orizzontale. Trova le tensioni T_1 , T_2 e T_3 in ciascuna delle funi.

Risposta: 7.78 N, 5.08 N, 10 N



3.2.2 Un corpo di massa $m_1 = 5.0$ kg su un piano inclinato di $\theta = 30^\circ$ è attaccato a un filo che scorre senza attrito su un piolo liscio e alla cui altra estremità è attaccato un secondo corpo di massa m_2 . Il coefficiente di attrito statico tra il primo corpo e il piano inclinato è $\mu_s = 0.40$. (a) Trova l'intervallo di valori di m_2 tali che i due corpi siano in equilibrio statico. (b) Se $m = 1.0$ kg i due corpi sono in equilibrio statico. Qual è la forza di attrito statico sul corpo di massa m_1 ?

Risposta: (a) $0.76 \text{ kg} < m_2 < 4.23 \text{ kg}$, (b) 14.7 N

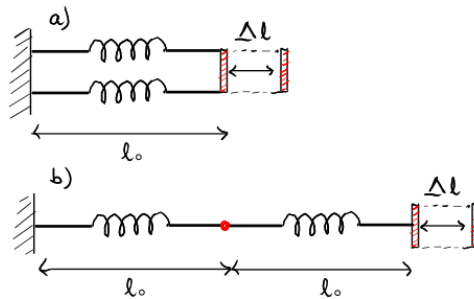


3.2.3 Due molle hanno rispettivamente costanti elastiche k_1 e k_2 e lunghezze a riposo identiche ℓ_0 .

(a) Le molle sono dapprima disposte "in parallelo" come mostrato in figura a). La barretta verticale a cui sono agganciate le estremità libere delle molle potrà essere assimilata a un punto. Ciascuna molla si allunga di $\Delta\ell$. Mostra che la forza misurata all'estremità libera della molla si può scrivere nella forma $k_{\text{eff}}\Delta\ell$ e trova l'espressione di k_{eff} .

(b) Le molle sono ora disposte "in serie" come mostrato in figura b). L'allungamento complessivo delle due molle è $\Delta\ell = \Delta\ell_1 + \Delta\ell_2$. Mostra che la forza misurata all'estremità libera della molla si può scrivere nella forma $k_{\text{eff}}\Delta\ell$ e trova l'espressione di k_{eff} .

Risposta: (a) $k_1 + k_2$, (b) $\frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}$

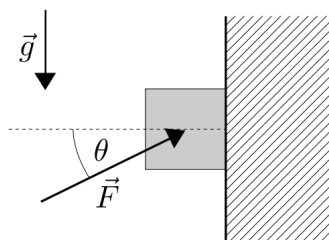


3.2.4 Un mattone di massa $m = 3 \text{ kg}$ sottoposto alla forza di gravità terrestre è spinto contro una parete verticale da una forza esterna \vec{F} di modulo 30 N inclinata di un angolo $\theta = 30^\circ$ rispetto all'orizzontale, vedi figura. L'accelerazione di gravità è 9.81 m/s^2 .

(a) Determina il valore minimo μ_s^* del coefficiente di attrito statico tra il mattone e la parete affinché il mattone resti immobile. Cosa accade al mattone se il coefficiente di attrito statico è inferiore a μ_s^* ?

(b) La massa del mattone è nota con un'incertezza relativa del 5%. Qual è il valore minimo μ_s^{**} del coefficiente di attrito per essere certi che il mattone non cada?

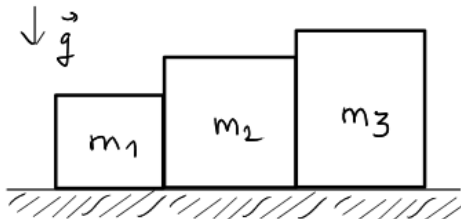
Risposta: (a) $\mu_s^* = 0.56$; (b) $\mu_s^{**} = 0.61$



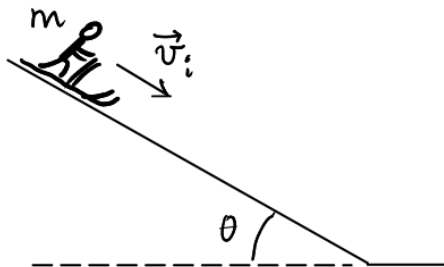
Equazioni del moto

3.3.1 Tre blocchi, rispettivamente di massa m_1 , m_2 e m_3 , sono in contatto l'uno contro l'altro su una superficie orizzontale priva di attrito. Applichi una forza \vec{F} diretta lungo l'orizzontale contro il blocco di massa m_1 . Trova (a) l'accelerazione dei blocchi, (b) la forza risultante su ciascuno dei blocchi e (c) i moduli delle forze di reazione tra i blocchi. Applicazione numerica: $m_1 = 2.0$ kg, $m_2 = 3.0$ kg, $m_3 = 4.0$ kg, $|\vec{F}| = 18.0$ N. [SJ P4.49]

Risposta: (a) 2 m/s^2 (b) 4 N, 6 N, 8 N; (c) 14 N, 8 N



3.3.2 Una sciatrice si lascia scivolare lungo una pista da sci di lunghezza L partendo con una velocità iniziale di modulo v_i . La pendenza della pista rispetto all'orizzontale è θ . Il coefficiente di attrito dinamico tra gli sci e la neve della pista è μ_d . (a) Determina le leggi orarie del moto della sciatrice. (b) Determina la pendenza minima θ_{min} affinché la sciatrice arrivi in fondo alla pista. (c) Determina, nell'ipotesi che $\theta > \theta_{min}$ il tempo che impiegherà ad arrivare in fondo alla pista.

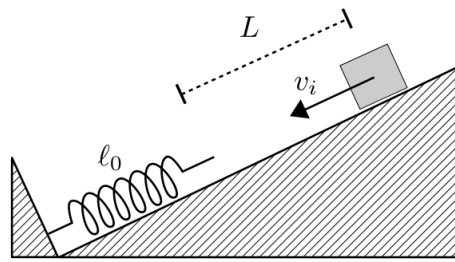


3.3.3 Una piccola palla di massa $m = 10$ g è sospesa a un filo di lunghezza $L = 3.1$ m. La palla ruota percorrendo una traiettoria circolare di raggio $r = 1.5$ m con velocità di modulo costante, in modo che il filo descrive la superficie di un cono ("pendolo conico"). Trova il modulo della velocità della palla e la tensione del filo. [SJ E5.5]

Risposta: $|\vec{v}| = 2.85 \text{ m/s}$, $|\vec{T}| = 0.1 \text{ N}$

3.3.4 Un blocco di massa 1 kg si muove con velocità iniziale v_i lungo un piano senza attrito inclinato di $\theta = 20^\circ$ rispetto all'orizzontale. Il blocco è diretto verso una molla ideale di costante elastica $k = 500 \text{ N/m}$ di lunghezza a riposo $\ell_0 = 10$ cm, fissata in fondo al piano inclinato. L'accelerazione di gravità è 9.81 m/s^2 . La distanza iniziale tra il blocco e la molla a riposo è $L = 10$ cm. Per quale velocità iniziale v_i la compressione massima della molla è uguale alla metà della sua lunghezza a riposo?

Risposta: $v_i = 0.49 \text{ m/s}$



Energia e quantità di moto

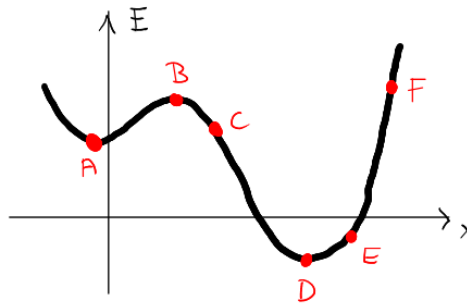
Lavoro ed energia

4.1.1 Rispondi alle seguenti domande: (a) Il lavoro W compiuto dalla risultante $\sum \vec{F}$ delle forze agenti su un corpo può essere negativo? Perché? (b) Il valore assoluto $|W|$ del lavoro compiuto da $\sum \vec{F}$ può essere maggiore dell'energia cinetica iniziale del corpo? Perché?

4.1.2 Per ciascuna delle affermazioni seguenti dire se è vera o falsa, spiegando perché:

- solo le forze conservative compiono lavoro
- se su un corpo agiscono solo forze conservative, la sua energia cinetica non cambia
- l'energia meccanica di un corpo deve essere maggiore o uguale a zero

4.1.3 La figura mostra l'energia potenziale E_p di un corpo in funzione della sua posizione x . (a) In ogni punto indicato in figura, dire se la forza F_x è positiva, negativa, o nulla. (b) In quale di questi punti la forza ha il modulo maggiore? (c) Trova gli eventuali punti di equilibrio indicando se sono stabili o instabili.



4.1.4 Trova l'energia potenziale E_p associata ad un corpo su cui agisce una forza costante $\vec{F} = F_0 \vec{e}_x$, dove \vec{e}_x è il versore orientato come l'asse x , in modo tale che E_p sia nulla nel punto $x = 0$ m. Ridefinisci quindi l'energia potenziale in modo che sia nulla nel punto $x = 10$ m. Perché questa modifica non altera il comportamento dei corpi soggetti alla forza \vec{F} ?

Risposta: $-F_0 x, -F_0(x - 10 \text{ m})$

4.1.5 Una molla segue la legge di Hooke con una costante elastica $k = 10^4$ N/m. Di quanto deve essere allungata perché la sua energia potenziale sia 50 J?

Risposta: 0.1 m

4.1.6 Un corpo di massa m si trova a una distanza \vec{r} da un altro corpo di massa M posto all'origine del sistema di coordinate. (a) Quale è il lavoro compiuto dalla forza gravitazionale \vec{F}_g sul corpo di massa m se questo si sposta dalla posizione $\vec{r}_1 = r_1 \vec{e}_x$ a $\vec{r}_2 = r_2 \vec{e}_x$ lungo l'asse x , e l'altro corpo resta immobile? (b) Sappiamo che il lavoro compiuto da \vec{F}_g su m non dipende dal percorso. Sfrutta il risultato ottenuto al punto (a) per trovare l'espressione dell'energia potenziale gravitazionale E_p in funzione della distanza r dall'origine, in modo tale che E_p si annulli quando $r \rightarrow \infty$.

Risposta: (a) $L = GMm(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1})$, (b) $E_p(r) = -G \frac{Mm}{r}$

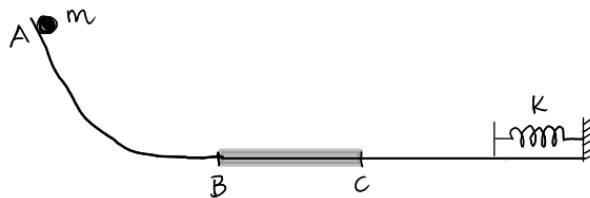
Conservazione dell'energia

4.2.1 Una palla di massa 0.2 kg è lanciata con una velocità iniziale di modulo 24 m/s e con un angolo di 53° rispetto all'orizzontale. L'accelerazione di gravità vale $g = 9.81 \text{ m/s}^2$. Trascura la resistenza dell'aria e sfrutta la conservazione dell'energia meccanica per determinare l'altezza massima raggiunta dalla palla.

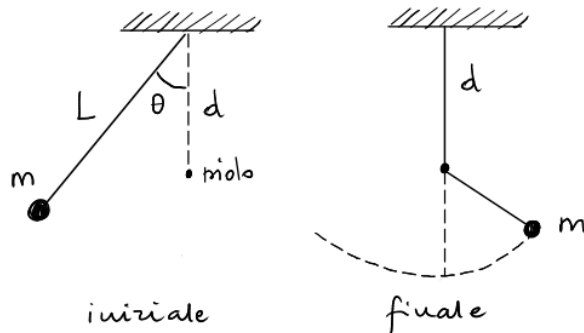
Risposta: 18.7 m

4.2.2 Un blocco di massa $m = 10 \text{ kg}$ è lasciato libero nel punto A indicato in figura. Il punto A si trova a un'altezza di 3 m rispetto al piano orizzontale in cui si trovano i punti B e C. La pista è priva di attrito all'eccezione del tratto compreso tra i punti B e C, lungo 6 m . Il blocco scende lungo la guida, colpisce una molla di costante elastica $k = 2250 \text{ N/m}$ e ne determina una compressione massima di 0.3 m rispetto alla sua lunghezza a riposo. Determina il coefficiente di attrito dinamico tra il blocco e la superficie della pista nel tratto compreso tra B e C.

Risposta: 0.33



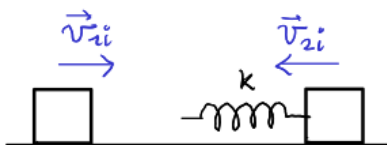
4.2.3 Un pendolo, composto da una piccola sfera di massa m appesa a un filo di massa trascurabile e di lunghezza L , oscilla lungo un piano verticale. L'accelerazione di gravità è $g = 9.81 \text{ m/s}^2$. Il filo urta contro un piolo, posizionato a una distanza d sotto il punto a cui è sospeso il pendolo, e si avvolge attorno ad esso. (a) Mostra che se $\theta = 90^\circ$, l'altezza massima raggiunta dalla sfera è uguale a quella iniziale. (b) Mostra che se il pendolo è rilasciato da fermo dalla posizione orizzontale ($\theta = 90^\circ$) e vogliamo che oscilli compiendo un giro completo attorno al piolo, il valore minimo di d deve essere $3L/5$.



Quantità di moto

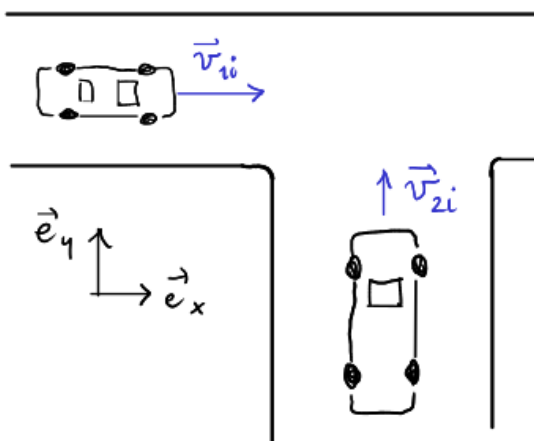
4.3.1 Un blocco di massa $m_1 = 1.6 \text{ kg}$, inizialmente in moto con una velocità di 4 m/s verso destra su un piano orizzontale privo di attrito, urta con una molla di massa trascurabile agganciata a un secondo blocco di massa $m_2 = 2.1 \text{ kg}$, in moto verso sinistra ad una velocità di 2.5 m/s . La costante elastica della molla è 600 N/m . (a) Determina le velocità dei due blocchi dopo l'urto. (b) Di che tipo di urto si tratta? Perché? (c) Determina la velocità del blocco 2 durante la collisione nell'istante in cui il blocco 1 si muove verso destra con velocità 3.0 m/s . [SJ E8.8]

Risposta: (a) $v_{1f} = -3.4$ m/s; $v_{2f} = 3.1$ m/s; (c) $v_{2f} = -1.7$ m/s



4.3.2 Un'automobile di 1500 kg che viaggia verso est a una velocità di 25 m/s urta a un incrocio con un furgone di 2500 kg che viaggia verso nord a 20 m/s. Calcola la direzione e il modulo della velocità dei rottami dopo l'urto, assumendo che questo sia perfettamente anelastico (cioè che i veicoli restino incastrati) [SJ E8.10]

Risposta: $v_{fx} = 9.4$ m/s; $v_{fy} = 12.5$ m/s



Oscillazioni

5.0.1 Una particella di massa $m = 0.5$ kg è attaccata a una molla ideale di costante elastica $k = 50$ N/m e disposta orizzontalmente. Sul sistema {molla+particella} *non* agiscono forze esterne. All'istante $t = 0$, la particella si trova nella posizione $x = 0$, ha una velocità di 20 m/s e si muove verso sinistra. (a) Trova l'equazione del moto della particella, specificando la sua posizione in funzione del tempo. (b) In quale stato l'energia potenziale è 3 volte l'energia cinetica della massa? (c) Trova l'intervallo di tempo minimo necessario alla particella per spostarsi da $x = 0$ a $x = 1.0$. [SJ 12.51]

Risposta: (a) $x = 2 \text{ m} \sin(10 \text{ } \pi \text{ } t)$, (b) $x = \sqrt{3} \text{ m}$, (c) $t = \frac{\pi}{60} \text{ s}$

5.0.2 L'interazione tra due atomi neutri può essere descritta tramite l'energia potenziale di Lennard-Jones

$$E_p(r) = 4\epsilon[(\sigma/r)^{12} - (\sigma/r)^6]$$

dove r è la distanza tra gli atomi, $\sigma = 0.4$ nm e $\epsilon = 2 \times 10^{-21}$ J. (a) Determina la distanza r_0 di equilibrio dei due atomi. (b) Supponendo che gli atomi restino vicini alla configurazione di equilibrio e che la massa oscillante sia $m = 10^{-27}$ kg, determina il periodo delle oscillazioni attorno a r_0 .

Risposta: (a) $r_0 = 0.45$ nm; (b) $\tau = 2.4 \times 10^{-13}$ s

5.0.3 Un pendolo semplice di lunghezza L è lasciato oscillare a partire da un angolo θ_0 rispetto alla verticale, senza velocità iniziale. (a) Supponendo che θ_0 sia tale che $\sin(\theta_0) \approx \theta_0$, trova il modulo v_f della velocità del pendolo quando passa per $\theta = 0$. (b) Usando la conservazione dell'energia meccanica, trova v_f esattamente. (c) Calcola la differenza tra i due risultati per $\theta_0 = 10^\circ$ e $L = 1$ m.

Risposta: (a) $v_f = 0.547$ m/s; (c) $\Delta v_f = 6.9 \times 10^{-4}$ m/s

5.0.4 Un piccolo oggetto di massa $m = 30$ g è sospeso a un filo di lunghezza $L = 2$ m. L'oggetto ruota percorrendo una traiettoria circolare di raggio $r = 1$ m con velocità di modulo costante, in modo che il filo descrive la superficie di un cono (pendolo conico). Determina il periodo di rotazione dell'oggetto.

Risposta: (a) $\tau = 2.64$ s

Fasi della materia

Equazioni di stato

6.1.1 Qual'è l'ordine di grandezza del numero di molecole d'aria contenute in un volume sferico di raggio $r = 1$ cm alla pressione atmosferica e temperatura ambiente? E in un volume di raggio pari a $1 \mu\text{m}$ (1 micron)?

Risposta: 10^{20} , 10^8

6.1.2 Una bomboletta spray di volume V a temperatura ambiente $T_i = 20^\circ$ contiene un gas alla pressione atmosferica $P_i = 1.5 \times 10^5$ Pa. Supponiamo che il gas si comporti come un gas perfetto. Se portiamo la temperatura della bomboletta a 100° , quale sarà la pressione del gas?

Risposta: 1.9×10^5 Pa

6.1.3 Utilizza l'equazione di stato di van der Waals $(P - a\frac{n^2}{V^2})(V - nb) = nRT$ per stimare il volume v_0 occupato da una molecola d'acqua. Cerca i valori dei parametri a e b alla pagina [https://en.wikipedia.org/wiki/Van_der_Waals_constants_\(data_page\)](https://en.wikipedia.org/wiki/Van_der_Waals_constants_(data_page)). Esprimi il risultato in m^3 e in nm^3 . Che significato puoi attribuire alla grandezza $\ell = v_0^{1/3}$?

Fluidostatica

6.2.1 Una pressa idraulica, riempita di liquido incompressibile, possiede due pistoni rispettivamente di sezione $S_1 = 1500\text{cm}^2$ e $S_2 = 75\text{cm}^2$. E' utilizzata per sollevare una sedia da dentista di peso $|\vec{P}| = 1500$ N. Quale forza si deve esercitare sul pistone piccolo per mantenere la sedia in equilibrio statico?

Risposta: 75 N

6.2.2 Un tubo a U contiene due liquidi incompressibili e non miscibili tra loro (es. acqua e olio). Supponendo nota la densità ρ_1 del primo dei due liquidi, proponi un metodo per determinare la densità del secondo.

6.2.3 Il relitto del Titanic riposa a 4000 m di profondità sotto il livello del mare. Supponendo che l'acqua si comporti come un liquido incompressibile di densità $\rho = 10^3 \text{ kg/m}^3$, quale pressione esercita sul Titanic?

Risposta: 3.9×10^4 kPa

6.2.4 Un palloncino sferico riempito di elio, di raggio $r = 20$ cm e di massa complessiva $m = 10$ g, sfugge di mano a un bambino ed è lasciato libero nell'atmosfera. Supponi che l'aria possa essere descritta come un gas perfetto di massa molare $M = 28$ g/mol e che la pressione vari con l'altitudine y secondo la legge

$$P = P_0 \exp\left(-\frac{Mg}{RT}y\right)$$

con $T = 300$ K e $P_0 = 10^5$ Pa. Trova, nell'ipotesi di atmosfera statica e isoterma, a quale altitudine il palloncino sarà in equilibrio statico. L'equilibrio è stabile, instabile o indifferente? Perché? *Nota:* potrai trascurare la variazione di densità dell'atmosfera su una scala di lunghezze inferiore a r .

Risposta: 12 km.

6.2.5 Nella fascia di atmosfera più vicina alla superficie terrestre, detta troposfera, la temperatura decresce linearmente in funzione dell'altitudine

$$T(y) = T_0 - \alpha y$$

dove α è una costante positiva chiamata "gradiente termico". Supponendo che il gas presente nell'atmosfera si comporti come un gas perfetto di massa molare $M = 28 \text{ g/mol}$, mostra che la variazione della pressione P in funzione dell'altitudine y si può scrivere

$$P(y) = P_0 \left(1 - \frac{\alpha}{T_0} y\right)^\beta$$

dove P_0 è la pressione a livello della superficie terrestre e β una grandezza adimensionale. Qual è l'espressione di β ? Calcola il valore di β e la pressione a un'altitudine di 10 km se $\alpha = 6.5 \times 10^{-3} \text{ K/m}$, $T_0 = 300 \text{ K}$ e $P_0 = 10^5 \text{ Pa}$?

Risposta: $\beta = 5.1$; $P(10\text{km}) = 2.9 \times 10^4 \text{ Pa}$

Fluidodinamica

6.3.1 L'acqua in un estintore costretta a uscire è forzata ad uscire dalla pressione P_1 di una gas contenuto nella parte alta dell'estintore stesso. Il livello di uscita dell'acqua è di 50 cm superiore alla superficie dell'acqua all'interno nell'estintore. Al livello di uscita, l'acqua è alla pressione atmosferica P_0 . Determina la differenza di pressione $P_1 - P_0$ affinché la velocità di uscita dell'acqua sia 30 m/s. Di quanto deve essere superiore a P_0 ? [SJ P15.53]

Risposta: $P_1 - P_0 = 455 \text{ kPa}$

6.3.2 Un barile di altezza H e area A_1 è colmo di acqua. La parte superiore è aperta ed è esposta alla pressione atmosferica P_{atm} . Sul fondo del barile c'è un'apertura di area A_2 , molto più piccola di A_1 . (a) Mostra che la velocità di uscita dell'acqua è circa $\sqrt{2gh}$ quando l'altezza dell'acqua è h . (b) Mostra che se $A_2 \ll A_1$, la rapidità di variazione dell'altezza h è data da

$$\frac{dh}{dt} = -\frac{A_2}{A_1} \sqrt{2gh} \quad .$$

(c) Integra l'equazione per separazione delle variabili, assumendo che all'istante $t = 0, h = H$. (d) Determina il tempo necessario a svuotare il barile se $H = 2 \text{ m}$, $A_1 = 0.81 \text{ m}^2$ e $A_2 = 10^{-4} A_1$.

Risposta: (c) $h(t) = (\sqrt{H} - \sqrt{\frac{g}{2} \frac{A_2}{A_1} t})^2$; (d) 6400 s

Termodinamica

Primo principio

7.1.1 Dimostra che per un gas perfetto la capacità termica a pressione costante C_P e quella a volume costante C_V sono legate dalla relazione di Mayer

$$C_P = C_V + nR$$

dove n è il numero di moli di gas. *Suggerimento:* esprimi C_P in funzione della derivata dell'entalpia rispetto a T a P costante.

7.1.2 Per ciascuna delle trasformazioni quasi-statiche seguenti, calcola il lavoro scambiato W , il calore scambiato Q e la variazione di energia interna ΔU di n moli di gas perfetto

1. isoterma a temperatura T (da (V_i, P_i) a (V_f, P_f))
2. isobara a pressione P (da (V_i, T_i) a (V_f, T_f))
3. isocora a volume V (da (P_i, T_i) a (P_f, T_f))
4. adiabatica (da (V_i, T_i) a (V_f, T_f))

Quale delle espressioni trovate sarebbe valida nel caso di un sistema qualunque (non solo per un gas perfetto)?

7.1.3 Una mole di ghiaccio a temperatura -20° è riscaldata a pressione atmosferica costante fino a trasformarsi completamente in vapore a temperatura 200° . Determina il calore (in Joule) necessario alla trasformazione. Dati:

- capacità termica molare del ghiaccio $c_s = 9 \text{ cal/K/mol}$
- capacità termica molare dell'acqua liquida $c_l = 18 \text{ cal/K/mol}$
- capacità termica molare del vapore d'acqua $c_v = 6 \text{ cal/K/mol}$
- calore latente molare di fusione $L_f = 1440 \text{ cal/mol}$
- calore latente molare di evaporazione $L_v = 9700 \text{ cal/mol}$

Traccia un grafico della temperatura del sistema in funzione del calore fornito nel corso della trasformazione.

Risposta: $5.7 \times 10^4 \text{ J}$

7.1.4 Lo stato iniziale A di una mole di gas perfetto è $P_A = 2.105 \text{ Pa}$, $V_A = 15 \times 10^{-3} \text{ m}^3$. Il tipo di gas (monoatomico, biatomico, ...) non è noto. Il gas effettua una trasformazione ciclica composta dalle seguenti trasformazioni quasi-statiche

- A \rightarrow B: espansione isobara che raddoppia il volume iniziale
- B \rightarrow C: compressione isoterma che riporta il gas al volume iniziale
- C \rightarrow A: raffreddamento isocoro che riporta il gas allo stato iniziale

Rappresenta il ciclo nel diagramma (P, V)

A quale temperatura avviene la trasformazione isoterma? Deduci la pressione massima raggiunta dal gas.

Calcola il lavoro W e il calore Q scambiati dal gas dopo un ciclo.

Risposta: $7.3 \times 10^{-3} \text{ K}$, 4.21 Pa , 0.012 J , -0.012 J

7.1.5 Consideriamo due moli di gas perfetto biatomico che passano dallo stato iniziale (P_i, V_i, T_i) allo stato finale (P_f, V_f, T_f) . Si possono effettuare tre trasformazioni quasi-statiche distinte:

1. trasformazione isoterma
2. trasformazione corrispondente a una retta nel diagramma (P, V)
3. trasformazione isocora a V_i seguita da un'isobara a P_f

Calcola W e Q per ciascuna delle trasformazioni. Dati: $T_i = T_f = 300 \text{ K}$, $P_f = 3P_i$, $R = 25/3 \text{ J/K/mol}$.

Risposta: (1) 5490 J, -5490 J

7.1.6 Quale volume d'acqua è bene utilizzare per cuocere 500 g di pasta? Un criterio è quello di mantenere la temperatura di cottura nell'intervallo $95^\circ - 100^\circ$. Sapendo ciò, quale volume d'acqua bisogna far bollire affinché l'introduzione della pasta (inizialmente a 20°) non riduca la temperatura al di sotto del valore minimo dell'intervallo suggerito? Il valore trovato vi sembra ragionevole? Dati: capacità termica della pasta $c_p = 3.5 \times 10^3 \text{ J/K/kg}$, capacità termica dell'acqua $c_a = 4.18 \times 10^3 \text{ J/K/kg}$.

La pentola è posta su un piano di cottura alogeno di potenza elettrica 2000 W. Sapendo che la placca porta un litro d'acqua da 20° a 100° in 5 minuti, determina la sua efficacia. Usa quindi questa informazione per migliorare il modello formulato nella prima parte dell'esercizio, stimando il calore fornito dal piano di cottura durante l'introduzione della pasta e ricalcolando il volume d'acqua ottimale.

Risposta: $V = 6.27$ litri, $e = 0.55$

Secondo principio

7.2.1 Un oggetto metallico di capacità termica $C_V = 100 \text{ J/K}$ viene estratto da una fornace a 900° e immerso in un ampio bacino d'acqua a 20° . Supponendo che il bacino d'acqua si comporti come un termostato di temperatura costante e che non ci sia scambio di calore del sistema {oggetto, bacino} con l'ambiente esterno, determina la variazione di entropia dell'oggetto, del bacino e del sistema {oggetto, bacino}. La trasformazione è reversibile o irreversibile? Perché?

Risposta: $\Delta S_{\text{oggetto}} = -139 \text{ J/K}$, $\Delta S_{\text{bacino}} = 300 \text{ J/K}$, $\Delta S_{\text{tot}} = 161 \text{ J/K}$.

Supponiamo ora che il bacino d'acqua, invece di essere un termostato, abbia una capacità termica finita, pari a $C_{V,b} = 10^5 \text{ J/K}$. Supponendo che l'oggetto e il bacino d'acqua abbiano le stesse temperature iniziali considerate nella prima parte dell'esercizio, qual'è la temperatura finale di equilibrio del sistema {oggetto, bacino}? Determina nuovamente la variazione di entropia dell'oggetto, del bacino e del sistema {oggetto, bacino}.

Risposta: $\Delta S_{\text{oggetto}} = -138 \text{ J/K}$, $\Delta S_{\text{bacino}} = 290 \text{ J/K}$, $\Delta S_{\text{tot}} = 152 \text{ J/K}$.

7.2.2 Un litro di acqua in fase liquida, inizialmente a una temperatura di 20° , viene riscaldato quasi-staticamente a pressione atmosferica costante fino a raggiungere 100° . Sapendo che la capacità termica dell'acqua a pressione costante è $c_p = 4.18 \times 10^3 \text{ J/K/kg}$ e che la sua densità è $\rho = 10^3 \text{ kg/m}^3$, calcola la variazione di entropia dell'acqua.

Risposta: $\Delta S = 1009 \text{ J/K}$

L'acqua viene successivamente fatta evaporare e si trasforma completamente in vapore a una temperatura di 100° . Calcola la variazione di entropia dell'acqua durante l'evaporazione, sapendo che il calore latente di evaporazione a pressione atmosferica vale $L = 2256 \times 10^3 \text{ J/kg}$. Commenta il risultato.

Risposta: $\Delta S = 6085 \text{ J/K}$

Macchine termiche

7.3.1 Consideriamo una mole di gas perfetto che effettua un ciclo di Carnot composto dalle seguenti trasformazioni reversibili

- $1 \rightarrow 2$ e $3 \rightarrow 4$: isoterme
- $2 \rightarrow 3$ e $4 \rightarrow 1$: adiabatiche

La temperatura del gas nello stato 1 è 410 K, le pressioni negli stati 1, 2 e 3 sono rispettivamente $P_1 = 9$ bar, $P_2 = 3$ bar e $P_3 = 1$ bar. Il parametro $\gamma = C_P/C_V$ vale 7/5.

- (a) Traccia il ciclo nel diagramma (P, V)
- (b) Traccia il ciclo nel diagramma (T, S)
- (c) Determina il lavoro e il calore scambiato dal gas durante ciascuna delle trasformazioni. Il ciclo corrisponde a un motore termico o a un frigorifero?
- (d) Determina l'efficienza del ciclo e calcola il suo valore numerico.
- (e) Determina la variazione di entropia del gas associata a ciascuna delle trasformazioni e quindi la variazione totale di entropia del gas dopo un ciclo. Commenta il risultato.

Risposta: (c) -3743 J, 3743 J; -2285 J, 0 J; 2739 J, -2739 J, 2285 J, 0 J; (d) 0.27; (e) 9.13 J/K, -9.13 J/K, 0 J/K

7.3.2 In questo esercizio modellizziamo il corpo umano come una motore termico di Carnot che funziona tra un termostato caldo a temperatura $T_c = 37^\circ$ (temperatura corporea) e un termostato freddo a $T_f = 20^\circ$ (temperatura ambiente). Stima l'ordine di grandezza del calore ceduto per unità di tempo dal tuo corpo all'ambiente esterno.

Risposta: 10^2 W

7.3.3 Un frigorifero di efficienza $e = 5.0$ assorbe una potenza media pari a 200W, che utilizza integralmente per produrre il lavoro meccanico necessario al suo funzionamento (ovvero la compressione del fluido refrigerante durante una delle trasformazioni del ciclo). Calcola il calore ceduto all'ambiente esterno (ovvero la cucina) durante 8 ore di funzionamento continuo del frigorifero.

Risposta: 3.46×10^7 J

7.3.4 Il primo motore a combustione interna a due tempi funzionava secondo il ciclo di Lenoir, descritto schematicamente dalle seguenti trasformazioni quasi-statiche:

- $1 \rightarrow 2$: combustione della miscela di aria e carburante a volume costante
- $2 \rightarrow 3$: espansione adiabatica
- $3 \rightarrow 1$: raffreddamento a pressione costante

Il modello utilizzato in questo esercizio corrisponde a un ciclo di un sistema chiuso, in cui la miscela di aria e carburante è descritta come un gas perfetto di costante γ .

- (a) Traccia il ciclo nel diagramma (P, V) .
- (b) Determina l'efficienza del ciclo in funzione del tasso di compressione $x = P_2/P_1$, dove P_1 e P_2 sono le pressioni del gas rispettivamente negli stati 1 e 2
- (c) Calcola il valore numerico dell'efficienza per un gas perfetto diatomico ($\gamma = 1.4$) e un tasso di compressione $x = 5$

Risposta: (b) $1 - \frac{\gamma(x^{\frac{1}{\gamma}} - 1)}{x - 1}$, (c) 0.24

Conduzione termica

7.4.1 Un contenitore di materiale isolante ha una superficie totale di 1.2 m^2 e uno spessore delle pareti di 4 cm. Un riscaldatore elettrico di potenza pari a 10 W posto al suo interno mantiene una temperatura costante di 15° superiore alla temperatura esterna. Determina la conducibilità termica λ del materiale isolante. [SJ 17.60]

Risposta: 0.022 W/(mK)

7.4.2 Le 6 finestre di una casa sono composte da singoli pannelli di vetro di conducibilità termica $\lambda = 1 \frac{\text{W}}{\text{mK}}$, spessore 5 mm e superficie $A = 3 \text{ m}^2$. Il resto della casa (mura, tetto etc.) ha una resistenza termica media di $2 \times 10^{-3} \frac{\text{K}}{\text{W}}$. La casa è riscaldata con gas naturale avante un calore di combustione (cioè l'energia fornita per ogni metro cubo di gas combusto) di $9000 \text{ kcal} / \text{m}^3$. Quanti metri cubi di gas si devono bruciare ogni giorno per mantenere una temperatura interna di 20°C se la temperatura media esterna è 5°C ? Quale elemento della casa contribuisce maggiormente ai consumi energetici legati al riscaldamento, le finestre o il resto (mura, tetto etc.)?

7.4.3 In un appartamento viene installato uno scaldabagno di volume complessivo $V = 150\ell$. Dopo l'installazione, lo scaldabagno è riempito completamente di acqua fredda a temperatura $T_f = 12^\circ\text{C}$. La capacità termica dell'acqua è 4.18 J/K/g .

(a) Se trascuriamo le perdite termiche, quanta energia sotto forma di calore si deve fornire per portare l'acqua dello scaldabagno a temperatura $T_c = 65^\circ\text{C}$?

(b) Il libretto di istruzioni dello scaldabagno indica che servono 1.43 kWh durante 24 ore per conservare l'acqua dello scaldabagno a $T_c = 65^\circ\text{C}$ quando la temperatura esterna della stanza è 20°C . Qual è la potenza termica I_u perduta dallo scaldabagno (ovvero ceduta all'esterno)? Qual è la resistenza termica R dello scaldabagno?

(c) Vuoi riempire la vasca da bagno con 200ℓ d'acqua a temperatura 37°C . Quale volume d'acqua fredda V_f inizialmente a temperatura $T_f = 12^\circ\text{C}$ devi mescolare con l'acqua calda dello scaldabagno? Trascura nuovamente le perdite termiche.

Risposta: (b) $I_u = 59.6 \text{ W}$, $R = 0.76 \text{ K/W}$; (c) $V_f = 106\ell$

Eletticità

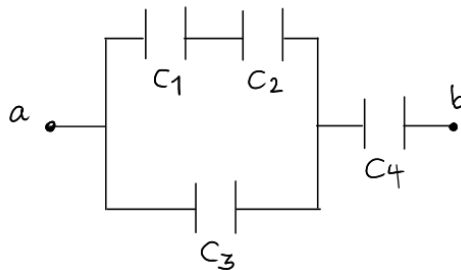
Elettrostatica

8.1.1 Un condensatore è composto da due piastre parallele, ognuna di area 7.6 cm^2 , separate da una distanza di 1.8 mm . Una differenza di potenziale di 20 V è applicata alle piastre. Calcola (a) il campo elettrico tra le armature, (b) la densità di carica per unità di superficie presente sulle piastre e (c) la capacità del condensatore. [SJ P20.33]

Risposta: (a) 11.1 kV/m ; (b) 98.4 nC/m^2 ; (c) 3.74 pF

8.1.2 Quattro condensatori sono collegati come mostrato in figura. I valori delle capacità sono $C_1 = 15 \mu\text{F}$, $C_2 = 3 \mu\text{F}$, $C_3 = 6 \mu\text{F}$ e $C_4 = 20 \mu\text{F}$ (a) Trova la capacità equivalente fra i punti a e b . (b) Calcola la carica su ciascun condensatore se $\Delta V_{ab} = 15 \text{ V}$. [SJ 20.45]

Risposta: (a) $5.96 \mu\text{F}$; (b) $89.5 \mu\text{C}$, $63.2 \mu\text{C}$, $26.3 \mu\text{C}$



8.1.3 Due condensatori quando sono collegati in parallelo hanno una capacità equivalente C_p e quando sono collegati in serie una capacità equivalente C_s . Qual è la capacità di ciascun condensatore? [SJ 20.46]

Conduzione elettrica

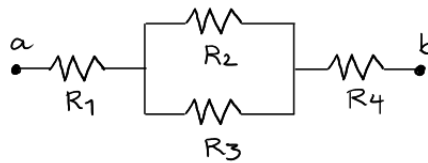
8.2.1 Una batteria mantiene una differenza di potenziale $\Delta V = V_B - V_A > 0$ alle estremità A e B di un conduttore di resistenza elettrica $R > 0$. In quale senso si muovono gli elettroni liberi nel conduttore: da A verso B o viceversa?

8.2.2 Un filo di alluminio ha una sezione di $4 \times 10^{-6} \text{ m}^2$ e porta una corrente di 5 A . La densità dell'alluminio è $2.7 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$. Assumendo che ogni atomo di alluminio fornisca un solo elettrone di conduzione ("libero"), calcola la velocità di deriva degli elettroni nel filo. [SJ 21.3]

Risposta: 0.129 mm/s

8.2.3 Trova la resistenza equivalente tra i punti a e b indicati in figura. I valore delle resistenze sono $R_1 = 4 \Omega$, $R_2 = 7 \Omega$, $R_3 = 10 \Omega$, $R_4 = 9 \Omega$. Calcola quindi la corrente in ciascuna delle resistenze se viene applicata una differenza di potenziale di 34 V tra i punti a e b [SJ 21.37]

Risposta: (a) 17.1Ω ; (b) 1.99 A , 1.17 A , 0.818 A



8.2.4 In questo esercizio utilizzeremo il modello di Drude della conduzione elettrica, secondo il quale la conducibilità elettrica di un materiale è

$$\sigma = \frac{ne^2}{m_e} \tau$$

dove n è la densità di elettroni nel materiale, m_e la massa di un elettrone e τ il tempo medio tra le collisioni degli elettroni con gli atomi del reticolo. Stima l'ordine di grandezza delle seguenti grandezze fisiche per il rame (Cu, 1 elettrone di conduzione per atomo):

- il tempo medio τ tra collisioni successive
- la velocità tipica v_0 degli elettroni in condizioni di equilibrio termico alla temperatura $T = 300\text{K}$
- la distanza media ℓ_0 percorsa dagli elettroni tra due collisioni successive
- la velocità di deriva $v_d = \frac{qE}{m} \tau$, per un campo elettrico di 1V/m

Confronta v_d et v_0 : che conclusioni ne trai? Confronta ℓ_0 con la distanza tipica tra gli atomi in un solido cristallino di rame e fornisci un'interpretazione fisica.

Nota: i valori di alcune grandezze fisiche necessarie all'esercizio dovranno essere cercate nei documenti e link forniti su moodle.

8.2.5 Un bollitore ben isolato termicamente e dotato di un conduttore metallico interno porta la temperatura di 1kg di acqua da 10°C a 100°C in 10 minuti. Il bollitore funziona con una differenza di potenziale $\Delta V = 110\text{V}$. La capacità termica del conduttore e del bollitore sono trascurabili rispetto alla capacità termica dell'acqua. Qual è la resistenza R del conduttore metallico all'interno del bollitore? Stima il costo del riscaldamento dell'acqua, assumendo un prezzo di 5 centesimi di euro per kilowattora.

Risposta: 19.3Ω , 0.0005€