

Esame di Analisi matematica I : esercizi
A.a. 2022-2023, sessione invernale, terzo appello

COGNOME _____ NOME _____

N. Matricola _____ Anno di corso _____

Corso di S. CUCCAGNA

ESERCIZIO N. 1. Per $a \in (0, +\infty)$ e per $[t] \in \mathbb{Z}$ la parte intera di $t \in \mathbb{R}$, definita da $[t] \leq t < [t] + 1$, si consideri

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\int_x^{2x} [t] dt}{\log(3 \cosh(x^a) - \sinh(x^a) + x^a)}$$

- si calcoli l'esatto valore dell' integrale al numeratore;
- si determini il termine dominante del numeratore;
- si determini il termine dominante del denominatore;
- al variare di $a \in (0, +\infty)$ si verifichi se esiste e, se esiste, si calcoli esplicitamente il limite;

ESERCIZIO N. 2. Si dimostri che la seguente equazione ha almeno una soluzione $z^5 - z^3|z|^2 - |z|^2 = 1$.

COGNOME e NOME _____ N. Matricola _____

ESERCIZIO N. 3. Studiare la funzione

$$f(x) = \begin{cases} e^{-\frac{2}{\sqrt{x}}} \frac{1+x^2}{1-x} & \text{se } x > 0, \\ \int_0^x \frac{1+t}{(1-t)(t^2+1)} dt & \text{se } x \leq 0 \end{cases}$$

• si calcolino $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x)$;

• si calcoli $f'(x)$, o $f'_d(x)$ e $f'_s(x)$ se $f'(x)$ non è definita, e si trovi il numero dei punti di massimo e di minimo locali e assoluti;

• si stabilisca se esistono rette asintotiche;

• si tracci il grafico .

ESERCIZIO N. 4. Calcolare tutti i polinomi di McLaurin della funzione $f(x) = \sin(x) + \cos(x)$.

ESERCIZIO N. 5. Approssimare $\sin(1)$ con un numero razionale e con un errore $< 10^{-2}$.