Approccio Euleriano e approccio Lagrangiano
(Derivata temporale totale e parziale)

Elementi essenziali dell'analisi dei campi atmosferici

a) I campi (funzioni) atmosferici sono tipici di uno mezzo continuo

b) In generale il fluido atmosferico è in movimento rispetto ad un riferimento spaziale

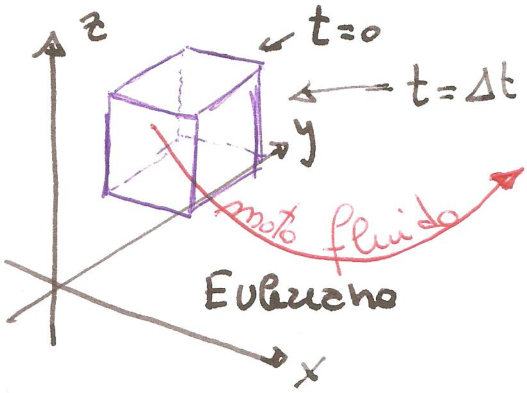
Esistono due modi complementari di studiare le proprietà e l'evoluzione atmosferica essi sono:
L'approccio euleriano e l'approccio lagrangiano

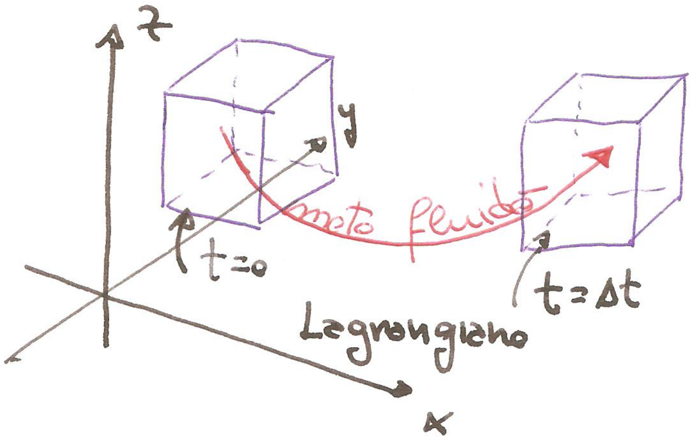
Approccio euleriano

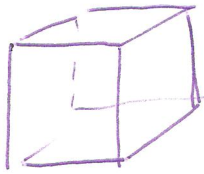
L'osservatore (l'analisi) è fisso rispetto ad un sistema di riferimento spaziale e studia (misura) le grandezze fisiche in funzione del tempo.

Approccio lagrangiano

L'osservatore (l'analisi) è in moto con il fluido atmosferico, quindi si muove rispetto ad un sistema di riferimento spaziale, e studia (misura) le grandezze fisiche della massa d'atmosferica che lo circonda nella sua evoluzione temporale







Volume elementare di fluido atmosferico oggetto dello studio (misura)

Variazione di una proprietà atmosferica nel tempo secondo l'approccio euleriano.

<u>Osservazione</u>

Nell'approccio euleriano l'osservatore è fisso ed il fluido è in movimento.

Sia $f(\vec{r},t)$ una funzione che descrive una proprietà atmosferica (del fluido) e determiniamo la sua variazione temporale al trascorrere del tempo Δt

$$\Delta f = f(\vec{r}, t+\Delta t) - f(\vec{r}, t)$$

è sempre la stessa posizione nello spazio

Calcoliamo la derivata temporale euleriana

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta f}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{f(\vec{r}, t+\Delta t) - f(\vec{r}, t)}{\Delta t} = \frac{\partial f}{\partial t}$$

ipotesi di continuità

Derivata parziale rispetto al tempo

Variazione di una proprietà atmosferica nel tempo secondo l'approccio lagrangiano

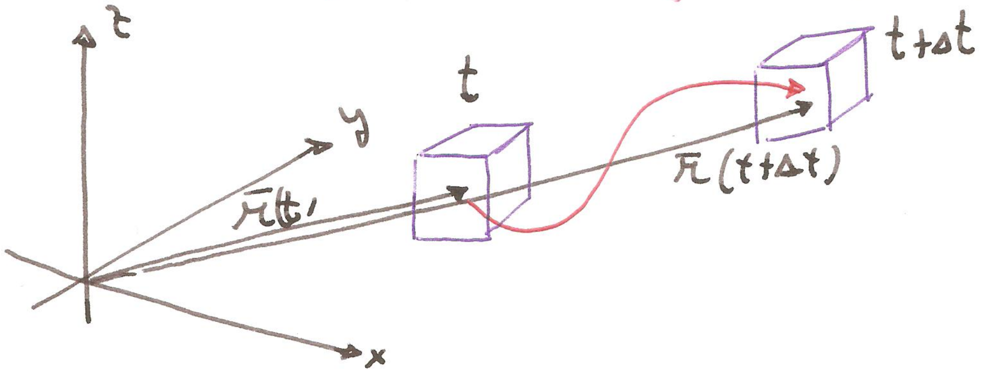
<u>Osservazione</u>

Nell'approccio lagrangiano l'osservatore si muove nello spazio solidale con con il fluido.

Sia $f(\bar{r},t)$ una funzione che descrive una proprietà atmosferica (del fluido) e determiniamo la sua variazione temporale al trascorrere del tempo Δt

$$\Delta f = f(\vec{r}(t+\Delta t), t+\Delta t) - f(\bar{r}(t), t)$$

posizioni diverse nello spazio perché l'osservatore (misura) si è spostato dal tempo t al tempo t+Δt



Calcoliamo la derivata temporale lagrangiana

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta f}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\underbrace{f(\bar{r}(t),t) + \frac{\partial f}{\partial t}\Delta t + \frac{\partial f}{\partial x}\Delta x + \frac{\partial f}{\partial y}\Delta y + \frac{\partial f}{\partial z}\Delta z}_{\text{ipotesi di continuità}} - f(\bar{r}(t),t)}{\Delta t}$$

ipotesi di continuità

componenti della velocità di spostamento da $\bar{r}(t)$ a $\bar{r}(t+\Delta t)$

$$= \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial x}\frac{\Delta x}{\Delta t} + \frac{\partial f}{\partial y}\frac{\Delta y}{\Delta t} + \frac{\partial f}{\partial z}\frac{\Delta z}{\Delta t}$$

Quindi, dal punto di vista lagrangiano:

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta f}{\Delta t} = \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial x} v_x + \frac{\partial f}{\partial y} v_y + \frac{\partial f}{\partial z} v_z = \frac{df}{dt}$$

dove $v_x := \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t}$; $v_y = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta t}$; $v_z \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta z}{\Delta t}$

Sono le tre componenti scalari della velocità con la quale si è mosso il volume considerato, cioè la velocità del fluido (Ricordare che l'osservatore è solidale con il fluido.

$\frac{df}{dt}$ viene chiamata derivata totale $\left(\frac{Df}{Dt}\right)$ notazione alternativa

<u>Notazione compatta della derivata totale</u>

$$\frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + (\bar{v} \cdot \bar{\nabla}) f$$

Dove con $\bar{v} \cdot \bar{\nabla}$ si indica l'operatore,

$$v_x \frac{\partial}{\partial x} + v_y \frac{\partial}{\partial y} + v_z \frac{\partial}{\partial z}$$

con $\bar{v} : (v_x, v_y\ v_z)$ velocità del fluido

Legame esistente tra la derivata temporale euleriana e quella lagrangiana

Variazione lagrangiana

euleriana (componente locale della variazione)

$$\boxed{\frac{df}{dt}} = \boxed{\frac{\partial f}{\partial t}} + (\bar{v} \cdot \bar{\nabla}) f$$

componente avettiva della variazione

$$\boxed{\frac{df}{dt}} = \boxed{\frac{\partial f}{\partial t}} + \underbrace{v_x \frac{\partial f}{\partial x} + v_y \frac{\partial f}{\partial y} + v_z \frac{\partial f}{\partial z}}$$