

Elementi essenziali per lo studio e la modellazione della atmosfera umida - acqua e suoi passaggi di fase

L'acqua nell'atmosfera può trovarsi in uno dei suoi tre stati fisici: vapore, liquido e solido

Descrizione del contenuto di vapore nell'aria

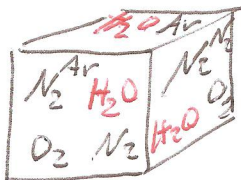
Fino a quando il vapore acqueo non intraprende un passaggio di fase, il suo comportamento può essere assimilato a quello di un qualsiasi altro costituente l'atmosfera secca, quindi la sua equazione di stato sarà quello di un gas perfetto

Si indica, solitamente con e la pressione del vapore acqueo e con p quello della miscela in cui ci sono sia i costituenti fondamentali dell'aria (N_2, O_2, Ar, \dots) e il vapore. Con un pedice d si specifica se si sta trattando solo caratteristiche dell'aria senza il vapore acqueo, cioè l'"aria secca" (dry air). Ad esempio p_d sta per la pressione dell'aria secca.

Quindi:

$$p_d = \rho_d R_d T_d$$

equazione di stato
per l'aria secca



$$e = \rho_w R_w T_w$$

equazione di stato
per il vapore acqueo

Con il pedice w si indicano le caratteristiche del vapore acqueo

Osservazione

Vapore acqueo e aria secca saranno sempre in equilibrio termodinamico, almeno per i tempi scala del nostro studio. Quindi

$$T_d = T_w = T$$

La temperatura è la stessa per entrambe gli aeriformi

Il contributo alla pressione totale dello miscelo di aria secca più vapore acqueo è descritto dalla legge di Dalton

$$P = P_d + e$$

Osservazione

$$R_d := R \cdot \underbrace{\sum_{l=1}^n \frac{M_l}{M} \frac{1}{\mu_l}}_{\text{media pesata dell'inverso dei pesi molecolari di ciascun componente e' aria secca } N_2, O_2, Ar, CO_2, CH_4, N_2O \dots} \cong R \cdot \underbrace{\sum_{l=1}^3 \frac{M_l}{M} \frac{1}{\mu_l}}_{\text{medio pesato degli inversi dei pesi molecolari di sostanze e componenti più abbondanti in massa } N_2, O_2, Ar}$$

costante universale dei gas

media pesata dell'inverso dei pesi molecolari di ciascun componente e' aria secca $N_2, O_2, Ar, CO_2, CH_4, N_2O \dots$

medio pesato degli inversi dei pesi molecolari di sostanze e componenti più abbondanti in massa N_2, O_2, Ar

Così M_l masse di ciascun componente e miscela e

$$M = \sum_{l=1}^n M_l \approx \sum_{l=1}^3 M_l \quad \text{ottima approssimazione}$$

$$R_w := R \frac{1}{\mu_w}$$

μ_w è il peso molecolare della molecola dell'acqua

Molto utili sono le grandezze che permettono di esprimere il contenuto di vapore acqueo in un volume di aria e quanto il vapore è prossimo alle condizioni di condensazione.

Umidità specifica

L'umidità specifica è il rapporto tra la densità del vapore acqueo e quella dell'aria nel volume considerato. L'umidità specifica si indica con q .

$$q := \frac{\rho_w}{\rho} = \frac{M_w}{M} \leftarrow \begin{array}{l} \text{massa vapore acqueo} \\ \text{massa totale volume scelto} \end{array}$$

$$\text{ovviamente } \rho = \rho_d + \rho_w$$

N.B. q è un numero puro, grandezza adimensionale

Rapporto di mescolanza

Il rapporto di mescolanza, detto anche mixing ratio, è il rapporto tra la densità del vapore acqueo e quella dell'aria secca, nel volume scelto.

Il rapporto di mescolanza si indica spesso con x .

$$x := \frac{\rho_w}{\rho_d} = \frac{M_w}{M_d} \leftarrow \begin{array}{l} \text{masse vapore acqueo} \\ \text{masse aria secca volume scelto} \end{array}$$

La relazione che lega le due definizioni è ovvia

$$q = \frac{\rho_w}{\rho} = \frac{\rho_w}{\rho_d + \rho_w} = x \left(\frac{1}{1+x} \right) \text{ da cui}$$

$$q = \frac{x}{1+x}$$

$$x = \frac{q}{1-q}$$

N.B. x è un numero puro, grandezza adimensionale

Le condizioni ambientali che sono in essere nel passaggio di fase dal vapore alla fase liquido sono descritte naturalmente usando la pressione del vapore.

Tali condizioni vengono sinteticamente dette di saturazione

La pressione che ha il vapore a queste condizioni di saturazione viene chiamata pressione di vapore saturo e si indica con e_s la quale dipende dalla temperatura, almeno od una prova analisi.

Si definisce Umidità relativa il rapporto tra la pressione del vapore ad una data temperatura e la pressione del vapore saturo alla stessa temperatura. L'umidità relativa si indica con rh

$$rh = \frac{e(T)}{e_s(T)}$$

← pressione del vapore
← pressione del vapore saturo

L'umidità relativa è un numero puro, cioè una grandezza adimensionale. Inoltre sempre si ha!

$$0 \leq rh \leq 1$$

assenza di acqua
aria secca

condizione di
saturazione

In molti casi si usa una defunzione alternativa per l'umidità relativa, meno fisico, ma più pratica in alcuni campi di applicazione:

$$rh = \frac{x}{x_s}$$

← rapporto di mescolanza
← rapporto di mescolanza saturo

Legame tra le due defunzioni di umidità relativa

Le due defunzioni di umidità relativa sono una funzione dell'altra in quanto i rapporti di umidità sono funzioni della pressione del vapore

In fatti:

$$p_d = \rho_d R_d T$$

$$e = \rho_w R_w T$$

Dalla definizione di x si ha: $x = \frac{p_w}{p_d}$ da cui

sostituendo le espressioni derivate dalle equazioni di stato

$$x = \frac{p_w}{p_d} = \frac{R_d T}{p_d} \cdot \frac{e}{R_w T} = \frac{R_d}{R_w} \frac{e}{p_d}$$

Ricordando che $p = e + p_d$ da cui $p_d = p - e$

quindi:

$$x = \frac{R_d}{R_w} \frac{e}{p - e}$$

analogamente per le condizioni di saturazione alla medesima pressione totale, che è la grandezza che si misura.

$$x_s = \frac{R_d}{R_w} \frac{e_s}{p - e_s}$$

Conseguentemente

$$r_h = \frac{de}{x_s} = \frac{p - e_s}{e_s} \cdot \frac{e}{p - e} = \frac{e}{e_s} \frac{p - e_s}{p - e} \neq \frac{e}{e_s}$$

Solitando $e \ll p$ e così pure $e_s \ll p$ quindi:

Spesso si tende a confondere $r_h = \frac{e}{e_s} \approx \frac{x}{x_s}$!!

Equazione per la conservazione del vapore acqueo

Si consideri un volume d'aria umida di cui si vuole studiare la variazione del contenuto di vapore nel tempo.

L'approccio che quindi è utile è quello.

Possiamo assumere il volume unitario per semplificare le trattazioni, ma un volume qualsiasi è utilizzabile con un po' più di calcolo integrale.



La massa di acqua presente nel volume è $M = \rho q$ dove ρ è la densità del volume e q l'umidità specifica.

$$\frac{\partial M}{\partial t} = \iiint \frac{\partial (\rho q)}{\partial t} dV \quad \text{è la variazione della massa di vapore nel tempo.}$$

Tale massa può variare perché vapore fluisce con le masse attraverso la superficie, o anche perché all'interno del volume ci sono dei potti (vapore che condensa quindi passa allo stato liquido) oppure delle sorgenti (acqua liquida che evapora).

$$\iiint \frac{\partial (\rho q)}{\partial t} dV = - \iint_S (\rho q) \vec{v} \cdot \vec{n} dS + S' - P \quad \leftarrow \text{potti}$$

\uparrow flusso attraverso la superficie \uparrow sorgente

Utilizzando il teorema di Gauss.

$$\frac{\partial (\rho q)}{\partial t} = - \nabla \cdot (\rho q \vec{v}) + S' - P$$

$$\rho \frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \frac{\partial q}{\partial t} + \rho q (\nabla \cdot \vec{v}) + (\vec{v} \cdot \nabla) (\rho q) = S - P$$

$$\rho \left[\frac{\partial \rho}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) \rho + \rho (\nabla \cdot \vec{v}) \right] + \rho \left[\frac{\partial q}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) q \right] = S - P$$

$\stackrel{=0}{\text{conservazione massa}}$

$$\rho \frac{dq}{dt} = S - P$$

\leftarrow per unità di volume