

Copertina

# Corso di Fisica dell'Atmosfera

## Le onde di Rossby

Giaiotti Dario

## Sommario della lezione

- Onde di Rossby
- Bibliografia di riferimento e per approfondimenti.



## L'equazione di conservazione del quantità di moto in coordinate solidali con la Terra

Termini di curvatura

Coriolis

Gradiente  
di pressione

Dissipazione

$$\frac{du}{dt} - \frac{uv \tan(\phi)}{R} + \frac{uw}{R} = 2\Omega v \sin(\phi) - 2\Omega w \cos(\phi) - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + (\nu \Delta \mathbf{v})_x$$

$$\frac{dv}{dt} + \frac{u^2 \tan(\phi)}{R} + \frac{vw}{R} = -2\Omega u \sin(\phi) - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + (\nu \Delta \mathbf{v})_y$$

$$\frac{dw}{dt} - \frac{u^2 + v^2}{R} = 2\Omega u \cos(\phi) - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - g + (\nu \Delta \mathbf{v})_z$$

Eseguire l'analisi degli ordini di grandezza di ciascun contributo

## Perturbazioni alle medie latitudini: le onde di Rossby

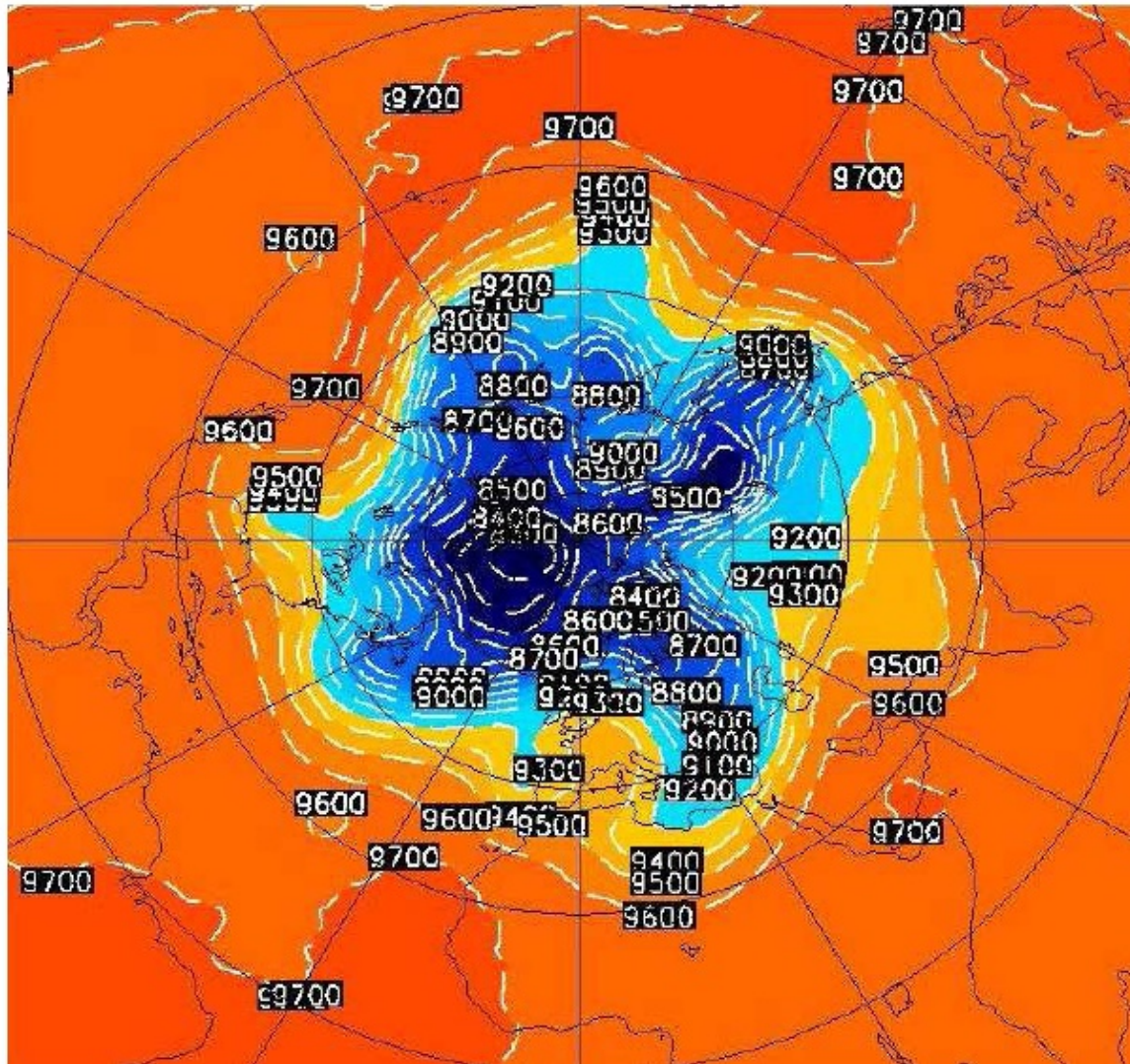
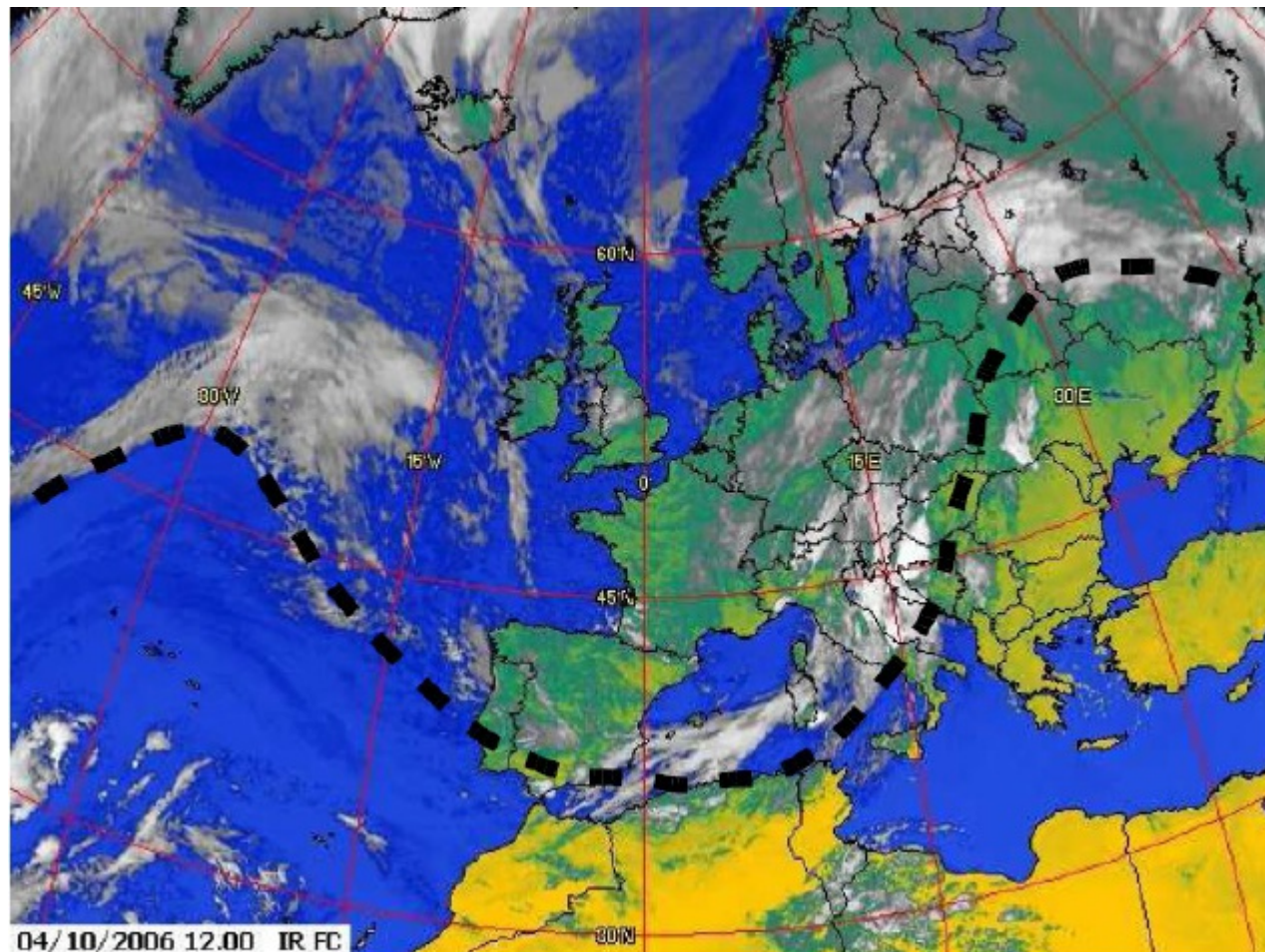


FIGURE 8. Example of planetary and Rossby waves. Geopotential height for the 300 hPa isobaric surface at 00 UTC of the 07 November, 2006. AVN analysis.

## Le onde di Rossby sono delle periodicità nei campi atmosferici delle medie latitudini

Onde meridionali che si propagano lungo i paralleli

Riconoscibili nei campi barici, dei venti, quindi anche nel campo di vorticità



## Definizione delle equazioni per il modello delle onde di Rossby

- Si assume equilibrio idrostatico, prevalenza di geostrofia e non divergenza del fluido
- Si assume che l'avvezione sia prevalentemente lungo i paralleli costante ed uniforme
- Le onde si sovrappongono al moto avveffivo fondamentale

$$\frac{\partial u}{\partial t} + U \frac{\partial u}{\partial x} - fv + \frac{\partial p}{\partial x} \frac{1}{\rho} = 0$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + U \frac{\partial v}{\partial x} + fu + \frac{\partial p}{\partial y} \frac{1}{\rho} = 0$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

- Si cercano soluzioni ondulatorie con caratteristiche analoghe a quelle osservate

$$\frac{u}{\hat{u}(y)} = \frac{v}{\hat{v}(y)} = \frac{P}{\hat{P}(y)} = A e^{i(\omega t + \kappa x)}$$

$$P = p/\rho.$$

## Combinazione delle equazioni di conservazione ed equazione per le onde

Derivando le funzioni assunte essere soluzione delle equazioni si ottiene un insieme di equazioni in campo complesso per le funzioni ampiezza con parametri le caratteristiche delle onde

$$i(\omega + \kappa U)\hat{u} - f\hat{v} + i\kappa\hat{P} = 0$$

Conservazione momento orizzontale  
(ricordare idrostaticità)

$$i(\omega + \kappa U)\hat{v} + f\hat{u} + \frac{\partial \hat{P}}{\partial y} = 0$$

$$i\kappa\hat{u} + \frac{\partial \hat{v}}{\partial y} = 0$$

Conservazione massa

Eliminando  $\hat{P}(y)$  dalle prime due equazioni e usando la terza per rimuovere  $\hat{u}(y)$  si ottiene la seguente equazione nel campo reale:

$$\beta = \partial f / \partial y$$

$$(\omega + \kappa U) \left( -\frac{\partial^2 \hat{v}}{\partial y^2} + \kappa^2 \hat{v} \right) - \kappa \beta \hat{v} = 0$$

## Ricerca delle soluzioni

Definendo  $c = -\omega/\kappa$  con la condizione essenziale  $c \neq U$  si ottiene l'equazione

$$\frac{\partial^2 \hat{v}}{\partial y^2} + \underbrace{\left( \frac{\beta}{U - c} - \kappa^2 \right)}_{\text{Assunto} > 0} \hat{v} = 0$$

Si ottiene la seguente soluzione generale

$$\hat{v} = C_1 \cos \left[ \left( \frac{\beta}{U - c} - \kappa^2 \right)^{1/2} y \right] + C_2 \sin \left[ \left( \frac{\beta}{U - c} - \kappa^2 \right)^{1/2} y \right]$$

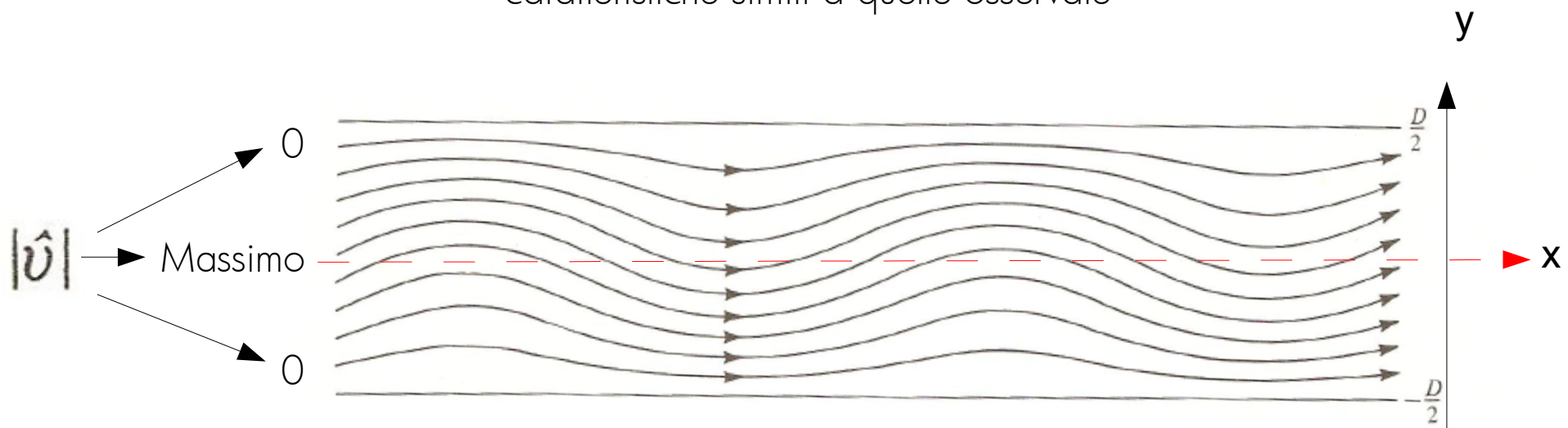


## Ricerca della soluzione particolare imponendo le condizioni al contorno

Definendo  $c = -\omega/k$  con la condizione essenziale  $c \neq U$  si ottiene l'equazione

$$\hat{v} = C_1 \cos \left[ \left( \frac{\beta}{U-c} - k^2 \right)^{1/2} y \right] + C_2 \sin \left[ \left( \frac{\beta}{U-c} - k^2 \right)^{1/2} y \right]$$

Si cercano soluzioni definite in una fascia lungo i paralleli con caratteristiche simili a quelle osservate



## Ricerca della soluzione particolare imponendo le condizioni al contorno (cont.)

$$\hat{v} = C_1 \cos \left[ \left( \frac{\beta}{U-c} - \kappa^2 \right)^{1/2} y \right] + C_2 \sin \left[ \left( \frac{\beta}{U-c} - \kappa^2 \right)^{1/2} y \right]$$

Le condizioni al contorno impongono:

$$C_2 = 0$$

$$\left( \frac{\beta}{U-c} - \kappa^2 \right)^{1/2} \frac{D}{2} = \frac{\pi n}{2} \quad n = \pm 1, \pm 3, \dots$$

Da cui:

$$c = U - \frac{\beta}{\kappa^2 + (n\pi/D)^2} = U - \frac{\beta L^2 / 4\pi^2}{1 + (nL/2D)^2}$$

Per il caso in cui:  $D \rightarrow \infty$  si ottiene la formula di Rossby

$$c = U - \beta \frac{L^2}{4\pi^2}$$

## Interpretazione del risultato ottenuto

La relazione trovata da Rossby lega la velocità di avanzamento delle onde lungo i paralleli ( $x$ ) alla velocità del flusso avvettivo alla lunghezza delle onde e al parametro  $\beta = \partial f / \partial y$

$$c = U - \beta \frac{L^2}{4\pi^2} \quad 45^\circ, \beta \cong 1.6 \times 10^{-11} \text{ s}^{-1} \text{ m}^{-1}$$

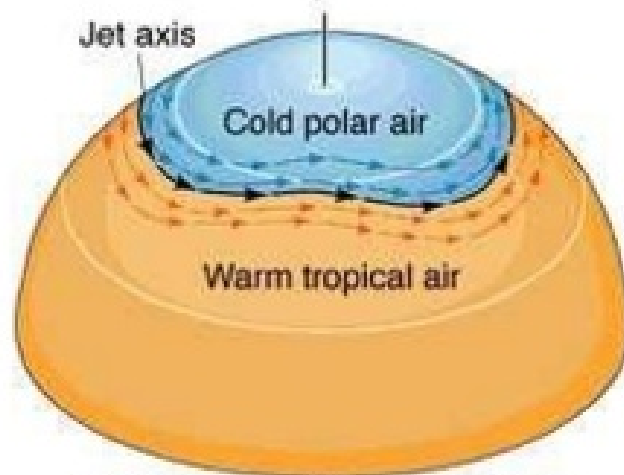
Per onde corte, il parametro  $L$  è tale che le onde si propagano a velocità inferiore a quella avvettiva, quindi sono trasportate verso est.

Per onde lunghe, è possibile avere velocità di propagazione negative, quindi si dovrebbero osservare onde retrograde, ovvero in moto verso ovest, cosa osservata molto raramente.

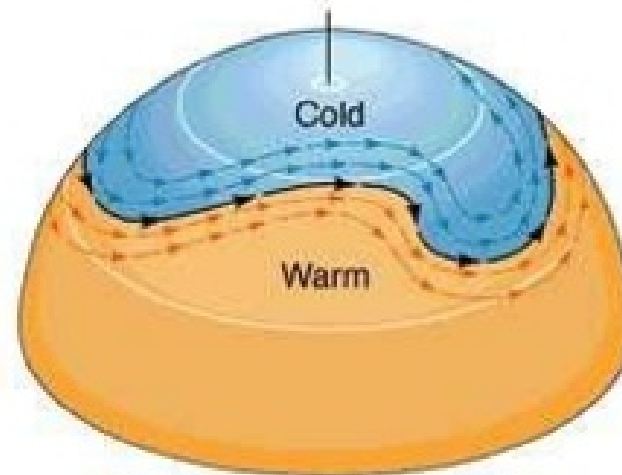
Nel caso stazionario  $c = 0$  permette di ottenere la lunghezza dell'onda di Rossby

$$L_S = 2\pi \sqrt{\frac{U}{\beta}}$$

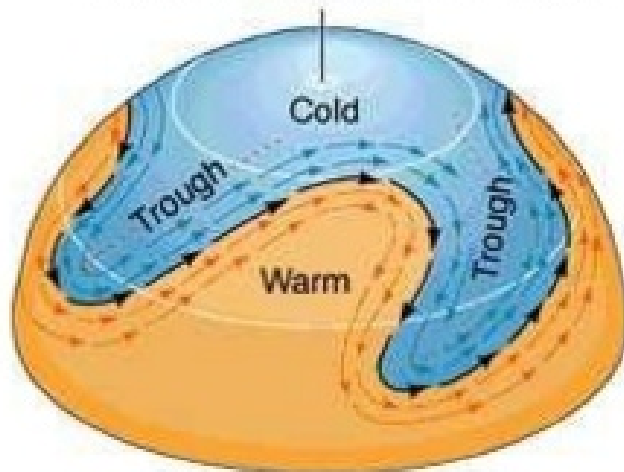
## Rappresentazione delle soluzioni: onde di Rossby



The jet stream begins to undulate.

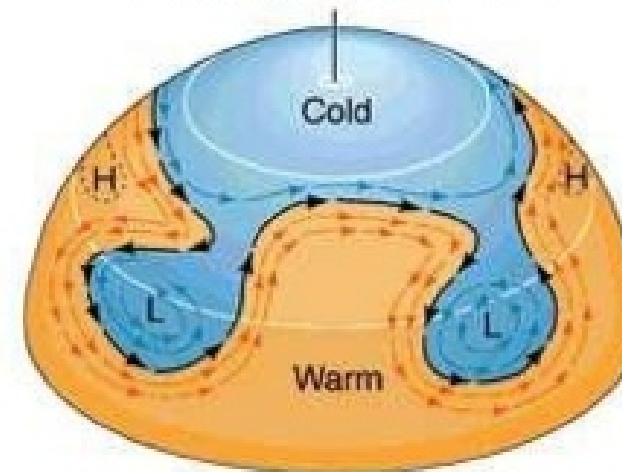


Rossby waves begin to form.



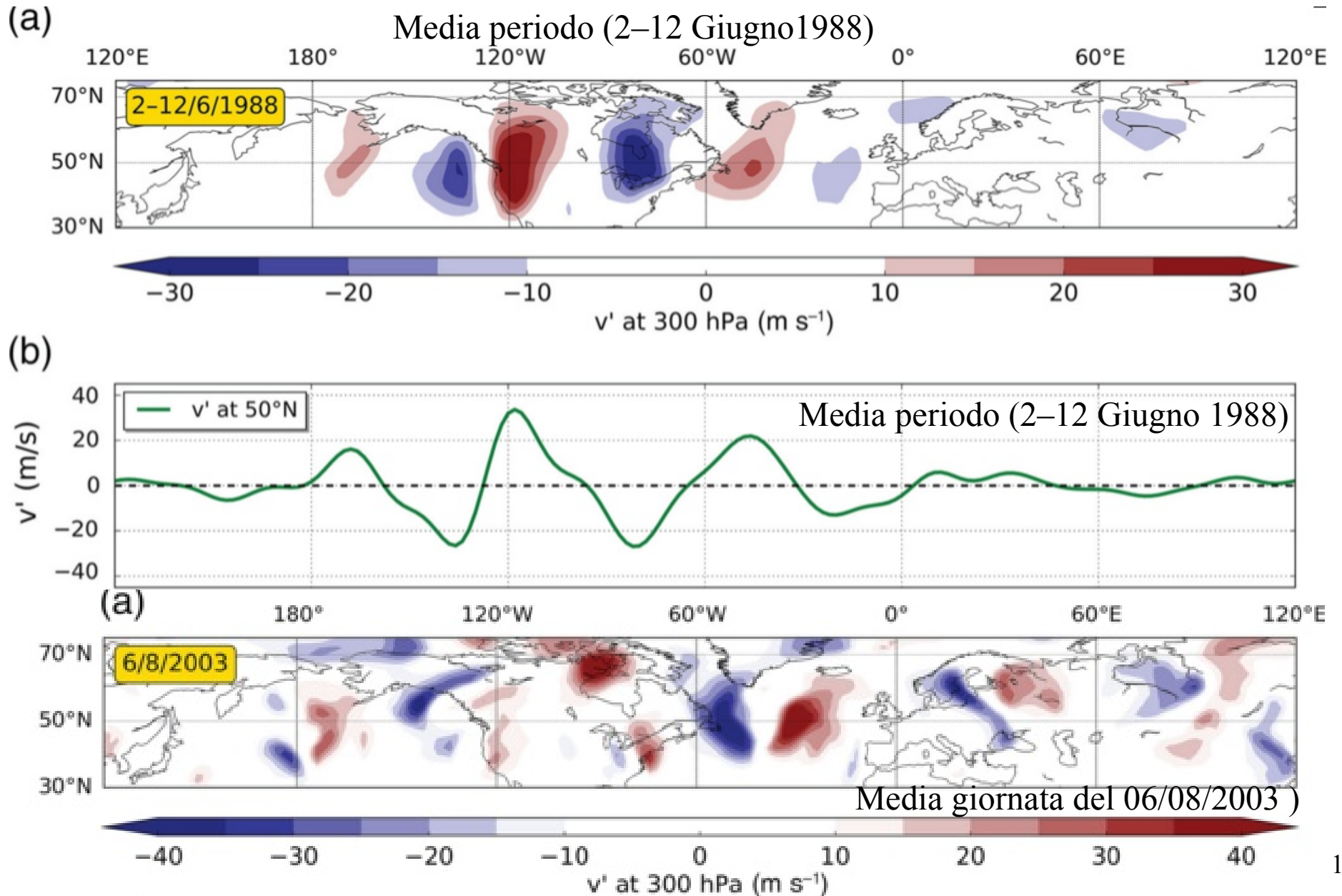
Waves are strongly developed. The cold air occupies troughs of low pressure.

Copyright © A.N. Strahler.



When the waves are pinched off, they form cyclones of cold air.

## Onde di Rossby nella realtà – anomalia del vento meridionale a 300 hPa



## Bibliografia

- [1] An introduction to dynamic meteorology, 2004, Holton J. R., Amsterdam Elsevier Academic Press, – disponibile in Biblioteca Tecnico Scientifica (BS/04./M/0010). [pagine 5- 21, 26 – 38, 56-71]
- [2] Dynamics of the atmosphere, 1995, Dutton J. A., New York Dover publication inc., 617 pp, - disponibile in Biblioteca Tecnico Scientifica (BS/04./M/0022). [pagine 220-243, 289-293, 304-306]
- [3] Atmosphere-ocean dynamics, 1982, Gill A. E. New York, NY Academic Press, 662 pp, - disponibile all'ICTP Library (551.51 Gll). [per approfondimenti]