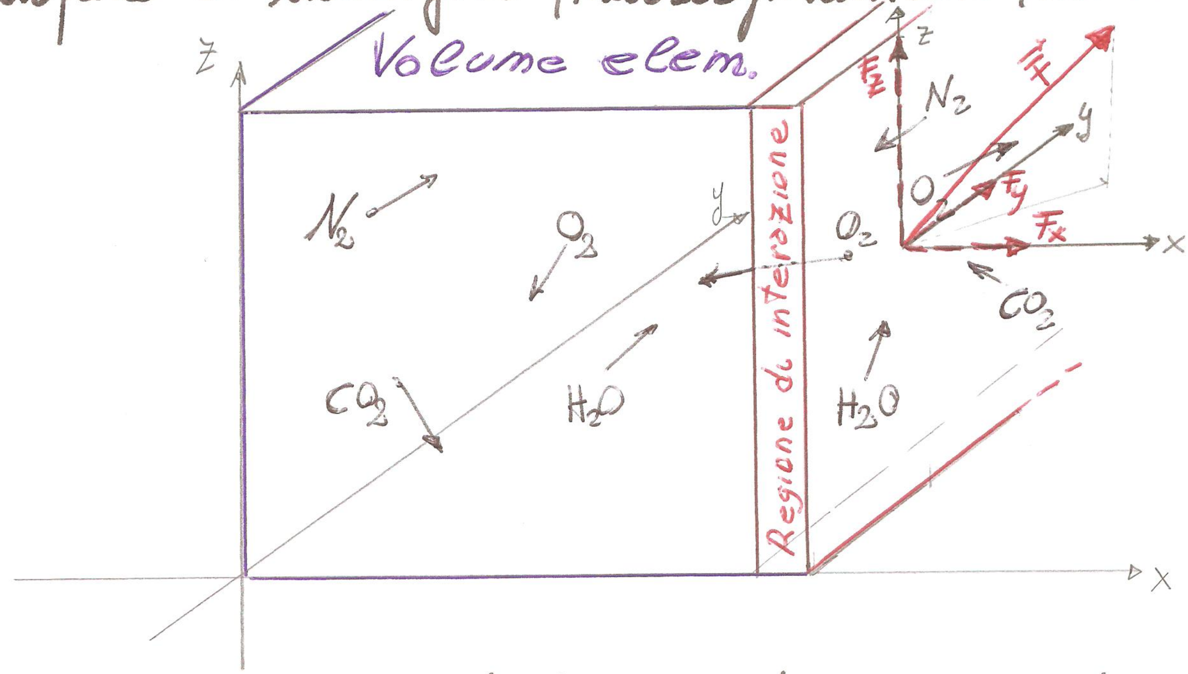
Individuazione delle forze di superficie

Le forze di superficie sono esprimibili in funzione della superficie che delimita il volume considerato, indipendentemente dalla massa contenuta nel volume.

L'origine delle forze di superficie va ricercata nelle interazioni tra le molecole che costituiscono il fluido, nel nostro caso l'aria,

Tali forze esauriscono il loro effetto singolare a distanze molto piccole rispetto alle dimensioni tipiche del volume. (Regione di interazione)

Ciò nonostante l'effetto complessivo delle interazioni di tutte le molecole, interessate dalle forze di mutua interazione si manifesta macroscopicamente nel volume.



Nel disegno viene considerata la regione di interazione di una superficie di fluido ortogonale all'asse x.

Su tale superficie, la somma di tutte le interazioni molecolari dà una forza macroscopica che è proporzionale alla superficie ed è un vettore $\overline{F}\,(F_x, F_y, F_z)$

Per ciascuna delle superfici ortogonali agli assi cartesiani vi sono dei vettori che esprimono la forza superficiale. Quindi ci sono 9 scalari che le descrivono

Per quanto riguarda la fisica dei processi atmosferici trattati in questo corso, le componenti delle forze di superficie NON ortogonali alla superficie considerata sono definite come ATTRITI e vengono ~~cole~~ definite trascurabili rispetto alle componenti ortogonali.
Tali ATTRITI sono molto importanti quando si studia il comportamento atmosferico nei pressi della superficie planetaria.

In questo corso si assumerà di essere sempre lontani a sufficienza dalla superficie planetaria, in modo da trascurare gli ATTRITI.

In casi particolari gli effetti degli attriti saranno considerati con opportune forme funzionali giustificate di volta in volta sulla base di: esperienze e teoria.

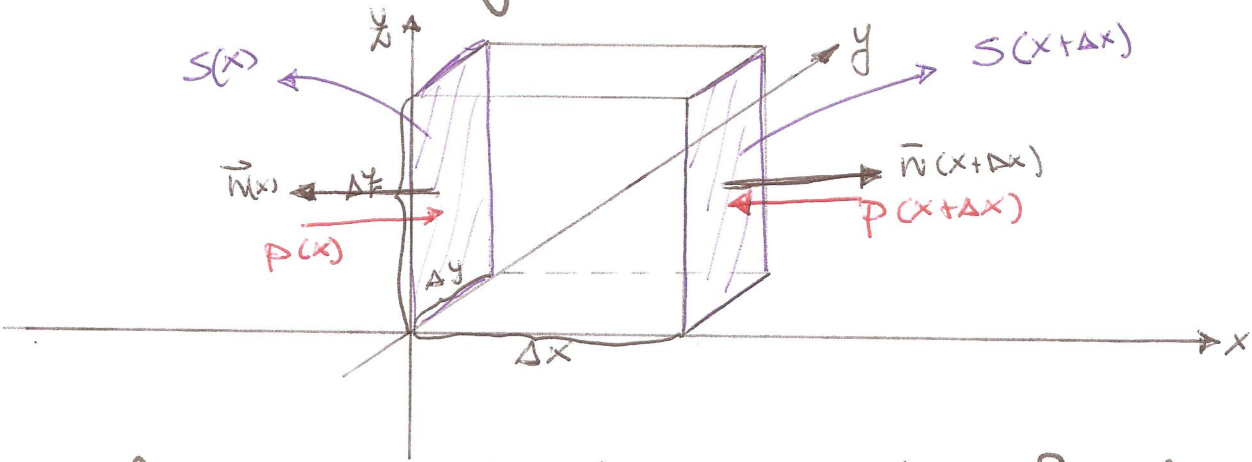
L'atmosfera in cui solo le componenti ortogonali alle superficie delle forze di superficie, sono incluse nell'equazione di conservazione della quantità di moto, la chiameremo la: Libera atmosfera

Nella libera atmosfera le forze di superficie danno luogo ad una forza di volume tramite il gradiente di pressione.

Forza di volume dovuta al gradiente di pressione

Se indichiamo come pressione la forza per unità di superficie che agisce sempre nella direzione ortogonale alla superficie del volume d'aria considerato, la variazione nello spazio di tale forza determina una forza netta agente sull'intero volume, che consegue da forze di intensità, in generale, non identiche su superfici opposte del volume.

Consideriamo il caso di forze agenti su superfici del volume che sono ortogonali all'asse x



Le superfici $S(x)$ e $S(x+\Delta x)$ sono opposte e ortogonali all'asse x. Le rispettive normali $\vec{n}(x)$ e $\vec{n}(x+\Delta x)$ sono orientate verso l'esterno del volume. Le pressioni sulle superfici sono indicate con $p(x)$ e $p(x+\Delta x)$

Determiniamo la forza lungo l'asse x dovuta alla pressione esercitata sulla superficie $S(x)$

$$F_x(x) = p(x)\cdot S(x) = p(x)\,\Delta y\cdot\Delta z$$

Infatti $S(x) = \Delta y\cdot\Delta z$

Determiniamo la forza lungo l'asse x dovuta alla pressione esercitata sulla superficie $S(x+\Delta x)$

$$F_x(x+\Delta x) = -p(x+\Delta x)\,S(x+\Delta x)$$

verso opposto a x

<u>osservazione</u>

In generale $S(x+\Delta x) \neq S(x)$ ma si può esprimere $S(x+\Delta x)$ come discostamento dal valore assunto da $S(x)$ se Δx è piccolo (lo sarà piccolo a piacere - per il limite)

$$S(x+\Delta x) \cong \left(\Delta y + \frac{\partial(\Delta y)}{\partial x}\Delta x\right)\left(\Delta z + \frac{\partial \Delta z}{\partial x}\Delta x\right)$$

$$= \Delta y \cdot \Delta z + \frac{\partial \Delta y}{\partial x}\Delta x \Delta z + \frac{\partial \Delta z}{\partial x}\Delta x \Delta y +$$

$$+ \frac{\partial \Delta y}{\partial x}\frac{\partial \Delta z}{\partial x}(\Delta x)^2$$

Sommando i due contributi della forza dovuta alla pressione, lungo x si ottiene la forza netta agente sul volume (componente x)

$$F_x = F_x(x) + F_x(x+\Delta x) =$$

$$= p(x)\,\Delta y \Delta z - p(x+\Delta x)\,S(x+\Delta x)$$

Sviluppando in serie $p(x+\Delta x)$ attorno al punto x e trascurando tutti gli addendi di ordine superiore a Δx

$$F_x = \cancel{p(x)\Delta y \Delta z} - \cancel{p(x)\Delta y \Delta z} - \frac{\partial p}{\partial x}\Delta x \Delta y \Delta z + o(\Delta x)$$

dovuti ai prodotti con gli addendi dello $S(x+\Delta x)$ in cui è presente Δx

Si ottiene la forma della ~~pressione~~ componenti della forza di pressione lungo x, per un volume elementare piccolo a piacere ($\lim_{\Delta x \to 0}$)

$$F_x \simeq -\frac{\partial p}{\partial x}\,\underbrace{(\Delta x\,\Delta y\,\Delta z)}_{\text{Volume elementare}}$$

Quindi la forza per unità di volume dovuta al gradiente di pressione, componente x è:

$$\frac{F_x}{\Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z} = -\frac{\partial p}{\partial x}$$

Analogamente si derivano le componenti della forza lungo y e lungo z. Quindi il vettore delle forze di superficie che danno un contributo alle forze di volume è, per unità di volume:

$$\boxed{\overline{F}_p := -\overline{\nabla} p} \qquad \Big(\underbrace{-\frac{\partial p}{\partial x}}_{\text{componente } x}\,;\,\underbrace{-\frac{\partial p}{\partial y}}_{\text{componente } y}\,;\,\underbrace{-\frac{\partial p}{\partial z}}_{\text{componente } z}\Big)$$

l'opposto del gradiente di pressione

N.B.

La forza è dovuta al gradiente della pressione NON alla pressione